

CONTRIBUTION À L'OPTIMISATION DES ENTRAÎNEMENTS ÉLECTRIQUES

THÈSE N° 2855 (2003)

PRÉSENTÉE À LA FACULTÉ SCIENCES ET TECHNIQUES DE L'INGÉNIEUR

Institut de production et robotique

SECTION D'ÉLECTRICITÉ

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES TECHNIQUES

PAR

Cédric PAROZ

ingénieur électricien diplômé EPF
de nationalité suisse et originaire de Saicourt (BE)

acceptée sur proposition du jury:

Prof. Y.-O. Perriard, directeur de thèse

Dr O. Bernasconi, rapporteur

Prof. J. Bigeon, rapporteur

Prof. J. Giovanola, rapporteur

Lausanne, EPFL
2003

REMERCIEMENTS

Un grand merci à :

mon ami Christian Fleury qui m'a encouragé à me lancer dans cette aventure;

aux lecteurs du manuscrit qui, grâce à leurs sagacité ont permis d'éliminer de nombreuses imperfections;

la société Tornos SA pour m'avoir soutenu dans ce projet et m'avoir accordé une grande liberté;

ma famille et plus particulièrement à mon épouse qui ne m'a pas beaucoup vu ces dernières années.

Sans oublier tous les amis, collègues, confrères et partenaires qui m'ont apporté une aide ici et un soutien là.

RESUME

Lors de la conception d'un produit comportant des parties mobiles, le choix de la composition de l'entraînement est une étape obligatoire. La grande variété des organes composant l'entraînement électrique (électronique, moteur et chaîne cinématique) débouche sur un nombre quasi illimité de variantes envisageables. Des modèles et des programmes permettent à l'ingénieur de calculer les éléments d'une composition donnée, mais le choix de la composition reste souvent arbitraire.

Nous faisons l'hypothèse qu'il est possible d'automatiser le choix d'une composition optimale.

Pour vérifier cette hypothèse, on exprime les critères qui définissent cet optimum, puis on met ces critères en équation en fonction de paramètres variables et enfin on vérifie que l'on peut trouver de manière automatique un jeu de paramètres correspondant à l'optimum recherché.

La réalisation de ces étapes a nécessité l'approfondissement de sujets très divers, dont en particulier : l'utilisation des modèles électriques, l'évaluation symbolique de la plus petite racine d'un polynôme, l'influence importante de la trajectoire et la détermination de la rigidité dynamique. Un des éléments-clés réside dans l'expression des caractéristiques de tous les éléments en fonction du couple admissible.

ABSTRACT

The choice of the drive composition is an obligatory stage in designing a product including electric drives. The large variety of the elements composing the electric drive (electronics, driving and kinematic chain) leads to a quasi-unlimited number of possible alternatives. Models and programs make it possible for the engineer to calculate independently the elements of a given composition, but the choice of the composition often remains subjective.

We make the assumption that it is possible to automate the choice of an optimal composition. To check this assumption, the criteria, defining this optimum, are expressed and then are expressed in the form of an equation as a function of variable parameters. Finally it is checked that a set of parameters corresponding to the required optimum can be found in an automatic way.

To successfully go through of these steps required the understanding of very diverse subjects, in particular: the use of an electric model, the symbolic system evaluation of the smallest root of a polynomial, the important influence of the trajectory and determination of dynamic rigidity. One of the key element resides in the formulation of the characteristics of all the elements in terms of admissible torque.

TABLE DES MATIERES

CONTRIBUTION A L'OPTIMISATION DES ENTRAINEMENTS ELECTRIQUES

Première partie : Contexte 1

1	INTRODUCTION	1
1.1	Contexte	1
1.2	But.....	2
1.2.1	But idéaliste	2
1.2.2	But du travail	3
1.3	Utilité étendue.....	4
1.4	Démarche	5
1.4.1	Performance	5
1.4.2	Une approche généraliste	5
1.4.3	Généraliste	7
1.4.4	Spécialiste	7
1.4.5	Ensemble et somme des parties	7
1.4.6	Contraintes	9
1.4.7	Méthodes d'optimisation	9
1.4.8	Validation pratique	9
1.5	Organisation du document.....	10
1.5.1	Première partie : Contexte	10
1.5.2	Deuxième partie : Modélisation	11
1.5.3	Troisième partie : Validation	11
1.6	Organisation des chapitres.....	11
1.7	Comment retrouver l'information	11
1.7.1	Structure de l'information	12
1.7.2	Structure du programme	14
1.8	Conventions	16
1.8.1	Forces généralisées	16
1.8.2	Référentiel	17
1.8.3	Décélération	18
1.8.4	Grandeurs et unités	18
1.8.5	Références	18

2	ÉTAT DE L'ART	19
2.1	Présentation du chapitre.....	19
2.2	Historique.....	20
2.2.1	Positionnement	21
2.2.2	Mises en vitesse	23
2.3	Applications.....	24
2.3.1	Les véhicules	24
2.3.2	Les systèmes de manutention	24
2.3.3	Les machines de production	25
2.3.4	Les appareils	25
2.3.5	En résumé	28
2.4	Organes constitutifs.....	29
2.4.1	Commande	29
2.4.2	Régulateur	34
2.4.3	Amplificateur	35
2.4.4	Moteur	35
2.4.5	Conditionnement	36
2.4.6	Mesure	36
2.4.7	Supports	37
2.5	Littérature.....	37
2.6	Besoins.....	39
2.6.1	Démarche	39
2.7	Statistique des mouvements.....	39
2.7.1	Situation	40
2.7.2	Données recueillies	44
2.7.3	Statistiques obtenues	44
2.7.4	Analyse des distances parcourues	46
2.7.5	Point de vue temps	47
2.7.6	Répartition en fonction de la vitesse	50
2.7.7	Impact de la vitesse rapide	50
2.7.8	Augmenter la productivité	55
2.7.9	Analyse des résultats	57
2.8	Conclusion.....	59

3	CAHIER DES CHARGES	63
3.1	Présentation du chapitre.....	63
3.2	Spécification du domaine.....	64
3.3	Pondérations.....	65
3.4	Aperçu des caractéristiques	66
3.4.1	Caractéristiques globales	66
3.4.2	Caractéristiques d'entrée	67
3.4.3	Caractéristiques de sortie	68
3.4.4	Caractéristiques de sortie auxiliaire	69
3.4.5	Caractéristiques d'entrée auxiliaire	69
3.5	Détail des principales caractéristiques.....	69
3.5.1	Spécifications du Prix \$	69
3.5.2	Force F	69
3.5.3	Productivité Π	71
3.5.4	Rigidité k	76
3.5.5	Caractéristiques cinématiques	77
3.5.6	Rendement	78
3.6	Autres caractéristiques.....	80
3.7	Conclusion du chapitre	81
4	MODELE ELECTRIQUE	83
4.1	Organisation du chapitre.....	83
4.2	Analogie électrique.....	84
4.2.1	Éléments utilisés	86
4.3	Hypothèses.....	90
4.3.1	Modèle simplifié du moteur	90
4.3.2	Modèle simplifié du réducteur	91
4.3.3	Modèle simplifié du conditionneur	92
4.4	Modèle d'une chaîne cinématique typique.....	93
4.4.1	Mise en équation	93
4.4.2	Pertes et fonction de transfert	96
4.5	Analyse symbolique de la forme $H(j\omega)$	99
4.6	Modèle de la réponse à une perturbation.....	100
4.6.1	Hypothèses	101
4.7	Limites des modèles.....	104
4.8	Interprétation des pertes.....	104
4.9	Modèle d'une structure sur des appuis.....	105
4.10	Conclusion du chapitre	108

5	PERFECTIONNEMENTS	109
5.1	Présentation du chapitre.....	109
5.2	Contenu harmonique des courants.....	111
5.2.1	Hypothèse	111
5.2.2	Pertes Joules	111
5.2.3	Pertes mécaniques	112
5.2.4	Hypothèse	117
5.3	Algorithmes d'interpolation	119
5.3.1	Exemple	119
5.3.2	Nouvel espace de travail	122
5.3.3	Forme d'accélération évoluée	124
5.3.4	Opérations floues	127
5.4	Caractéristique de couple.....	131
5.5	Commande parallèle	133
5.5.1	Temps réel ou temps masqué ?	133
5.5.2	Choix particulier	135
5.6	Rapport optimal	136
5.6.1	Remarques	136
5.6.2	Temps de mise en vitesse	137
5.6.3	Rapport optimal classique	138
5.6.4	Validité du rapport optimal classique	139
5.6.5	Rapport optimal réel	140
5.6.6	Impact sur le temps	141
5.6.7	Champ d'application	144
5.7	Sens et frottements.....	145
5.7.1	Hypothèse	146
5.7.2	Modèle	147
5.7.3	Impact	147
5.8	Particularités	149
5.8.1	Structures "parallèles"	149
5.8.2	Productivité ajustable	149
5.9	Plus petite racine	151
5.9.1	Approximation de la plus grande racine	151
5.9.2	Approximation de la plus petite racine	155
5.10	Conclusion du chapitre	155
6	EQUATIONS DES ELEMENTS	157
6.1	Organisation du chapitre.....	157
6.2	Exemple et méthode.....	158
6.2.1	Principe	162
6.2.2	hypothèse	164
6.3	Organes	165
6.3.1	Commande	165
6.3.2	Electronique de puissance	166
6.3.3	Moteur	171
6.3.4	Moteurs linéaires	177
6.3.5	Réducteurs	179
6.3.6	Guidages	204
6.3.7	Transformations	206
6.3.8	Mesure	210
6.3.9	Isolateurs / Amortisseurs	211
6.4	Synthèse	212

7	EXPRESSION DE LA PERFORMANCE	213
7.1	Organisation du chapitre.....	213
7.2	Rigidité dynamique.....	216
7.2.1	Estimation de la rigidité	217
7.2.2	Hypothèse : cinématique rigide	218
7.2.3	Hypothèse : quantification négligeable	218
7.2.4	Régulateur classique du servomoteur	218
7.2.5	Limites de la rigidité dynamique	220
7.2.6	Optimiser les limites de rigidité	221
7.2.7	Système réglé à transmission flexible	222
7.2.8	Stratégie de mesure / collocation	222
7.2.9	Schéma bloc de la rigidité	226
7.2.10	Hypothèse : direct ou r grand	228
7.2.11	Quantification	230
7.2.12	Chaîne de transmission infiniment rigide	230
7.2.13	Hypothèse : Perturbation constante	231
7.2.14	Hypothèse : électronique infiniment rapide	234
7.2.15	Hypothèse : mesure infiniment précise	235
7.2.16	Transmission déformable	237
7.2.17	Synthèse sur la rigidité	238
7.3	Productivité.....	239
7.3.1	Productivité globale	239
7.3.2	Cycle de production	240
7.3.3	Possibilité de prédictions	242
7.3.4	Composantes de la productivité	242
7.4	Longévité.....	249
7.4.1	Détails de quelques organes	251
7.4.2	Dans le monde réel	253
7.4.3	Conclusion sur la durée de vie	254
7.5	Prix.....	254
7.6	Limites de validité / domaine.....	255
7.7	Problème d'optimisation.....	257
7.7.1	Fonction de pondération	260
7.8	Algorithme d'évaluation de la performance.....	263
7.9	Conclusion du chapitre.....	264

Troisième partie : Validation 265

8	RESULTATS PRATIQUES	267
8.1	Organisation du chapitre.....	267
8.2	Approximation de la plus petite racine.....	269
8.2.1	Détermination du nombre de calculs	269
8.2.2	Résultats obtenus	270
8.3	Essais relatifs à la forme de l'accélération.....	271
8.3.1	Vérin rotatif	271
8.3.2	Trajectoires complexes	274
8.3.3	Contrôle des vibrations sur PF42	276
8.4	Banc d'essai rapport optimal.....	281
8.5	Rigidité.....	284
8.5.1	Mesures de rigidité indicielle	284
8.5.2	Rigidité indicielle de la PF42	286
8.5.3	Axes d'une DECO 13	289

8.6	Optimisation.....	292
8.6.1	Analyse pas à pas	293
8.6.2	Productivité entraînement classique	294
8.6.3	Productivité entraînement direct	301
8.6.4	Autres performances	302
8.7	Conclusions du chapitre.....	304
8.7.1	Critique des résultats	304
8.7.2	Strictement techniquement	305
9	CONCLUSION	307

Annexes 313

Caractéristiques rapportées.

Automatisme de création des fonctions de transfert.

Pertes structurelles

Paradoxe vitesse précision

Dimensionnement d'un PID selon Ziegler-Nichols

Rigidité indicielle avec transmission souple

Particularités de MATLAB

Données techniques des machines

Avance contre-broche multi-DECO

Courbes diverses

Liste des symboles utilisés 373

Références bibliographiques 381

Ouvrages et Publications

Brevets & normes :

Catalogues :

Curriculum Vitae 389

Première partie : Contexte

1 INTRODUCTION

1.1 Contexte

La société Tornos SA, fabricant de machine-outil, est un consommateur¹ typique d'entraînements électriques. Depuis ses origines, elle consomme des entraînements électriques. Les premiers systèmes à entraînement électrique se limitent à un moteur fournissant de l'énergie à un ensemble de machines à cames par le biais d'un impressionnant arbre central et d'un système de poulies et de renvois. Une machine, est alors presque entièrement mécanique.

Au fil des années, la motorisation se fait pour chaque machine indépendamment, mais il n'y a toujours qu'un moteur non asservi. Par la suite, le contrôle de la vitesse de rotation du moteur durant le cycle de production devient intéressant. L'électronique fait son apparition dans la machine-outil.

Les premiers axes motorisés font leur apparition en même temps que les premières commandes. Les bandes perforées sont rapidement remplacées par des mémoires. L'informatique arrive.

Les technologies des entraînements évoluent conjointement avec le besoin de compétitivité, les vitesses, les précisions et les forces requises. Parallèlement, la souplesse de l'informatique permet d'augmenter le nombre d'éléments motorisés, remplaçant ou simplifiant divers organes mécaniques.

Les possibilités offertes devenant considérables, des logiciels d'aide à la programmation sont créés pour permettre à l'utilisateur de tirer le meilleur parti de sa machine. Les systèmes experts font leur apparition.

¹ L'utilisateur de l'entraînement électrique est le client de Tornos.

Aujourd'hui, les machines comportent plus de 20 motorisations avec des exigences très poussées. Il faut encore faire mieux : être plus productif, plus précis, disposer de plus de force, etc..

Des solutions originales sont activement recherchées. Peut-on utiliser des moteurs linéaires ? des systèmes bielle manivelle? des crémaillères ? Est-il possible d'améliorer la commande, le régulateur, ...

En plus des contraintes techniques croissantes, on souhaite des temps de développement toujours plus courts. Il apparaît rapidement que cette recherche de solutions performantes met en cause beaucoup d'éléments interdépendants. Pour qu'une telle démarche puisse aboutir sans perte de temps, elle doit être systématique et au moins partiellement automatisée. Ceci donne au problème une portée dépassant largement le cadre d'un simple fabricant de décolleteuses.

De là est née l'idée d'une collaboration école-industrie, puis d'une thèse de doctorat.

1.2 But

Ce travail s'inscrit dans une démarche générale, sortant largement du domaine des entraînements électriques. Cette démarche générale a son propre but. On l'appellera le but idéal. Il représente le concept parfait (utopique) duquel on souhaite s'approcher. Il est important de décrire cet idéal car le présent travail doit précisément aller dans ce sens.

Par contre, tout travail est limité en temps, en ressources et s'inscrit dans un cadre particulier. Il faut tenir compte de ces éléments pour fixer un but réaliste. En particulier, ce travail étant réalisé sous la forme d'une collaboration école-industrie, il devra être en adéquation avec l'environnement industriel tout en respectant les impératifs académiques.

1.2.1 But idéaliste

Connaissant le type de travaux auxquels une machine est dédiée, il est possible de dresser un inventaire des cinématiques envisageables (Figure 1). Celles-ci peuvent être par exemple des axes cartésiens, des systèmes polaires ou des cinématiques parallèles et toutes leurs combinaisons. Chacune de ces cinématiques peut être menée par de nombreuses variantes d'entraînements.

Les différents éléments constitutifs de ces entraînements possibles (commande, régulateur, puissance, actionneur, réducteur, transformation, guidages, amortisseurs) existent eux aussi sous une multitude de variantes. On a finalement des centaines de configurations possibles ayant des caractéristiques très différentes.

La recherche du "meilleur" entraînement électrique (ou l'amélioration d'un entraînement électrique existant) passe par l'évaluation de certaines de ses caractéristiques. La performance de l'entraînement électrique est définie en fonction de l'adéquation existant entre ces caractéristiques et un besoin exprimé dans un cahier des charges (voir chapitre 3). La performance ainsi définie peut être optimisée.

Le but idéal (de la démarche dans laquelle s'inscrit ce travail) est de faciliter et de systématiser la recherche d'une combinaison optimale. L'idéal envisagé est un outil d'optimisation et/ou un système expert permettant d'automatiser cette recherche.

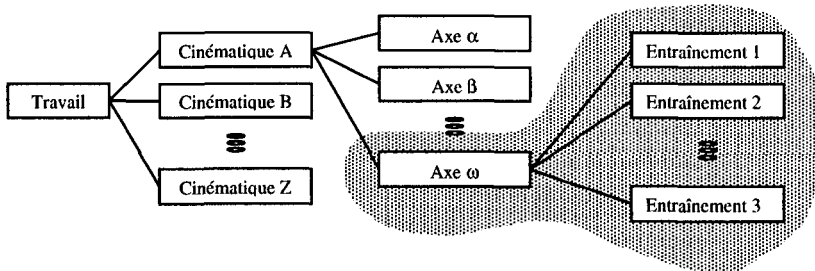


Figure 1 Limitation à un entraînement isolé

1.2.2 But du travail

Afin d'exprimer un but réaliste, on fait le choix de limiter la partie de l'étude. Ainsi :

- ⇒ on se limite à un entraînement isolé d'un axe de machine.
- ⇒ on se limite aux actionneurs électriques.
- ⇒ on se limite à montrer la faisabilité.

Par exemple, la Figure 2 schématise une cinématique cartésienne. Une force utile F est fournie par un système X - Y . L'ensemble est constitué de deux entraînements, un pour la direction X , l'autre pour la direction Y . On ne s'intéressera qu'à un seul entraînement. Cet exemple montre toutefois que le cahier des charges d'un entraînement est dépendant de son environnement. Cet environnement inclus les entraînements voisins. Par exemple, la rigidité au point d'application de la force dépend de l'entraînement en X et de celui en Y .

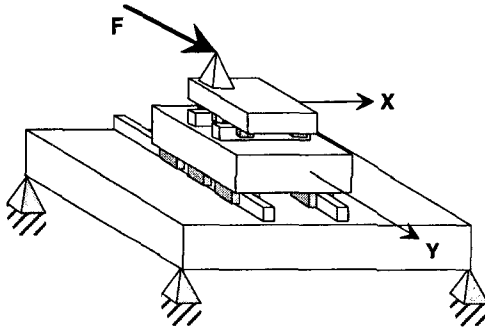


Figure 2 Exemple de cinématique cartésienne.

Ayant ciblé le travail, on peut énoncer le but sous la forme suivante :

Développer un ensemble d'outils visant à automatiser le choix de la composition d'un entraînement électrique optimum selon des critères définis par un cahier des charges.

1.3 Utilité étendue

Le résultat de ce travail doit non seulement permettre de définir l'entraînement idéal, mais il se profile également comme un outil d'analyse performant pour des aspects très divers tels que:

- l'évaluation de l'impact sur le marché d'une modification technologique ou
- la détermination du secteur privilégié d'un organe donné.

Ce genre de besoin est mis en évidence par R.D. Lorenz dans [44].

1.4 Démarche

1.4.1 Performance

Il faut ici commencer par définir trois notions de performances, notions qui seront capitales pour l'ensemble de cette étude.

- ⇒ Une performance partielle qui caractérise une qualité particulière de l'entraînement, par exemple productivité ou prix de l'ensemble.
- ⇒ Une performance individuelle définie comme la performance partielle d'un élément constitutif isolé. Par exemple le prix du moteur.
- ⇒ Une performance de l'ensemble. Cette dernière est une fonction pondérée des performances partielles. Cette fonction est généralement non-linéaire et n'est pas nécessairement continue.

1.4.2 Une approche généraliste

Les entraînements électriques couvrent un vaste domaine, autant dans les technologies utilisées (informatique, micro-informatique, électronique, électronique de puissance, réglage automatique, électromagnétisme, mécanique, métrologie) que dans les domaines d'applications (machine-outil, robotique, électroménager, transport, etc.). Des spécialistes très compétents, ainsi que des recherches de pointe existent pour chacune de ces branches.

A cause de la spécialisation toujours plus fine (*approche verticale*), rendue nécessaire par l'évolution de toutes ces technologies, les liens entre les domaines semblent être de plus en plus délaissés. Le spécialiste d'un domaine connaît moins bien le domaine voisin et les modèles simples et indépendants de l'environnement sont préférés aux modèles interdisciplinaires souvent trop lourds.

Dans l'industrie, il en découle un clivage plus ou moins important entre les *électriciens*, les *mécaniciens*, les *automaticiens* et les *informaticiens*. Ils sont même parfois regroupés dans des bureaux totalement séparés. Il manque une vision d'ensemble. On optimise l'électrique et on optimise la mécanique en espérant naïvement que l'assemblage de ces optimums locaux engendrera un optimum global.

Une vision d'ensemble est capitale. Il faut une *approche horizontale* à caractère généraliste. Il ne s'agit pas d'améliorer tel ou tel organe, mais plutôt de répondre à la question fondamentale : parmi les milliers de combinaisons possibles des éléments constitutifs d'un entraînement électrique, quelles sont celles qui répondent le mieux à un besoin donné ?

Une telle approche est en partie couverte par la *mécatronique* (mot introduit et protégé en tant que marque en 1969 par la firme japonaise Yaskawa [98]).

A défaut d'une définition universelle de ce vocable, utilisons arbitrairement celle proposée par H.-R. Buhler [13]², soit un mélange choisi de **mécanique**, **l'électronique** et d'**informatique** destiné à résoudre un problème d'entraînement³.

Pour résoudre un problème d'entraînement, H.-R. Buhler préconise une équipe pluridisciplinaire et une démarche basée sur un choix à priori suivi d'affinements par petites variations. Le choix à priori est basé sur les connaissances de l'équipe. La qualité de la solution va donc dépendre de l'expérience industrielle de l'équipe. De cette manière, on trouve une solution fonctionnelle mais probablement toujours (au moins un peu) distante de l'optimum. H.-R. Buhler donne de nombreux outils pour évaluer et dimensionner une combinaison donnée. Mais pour trouver la meilleure, il faudrait les évaluer toutes.

La présente étude se différencie de cette approche par les aspects suivants :

D'une part, on veut éviter le choix à priori et assurer une meilleure indépendance du savoir-faire. On cherche à remplacer le besoin d'une équipe pluridisciplinaire ne sélectionnant que l'essentiel des modèles disponibles et en l'intégrant dans des outils informatiques.

En particulier, pour obtenir un modèle d'ensemble (c'est à dire la performance de l'ensemble), il faut une démarche systématique permettant d'intégrer les éléments caractéristiques des modèles indépendants (appelées ici performances individuelles : inerties, rigidités, couple, rendement, ...) dans les performances partielles (productivité, robustesse, durée de vie, prix, ...).

² La bibliographie est classée par ordre alphabétique des auteurs.

³ Selon l'UNESCO,

1.4.3 Généraliste

De nombreux modèles existants sont facilement adaptables à nos besoins. Leur utilisation est typiquement dans l'approche horizontale. De nombreux éléments d'un immense puzzle sont ainsi collectés, ce qui donne une très grande diversité de sujets traités tout au long de cette étude. Cette diversité est voulue et n'est en aucun cas due à un quelconque égarement.

Il en découle une certaine difficulté à donner un fil conducteur au lecteur. Il s'agirait plutôt d'une sorte de carte routière. Pour cette raison, une section est consacrée à l'organisation du document, et de nombreux liens permettent de suivre une piste au travers des différents chapitres.

1.4.4 Spécialiste

En étudiant l'état de l'art, les besoins et les modèles existants, certaines possibilités d'amélioration sont apparues. Au vu du potentiel de ces alternatives, des développements en profondeur sont également présentés. Ces cas particuliers sont réunis dans le chapitre 5.

1.4.5 Ensemble et somme des parties

Les différents organes du commerce sont mis au point pour un environnement et des conditions définis en fonction du marché. Les deux exemples suivants illustrent ce propos :

- ⇒ Les commandes numériques sont orientées robotique ou machine-outil. Les centres d'usinage représentant le plus gros marché de la machine-outil, les commandes orientées machine-outil sont optimisées pour ce marché et ensuite seulement adaptées aux spécificités des marchés voisins (fraiseuses, tours automatiques, etc.). Ces commandes sont certainement utilisables dans bien d'autres applications, mais n'y sont probablement pas optimales.
- ⇒ Il est impossible d'affirmer qu'un moteur linéaire est préférable à un ensemble moteur vis à billes ou vice-versa, sans tenir compte au moins de l'utilisation et des paramètres économiques.

L'optimum doit donc être recherché pour l'ensemble. L'étude des interactions entre les éléments montre qu'il existe des liens plus ou moins critiques entre chacun d'eux (Figure 3). Parmi ces liens, certains sont aussi importants qu'inattendus. Une modification d'un seul paramètre d'un des éléments constitutifs peut entraîner un déplacement significatif de l'optimum global. L'expression mathématique de ces interactions est généralement discontinue, ce qui rend illusoire une formulation symbolique globale.

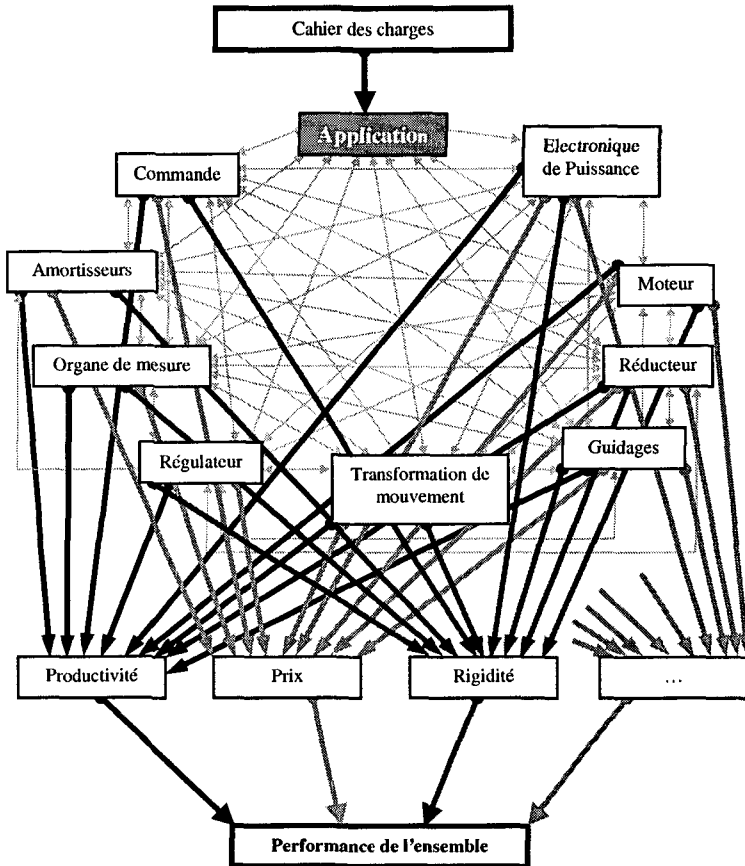


Figure 3 Interdépendance des éléments constitutifs (optimisation)

1.4.6 Contraintes

Certaines grandeurs spécifiées dans le cahier des charges (prix, rapidité, longévité, etc.) doivent être modélisées. Ces modèles sont fonction de certaines contraintes également spécifiées dans le cahier des charges (distances, forces, vitesses, % de temps d'utilisation, etc.). Les modèles sont enfin fonction de paramètres représentant les degrés de liberté (rapport de réduction, courant maximum de l'amplificateur, marge de couple, etc.).

L'optimum doit être dans des limites imposées. Par exemple, le rapport de réduction doit respecter les limites imposées par la vitesse maximale du moteur et les vitesses demandées côté charge. Le cahier des charges peut imposer des valeurs ou des limites pour certaines caractéristiques. En particulier, des grandeurs comme la tension ou la fréquence d'alimentation peuvent être des contraintes imposées.

1.4.7 Méthodes d'optimisation

L'établissement d'une expression de la performance doit tenir compte des possibilités des algorithmes d'optimisation. Certaines formes mathématiques sont en effet plus simples à traiter que d'autres [16].

En particulier, les aspects de productivité et de rigidité sont difficiles à exprimer sans recours à des simulations gourmandes en temps de calcul. Une démarche originale est proposée pour simplifier le problème. Elle utilise une étude approfondie des polynômes. Les polynômes sont d'ailleurs très utilisés tout au long de ce travail.

Hormis ces considérations superficielles, on ne cherche pas ici à définir la meilleure méthode d'optimisation. On se borne à montrer une faisabilité.

1.4.8 Validation pratique

Les hypothèses et autres éléments nouveaux introduits dans le cadre de ce travail sont démontrés par des essais pratiques. Par exemple, l'impact de l'hypothèse du couple constant dans le calcul d'un rapport de réduction est démontré mathématiquement au chapitre 5 et est démontré pratiquement à l'aide d'un banc d'essai au chapitre 8.

On veut montrer le bon fonctionnement du système de recherche d'optimum proposé. Il n'est pas envisageable de tester tous les cas de figure. Par contre, il est possible de vérifier pratiquement certains éléments de la théorie indépendamment des autres. Il n'y a pas de lien simple et bijectif entre les essais pratiques et ces éléments de théorie. On a donc choisi de regrouper les démonstrations et essais pratiques dans un chapitre autonome, le chapitre 8.

Un cas pratique de choix d'un entraînement dans un cadre industriel est également partiellement présenté dans ce chapitre 8.

1.5 Organisation du document

Ce document se compose de trois parties :

- la première partie présente le contexte, l'état de l'art et les principaux choix;
- la seconde partie traite la modélisation des éléments constitutifs et de l'ensemble. Il est composé de la définition de ce que devrait être le cahier des charges, de la présentation des outils utilisés très généralement dans tout ce document et finalement de l'établissement des modèles.
- la troisième partie présente les résultats obtenus.

Ces trois parties sont constituées des différents chapitres succinctement présentés ci-après :

1.5.1 Première partie : Contexte

Chapitre 1 Introduction, conventions, organisation et principaux choix...

Chapitre 2 Etat de l'art. Analyse de l'existant basée sur la littérature, des articles scientifiques et l'expérience industrielle. En particulier, des moyens statistiques fournissent des informations qui impliquent une refonte du cahier des charges de l'entraînement.

1.5.2 Deuxième partie : Modélisation

Chapitre 3 Cahier des charges. Définition du cahier des charges et conséquences pour la suite.

Chapitre 4 Modèle électrique. Un modèle électrique est utilisé de manière très générale dans ce travail. Une systématique a été développée et est un pré-requis pour la compréhension des chapitres suivants.

Chapitre 5 Perfectionnements. Les simplifications et améliorations originales des modèles classiques sont réunies dans ce chapitre.

Chapitre 6 Mise en équation des éléments constitutifs.

Chapitre 7 Mise en équation des performances.

1.5.3 Troisième partie : Validation

Chapitre 8 Résultats pratiques. Ce chapitre présente les résultats de divers essais pratiques réalisés.

Chapitre 9 Conclusion.

1.6 Organisation des chapitres

Chaque chapitre commence par une présentation de son contenu, la définition du sujet et la manière dont il est traité.

1.7 Comment retrouver l'information

De part sa nature l'information présentée dans ce document est constituée d'une grande quantité de données interdépendantes et de natures très diverses (voir Figure 3). Pour faciliter la navigation dans cet imbroglio, on donne ici deux "*cartes de géographie*". L'une concerne la structure du document, la seconde précise la structure du logiciel d'optimisation.

1.7.1 Structure de l'information

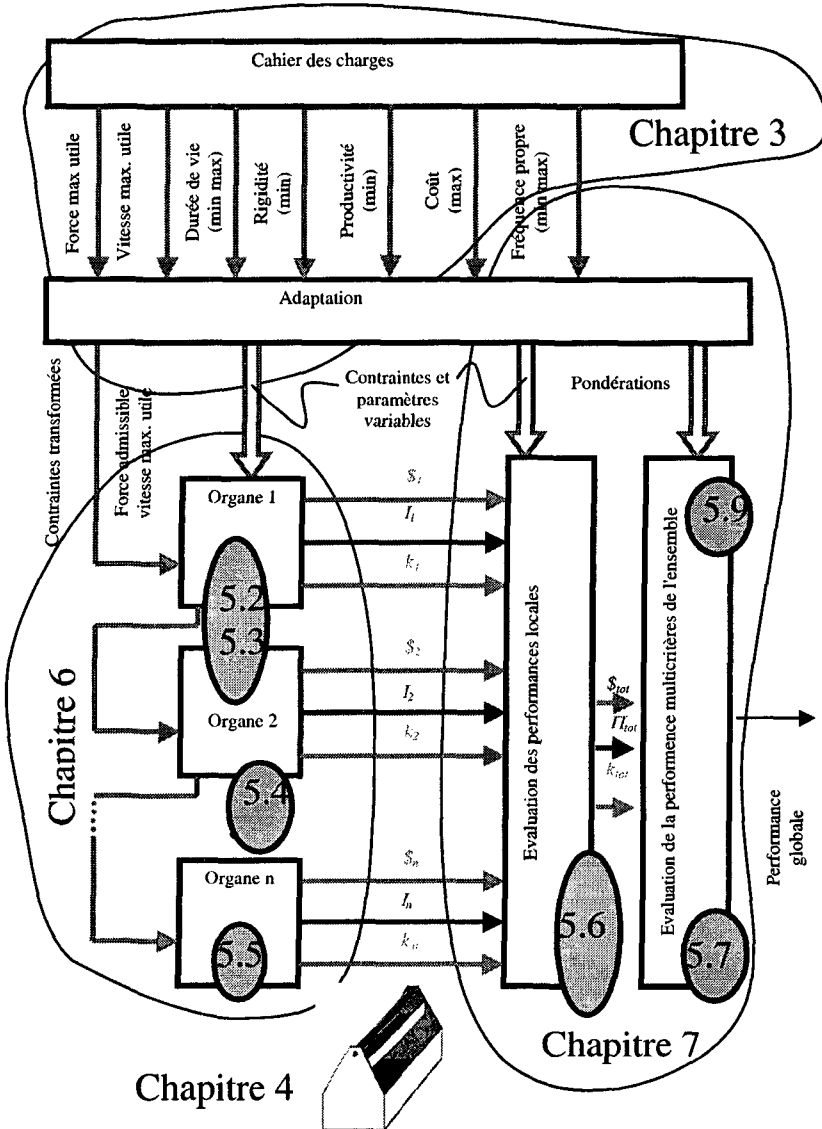


Figure 4 Carte géographique du document

En fonction des informations recueillies lors de l'étude de l'état de l'art (Chapitre 2), il est possible de définir un cahier des charges (Chapitre 3) et de planifier une méthode de travail. En particulier, les outils développés dans cette thèse et utilisés dans plusieurs modèles sont réunis dans le chapitre 4. Certains développements sont caractérisés par leur aspect spécialiste (par opposition à généraliste) et leur emploi limité à un modèle. Ces développements sont réunis dans le chapitre 5. Comme le montre la Figure 4, ces développements sont utilisés dans des parties très diverses du processus.

Les éléments du cahier des charges peuvent être séparés ainsi :

- ⇒ Les contraintes qui seront transformées par les organes. Par exemple, la force nécessaire à la charge est transformée par une vis à bille. Vu du réducteur, cette force est un couple dont la valeur dépend (entre autre) du pas de la vis. Cette contrainte de couple, vue du moteur, est un autre couple dont la valeur dépend (entre autre) du rapport de transmission. L'électronique de puissance doit alors délivrer un courant qui dépend de tous les organes intermédiaires.
- ⇒ Des paramètres fixes, tels que la distance maximale.
- ⇒ Des paramètres variables tels que le pas de la vis, les rapports de réduction, la constante de couple du moteur, etc.
- ⇒ Et des pondérations permettant de qualifier l'optimum.

Ces éléments du cahier des charges sont utilisés pour l'établissement des performances individuelles, c'est l'objet du chapitre 6. Les performances individuelles sont ensuite regroupées pour établir les performances partielles qui à leur tour sont regroupées pour obtenir la performance de l'ensemble, au chapitre 7.

Le chapitre 8 présente les expérimentations pratiques qui ne sont pas représentées sur la carte de la Figure 4.

L'ensemble de ce travail aboutit à une réalisation pratique : un programme d'optimisation. Le point de départ de ce programme est constitué de :

- ⇒ une "*base de donnée*" des différentes variantes des éléments constitutifs (fichier plat contenant les constantes technologiques telles qu'établies au chapitre 6);
- ⇒ des "*définitions communes*" c'est à dire les équations basées sur les modèles établis au chapitre 6;
- ⇒ du cahier des charges définit au chapitre 3.

On crée d'une part l'arbre des possibilités (il définit la constitution) et, d'autre part, les équations symboliques des performances partielles (très peu dépendantes de la constitution). Ceci est illustré sur la Figure 5.

On balaye ensuite l'arbre des possibilités et, pour chaque branche, on remplace les variables par leur valeur (constantes technologiques) extraite de la base de données.

Ensuite on pondère en fonction des objectifs définis dans le cahier des charges et on exprime la performance de l'ensemble.

Cette performance d'ensemble est alors optimisée (avec des contraintes également issues du cahier des charges et dépendantes de la branche considérée). On associe alors cette performance à la branche correspondante.

Finalement, on trie les performances de chaque branches et on les présente dans l'ordre décroissant.

1.8 Conventions

1.8.1 Forces généralisées

Tout mouvement peut être décomposé en une translation et une rotation. Les entraînements électriques sont utilisés pour animer ces deux types de mouvements. Pour diverses raisons, une transformation d'un mouvement rotatif en un mouvement linéaire peut intervenir dans certains cas (rarement l'inverse).

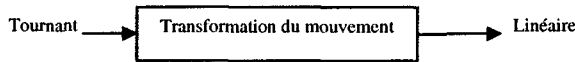


Figure 6 Transformation de mouvement

Une telle transformation ne change pas la nature des équations, seule les unités sont modifiées. Par exemple, l'équation de Newton peut être formulée de deux façons selon le type de mouvement :

$$F = m \cdot a \quad (1)$$

$$M = J \cdot \varepsilon \quad (2)$$

selon le point d'observation (côté linéaire ou côté tournant). On peut donc utiliser une notion de force généralisée qui fait abstraction du type de mouvement. Par souci de généralité, toutes les équations sont donc développées sans distinction entre système tournant et linéaire. Les organes de transformation du mouvement sont considérés de la même manière que les réducteurs, à la différence près que le rapport de réduction est affublé d'une unité (et n'est éventuellement pas constant). Il en découle que :

- le terme de force F est parfois utilisé pour désigner un couple M , et vice-versa;
- le terme masse m est parfois utilisé pour représenter une inertie J , et vice et versa;
- le terme accélération a est parfois utilisé pour représenter une accélération angulaire ε ;

- du point de vue des équations, la différence tient dans l'unité d'un rapport r ($[-]$ sans transformation, $[m/rad]$ dans le cas d'une transformation d'un système tournant à un système linéaire).

On retrouve cette dualité dans la liste des symboles utilisés qui propose deux unités pour les grandeurs concernées, une pour le mouvement linéaire, l'autre pour le mouvement tournant.

1.8.2 Référentiel

Dans certains cas, il est nécessaire de spécifier formellement le référentiel dans lequel est exprimé une grandeur. Par exemple, on parle fréquemment d'inertie totale J_{tot} réduite (ou rapportée) au moteur. On notera alors le point de réduction (ou référentiel) entre parenthèses sous la grandeur concernée.

Exemple : J_{tot}
(*mot*)

La majorité des entraînements ont un moteur tournant alors que la charge est en translation. On utilisera dès lors les notations usuelles des systèmes tournants (θ , Ω , ε , M pour position, vitesses, accélération et couples) côté moteur alors que les notations usuelles des systèmes en translation (x , v , a et F) sont réservées au côté charge sans se soucier de la nature réelle des mouvements.

Entrée et sortie

Pour la majorité des différents organes qui seront étudiés, on désigne une entrée (côté moteur) et une sortie (côté charge).

Repères et indices

Quand il n'y a pas de risque de confusion, les chiffres 1 et 2 sont utilisés pour indiquer l'entrée, respectivement la sortie d'un organe. Par exemple un couple d'engrenages a une vitesse d'entrée Ω_1 et une vitesse de sortie Ω_2 , Un couple M_1 à l'entrée et M_2 à la sortie, et ainsi de suite pour toutes les grandeurs pouvant être rapportées à une des deux extrémités.

Quand plusieurs organes sont considérés simultanément, ou pour les organes possédant plus de deux extrémités, des indices particuliers seront indiqués de cas en cas.

1.8.3 Décélération

Une décélération est une accélération négative. Quand il n'y a pas lieu de les différencier, le terme accélération est donc utilisé aussi bien pour des accélérations que pour des décélérations.

1.8.4 Grandeurs et unités

Les symboles des grandeurs seront notés en italique et leurs unités placées entre crochets. Par exemple, pour un couple de forces, on utilisera le symbole M et son unité sera donnée en $[Nm]$.

Pour les grandeurs sans unité, on utilisera le symbole $[-]$ et pour les grandeurs relatives $[p.u.]$ selon la définition donnée dans [39].

1.8.5 Références

Selon l'usage, les références bibliographiques sont données entre crochets. Il n'existe pas de confusion possible avec la notation des unités car les références sont toujours des nombres ce qui n'est jamais le cas des unités.

2 ETAT DE L'ART

2.1 Présentation du chapitre

Le but de ce chapitre est la définition du point de départ de cette thèse. Il introduit les notions de base qui seront utilisées par la suite. Pour ce faire, le domaine des entraînements électriques est examiné sous plusieurs angles :

- ⇒ On commence par un bref historique (section 2.2). Cette vision a deux objectifs. Le premier est de comprendre les raisons de certains choix et de vérifier qu'ils sont toujours raisonnables. Le second but est d'extrapoler un peu pour imaginer les besoins de demain.
- ⇒ On poursuit par une vision d'ensemble des applications dans lesquelles les entraînements électriques sont utilisés ou utilisables (section 2.3). Cette vision permet d'appréhender la nature des exigences des utilisateurs.
- ⇒ On identifie ensuite les différents éléments constitutifs qui entrent en ligne de compte (section 2.4). Le but de cette vision est d'identifier la nature des problèmes à traiter. On montre en particulier les liens identifiés entre les applications et certains éléments.
- ⇒ On présente succinctement les éléments les plus pertinents trouvés dans la littérature (section 2.5).
- ⇒ Finalement on propose une démarche pour définir le besoin de manière suffisamment précise (section 2.6). Cette démarche est illustrée dans une situation réelle (section 2.7).

2.2 Historique

Dans un premier temps, les moteurs électriques ont comme première utilité de fournir une puissance sous forme mécanique⁴ (Figure 7).



Figure 7 Atelier complet animé par un seul moteur électrique par le truchement d'arbres, de poulies et de courroies

⁴ Premiers moteurs électriques: ~1840

La transformation de cette puissance brute en une puissance utilisable est assurée par des systèmes mécaniques. Les arbres à cames, les cames, les galets et les bras de leviers permettent de moduler cette puissance en fonction d'informations mémorisées sous forme mécanique (Figure 8). Information et puissance sont séparées.

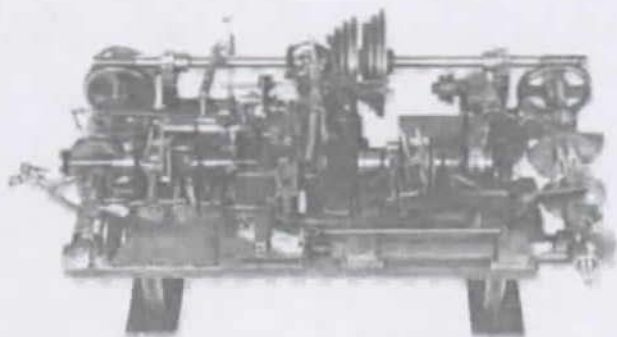


Figure 8 Tour automatique entièrement à cames 1900
La motorisation est externe

Très tôt, l'apparition des premiers éléments d'électronique de puissance permet de contrôler les moteurs DC (au moins en vitesse). Les machines peuvent alors être contrôlées en vitesse, d'abord manuellement puis automatiquement (on voit par exemple des cames pilotant des interrupteurs qui contrôlent la vitesse).

Ensuite, l'apparition des moteurs pas-à-pas permet de moduler la puissance mécanique avec une information de position. Le moteur n'est plus limité à une source de puissance, mais il est de plus en plus intimement associé à un transfert d'information (parfois associée à une bande perforée).

L'entraînement électrique se divise alors en deux branches, selon que l'on souhaite ou non un contrôle de la position.

2.2.1 Positionnement

On voit apparaître la notion de *programme pièce* et des *langages de programmation*. La position est définie en fonction d'une trame séquentielle par quelques valeurs caractéristiques.

Les tâches automatiques incluant du positionnement ne sont plus réservées aux seules cames. D'autres supports d'information sont mis au point. Les premiers supports sont les bandes perforées. A leurs débuts (1930 à 1960), elles sont lues séquentiellement, au fur et à mesure du déroulement du programme. Par la suite, ces bandes sont utilisées comme moyen de stockage et de transport de l'information (1960 à 1970). Elles sont alors lues par une commande électronique, avant le déroulement du programme. L'information étant alors mémorisée électroniquement, totalement ou par partie.

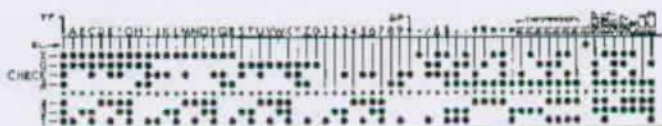
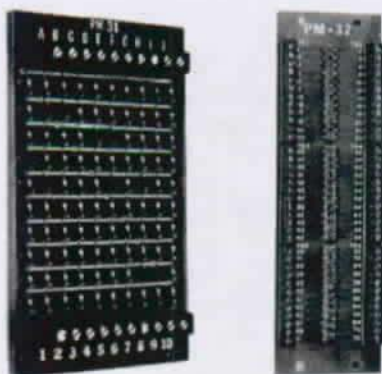


Figure 9 Bande perforée

L'utilisation de bandes perforées (Figure 9) puis de matrices de codage (Figure 10) (1960 à 1970) ne convient rapidement plus à la description de mouvements toujours plus exigeants.

Figure 10 Matrices de codage

Les opérations sont définies par des inserts placés dans les colonnes successives



La précision et la vitesse des premiers entraînements sont rapidement insuffisantes. On souhaite contrôler des positions spatiales définies par 2 et bientôt 3 motorisations. La définition et le contrôle des points de départ et d'arrivée ne sont plus suffisants. Les vitesses demandées sont telles qu'elles impliquent des dépassements de trajectoire. A cette époque (~1960), les mémoires informatiques font leur apparition, mais ne sont pas une réponse à ce problème. En effet, leur capacité est dérisoire et leur prix dissuasif.

Commandes numériques

Dès 1970, l'invention du microprocesseur aidant, on imagine des systèmes de contrôle qui calculent en temps réel des points intermédiaires, et qui contrôlent la vitesse de défilement de la trame séquentielle. Les points intermédiaires sont calculés par interpolation, les systèmes de contrôle y trouvent leur nom : des interpolateurs (section 5.3).

Tout va dès lors très vite. Au milieu des années 70 les premiers variateurs de fréquence industriels permettent de moduler la vitesse des moteurs asynchrones, des régulateurs performants permettent de faire du positionnement avec les moteurs DC puis avec des DC *sans collecteur*. Vers la fin des années 80, les variateurs de fréquence autorisent l'utilisation des moteurs asynchrones en tant que *servomoteurs* (ou moteur d'axe), avec couple même à l'arrêt [41].

Situation d'aujourd'hui

Le prix et la capacité de la mémoire ne sont plus un handicap. Des procédés simples de compression des données [93] accentuent cette constatation. Il est donc tout indiqué d'envisager un système de commande basé sur des trajectoires pré-calculées [58], [93]. La section 5.5 démontre les avantages théoriques de cette démarche.

2.2.2 Mises en vitesse

Les principaux faits historiques pour ce type d'utilisation des entraînements (amélioration des puissances volumiques grâce à des matériaux modernes tels les terres rares, l'amélioration des rendements, possibilités de synchronisation) n'apportent rien de décisif pour ce travail.

Selon que l'on désire contrôler la vitesse et/ou la position ou non, on parle de broches pour les systèmes contrôlés ou de moteurs auxiliaires.

2.3 Applications

Le domaine des entraînements électriques est très varié :

- ⇒ il couvre des puissances allant de quelques milliwatt à des centaines de kilowatt ;
- ⇒ les amplitudes des mouvements désirés vont de quelques centièmes de millimètres (bonding) ou quelques secondes d'arc (alignement de laser entre satellites) à des centaines de kilomètres (véhicules) ;
- ⇒ on trouve des vitesses très faibles (motorisation de télescope) et des vitesses très élevées (broches de perçage).

Deux principaux types de mouvements sont considérés : linéaires et tournants. De nouvelles possibilités apparaissent toutefois avec des moteurs ayant plusieurs degrés de liberté (moteurs linéaires dans un plan, moteurs dans une sphère), mais celles-ci sont encore anecdotiques.

Examinons superficiellement les performances attendues des entraînements électriques dans les groupes d'applications arbitraires suivants :

- ⇒ Les véhicules.
- ⇒ Les systèmes de manutention.
- ⇒ Les machines de production.
- ⇒ Les auxiliaires.

2.3.1 Les véhicules

Les moteurs électriques sont utilisés depuis longtemps dans les trains et tramways mais ne sont étudiés que depuis peu pour des véhicules autonomes.

Dans les deux cas d'applications, on cherche à avoir un excellent rendement, un couple maximum à toutes les vitesses, récupérer l'énergie de freinage. Les vitesses sont relativement faibles. Pour les véhicules indépendants, on souhaite en plus un poids minimal et une durée de vie (en heures d'utilisation) nettement inférieure (<5000) à celle attendue en machine-outil (>5000).

2.3.2 Les systèmes de manutention

On place dans cette catégorie les tapis-roulants, les robots manipulateurs (palettisation).

Les qualités recherchées sont de cas en cas une relative stabilité en vitesse, une grande accélération, un certain confort, une précision de positionnement ou une grande force.

2.3.3 Les machines de production

Les machines-outils [84], [85] (centres d'usinage, tours automatiques, fraiseuses, meuleuses, machines à découper, etc.), les machines à tisser, les rotatives d'imprimerie, les presses, les machines d'injection plastique, les fours de cimenterie, etc. sont réunis ici.

Les critères de performances sont des forces très grandes, la productivité, la précision, la stabilité thermique, la rigidité, la robustesse, du confort, une oscillation de couple minimale, des vitesses élevées, peu de vibrations, une très grande durée de vie et, du fait de la grande quantité d'entraînements équipant certaines machines (Figure 11), un prix très bas.

2.3.4 Les appareils

Cette catégorie regroupe un peu tout ce qui n'a pas été placé dans les catégories précédentes : la vitre automatique de voiture, les portes coulissantes, les ventilateurs, la brosse à dent électrique. La machine à laver, l'imprimante de bureau, le *plotter*, le *scanner*, l'appareil photos, les machines manuelles (perceuse, meuleuse, scies de toutes sortes, visseuses électriques, etc.) les appareils électroménager (lave-linge, lave-vaisselle, appareils divers pour débiter les légumes, mixer, four à air chaud, etc.), télescope, etc.

Ici, les performances identifiées sont la simplicité, le prix et une relative précision.

Maîtrise : Application :										
	... du couple	... des petites vitesses	... des grandes vitesses	... de la position finale	... de la position en tout temps	... de la rigidité	... de l'accélération	... du jerk	... du contenu fréquentiel	... des oscillations de couple
tapis roulants		+					+	~		+
robots		+	+	+	~		+	~		
manipulateurs		~	++	+			++	~		
palettisation			++	+			++	~		
tours automatiques	+	++	+	++	++	++	++	+	~	+
fraiseuses	+	++	++	++	++	++	++	+	~	+
rectifieuses	+	++	++	++	++	++	+	+	~	+
machines à découper	+	++	++	++	++	++	++	+	~	+
machines à tisser		+	+	+			++	+	~	+
rotatives d'imprimerie	+	++	++	++	+		+	+	~	+
presses	+	+		+		+				
d'injection plastique	+	+		+						+
fours de cimenterie		+								
machine à laver		+	+							+
imprimante		+	+	+	++		++	+		
scanner		+	+	+	++		++	+		
appareil photos	+	+		+						
machines manuelles		+	++							+
électroménager		+	+							
portes coulissantes	+	+								
ventilateurs			+							
brosse à dent électrique		+								+
vitre automatique		+								+

++ rigoureux + simple ~ optionnel

...	du rendement η	...	des retours sur le réseau	...	de la durée d'utilisation	...	de la robustesse	...	du poids	...	de l'encombrement	...	du prix	Quantité de "rigoureux"	...	Quantité de "simple"	...	Quantité de "optionnel"	...
+	~	+	++	++	+	+	++	+	+	++	+	+	+	+						1	6	2			
~	+	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++						5	5	4			
~	+	++	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+						3	6	3			
~	+	++	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+						3	6	2			
+	+	++	+	+	++	+	+	+	+	+	+	+	+	+						7	9	2			
+	+	++	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+						7	9	2			
+	+	++	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+						6	10	2			
+	+	++	+	++	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+						8	8	2			
+	+	++	+	+	++	+	+	++	+	+	+	+	+	+						3	10	2			
~	+	++	+		+	+			+	+										4	9	3			
~	+	++	++																	2	5	1			
~	+	++	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+						1	9	1			
++	++	++	++																	4	1	0			
~	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+						0	9	1			
		+	~		+	++	+													3	6	1			
		+	~		+	++	+													3	6	1			
+		~	~	+	++	+														1	6	2			
	+	~	~	+	++	+														2	5	2			
	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~						0	3	5			
	~	+	~			+														0	4	2			
		+	~		+	+														0	4	1			
+		~	~	+	+	+														0	6	2			
		~	~			++														1	2	2			

Tableau 1 Aperçu des exigences pour quelques cas d'utilisation

2.3.5 En résumé

En plaçant les différents cas d'application et les qualités qu'ils requièrent dans un tableau comparatif, il apparaît que le domaine de la machine-outil regroupe déjà un certain nombre d'exigences⁵. Ce domaine constitue donc une base intéressante pour notre étude (utilisation optimale des composants existants).

Par ailleurs, une vision des axes d'améliorations des entraînements électriques par secteur d'application est développée dans [44], mais c'est une autre démarche (amélioration des composants).

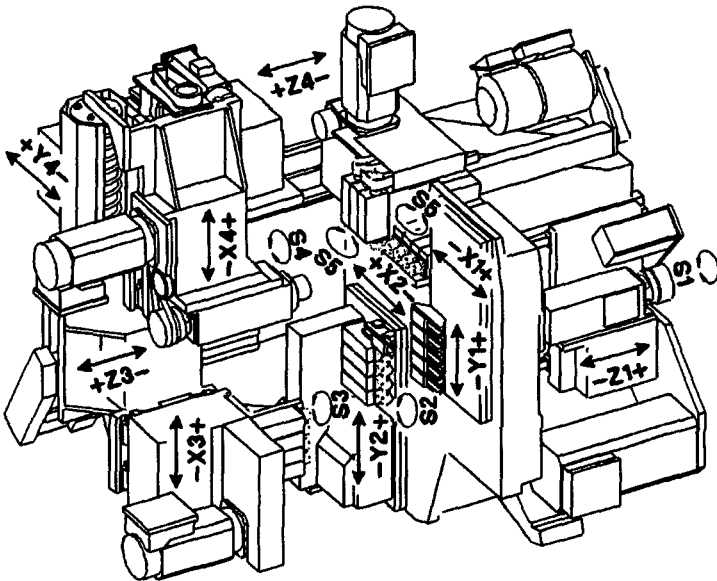


Figure 11 Exemple de machine-outil (TORNOS SA - DECO 20)

Elle est équipée de 15 entraînements électriques, soit 10 axes (x1, x2, x3, x4, y1, y2, y4, z1, z3, z4) et 5 broches (s1, s2, s3, s4 et s5) sans compter les ventilateurs et autres moteurs accessoires

⁵ On est conscient de la part importante de subjectivité.

2.4 Organes constitutifs

Les éléments suivants sont considérés :

- ⇒ Commande;
- ⇒ Régulateur;
- ⇒ Amplificateur;
- ⇒ Moteur;
- ⇒ Conditionnement;
- ⇒ Mesure;
- ⇒ Supports;

2.4.1 Commande

Par commande, on entend ici la partie qui, en fonction d'un programme mémorisé, fournit des consignes à un ou plusieurs systèmes réglés ou non. Il existe différents types de commande et certaines variantes sont encore à venir (voir PNC chapitre 5).

Le mouvement souhaité est parfois réalisé par un seul entraînement électrique, mais il est plus fréquemment associé à d'autres entraînements. Le genre d'association a des implications sur les critères de choix et définit le type de commande nécessaire.

On considérera plusieurs cas de figure :

- ⇒ Les mouvements des différents axes sont indépendants.
- ⇒ Les mouvements sont synchronisés sur un certain nombre de bornes spatiales ou temporelles.
- ⇒ Les mouvements sont interpolés. Ce terme *interpolé* est inexact mais généralement utilisé dans le monde de la commande numérique. Il trouve son origine dans les procédés de calcul utilisés par les premières commandes numériques. Il signifie qu'une trajectoire spatiale est respectée (à une marge d'erreur donnée) en tout temps.
- ⇒ Les mouvements sont contrôlés en série (maître-esclave).
- ⇒ Il y a, ou il n'y a pas, de feed-back d'un mouvement sur l'autre.

Dans le monde des spécialistes de la commande numérique, il y a tout un jargon spécialisé, mais non normalisé qui mérite quelques explications.

En particulier, les notions "synchronisé" et "interpolé" sont plus étendues que la signification des noms qui sont abusivement utilisés pour les désigner.

On trouvera ci-dessous quelques exemples illustrant les concepts dont la présentation est nécessaire pour la compréhension des chapitres suivants.

Mouvements indépendants:

Un bras manipulateur doit se déplacer d'un point $\{x_0, y_0, \dots\}$ à un point $\{x_1, y_1, \dots\}$ sans spécification sur le chemin à parcourir. Les mouvements dans les différents axes peuvent commencer simultanément ou non. L'arrivée peut être ou non simultanée. Un signal peut être généré quand tous les axes ont terminé leurs mouvements, ce signal permet de synchroniser l'enchaînement des mouvements, mais il n'y a pas de véritable synchronisation du mouvement proprement dit. Une table x-y d'une pointeuse est un exemple typique de ce cas de figure.

Mouvements synchronisés:

Deux mobiles doivent se croiser en un point $\{x_0, y_0, \dots\}$ donné. Les vitesses et positions des mobiles avant et après cette borne ne sont pas spécifiées. Il s'agit par exemple d'un palpeur mobile destiné à vérifier la présence d'outil mobile. De nombreux robots travaillent également sur ce mode : la trajectoire à suivre ne requiert pas de précision, seuls quelques obstacles doivent être évités et les directions d'arrivée et de départ peuvent être importantes (par exemple lors de l'introduction d'un doigt dans une cavité).

Exemple : un usinage dont la géométrie ne nécessite pas de combinaison d'axes ne demande que ce type d'interaction. Il s'agit de la majorité des tournages (alors appelés fonçages) et perçages axiaux.

Mouvements interpolés:

La trajectoire doit être respectée en tout point, qu'il y ait variation de vitesse ou non et quelle que soit la vitesse curviligne. L'usinage de formes dans des directions correspondant à une combinaison de plusieurs axes nécessite une interpolation. En effet, la qualité de la chose produite dépend directement de cette trajectoire.

Exemple : contrôle des rouleaux d'une machine d'imprimerie. Usinage de formes complexes ou simplement non axiales.

La définition de la trajectoire spatiale ne pose aucun problème. Il s'agit de suites de points reliés par des fonctions prédéfinies (Figure 12 illustration d'une droite AC suivie d'un arc de cercle CB).

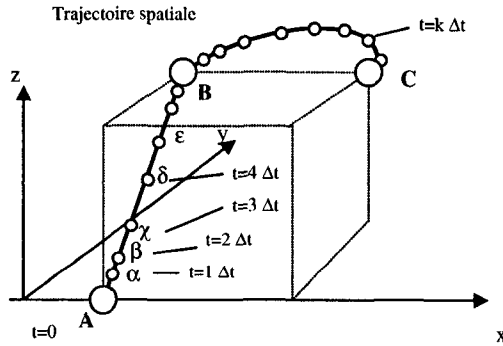


Figure 12 Coordonnées temporelles des instants d'échantillonnage

C'est l'intégration de l'information temporelle qui est délicate [21]. En effet, la trajectoire doit être parcourue à des vitesses spécifiées, ce qui entraîne des phases de changement de vitesse durant lesquelles il faut contrôler l'accélération et si possible le jerk⁶, $J_{erk} [m/s^3]$. Pour générer les trajectoires spatiales, il faut donc déterminer pour chaque incrément de temps des points intermédiaires. Par exemple, les points $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ correspondant aux temps $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots$ doivent être ajoutés entre les points A et B. Ce problème sera étudié en détail dans la section 5.3. Cette introduction est suffisante pour l'instant et permet de mieux comprendre les différences entre les différents types de contrôle présentés ci-après.

Contrôle en série

Certains entraînements électriques alors appelés esclaves suivent un axe maître. Cette situation se rencontre fréquemment lorsqu'un organe est ajouté à une machine existante, ou pour réaliser différentes variantes de suiveurs.

Ce type de contrôle va obligatoirement engendrer une erreur de poursuite. En effet, la fonction de transfert des entraînements suiveurs (Figure 13, repères 2 et 3) comporte obligatoirement un retard.

⁶ Dérivée de l'accélération

Il y aura donc un décalage spatial pour les vitesses constantes et des distorsions géométriques dans les phases d'accélération. Les exemples les plus fréquents sont liés à des entraînements rotatifs comme les broches (prise de pièce) et le polygonage.

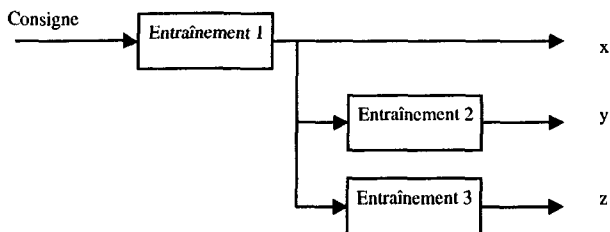


Figure 13 Contrôle maître - esclave

Commande parallèle

Ce type de contrôle existe depuis longtemps pour les applications de robotiques de type synchronisé. Pour les systèmes interpolés, un système innovant est introduit à la section 5.5. Les différents axes reçoivent les consignes séquentiellement figure 14.

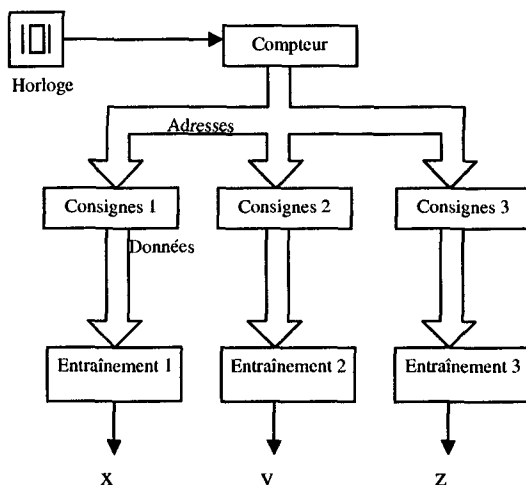


Figure 14 Contrôle parallèle

Contrôle avec feed-back

De grandes différences de dynamiques dans les différents axes ou des exigences très pointues sur le suivi de la trajectoire peuvent entraîner le besoin d'un organe de contrôle supplémentaire : un régulateur multi-variables (Figure 15). C'est également le cas pour le contrôle des systèmes présentant de fortes interactions entre les différents axes [25], [61]. le schéma bloc devient alors celui de la Figure 16.

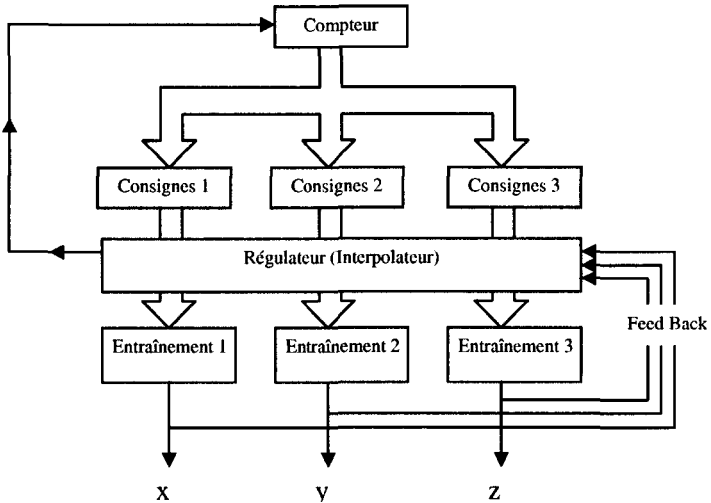


Figure 15 Contrôle avec feed-back

Spécifications sur les interactions

Les spécifications liées aux interactions entre les axes ont donc une importance considérable sur les choix liés à la commande et à la régulation. Le cahier des charges contiendra donc des spécifications quant au type de synchronisation entre les différents entraînements :

- ⇒ libres;
- ⇒ synchronisés;
- ⇒ interpolés (avec mention de la tolérance sur la courbe spatiale).

Il faudra en plus spécifier s'il y a couplage entre les axes (machines parallèles). Ces éléments ont une influence considérable sur le calcul de la performance de l'ensemble.

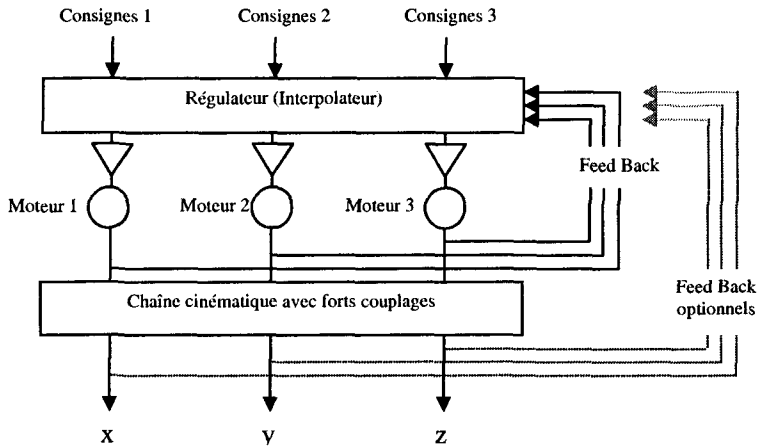


Figure 16 Contrôle multi-variable

2.4.2 Régulateur

De nombreuses variantes de régulateurs sont envisageables pour tous les types d'applications. Dans la majorité des cas, qu'il s'agisse d'une régulation de couple, de vitesse ou de puissance; le régulateur fait partie intégrante de l'électronique de puissance. Le PID numérisé reste le régulateur le plus fréquent, amélioré au moyen de divers filtres, commande à priori, correction d'erreur de poursuite, etc.

Il faut noter que le régulateur a des propriétés très différentes selon le type de commande à priori que l'on peut utiliser. En effet, si la consigne disponible est vectorielle (composée des consignes de position, de vitesse, d'accélération voire même de jerk), la rigidité (asservissement) est indépendante des paramètres de réglage et peut être optimisée indépendamment. Dans la majorité des cas, la consigne se limite à une grandeur scalaire et il n'est pas possible de la dériver, et il faut faire un compromis entre la qualité du réglage et celle de l'asservissement.

Il est également possible d'envisager un régulateur personnalisé, RST, réglage d'état, CRONE [53]. Pour cela, il faut soit avoir accès au régulateur, soit créer un régulateur, ou encore utiliser un régulateur externe (par exemple un PC) pour piloter un amplificateur existant.

Dans de rares cas d'applications, par exemple quand la fréquence propre du système est très élevée, un type de régulateur s'impose. Dans tous les autres cas, les micro-contrôleurs d'aujourd'hui permettent de réaliser quasi toutes les variantes sans grand impact sur le prix.

La question est plutôt de savoir où se trouve physiquement le régulateur. Est-il dans le moteur, dans une carte de puissance, dans une carte spécialisée, dans l'organe de commande ou bien encore réparti? C'est ici que les arguments commerciaux apparaissent et forcent à reconsidérer les prix de cas en cas.

2.4.3 Amplificateur

L'impact de l'amplificateur sur le choix d'un entraînement électrique est principalement lié au prix. Il est très délicat de modéliser le prix d'un amplificateur en fonction de ses caractéristiques. Ceci, d'une part parce qu'il faut généralement associer l'amplificateur à un moteur pour obtenir des caractéristiques et, d'autre part, parce que les arguments commerciaux sont prépondérants. A noter que plusieurs critères de performances peuvent être améliorés au niveau de l'amplificateur. C'est par exemple le cas des oscillations de couple, de certaines non-linéarités de la mesure, de la précision de mesure, du rendement, du couple, de la durée de vie, etc.

2.4.4 Moteur

On trouve dans [13] et [41] des indications sur les domaines d'utilisation typique des différents types de moteurs et les critères de choix. En dehors de ces critères liés principalement à la vitesse et au couple, il faut tenir compte des aspects suivants : durée de vie (des charbons, des corps roulants, des frictions), étanchéité, rendement.

La caractéristique de couple d'un moteur est un point crucial. En particulier, elle dépend du taux d'utilisation (%ED) et influence directement la productivité. La nature de la consigne influence également cette caractéristique [60]. On verra qu'il existe une forme idéale impliquant des pertes joules minimale, et autorisant de fait une utilisation étendue du couple. On verra à la section 5.2 que cette caractéristique est en plus modulée par le niveau de confort souhaité.

La technique de l'entraînement direct autorise la suppression de nombreux organes mécaniques. Ceci a un impact sur des aspects tels que fiabilité et prix de montage. La comparaison entre entraînement direct et classique devra tenir compte de ce genre de critères.

2.4.5 Conditionnement

Les organes de conditionnement sont regroupés en deux genres :

- ⇒ Les réducteurs, qui ne changent pas la nature du mouvement, mais en change la vitesse (engrenages, différentiels, planétaires, *harmonic-drives*, poulies, chaînes, leviers).
- ⇒ Les adaptateurs qui permettent de transformer un mouvement linéaire en un mouvement rotatif ou vice-versa (vis à billes, vis sans fin, crémaillère, roue, bielle, came, croix de malt, etc.).

Ils peuvent être ou non linéaires. Dans les deux cas, les forces peuvent être transmises par appui et/ou par frottement. Il y a donc divers phénomènes à considérer : on trouve des systèmes basés sur la friction [82] et [83], ce qui implique des phénomènes non-linéaires tels que glissement et fatigue [52].

2.4.6 Mesure

Les techniques de mesures sont nombreuses : Résolveur, encodeur, absolu ou incrémental, linéaire ou rotatif, optique, magnétique, combiné (encodeur + crémaillère) déductif⁷, etc.

La solution consistant à mesurer la position au niveau du moteur est très répandue car l'organe de mesure est généralement intégré au moteur. Ceci implique des exigences accrues pour la chaîne cinématique. Que l'on considère un entraînement classique ou un entraînement direct, on peut envisager de mesurer la position à la sortie de cette chaîne et ainsi utiliser le régulateur pour linéariser, une chaîne cinématique présentant de petites non-linéarités. Dans une moindre mesure il est parfois possible d'améliorer sa rigidité, voire même de la créer dans le cas limite de l'entraînement direct.

⁷ Système établissant une grandeur (par exemple position) par déduction d'autres grandeurs mesurées (courants, tensions) [7].

Cette approche implique non seulement un organe de mesure supplémentaire, mais aussi une étude plus approfondie de la stabilité [22], [30] (à cause des éléments introduits entre le moteur et le point de mesure) et surtout de la rigidité (voir section 7.2). Il faut encore signaler que la régulation n'est en aucun cas une réponse à une mécanique négligée [54].

2.4.7 Supports

On regroupe ici tous les organes qui supportent la chaîne cinématique mais qui n'interviennent pas dynamiquement en série dans cette chaîne (guidages, rotules, roulements, amortisseurs, isolateurs, positions préférentielles).

Ils interviennent directement dans le calcul de la rigidité, ils introduisent des jeux, des frottements, des amortissements, limitent la durée de vie. Par ailleurs, pour des questions de vibration, leur dimensionnement doit être intimement lié à la dynamique de l'entraînement [80]. Ce point est également mis en évidence dans la section 2.7.

2.5 Littérature

L'idée de formaliser la recherche d'un optimum pour un entraînement électrique se retrouve également dans certaines publications.

George W. Younkin affirme [85] qu'il existe de nombreux programmes dans l'industrie, ceux-ci appartenant à des fournisseurs de motorisations ou aux constructeurs de machine-outil. Il cite un programme public (PacSizeIt™) et en explique les grandes lignes de fonctionnement : l'utilisateur remplit une grille de données pour une configuration pré-établie, et le logiciel effectue une simulation. Le choix se fait par comparaison des simulations effectuées.

Avec le même mode de fonctionnement, et limité au dimensionnement des moteurs triphasés inductifs, on a trouvé le logiciel *Opal* de la société SEMAFOR Informatik & Energie AG. Il est principalement orienté rendement et bilan thermique [68].

Mme Li [42] remarque que les développements des différentes parties (elle cite un exemple mettant en œuvre la mécanique et la régulation) sont réalisés séparément, par des équipes ne communiquant que trop peu. Pour palier aux problèmes que ceci engendre, elle propose une démarche "*integrated design procedure*" basée sur une approche généraliste et mathématique (passage d'un espace des contraintes à l'espace des paramètres physiques).

Par ailleurs W. Richard et J. Armstrong [1] remarquent que pour obtenir le rapport optimum de réduction, il faut placer un réducteur et que celui-ci va ajouter de l'inertie et ainsi déplacer l'optimum. Dès lors, le réducteur choisi ne convient plus, et le changer change encore le rapport de réduction optimal. Il suggère de faire appel à un programme permettant de faire un choix judicieux pour ce rapport de réduction.

Herman J. Van de Straete & co [76], introduisent un espace particulier pour comparer une caractéristique de charge à différents moteurs (représentés ponctuellement dans cet espace particulier). Cette méthode est intéressante pour éliminer les moteurs qui ne conviendront pas à l'application. Dans [77] cet espace est utilisé pour chercher une combinaison optimale des organes puissance, moteur et réducteur en fonction du critère courant minimum. Dans [49] M. Said Abdel Moteleb reprend cet espace particulier et y développe les notions de rigidité et de robustesse.

Les travaux de MM Valdes, Dequidt &co sont axés sur l'usinage à grande vitesse TGV [20], [75]. Au moyen de grandeurs sans dimensions, ils mettent en relation les caractéristiques du moteur et de la charge et introduisent une très pertinente notion de facteur de qualité vibratoire intégrant le comportement oscillatoire "*non désirable engendré par l'excitation de la transmission*" (sic.). Dans [20], Dequidt introduit en particulier l'importance d'une prise en compte de la loi du mouvement, et ce déjà dans la phase de conception. On trouve également dans ces travaux l'importante notion de fréquence du premier mode flexible. Par contre, la variation des caractéristiques du réducteur et de l'organe de conditionnement en fonction des rapports de réductions n'y est pas prise en compte. Un système à seulement 2 masses est considéré. Une caractéristique de couple du moteur non-constante n'est pas envisagée.

D'autres publications introduisent certaines considérations sur la recherche d'un optimum (moteur charge et réducteur) selon le seul critère d'une accélération maximale, d'une trajectoire optimale [78] ou même en introduisant un réducteur à rapport variable [29].

La littérature montre que l'ingénieur dispose de nombreux outils et modèles pour dimensionner un entraînement dont la composition est connue, ainsi que pour améliorer tel ou tel organe. Par contre, à notre connaissance, aucune démarche n'est proposée en ce qui concerne le choix de cette composition. Nous faisons l'hypothèse qu'il est possible d'automatiser le choix d'une composition optimale. La première étape pour vérifier cette hypothèse est d'exprimer les critères ou besoins définissant cet optimum.

2.6 Besoins

D'une application à l'autre, les exigences varient. Comment définir ces exigences, comment les spécifier (quand elles ne sont pas évidentes) ?

2.6.1 Démarche

Dans les cas complexes, il n'est pas possible de déduire directement les exigences imposées à l'entraînement électrique de celles du produit. Par exemple, on exige d'une machine une grande productivité. On ne peut pas en déduire si ses entraînements électriques devront permettre des vitesses élevées ou plutôt des accélérations importantes (voir section suivante). Ces deux critères peuvent être antagonistes, il faut donc trouver une définition alternative.

Si un produit similaire existe, on peut recueillir des données et extrapoler les résultats. A défaut d'un produit existant, il est possible de définir les mouvements d'une machine virtuelle à l'aide d'un simulateur, ou d'un logiciel de précalcul similaire au TB-DECO[®] de Tornos SA [58], [94].

On fait alors une étude statistique sur différents mouvements. Pour un produit donné, on inventorie les différents types de mouvements demandés aux entraînements électriques. On détermine les performances (définies côté charge) séparément pour chaque type de mouvement. On définit ensuite les performances moyennes. La section suivante illustre cette démarche dans le cas de la gamme de décolleteuse (tours automatiques à poupée mobile) de la maison Tornos.

2.7 Statistique des mouvements

Cette section présente les principaux résultats d'une étude effectuée sur le terrain et visant à répondre aux questions suivantes :

- ⇒ Quels sont les mouvements demandés aux entraînements électriques ?
- ⇒ Comment peut-on les caractériser ?
- ⇒ Quels sont les critères de performance ?

Un choix a été fait d'emblée : cette statistique porte principalement sur un domaine particulier (le décolletage), mais de manière très approfondie. Au besoin, on pourra s'inspirer de la méthode pour caractériser en détail le travail des entraînements dans d'autres domaines d'utilisation.

Les résultats sont principalement utilisés pour mettre en évidence les composantes et les degrés de liberté qui composent la performance en productivité et dans quelle mesure une telle statistique peut modifier la façon d'exprimer le cahier des charges.

On complètera ensuite cette étude par un inventaire des cas de figure qui auraient pu être oubliés et une courte discussion sur leur impact. Cette étude est à la base de nombreuses constatations qui, à leur tour, ont impliqué la majorité des développements présentés dans cette thèse.

2.7.1 Situation

Pour comprendre dans le détail l'attente de l'ingénieur qui veut utiliser un entraînement électrique, on a choisi d'examiner dans le détail ce qui est demandé à des entraînements existants dans une gamme de machines existantes.

La société Tornos SA dispose d'une importante bibliothèque⁸ de programmes pièce destinés à la production sur des machines de la famille DECO (Deco 7, 10, 13, 20 et 26). Ces programmes sont un échantillon relativement représentatif puisqu'ils correspondent à des productions réelles réalisées par des clients de Tornos.

Des milliers de données sont recueillies triées et analysées.

⁸ Les données ont été produites par la version 5.00 modifiée du logiciel TB-DECO [94]. La modification concerne principalement la détermination du chemin critique dans le diagramme de Gant et une partie *automatisme* permettant d'éviter d'avoir à ouvrir manuellement les 300 programmes pièces étudiés.

Particularité : vitesse maximale

Les machines de la gamme DECO ont une vitesse limitée à 15 m/min pour certains axes et à 20 m/min pour les autres. Il peut arriver que la vitesse demandée ne soit pas atteinte vu la courte distance disponible. Dans un tel cas, il faut différencier la valeur atteinte (réalité machine) et la valeur programmée (souhait utilisateur).

Particularité : accélération parabolique

On va distinguer aussi les temps de mise en vitesse t_{acc} et les temps à vitesse constante t_{vit} . Déterminer la répartition entre les temps t_{acc} et t_{vit} implique la connaissance précise de la forme de l'accélération. Les algorithmes utilisés par le calculateur de la version 5.0 sont basés sur une forme parabolique de l'accélération [50].

Les paramètres de cette forme sont déterminés pour atteindre la vitesse de consigne v_{cons} sans dépasser une valeur maximale de l'accélération a_{max} . Une modification des algorithmes a été introduite pour ne pas dépasser une pente maximale J_{erk_o} . Pour des vitesses cibles inférieures à une vitesse limite v_{lim} , c'est la limitation de pente qui intervient. Pour des vitesses supérieures, c'est la limite d'accélération qui est déterminante.

$$v_{lim} = 8 a_{max}^2 / 3 J_{erk_o} \quad (3)$$

Par ailleurs, la vitesse de consigne ne peut être atteinte que si la consigne de course x_{cons} est suffisante. Dans le cas contraire, la vitesse cible v_{cib} est recalculée en fonction de la distance à parcourir. Il existe donc une course limite x_{lim} dépendante des caractéristiques du système. Dans ce dernier cas, il n'y a pas de déplacement à vitesse constante.

$$x_{lim} = 3 v_{cons}^2 / 2 a_{max} \quad (si \ v_{cons} < v_{lim}) \quad (4)$$

$$x_{lim} = (54 v_{cons}^2 / J_{erk_o})^{1/2} \quad (si \ v_{cons} > v_{lim}) \quad (5)$$

Plusieurs résultats importants sont directement liés à la relation entre les résultats statistiques et la forme de l'accélération utilisée. Le cas échéant, il sera donc primordial d'examiner l'impact d'un changement de type d'accélération (voir section 5.3).

Impact sur le choix de l'entraînement électrique

Sans entrer dans le détail, on voit apparaître ici le rôle important que va prendre le jerk. En effet, un contrôle du jerk, qui n'intervient que pour des vitesses inférieures à la vitesse v_{lim} calculée selon (3), va engendrer une diminution de la pente de l'accélération, donc augmenter le temps de la phase d'accélération. Ceci a un impact direct sur la productivité. Avec un jerk non limité, on a un minimum théorique du temps de mise en vitesse, mais ceci au prix d'un ensemble qui subit des chocs, des secousses, des vibrations. Pour limiter ces effets indésirables, on peut construire différemment (supports plus lourds, ajouter des amortisseurs, etc.) ou varier l'accélération maximale et/ou le jerk.

Ces constatations sont basées sur une forme d'accélération donnée [50]. Elles ne sont donc pas vérifiées pour l'ensemble des formes d'accélération envisageables. On verra au chapitre 5 qu'il est possible de contrôler le jerk en minimisant les pertes de productivité, ceci en choisissant une forme d'accélération plus performante que celle proposée par [50].

On voit ici apparaître un lien important entre la productivité, le prix et le confort.

Particularité : parallélisme

Une particularité de la technologie DECO⁹ est la possibilité d'effectuer plusieurs travaux simultanément (par exemple les opérations Op.2 et Op.6 représentées dans un diagramme de Gant sur la Figure 17). De ce fait, certains mouvements ont une incidence directe sur la productivité, alors que d'autres non.

On va donc repérer un "*chemin critique*" défini comme la suite des opérations qui influencent la productivité (en gris sur la Figure 17). Les opérations hors du chemin critique (par exemple Op.7 sur la Figure 17) peuvent consommer plus de temps sans conséquence sur le temps du cycle de production. En plus des analyses globales, les données recueillies seront également différenciées selon qu'elles soient sur ce chemin critique ou non.

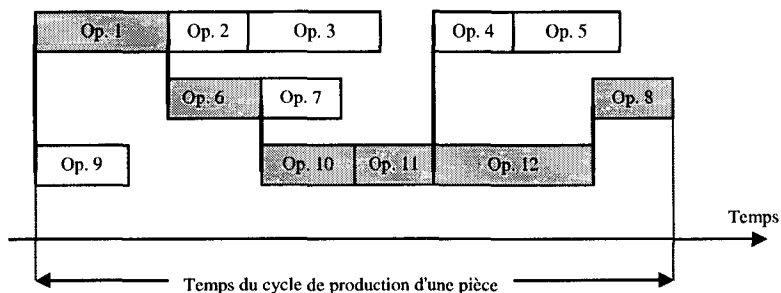


Figure 17 Diagramme de Gant d'une production

Particularité : optimisation énergétique

On différencie également les mouvements de travail appelés "*avance de travail*" (usinage) des mouvements de positionnement appelés "*avances rapides*".

En cherchant à optimiser l'énergie consommée pour une production donnée, on crée le paradoxe suivant : les mouvements rapides qui ne sont pas dans le chemin critique doivent être programmés aussi lents que possible.

⁹ Utilisée dans le cas des mouvements analysés.

Identification des possibilités de gain

En effectuant une classification des temps et des types de mouvement, on met en évidence les degrés de liberté disponibles pour optimiser la productivité de ce type de machine.

Pour les temps consommés par la partie des mouvements se déroulant à vitesse constante, on peut dire :

- ⇒ que les avances de travail sont fixées par la technologie de coupe, il n'y a donc pas de degré de liberté;
- ⇒ que les avances rapides sont fixées par la vitesse maximale des entraînements, il y a donc ici possibilité de gain.

Pour les temps consommés par les phases d'accélération :

- ⇒ dans le cas des avances de travail il y a possibilité de gain (grandes accélérations);
- ⇒ dans le cas des avances rapides aussi.

2.7.2 Données recueillies

On a pu recueillir 27'599 mouvements valides dont 14'895 sur le chemin critique¹⁰.

2.7.3 Statistiques obtenues

De l'ensemble des résultats [59], on a isolé les quelques éléments qui ont un impact direct sur cette thèse. Il s'agit en particulier de montrer l'importance que peut avoir la nature des mouvements dans l'énoncé du cahier des charges d'un entraînement, et avec quel degré de précision cette nature doit être décrite.

¹⁰ Parmi les 28181 descriptions de mouvements réels répartis sur 141 programmes, seuls 582 mouvements n'ont pas pu être utilisés, ceci pour des raisons diverses.

Répartition des mouvements (consignes)

La Figure 18 représente en % le résultat obtenu pour un objectif vitesse (vitesse réelle atteinte / vitesse de consigne) pour l'ensemble des mouvements classés selon leurs vitesse et distance de consigne.

Selon (5), il est logique que les limitations soient localisées pour les petits déplacements.

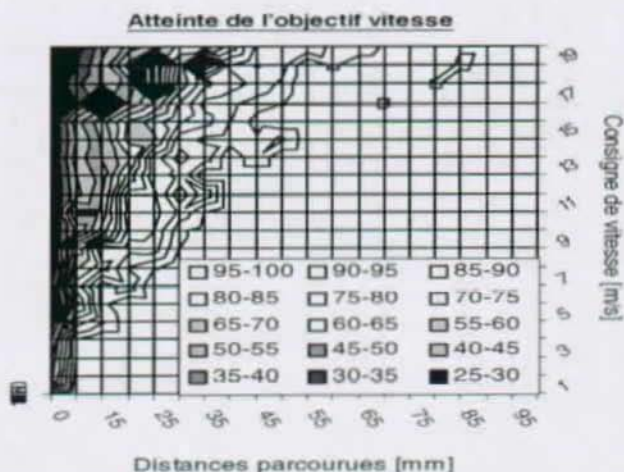


Figure 18 Répartition des mouvements selon leur consigne, et divergence entre la vitesse souhaitée et la vitesse atteinte

Ces limitations sont essentiellement dues au fait que la course demandée est insuffisante pour atteindre la vitesse souhaitée selon les formules (4) et (5). Pour améliorer cela, il faut augmenter l'accélération.

Répartition réelle

La répartition des mouvements réels est classée par vitesse réellement atteinte et déplacement effectif. Les courbes de niveau correspondent au nombre de mouvements existants.

Ce graphique met en évidence diverses particularités des machines concernées, comme par exemple l'existence de deux valeurs principales (15 et 20 [m/min]) pour les vitesses maximales des différents axes des différentes machines.

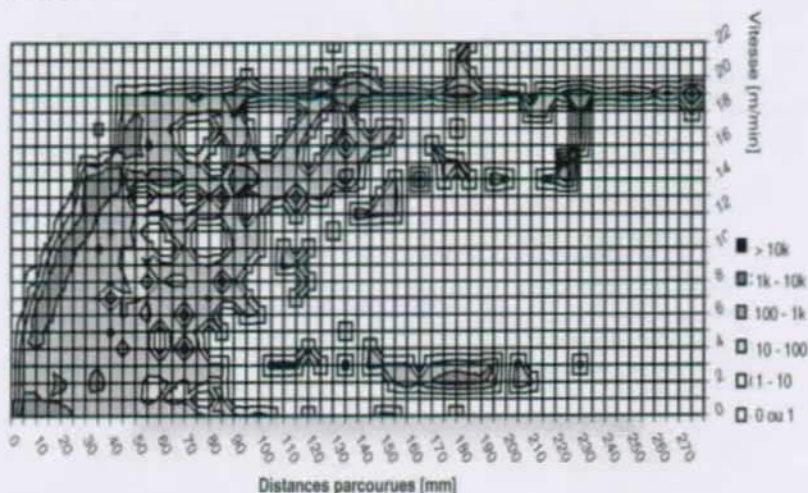


Figure 19 Répartition des mouvements réels

2.7.4 Analyse des distances parcourues

Les mouvements ont été classés par vitesse atteinte et par distance parcourue. Le graphique de la Figure 20 donne la distribution de la distance cumulée des mouvements selon cette classification.

Il apparaît clairement que, du point de vue distance parcourue, l'essentiel des mouvements impliqués dans l'usinage d'une pièce est constitué par des mouvements de grande amplitude et grande vitesse. La petite particularité située au milieu, en avant-plan, peut être négligée [59].

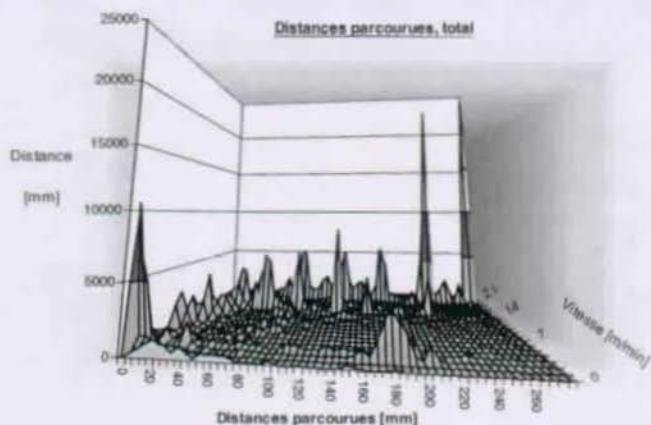


Figure 20 Distance parcourues par les différents types de mouvement classés par vitesse et par longueur

2.7.5 Point de vue temps

En ce qui concerne les temps, la répartition diffère nettement. En effet, les mouvements longs effectués à grande vitesse ne consomment qu'un temps relativement petit en comparaison des mouvements courts parcourus à petite vitesse. C'est ce que montre le graphique suivant, donnant la distribution du temps cumulé des mouvements selon la classification vitesse et distance.

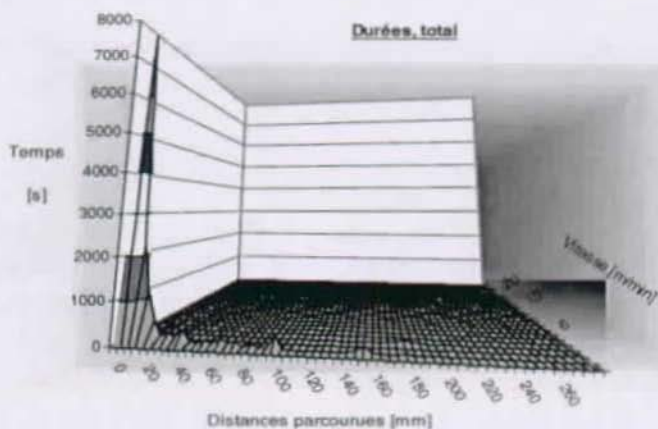


Figure 21 Temps utilisé par les différents types de mouvement classés par vitesse et par longueur

Environ 80 à 90 % du temps de réalisation d'une pièce sur une machine de type DECO est donc utilisé par de petits mouvements à relativement faible vitesse,

Mise en vitesse et vitesse constante

Le graphique de la Figure 19 est décomposé en ses parties temps de mise en vitesse et temps à vitesse constante. Ci-dessous, on représente la répartition des temps de mise en vitesse :

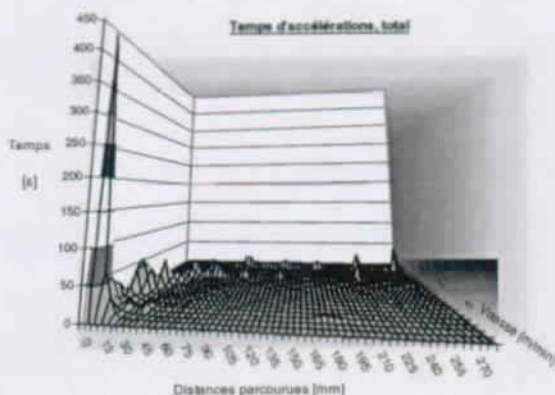


Figure 22 Temps utilisé pour l'accélération par les différents mouvements classés par vitesse et par longueur

Les gains possibles sur les phases d'accélération sont donc concentrés sur les petits mouvements. Le total des temps de mise en vitesse est de 2'377 [s] sur une durée totale de 16'458 [s], soit 14,4 %.

Sur les temps à vitesse constante, il n'y a pas de possibilité de gain sans changements radicaux de technologie d'usinage (par exemple usinage à grande vitesse UGV [66]). Comparée à la Figure 18, cette répartition des temps permet dorénavant de négliger l'information relative à la distance parcourue.

Impact sur le choix de l'entraînement électrique

Pour choisir leur machines de production, les industriels disposent des descriptifs techniques des fabricants de machines-outils. Ils se forgent une partie de leur opinion en comparant les descriptifs de divers fabricants. Dans ces descriptifs, la vitesse maximale des axes est toujours donnée, alors que l'accélération maximale ne l'est que rarement.

Pourtant, au moins dans le cas étudié, on constate que les mouvements à vitesse rapide ne représentent qu'une fraction négligeable du temps total. La vitesse maximale des axes semble bien être un piètre critère de performance.

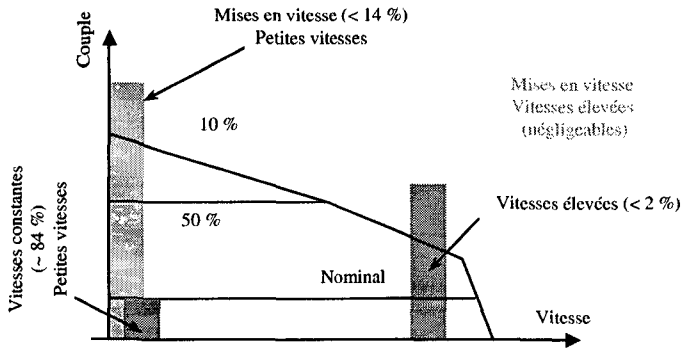


Figure 23 Caractéristique de couple et domaine d'utilisation

Les caractéristiques de couple des moteurs électriques sont données pour différents régimes. On donne par exemple une courbe de couple nominal, une courbe de couple à 50% ED et une courbe à 10 % ED (Figure 23). Ces courbes sont principalement déterminées par la capacité du système à dissiper les pertes thermiques et par le courant maximal de l'amplificateur. Elles sont généralement associées à des caractéristiques de mises en vitesse trapézoïdales représentant grossièrement le cycle moyen.

Comment évoluent ces courbes lors d'une utilisation partielle de la caractéristique ? Quelle est la limite quand la plus grande part du temps de mise en vitesse concerne uniquement le domaine des petites vitesses ?

En particulier, on verra au chapitre 5 comment la caractéristique de couple du moteur est intimement liée à tous les autres éléments constitutifs de l'entraînement.

2.7.6 Répartition en fonction de la vitesse

Si l'on considère la durée de groupes de mouvements classés par vitesse (en mm/min), on obtient le graphique suivant (Figure 24) :

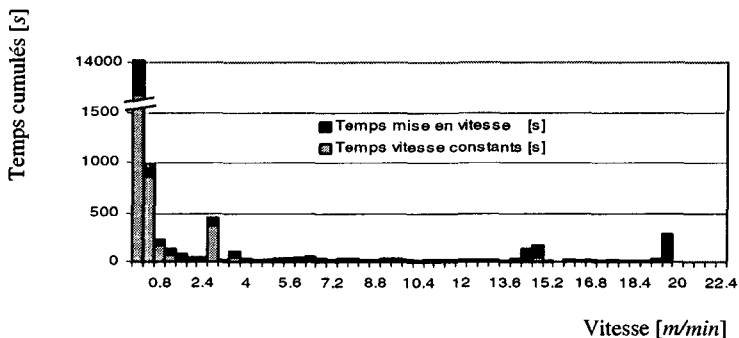


Figure 24 Temps cumulés utilisé par les différents types de mouvement classés par vitesse

Le temps consommé par les mouvements à vitesse rapide est relativement faible. Il semble donc possible de diminuer sensiblement la limite supérieure de vitesse sans pénaliser le temps total¹¹.

2.7.7 Impact de la vitesse rapide

Faisons l'hypothèse d'une vitesse rapide limitée à une valeur v_0 . Tous les mouvements dont la vitesse est supérieure à v_0 demanderaient un peu plus de temps. Par exemple dans le cas analysé, les mouvements à 20 m/min utilisent 250 secondes, si la vitesse avait été limitée à 10 m/min, ils auraient demandé 500 secondes, 1000 s à 5 m/min etc. On peut ainsi tracer une courbe représentant le temps potentiellement consommé par un type de mouvement en fonction de la limite supérieure de vitesse.

¹¹ On a également différencié les mouvements sur le chemin critique des autres. Cette différenciation est discutée plus loin. Les graphiques de la Figure 24 à la Figure 27 comportent l'ensemble des mouvements.

La Figure 25 donne cette courbe pour les mouvements programmés à 20 [m/min].

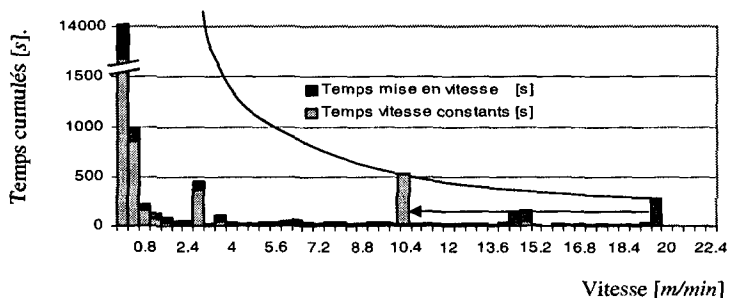


Figure 25 Effet d'une limitation de la limite maximale de vitesse sur le temps total pour les mouvements programmés à 20 m/min.

Variations de la vitesse maximale

En utilisant les 27'599 échantillons disponibles, la perte de temps impliquée par une limitation de la vitesse maximale a été calculée (en % du temps sans limitation).

Pour ce faire, la course totale de tous les échantillons de vitesse $> v_0$ est calculée puis utilisée pour le calcul du nouveau temps avec v_0 . Le temps total est alors mis en regard du temps total initial pour la détermination du % de pertes.

On montre la méthode sur graphiquement à l'aide la Figure 24 présentée en page suivante. Par exemple, les mouvements initialement réalisés à 20 [m/min] reportés à 5 [m/min] consommeraient un temps 4 fois plus grand. On cumule alors sur v_0 l'ensemble des temps correspondant aux vitesses initialement supérieures à v_0 après avoir adapté ces temps en fonction de leur nouvelle vitesse.

Il s'agit d'un calcul similaire à celui de la valeur rapportée dans l'évaluation de la rentabilité d'un investissement.

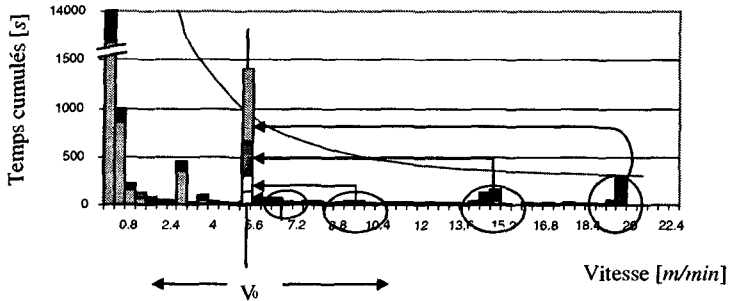


Figure 26 Méthode de calcul de l'influence d'une limitation ...
... de la vitesse rapide

Utilisant cette méthode sur l'ensemble des données, on obtient un graphique mettant en évidence le fait qu'en-dessus de 20 m/min il ne subsiste aucune possibilité de gain (Figure 27). Ceci est principalement lié à la prépondérance des petits mouvements à petite vitesse.

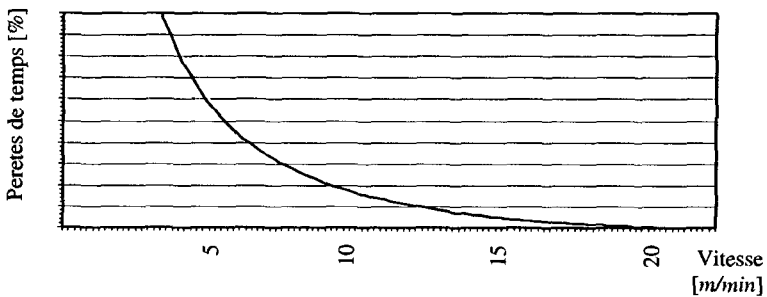


Figure 27 Impact d'une limitation de la vitesse maximale
(tous chemins confondus)

Il est plus efficace d'atteindre rapidement des vitesses de l'ordre de 10 [m/min] pour de petits déplacements que de dimensionner un système pour des mouvements à 20 [m/min], car ces mouvements ne consomment qu'un très petit pourcentage du temps total.

De la même manière, les mouvements relatifs au seul chemin critique donne les caractéristiques suivantes (Figure 28):

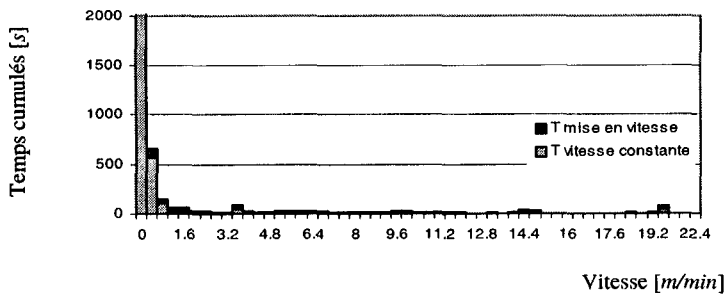


Figure 28 Répartition des temps en fonction de la vitesse
(sur le chemin critique)

Il apparaît immédiatement que les grandes vitesses sont encore moins influentes. La possibilité d'effectuer des opérations simultanées (parallélisme des machines) donne une certaine indépendance face à la vitesse maximale.

Le graphique des pertes pour les seuls mouvements du chemin critique est donné par la Figure 29 :

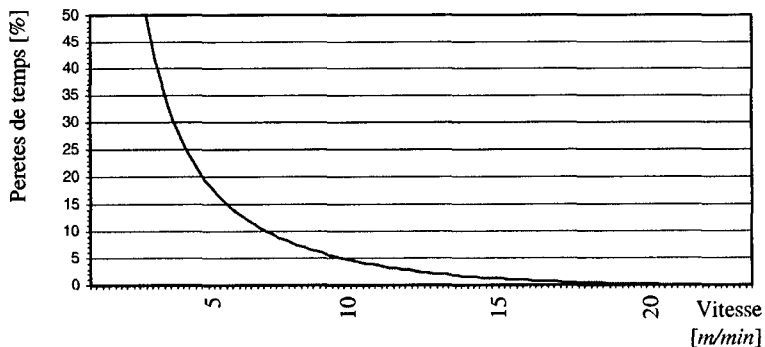


Figure 29 Impact d'une limitation de la vitesse maximale
(chemin critique seul)

Constataion importante

Les pertes sont inférieures à 4 % pour une vitesse limitée à 10 [m/min], soit la moitié du maximum original. Sachant que la productivité de la machine n'est déterminée que par les mouvements du chemin critique, les vitesses plus élevées sont donc un luxe inutile.

Il faut toutefois se rappeler que cette constatation n'est vraie que pour le type de machine considéré et le type de production analysé. Dans d'autres cas de figure, de longs déplacements (par exemple sélection ou changement d'outils) pourraient totalement modifier ce résultat. Il faut donc considérer l'établissement d'une telle statistique dans chaque cas.

Impact

Dans cet exemple concret, la Figure 27 et la Figure 29 mettent en évidence l'inutilité d'une augmentation de la vitesse maximale¹² des déplacements. D'un autre côté, la Figure 18 et la Figure 19 soulignent l'importance de l'accélération.

Comme on le vérifiera à la section 6.2, le temps d'accélération est environ proportionnel à l'inertie totale. Il existe donc un optimum, puisque cette inertie totale augmente avec le rapport de réduction global alors que la limite supérieure de vitesse diminue avec ce rapport.

La majorité des moteurs utilisés en machine-outil ont un couple limité pour les vitesses les plus grandes. Le pourcentage du temps d'utilisation est parfois très faible.

Un couple de pointe supérieur au couple nominal peut alors être utilisé. Dans ce cas, la limitation du couple aux grandes vitesses est encore accentué. L'accélération maximale disponible est donc une fonction de la vitesse. Cette accélération est relativement faible à la limite supérieure de vitesse du moteur¹³. Ceci remet en cause l'hypothèse classique d'un couple constant utilisée pour le calcul du rapport de réduction. L'importance d'un calcul tenant compte de la caractéristique de couple est vérifiée théoriquement à la section 5.6 et pratiquement à la section 8.4.

¹² Il s'agit de la limite supérieure de vitesse vue de la charge. Les professionnels de la machine-outil utilisent le terme de "vitesse rapide".

¹³ On différencie ici <la vitesse maximale du moteur> définie par le point caractéristique où le couple devient nul de <la vitesse supérieure> correspondant à la valeur maximale donnée par le fabricant.

2.7.8 Augmenter la productivité

Dans la pratique, c'est la limitation du jerk (pente de l'accélération) qui limite la rapidité de mise en vitesse de la majorité des mouvements. Si on augmente cette pente, la productivité s'en trouve bel et bien augmentée, mais les mouvements deviennent trop brusques, et les vibrations de l'ensemble de la machine deviennent intolérables.

On a constaté que la forme parabolique des accélérations engendre plus d'harmoniques qu'une forme en sinus par exemple (voir chapitre 5.2) et [60]. Ces harmoniques, de fréquences hautes, n'arrivent jamais à l'outil (bande passante de la chaîne cinématique). Elles sont donc dissipées dans les structures (pertes, excitation des modes résonnants).

La mise en vitesse du moteur et des inerties entraînées impliquent un couple et une force qui accumulent de l'énergie dans les masses et les éléments élastiques. Cette énergie est partiellement transmise là où elle doit être utilisée, mais également dissipée dans l'amortissement des différentes vibrations.

Dans la Figure 30, un seul axe est considéré en mouvement sur un bâti de machine (représenté par une plaque) lui-même fixé au sol en trois points d'appuis (A , B et C), par le biais d'attaches déformables, typiquement par des silentblochs (isolateurs).

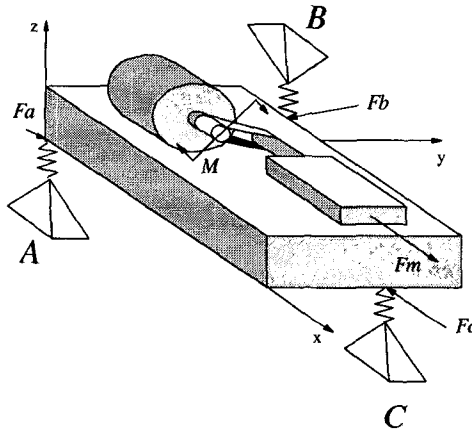


Figure 30 Entraînement électrique sur un bâti isolé du sol par silentblochs
sont représentés les directions x , y et z , les points d'appui A , B et C ,
les forces traversant les isolateurs F_A , F_B et F_C ,
ainsi que la force F_m correspondant à l'accélération de l'axe
animé par le couple M du moteur

Les forces aux points d'appui sont modélisées par des expressions complexes, solutions d'un système linéarisé de 15 équations et 15 inconnues (voir note ¹⁴). On peut toutefois constater en première approximation que la force dans les appuis est inversement proportionnelle à la surface du triangle qu'ils dessinent. Par exemple l'effet de la force F_m dans la direction z (Figure 30) est directement proportionnel à la hauteur h du centre de gravité de la masse en mouvement par rapport au plan des appuis $z=0$).

¹⁴ Pour les équations, on a 6 les équations données par les sommes des forces et des moments plus 9 équations correspondant aux déformations des attaches dans les 3 directions. Pour les équations, on a 9 inconnues correspondant aux efforts dans les attaches plus 6 inconnues correspondant à la déformation de ces attaches, déformation exprimée par le biais de 3 grandeurs de translation et de trois grandeurs exprimant la rotation (de la plaque).

Impact sur le choix de l'entraînement électrique

La position des supports de l'entraînement et la forme des accélérations vont avoir une relation directe avec la productivité et la précision ! Cet impact sera en particulier vérifié à la section 8.3.3.

2.7.9 Analyse des résultats

La vitesse maximale des axes ne semble pas être un critère de performance fiable, pas plus que l'accélération maximale. Il faudra définir un critère de productivité tenant compte d'une répartition prévisible des mouvements. Cette productivité dépendra de la caractéristique de couple du moteur.

Dans tous les cas, la productivité ne peut pas être améliorée sans travailler conjointement sur l'amortissement des vibrations (bâti et structure).

Conclusion sur la statistique

L'importance des vitesses d'avance rapide n'est petite que si ces vitesses sont suffisamment grandes ! D'un point de vue technique, le choix de la vitesse rapide devrait être fait en fonction de la statistique des mouvements et ne pas être imposé dans le cahier des charges.

Remarque

Dans le cas des mouvements analysés, il n'y avait pas de segments liés. Tous les mouvements commençaient et finissaient à vitesse nulle. On ne considère donc que les mises en vitesses partant d'une vitesse nulle, ce qui n'est pas toujours vrai dans le cas général. Dans le cas d'une machine réalisant un nombre significatif de mouvements qui ne partent, ni ne finissent, à vitesse nulle, il faudrait envisager stratifier la classification avec une catégorie supplémentaire correspondant à la vitesse initiale du mouvement.

L'analyse statistique des mouvements devrait être effectuée avant même la rédaction du cahier des charges. De nos jours, de nombreux logiciels permettent de programmer des pièces sur une machine virtuelle, et de là, de déduire une statistique de mouvement prévisionnelle.

2.8 Conclusion

Un rapide historique a souligné que l'on attend aujourd'hui des entraînements électriques : ils fournissent une puissance et celle-ci doit être modulée par une *information* dont les exigences sont toujours plus pointues.

Par un tour d'horizon des secteurs d'utilisation des entraînements électriques et de leurs éléments constitutifs, on a montré la variété des exigences, la diversité des organes et les outils à disposition de l'ingénieur pour calculer les éléments d'une composition donnée.

On a identifié un besoin de méthodologie et/ou d'automatisme pour le choix de la composition de l'entraînement électrique. Nous faisons l'hypothèse qu'il est possible d'automatiser le choix d'une composition optimale.

Mettre en place des outils pour automatiser ce choix va impliquer d'étudier de nombreux organes, sous de nombreux aspects, tout en évitant de se perdre dans d'inutiles perfectionnements. Cette approche est très différente de l'étude très poussée d'un sujet étroit qui caractérise plus fréquemment les thèses de doctorat. Ceci a également été mis en évidence dans ce chapitre.

Finalement, on a montré que la statistique des mouvements liés à une production donnée permet de choisir certains critères de performance (dans l'exemple : le temps d'accélération) et des paramètres variables (dans l'exemple : la vitesse des déplacements rapides) qui peuvent parfois être passablement différents des critères intuitifs usuels (on a classiquement le temps total en tant que critère alors que la vitesse des mouvements rapides est usuellement une contrainte).

Seconde partie : Modélisation

3 CAHIER DES CHARGES

3.1 Présentation du chapitre

L'entraînement électrique recherché est un ensemble dont les caractéristiques doivent être spécifiées dans un cahier des charges. La définition de ce cahier des charges concerne l'ensemble. Le cahier des charges est limité aux caractéristiques extérieures (vues du côté utilisateur) et va imposer les caractéristiques intérieures (celles des éléments constitutifs).

Cette définition implique que le référentiel sera celui de l'utilisateur, et non pas celui du moteur comme c'est fréquemment le cas.

Le choix des organes constitutifs dépendant des caractéristiques globales souhaitées, il faut dans un premier temps considérer l'entraînement comme une boîte noire (analyse fonctionnelle).

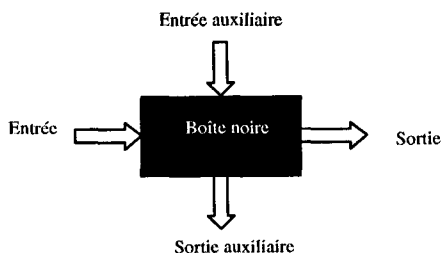


Figure 31 Entraînement électrique vu du point de vue extérieur

L'entraînement est représenté (Figure 31) avec une entrée principale et une entrée auxiliaire, une sortie principale et éventuellement une sortie auxiliaire. La caractérisation se fait principalement sur la nature de ce qui entre et de ce qui sort, ainsi que sur certaines caractéristiques générales de la boîte noire.

La spécification devrait éviter de caractériser les organes internes. Il se peut toutefois que des aspects commerciaux forcent l'emploi de caractéristiques telles que "*Les produits de tel fournisseur sont prohibés*". Ces spécifications particulières peuvent généralement être traitées en éliminant telle ou telle variante dans l'arbre des combinaisons possibles.

Description générale des groupes de caractéristiques :

- ⇒ Les caractéristiques globales englobent les notions de prix à l'achat, d'encombrement, de poids, etc.
- ⇒ L'entrée principale comprend tout ce qu'il faut fournir durant l'utilisation pour le bon fonctionnement du système. La puissance électrique, le graissage, le changement périodique des balais d'un moteur DC, le remplacement de tout ou partie de l'entraînement.
- ⇒ La caractéristique de sortie de l'entraînement définit l'ensemble de ce qui est attendu côté charge. C'est une vue particulière de la fonction à réaliser.
- ⇒ L'entrée auxiliaire correspond à ce qui entre et risque de perturber le fonctionnement. Il peut s'agir de vibrations parasites, de perturbations électromagnétiques, de vapeurs explosives, etc.
- ⇒ Finalement, la sortie auxiliaire décrit les éléments sortant sans amener de bénéfice. Il s'agit bien sûr des pertes thermiques par frottement, pertes Joules, mais également de fuites d'huile, rayonnements électromagnétiques, vibrations, etc.

Ces points sont discutés plus en détail dans les sections suivantes.

3.2 Spécification du domaine

On a vu que selon le type d'application, les performances attendues peuvent être de nature très différentes. Il existe sans doute une infinité de caractéristiques possibles, et toutes les applications des entraînements électriques n'existent pas encore. On se limite intentionnellement à un jeu de caractéristiques réalistes correspondant à un domaine pratique. Le fait que le domaine de la machine-outil donne une grande palette de contraintes, et que cette thèse soit une collaboration avec Tornos SA, amène naturellement à considérer le cas spécifique du décolletage. Tout en développant une méthode pour ce domaine limité, on favorisera les choix qui amènent à une méthodologie généralisable.

3.3 Pondérations

Pour trouver les meilleures combinaisons des éléments constitutifs, il faut passer par une mise en équation de chaque performance partielle P_i , spécifiée en fonction de paramètres variables v_j caractérisant les éléments constitutifs. On fait obligatoirement appel à un système de pondération pour intégrer des caractéristiques disparates dans une notion de qualité (on cherche *le meilleur entraînement*). Usuellement, on fait appel à une somme pondérée des performances partielles [16]. Cette façon de faire introduit plusieurs difficultés quant à l'interprétation des résultats et à l'attribution des facteurs de pondération. En utilisant une fonction de pondération p_i traduisant l'importance relative de ces caractéristiques en terme d'objectif atteint ($p=100\%$) ou non ($p=0\%$), on peut obtenir une formule (6) exprimant la qualité Q_{tot} de l'entraînement passant plutôt par un produit. Cette variante particulière d'intégrer plusieurs critères dans une performance d'ensemble est originale et sera discutée plus en détail dans la section 7.7. On peut alors chercher le vecteur des variables qui optimise cette performance d'ensemble.

$$Q_{tot}(v_j) = \prod_i p_i \{Q_i(v_j)\} \quad (6)$$

La fonction de pondération fait également partie des caractéristiques du cahier des charges. On fixera par exemple les valeurs minimales et maximales des différentes caractéristiques, en leur attribuant une valeur de qualité respectivement nulle et maximale.

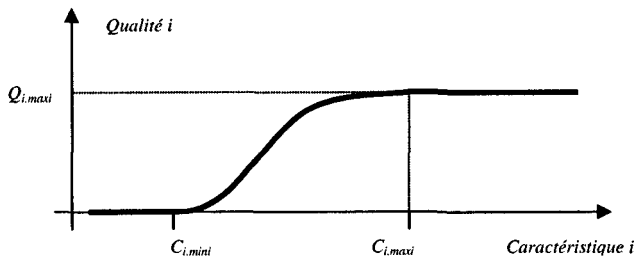


Figure 32 Courbe de pondération

On discutera ultérieurement de la forme que doit avoir cette fonction, en regard des modèles établis et des exigences liées à l'optimisation.

3.4 Aperçu des caractéristiques

Les caractéristiques citées dans cette section correspondent à une enquête effectuée auprès des ingénieurs de la maison Tornos qui sont amenés à utiliser des entraînements électriques. Cette liste est indicative et est présentée avant tout pour situer le contexte.

Seul un sous-ensemble de ces caractéristiques est pris en compte. Elles sont détaillées dans la section 3.5.

3.4.1 Caractéristiques globales

- ⇒ La principale caractéristique de ce groupe est le prix de l'entraînement. Il sera usuellement caractérisé par une valeur maximale.
- ⇒ L'encombrement (sa spécification est toutefois délicate. En effet, il n'est pas possible de se contenter du volume seulement, mais souvent de relations floues telles que "*aussi court que possible*").
- ⇒ Le poids peut intervenir, principalement si le moteur est lui-même porté par l'organe qu'il déplace.
- ⇒ Les interactions entre systèmes ont également une importance non négligeable (type de commande).
- ⇒ Le rendement de l'ensemble.
- ⇒ Des aspects commerciaux (les délais de livraison, l'existence d'une bonne représentation mondiale, la notoriété du fournisseur, etc.).
- ⇒ La durée de vie.
- ⇒ Le ROI (Return Of Invest) de la machine.
- ⇒ Les pondérations.

3.4.2 Caractéristiques d'entrée

Les caractéristiques d'entrée d'un entraînement électrique se limitent à la nature de la puissance électrique fournie :

- ⇒ Alternatif ou continu, fréquence du réseau, niveau de la tension (il peut par exemple être avantageux de n'avoir qu'un seul niveau de tension pour l'alimentation de tous les entraînements d'une même machine) et limitation du courant. Avec l'évolution des électroniques de puissance, ces spécifications deviennent toutefois marginales.
- ⇒ La durée de vie, si l'on considère des entraînements remplaçables, voire jetables. La fin de vie d'un organe implique seulement d'en introduire un nouveau.

3.4.3 Caractéristiques de sortie

Il faut être attentif à isoler des performances indépendantes les unes des autres, ceci pour éviter d'avoir un système dans le quel on voudrait optimiser deux performances contradictoires. Par exemple, la vitesse rapide d'un axe est une performance qui peut être contradictoire avec la productivité.

On a vu, à la fin du chapitre précédent, que la vitesse maximale d'un entraînement n'est pas directement représentative de la productivité de la machine. Si, comme c'est généralement le cas en machine-outil, la productivité est importante, il ne faut pas caractériser la vitesse maximale¹⁵ des axes, mais la productivité elle-même (définie en détail à la section 7.3.4).

Des arguments purement commerciaux peuvent toutefois intervenir. En effet, il n'est pas rare que les clients procèdent à des comparaisons sur catalogue. Si la vitesse maximale est spécifiée, la productivité elle ne l'est généralement pas. Dans ces conditions, et même si c'est une aberration technique, le fabricant peut être amené à diminuer la productivité pour pouvoir afficher d'excellentes valeurs de vitesse maximale. Dans ce cas, la vitesse maximale devient aussi une grandeur de sortie à caractériser, pour des raisons mercatiques.

Dans le domaine de la machine-outil, les grandeurs suivantes sont importantes :

- ⇨ Caractéristique de charge (forces disponibles, comprenant les forces d'usinage et la force nécessaire à l'accélération de l'axe)
- ⇨ Rigidité (statique et dynamique)
- ⇨ Productivité
- ⇨ Caractéristiques cinématiques : la course maximale, la précision, la répétitivité, etc.
- ⇨ Optionnellement la vitesse maximale (vitesse rapide).
- ⇨ Faisabilité (Bande passante).

¹⁵ Du point de vue utilisateur (et c'est le point de vue du cahier des charges), la limite maximale de vitesse d'un axe coïncide avec la vitesse maximale de l'axe. Cette vitesse est aussi appelée vitesse rapide.

3.4.4 Caractéristiques de sortie auxiliaire

- ⇒ Bruit.
- ⇒ Dissipation thermique (si besoin, il faut faire la différence entre la partie dissipée dans l'enceinte machine et la partie dissipée dans l'armoire électrique).
- ⇒ Vibrations générées.

3.4.5 Caractéristiques d'entrée auxiliaire

- ⇒ Vibrations (autre axes, machines voisines, etc.)
- ⇒ Chocs (transport)
- ⇒ Perturbations électromagnétiques
- ⇒ Environnement (explosif)

3.5 Détail des principales caractéristiques

3.5.1 Spécifications du Prix \$

Bien que ne faisant pas partie des alphabets standards, \$, le symbole utilisé pour représenter le prix se différencie facilement des autres symboles. Dans ce document, l'unité standard du prix sera le franc suisse [CHF].

On se contentera de fixer une enveloppe à ne pas dépasser, sous la forme d'un objectif de prix minimum et d'un objectif de prix maximum. Par exemple la performance est maximale ($p(\$) = 100$ [%]) si le prix est inférieur à l'objectif minimal de prix, et à l'opposé, elle est minimale ($p(\$) = 0$ [%]) si le prix est supérieur à l'objectif de prix maximal (voir Figure 32 et section 7.7 pour le détail de la fonction de pondération).

3.5.2 Force F

La force F , nécessaire côté charge, dépend généralement de la vitesse de déplacement de la charge. Dans le cas général, un axe de machine-outil est utilisé pour réaliser plusieurs types d'usinage ou de déplacement. A chaque type d'usinage correspond une plage de fonctionnement dans le plan $F(v)$.

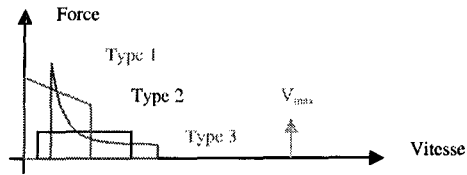


Figure 33 Caractéristique des cas de charges représentatives

Une analyse de la production envisagée doit donc être effectuée pour déterminer les types d'usinage qui détermineront la caractéristique force-vitesse du cahier des charges (exemple de caractéristique de charge sur la Figure 35). Selon le cas, une vitesse de déplacement rapide v_{max} peut être spécifiée. L'expression de cette caractéristique doit être aussi simple que possible, sans toutefois être limitative. Cette caractéristique transposée côté moteur (via les réductions et transformations de mouvement) sera augmentée des frottements (eux-mêmes dépendant des réductions et transformations) et comparée aux caractéristiques de couple des moteurs.

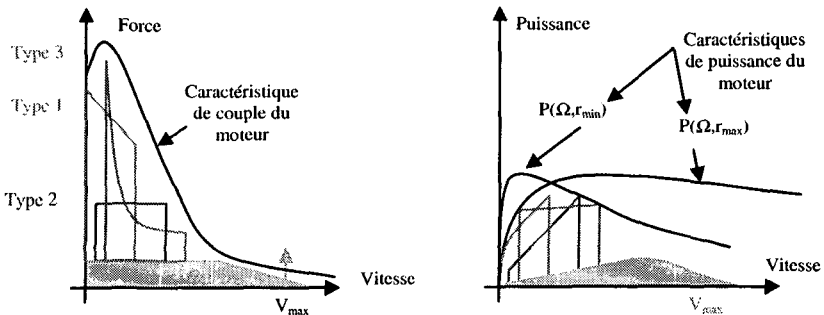


Figure 34 Caractéristiques moteur et caractéristiques de charge
(gauche : force-vitesse droite : puissance-vitesse)

Sachant que les caractéristiques de couples moteurs ne présentent habituellement pas de discontinuité, il est possible de faire un canevas de la caractéristique de charge en se contentant des principaux points caractéristiques (par exemple approximation par un polynôme).

En multipliant force et vitesse, on obtient des caractéristiques de puissance dans lesquelles seule l'abscisse dépend de la transformation du mouvement. On y trouve immédiatement la puissance maximale demandée, et les limites du rapport de réduction s'obtiennent aisément par comparaison des caractéristiques de force avec l'étalement des caractéristiques moteurs (droite de la Figure 34).

Spécifications de force

Il s'agira ici de fournir un canevas dans le plan *Force - Vitesse* ou dans le plan *Puissance - Vitesse* englobant les forces requises par les différents types de travaux.

3.5.3 Productivité Π

La productivité d'une machine-outil est une grandeur difficile à définir formellement. Ceci est principalement dû au fait que la productivité (par exemple nombre de pièces produites par unité de temps) dépend étroitement du type de pièce. La productivité qualifiant la façon dont la machine produit, le symbole Π est utilisé pour sa représentation. Quand à son unité, il s'agit pour l'utilisateur d'un nombre de pièces produites sur une durée de temps, donc, dans le système normalisé SI, des $[s^{-1}]$.

Exemple simplifié :

Il existe des machines (appelées *machines spéciales*) qui sont dédiées à une pièce particulière, dans ce cas, il n'y a pas de confusion possible. La productivité est alors directement l'inverse du temps nécessaire à produire la pièce¹⁶. Ce temps comprend :

- ⇒ Les temps d'usinage proprement dits ne dépendent pas des caractéristiques de l'entraînement électrique, mais sont imposés par la technologie de coupe utilisée.
- ⇒ Les temps improductifs englobant les déplacements, les changements d'outils et diverses attentes dépendant de la cinématique machine et de la composition de l'entraînement électrique. L'organisation géométrique des différents outils et des changeurs d'outils introduisent des déplacements plus ou moins importants que les axes doivent effectuer aussi vite que possible. Il est possible d'agir sur ces temps en optimisant la cinématique et en choisissant des axes *très rapides* (grandes vitesses).
- ⇒ Qu'il s'agisse d'atteindre une vitesse de travail (usinage) ou une grande vitesse (déplacement improductif), les temps de mise en vitesse sont à considérer prioritairement (grandes accélérations).

Remarque : On a vu au chapitre 2 que les grandes accélérations peuvent introduire des vibrations inacceptables, il faut alors également considérer le jerk, et le contenu harmonique des accélérations. Ces aspects sont abordés au chapitre 5.

Quelles spécifications doivent être données au niveau du cahier des charges pour définir correctement la requête d'une productivité optimale ?

Pour un travail et une cinématique donnés, le chemin parcouru par un axe peut être déterminé. Il est alors possible d'établir un graphe de la vitesse désirée en fonction du chemin s que l'axe parcourt (exemple sur Figure 35, page suivante).

¹⁶ La notion d'arrêts machine est traitée sous l'aspect fiabilité.

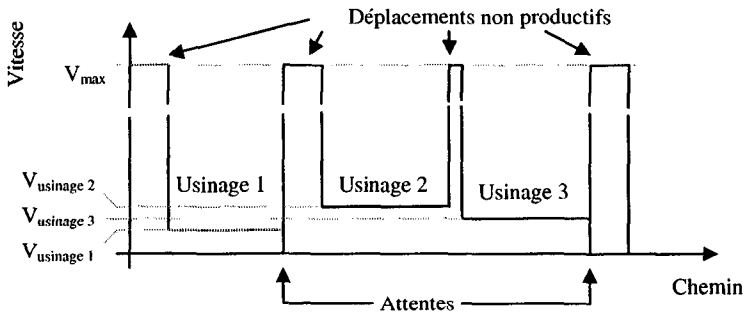


Figure 35 Profil de vitesse souhaité pour un travail prédéfini

En fonction de la configuration, de la motorisation choisie, des rapports de réduction et des caractéristiques de la commande; il est possible de déterminer la courbe de vitesse réelle, c'est-à-dire incluant les accélérations et décélérations.

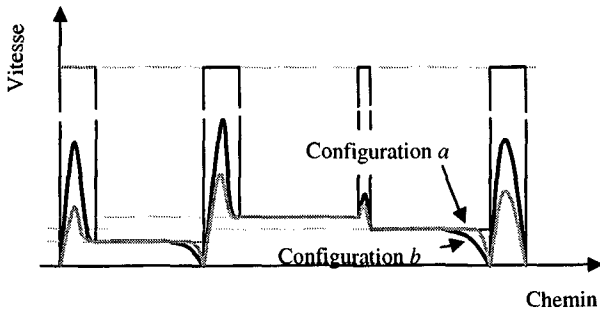


Figure 36 Profils de vitesse réels, tenant compte de la cinématique, des possibilités de la commande, du type de régulateur, etc...

Finalement, on peut en déduire le temps total pour une pièce, donc la productivité, en intégrant l'inverse de la vitesse sur le chemin selon (7).

$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow \int \frac{1}{v} ds = \int \frac{dt}{ds} \cdot ds = \int dt = t \quad t = \int \frac{1}{v} ds \quad (7)$$

Cas réel

Dans le cas de machines-outils destinées à produire une grande variété de pièces, l'optimum variera de pièce en pièce. Il faut donc effectuer une statistique pondérée des mouvements nécessaires à chaque pièce¹⁷ et intégrer cette statistique dans le calcul du temps total pondéré t_{p_tot} .

$$t_{p_tot} = \sum_i \left(p_i \cdot \int \frac{1}{v_i(s)} ds \right) \quad (8)$$

Des logiciels de plus en plus nombreux permettent de programmer un travail (une pièce) destiné à une machine virtuelle, et permettent ainsi l'obtention de la caractéristique vitesse désirée en fonction du chemin parcouru. Il est alors possible d'exprimer, pour un travail donné, une distribution des mouvements dans un plan dont les axes sont la quantité de mouvement en fonction de la vitesse à atteindre et de la distance à parcourir à cette vitesse.

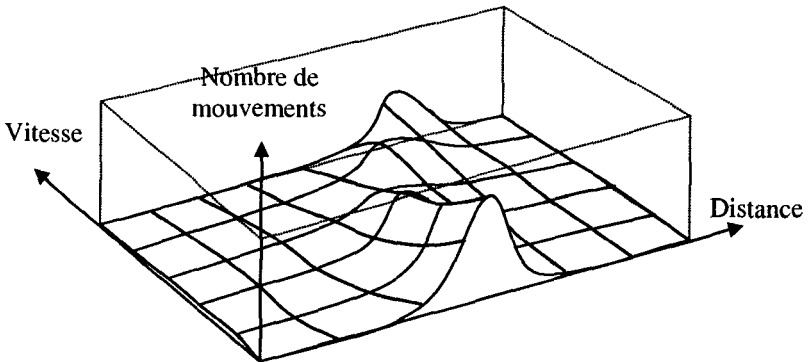


Figure 37 Exemple de distribution des mouvements

¹⁷ On peut aussi modifier certains paramètres de pièce en pièce (chapitre 5).

Pour chaque cinématique et pour chaque type de travail, cette distribution sera différente. Lors de l'étude d'une cinématique donnée, il conviendra de définir une distribution moyenne, pondérée par l'importance relative de chaque type de travail sur le marché ou préciser que certains paramètres sont ajustables de cas en cas (voir section 5.8.1).

Remarque : D'un type de machine-outil à un autre, cette statistique va fortement varier. Par exemple, dans le cas d'un centre d'usinage, un seul outil travaille, et de grands mouvements sont nécessaires pour atteindre toutes les parties de la pièce et pour les changements d'outils. La vitesse des déplacements rapides est probablement prépondérante. Dans le cas d'une décolleteuse de type DECO, plusieurs outils peuvent travailler simultanément, et une grande partie des mouvements improductifs peuvent être effectués en temps masqué. La vitesse des déplacements rapides est secondaire.

Spécifications quand à la productivité

La distribution ainsi obtenue est alors la caractéristique minimale à fournir au cahier des charges pour le calcul de la productivité. Il est à noter que pour des machines effectuant beaucoup de contournement lié, cette statistique doit être envisagée sur trois axes (vitesse initiale - vitesse finale - distance à parcourir).

3.5.4 Rigidité k

La rigidité est un élément fondamental dans les techniques d'usinage par enlèvement de copeaux. Longtemps, cette rigidité n'a été définie que statiquement. L'évolution des cadences et des matériaux ont rendu nécessaire une définition dynamique. En effet, l'usinage des matériaux met en œuvre une rigidité de coupe qui est fonction de la fréquence (machines-outils travaillant par enlèvement de copeaux). Cette rigidité dynamique de coupe présente un minimum à une fréquence intimement dépendante de la matière usinée [31].

Les écarts de forme sur la pièce usinée sont impliqués par une déformation de la machine et des déformations au niveau de la coupe. On considère alors une rigidité globale k_{tot} englobant la rigidité de la machine k_{mac} et la rigidité de coupe k_{cut} . Cette rigidité globale peut présenter une valeur trop faible et induire une instabilité, généralement de type broutement [47] et/ou limiter excessivement la faisabilité de la machine.

$$k_{tot} = 1 / (1/k_{mac} + 1/k_{cut}) \quad (9)$$

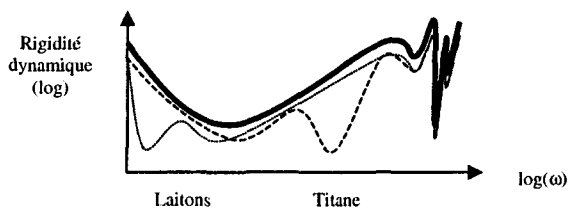


Figure 38 Rigidité dynamique, coupe incluse
 — : k_{mac} rigidité machine — : k_{tot} pour le laitons
 et ---- : k_{tot} pour le titane

Dans le cas d'un tour automatique, la rigidité des broches est généralement l'élément limitatif. Une rigidité de l'entraînement plus de 10 fois plus élevée est un objectif en dessus duquel il n'y a plus de véritable gain (moins de 9%).

Il faut noter que, lors de l'étude du broutement régénératif du point de vue de la fréquence, la rigidité équivalente est déterminée par la mise en parallèle des rigidités de machine et de coupe.

3.5.5 Caractéristiques cinématiques

Course utile

La course maximale va principalement influencer l'inertie de l'organe de transformation du mouvement et la rigidité de la cinématique.

Précision

Il faut faire des distinctions entre les notions de précision, de résolution et de répétitivité.

- ⇒ La répétitivité est une mesure de la dispersion d'une grandeur. Il s'agit de la variance d'une position, son symbole est σ_x .
- ⇒ La résolution est la valeur théorique de la plus petite action dont le dispositif est capable. C'est la valeur du plus petit incrément, son symbole est *INC*.
- ⇒ La précision est une indication des limites tolérées pour la réalisation d'une action. La précision des pièces mécaniques (définie par exemple dans [99]) sera moins bonne que la précision de la machine qui les produit, le processus d'usinage introduisant lui aussi des erreurs. Dans le langage courant, on parle de précision "*du micromètre*", ou "*du centième*". Par contre, plus l'ordre de grandeur est petit, plus grande est la précision. Pour éviter ce dilemme, on préfère utiliser la notion d'erreur tolérée $\Delta x_{tol} [m]$.

Certains systèmes peuvent se contenter d'une *bonne* rigidité, sans exigences sur la précision. C'est en particulier le cas des systèmes pour lesquels seules quelques valeurs ponctuelles sont importantes. Par exemple, en tournage, lors d'une opération de fonçage, seule la cote finale importe. Une fois cette cote ajustée, seule la répétitivité importe. Si l'on souhaite régler cette cote (par exemple avec un système de correction d'outil), il faut toutefois prévoir une résolution suffisamment fine, au moins pour le système de correction (qui peut être une simple vis de réglage comme c'est le cas pour les machines à came).

Résolution *INC*

Il en découle que la résolution est un paramètre.

Répétitivité σ_x

Pour une machine-outil, cette notion correspond à la dispersion de positionnement.

Vitesse maximale

Pour des raisons commerciales, il faut considérer deux cas :

- ⇒ La vitesse maximale est fixée
- ⇒ La vitesse maximale est un degré de liberté

Ce qui implique de légères différences dans la méthode de calcul.

3.5.6 Rendement

Pour des raisons politiques et/ou écologiques, le rendement peut être spécifié.

Indépendamment de ces considérations, l'étude du transfert de l'énergie met en évidence certaines relations cachées.

Energies cinétiques

Pour cela, il faut dissocier les énergies cinétiques accumulées dans les masses et inerties des énergies utiles impliquées dans le procédé d'usinage (voir Figure 39). Dans le rapport RAVEL [100], on trouve des ordres de grandeurs intéressants pour l'énergie spécifique d'usinage, par exemple $2 [J/mm^3]$ pour l'enlèvement de copeaux. On a calculé l'énergie cinétique E_{cin} transitant par les masses et inerties et l'énergie de coupe E_{cut} pour un ensemble de pièce. On constate que le rapport de ces énergies est grand, il oscille de pièce en pièce autour de 6.

$$\frac{E_{cin}}{E_{cut}} \cong \frac{6}{1} \quad (10)$$

On a également constaté (section 2.7) que le rapport des temps t_{acc} d'accélération et des temps de travail t_{cut} est de 14%. Dans la grande majorité des cas, l'outil est aussi dans la matière pendant les phases de changement de vitesse. Le temps d'usinage t_{cut} est donc environ égal au temps utile t_{uti} .

En considérant les temps d'accélération (on fournit de l'énergie aux masses) et de décélération (on retire cette énergie) également répartis, on définit un temps t_{cin} égal à 7% du temps d'usinage. Ceci permet de constater que, pour ce type de machine et ce genre de production, la puissance destinée à la mise en mouvement des axes est environ 85 fois plus importante que la puissance consommée par l'usinage (11).

$$\frac{P_{cin}}{P_{cut}} = \frac{E_{cin}}{E_{cut}} \cdot \frac{t_{cut}}{t_{cin}} \cong 6 \cdot \frac{100}{7} \cong 85 \quad (11)$$

La plus grande partie de la puissance étant utilisée pour la mise en mouvement des masses, on en déduit naturellement que c'est là la source de la plus grande partie des pertes thermiques dans le moteur, ce qui implique le choix d'une caractéristique de couple bien en dessous de la caractéristique maximale.

Une diminution des masses et/ou des vitesses entraîne une diminution de l'énergie cinétique, donc une diminution des pertes. Il y a aussi diminution de la puissance demandée donc le calibre du moteur peut éventuellement être revu à la baisse.

Réinjecter l'énergie

La question de réinjecter ou non l'énergie ne change rien à la caractéristique de fonctionnement du moteur. Par contre cette ré-injection a un coût¹⁸ qui doit être amorti sur une durée d'utilisation raisonnable. La question est donc abordée au travers de la question du prix, section 6.3.2.

¹⁸ Le coût de la ré-injection de l'énergie cinétique est principalement localisé dans l'électronique de puissance [4].

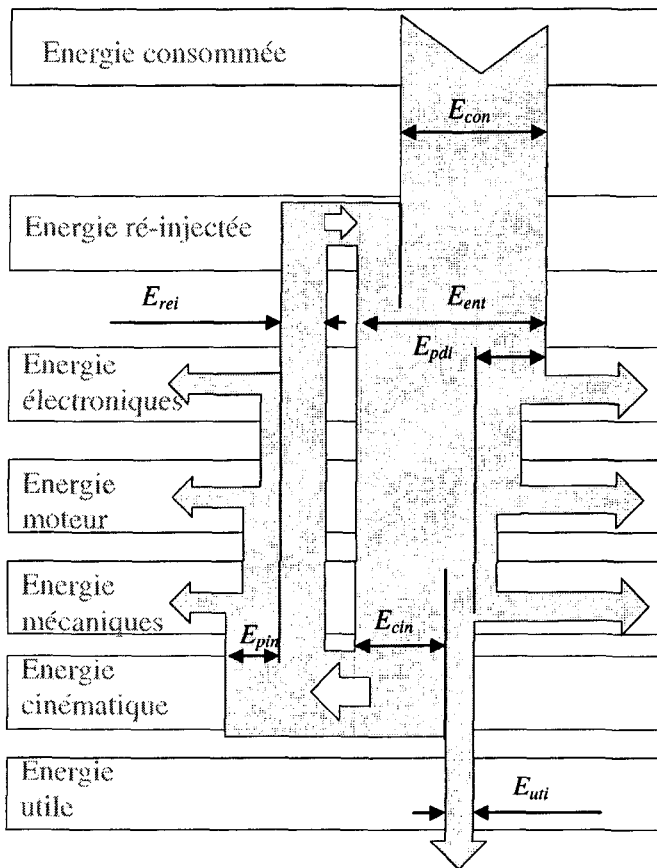


Figure 39 Bilan énergétique de l'entraînement électrique

3.6 Autres caractéristiques

- ⇒ Robustesse
- ⇒ Durée de vie
- ⇒ MTBF (mean time between failure)
- ⇒ MTBA (mean time between assist)

3.7 Conclusion du chapitre

On a vu comment spécifier un entraînement électrique. En particulier, on montre quels sont les dangers de spécifications hâtives, la nécessité de donner des pondérations et on souligne l'importance d'une analyse détaillée des mouvements (connus ou prévus) de l'entraînement.

L'obtention d'un optimum sous-entend l'existence de degrés de liberté. Il y a deux types de degrés de liberté :

- ⇒ le choix des éléments constitutifs (par exemple poulies et courroies crantées ou train d'engrenage);
- ⇒ et les caractéristiques de ces éléments (par exemple nombre de dents des poulies, module des engrenages, etc.), que l'on appellera *paramètres variables*.

Les différentes caractéristiques définies dans le cahier des charges doivent maintenant être exprimées en fonction de ces paramètres variables.

Dans un premier temps, il faut réaliser les modèles pour la formulation des équations des différents éléments constitutifs et choisir les paramètres variables les plus adéquats.

Pour cette étude, nous cherchons à optimiser les caractéristiques suivantes :

- ⇒ Productivité Π
- ⇒ Prix $\$$
- ⇒ Rigidité k
- ⇒ Durée de vie A_{10}
- ⇒ Précision $\Delta x_{10\%}$

4 MODELE ELECTRIQUE

4.1 Organisation du chapitre

L'étude paramétrique de l'entraînement électrique implique l'emploi de modèles de ses différents constituants. Les modèles peuvent être différents selon la caractéristique étudiée (productivité, rendement, rigidité, ...). Par contre, pour limiter le nombre de branches de l'arbre des solutions, les modèles doivent être aussi indépendants que possible de la nature de la chaîne cinématique. Le but est donc d'intégrer les différents modèles correspondant à différentes chaînes cinématiques dans un nombre minimal de modèles globaux¹⁹.

Pour les aspects de durée de vie, de productivité et de rigidité, les outils du réglage automatique sont largement utilisés et il est donc nécessaire de définir les fonctions de transfert de différentes chaînes cinématiques. Pour déterminer ces fonctions de transfert de façon systématique et automatique, une analogie électrique des fonctions mécaniques est utilisée.

Ce chapitre présente différents outils basés sur cette analogie et les principaux résultats qui sont réutilisés dans d'autres chapitres. On trouvera principalement les éléments suivants :

- ⇒ Bases de l'analogie (équivalence Force \leftrightarrow Courant);
- ⇒ Modèle d'une cinématique quelconque;
- ⇒ Méthode systématique de modélisation d'une chaîne quelconque, basée sur l'utilisation des matrices d'impédance et de transmission;
- ⇒ Fonction de transfert d'asservissement (grandeur de sortie / grandeur d'entrée);

¹⁹ Par exemple, on cherchera à obtenir un modèle unique pour les réducteurs, qu'ils soient planétaires, à courroies et poulies, harmonicdrive, etc.

- ⇒ Fonction de transfert de réglage (grandeur de sortie / perturbation)
- ⇒ Limites du modèle;
- ⇒ Analyse des pertes;
- ⇒ Modèle des appuis.

4.2 Analogie électrique

Bien que l'analogie électrique des systèmes mécaniques soit un outil puissant dont les bases sont présentées dans de nombreux ouvrages, il n'est employé en pratique que pour illustrer des systèmes simples. Plusieurs raisons peuvent expliquer ce fait :

- ⇒ les systèmes mécaniques sont étudiés par les ingénieurs mécaniciens pour lesquels un schéma électrique est moins représentatif qu'un système d'équations;
- ⇒ l'essor des outils numériques, permettant la simulation de systèmes d'équations (Simulink, ...) ou basés sur les éléments finis (Ideas, ...), a permis de résoudre la majorité des problèmes.

Une analyse numérique donne d'excellent résultat pour un système, à condition qu'il soit entièrement défini. Il est possible d'analyser l'effet de petites variations autour d'un état, même en présence de non-linéarités. Il n'est par contre pas possible de réaliser une étude paramétrique sans effectuer une simulation pour chaque ensemble de valeurs réalistes des paramètres.

La simulation de toutes les combinaisons imaginables implique des milliers de simulations, ce qui demande un temps de calcul très important.

On s'intéresse principalement aux différentes fonctions de transfert du système définies dans le domaine de Fourier par le rapport entre un signal de sortie et le signal d'entrée correspondant. Par exemple, pour le système mécanique isolé, constitué des parties mécaniques du moteur et de la chaîne cinématique, on cherchera à exprimer la fonction de transfert $H_{cin}(j\omega)$ entre le couple $M(j\omega)$ fourni par le moteur et la vitesse $v(j\omega)$ à la sortie de la chaîne cinématique (12).

$$H_{cin}(j\omega) = \frac{v(j\omega)}{M(j\omega)} \quad (12)$$

Une autre fonction de transfert est étudiée pour modéliser la réponse aux perturbations. Il s'agit de fonction de transfert $H_{per}(j\omega)$ correspondant à la réponse du système réglé²⁰ $x(j\omega)$ à une perturbation, modélisée par une force $F_p(j\omega)$ à la sortie du système²¹.

$$H_{per}(j\omega) = \frac{x(j\omega)}{F_p(j\omega)} = \frac{1}{k(j\omega)} \quad (13)$$

Cette fonction de transfert (13) est particulièrement intéressante car elle correspond à l'inverse de la rigidité dynamique $k(j\omega)$.

Ces fonctions de transfert sont exprimées en fonction des caractéristiques des différents organes constitutifs. Utiliser, manipuler et analyser ces équations comportant des centaines de termes est un exercice très difficile. Des termes de nature très différentes sont intimement mélangés, et il est très difficile d'avoir une vue d'ensemble. Par contre, une fois représentés par leurs symboles électriques, les termes de ces équations sont des objets manipulables. Une vue d'ensemble existe, de puissants outils de simplification et de traitement sont disponibles (théorie des circuits [6]), et la nature des différentes grandeurs est mise en évidence par les différents symboles²².

Il existe deux analogies possibles, celle qui est utilisée ici représente les forces par des courants et les vitesses par des tensions. L'autre analogie (Force -> Tension et Vitesse -> Courant) n'est pas utilisée.

²⁰ Variation de position à la sortie $x(j\omega)$.

²¹ Par exemple une perturbation dans un processus d'usinage.

²² ... du moins par l'ingénieur électricien.

4.2.1 Éléments utilisés

Les éléments mécaniques que sont le frottement visqueux, la rigidité et la masse peuvent être caractérisés par des équations liant la force et la vitesse au moyen de relations intégrales, dérivées et proportionnelles. En plus, des relations particulières sont utilisées, comme par exemple la somme des forces ou la somme des couples égale 0, ou encore la notion de grandeurs rapportées (par exemple inertie moteur rapportée à la charge).

Les éléments électriques que sont les résistances, inductances et capacités utilisent des équations de même nature reliant le courant à la tension. Dans un circuit électrique, la somme des courants en un nœud est nulle. Les transformateurs électriques sont aussi des transformateurs d'impédance et l'on parle aussi d'impédances rapportées.

L'analogie électrique n'est donc qu'une convention qui permet de représenter des systèmes d'équations compliqués sous une forme schématisée.

Exemple : un bras de levier.

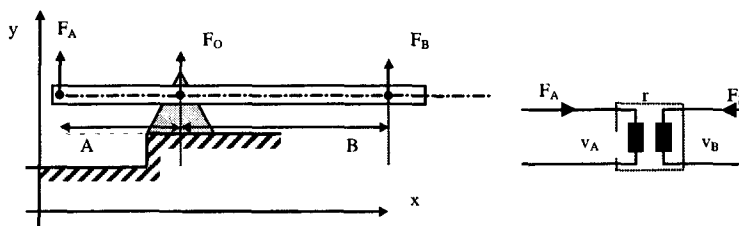


Figure 40 Exemple d'un bras de levier

Appliquée à l'exemple de la Figure 40, l'équation de la somme des moments implique immédiatement que $A \cdot F_A = B \cdot F_B$ et donc que $F_A = F_B \cdot B/A$. Dans le cas de petits mouvements, les déplacements Δy_A et Δy_B des points d'application des forces F_A et F_B sont proportionnels aux longueurs A et B . On a donc $\Delta y_A / \Delta y_B = A/B$. Il en va naturellement de même des vitesses v_A et v_B aux extrémités A et B . En l'absence de pertes, il y a donc conservation de la puissance $P_{tot} = v_A F_A + v_B F_B$. On parle alors d'une transformation du mouvement du point A au point B , transformation de rapport $r = A/B$.

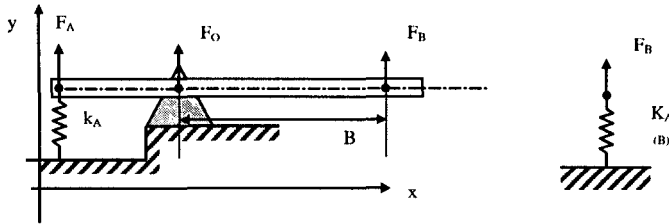


Figure 41 Illustration d'une rigidité équivalente

La rigidité k_A du ressort vue du point B (voir convention de notation section 1.8.2)

Sur la Figure 41, un ressort de rigidité k_A est placé au point A. Du point B, on constate une rigidité $k_B = F_B/\Delta y_B = \{F_A \cdot (B/A)\} / \{\Delta y_A \cdot (A/B)\}$ On en déduit que la rigidité équivalente, définie comme étant la rigidité k_A vue du point B, a pour valeur :

$$k_{A(B)} = k_A \cdot \left(\frac{B}{A}\right)^2 = k_A \cdot r^2 \tag{14}$$

Ce qui peut être représenté dans l'analogie électrique par l'équivalence des schémas de la Figure 42.

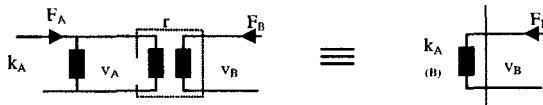


Figure 42 Représentation à l'aide de symboles électriques des équations du bras de levier de la figure Figure 40 et de la rigidité, et de la rigidité équivalente de la Figure 41

Le cas particulier du bras de levier illustré ici est évidemment un cas particulier de transformation de mouvement. On peut utiliser le modèle du transformateur dans tous les cas de "mécanismes uniformes". Par exemple, la transformation par un moteur d'un courant en un couple ($M=k_T I$) ou la réduction de vitesse d'un réducteur planétaire ou encore la transformation d'un mouvement tournant en un mouvement linéaire par un organe linéaire tel qu'une vis à billes (voir Figure 47).

Il est possible d'exprimer facilement n'importe quelle impédance équivalente, ou en d'autre mot, d'exprimer toutes les combinaisons imaginables d'inerties, de rigidités et de frottements visqueux dans n'importe quel référentiel.

Cette analogie permet d'uniformiser les traitements sans se préoccuper de la nature des éléments. La théorie relative aux changements d'impédance par les transformateurs est brièvement présentée dans l'annexe (A).

On donne ici un tableau récapitulatif pour les principales utilisations de grandeurs rapportées :

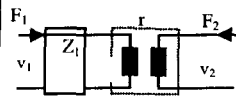
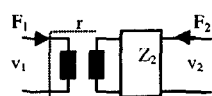
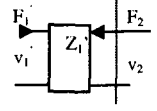
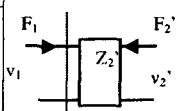
Impédances rapportées à la sortie		Impédances rapportées à l'entrée		
	$Z_1' = Z_1 = Z_1 / r^2$ (2)		$Z_2' = Z_2 = r^2 \cdot Z_2$ (1)	
	équivalences		équivalences	
	R J k F v	R' = R/r ² J' = J·r ² k' = k·r ² F1' = F1·r v1' = v1/r		R' J' k' F v
			R' = R·r ² J' = J/r ² k' = k/r ² F2' = F2/r v2' = v2·r	

Tableau 2 Grandeurs rapportées

Le Tableau 3 résume les symboles et équations de l'analogie utilisée.






Modèle électrique			Domaine mécanique			Unités		
Grandeur	Symboles	Relation	Relations / Symboles			Electrique	Linéaire	Tournant
Tension	U		Vitesse	V ou Ω		[V]	[m/s]	[rad/s]
Courant	I		Force, Couple	F ou M		[A]	[N]	[Nm]
Résistance	R 	$U=R \cdot I$	Vitesse proportionnelle à la force => frottement visqueux.	$v=\mu \cdot F$ (15)	μ	[Ω]	[s/kg]	$\left[\frac{rad \cdot s}{kgm^2} \right]$
Inductance	L 	$U=L \cdot \frac{dI}{dt}$	Vitesse prop. à la dérivée de la force. Force prop. à Δx (intégrale de la vitesse) => rigidité.	$F=k \cdot x$ (16) $M = k \cdot \alpha$ $\frac{dF}{dt} = k \cdot \frac{dx}{dt}$ $L = \frac{1}{k}$	ψ	Flexibilité		
	$\frac{1}{L}$					[H] = [Ωs]	ψ [m/N]	ψ' [rad/Nm]
Capacité	C 	$U=\frac{1}{C} \int Idt$ $C=m$	Vitesse prop. à l'intégrale de la force. Force prop. à l'accélération (dérivée de la vitesse) => masse, inertie.	$F=m \cdot a$ (17) $\int Fdt=m \int a dt$ $\frac{1}{m} \int Fdt=v$	m I	[F] = [s/ Ω]	[Kg]	[Kg m ²]
Inductance imaginaire	N 	$U=-jN \cdot \frac{dI}{dt}$	Frottement prop. à la fréquence. Pertes structurelles.		Ψ	[H] = [Ωs]	[m/N]	[Kg m ²]
Transformateur	r 	$U_2=U_1/r$ $I_2=r I_1$	Transformation de mouvement : Bras de levier, vis, réducteur ...	$M=d F$ (18)	d	[-]	[m]	
				$F=M 2\pi/p$ (19)	p	[-]	[rad/m]	
				$M_2=r M_1$ (20)	r	[-]	[-]	[-]

Tableau 3 Equivalences électriques - mécaniques

4.3 Hypothèses

4.3.1 Modèle simplifié du moteur

Dans son ouvrage [41], Leonhard W. montre, qu'en première analyse, il n'y a pas de différence significative entre le moteur AC et le moteur DC. Le moteur et sa régulation de couple sont modélisés par une simple constante de temps.

Dans le cas du moteur DC, il y a proportionnalité directe entre le courant I et le couple M . On peut donc modéliser comme suit (Figure 43):

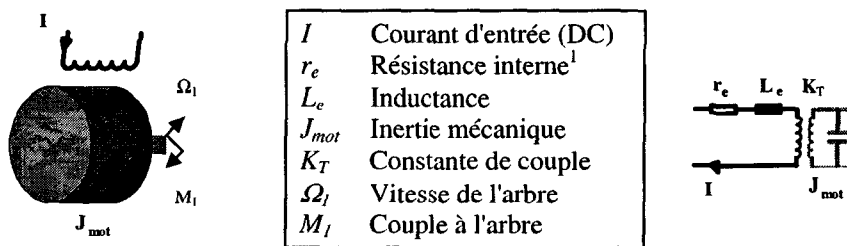


Figure 43 Modèle simplifié du moteur

(à gauche : représentation graphique

au centre : symboles utilisés

à droite : schéma électrique équivalent)

Dans le cas du moteur AC, un système réglé en couple est considéré selon le schéma bloc de la Figure 44. Le couple est réglé dans le référentiel tournant (repères d et q), une consigne de courant direct nulle est généralement imposée $i_{dc}=0$ ([12] [56]) et on retrouve la relation linéaire²³ entre le couple et le courant transverse i_q . Ceci amène également à une proportionnalité entre le couple fourni et le courant fourni par l'alimentation DC. Le modèle simplifié est équivalent à celui de la Figure 43.

²³ Pour autant que la régulation permette de maintenir le courant réel $i_d=0$

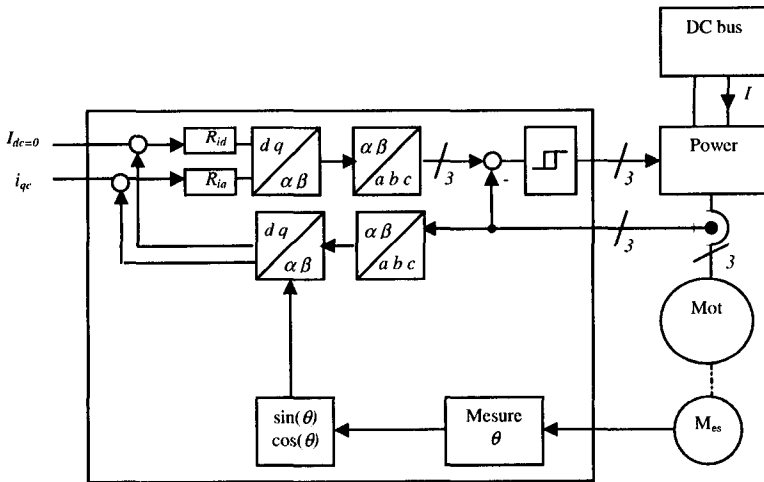


Figure 44 Schéma bloc d'un régulateur de couple par transformation de coordonnées, suivi d'un régulateur de courant par mode de glissement [56]

4.3.2 Modèle simplifié du réducteur

Le réducteur est supposé être constitué de deux roues possédant chacune sa propre inertie.

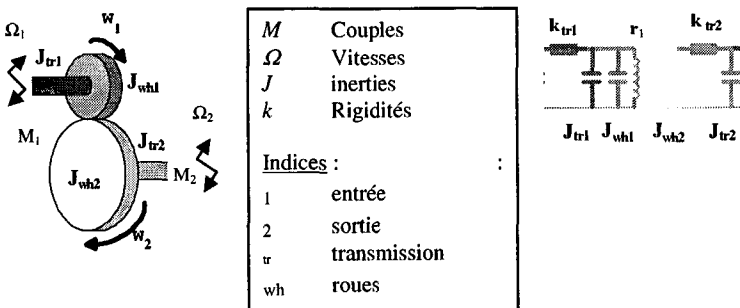


Figure 45 Modèle simplifié du réducteur
 (à gauche : représentation graphique
 au centre : symboles utilisés
 à droite : schéma électrique équivalent)

Sur la Figure 45, les inerties des transmissions (J_{tr1} pour la transmission du moteur au réducteur et J_{tr2} pour la transmission du réducteur à l'organe suivant) et leurs rigidités respectives k_{tr1} et k_{tr2} , sont également représentées.

La validité de ce modèle est vérifiée au chapitre 6.

4.3.3 Modèle simplifié du conditionneur

Le conditionnement choisi pour la représentation graphique est une transformation tournant-linéaire assurée par une vis. Sur le schéma équivalent de la Figure 46, la transmission entre l'écrou et la charge est également représentée par son inertie m_{tr3} (qui, dans ce cas particulier, est une masse) et sa rigidité k_{tr3} .

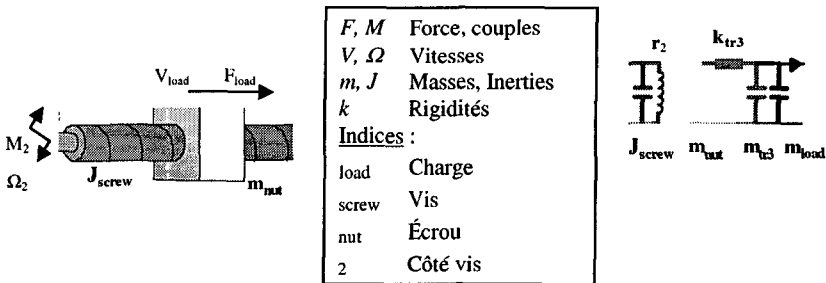


Figure 46 Modèle simplifié du réducteur

(à gauche : représentation graphique

au centre : symboles utilisés

à droite : schéma électrique équivalent)

4.4 Modèle d'une chaîne cinématique typique

4.4.1 Mise en équation

Dans le cas général, l'entraînement est constitué d'une motorisation, d'une première transformation du mouvement (adaptation) suivie d'une seconde transformation (passage de tournant à linéaire) et de la charge. Les transformations sont de nature quelconque et optionnelles. Selon les hypothèses de la section 4.3, on a pour le système illustré graphiquement sur la Figure 47, le modèle électrique de la Figure 48 :

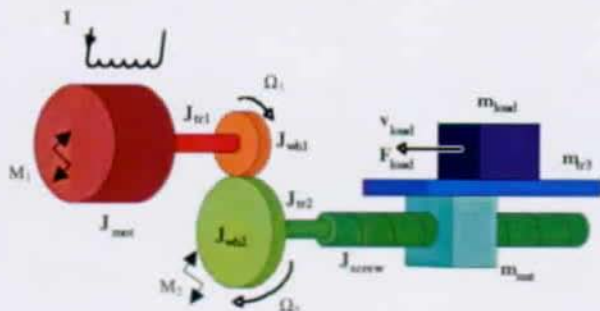


Figure 47 Exemple d'entraînement typique

Considérons un modèle électrique simplifié de cet entraînement (Figure 48). Les différents transformateurs ont les rapports suivants : $K_1 = M_1/I$ est la constante de couple du moteur, $r_2 = z_1/z_2$ est le rapport de réduction des roues dentées (z_1 et z_2 dents) et $r_1 = 2\pi/p$ le rapport de transformation de la vis. En regroupant les éléments de même nature et en supprimant les transformateurs, le modèle électrique peut être représenté par le schéma simplifié de la Figure 49.

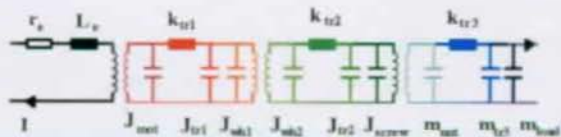


Figure 48 Modèle électrique brut

Pour faciliter la lecture des fonctions de transfert (identification aisée des différents éléments), les indices suivants sont choisis : m pour les éléments du moteur, r pour ceux du réducteur, v pour ceux du second réducteur (vis) et c pour la charge :

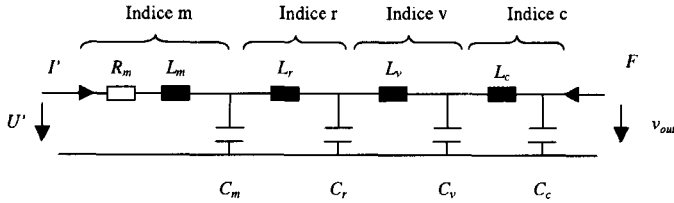


Figure 49 Modèle électrique simplifié
(Toutes les grandeurs sont rapportées à la charge)

Les éléments du schéma se calculent en fonction des grandeurs caractéristiques des organes avec les formules (21) à (29).

$$C_c = m_{ir3} + m_{load} \quad (21)$$

$$C_v = m_{nut} + r_2^2 \cdot (J_{screw} + J_{r2}) \quad (22)$$

$$C_r = r_2^2 \cdot (J_{wh2} + r_1^2 (J_{wh1} + J_{r1})) \quad (23)$$

$$C_m = r_2^2 \cdot r_1^2 \cdot J_{mot} \quad (24)$$

$$L_c = \frac{1}{k_{ir3}} \quad (25)$$

$$L_v = \frac{1}{r_2^2 \cdot k_{r3}} \quad (26)$$

$$L_r = \frac{1}{r_2^2 \cdot r_1^2 \cdot k_{r3}} \quad (27)$$

$$L_m = \frac{L_e}{r_2^2 \cdot r_1^2 \cdot K_T^2} \quad (28)$$

$$R_m = R_e \cdot r_2^2 \cdot r_1^2 \cdot K_T^2 \quad (29)$$

Il ne faut pas oublier que la tension U' et le courant I' ne sont que les images transposées de la tension et du courant dans le moteur.

$$U' = \frac{U}{r_2 \cdot r_1 \cdot K_T} \quad (30)$$

$$I' = I \cdot r_2 \cdot r_1 \cdot K_T \quad (31)$$

Le schéma simplifié de la Figure 49 présente une structure répétitive très intéressante à plusieurs titres :

- ↳ Le modèle est constitué d'une suite de biportes ou quadripôles [6] comportant une impédance série suivie d'une impédance parallèle.
- ↳ Le $n^{\text{ème}}$ biporte (indice n) de ce type est entièrement décrit par sa matrice d'impédance Z_n ou de transmission T_n .
- ↳ Les éléments du biporte correspondent directement à des éléments d'un organe physique (voir Figure 50). Il est donc possible d'associer une matrice à un organe mécanique quelconque.
- ↳ La matrice de transmission du système complet T_{sys} s'obtient par simple multiplication des matrices T individuelles (32).
- ↳ La matrice d'impédance du système complet Z_{sys} peut être facilement déduite de T_{sys} (33).
- ↳ La principale fonction de transfert du système complet $v_{\text{out}}/I_{\text{mot}}$ correspond au terme Z_{21} de la matrice Z_{sys} . (34).
- ↳ A l'aide d'un logiciel de calcul symbolique, une fonction de transfert symbolique peut être obtenue de façon automatique pour différentes combinaisons d'éléments mécaniques voir annexe (B).

$$T_{\text{sys}} = T_n \cdot T_e \cdot T_v \cdot T_c \quad (32)$$

$$Z(T) = \frac{1}{T_{21}} \begin{bmatrix} T_{11} & |T| \\ 1 & T_{22} \end{bmatrix} \quad \text{et en particulier} \quad Z(T_{\text{sys}}) = \frac{1}{T_{\text{sys}21}} \begin{bmatrix} T_{\text{sys}11} & |T_{\text{sys}}| \\ 1 & T_{\text{sys}22} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$H(j\omega) = \frac{v_{\text{out}}}{I_{\text{mot}}} = \frac{1}{T_{\text{sys}21}} \quad (34)$$

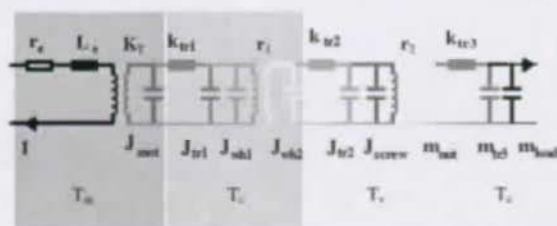


Figure 50 Equivalence entre biportes et organes

Cette fonction de transfert (34) est une fraction de polynômes en $j\omega$ qui peut être mise sous la forme :

$$H(j\omega) = \frac{j}{\sum_{i=0}^n coef_i (j\omega)^i} \tag{35}$$

Les coefficients du dénominateur sont donnés par l'expression (36). Les pôles du système sont donc les zéros du polynôme du dénominateur, c'est-à-dire, les zéros de (36).

$$\begin{bmatrix} 0 \\ C_m + C_r + C_v + C_c \\ 0 \\ (C_c C_m L_c + C_c C_r L_m + C_c C_v L_c + C_m C_v L_v + C_v C_r L_v + \\ C_m C_r L_r + C_m C_v L_r + C_m C_c L_v + C_c C_r L_v + C_m C_c L_r) \\ 0 \\ (C_c C_v C_m L_c L_v + C_c C_v C_r L_c L_v + C_c C_r C_m L_c L_r + \\ C_c C_m C_v L_c L_r + C_r C_v C_m L_r L_v + C_c C_r C_m L_r L_v) \\ 0 \\ -C_m C_r C_v C_c L_r L_c L_v \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega^0 \\ \omega^1 \\ \omega^2 \\ \omega^3 \\ \omega^4 \\ \omega^5 \\ \omega^6 \\ \omega^7 \end{bmatrix} \tag{36}$$

Tous les coefficients sont nuls sauf ceux correspondant à des puissances impaires de ω . On a donc un polynôme de degré 3 en ω^2 et un pôle en zéro.

4.4.2 Pertes et fonction de transfert

La prise en compte des pertes introduit des termes non nuls pour les puissances impaires de ω dans (36). Pour illustrer ceci, le schéma de la Figure 49 a été modifié en introduisant des pertes de frottement visqueux dans les deux réductions :

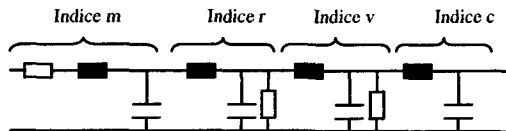


Figure 51 Schéma équivalent avec pertes

Pour simplifier la notation du dénominateur de la fonction de transfert $H(j\omega)$ sans pertes, le vecteur des coefficients correspondant à un système sans pertes tel qu'il est donné dans l'expression (36) est noté LC_{pure} .

On trouve alors la forme (37) pour le dénominateur de $H(j\omega)$. On vérifie aisément qu'en l'absence de pertes, les résistances étant infinies, (37) est identique à (36).

Il est intéressant d'illustrer graphiquement l'effet des pertes sur les pôles de la fonction de transfert. Pour ce faire, le schéma simplifié présenté en Figure 52 est utilisé :

$$\left(\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{c}
 1/R_r + 1/R_v \\
 L_v / (R_r R_r) \\
 \left\{ (-C_m L_v - C_r L_v - C_c L_c - C_m L_r) / R_r + \right. \\
 \left. (-C_c L_v - C_v L_v - C_c L_c - C_m L_r) / R_v \right\} \\
 -(C_m L_r L_v + C_c L_c L_v) / (R_r R_r) \\
 \left\{ (-C_v L_v C_c L_c - C_r L_v C_c L_c \dots \right. \\
 \left. - C_m L_r C_c L_c - C_m L_r C_v L_r) / R_r \right\} \\
 (-C_m L_r C_c L_c - C_m L_r C_v L_v \dots) \\
 (-C_c L_r C_m L_v - C_m L_v C_c L_c) / R_v \\
 C_m C_v C_c L_r L_c L_v / (R_r R_r) \\
 \left. \left\{ -\frac{C_m C_c L_r L_c L_v}{(R_v)} - \frac{C_m C_r C_c L_r L_c L_v}{(R_r)} \right\} \right. \\
 \left. \begin{array}{c}
 0 \\
 \end{array} \right]
 \end{array} \right) + LC_{pure} \cdot \begin{bmatrix} \omega^0 \\ \omega^1 \\ \omega^2 \\ \omega^3 \\ \omega^4 \\ \omega^5 \\ \omega^6 \\ \omega^7 \end{bmatrix} \quad (37)$$

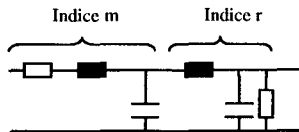


Figure 52 Circuit simplifié pour l'analyse des pertes

Ce circuit amène au dénominateur (38) pour la fonction de transfert $H(j\omega) = U_{out} / I_{in}$.

$$H(j\omega) = \frac{1}{\Omega} = -jC_m L_r C_r \omega^3 - \alpha C_m L_r \omega^2 + (C_m + C_r) j\omega + \alpha \quad \text{où} \quad \alpha = \frac{1}{R_r} \quad (38)$$

La première fréquence propre n'apparaissant que pour de grands amortissements correspond au résonateur C_m et L_r , (C_r est alors presque totalement court-circuité par l'amortissement) alors que la pulsation suivante apparaît pour quand les deux masses (C_m et C_r) oscillent ensemble avec l'élément flexible L_r .

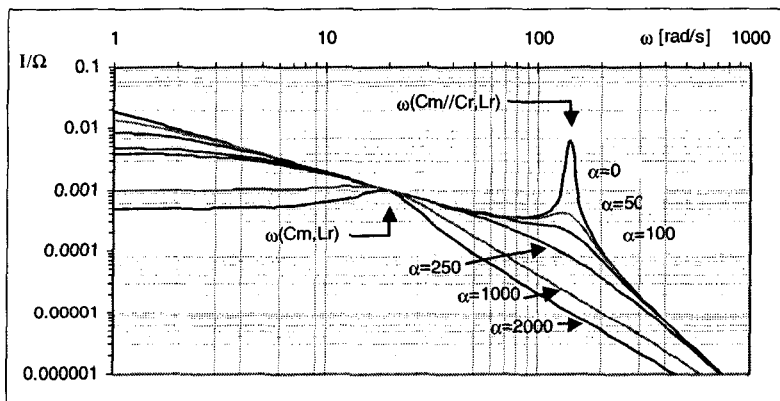


Figure 53 Diagramme de Bode

R_m et L_m non définies (source de courant),

$C_m = 50$ [kg], $L_r = 50 e^{-6}$ [m/N], $C_r = 1$ [kg]

et ($1/R_r$) en paramètre $\alpha = \{0, 50, 100, 250, 1000, 2000\}$ [kg/s]

L'examen de cette fonction de transfert dans le diagramme de Bode (Figure 53) permet de faire plusieurs constatations sur l'effet des pertes :

- ⇒ la fréquence propre ne change que très peu en fonction des pertes;
- ⇒ la fréquence propre est toujours inférieure à la fréquence propre calculée sans pertes;
- ⇒ la bande passante est peu influencée par les pertes;
- ⇒ seul le gain statique est sérieusement influencé par les pertes.

Ces informations seront particulièrement utiles lors de l'étude de la rigidité.

4.5 Analyse symbolique de la forme $H(j\omega)$

Pratiquement, c'est la fréquence propre la plus basse qui représente une limite contraignante. Cette fréquence correspond au premier pôle de la fonction de transfert. Ce pôle devient ainsi le seul pôle intéressant. Comment utiliser une forme analytique de la fonction de transfert de l'entraînement ? Il est possible d'extraire les différents zéros des polynômes numériquement, pour chaque combinaison des paramètres variables, et d'effectuer ensuite des tests pour identifier le plus petit. Cela signifie d'une part un nombre de calculs imposant. D'autre part, l'existence de ce genre de test rend très difficile la recherche d'un optimum. L'utilité de connaître symboliquement la fonction de transfert $H(j\omega)$ n'est réelle que si l'on est capable d'extraire une valeur analytique du plus petit pôle.

On constate une ressemblance évidente entre l'expression des coefficients fonction des éléments LC et l'expression des coefficients d'un polynôme en fonction de ses racines :

$$P(x) = a_n \prod_{i=0}^{n-1} (x - x_i) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot x^i \tag{39}$$

A un coefficient près et au signe près, les coefficients a_i se calculent comme les sommes des combinaisons de $i+1$ racines x_i .

$$a_0 = \frac{(x_0 \cdot x_1 \cdots x_{n-1})}{a_n} \tag{40}$$

$$a_1 = \frac{1}{a_n} \cdot \left\{ \begin{array}{l} (x_0 \cdot x_1 + x_0 \cdot x_2 + x_0 \cdot x_3 + \dots + \\ x_0 \cdot x_{n-1} + x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + \dots + \\ x_1 \cdot x_{n-1} + \dots + x_{n-2} \cdot x_{n-1} \end{array} \right\} \tag{41}$$

$$a_2 = \frac{1}{a_n} \cdot \left\{ \begin{array}{l} (x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 + x_0 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_0 \cdot x_3 \cdot x_4 + \dots + \\ x_0 \cdot x_{n-2} \cdot x_{n-1} + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + \dots + \\ x_{n-3} \cdot x_{n-2} \cdot x_{n-1} \end{array} \right\} \tag{42}$$

$$a_{n-1} = \frac{(x_0 + x_1 + \dots + x_{n-1})}{a_n} \tag{43}$$

Ces constatations nous amènent naturellement à examiner les propriétés des polynômes et à rechercher le moyen d'en extraire symboliquement le plus petit zéro, sans fonction discontinue ni test. Cette partie est développée à la section 5.8. Il faut encore relever que pour un système sans pertes, on peut extraire du dénominateur de la fonction de transfert un polynôme ayant toutes les puissances impaires de ω égales à 0. Le degré de ce polynôme est donc $2n$. Les racines r_i du polynôme de degré n en ω^2 correspondent aux racines $+\sqrt{r_i}$ et $-\sqrt{r_i}$ du polynôme initial. Dans le domaine de Fourier, ces racines correspondent à des fréquences réelles, elles sont donc réelles.

Remarque

Les éléments particuliers que sont le jeu et le frottement sec ne sont pas linéaires. La réalisation d'entraînements peu coûteux peut amener à des valeurs non négligeables de ces deux types de comportement. En cas d'utilisation de transformateurs, il est nécessaire de faire une analyse séparée de leurs effets.

Un exemple pratique utilisant ce modèle est présenté à la section 8.4, un autre à la section 8.5.3.

4.6 Modèle de la réponse à une perturbation

Un système soumis à une perturbation peut être analysé directement avec la matrice de transmission T_{sys} définie précédemment (32). La rigidité de l'entraînement est directement liée à sa réponse à une perturbation. Cette rigidité dépend plus ou moins directement de la stratégie de régulation choisie. Par exemple, dans un entraînement direct (par exemple, un moteur linéaire), la rigidité est complètement à la charge du régulateur, les éléments mécaniques par eux-mêmes n'apportant aucune rigidité. Par contre, dans un entraînement régulé côté moteur et comportant une réduction importante (par exemple un *harmonicdrive* suivi d'une vis à billes), la rigidité ne dépend que des éléments mécaniques. Finalement, dans certains cas (transmission souple), il peut être nécessaire d'adopter une stratégie de régulation exploitant à la fois des mesures côté moteur et côté charge [30].

Le choix des grandeurs mesurées (position du moteur et/ou position de la charge) a une grande influence sur cette réponse [30] et [22] et une analyse spécifique doit être faite pour chaque cas.

4.6.1 Hypothèses

On fait les hypothèses suivantes :

- ⇒ la mesure se fait à l'extrémité de l'entraînement (côté charge);
- ⇒ une régulation de type cascade est utilisée;
- ⇒ la perturbation agit directement sur la charge (I_2).

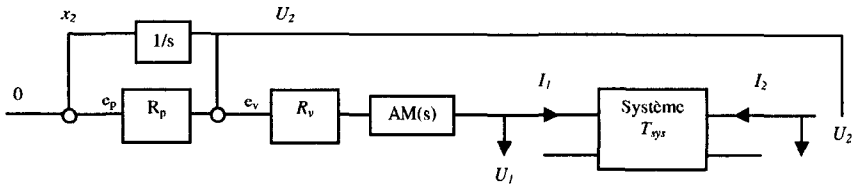


Figure 54 Intégration du système au modèle automatique

La première étape de l'étude du comportement d'un système en mode régulation est de poser une consigne nulle. Sur la Figure 54, on retrouve un bloc (*Système*) représentant le modèle électrique du système tel qu'il est défini à la section précédente par sa matrice de transmission T_{sys} . L'entrée est caractérisée par une tension U_1 et un courant I_1 , la sortie, par une vitesse (U_2) et une force (I_2). La mesure de vitesse effectuée à la sortie fournit directement U_2 et la position est obtenue par intégration de cette vitesse. Une erreur de position est calculée en soustrayant la position mesurée de la consigne de position (imposée = 0). Cette erreur est traitée par le régulateur de position R_p qui fournit une consigne de vitesse de laquelle est soustraite la vitesse mesurée U_2 pour fournir une erreur de vitesse e_v . Cette erreur de vitesse est traitée par le régulateur de vitesse R_v qui fournit une consigne de couple au bloc suivant $AM(s)$. Ce bloc comporte les régulateurs de couple et de courant ainsi que l'électronique de puissance et le moteur (sans inertie), On suppose aussi que $AM(s)$ est indépendant de l'impédance du système (orateur [6]).

On trouve la matrice d'impédance du système Z_{sys} à partir de la matrice de transmission T_{sys} en utilisant la relation (268) de l'annexe (B).

La matrice d'impédance du système est définie par (44) et (45).

$$U_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \quad (44)$$

$$U_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \quad (45)$$

Pour l'automaticien, la matrice d'impédance peut alors être représentée par le schéma bloc suivant :

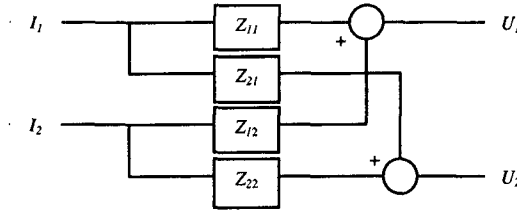


Figure 55 Modèle automatique d'une matrice Z

Le schéma de la Figure 54 peut alors être mis sous une forme plus standard :

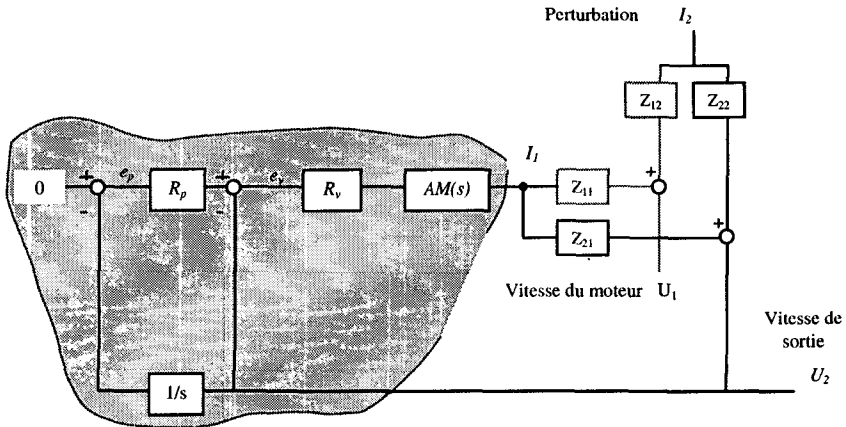


Figure 56 Schéma de réglage avec mesure à la sortie

On voit immédiatement que, indépendamment du type de réglage, le courant I_1 est proportionnel à $-U_2$ à une fonction $R_{tot}(s)$ près (zone à fond gris sur la Figure 56) :

$$I_1 = AM(s) \cdot R_v \cdot e_v \quad \text{et} \quad e_v \propto (-U_2) \quad (46)$$

Ce qui permet de noter :

$$U_2 = Z_{21} \cdot R_{tot}(s) \cdot (-U_2) + Z_{22} \cdot I_2 \quad (47)$$

On en tire aisément la fonction de transfert de la réceptance²⁴ :

$$\Gamma = \frac{U_2}{I_2} \cdot \frac{1}{s} = \frac{Z_{22}}{1 + Z_{21} R_{tot}(s)} \cdot \frac{1}{s} \quad (48)$$

En calculant les erreurs e_v et e_p , pour un réglage en cascade, on trouve pour la fonction $R_{tot}(s)$:

$$R_{tot}(s) = R_v \cdot AM(s) \cdot \left(1 + \frac{R_p}{s} \right) \quad (49)$$

Qui amène à :

$$\Gamma(s) = \frac{Z_{22}}{s + Z_{21} \cdot R_v \cdot AM(s) \cdot (s + R_p)} \quad (50)$$

Finalement, on peut exprimer la matrice d'impédance Z par combinaison des membres de la matrice de transmission T , que l'on sait maintenant évaluer symboliquement.

$$Z(T) = \frac{1}{T_{21}} \begin{bmatrix} T_{11} & |T| \\ 1 & T_{22} \end{bmatrix} \quad (51)$$

Il en découle finalement :

$$\Gamma(s) = \frac{\frac{T_{22}}{T_{21}}}{s + \frac{1}{T_{21}} \cdot R_v \cdot AM \cdot (s + R_p)} = \frac{T_{22}}{s \cdot T_{21} + R_v \cdot AM \cdot (s + R_p)} \quad (52)$$

Comme on a entièrement défini la matrice T avec la procédure présentée plus haut, il est possible d'évaluer la rigidité d'un système réglé en fonction de ses constituants (chapitre 6). Les fonctions de transfert des régulateurs dépendent de leurs paramètres eux-mêmes dépendants du système réglé. L'établissement de la relation de la rigidité, en partie basée sur ce modèle d'une réponse à une perturbation, est développée au chapitre 7.

Un exemple utilisant ce modèle est présenté à la section 8.5.3.

²⁴ La réceptance (aussi appelée flexibilité) est le rapport du déplacement sur la force qui en est l'origine. $[m/N] = [m/(kg \ m/s^2)] = [s^2/kg]$

4.7 Limites des modèles

Les modèles présentés dans ce chapitre sont limités à l'analyse transitoire de systèmes linéaires. Ceci signifie en particulier que :

- ⇒ l'analyse du fonctionnement en régime continu n'est pas considéré;
- ⇒ l'alimentation en courant est supposée idéale;
- ⇒ les stratégies de commande en tension ne sont pas abordées;
- ⇒ La tension contre électromotrice n'est pas considérée.

Ces limitations ne sont pas trop excessives dans le cadre étudié, en effet, les vitesses sont toujours relativement basses.

D'autre part, comme cela a déjà été mentionné, les non-linéarités ne sont pas considérées (les frottements secs ne ont donc pas pris en comptes dans ces modèles).

Le but de ces modèles est de faciliter l'obtention de toute sorte d'informations sur l'entraînement électrique (comme par exemple la fréquence propre) en vue d'un prédimensionnement destiné à déterminer quels éléments constitutifs choisir.

Une extrême précision n'est pas nécessaire pour le choix de la composition de l'entraînement. Lorsque deux ou trois compositions sont retenues, les outils de simulation autorisant les non-linéarités peuvent être utilisés pour affiner les paramètres.

4.8 Interprétation des pertes

Les organes mécaniques modernes ont de moins en moins de frottement. Les coulisses grattées d'autrefois sont remplacées par des guidages à recirculation de billes ou de rouleaux. Elles ont toutefois une importance capitale quand il s'agit d'amortir des vibrations, surtout quand la vibration est dérangeante (par exemple, un mauvais état de surface d'usinage).

Dans la suite, nous chercherons avant tout à exprimer la première fréquence propre du système. En pratique, les amortissements sont faibles et leur impact sur cette fréquence est négligeable. On négligera donc les pertes. L'annexe (C) donne toutefois quelques informations complémentaires sur les différents modèles permettant, le cas échéant, de modéliser les pertes.

4.9 Modèle d'une structure sur des appuis

Dans de nombreux cas, il est nécessaire de modéliser le comportement des liens entre des structures. Plusieurs cas de figures similaires sont rencontrés :

- ⇒ liens entre le support (bâti) d'un entraînement et son environnement (sol). Ces liens peuvent être par exemple des silentblocks;
- ⇒ lien entre un système mobile et un support. Ces liens peuvent être par exemple des patins à recirculation de corps roulants.

On voit immédiatement que plusieurs systèmes peuvent être montés en série. Par exemple, la Figure 57 illustre schématiquement un axe X rapporté avec quatre patins à circulation sur un axe Y monté lui-même avec six patins à circulation sur un bâti rapporté au sol sur trois silentblocks.

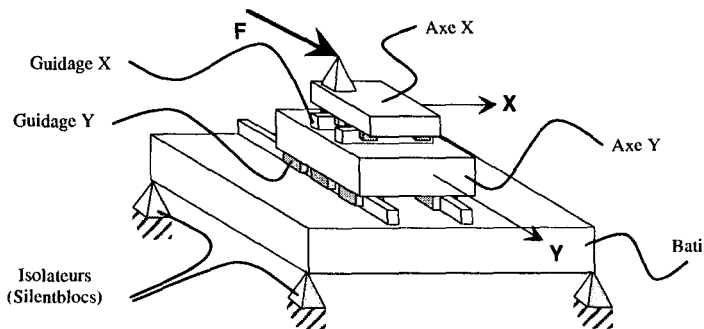


Figure 57 Exemple de systèmes en série

On constate les caractéristiques suivantes : sans tenir compte de la rigidité des liaisons par silentblocks, les liaisons entre les axes sont clairement hyperstatiques du point de vue de la transmission des forces. Au niveau de ces liaisons, une force extérieure F de direction quelconque va se décomposer en autant de forces qu'il y a de points d'appui. La résultante des forces dans les points d'appui (réaction) est néanmoins exactement l'opposé de la force extérieure (action). La transmission de force d'un axe à l'autre ne dépend pas de la répartition des forces entre les différents points de liaison. Il en va de même pour la transmission d'un couple de forces.

Par contre, si l'on veut considérer les déformations (étude de la rigidité), cette répartition devient primordiale. Pour trouver une solution à ce problème en posant les trois équations des couples dans les trois directions et les trois équations des forces dans les trois directions, ce qui fait six équations. D'autre part, pour un système comportant n attaches flexibles (par exemple les patins), il y a $3n$ forces inconnues (pour $n > 2$, il est nécessaire d'introduire des informations supplémentaires). En introduisant les équations correspondant aux déformations des attaches (par exemple les rigidités des liaisons assurées par les patins), on ajoute $3n$ équations, et les 6 inconnues qui définissent le déplacement relatif (une translation $\{x ; y ; z\}$ et une rotation $\{\Theta_x ; \Theta_y ; \Theta_z\}$). On dispose alors d'un système cohérent comportant :

$$\Rightarrow 6 + 3n \text{ inconnues}$$

$$\Rightarrow 6 + 3n \text{ équations}$$

Il reste un problème lié aux angles qui impliquent des relations non-linéaires compliquant singulièrement la résolution de ce système. On contourne cette difficulté en remarquant que, dans des applications pour lesquelles une grande rigidité est recherchée, ces angles seront toujours très petits. Ceci autorise l'approximation : $\sin(\varphi) \cong \varphi$.

$$\begin{bmatrix} Fx \\ Fy \\ Fz \\ Mx \\ My \\ Mz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [k_{xx}] & [k_{x\Theta}] \\ [k_{\Theta x}] & [k_{\Theta\Theta}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta_x \\ \Delta_y \\ \Delta_z \\ \Delta\Theta_x \\ \Delta\Theta_y \\ \Delta\Theta_z \end{bmatrix} \quad (53)$$

On peut finalement se contenter de représenter la liaison par le rapport entre une déformation $\{x ; y ; z ; \Theta_x ; \Theta_y ; \Theta_z\}$ en un point particulier et la force qui en est la cause. Il s'agit de matrice de rigidité (53).

On peut représenter la structure de la Figure 57 à l'aide de schémas électriques plus ou moins complexes selon la nature des couplages (un effort dans une direction provoque-t-il des déformations dans les autres directions ?). On peut simplifier le schéma en regroupant l'ensemble des transformateurs impliqués et les rigidités dans des blocs.

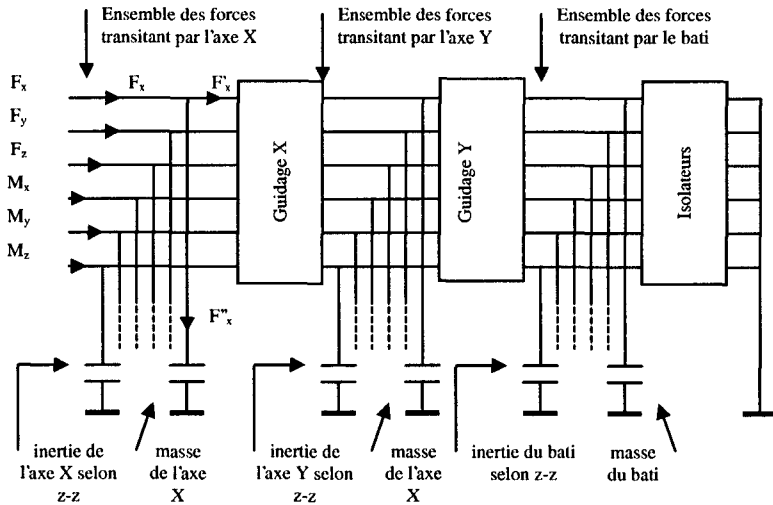


Figure 58 Modèle des appuis

Ce modèle est utilisé pour appréhender le cheminement des forces dans les phases transitoires. La Figure 58 met en évidence le fait qu'une force F_x est séparée en ses composantes F'_x et F''_x . F'_x est la composante qui provoque un déplacement en x de "axe x ", la partie F''_x est la composante qui transite via le guidage en direction de la pièce appelée "axe y ".

Il devient ainsi évident que si la masse de l'axe x est grande, F''_x sera moindre. En d'autre termes, si "axe x " est massif la force qui transitera pas "guidage x " sera très faible.

4.10 Conclusion du chapitre

Ce chapitre présente un outil (analogie électrique) qui sera beaucoup utilisé dans les chapitres suivants. On en rappelle les avantages :

On dispose d'une systématique pour l'obtention des principales fonctions de transfert de n'importe quel entraînement électrique dont les caractéristiques sont suffisamment linéaires.

En particulier, le moteur (réglé en couple ou non) doit avoir un couple environ proportionnel au courant et la source de courant qui l'alimente est supposée ne pas avoir de limite de tension.

5 PERFECTIONNEMENTS

5.1 Présentation du chapitre

En cherchant à trouver la combinaison optimale, on passe par une mise en équation des différents organes concernés. Lors de cette mise en équation, il apparaît que des améliorations sont possibles. On constate que l'on peut améliorer significativement la performance d'un entraînement en utilisant certains de ses éléments constitutifs d'une manière inédite. Les gains potentiels peuvent alors largement dépasser ceux que l'on obtient en se bornant à choisir la combinaison des éléments. Plusieurs techniques et théories sont ainsi remises en cause dans le cadre de cette thèse.

Les techniques et organes listés ci-dessous ont ainsi été revisités :

- ⇒ Section 5.2 Contenu fréquentiel des courants et forces;
- ⇒ Section 5.3 Algorithmes d'interpolation;
- ⇒ Section 5.4 Caractéristiques de couple;
- ⇒ Section 5.5 Commande parallèle;
- ⇒ Section 5.6 Rapport optimal de réduction;
- ⇒ Section 5.7 Impact du frottement sur les axes inclinés;
- ⇒ Section 5.8 Systèmes non-linéaires;
- ⇒ Section 5.9 Calcul symbolique de la plus petite racine d'un polynôme.

L'ordre de présentation des sections a été choisi de manière à définir séquentiellement les équations utilisées. Toutefois, la compréhension de la raison d'être de ces différentes sections nécessite un ordre sensiblement différent. Voici les réflexions qui ont impliqués les sujets de ce chapitre :

L'analyse des mouvements présentée à la section 2.7 montre que la technologie utilisée pour l'intégration du temps dans des consignes purement géométriques²⁵ s'avère avoir une importance capitale. Cette intégration se fait traditionnellement en temps réel. Un procédé effectuant cette tâche en temps masqué est étudié dans le détail, section 5.5. Il en découle que la distinction entre temps réel et temps masqué n'est jamais aussi nette qu'il n'y paraît à première vue. On montre aussi que, plus on est proche du temps masqué et plus les algorithmes peuvent être sophistiqués, sans atteindre les limites de prix et de performance des processeurs.

Ayant éliminé les limitations liées au rapport performance/prix des processeurs, on espère approcher les trajectoires *idéales*. Mais quel est cet idéal ? On cherche à le définir au travers d'une étude du "*contenu harmonique des courants*". Encore faut-il être capable de créer des consigne s'approchant de cet idéal. Comme les algorithmes *d'interpolation* connus ne donnent pas satisfaction, un algorithme original est mis au point dans la section 5.2.

Cet algorithme est basé sur une transformation particulière qui, appliquée à une caractéristique de couple, permet une représentation graphique particulière du jerk. Cette transformation permet de valider des méthodes de calcul originales permettant de mieux utiliser les caractéristiques moteur, tout en diminuant la quantité de calcul de l'optimisation.

La quantité de calculs de cette optimisation est en partie liée à la recherche des racines de polynômes. Une méthode originale est présentée. Celle-ci permet de trouver une bonne approximation symbolique de la plus petite et de la plus grande racine d'un polynôme quelconque.

²⁵ Cette partie est généralement appelée interpolation, mais cette dénomination étant utilisée à tout va, on préfère préciser le concept précisément [21]. voir aussi Figure 12

5.2 Contenu harmonique des courants

Les différents mouvements demandés aux entraînements vont impliquer des courants dans les alimentations, les amplificateurs et les moteurs. Les moteurs vont transformer ces courants en couples qui seront transmis à la charge par une chaîne cinématique. Tout au long de ce cheminement de l'énergie, il y a des pertes :

- ⇒ pertes Joules dans les parties électriques;
- ⇒ pertes dans les parties mécaniques (frottements, amortissement, jeux, etc.);
- ⇒ pertes fer dans les parties magnétiques.

Dans les commutateurs de puissance et dans le corps du moteur, les performances sont limitées par une température limite. Les pertes joules réduisent directement les performances. On cherche donc à limiter celles-ci.

5.2.1 Hypothèse

On reprend l'hypothèse du modèle électrique (Section 4.3.1) selon laquelle, à une constante de temps T_e près, le couple fourni par le moteur est proportionnel au courant, ceci pour un moteur *DC* et pour un moteur *AC* réglé en couple [56].

5.2.2 Pertes Joules

Dans ce cadre, un saut de vitesse donné dans un temps donné (54) produit un minimum de pertes Joules pour une forme du courant rectangulaire.

$$\Delta\Omega = \int_T \varepsilon \cdot dt = \int_T \frac{M}{J} \cdot dt = \int_T \frac{K_t \cdot i(t)}{J} \cdot dt = \frac{K_t}{J} \int_T i(t) \cdot dt \quad (54)$$

$$E_{\text{joule}} = R \int_T i(t)^2 \cdot dt \quad (55)$$

$$i(t) = \text{rect}(t) \quad (56)$$

Trois remarques s'ajoutent à ces considérations :

- ⇒ le courant est une grandeur imposée par un régulateur, à l'intérieur d'un système bouclé. La relation entre le courant et la consigne n'est donc pas proportionnelle.
- ⇒ la proportionnalité entre courant et couple n'est utilisable que dans un domaine de fréquences coïncidant avec la bande passante électrique du moteur (constante de temps électrique T_e). En delà, il faut considérer au minimum un filtre de constante de temps T_e .
- ⇒ Quand la fréquence des courants $i(t)$ dépasse $1/T_e$, les pertes fer dans les parties magnétiques ne sont plus négligeables. Ce cas n'est pas étudié ici car l'analyse statistique des mouvements a montré que 99% des mises en vitesse ne concernent que les basses vitesses (voir section 2.7).

5.2.3 Pertes mécaniques

La fonction de transfert d'une chaîne cinématique élémentaire peut raisonnablement être modélisée par un filtre passe bas du second ordre, plus ou moins amorti. Une chaîne complète est une succession de tels filtres (voir modèle électrique). L'énergie qui entre ne ressort pas intégralement, mais est partiellement dissipée dans les éléments mécaniques. En particulier, les composantes fréquentielles les plus élevées sont intégralement dissipées. Ces composantes étant les principales responsables des usures des éléments roulants (billes, galets, roues) on souhaite naturellement les minimiser.

Les pertes (et en tout cas les pertes dommageables) sont donc liées à la partie haute du contenu fréquentiel du couple. Ceci semble contradictoire avec la forme du courant (56) envisagée précédemment.

La question de la forme idéale des consignes ne trouve donc pas une réponse immédiate. Un résumé d'une étude [60] sur ce sujet est présenté ici.

Cette étude se base sur un modèle du réglage automatique transformé. On s'intéresse à la relation entre consigne d'accélération (voir section suivante) et forme du courant. Le système réglé transforme une consigne de position en une position réelle. On commence donc par restituer cette consigne de position en intégrant deux fois la consigne d'accélération (Figure 59). Par ailleurs, on considère l'ensemble - boucle de couple, moteur M , et chaîne cinématique Mec - comme un seul bloc dont la fonction de transfert est $H(s)$ que l'on sait modéliser (voir chapitre 4). On intègre la vitesse pour obtenir la position à la sortie.

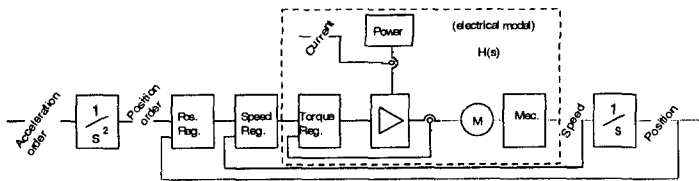


Figure 59 Modèle automatique d'un entraînement électrique typique. (Réglage cascade [43])

D'autre part, on connaît bien la caractéristique typique du système réglé, soit un passe bas avec amortissement critique (en usinage, les dépassements de position étant prohibés).

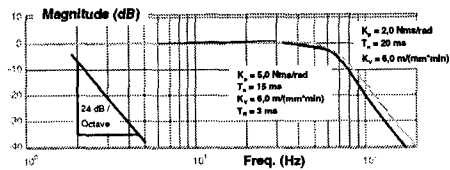


Figure 60 Caractéristique simulée d'un axe réel (Math lab, Simulink Axe Y1, machine DECO PF42)

Finalement, on restitue le courant en appliquant à la sortie du système réglé l'inverse des fonctions existant entre position et courant (Figure 61).

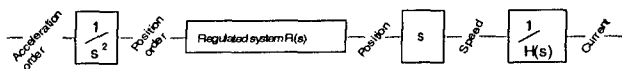


Figure 61 Modèle pour l'étude de la relation courant - consigne d'accélération

Remarque : On procède ici à une analyse symbolique, il est donc tout à fait légitime de dériver la position pour restituer la vitesse. Il est bien entendu que cette façon de faire est soumise à conditions dans une réalisation pratique.

On obtient ainsi la fonction de transfert recherchée. Les courants obtenus pour différentes formes de consignes d'accélération sont comparés.

Les formes suivantes ont été évaluées²⁶ : rectangulaire, trapézoïdal, parabolique (57), polynomiale²⁷ (58), cosinoïdale (59) et hyperboliques (60).

$$a(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t \quad (57)$$

$$a(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t \quad (58)$$

$$a(t) = \frac{A_0}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2 \cdot J_{erk}}{A_0} \cdot t\right)\right) \quad (59)$$

$$a(t) = \frac{A_0}{2} \cdot (th(\beta \cdot t - \vartheta_0) - th(\beta \cdot t + \vartheta_0)) \quad (60)$$

La signification des différents paramètres est explicitée dans les lignes suivantes. Les invariants nécessaires à la comparaison sont la durée de la mise en vitesse t_{acc} et la vitesse atteinte après cette durée Δv . On a donc la relation :

$$\Delta v = \int_{t_{acc}} a(t) \cdot dt \quad (61)$$

Le seul degré de liberté commun à toutes les formes est A_0 , la valeur crête de l'accélération.

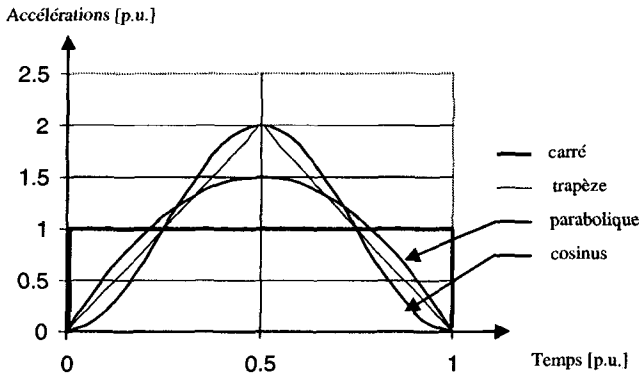


Figure 62 Allure des principales consignes d'accélération

²⁶ Pour toutes ces formes, on a également montré que, pour atteindre de grandes vitesses un maintien à la valeur crête de l'accélération est possible, sans modifier notablement les résultats présentés ici. On a également étudié différentes variantes basées sur les exponentielles.

²⁷ On utilise un polynôme d'ordre 3 d'équation (58) pour la montée de l'accélération, et une forme verticalement symétrique pour la descente.

Garantir ces conditions introduit des inégalités de cette valeur crête de la consigne d'accélération (Figure 62). Nous verrons que ces inégalités au niveau de la consigne sont très différentes du côté des accélérations réelles.

Explication des symboles : La grandeur J_{erk} représente directement la valeur maximale du jerk, en effet, la dérivée de (59) par rapport au temps correspond à j_{erk} , la valeur instantanée du jerk et s'écrit :

$$j_{erk}(t) = J_{erk} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot J_{erk}}{A_0} \cdot t\right) \tag{62}$$

Les paramètres de la forme hyperbolique (60) n'ont pas une signification aussi directe. On se contente de préciser que θ_0 permet de maintenir l'accélération à son maximum plus ou moins longtemps avec une formulation analytique continue (c'est l'avantage principal de cette forme) alors que β est une image du jerk. Cette forme n'est pas illustrée. Dans les cas polynomiaux, les paramètres a, b, c n'ont pas non plus de signification directe. Pour leur signification indirecte, on renvoie à [50].

La consigne carrée demande un déplacement infiniment rapide, que le système ne peut pas délivrer. Le régulateur réagit en imposant un courant atteignant rapidement les limites physiques de l'amplificateur.

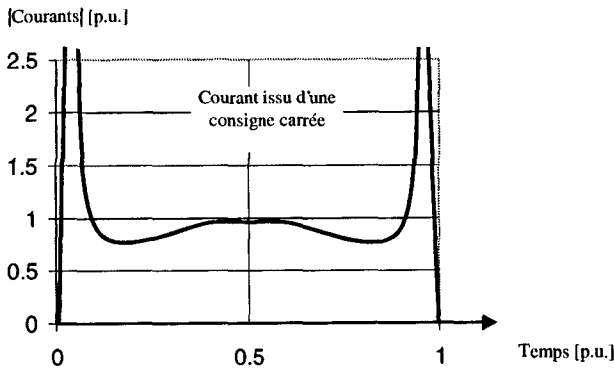


Figure 63 Forme typique du courant généré par une consigne d'accélération carrée

Les modèles utilisés ne permettent pas de prédire l'effet de la limitation de courant.

On peut néanmoins affirmer que :

- ⇒ le courant étant limité, la vitesse désirée ne sera atteinte qu'après un certain délai;
- ⇒ l'énergie thermique liée au carré de ces pics de courant va être importante;
- ⇒ Les composantes fréquentielles les plus hautes ont été amplifiées, ce qui sera néfaste pour la mécanique...

La consigne trapézoïdale introduit des pics semblables²⁸, d'amplitude moins importante, mais avec un pic supplémentaire à $t_{acc}/2$.

La courbe correspondant à la consigne parabolique est similaire à la courbe issue du carré, mais avec des pics très nettement moins marqués (Figure 64).

[Courants] [p.u.]

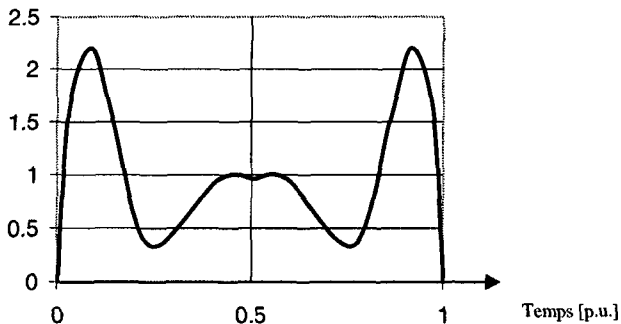


Figure 64 Forme typique du courant généré par une consigne d'accélération parabolique.

Finalement, les courbes correspondant aux consignes cosinusoïdales, polynomiales et hyperboliques se confondent quasiment. Leur allure générale est donnée Figure 65.

Sans même faire d'analyse plus poussée, on voit que ce dernier cas est le plus proche du courant idéal, tout en ne présentant que peu de fréquences élevées. On constate que la valeur moyenne du courant (et du couple) reste de 1 [p.u.] quelle que soit la forme de la consigne.

²⁸ Courant correspondant non représenté ici.

Les valeurs crêtes des consignes d'accélération ne sont donc représentatives de la valeur crête de l'accélération que multipliées par un facteur de correction dépendant de la forme de la consigne.

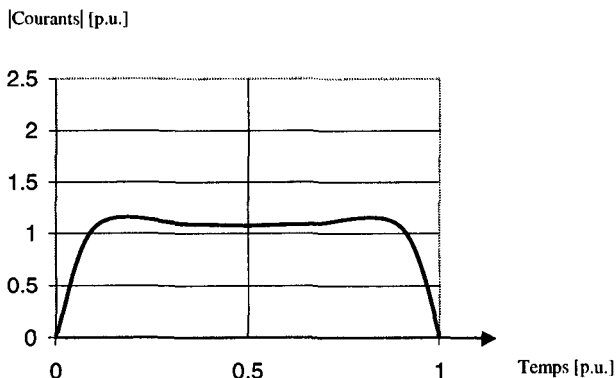


Figure 65 Forme typique du courant généré par une consigne d'accélération polynomiale ou hyperbolique

Finalement, pour comparer les contenus fréquentiels des différentes formes, on introduit une fonction comparative (63) définie par le rapport entre:

- ⇒ La puissance dissipée dans la chaîne cinématique (puissance des fréquences supérieures à la fréquence propre de la chaîne cinématique)
- ⇒ Et la puissance totale qui entre dans cette chaîne.

Cette comparaison est effectuée pour différentes formes de consigne, et pour différentes dynamiques du mouvement (en variant t_{acc}).

5.2.4 Hypothèse

On admet pour simplifier que l'intégralité de l'énergie correspondant à des fréquences supérieures à la pulsation propre du système ω_c n'est pas transmise et que l'intégralité de l'énergie des composantes de fréquences inférieures est transmise.

Dans ce cas, connaissant $I(\omega)$, la transformée de Fourier du courant $i(t)$ et à l'aide du théorème de Parseval, on peut définir l'énergie non-transmise (dissipée dans la mécanique ?) : numérateur de (63) et l'énergie totale du signal : dénominateur de (63).

Le rapport $r(\omega_c)$ défini par l'équation (63) comme le rapport de l'énergie non transmise à l'énergie totale, donne un bon moyen de comparaison des différentes formes de consigne.

$$r(\omega_c) = \frac{\int_{\omega_c}^{\infty} I(\omega)^2 d\omega}{\int_0^{\infty} I(\omega)^2 d\omega} \quad (63)$$

Cette fonction comparative est illustrée sur la Figure 66 pour un système du second ordre réglé et ayant une fréquence propre variable (abscisse) et des consignes d'accélération carrées, paraboliques et cosinusoidales ayant des fondamentales de 10, 13.3 et 20 [Hz].

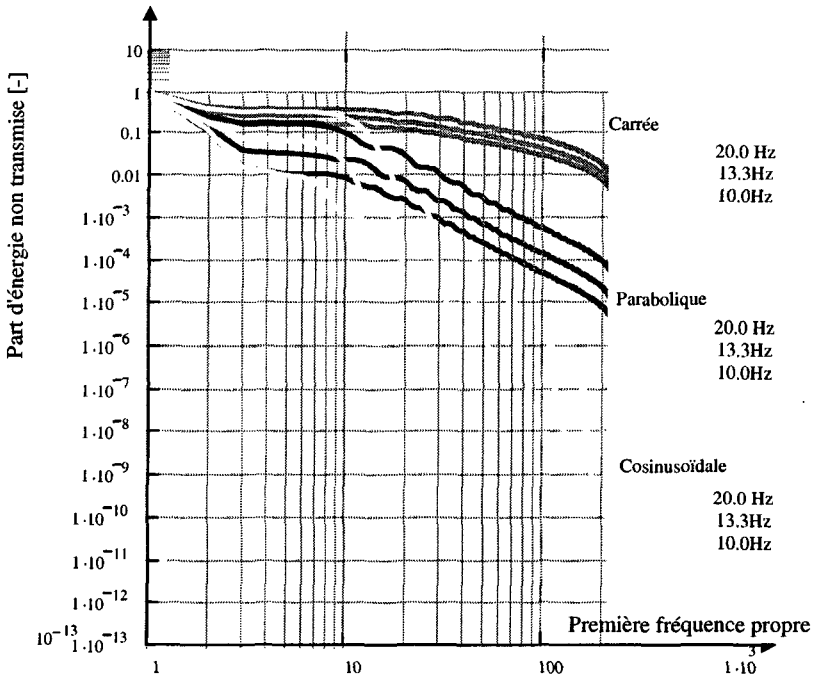


Figure 66 Pertes relatives selon l'équation (63) pour trois formes typiques de consignes

On constate que l'énergie perdue décroît avec la fréquence, lentement pour le cas *carré*, moyennement pour le cas *parabolique* et fortement dans le cas *cosinusoidal*. On ne s'étonne pas de constater que plus la consigne est lente (fondamentale à basse fréquence) et moins les pertes sont importantes.

Remarques :

- ⇒ pour des systèmes présentant des pertes dommageables en-dessous de 10 [Hz], la consigne parabolique s'avère préférable;
- ⇒ la forte décroissance aux environ de 250 [Hz] est une erreur de quantification liée au nombre d'échantillons utilisés pour ce calcul [17]. Au delà de 150 [Hz], la courbe n'est pas représentative.
- ⇒ Les oscillations sont elles liées à la fenêtre temporelle carrée utilisée.

Les trajectoires sont normalement définies géométriquement uniquement. On y associe des vitesses souhaitées. Intégrer la notion de temps à une trajectoire géométrique implique non seulement le respect des équations (57), (58), (59), ou (60), mais aussi le maintien de la géométrie définie. Avec des équations du type (57), c'est déjà très compliqué [Decotignie] et nécessite diverses simplifications. Avec des formes de consigne du type (59), ou (60), il fallait créer un nouvel outil [89] qui est succinctement présenté dans la section 5.3.

5.3 Algorithmes d'interpolation

Le problème est de créer des consignes respectant les relations temporelles données par (59), appliquée à des mouvements définis par une trajectoire spatiale quelconque, et ceci à des vitesses spécifiées. C'est un problème conséquent. Malgré la quantité impressionnante d'articles publiés sur le sujet [21], la solution idéale ne semble pas exister.

5.3.1 Exemple

Un problème simple est utilisé pour illustrer la complexité de la tâche. Dans cet exemple, les grandeurs en majuscule représentent les constantes, les minuscules représentent les grandeurs instantanées.

On veut parcourir un *segment* caractérisé par une distance X_0 avec une vitesse V_0 et l'on veut utiliser une accélération de type carrée de valeur crête A_0 . En premier lieu, on constate que la vitesse V_0 ne pourra être atteinte sur cette distance que si

$$X_0 \geq V_0^2 / A_0. \quad (64)$$

Si c'est le cas, la position sera donnée par l'équation (65). On renonce à présenter le cas où (64) n'est pas satisfaite.

$$x(t) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{2} A_0 \cdot t^2 & \text{si } t < \frac{V_0}{A_0} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{V_0^2}{A_0} + V_0 \cdot \left(t - \frac{V_0}{A_0}\right) & \text{si } \frac{V_0}{A_0} < t < \frac{X_0}{V_0} - \frac{V_0}{A_0} \\ \frac{V_0^2}{2A_0} + V_0 \left(t - \frac{V_0}{A_0}\right) - \frac{A_0}{2} \left(t - \frac{X_0}{V_0} + \frac{V_0}{A_0}\right)^2 & \text{si } t > \frac{X_0}{V_0} - \frac{V_0}{A_0} \end{array} \right. \quad (65)$$

Le problème réel est compliqué par les requêtes suivantes :

1. on souhaite relier plusieurs segments successifs;
2. on veut, si possible, passer d'un segment à l'autre sans ralentir;
3. on veut s'arrêter exactement à la fin du dernier segment;
4. on veut des segments multidimensionnels;
5. on veut non seulement des segments linéaires, mais aussi d'autres formes, au moins circulaires;
6. on souhaite pouvoir maintenir une accélération à l'intersection entre deux segments;
7. on souhaite le temps de parcours le plus petit;
8. on veut utiliser la meilleure forme de consigne possible;
9. on souhaite pouvoir maintenir l'accélération à son maximum (voir plus loin : section 5.3.3).

On se rend aisément compte qu'il est très difficile d'intégrer l'ensemble de ces requêtes dans un algorithme. Le nombre de calculs nécessaires est tel que des compromis plus ou moins restrictifs sont adoptés par tous les fournisseurs de ce type d'algorithme. Quelques points sont développés ci-dessous :

Le point 6, qui permet des gains de temps considérables (principalement si les trajectoires sont très accidentées) est illustré sur la Figure 67.

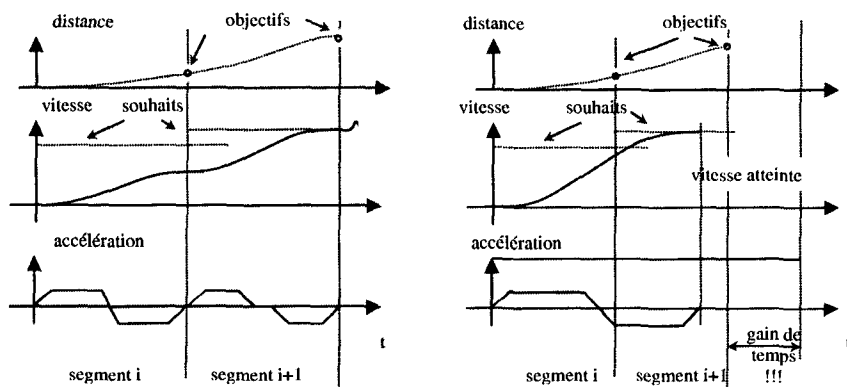


Figure 67 Accélération à l'intersection
 (à gauche situation classique sans accélération à l'intersection
 à droite, on continue d'accélérer durant l'intersection)

Le point 3 implique que l'on doit connaître l'ensemble des segments, faute de quoi la vitesse sera artificiellement limitée par la course disponible pour freiner. Si l'on se contente de ne considérer que n segments à l'avance, la distance de freinage sera donnée par la course totale de ces n segments. La vitesse sera alors limitée parfois bien en-dessous de ce qu'elle pourrait être si l'on connaissait les segments suivants.

Après avoir exploré de nombreuses voies²⁹, on a développé une méthode [89] permettant de résoudre ce problème. Cette méthode est basée sur un nouvel espace de travail et des éléments de logique floue.

²⁹ Principalement des algorithmes d'extension totalement discrets, l'utilisation fonctions de transfert inverse et la simulation de la machine avec enregistrement des consignes.

5.3.2 Nouvel espace de travail

En admettant que la *trajectoire* (ensemble des segments, d'une vitesse nulle à l'arrêt suivant) complète soit connue (voir section 5.5.1). Il est possible de calculer aisément la coordonnée curviligne s des points particuliers de tous les segments. On peut dès lors associer les consignes de vitesse à ces coordonnées curvilignes. Considérons maintenant l'expression suivante :

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{v(s)^2}{2} \right) = a(s) \quad (66)$$

Cette relation permet de représenter aisément l'ensemble des contraintes utiles de la trajectoire géométrique dans un espace particulier. Dans cet espace, la pente des courbes (par rapport au chemin s) correspond directement à l'accélération en fonction de la coordonnée curviligne s . Ainsi, dans cet espace, une limite d'accélération (ou une accélération constante) se traduit par une simple droite dont la pente est déterminée par la valeur limite A_{lim} . L'utilisation de ces droites d'accélération constante est déterminante dans le cas de l'algorithme d'interpolation présenté ici. La figure suivante illustre le cas d'une décélération constante de la vitesse V_I à la vitesse nulle :

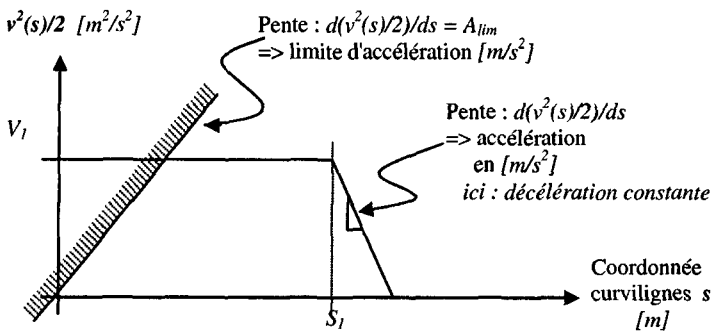


Figure 68 Exemples : décélération constante dans l'espace $v^2(s)/2$ et limite d'accélération dans le même espace

Énergie cinétique spécifique

L'énergie cinétique étant donnée par $mv^2/2$, on parle ici d'énergie cinétique spécifique pour la relation $v^2/2$, exprimée en $[J/kg]$. Le nouvel espace de travail est ainsi un plan comportant l'énergie cinétique spécifique en ordonnée et l'abscisse curviligne de la trajectoire en abscisse.

Bénéfice

Pour illustrer le bénéfice de la méthode, reprenons le cas le plus simple présenté dans l'exemple 5.3.1 mais reformulé dans un espace à 3 dimensions. En premier lieu, on suppose une accélération maximale A_0 permettant de garantir le parcours du rayon de courbure avec une erreur inférieure à une tolérance donnée [75]. On admet ce maximum indépendant de la direction . Les éventuelles variations de cette accélération, en fonction de la direction ou de la vitesse sont prises en compte ultérieurement. Dans ces conditions, le segment présenté à gauche de la Figure 69 est un "simple" déplacement d'une longueur S_0 que l'on souhaite parcourir à vitesse curviligne v_0 constante. Dans le cas d'une accélération A_0 constante, le calcul du profil de vitesse est extrêmement simplifié. En effet, une interpolation à accélération constante est caractérisée par les relations (64) et (65). Dans le plan de l'énergie cinétique spécifique en fonction de l'abscisse curviligne (à droite de la Figure 69), la résolution de ces équations devient une simple construction graphique, ceci même pour un segment complexe. La résolution du problème 5.3.1 est réduite à un simple problème d'intersections de droites! Pour les segments à géométrie complexe, les accélérations individuelles sont obtenues par le calcul des projections $x=x(s)$, $y=y(s)$ et $z=z(s)$, et les limitations sont imposées par le calcul de la valeur maximale de l'accélération en fonction du rayon de courbure du segment et de la tolérance admise sur celui-ci.

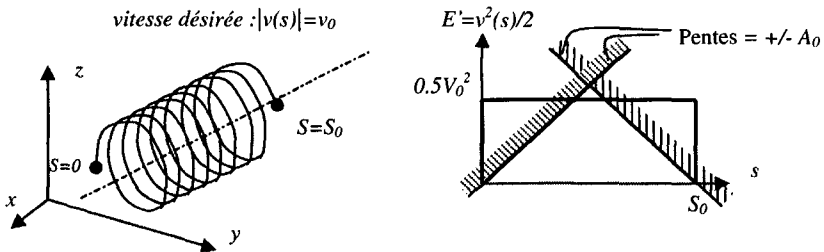


Figure 69 Exemple de segment représenté à gauche dans l'espace classique et à droite dans le nouvel espace.
 (Le segment est un solénoïde de longueur totale S_0 que l'on désire parcourir à vitesse V_0 .)

5.3.3 Forme d'accélération évoluée

Si l'introduction de ce nouvel espace de travail simplifie le problème de l'interpolation basée sur une accélération constante à tel point qu'il devient trivial, le problème lié à des formes d'accélération plus élaborées reste néanmoins ardu. Comme on l'a vu à la section 5.2, la forme cosinusoidale (59) est le meilleur choix dans notre contexte. C'est pourquoi cette forme est utilisée comme base pour la suite des explications, bien que n'importe quelle forme temporelle de l'accélération puisse être utilisée. Rappelons que la valeur J_{erk} représente la valeur maximale du jerk.

On prévoit d'étendre cette fonction (59) en prolongeant la durée de la valeur crête. Pour les petites mises en vitesse, on modifie la valeur crête de l'accélération (soit A_0 dans (59)). Pour des vitesses plus grandes, on peut augmenter cette valeur crête jusqu'à A_{lim} , la valeur limite de l'accélération. Pour de plus grandes vitesses, le plus judicieux est de maintenir la valeur maximale de l'accélération sur un certain temps, comme illustré sur la Figure 70.

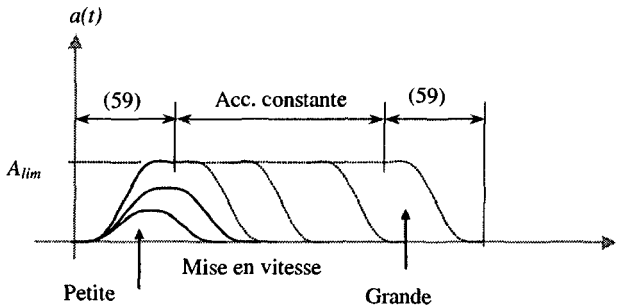


Figure 70 Exemple d'accélération selon (59) avec valeur maximale de durée prolongé

La formule (59) se transforme ainsi en (67), où t_0 est le temps auquel commence la phase à accélération constante et t_1 , correspond à la fin de celle-ci.

$$a(t) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{A_0}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2 \cdot J_{erk}}{A_0} \cdot t\right)\right) & \text{si } t < t_0 \\ \frac{A_0}{2} & \text{si } t_0 < t < t_1 \\ \frac{A_0}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2 \cdot J_{erk}}{A_0} \cdot (t - t_1)\right)\right) & \text{si } t_1 < t \end{array} \right\} \quad (67)$$

Cette forme d'accélération (67) peut être exprimée en fonction de la coordonnée curviligne Figure 71.

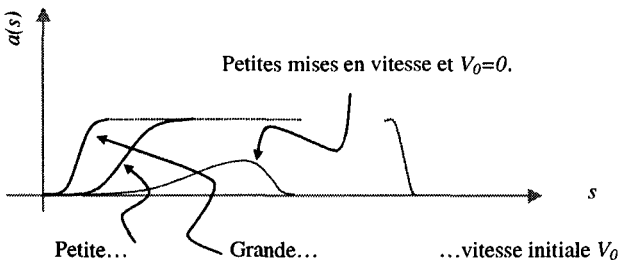


Figure 71 Allure de l'accélération en fonction de l'abscisse curviligne (pour différentes vitesses initiales)

Pour la compréhension de l'algorithme d'interpolation, il suffit de constater que la forme de $a(s)$ va dépendre non seulement de ΔV , le saut de vitesse envisagé, mais également de la vitesse initiale V_0 . La pente de $a(s)$ est d'autant plus forte que la vitesse initiale est grande.

Sauf pour des relations simples de $a(t)$, cette caractéristique $a(s)$ doit être paramétrée par le temps. En effet, s'il est possible de trouver une forme symbolique de $s(t)$, ce n'est généralement pas le cas pour la forme symbolique de $t(s)$. Donc, on ne peut pas exprimer directement $a(s)=a(t(s))$, mais il faut passer par une forme paramétrée selon (68):

$$a(s, \Delta V, V_0, \dots) = a\{s(t), \Delta V, V_0, \dots\} \quad (68)$$

Pour un saut de vitesse donné (identifié par l'indice j), on calcule une série de valeurs a_j , pour des temps d'échantillonnages donnés ($t_j + k\Delta T$).

$$a_j(s_k, \Delta V_j, V_{0j}, \dots) = a\{s(t_j + k \cdot \Delta T), \Delta V_j, V_{0j}, \dots\} \quad (69)$$

On peut aussi trouver une valeur d'accélération moyenne

$$a_{moyen}(\Delta S, \Delta V, V_0, \dots) = \frac{1}{\Delta S} \cdot \int_{s_0}^{s_0 + \Delta S} a\{s, \Delta V, V_0, \dots\} ds \quad (70)$$

5.3.4 Opérations floues

Pour une trajectoire complète, on a la situation suivante : pour chaque saut de vitesse (Figure 72: V_0 à V_{01} , V_{01} à V_{02} , ..., V_{89} à V_{89}), on peut tracer les limites d'accélération. Une limite d'accélération est une droite dont la pente correspond à l'accélération moyenne possible sur ce segment selon une équation de type (71).

$$A_{eff} = A_{eff}(\Delta V, \Delta S, A_{max}, J_{max}, M(\Omega(V_0)), I, \dots) \tag{71}$$

On obtient ainsi un nouveau canevas des vitesses beaucoup plus proche de la réalité. En particulier, on constate sur la Figure 73 que les vitesses V_{67} et suivantes ne seront jamais atteintes.

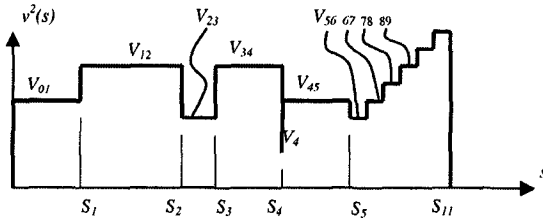


Figure 72 Canevas des vitesses dans le plan $v^2(s)$
 (Les repères V_{nn} indiquent à quelle vitesse correspond chaque ligne)

On remarque la possibilité de spécifier une vitesse pour un point unique commun à deux segments V_4 (par exemple lors de changement de direction). Le rayon de courbure des segments peut aussi être un facteur limitatif de la vitesse, ceci en fonction des caractéristiques de l'entraînement et des spécifications de tolérances.

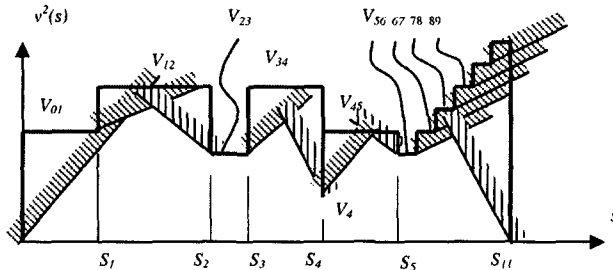


Figure 73 Limites liées à l'accélération dans le plan $v^2(s)$

Avec ces limitations basées sur les possibilités réelles de l'entraînement, il est possible de tracer un nouveau canevas des vitesses beaucoup plus réaliste. Pour des raisons pratiques, le nouveau canevas est tracé avec des lignes horizontales et verticales seulement, c'est-à-dire tel qu'il est présenté sur la Figure 74. Les vitesses réellement atteintes seront très voisines des vitesses spécifiées dans ce canevas. La petite différence entre vitesse atteinte et vitesse du canevas est liée au fait que, jusqu'ici, on n'a pas tenu compte des interactions entre segments successifs.

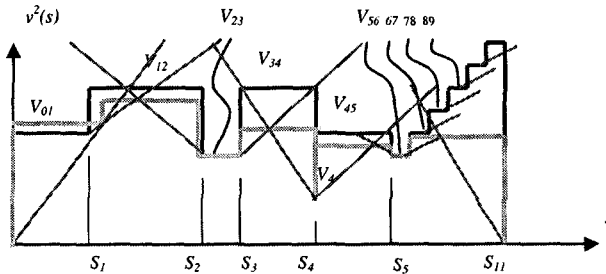


Figure 74 Canevas réaliste dans le plan $v^2(s)$

Sur la base de ce canevas, pour chaque changement de vitesse, dans le sens des s croissants pour les accélérations puis dans le sens des s décroissants pour les décélérations, on calcule et on mémorise les accélérations selon (69). Cette opération est représentée sur la Figure 75.

Du fait de l'approximation effectuée dans (71), il y a des recouvrements entre certaines accélérations. Ceux-ci sont représentés sur la Figure 76. On utilise alors une fonction spéciale (par exemple (72)) pour relier ces courbes au mieux. Il faut respecter certaines conditions, comme ne pas dépasser une valeur maximale, obtenir un résultat exempt de discontinuités et rester le plus près possible de la plus grande valeur d'entrée. Ces spécifications sont très similaires à celles que l'on peut trouver pour certains opérateurs flous.

En particulier, on propose un opérateur donnant une accélération résultante a_r en fonction de deux accélérations indépendantes a_1 et a_2 :

$$a_r = f_{\max}(a_1, a_2) = a_1 + a_2 - a_1 a_2 / \max(a_1, a_2) \quad (72)$$

dont on peut démontrer la caractéristique

$$\{0 < a_1 < \max\} \text{ et } \{0 < a_2 < \max\} \Rightarrow \{0 < a_r < \max\} \quad (73)$$

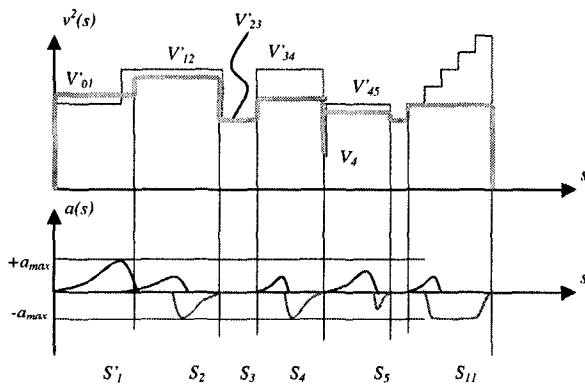


Figure 75 Calcul des accélérations relatives à chaque saut de vitesse (indépendamment des segments voisins)

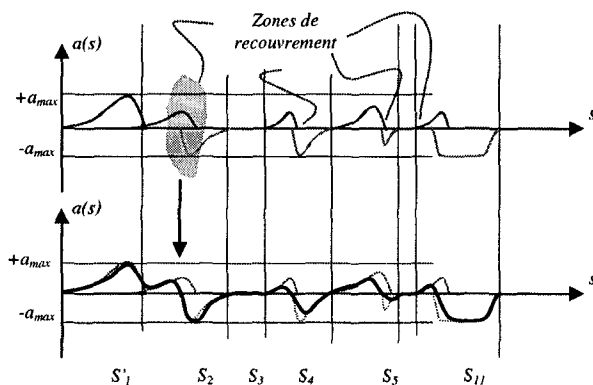


Figure 76 Calcul de l'accélération résultante

Cet opérateur (72) respecte assez bien les autres conditions requises. Quelques exemples sont donnés à l'aide de fonctions originales typiques Figure 77 et de combinaisons de ces fonctions, Figure 78.

Pour les décélérations d_1, d_2 , on applique la relation $-d_r = f(-d_1, -d_2)$ et pour combiner une accélération a avec une décélération d , la relation $r = f(a, -d)$. La valeur maximale d'accélération est ainsi toujours respectée.

Cette fonction est donnée à titre d'exemple et n'exclut pas d'autres possibilités.

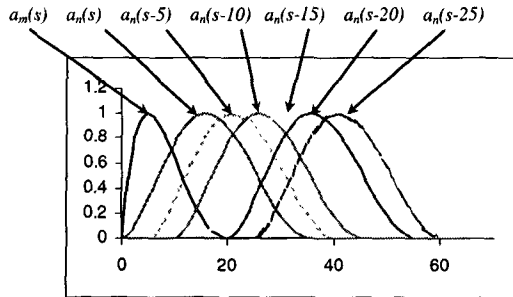


Figure 77 Fonctions originales

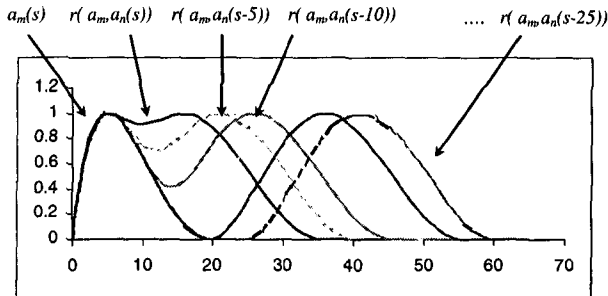


Figure 78 Fonctions combinées avec l'opérateur (72)

Les courbes d'accélération étant paramétrées par le temps, les valeurs s_k des échantillons des différentes accélérations ne correspondent pas. Il faut donc calculer des valeurs intermédiaires (par interpolation) avant d'appliquer la formule (72).

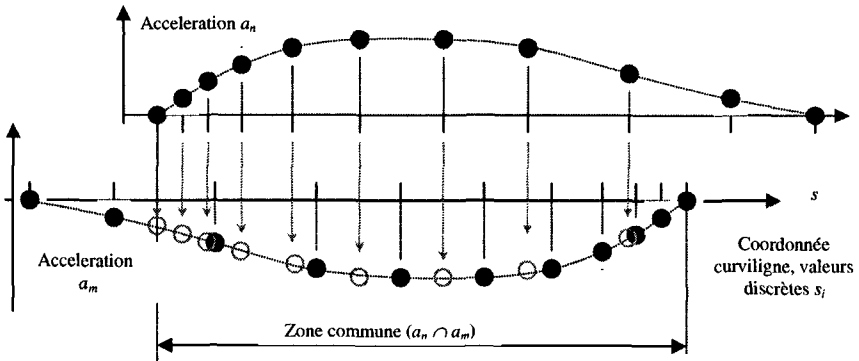


Figure 79 Préliminaire à la combinaison des accélérations.

On obtient finalement une courbe d'accélération globale, en pointillé sur la Figure 76, qui peut ensuite être intégrée pour restituer la vitesse, et ensuite les consignes de position en fonction du temps.

L'étude de cet algorithme a mis en évidence une transformation intéressante qui est à la base d'une simplification du problème. Cette transformation a été étudiée un peu plus en détail et il est apparu qu'elle est également fort utile dans un tout autre domaine : la caractéristique de couple.

5.4 Caractéristique de couple

En examinant l'équation (66) on constate que les grandeurs impliquées sont liées par des dérivées temporelles successives (chemin s , vitesse v et accélération a). Il existe une relation similaire entre les trois grandeurs : vitesse v , accélération a et jerk j . Et en effet, on peut montrer que :

$$\frac{d}{dv} \left(\frac{a(v)^2}{2} \right) = J_{erk}(v) \tag{74}$$

À l'inertie totale J (rapportée à la sortie) et, à un coefficient de transformation r près, $a(v)$ correspond à la caractéristique de couple $M(\Omega)$. On peut donc tracer la valeur limite du jerk dans un graphique $a^2(v)/2$. Cette limite correspond à une pente maximale et est aisément tracée sur une caractéristique de couple transformée.

En effet, en notant v , la vitesse à la sortie, on a pour $a(v)$:

$$a(v) = \frac{r \cdot M(r \cdot v)}{J} \quad (75)$$

Donc la transformation de la caractéristique de couple est donnée par :

$$\frac{a(v)^2}{2} = \frac{r^2}{2 \cdot J^2} \cdot M^2(r \cdot v) = Cste \cdot M^2(\Omega) \quad (76)$$

Regardons une caractéristique typique dans ce nouveau plan représentée sur la Figure 80 :

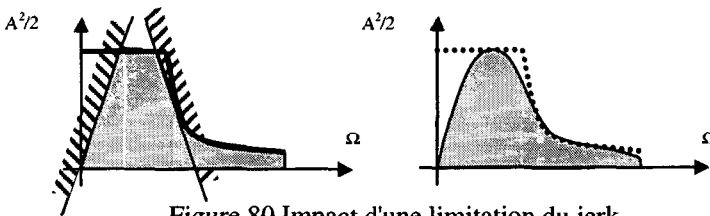


Figure 80 Impact d'une limitation du jerk

(A gauche : en gras, caractéristique de couple transformée théorique et limites liées au jerk - A droite : caractéristique de couple transformée réaliste, tenant compte de la limitation du jerk et des aspects fréquentiels.)

Les limites de jerk rognent une partie de la caractéristique de couple transformée. De plus, un contenu harmonique limité pour les hautes fréquences implique une variation douce du jerk, donc les zones anguleuses sont prohibées.

Ces constatations amènent à la conclusion qu'il est raisonnable de modéliser le couple par une fonction peu précise.

A ce stade, on dispose d'une méthode définissant la forme optimale de la consigne du courant et d'un algorithme capable de générer de telles consignes. Il reste à définir les contraintes que ceci impose à la commande. On a vu que l'algorithme demande à connaître l'intégralité de la trajectoire avant même de pouvoir fournir le premier résultat. Il est donc impératif que la commande soit capable de pré-calculer. Parmi les différentes stratégies de commande présentées au chapitre 2, la seule convenable est la commande parallèle. On va donc s'y intéresser ici de plus près ...

5.5 Commande parallèle

Les différentes réponses d'une telle commande (Figure 14) peuvent présenter des retards différents qui peuvent engendrer des distorsions géométriques. Plus la dynamique des mouvements est importante et plus les distorsions sont conséquentes. Pour remédier à ce problème, deux variantes :

- ⇒ utiliser des régulateurs munis de correcteurs d'erreur de poursuite permettant de diminuer cet effet indésirable;
- ⇒ pré-calculer les consignes pour chaque temps d'échantillonnage, en tenant compte des caractéristiques de l'entraînement. En ne demandant pas à l'entraînement de faire plus que ce qu'il peut, l'amplitude de l'erreur de poursuite est automatiquement réduite.

5.5.1 Temps réel ou temps masqué ?

Dans les premières machines automatiques, les consignes de mouvement étaient calculées une fois pour toutes et mémorisées sur des supports mécaniques (cames ou bandes perforées). Les quantités de données étaient à cette époque importantes face au prix de la mémoire. L'utilisation de ces coûteuses mémoires électroniques n'a pu se faire qu'en passant par un calcul en temps réel des consignes de mouvement, basé sur une description simplifiée des trajectoires (code ISO). Cette technique présente de nombreux inconvénients :

- ⇒ temps de calcul non négligeable;
- ⇒ formes de couple peu sophistiquées;
- ⇒ nécessite des processeurs très puissants et donc coûteux;
- ⇒ trajectoires souvent limitées à trois axes;
- ⇒ prédictions impossibles (collisions, optimisation, ...).

Par rapport à la variante temps réel, la variante temps masqué permet de :

- ⇒ disposer du maximum de degrés de liberté pour ajuster la rigidité;
- ⇒ pouvoir réagir aux perturbations durant les déplacements;
- ⇒ disposer de plus de temps de calcul pour les trajectoires complexes;
- ⇒ repousser les limites de complexité (nombre d'axes et formes);
- ⇒ utiliser un hardware minimum;

A première vue, la seule différence réside dans les possibilités de réagir aux phénomènes externes. Dans les deux cas, les phénomènes doivent avoir été prévus (organigramme) pour pouvoir engendrer une action planifiée. Toutefois, dans le cas *temps réel*, l'action peut être paramétrée. Dans le cas pré-calculé, l'action devrait être décrite pour toutes les valeurs des paramètres. Ceci limite la souplesse et/ou augmente la taille de la mémoire nécessaire.

L'interface entre temps réel et temps masqué n'est pas aussi nette que cela. En effet, le calcul peut être effectué en temps semi différé, c'est par exemple le cas des interpolateurs qui calculent les trajectoires en ayant connaissance d'un certain nombre de segments à l'avance.

Si l'on tolère un délais de réaction aux phénomènes extérieurs, il est possible de tout pré-calculer et de réagir de manière paramétrée. La question est alors dans la gestion du timing.

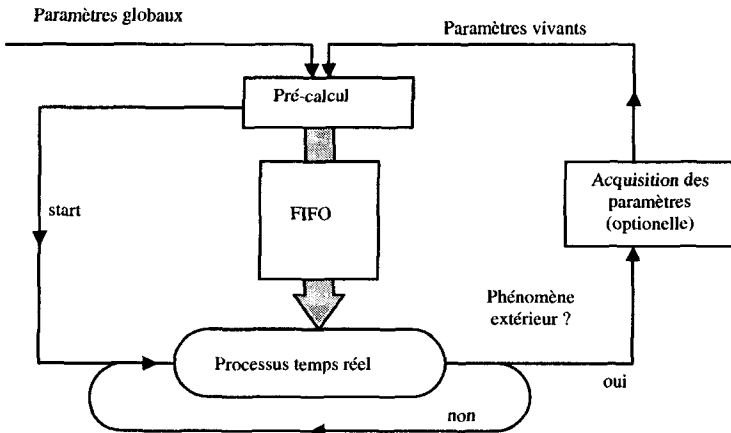


Figure 81 Prise en compte des phénomènes extérieurs.
(On appelle ici *vivant* les paramètres qui sont modifiés en cours d'utilisation, comme par exemple des corrections d'usure d'outils.)

En effet, comme le montre la Figure 81, le processus en temps réel utilise des données pré-calculées (éventuellement en fonction de paramètres). La condition suffisante à garantir est que le processus ne doit jamais attendre de données. Il est ainsi possible de commencer le processus (start) avant la fin du pré-calcul, pour autant que cette condition soit garantie.

On utilise pour cela un tampon de données de type FIFO (First In, First Out). Quand un phénomène extérieur apparaît (aiguillage du graph syntaxique), un nouveau processus peut être recalculé.

Les données successives caractérisant le processus dépendent de paramètres modulés par les phénomènes externes et de paramètres globaux tels que la base de données machine, incluant les caractéristiques des entraînements (caractéristique de couple, inerties, frottements, etc.).

Aujourd'hui, le prix dérisoire des mémoires électroniques rend possible la mémorisation complète des consignes de mouvement, mais tous les fabricants de commande s'en tiennent à l'interface ISO standard³⁰.

5.5.2 Choix particulier

La commande parallèle avec processus pré-calculé paraît n'avoir que des avantages et n'être limitée que par quelques détails insignifiants dans presque tous les cas d'applications de machines-outils. Cette commande a été développée chez Tornos. C'est cette commande numérique [58] qui équipe aujourd'hui la famille des machines DECO de la société Tornos.

La possibilité de pré-calculer intégralement les trajectoires qui permettront de réaliser une pièce est à l'origine de diverses réflexions : En particulier, ce procédé a généré une grande quantité de données informatiques détaillées et très représentatives du travail exécuté par les machines, et donc par les entraînements électriques. Le fait de disposer de ces données est à l'origine de l'étude statistique présentée dans la section 2.7. Cette étude statistique met en évidence l'importance non soupçonnée des mouvements à petite vitesse. Finalement, cette importance des petites vitesses a induit une réflexion sur l'impact éventuel sur le calcul du rapport de réduction. Finalement, il en a découlé la nécessité de définir une nouvelle méthode de calcul du rapport optimal.

³⁰ Certaines commandes offrent la possibilité de compiler des éléments de code.

5.6 Rapport optimal

Malgré une tendance croissante à l'emploi des entraînements directs, la majorité des entraînements électriques comportent encore un réducteur. Le choix de ce réducteur dépend d'une part des conditions d'utilisation de l'entraînement et du rapport de réduction d'autre part.

Ce rapport de réduction influe sur plusieurs caractéristiques globales. Un optimum doit donc être trouvé en tenant compte de toutes ces caractéristiques. Il s'agit principalement du temps de mise en vitesse, du couple et de la vitesse rapide, du prix, mais aussi, de la fréquence de coupure et de la rigidité.

Ce paragraphe analyse en premier lieu un optimum local, au sens d'un temps de mise en vitesse minimum. Cette notion de rapport optimum est utilisée et étendue à l'optimum global au chapitre 7.

5.6.1 Remarques

Il faut peut-être préciser que, dans de nombreuses applications, la vitesse des mouvements est fixée par la technologie (vitesse d'usinage, vitesse de passage du papier dans une rotative, etc.). Le seul degré de liberté est alors lié aux phases d'accélération et de décélération. Optimiser ces phases permet de réduire le temps total, d'augmenter la productivité.

L'existence d'un rapport de transmission implique que les grandeurs côté moteur et les grandeurs côté charges seront de nature différente. La compréhension des explications suivantes est facilitée si l'on différencie par la notation ce qui correspond au côté moteur de ce qui est côté charge. Pour ce faire, et en accord avec la convention 1.8.2, la notation des mouvements tournants est utilisée côté moteur et la notation des mouvements linéaires côté charge³¹. Les équations restent naturellement valables même si la charge est tournante. Au besoins, la liste des symboles mise à disposition permettra de lever toute ambiguïté.

³¹ Ce qui est généralement le cas.

5.6.2 Temps de mise en vitesse

L'accélération côté moteur ε étant la dérivée de la vitesse du moteur Ω , on peut en déduire que le temps est donné par :

$$t = \int \frac{1}{\varepsilon(\Omega)} d\Omega \quad (77)$$

Considérons un système simple, composé d'un moteur, avec sa caractéristique de couple $M(\Omega)$ et d'une inertie J_{tot} . L'équation de Newton permet d'écrire :

$$\varepsilon(\Omega) = \frac{M(\Omega)}{J_{tot}} \quad (78)$$

On en déduit aisément le temps de mise en vitesse (ou d'accélération) t_a nécessaire pour passer d'une vitesse initiale Ω_{ini} à une vitesse finale Ω_{fin} .

$$t_a(\Omega_{ini}, \Omega_{fin}) = \int_{\Omega_{ini}}^{\Omega_{fin}} \frac{J}{M(\Omega)} d\Omega \quad (79)$$

L'introduction d'un réducteur de rapport r implique quelques changements dans l'équation. On commence par définir un symbole différent pour la vitesse côté charge. Comme de nombreuses applications partent d'un moteur tournant pour créer un déplacement linéaire, le symbole v semble idéal, même si la vitesse de sortie n'est pas forcément linéaire. On définit ensuite le rapport de réduction comme le rapport entre la vitesse Ω côté moteur et la vitesse v côté charge.

$$r = \frac{\Omega}{v} \quad (80)$$

L'inertie totale est composée de l'inertie du moteur J_{mot} et de l'inertie de la charge J_{load} rapportée au moteur. L'inertie du réducteur est volontairement négligée dans cette partie et ne sera introduite qu'ultérieurement.

Pour améliorer la notation, on introduit en plus un rapport d'inerties α .

$$\alpha = \frac{J_{mot}}{J_{load}} \quad (81)$$

En introduisant ces équations et notations dans (79), en fixant la vitesse initiale à 0 et en exprimant la vitesse finale côté charge $\Omega_{fin} = r v_{fin}$, on trouve finalement :

$$t_a(v_{fin}) = \int_0^{r \cdot v_{fin}} \frac{J_{load} \cdot \left(\alpha + \frac{1}{r^2} \right)}{M(\Omega)} d\Omega \quad (82)$$

Si on admet un mécanisme uniforme³², on peut sortir toutes les constantes de l'intégrale :

$$t_a(v_{fin}) = J_{load} \cdot \left(\alpha + \frac{1}{r^2} \right) \cdot \int_0^{r \cdot v_{fin}} \frac{1}{M(\Omega)} d\Omega \quad (83)$$

5.6.3 Rapport optimal classique

La méthode classique pour déterminer le rapport optimal consiste à considérer le couple moteur constant M_N . L'intégrale définie prend alors la valeur $r v_{fin} / M_N$. On obtient ainsi facilement le temps d'accélération minimum en cherchant la valeur particulière r_{cl} qui annule la dérivée de t_a par rapport à r .

$$\left. \frac{d}{dr} t_a(v_{fin}) \right|_{M=M_N} = \frac{J_{load}}{M_N} \cdot v_{fin} \cdot \left(\alpha - \frac{1}{r_{cl}^2} \right) = 0 \quad (84)$$

d'où :

$$r_{cl} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \quad (85)$$

Ce qui correspond à la règle classique de l'égalité de la charge rapportée et de celle du moteur. En remplaçant dans (81), on trouve bien :

$$J_{mot} = \alpha \cdot J_{load} \equiv J_{mot} = \frac{1}{r^2} \cdot J_{load} \quad (86)$$

³² ce qui exclu les systèmes à inertie variable tels que les structures parallèles.

5.6.4 Validité du rapport optimal classique

Le calcul du rapport optimal classique est basé sur l'hypothèse d'un couple constant. Cette hypothèse ne se vérifie pas toujours.

La phase de mise en vitesse utilise fréquemment un couple de pointe supérieur à la valeur nominale. La valeur de ce couple de pointe dépend de la fréquence d'utilisation, via l'échauffement du moteur. Ce couple de pointe dépend aussi du calibre de l'électronique de puissance. La caractéristique de couple pour ce type de fonctionnement est presque toujours décroissante pour les grandes vitesses.

En réalité, la courbe du couple réellement utilisé sera située quelque part entre la caractéristique nominale du moteur et P_{max} , une limite supérieure absolue (jamais atteinte) de la puissance que peut fournir l'électronique de contrôle. Cette électronique a naturellement une limite en tension U_{max} et une limite en courant I_{max} . Un exemple de courbe typique d'utilisation est illustré sur le graphique de la Figure 82 pour une mise en vitesse ayant une vitesse initiale Ω_{ini} nulle et une vitesse finale quelconque Ω_{fin} .

$$P_{max} = I_{max} \cdot U_{max} > M \cdot \Omega \quad (87)$$

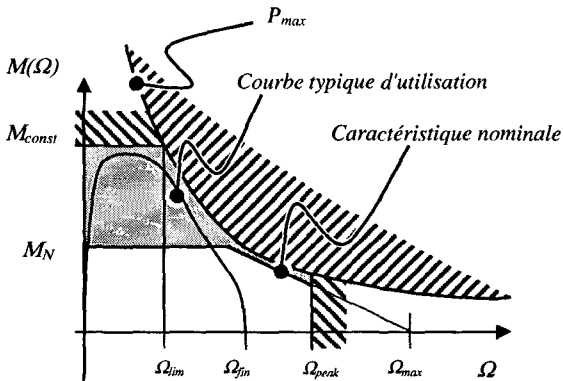


Figure 82 limites absolues et courbe typique d'utilisation reportées sur une caractéristique de couple $M(\Omega)$.

(Ω_{max} est la vitesse maximale théorique correspondant à la vitesse à laquelle le moteur n'a plus de couple. Par contre Ω_{peak} est la vitesse maximale donnée par le fabricant. Ω_{lim} est la vitesse maximale à couple constant de pointe M_{peak} donné par le fabricant.)

Le couple utilisé n'est donc généralement pas constant. Le calcul classique du rapport optimal de réduction est basé sur l'hypothèse d'un couple constant. Le but de cette section est de montrer que cette hypothèse amène à un rapport de réduction (appelé rapport classique r_{cl}) qui n'est pas optimal. En d'autres mots, on démontre que pour minimiser le temps de mise en vitesse, il faut considérer une caractéristique de couple non constante selon (83).

5.6.5 Rapport optimal réel

En premier lieu, il faut définir une caractéristique de couple qui corresponde suffisamment à la réalité tout en restant mathématiquement utilisable. On utilise une caractéristique à couple M_{const} constant jusqu'à une vitesse Ω_{lim} , et en $1/\Omega$, pour les vitesses plus élevées. Cette caractéristique donne un maximum absolu. Le rapport optimal évalué dans cette section est basé sur cette caractéristique et sera donc une limite du rapport optimal. On appellera dès lors ce rapport valeur limite du rapport optimal et il sera noté r_{lim} .

Le couple étant au dénominateur de l'équation, on définit l'inverse du couple :

$$\frac{1}{M(\Omega)} = \frac{1}{M_{const}} \cdot \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq \Omega \leq \Omega_{lim} \\ \Omega / \Omega_{lim} & \text{si } \Omega_{lim} \leq \Omega \leq \Omega_{peak} \\ \infty & \text{si } \Omega_{max} \leq \Omega \end{cases} \quad (88)$$

En notant Ω_{end} la vitesse finale dans le référentiel moteur, il s'ensuit pour le temps de mise en vitesse :

$$t_a = \frac{J_{load}}{M_{const}} \cdot \left(\alpha + \frac{1}{r^2} \right) \cdot \begin{cases} r \cdot v_{fn} & \text{si } 0 \leq r \cdot v_{fn} \leq \Omega_{lim} \\ r^2 \cdot v_{fn}^2 + \frac{\Omega_{lim}}{2} & \text{si } \Omega_{lim} \leq r \cdot v_{fn} \leq \Omega_{peak} \\ \infty & \text{si } \Omega_{peak} \leq r \cdot v_{fn} \end{cases} \quad (89)$$

On peut vérifier que la courbe et sa dérivée sont continues sur la transition. Il est dès lors possible d'utiliser la dérivée pour trouver l'optimum. Celle-ci comporte deux zones à analyser distinctement :

La première zone correspond au rapport classique. La seconde, après développement s'exprime ainsi :

$$r_{lim} = r_{cl} \cdot \frac{\Omega_{lim}}{\Omega_{fn}} \quad (90)$$

On en conclut immédiatement que r_{opt} l'optimum du rapport de transmission est modifié. Il se situe dans une fourchette définie par (91).

$$r_{lim} < r_{opt} < r_{cl} \tag{91}$$

Il faut alors évaluer l'impact de ce déplacement du rapport sur le temps de mise en vitesse. C'est l'objet des paragraphes suivants.

5.6.6 Impact sur le temps

On introduit le graphique du temps d'accélération t_a en fonction du rapport r . Il permet de mettre différentes choses en évidence.

Considérons dans un premier temps un couple constant et une vitesse non limitée. Pour différentes mises en vitesse le graphique suivant est obtenu :

Figure 83 - Temps de mise en vitesse en fonction du rapport de réduction avec l'hypothèse du couple constant

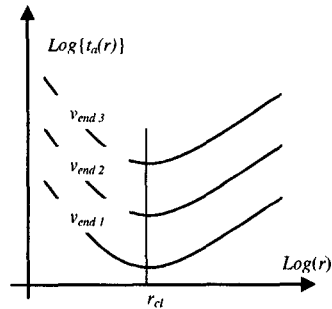
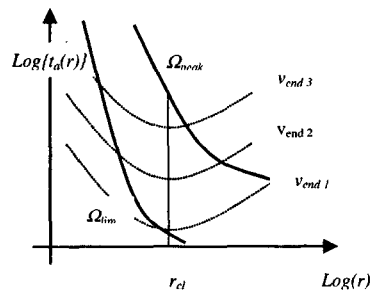


Figure 84 - Lieu de la limite de vitesse imposée par le fournisseur Ω_{peak} et lieu de la transition entre couple constant et couple variable Ω_{lim}



Le couple reste constant pour autant que la vitesse cible v_{fin} rapportée côté moteur $\Omega_{fin} = r v_{fin}$ ne dépasse pas la vitesse Ω_{lim} . Cette transition est représentée sur la Figure 84.

La condition pour être sur cette ligne de transition est donnée par :

$$r v_{fin} = \Omega_{lim} \quad (92)$$

Dans le plan $t_a(r)$, cette transition se traduit par une courbe déterminée en introduisant (92) dans l'équation (89), ce qui donne :

$$t_a = \frac{J_{load}}{M_{const}} \cdot \left(\alpha + \frac{1}{r^2} \right) \cdot \Omega_{lim} \quad (93)$$

De même, la limite correspondant à la limite maximale de vitesse fixée par le fournisseur du moteur peut être exprimée dans le plan $t_a(r)$, c'est un lieu de points dont l'équation se détermine en plaçant la condition $r v_{fin} = \Omega_{peak}$ dans l'équation (89). Après quelques simplifications on trouve :

$$t_a = \frac{J_{load}}{M_{const}} \cdot \left(\alpha + \frac{1}{r^2} \right) \cdot \frac{\Omega_{peak}^2 + \Omega_{lim}^2}{2 \cdot \Omega_{lim}} \quad (94)$$

Entre ces deux limites, les courbes de temps d'accélération réelles sont décalées vers le haut (par rapport aux courbes établies sur la base de l'hypothèse du couple constant, courbes introduites sur la Figure 83). Ce décalage s'explique par la différence de couple entre la caractéristique *réelle* et la caractéristique *constante*.

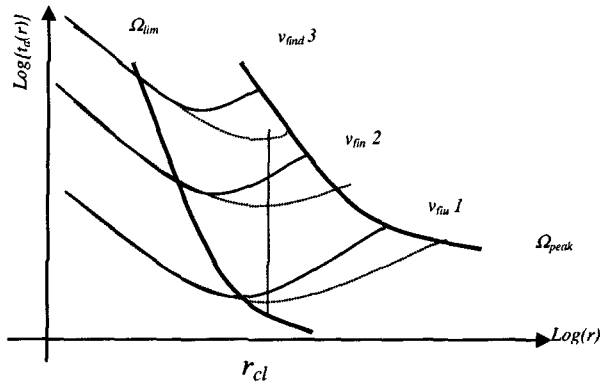


Figure 85 Temps de mise en vitesse pour un couple variant avec la vitesse

Ainsi, le rapport optimal va dépendre de la vitesse cible v_{fin} . On peut calculer et tracer le lieu des points de la limite du rapport optimal dans le plan $t_a(r)$.

Il s'agit évidemment du point le plus bas de la courbe de temps d'accélération. En annulant la dérivée de t_a par rapport à r et après quelques développements, on trouve l'équation du lieu de cet optimum :

$$t_a = \frac{J_{load}}{M_{const}} \cdot \left(\alpha + \frac{1}{r^2} \right) \cdot \frac{\Omega_{lim}}{2} \cdot \left(\frac{1}{\alpha} + 1 \right) \tag{95}$$

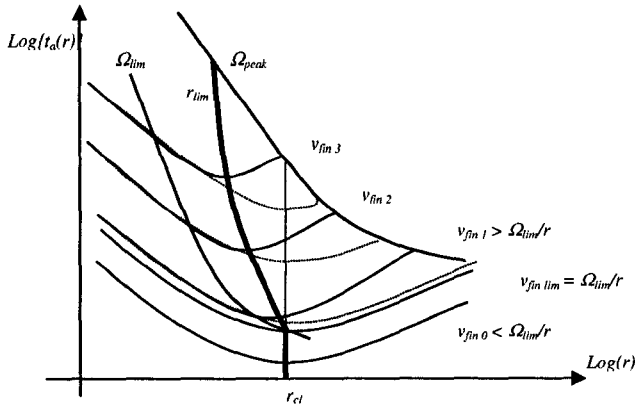


Figure 86 Lieu de la limite inférieure du rapport optimal dans le plan $t_a(r)$
 (Pour des vitesses $\Omega_{fin} < \Omega_{lim}$, les rapports classiques et limite sont égaux
 mais pour des vitesses Ω_{fin} plus grande r_{lim} est plus petit que r_{cl}
 et ce d'autant plus que la vitesse Ω_{fin} est grande)

Avec une vitesse cible $\Omega_{fin} > \Omega_{lim}$ donnée, le temps de mise en vitesse est plus grand pour un rapport calculé avec la méthode classique qu'avec le rapport optimal réel (situé entre r_{lim} et r_{cl}). L'ordonnée du graphique étant logarithmique, cette différence est bien plus importante qu'il n'y paraît. Δt , le gain en temps apporté par la méthode, est donné par

$$\Delta t = t_a(r_{cl}, v_{fin}) - t_a(r_{lim}, v_{fin}) \tag{96}$$

En remplaçant les t_a de (96) par (89), après simplification, on trouve la formule générale (97).

$$\Delta t = \frac{J_{load}}{M_{const}} \cdot \left\{ \left(\alpha + \frac{1}{r_{cl}^2} \right) \left(\frac{r_{cl} \cdot v_{fin}}{2 \cdot \Omega_{lim}} + \frac{\Omega_{lim}}{2} \right) - \left(\alpha + \frac{1}{r_{lim}^2} \right) \left(\frac{r_{cl} \cdot v_{fin}}{2 \cdot \Omega_{lim}} + \frac{\Omega_{lim}}{2} \right) \right\} \quad (97)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} si \quad 0 \leq r \cdot v_{fin} \leq \Omega_{lim} \quad et \quad r \equiv r_{cl} \\ si \quad \Omega_{lim} \leq r \cdot v_{fin} \leq \Omega_{max} \\ si \quad \Omega_{peak} \leq r \cdot v_{fin} \end{array} \right\}$$

En cherchant le maximum de Δt , on peut montrer [27] qu'il existe une limite :

$$t_a(r_{lim}, v_{fin}) \leq 2 t_a(r_{cl}, v_{fin}) \quad (98)$$

5.6.7 Champ d'application

Les équations (88) à (98) ont été confrontées à la réalité au moyen d'un banc d'essais. Ce banc d'essais a été réalisé sous la forme d'un travail de diplôme [27] dans la HES de St-Imier. Le cahier des charges de ce travail comportait les points suivants :

- ⇒ réaliser un banc d'essais permettant de valider la théorie (équations (88) à (98) fournies);
- ⇒ effectuer des mesures sur ce banc;
- ⇒ étudier l'impact des paramètres négligés, tels que frottements et fréquences propres.

Ce banc d'essais et les principaux résultats sont présentés en section 8.4³³. Les principaux résultats sont :

- ⇒ le temps de mise en vitesse peut effectivement être deux fois inférieur à celui obtenu avec un rapport classique, en tenant compte des variations du couple en fonction de la vitesse dans le calcul du rapport de réduction;
- ⇒ toute la théorie de cette section est indépendante du type de moteur, mais plus la caractéristique du couple se rapproche de (88) et plus le gain de temps (97) est important³⁴;

³³ Tout comme les autres expérimentations pratiques, ce banc d'essais est également utilisé pour illustrer d'autres éléments théoriques, c'est pourquoi il est placé dans un chapitre dédié aux résultats pratiques.

³⁴ En particulier, l'utilisation de l'hypothèse du couple constant avec des moteurs pas à pas conduit à des temps de mise en vitesse bien plus grands que l'optimum.

- ⇒ le gain de temps est d'autant plus important que l'inertie de la charge est faible (α grand);
- ⇒ les frottements ont eux aussi un impact sur le rapport optimal, et pour trouver un rapport réellement optimal, il faut tenir compte à la fois de la caractéristique de couple et de la caractéristique des frottements.

Les entraînements électriques déplacent des charges qui sont parfois sur des plans inclinés. Dans ces cas là, la caractéristique du couple disponible est asymétrique, une partie du couple étant en permanence utilisé pour vaincre les forces d'attraction exercées sur ces charges.

Pour les forces de frottement, la situation est un peu particulière, du fait de la non linéarité existant à l'inversion de vitesse. Cette particularité a un impact qui dépasse le simple calcul du couple résultant, c'est pourquoi la section suivante y est consacrée.

5.7 Sens et frottements

L'élément déclencheur de la réflexion présentée dans cette section est lié à l'apparition d'une particularité dans des mesures effectuées sur des machines.

On a mesuré les courants consommés par les axes en stand-by³⁵. Ces mesures, effectuées à plusieurs reprises en prenant plusieurs valeurs et en les moyennant, donnent des résultats parfois très différents.

Par exemple, le courant consommé par le moteur pilotant l'axe Y1 d'une DECO 13a³⁶ présente des valeurs variant entre 0.03 et 0.37 [p.u.].

Pour éclaircir ce mystère, on a commencé par chercher une corrélation entre les valeurs mesurées et les conditions de la mesure.

³⁵ Machine sous tension, axes asservis, mais aucun mouvement.

³⁶ La cinématique d'une DECO 13 est semblable à celle d'une DECO 20 présentée sur la Figure 11, il n'y a pratiquement qu'un facteur d'échelle (13:20) entre les deux.

C'est ainsi que l'on a pu déterminer que, dans le cas de la machine pré-citée :

- ⇒ les valeurs minimales sont obtenues lorsque le dernier mouvement de l'axe est un mouvement descendant;
- ⇒ les valeurs maximales sont obtenues lorsque le dernier mouvement de l'axe est un mouvement montant;
- ⇒ les valeurs intermédiaires proviennent de l'opération de moyenne qui était effectuée sur des groupes de mesures durant lesquelles les conditions avaient changé.

Pour expliquer la causalité apparente entre le sens du dernier mouvement et la valeur de la mesure, un modèle est proposé.

5.7.1 Hypothèse

L'entraînement électrique est simplifié. On considère un moteur, source idéale de force F , un organe de transmission ayant une rigidité k_r et une charge de masse m dont le mouvement à vitesse v est perturbé par un frottement F_{fr} .

Un frottement sec est représenté sur la Figure 87, seul le voisinage de la vitesse nulle nous intéresse ici³⁷. La différence entre le frottement statique et le frottement dynamique (illustré sur la Figure 87) n'est pas utile pour la suite. On ne prend finalement en compte qu'une seule valeur correspondant au frottement sec statique F_0 .

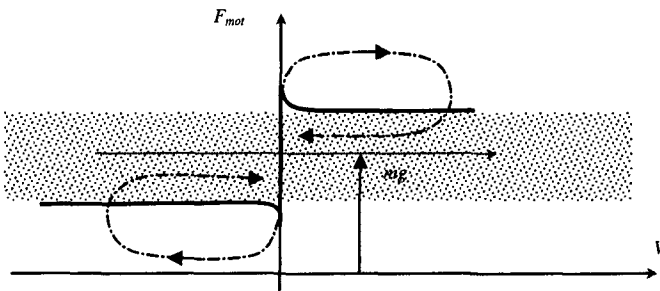


Figure 87 Frottement et force d'attraction

³⁷ En effet, l'analyse se borne à l'état du système à l'arrêt. La vitesse n'entre donc pas en ligne de compte, seule l'existence et la direction du mouvement comptent.

Ce frottement est caractérisé par l'équation :

$$F_{fr} = \begin{cases} +F_0 & \text{si } v_{load} < 0 \\ \text{entre } +F_0 \text{ et } -F_0 & \text{si } v_{load} = 0 \\ -F_0 & \text{si } v_{load} > 0 \end{cases} \quad (99)$$

5.7.2 Modèle

La force F_{mot} permettant de maintenir l'équilibre de la charge est fournie par le moteur via la transmission. A l'équilibre, on a la relation :

$$F_{fr} + mg + F_{mot} = 0 \quad (100)$$

Où g est la constante de gravitation. La force fournie par le moteur est représentée sur la Figure 87. Le comportement illustré sur cette figure en dehors de $v=0$ n'est qu'indicatif et n'a pas d'impact sur le raisonnement. On constate qu'il faut commencer par vaincre le frottement statique pour que l'axe soit mis en mouvement (passage de $v=0$ à $v \neq 0$). Selon (100), dans le cas d'un axe incliné, la caractéristique de frottement se trouve décalée d'une valeur équivalente à mg . L'équilibre statique ($v=0$) est donc atteint pour toute une plage de valeurs de force moteur définie par l'intervalle :

$$mg - F_0 \text{ à } mg + F_0 \quad (101)$$

Il apparaît donc que, pour maintenir un axe incliné en position le moteur doit fournir une force dont la valeur peut varier dans une certaine limite. Si on ne tiens pas compte de cette propriété, cette force dépendra du sens du dernier mouvement effectué.

5.7.3 Impact

En fonction de la nature des mouvements demandés à un tel axe incliné, l'impact peut être plus ou moins important. Examinons par exemple l'entraînement du Y1 de la DECO 13a dont on connaît les courants en stand-by $i_{st,b}$ (0.03 et 0.37 [p.u.]). En moyenne, cette machine est en stand-by sur 95% du temps ($t_{st,b}=0.95$ [p.u.]). Quand elle n'est pas en stand-by, elle consomme en moyenne un courant utile i_{uti} de 0.75 [p.u.] sur une durée que l'on exprime par $t_{uti}=0.05$ [p.u.].

Les pertes Joules étant proportionnelles au carré du courant, on trouve pour les pertes Joules totales la relation de proportionnalité suivante :

$$P_{\text{Joules_tot}} \propto \frac{i_{st-b}^2 \cdot t_{st-b} + i_{util}^2 \cdot t_{util}}{t_{st-b} + t_{util}} = i_{st-b}^2 \cdot t_{st-b} + i_{util}^2 \cdot t_{util} \quad (102)$$

Dans le cas d'un courant de maintien de 0.37 [p.u.] les pertes Joules seront environ répartie en 5 sixièmes pour le stand-by et un petit sixième pour le fonctionnement utile. Par contre, dans le cas d'un courant de maintien de 0.03 [p.u.] la part des pertes Joules du stand-by est 35 fois plus petite que celle des mouvements utiles. Il existe donc un grand intérêt à contrôler le courant de maintien, ceci d'autant plus que ce sont les pertes qui vont déterminer la température du moteur, et donc le niveau du couple utilisable.

Quand l'électronique permet un contrôle du couple, il suffit de donner une consigne aussi faible que possible (correspondant à $mg-F_{fr}$) et la tension de l'élément de transmission se relâchera automatiquement. La charge ne bougera pas, elle est maintenue par le frottement. En cas de présence d'éléments flexibles, le moteur fera éventuellement un petit mouvement.

Si l'on ne dispose pas du contrôle du couple, on peut limiter le courant en cherchant à atteindre la vitesse nulle en arrivant avec une vitesse de sens choisi (toujours par le haut). La Figure 87 illustre bien cette possibilité.

Dans le cas des machines de la famille DECO, la majorité des mouvements d'axes inclinés correspond à des sélections d'outils dont le mouvement n'est pas directement programmé par l'utilisateur, celui-ci se contentant de faire usage d'une *macro*. Il a donc été simple de modifier cette macro pour que toutes les sélections d'outils terminent leur mouvement par une descente³⁸. La température des moteurs concernés se stabilise à un niveau de deux degrés Celsius inférieur au niveau mesuré avant modification de la macro.

Différents aspects de l'entraînement électrique ont été présentés, principalement en relation avec la performance de l'entraînement. Diverses variantes et améliorations sont proposées. D'autres aspects ont été examinés mais n'ont pas été retenus. La section suivante en donne un aperçu.

³⁸ Les mouvements ascendants sont exagérés d'un dixième de millimètre et une petite descente de la même valeur y est ajoutée.

5.8 Particularités

On peut rencontrer différentes configurations qui échappent au modèle général proposé. Ces configurations demandent alors une analyse spécifique. La majorité des outils présentés peuvent toutefois être adaptés de cas en cas.

5.8.1 Structures "parallèles"

Il semble difficile de formuler séparément un cahier des charges pour les différents entraînements d'une structure parallèle [25], [61]. C'est certainement le cas le plus éloigné de la méthode proposée.

En effet, il n'est guère possible de considérer les différents moteurs indépendamment, et les inerties ainsi que les rapports de réduction varient en fonction de la position. Il en va de même pour différentes cinématiques non uniformes comme le système bielle manivelle par exemple. On choisit de se limiter aux cinématiques linéaires (ou linéarisables).

5.8.2 Productivité ajustable

Certaines machines présentent des distributions de vitesse et de courses très différentes de pièce en pièce. Dans ces cas, un entraînement à rapport variable peut s'avérer intéressant (voir Figure 88).

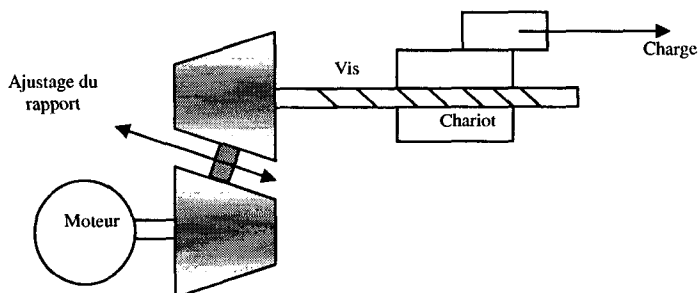


Figure 88 Rapport de réduction variable

La machine peut alors être réglée avec un rapport calculé sur la base d'une tâche donnée. Une telle solution comporte toutefois des inconvénients importants qui limitent son emploi :

- ⇒ le rapport variable implique soit une structure comportant du frottement, soit une boîte à vitesse avec des rapports finis;
- ⇒ introduction d'un surcoût non négligeable;
- ⇒ augmentation sensible de l'inertie totale ce qui pénalise la productivité.

Dans ce cas particulier, on peut étendre la méthode en cherchant un optimum pour une série de distribution correspondant à une série de pièces.

Jusqu'ici, le chapitre 5 a été consacré à améliorer l'entraînement du point de vue productivité principalement. L'optimum recherché est aussi basé sur d'autres critères, en particulier la rigidité et la fréquence propre de la chaîne cinématique. Dans les deux cas, les équations font intervenir la fonction de transfert qui est un polynôme. Chercher une bande passante maximale pour une chaîne cinématique revient à chercher une fréquence de coupure aussi élevée que possible. Cette fréquence de coupure correspond à la plus petite racine du dénominateur de la fonction de transfert³⁹.

Le calcul de cette plus petite racine doit être intégré dans l'algorithme de calcul de l'optimum. Partant d'un polynôme caractéristique de la fonction de transfert (35), il est possible de calculer numériquement les racines, et de trouver numériquement la plus petite. Cette façon de faire introduit une discontinuité dans les formules à optimiser et implique un nombre de calculs importants (pour chaque jeu de valeurs des paramètres, il faut recalculer toutes les racines et choisir la plus petite).

Pour contourner ces difficultés, on a cherché à exprimer symboliquement une approximation de la plus petite racine. La section 5.9 apporte une réponse originale à ce problème.

³⁹ voir section 5.2.3 ainsi que 4.4.1 à 4.7

5.9 Plus petite racine

La méthode proposée est plus facile à développer en commençant par chercher la plus grande racine d'un polynôme $P(x)$ à coefficients réels (voir section 4.5) de degré quelconque n que l'on note $P^{(n)}(x)$.

5.9.1 Approximation de la plus grande racine

Notons a, b, c, \dots les n racines d'un polynôme $P^{(n)}(x)$ quelconque de degré n .

On peut trouver symboliquement la plus grande des racines a, b, c, \dots , de $P^{(n)}(x)$ en prenant la limite (103) quand n tend vers l'infini. En effet, en supposant que z est la plus grande des racines, quand n devient grand, a^n, b^n et c^n deviennent négligeables face à z^n et la limite tend vers z .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n + c^n + \dots + z^n} \rightarrow \max(a, b, c, \dots, z) \quad (103)$$

Les paramètres de cette expression sont des racines alors que l'on ne connaît que les coefficients du polynôme (35). Pour contourner ce problème, on fait appel à des polynômes particuliers que l'on détermine en partant des relations suivantes :

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c \quad (104)$$

$$a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c = \frac{(a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2} \quad (105)$$

On peut facilement exprimer une relation donnant la somme des produits de combinaison 2 à 2 des n racines en fonction du carré de leur somme et de la somme de leurs carré. Notons que (105) est directement le coefficient a_1 du polynôme (41) exprimé en fonction de ses racines.

Introduisant la notation s_i pour la somme des racines élevées à la puissance i :

$$\begin{aligned} s_0 &= 1 + 1 + 1 + \dots + 1 = n \\ s_1 &= a + b + c + \dots + z \\ s_2 &= a^2 + b^2 + c^2 + \dots + z^2 \\ &\vdots \\ s_n &= a^n + b^n + c^n + \dots + z^n \end{aligned} \quad (106)$$

Il s'agit d'une famille particulière de polynômes appelés *polynômes symétriques* [73] dénomination inspirée du fait remarquable que leur valeur n'est pas influencée par les permutations des racines. Dans [73] il est démontré que l'on peut exprimer tous les coefficients d'un polynôme à l'aide de ces polynômes symétriques. Newton avait déjà développé une méthode pour construire ces polynômes symétriques en partant des coefficients du polynôme.

De (43) on a directement s_1 puis de (105) on tire s_2 :

$$s_1 = -a_{n-1} \quad (107)$$

$$s_2 = s_1^2 - 2 \cdot a_{n-2} \quad (108)$$

On trouvera la suite dans [73] et en particulier les polynômes s_i , pour $i > n$. On donne encore s_3 qui est utilisé plus loin.

$$s_3 = s_1^3 + 3 \cdot a_{n-1} \cdot a_{n-2} - 3 \cdot a_{n-3} \quad (109)$$

N'ayant pas trouvé d'expression symbolique de s_n pour $n \rightarrow \infty$, on a examiné numériquement le comportement de s_n , $n = \{1..20\}$ (voir Figure 89).

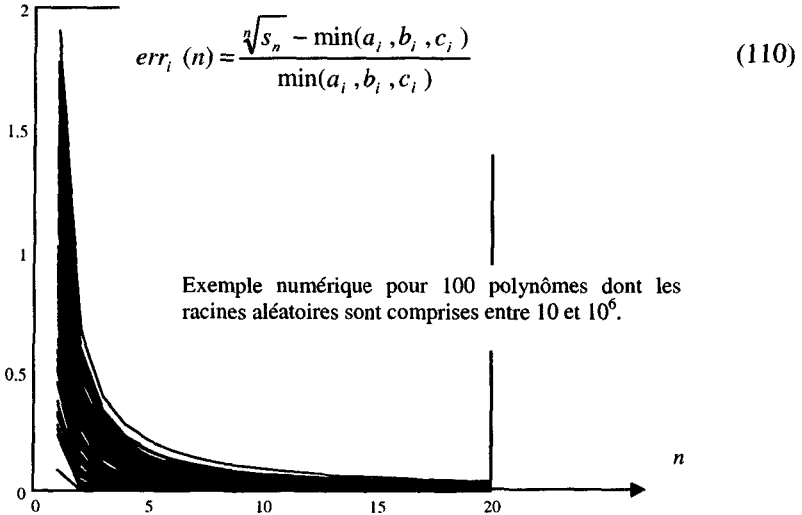


Figure 89 Evolution de l'erreur relative err sur la plus grande racine calculée selon (110) avec le degré n de l'approximation.

Un nombre $m=100$ de vecteurs de racines $\{a,b,c\}$ sont créés aléatoirement dans une plage définie. Pour chaque vecteur, les coefficients sont ensuite calculés avec les équations (40) à (43) puis les polynômes symétriques (106) sont évalués. On cherche numériquement la plus petite $\min(a,b,c)$ des racines.

On constate que l'approximation tend rapidement vers la valeur cherchée (l'erreur décroît rapidement). La diminution de l'erreur selon (110) avec le degré n est plus ou moins rapide en fonction de la répartition des racines (Figure 89). En effet, il est évident que le degré doit être plus élevé pour différencier des racines voisines que pour des racines éloignées.

Le coefficient a_{n-1} est directement lié à la valeur moyenne des racines (40), et, combiné avec le coefficient a_{n-2} il fournit la variance via le second polynôme symétrique calculé selon (108).

$$\text{var}(x) = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n} = 3 \cdot \frac{s_1^2}{n^2} + s_2 - 2 \cdot \frac{s_1^2}{n} \quad (111)$$

Il est donc possible de s'approcher de la valeur maximale en combinant les premiers polynômes symétriques. Cette situation est illustrée numériquement sur la Figure 90. L'influence du paramètre λ est illustrée sur la Figure 91 pour la combinaison suivante :

$$\tilde{x}_{\max} = \sqrt{s_2} - \frac{\sqrt[2]{s_2} - \sqrt[3]{s_3}}{\lambda} \quad (112)$$

En utilisant une combinaison ne mettant en œuvre que les deux premiers polynômes symétriques s_1 et s_2 , on obtient une erreur moyenne de 20 % et une erreur maximale de 38 %. C'est insuffisant. Avec S_3 , le troisième polynôme symétrique (112), on arrive à une erreur moyenne de 4 % et un maximum de 9 %, ce qui est excellent. En utilisant s_4 , le quatrième polynôme symétrique, l'erreur maximale passe en-dessous des 5%, mais au prix d'une quantité de calculs trop importante.

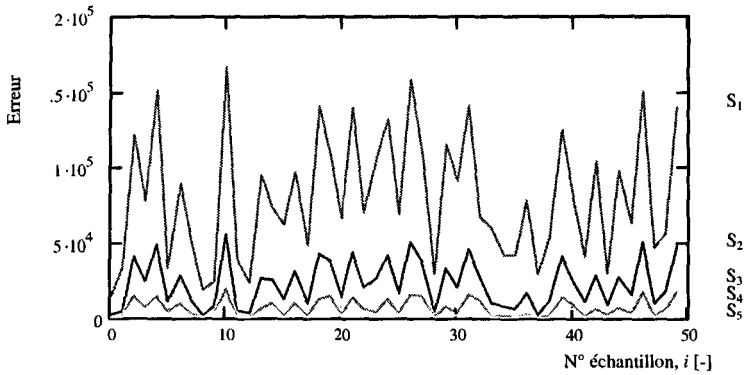


Figure 90 Différences entre $\sqrt[3]{s_n}$ et $\min(a_i, b_i, c_i)$ pour 50 échantillons de racines définies de manière aléatoire (nombres compris entre 10 et 10^6)

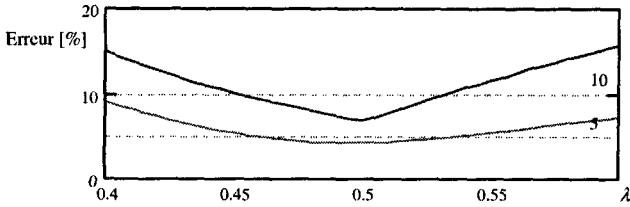


Figure 91 Variations des valeurs moyenne et maximale de l'erreur en fonction du paramètre λ moyenne et minimum

C'est donc cette forme (112) qui sera retenue, avec $\lambda=0.5$.

5.9.2 Approximation de la plus petite racine

Soit l'équation

$$x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \quad (113)$$

en faisant la substitution :

$$x = \frac{1}{y}$$

on trouve un nouveau polynôme en y

$$\frac{1}{y^3} + \frac{a}{y^2} + \frac{b}{y} + c = 0 \quad (114)$$

qui, si $y \neq 0$, peut être mis sous la forme classique :

$$1 + a \cdot y + b \cdot y^2 + c \cdot y^3 = 0 \quad (115)$$

La plus grande racine y_0 du polynôme (115) correspond alors à l'inverse de la plus petite racine x_0 cherchée.

5.10 Conclusion du chapitre

Les quelques aspects des entraînements électriques étudiés isolément selon une approche de spécialiste sont à présent décrits.

On peut donc commencer à exprimer les performances individuelles (inertie, rigidité, prix, etc.) en fonction des paramètres de chaque organe. Elles serviront ensuite à exprimer la performance de l'ensemble (voir Figure 3).

L'étude de ces performances individuelles (ou grandeurs intermédiaires) fait l'objet du chapitre suivant.

6 EQUATIONS DES ELEMENTS

6.1 Organisation du chapitre

Pour mettre les performances de l'ensemble sous forme d'équations, il faut considérer des grandeurs intermédiaires, telles que :

⇨	Rigidité	k
⇨	Inerties	J
⇨	Durée de vie	Λ_{10}
⇨	Prix	$\$$

Dans une première section (6.2), un exemple simplifié est utilisé pour démontrer cette nécessité. Cet exemple met aussi en relief les éléments qui seront des paramètres variables et ceux qui sont des constantes technologiques.

La détermination des constantes technologiques fait l'objet des sections suivantes (6.3 et 6.4). Le principe de cette détermination découle également de l'exemple de la section 6.2.

6.2 Exemple et méthode

Un entraînement électrique typique composé de deux réducteurs est considéré (tel que présenté en Figure 47) comme exemple dans le but de :

- ⇒ mettre en équation le temps de mise en vitesse;
- ⇒ déduire quels sont les paramètres variables et les constantes technologiques;
- ⇒ trouver une méthode pour l'ensemble des critères de performances.

Le temps de mise en vitesse, d'une vitesse initiale Ω_0 à une vitesse finale Ω' , est donné par la relation :

$$t_{acc}(\Omega') = \int_{\Omega_0}^{\Omega'} \frac{1}{\varepsilon(\Omega)} d\Omega \quad (116)$$

Où le symbole Ω est utilisé pour représenter la vitesse dans le référentiel du moteur.

L'élasticité normale des éléments de la chaîne cinématique n'a qu'une influence négligeable sur le temps de mise en vitesse, (mais pas sur les autres critères [30]). Les rigidités sont donc négligées dans cet exemple. En fonction de la vitesse, l'accélération correspond au rapport de la caractéristique moteur par l'inertie totale.

$$\varepsilon(\Omega) = \frac{M(\Omega)}{J_{tot}} \quad (117)$$

On en déduit que le temps de mise en vitesse est directement proportionnel à l'inertie

$$t_{acc}(\Omega') = \int_{\Omega_0}^{\Omega'} \frac{J_{tot}}{M(\Omega)} d\Omega \quad (118)$$

Les deux réducteurs impliquent une inertie totale vue du côté moteur⁴⁰ exprimée par (119).

⁴⁰ voir convention de notation section 1.8.2

$$J_{tot}^{(mot)}(r_1, r_2) = J_m + \frac{J_r}{r_1^2} + \frac{J_v + m_{load}}{r_1^2 \cdot r_2^2} \quad (119)$$

Pour avoir le point de vue de l'utilisateur, les inerties des éléments sont exprimées dans le référentiel de sortie de l'élément (côté charge).

Vu de ce référentiel, cette inertie $J_{tot}^{(load)}$ prend la valeur :

$$J_{tot}^{(load)}(r_1, r_2) = J_m \cdot r_1^2 \cdot r_2^2 + J_r \cdot r_2^2 + J_v + m_{load} \quad (120)$$

Pour la différentier de la vitesse Ω (et du couple M) côté moteur, on utilise le symbole v pour la vitesse (respectivement F pour la force) du côté charge. Cette vitesse v est donnée par

$$v = \frac{\Omega}{r_1 \cdot r_2} \quad (121)$$

et la force par

$$F(v) = r_1 \cdot r_2 \cdot M(r_1 \cdot r_2 \cdot v) \quad (122)$$

Finalement, on peut exprimer (116) dans le référentiel de la charge par l'expression :

$$t_{acc}(v') = \int_{v_0}^{v'} \frac{J_m \cdot r_1^2 \cdot r_2^2 + J_r \cdot r_2^2 + J_v + m_{load}}{r_1 \cdot r_2 \cdot M(r_1 \cdot r_2 \cdot v)} dv \quad (123)$$

Il faut encore trouver des valeurs pour les grandeurs J_m , J_r et J_v . Elles ne peuvent pas être choisies à priori mais dépendent de la force à transmettre et du type de réducteur. Ces variantes dépendent elles-mêmes du rapport de réduction choisi... Il faut donc exprimer les inerties en fonction de la charge (définie par le cahier des charges), en fonction du rapport de réduction (qui est un paramètre variable) et en fonction de constantes technologiques (liés à la technologie utilisée).

Paramètre : Force admissible

Pour une pièce mécanique quelconque, on peut trouver une relation générale liant l'inertie au couple transmis (124).

A même rigidité, la section utile est proportionnelle au couple. En première analyse, on peut considérer que la section est proportionnelle au couple et que l'inertie variera en fonction du carré de sa charge admissible⁴¹ M_{adm} .

En y regardant de plus près, il y a, de cas en cas, des particularités de fabrication des différents éléments. Arbres creux, poulies avec centre allégé, matériaux non homogènes, éléments de fixations, appendices divers, etc. Ces particularités font que la variation de l'inertie en fonction du couple admissible est un exposant généralement compris entre 1 et 3. On peut alors exprimer l'inertie totale sous la forme d'un produit d'une constante technologique multiplicative λ_l et de la charge admissible élevée à une puissance n_l qui est une seconde constante technologique (exponentielle). L'indice l indique que ces constantes technologiques sont relatives à l'inertie. Ces constantes peuvent être déterminées pour différentes familles de pièces et d'organes.

$$J_{pièce} \cong \lambda_l \cdot M_{adm}^{n_l} \quad (124)$$

Dans le cas linéaire, on doit en plus multiplier (124) par la longueur utile de la pièce. En tenant compte des conventions de notation de la section 1.8.1, ceci amène une formulation générale (pour les systèmes tournants $l_{pièce}=l$) :

$$J_{pièce} \cong \lambda_l \cdot M_{adm}^{n_l} \cdot l_{pièce} \quad (125)$$

Remarque :

Les relations (124) et (125) sont empiriques, et curieusement les unités sont dépendantes de n_l . Si par exemple $n_l=4.5$, l'unité de λ_l sera en $[\text{kg}^{-3.5} \text{m}^{-5.5} \text{s}^9]$ dans le cas tournant et en $[\text{kg}^{-3.5} \text{m}^7 \text{s}^9]$. Pour que ces questions d'unités n'engendrent aucune erreur, on insiste sur la convention 1.8.1, et la "liste des symboles utilisés" (à la fin du document) donne les unités à la fois pour les systèmes tournants et pour les systèmes linéaires.

⁴¹ On peut également surdimensionner le composant pour augmenter sa durée de vie et/ou sa rigidité, ou encore pour tenir compte de vitesses de fonctionnement élevées.

En considérant que le couple à transmettre varie de réduction en réduction, et en tenant compte des rendements η_i , on peut écrire pour le couple admissible⁴² M_{adm} (qui, à un facteur près est égal au couple à la sortie de la vis M_v), le couple à la sortie du réducteur M_r et le couple moteur M_m :

$$M_v = M_{adm} \quad , \quad M_r = \frac{M_{adm}}{r_2 \cdot \eta_v} \quad , \quad M_m = \frac{M_{adm}}{r_2 \cdot r_1 \cdot \eta_v \cdot \eta_r} \quad (126)$$

En remplaçant (126) dans (123), et en admettant un couple moteur constant, l'équation (123) se transforme ainsi :

$$t_{acc}(v) = \int_0^v \frac{\lambda_m \left(\frac{M_{adm}}{r_1 r_2 \eta_v \eta_r} \right)^{n_m} \cdot r_1^2 r_2^2 + \lambda_r \left(\frac{M_{adm}}{r_2 \eta_v} \right)^{n_r} \cdot r_2^2 + \lambda_v M_{adm}^{n_v} + m_{load}}{M_{adm}} d\Omega \quad (127)$$

En simplifiant et en réorganisant les termes, on trouve :

$$t(v) = v \cdot \left(\frac{\lambda_{rm} M_{adm}^{n_m-1} \eta_v^{-n_m} \eta_r^{-n_m} r_1^{2-n_m} r_2^{2-n_m}}{+ \lambda_r M_{adm}^{n_r-1} \eta_v^{-n_r} r_2^{2-n_r} + \lambda_v M_{adm}^{n_v-1} + M_{adm}^{-1} \cdot m_{load}} \right) \quad (128)$$

Constatations :

Le couple admissible M_{adm} et la masse de la charge sont donnés (cahier des charges). Les rapports de réduction sont les paramètres variables. Les autres grandeurs sont des constantes technologiques.

On constate d'emblée que le temps de mise en vitesse comporte un terme (129) indépendant des paramètres (produit de la vitesse par l'inertie de la charge et divisé par le couple admissible). Quels que soient les choix technologiques et les rapports de réduction, cette valeur ne change pas. C'est donc une limite minimale indicative.

$$t_{lim} = \frac{v \cdot m_{load}}{M_{adm}} \quad (129)$$

La recherche de productivité revient à minimiser (128). Ceci implique de mener deux actions complémentaires : a) calculer le couple de valeurs r_1 et r_2 qui annulent le gradient; b) vérifier sur les limites du domaine praticable.

⁴²Précisons que M_{adm} englobe la force d'usinage, l'accélération et divers facteurs correctifs définis plus loin.

En effet, le couple de valeurs r_1 et r_2 optimal théorique ne correspond pas toujours à une solution possible en pratique. Par exemple, il faut que la vitesse maximale du moteur soit suffisamment élevée. Vue de la charge, c'est-à-dire divisée par ces deux rapports, cette vitesse doit être supérieure ou égale à la vitesse maximale demandée à la charge. Cette limite est accompagnée de plusieurs autres limites qui sont déterminées dans le chapitre suivant, à la section 7.6.

Une propriété étonnante est mise en évidence : Le gradient (par rapport aux rapports de réduction) de $t(v)$ est indépendant de l'inertie de la charge. Les rapports optimaux pourraient donc bien être indépendants de cette inertie. Cette indépendance n'est possible que si la limite du domaine (c'est-à-dire de l'ensemble de technologies considéré) n'est pas atteinte mais on verra, au chapitre 8, que l'optimum est presque toujours situé sur le contour des limites du domaine.

Ces constatations sont à priori en contradiction avec la conception traditionnelle. Ceci appelle à une réflexion. Le point central de la démarche consiste à analyser le besoin depuis le référentiel de la charge, sans se soucier de ce que peut ou ne peut pas faire le moteur. Il en découle que le couple que doit fournir le moteur dépend des rapports de réduction. Il en est de même pour sa vitesse nominale. Il faut dire en plus que ce premier modèle est relativement grossier.

La nature surprenante des constatations et l'ampleur des simplifications amènent naturellement à confronter le modèle empirique de l'inertie (relations (124) et (125)) à différents types d'organes, et pour d'autres critères de performance (prix, rigidité, rendement).

6.2.1 Principe

On cherche à exprimer des grandeurs intermédiaires (inertie, rigidité, rendement) indépendantes (spécifiques à un organe et indépendantes du choix des autres organes). Ces grandeurs intermédiaires sont nécessaires à l'optimisation et sont des fonctions des degrés de liberté (constantes technologiques, couple à transmettre et rapports de réduction). Il faut également déterminer les limites de validité de ces expressions.

En premier lieu, un modèle théorique est établi sur la base de considérations dimensionnelles. Ensuite, des éléments réels sont analysés pour ajuster les modèles et pour déterminer les valeurs des constantes technologiques $\lambda_{i,j}$ et $n_{i,j}$, où l'indice i représente la grandeur exprimée (rigidité, rendement, inertie ...) et j la technologie considérée (vis à billes, moteur synchrone à aimant permanent, ...).

Finalement, pour chaque grandeur i , une expression paramétrique unique G_i est recherchée $G = \{k, J, A, S, \eta, \dots\}$. Une telle expression permet de simplifier la réalisation des algorithmes de recherche d'optimum.

$$G_i = G_i \left(\lambda_{i,j}, n_{i,j}, \dots, M_{j,adm}, r_1, r_2, \dots \right) \quad (130)$$

On cherche en particulier à mettre en relation ces expressions avec le schéma équivalent unique suivant :

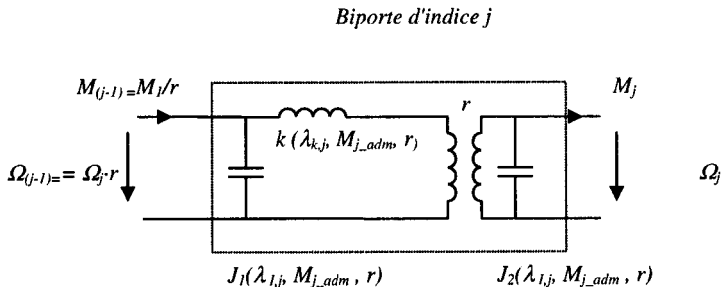


Figure 92 Expression des grandeurs caractéristiques en fonction des grandeurs technologiques et des paramètres.

Exemple illustrant (avec le schéma électrique équivalent d'un réducteur)

- 1) la dépendance des principales caractéristiques (inertie I et rigidité k) en fonction des constantes technologiques l et d'un paramètre variable (rapport de réduction r)
- 2) l'évolution de la nature de la puissance transmise (décomposée en un couple M et une vitesse Ω)

6.2.2 hypothèse

Les grandeurs intermédiaires⁴³ (dont la nature est représentée par l'indice i) caractérisant les organes (indice j) de l'entraînement électrique peuvent être modélisés avec une équation ayant la forme unique suivante:

$$G_i = \lambda_{o_{i,j}} \cdot l_{o_{i,j}} + \lambda_{i,j} \cdot M_{j,adm}^{n_{i,j}} \cdot r^{m_{i,j}} \cdot l_{i,j} \quad (131)$$

Le paramètre λ_o est une constante indépendante du couple admissible, il est multiplié par un paramètre l_o traduisant sa dépendance de la longueur⁴⁴.

Le paramètre λ est une constante multiplicative du couple admissible élevé à la puissance n , qui est une constante technologique exponentielle. Finalement la partie dépendante du couple est aussi multipliée par un paramètre l traduisant la dépendance de la longueur⁴⁵.

Pour vérifier cette hypothèse, les éléments constitutifs de l'entraînement sont passés en revue, et pour chacun d'eux, les constantes technologiques utiles sont déterminées. Une analyse dimensionnelle est effectuée en premier lieu. Le modèle mathématique obtenu est ensuite confronté à des éléments réels du marché et le cas échéant, ce modèle est adapté ou complété. Finalement, une formulation générale (indépendante de la technologie) est proposée.

⁴³ Ces grandeurs sont l'inertie ($i=I$), la rigidité ($i=k$), le coût ($i=\$$) et le rendement ($i=\eta$)

⁴⁴ En fonction des convention 1.8.1, ce paramètre est fixé à 1 pour les systèmes tournants.

⁴⁵ En fonction des convention 1.8.1, ce paramètre est fixé à 1 pour les systèmes tournants.

6.3 Organes

Les organes constitutifs de l'entraînement électrique présentés sur la Figure 3 sont passés en revue. Les équations nécessaires sont établies.

6.3.1 Commande

La commande a un impact direct sur les performances et cet impact est indépendant des autres organes. De simples facteurs correctifs sont introduits :

- ⇒ facteur correctif de la productivité η_π [-] ;
- ⇒ facteur correctif de la rigidité η_k [-] ;
- ⇒ facteur correctif de la durée de vie η_λ [-] ;
- ⇒ facteur correctif de la faisabilité η_F [-] .

Ces facteurs sont appliqués par simple multiplication aux performances correspondantes. Dans le cas de l'exemple 6.2, seule la performance de productivité était calculée: $\Pi = 1/t(v)$ en ne considérant que les constantes technologiques de la charge, du moteur, et des réducteurs. On veut corriger ce résultat en tenant compte du type de commande dont l'impact a été examiné aux sections 2.4.1, 5.2, 5.3, 5.4 et 5.5. Il s'agit ici d'une correction indépendante⁴⁶ ce qui autorise l'utilisation d'un simple facteur multiplicatif similaire au rendement. On peut alors parler d'un *rendement en productivité* : $\Pi = \eta_\pi \Pi$.

Les valeurs de ces facteurs sont attribuées via des estimations basées sur une connaissance encore imparfaite des commandes PNC et des nouvelles trajectoires proposées (voir sections 2.7, 5.3 et 5.5). Ces valeurs sont donc empiriques.

⁴⁶ Une correction d'un rapport de réduction n'est pas indépendant e: dans le cas général, une modification d'un rapport de réduction va impliquer une modification de l'autre rapport de réduction.

		η_r	η_A	η_k	η_F
Pas de Travail en temps masqué	Commande classique	.8	.25	.9	.5
	PNC (8ms ⁴⁷)	.85	0.4	.9	.8
	PNC (1ms) accélérations paraboliques	.9	0.65	.9	.9
	PNC (1ms) accélérations selon (59)	.95	0.9	1	1
Travail en temps masqué	Commande classique	.85	0.25	.9	.5
	PNC (8ms)	.92	0.5	.9	.8
	PNC (1ms) accélérations paraboliques	.95	0.75	.9	.9
	PNC (1ms) accélérations selon (59)	1	1	1	1

Tableau 4 Facteurs correctifs de la commande

6.3.2 Electronique de puissance

Le but de cette section est de mettre en évidence l'existence de paliers dans l'expression du prix en fonction des différentes électroniques de puissance. Cette nature implique le caractère très approximatif de l'unique équation modélisant cet organe (132). On se limite à énoncer les principales considérations qui amènent à cette conclusion, sans entrer dans le détail.

Pour les toutes petites puissances, l'électronique peut être analogique. Dès que les pertes ne sont plus négligeables, les hâcheurs deviennent nécessaires. Jusqu'à une tension d'environ 100 [Volt], on peut commander les semi-conducteurs de puissance sans séparation galvanique ni alimentation accessoires, les mesures des tensions et courants sont également simplifiées. Par contre, il faut créer cette basse tension et la tension induite de mouvement devient rapidement problématique. Pour des tensions supérieures, le niveau de tension des signaux de commande doit être adapté (opto-coupleurs, transformateurs d'impulsion, drivers intégrés, ...), le courant doit être mesuré avec un organe permettant la séparation galvanique (par exemple les éléments LEM basés sur l'effet Hall).

Pour les moteurs polyphasés, on peut contrôler la puissance en partant d'un bus continu ou directement du réseau triphasé. Plusieurs variantes existent avec leurs avantages propres [3], [4] Un des critères est ici la question de réinjecter l'énergie de freinage ou non :

⁴⁷Cette valeur correspond à la période d'échantillonnage actuelle des consignes de position précalculées.

Dans le cas d'un bus continu, réinjecter l'énergie implique que la génération du continu demande un redresseur plus coûteux. Ce redresseur est généralement utilisé pour l'ensemble des amplificateurs qu'il alimente, ou par groupe pour les grandes puissances. Dans le cas d'une alimentation directe sur le réseau triphasé, il faut prévoir un cycloconvertisseur qui consommera au minimum 9 interrupteurs bi-directionnels de puissance par ampli (au lieu de 6 avec bus DC). Le cas échéant, il faut prévoir des résistances pour évacuer cette énergie et/ou capacités pour la stocker.

La fréquence de commutation est liée aux pertes, aux bruits et aux exigences des normes de compatibilité électromagnétiques (EMC⁴⁸).

Une étude détaillée a été menée dans le but de se familiariser avec les contraintes liées à la réalisation d'un cycloconvertisseur à faible coût (étude théorique [4] et essais pratiques [3]). Un des résultats intéressants est ici encore l'évolution par paliers du prix des semi-conducteurs de puissance⁴⁹ en fonction de la puissance nominale.

Toutes les considérations impliquent un prix en escalier. En acceptant une erreur de +/- 20 %, on a un "*prix liste*⁵⁰" approximativement proportionnel à la puissance nominale P_N . Les quelques données recueillies chez les fournisseurs confirment cette approximation.

La différence entre des amplificateurs capables de réinjecter l'énergie de freinage sur le réseau, de la stocker temporairement ou de la dissiper⁵¹ a déjà été abordée à la section 3.5.6. Il est évident que la structure même de l'électronique diffère d'un cas à l'autre. On va donc chercher à définir des constantes technologiques indépendamment pour chaque type d'électronique.

Les caractéristiques de couple données par les fabricants sont généralement dépendantes de l'électronique associée. On peut donc aussi regrouper les électroniques par famille dans lesquelles le couple nominal est proportionnel à la puissance nominale⁵². On trouve alors la relation (132), qui est compatible avec le formalisme de l'hypothèse 6.2.2.

⁴⁸ CEI 1000-4, EN 55011, Directive 89/336 CEE, EN 50081 et EN 50082.

⁴⁹ Principaux acteurs du point de vue des coûts.

⁵⁰ Prix de vente à l'unité et sans rabais.

⁵¹ Capacités sur bus DC intermédiaire.

⁵² Dans la mesure où les caractéristiques ont été introduites dans un tableur, il est facile de procéder à des regroupements selon n'importe quel critère.

Dans ce cas particulier, le paramètre λ_{s0} est la constante technologique additionnelle du prix, correspondant à un couple admissible nul. Le paramètre λ_s est la constante multiplicative (correspondant à un couple admissible unitaire). Dans le cas du prix, la constante technologique exponentielle n_s est égale à 1 et est donc absente de (132).

$$S = \lambda_{s0} + \lambda_s \cdot P_N \quad (132)$$

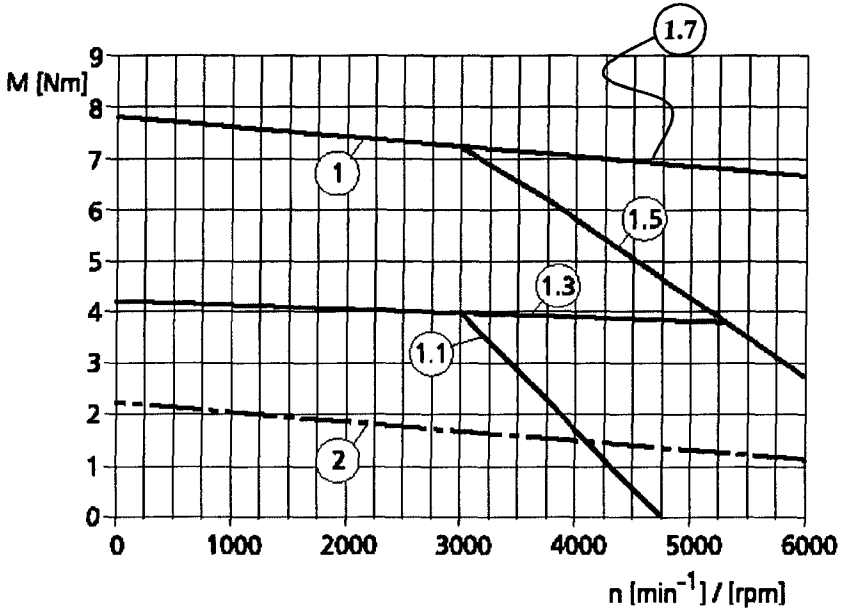


Figure 93 Exemple de caractéristique de couple dépendante du calibre de l'électronique, tiré de la documentation commerciale de Berger Lahr

Type du moteur : SER 3910 3S ...

- (1) Couple maximal intermittent (2) Couple en continu
 (1.1) Alimentation TLX x32 (1.3) Alimentation TLX x34
 (1.5) Alimentation TLX x36 (1.7) Alimentation TLX x38

Prix liste et prix réel

Il faut encore relativiser la précision de (132) par les politiques de prix et les quantités. Par exemple, un produit particulièrement bien vendu par un fournisseur peut avoir un prix très en-dessous de la caractéristique (132) grâce à une production de masse.

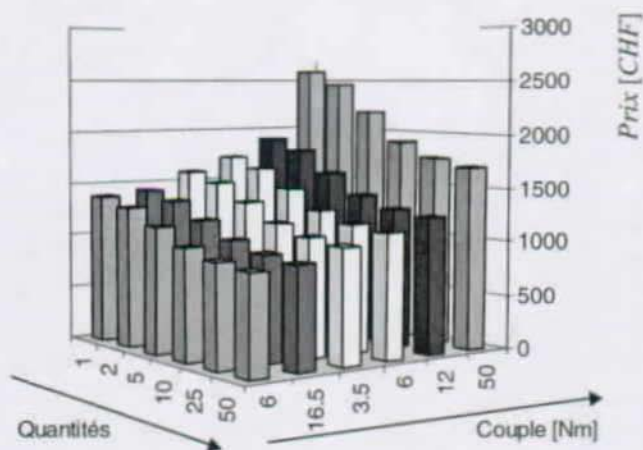


Figure 94 Quelques prix indicatifs d'électroniques de puissance

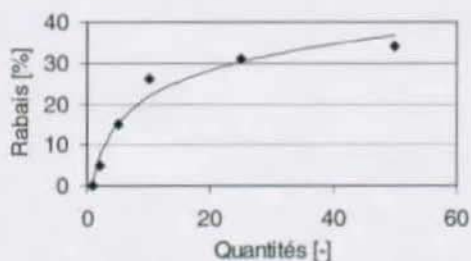


Figure 95 Rabais en fonction des quantités

Points réels et caractéristique approchée
 ($Rabais \approx 9,3 \ln(Quantité) + 0,29$)

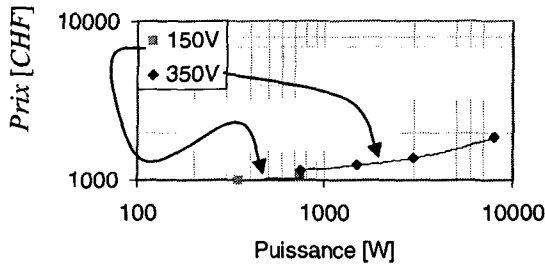


Figure 96 Exemple de caractéristique des prix en fonction de la puissance nominale
Points caractéristiques et courbes d'approximation selon (132) et pour 2 tensions d'alimentation

Les caractéristiques des Figure 94, Figure 95 et Figure 96 illustrent la démarche appliquée pour la recherche des paramètres λ_s et λ_{s0} dans le cas de deux familles d'électroniques de puissance. La principale différence entre ces familles est le niveau de tension du bus DC d'alimentation.

Type	Constantes technologiques de prix		unité
	λ_s	λ_{s0}	
Berger-Lahr 150 V	0.0781	972.65	[CHF]
Berger-Lahr 350 V	0.0982	1089.1	[CHF]

Tableau 5 Coefficients technologiques pour quelques électroniques de puissance

6.3.3 Moteur

Les caractéristiques de différents moteurs de différents types et de différentes marques⁵³ ont été saisies dans une très grande plage de couples nominaux. La caractéristique attendue étant selon (124), on représente le logarithme de l'inertie (ordonnée) en fonction du logarithme du couple nominal (abscisse) :

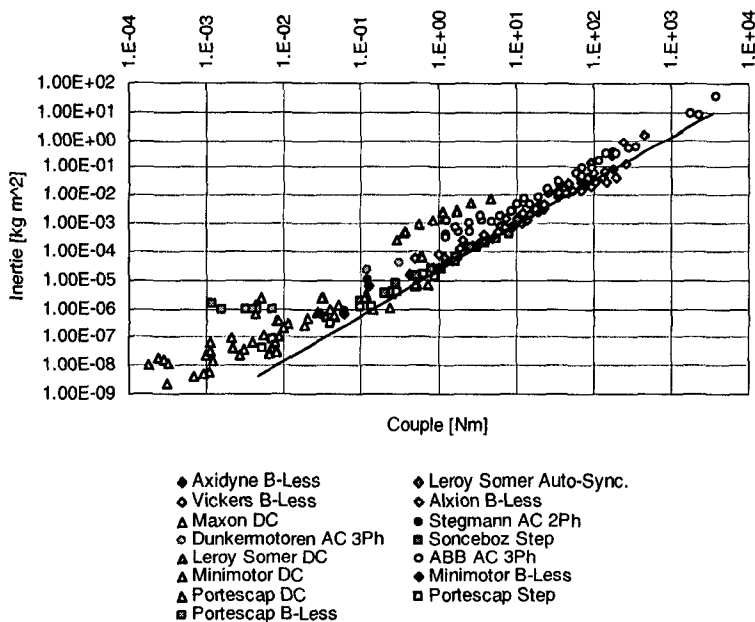


Figure 97 Caractéristique couple inertie des moteurs

La Figure 97 présente un échantillon des moteurs étudiés. En analysant en détail, on trouve des situations particulières comme celle des moteurs sans collecteur d'Escap qui présentent un exposant n_I négatif. Ce qui est vraisemblablement lié à la très petite taille de ces produits. D'une manière quasi générale, les moteurs forment de petits groupes dont la pente n_I est un peu supérieure à la moyenne du fabricant concerné.

⁵³ [112], [113], [114], [115], [116], [117], [118], [119], [121], [122], [123], [124], [125], [126].

Ces groupes correspondent à des moteurs de même diamètre. En moyenne, et pour les puissances qui nous intéressent⁵⁴, on peut faire une première approximation selon (133) ou détailler avec plusieurs valeurs de λ_l , selon la zone et/ou le type.

Type	Constantes technologiques de l'inertie	
	λ_l	n_l
ABB AC 3Ph	2.000E-04	1.375
Alxion B-Less	3.000E-05	1.7907
Axidyne B-Less	4.000E-05	1.3477
Dunkermotoren AC 3Ph	7.000E-05	0.4926
Leroy Somer Auto-Sync.	4.000E-05	1.4634
Leroy Somer DC	1.500E-03	1.1582
Maxon DC	2.000E-05	0.694
Minimotor B-Less	9.000E-05	1.5131
Minimotor DC	1.000E-05	0.9234
Portescap B-Less	3.000E-07	-0.2245
Portescap DC	1.000E-05	1.1442
Portescap Step	2.000E-05	1.126
Sonceboz Step	3.000E-05	1.2557
Stegmann AC 2Ph	2.270E-02	3.6439
Vickers B-Less	9.000E-05	1.2954
Berger-Lahr	0.1277E-04	1.2339
B&R	0.5912E-04	1.4738
Fanuc	0.0003	1.2373

Tableau 6 Coefficients technologiques pour quelques moteurs tournants

Commentaires

Comme l'indique la légende accompagnant la Figure 97, les différents types de moteurs sont représentés par des symboles de forme différente. Il est dès lors facile de constater qu'il n'y a pas de concentration particulière en fonction du type. En fait, on trouve des moteurs de conception très différentes et de puissances très variées sur une même caractéristique moyenne.

Il y a une concentration des points autour d'une droite dont la caractéristique est la suivante :

$$\lambda_l = 6 e^{-5} \text{ et } n_l = 1.3 \quad (133)$$

⁵⁴ Dans les produits Tornos, les puissances sont échelonnées entre 100 et 10'000 W

Moteur : Puissance limitée

La puissance minimale requise est une donnée du cahier des charges. Cette puissance minimale va limiter l'ensemble des solutions possibles. Un troisième axe est ajouté aux données représentées à la Figure 97. On place la puissance maximale sur cet axe. Le résultat est illisible sur papier et n'est par conséquent pas représenté.

La première constatation est que les points sont nettement moins ordonnés selon cette direction. Ceci est principalement dû au fait que la puissance est le produit du couple par la vitesse, et que la puissance maximale dépend :

- de la caractéristique du couple du moteur (qui elle-même dépend de l'alimentation)
- et de la vitesse maximale qui est limitée dans certains cas par les paliers mécaniques du moteur (et donc par la durée de vie souhaitée) et, dans d'autres cas, par la fréquence et/ou la tension d'alimentation de l'électronique de puissance.

La puissance ne sera pas utilisée explicitement dans les systèmes d'équations à venir. Elle sera implicitement prise en compte dans la formulation de la limite du domaine d'optimisation, sous forme d'une vitesse maximale possible pour la famille de moteurs considérée.

Moteur : Dynamique (Inertie)

En choisissant une ligne verticale sur la Figure 97, on trouve différents moteurs qui pour un même couple ont des inerties très différentes (illustré pour $M_N=0.1 [Nm]$ sur la Figure 98). Selon (118) le temps de mise en vitesse sera donc aussi très différent.

La Figure 98 est un zoom de la Figure 97, centré sur un couple de $0.1 [Nm]$. Ce zoom illustre un cas particulier (mais pas isolé) pour lequel le rapport des inerties peut atteindre un facteur 10, voire plus. Dans le cas de la Figure 98 et dans de nombreux autres cas, la différence d'inertie à même couple est expliquée par la nature du moteur. Ici, les moins dynamiques sont des asynchrones, suivi par un moteur sans collecteur puis par des moteurs DC, des moteurs pas-à-pas et encore un DC.

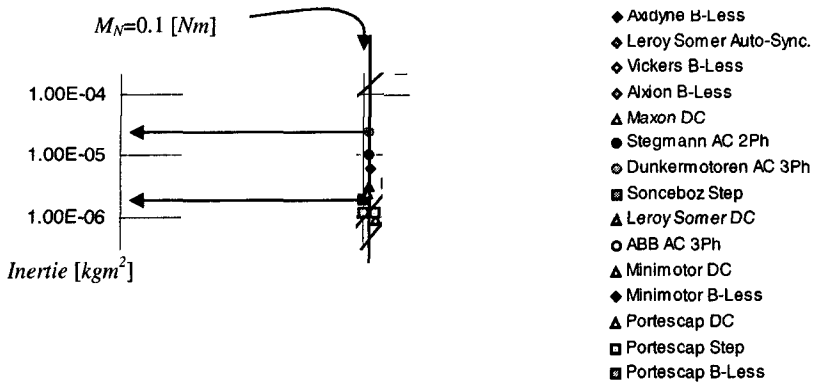


Figure 98 Zoom de la Figure 97
(centré sur sur $M_N=0.1 [Nm]$)

Il est à priori étonnant de voir un moteur pas-à-pas en meilleure place qu'un sans collecteur. On peut penser que les détails technologiques de réalisation peuvent expliquer cela. C'est certainement au moins partiellement vrai, mais la quantité de paramètres à considérer pour formuler un modèle théorique devient très rapidement ingérable⁵⁵. On cherche alors une explication basée sur le prix.

Moteur : Prix

Les rares informations données par les constructeurs quant au prix de leurs produits ne permettent pas de poser une véritable règle. Au mieux, une tendance peut être évaluée selon (132) :

Des lignes de niveau de prix tracées dans un graphique similaire à celui de la Figure 97 montrent cette difficulté. Cet exercice est illustré en Figure 99 pour quelques produits.

⁵⁵ L'expérience a été faite pour l'analyse dimensionnelle des vis à billes présentée en annexe.

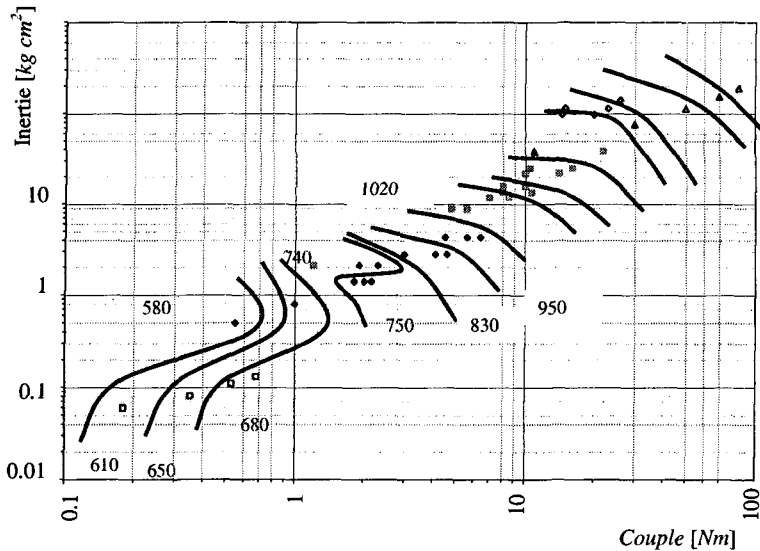


Figure 99 Courbe de niveau des prix
Illustration pour un fabricant

Ce mode de représentation n'est pas du tout adapté dès qu'il y a plusieurs fournisseurs. Les lignes deviennent quelconques et une multitude d'enclaves apparaissent.

Les courbes les plus à gauche sont logiques : à même couple, le prix diminue avec l'inertie. Par contre, les courbes de droite sont plus délicates à expliquer. En effet, il apparaît étonnant qu'à même couple, le prix augmente avec l'inertie. Ceci est en partie lié aux différentes limitations de vitesse des moteurs, mais l'impact de cette explication est noyé dans les variations liées aux critères économiques et politiques.

Remarque: La Figure 100 met en évidence la difficulté rencontrée pour exprimer les prix sous forme paramétrique. Il faudra se souvenir que les paramètres du Tableau 7 sont très imprécis.

La formule (132) reste néanmoins la meilleure des corrélations trouvées avec les différents paramètres disponibles. D'autres corrélations ont été cherchées avec les caractéristiques suivantes⁵⁶ : couple, puissance, vitesse, dimensions, poids, durées de vie et divers facteurs tels que le facteur de couple.

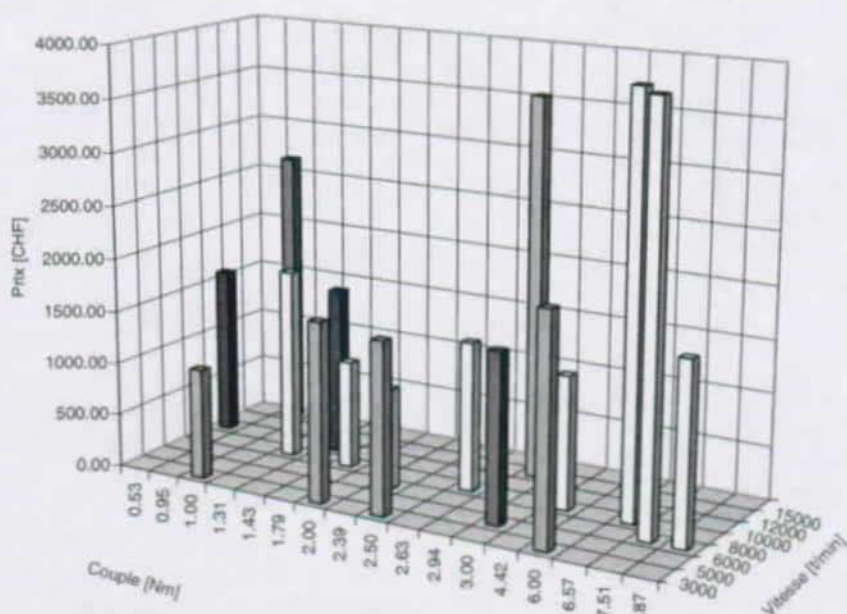


Figure 100 Répartition des prix des moteurs Fanuc
(Principaux types utilisés par la société Tornos).

Après ces tentatives de modélisation et de nombreux entretiens avec les fournisseurs, il est évident que les critères non techniques l'emportent.

Une représentation grossière est néanmoins recherchée. Le cas des moteurs Fanuc utilisées par la maison Tornos est illustré ici. Les prix sont ceux des pièces de rechange :

⁵⁶ ainsi qu'avec diverses combinaisons de ces caractéristiques.

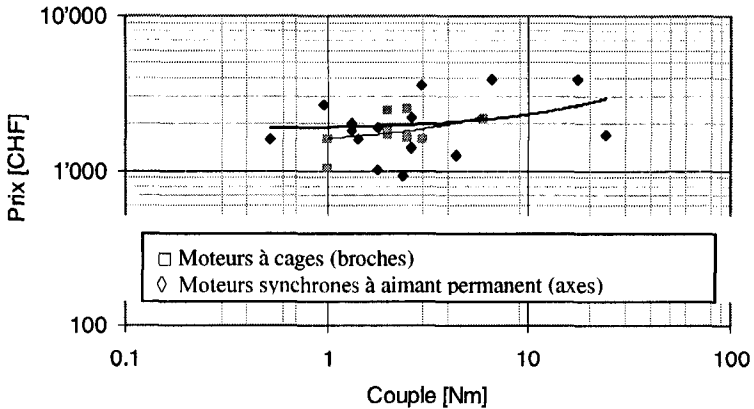


Figure 101 Modèle très grossier des prix pour les moteurs Fanuc

On donne ci-dessous quelques valeurs de constantes technologiques estimées⁵⁷ pour différents moteurs du fournisseur Fanuc :

Type	Constantes technologiques de prix		unité
	λ_s	λ_{sp}	
Fanuc broches	44.6	1857	[CHF]
Fanuc axes	122.7	1489	[CHF]

Tableau 7 Coefficients technologiques pour quelques moteurs

6.3.4 Moteurs linéaires

Dans le cas des moteurs linéaires, il faut distinguer la partie fixe de la partie mobile. On calculera les constantes technologiques séparément pour chaque partie. Pour la partie fixe, il faut alors multiplier le prix selon (132)⁵⁸ par la longueur l_0 . Mis à part cela, la détermination des prix suit le même principe et est également très dépendante de critères non techniques.

⁵⁷ Ces valeurs sont des prix d'achat à des conditions particulières.

⁵⁸ ... qui est alors le prix de la partie fixe par unité de longueur.

Masse en mouvement

La Figure 102 dresse un graphique donnant la masse de la partie mobile de quelques moteurs [127], [128], [129] en fonction de la force transmissible.

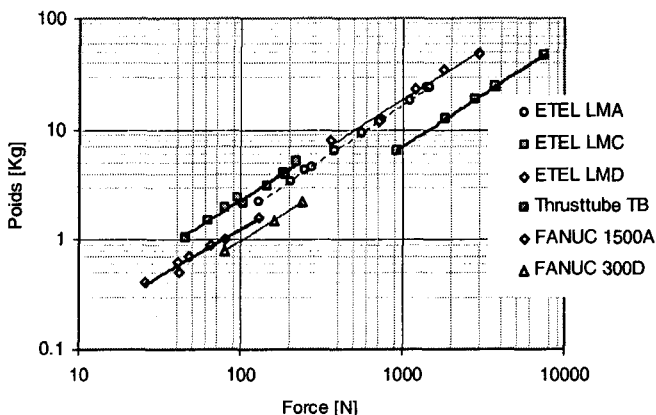


Figure 102 Masse du moteur, en fonction de la force à transmettre

Il est intéressant de constater que, selon le domaine de force, la plus petite inertie passe successivement d'un fabricant à l'autre.

On trouve ainsi les constantes technologiques suivants :

Type	Constantes technologiques de l'inertie	
	λ_I	n_I
ETEL LMA	0.0185	0.9834
ETEL LMC	0.0103	0.9435
ETEL LMD	0.239	0.8594
Thrusttube	0.0309	0.9361
FANUC small	0.0342	0.9106
FANUC high	0.0142	0.9193

Tableau 8 Coefficients technologiques pour quelques moteurs linéaires

Il faut encore préciser qu'il est possible de moduler le couple nominal en fonction du refroidissement consenti (rien, eau, huile, circulation d'eau glacée, ...) Pour ce faire, on pourrait introduire un facteur correctif η_T , sans oublier d'augmenter le prix en conséquence avec η_S , mais on y renonce pour des raisons de simplification.

6.3.5 Réducteurs

Il existe une grande palette de réducteurs (engrenages, vis sans fin, poulies et courroies ou chaînes, harmonic drives, etc.) La majorité de ces systèmes peuvent être décomposés en deux éléments inertiels répartis l'un à l'entrée, l'autre à la sortie. On les nommera réducteurs à deux roues.

Les applications demandant une augmentation de vitesse étant relativement rares, seul le cas des réductions (134) est développé ici⁵⁹.

$$\Omega_1 \geq \Omega_2 \quad (134)$$

Jeux

Tous les réducteurs présentent un jeu de fonctionnement.

Si le jeu n'est pas toléré, il existe des systèmes de compensation de jeu [13]. Les systèmes passifs ne sont pas très onéreux, mais ils pénalisent la performance de par la charge supplémentaire qu'ils introduisent (et qu'il conviendrait d'ajouter dans M_{adm}). Les systèmes actifs mettent en œuvre deux moteurs, et la pénalité est alors appliquée au prix.

H.-R. Buhler montre dans [13] que le jeu peut provoquer des comportements instables liés à des rebonds. Il explique l'existence d'une limite à ce comportement et propose une méthode empirique pour garantir un fonctionnement stable. On choisit de ne pas intégrer cette limite dans le processus de recherche d'optimum⁶⁰.

En deçà de cette limite, le jeu va avoir un impact direct sur la résolution et un impact indirect sur la rigidité⁶¹ de l'entraînement. Le jeu est donc une caractéristique importante. Heureusement, cette valeur est généralement donnée dans les caractéristiques.

⁵⁹ On peut néanmoins aisément utiliser la même méthode pour exprimer des augmentations.

⁶⁰ La vérification peut toujours se faire sur les solutions finales.

⁶¹ La rigidité dont on parle ici est une performance globale, on trouvera donc ce développement au chapitre suivant.

Réducteurs à deux roues

On utilise les notions de roues menantes (repère 1) et menées (repère 2). (134) implique naturellement que la roue menante est la petite roue.

La roue la plus petite a une dimension limitée par le couple admissible. La seconde roue a un diamètre dépendant directement du rapport de réduction.

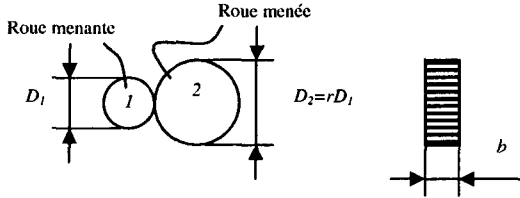


Figure 103 Réduction à engrenages

Rappelons que pour expliciter le référentiel dans les équations, quand cela est nécessaire, un repère est placé sous les grandeurs concernées, (1) pour l'entrée (côté moteur) et (2) pour la sortie (côté charge). De même, l'indice des constantes technologiques λ et n indique si le facteur est lié à l'entrée ou à la sortie (voir section 1.8.2). Les constantes technologiques λ_1 et n_1 correspondent à la roue menante alors que λ_2 et n_2 sont les constantes technologiques de la roue menée, comme illustré à la Figure 103 pour le cas particulier des engrenages.

Engrenages : Analyse dimensionnelle

Un fonctionnement correct de l'engrènement (sans interférences) implique un nombre de dents minimum z_{min} et donc un diamètre minimal D_{min} .

La zone active de la transmission à engrenage est détaillée Figure 104. On y voit la section active (coupe AA) et la position de la ligne de contact.

On cherche à exprimer une relation empirique aussi simple que possible entre le couple admissible et les performances individuelles de l'engrenage. C'est donc sciemment que l'on utilise un modèle simplifié mais largement éprouvé plutôt que des théories plus pointues [70], mais n'apportant rien à la démarche. Selon [28], deux phénomènes limitent le couple transmissible : la pression de contact (pression de Herz) et le cisaillement (contrainte dans la section active).

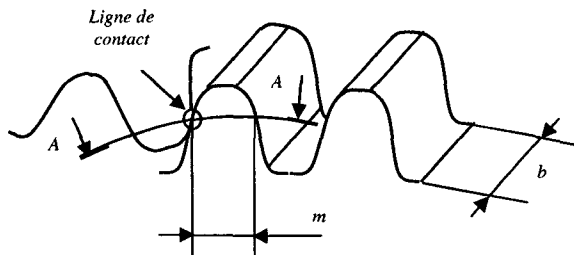


Figure 104 Détail de la zone de contact

La section cisailée est donnée à un facteur près par le produit de la largeur et du demi pas. On a donc pour la contrainte de cisaillement :

$$\sigma_{F_adm} \geq \lambda'_{tech} \cdot \frac{F_{max}}{m \cdot b} \quad [N/m^2] \quad (135)$$

Où λ'_{tech} est une constante technologique que nous ne détaillerons pas. La pression de contact est liée à la déformation, et donc aux rayons de courbure des zones en contact. Ces rayons de courbure sont fonction du module. La théorie relative est complexe mais, en intégrant tous les facteurs en jeu (facteurs de tête, de répartition, de charge, de forme, d'élasticité, de zone, etc.) elle peut se résumer à (135). Malheureusement, le rayon de courbure est lié au nombre de dents et ces grandeurs apparaissent dans l'expression simplifiée. On trouve alors l'expression suivante :

$$\sigma_{H_adm} \geq \lambda''_{tech} \cdot \sqrt{\frac{F_{max}}{m \cdot b} \cdot \frac{z_1 + z_2}{z_1 \cdot z_2}} \quad [N/m^2] \quad (136)$$

En mettant au carré et en introduisant le rapport de réduction r :

$$\sigma_{H_adm}^2 \geq \lambda''_{tech} \cdot \frac{F_{max}}{m \cdot b} \cdot \frac{1+r}{z_1 \cdot r} \quad (137)$$

Pour un étage d'engrenages, les rapports de réduction vont de 1 à 5, voire de 1 à 10. Le terme $(1+r)/r$ varie donc entre 2 pour les petits rapports et 1,2 voire 1,1 pour les grands rapports. On voit que dans les deux cas (135) et (137) la force est proportionnelle au produit $m \cdot b$, mais, à cause du terme $(1+r)/r$ on ne peut pas harmoniser (135) et (137).

La force transmise par le pignon d'indice i est donnée par (138).

$$F = \frac{M_1}{D_1 / 2} = \frac{2 \cdot M_1}{m_1 \cdot z_i} \quad (138)$$

L'inertie d'une roue dentée peut être exprimée approximativement par :

$$J = \frac{\pi}{32} \cdot \rho \cdot D^4 \cdot b = \frac{\pi}{32} \cdot \rho \cdot m_1^4 \cdot z_i^4 \cdot b \quad (139)$$

où D est le diamètre de la roue. En remplaçant b par sa valeur extraite d'une des expressions (135) ou (137), (139) se transforme⁶² :

$$J = k \cdot m_1^2 \cdot z_i^3 \cdot \xi(r, z) \cdot M \quad (140)$$

L'inertie de la petite roue semble donc varier proportionnellement à la force ($n=1$). La constante technologique est toutefois pondérée par la troisième puissance de z et le carré de m , et une fonction $\xi(r, z)$. Pratiquement, m et z varient en fonction du couple à transmettre. Cette dépendance entraîne une relation de proportionnalité.

$$(m_1^2 \cdot z_i^3 \cdot \xi(r, z)) \propto M^{-1/2} \quad (141)$$

Cette relation est vérifiée un peu plus loin par des exemples basés sur des engrenages réels. On a donc bien :

$$J = \lambda_1 \cdot M_{in_max}^n \quad (142)$$

En utilisant la relation (139) on peut déduire que l'inertie de la seconde roue (m et b sont identiques) est r^4 fois plus grande que celle de la première.

$$J_{(2)} = J_{(1)} \cdot r^4 \quad (143)$$

En faisant appel aux changements de référentiels (transformations détaillées dans l'annexe (A)) on déduit de (143) l'inertie de la roue menante vue du référentiel de la roue menée et en fonction du couple transmis exprimé dans le même référentiel :

$$J_{(2)} = J_{(1)} \cdot r^2 = \lambda_1 \cdot M_2^{n_1} \cdot r^{m_1} \quad (144)$$

donc l'inertie totale (vue côté charge) est donnée par :

$$J_{(2)}^{tot} = J_{(2)} + J_{(2)} = J_{(1)} \cdot (r^2 + r^4) \quad (145)$$

⁶² $\xi(r, z)$ représente la différence entre les expressions (135) et (137).

Comme le couple admissible est fixé par le cahier des charges, il est utile d'exprimer ces relations en fonction du couple à la sortie.

$$M_{in_max} = M_1 = \frac{M_2}{r} \quad (146)$$

$$J_{(1)} = \lambda_l \cdot M_1^n = \lambda_l \cdot \frac{M_2^n}{r^n} \quad (147)$$

Ainsi la formule de l'inertie totale est :

$$J_{(2)}^{tot} = \lambda_l \cdot M_2^n \cdot (r^{2-n} + r^{4-n}) \quad (148)$$

Si les deux inerties doivent être formulées indépendamment, on trouve facilement :

$$J_{(2)} = \left\{ J_{(1)} \right\} \cdot r^4 = \left\{ \lambda_l \cdot M_1^{n_l} \right\} \cdot r^4 = \left\{ \lambda_l \cdot \frac{M_2^{n_l}}{r^{n_l}} \right\} \cdot r^4 \quad (149)$$

$$= \lambda_l \cdot M_2^{n_l} \cdot r^{4-n_l} = \lambda_l \cdot M_2^{n_l} \cdot r^{m_l}$$

$$J_{(2)} = J_{(1)} \cdot r^2 = \lambda_l \cdot M_2^{n_l} \cdot r^{2-n_l} = \lambda_l \cdot M_2^{n_l} \cdot r^{m_l} \quad (150)$$

Les deux roues sont donc bien modélisées par une expression conforme à l'hypothèse 6.2.2, et seule la constante technologique m_l diffère entre la roue menante et la roue menée (la constante m_l est dérivée de n_l).

Deux roues : Organes réels

On trouve dans [104] des données sur des centaines de roues dentées. En particulier, on y trouve des "*couples coniques*⁶³" et des engrenages droits réalisés dans différents matériaux. Les données introduites dans une base de données permettent d'affiner et de valider le modèle. On trouve également les constantes technologiques de différentes familles. La Figure 105 représente un échantillon de 125 roues.

⁶³ Dénomination usuelle pour des couples d'engrenages utilisés pour des renvois d'angle.

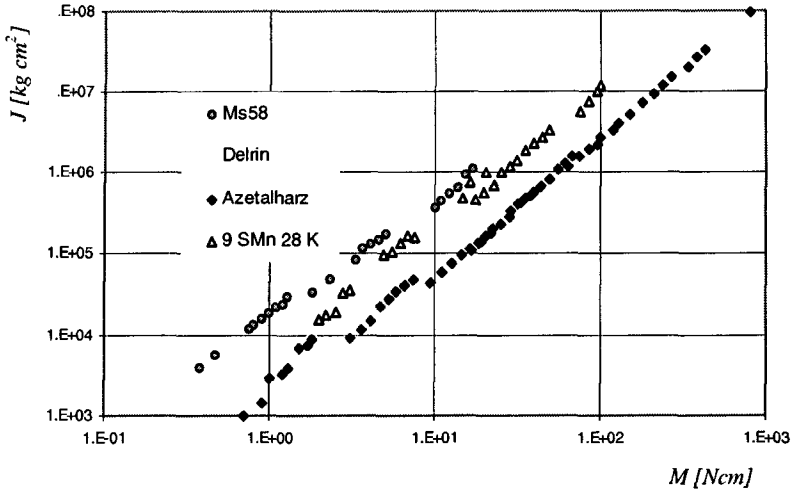


Figure 105 Relation inertie en fonction du couple $I(M)$
(pour différentes familles - représentation log-log)

On constate d'emblée que les engrenages sont regroupés sur des droites parallèles de pente 1.5 environ. On dit alors que les engrenages d'une même droite appartiennent à une même famille. Pour illustrer la répartition de ces engrenages selon le module m , le nombre de dents z et la largeur b , on détaille le cas de la famille "Azetalharz" (il s'agit d'une variété de plastique aux propriétés voisines du nylon) est isolé et analysé en profondeur (Figure 106). La répartition pour les autres familles est similaire.

Plus le couple admissible est élevé, plus le nombre de dents augmente, de 13 à 20. Puis, le module passe à la valeur suivante et *simultanément* le nombre de dents retombe à 13. Le nombre de dents passe ainsi de 13 à 20 à plusieurs reprises. en premier lieu pour $m=0.5$, puis pour $m=0.7$ etc.

La croissance simultanée de la largeur b est à l'origine de la concentration des points de la caractéristique sur une caractéristique de type (124). Les transitions d'une largeur à la suivante sont à cheval sur celles du module. On trouve les relations approximatives regroupées sous (151).

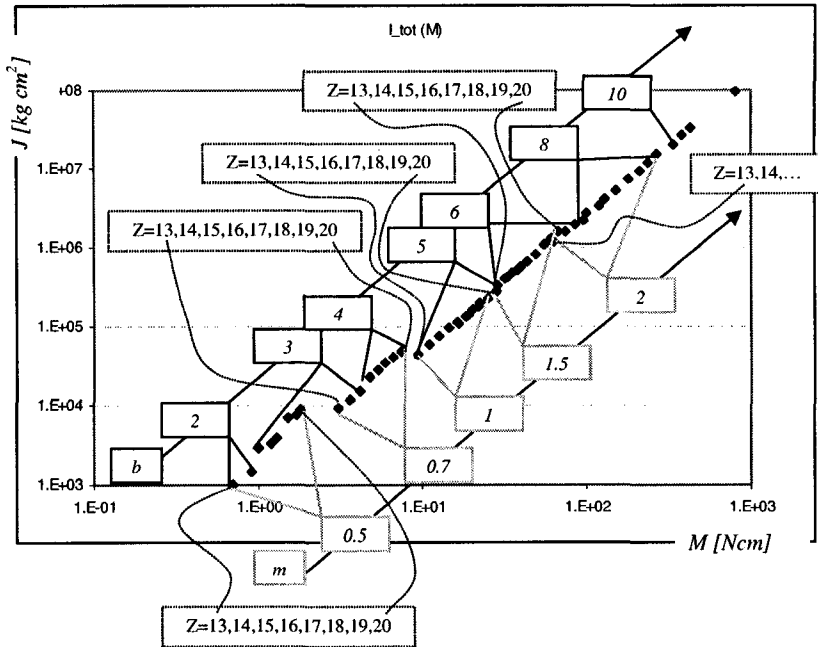


Figure 106 Analyse de la répartition en fonction du module m , du nombre de dents z , et de la largeur b , pour la famille "Azetalharz"

$$b = \lambda_b \cdot M_{adm}^{nb} \quad \text{et} \quad m = \lambda_m \cdot M_{adm}^{nm} \quad (151)$$

Il est alors possible de déterminer les constantes technologiques qui permettront de représenter l'inertie en fonction du couple à transmettre, pour différentes familles de matières et/ou d'exécutions.

On montre sur la Figure 107 que la courbe de tendance basée sur l'équation (142) donne un excellent résultat, indépendamment du nombre de dents.

Les constantes technologiques correspondantes sont données dans le Tableau 9, à la page suivante.

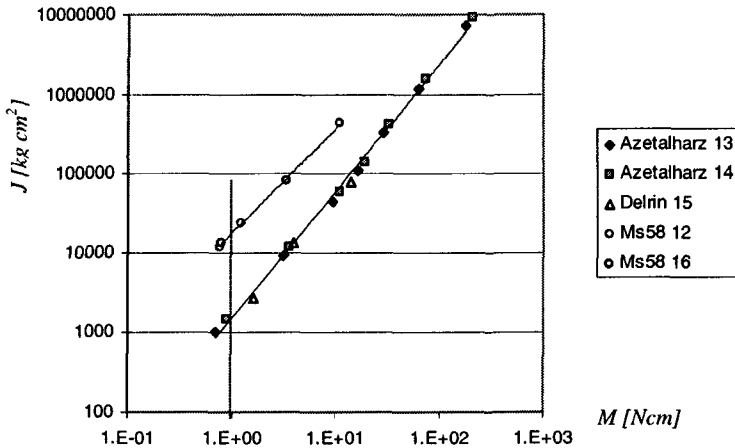


Figure 107 Détermination des constantes technologiques de l'inertie pour différentes familles de roues (selon les matières)

Type	Constantes technologiques de l'inertie	
	λ_I	n_I
Engrenage MS58	17700	1.32
Engrenage 9 SMn 28 K	7520	1.62
Engrenage Plastiques	1478	1.60

Tableau 9 Coefficients technologiques pour quelques matières

Formule approximative

Comme la valeur de n est approximativement 1.5 et considérant que les rapports raisonnables pour un seul train vont environ de 1 à 5, l'inertie en fonction de r peut être exprimée par l'estimation suivante :

$$J_{(2)} = \lambda_I \cdot M_2^{n_I} \cdot (r^{0.5} + r^{1.5}) \approx \lambda_I \cdot M_2^{n_I} \cdot 2.5 \cdot r \quad (152)$$

Sur les 62368 appairages calculés, la relation (152) et les constantes technologiques λ_I du Tableau 9, ont donné une précision acceptable (+/- 5 % pour plus de 50'000 cas et quelques cas avec des valeurs d'erreur extrêmes atteignant 20 %). Pour atteindre une meilleure précision, il est toujours possible d'utiliser (148) sans simplification, avec les paramètres n_I précis du Tableau 9. L'hypothèse 6.2.2 est donc ici aussi acceptable.

Deux roues : courroies crantées

Le schéma de la Figure 103 est légèrement modifié en y introduisant la courroie. Les définitions de diamètres D , et de la largeur b et des nombres de dents z restent inchangées. Seul le module prend un nouveau nom : le pas, et son symbole est p , exprimé en $[m]$.

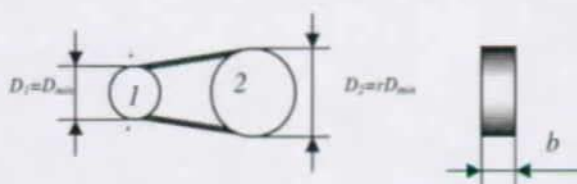


Figure 108 Entraînement par chaîne ou courroie

Pour les forces admissibles et la puissance transmissible, tous les fabricants⁶⁴ donnent des tables en fonction de la largeur et du pas. La Figure 109 représente une de ces tables [132].

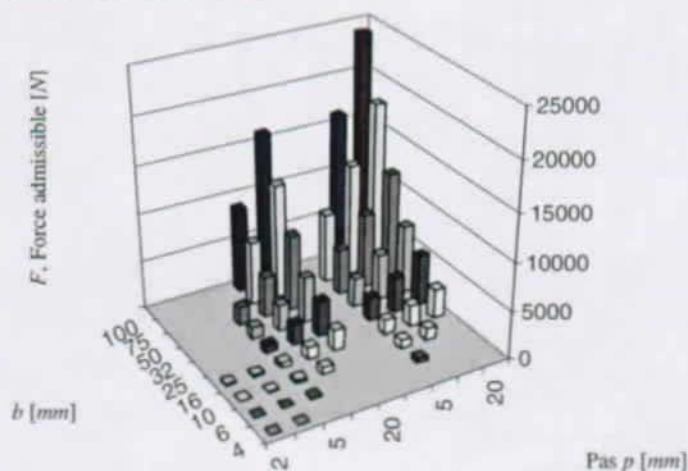


Figure 109 Force en fonction du pas et de la largeur b
répartition pour deux types de courroies
(Type T à gauche et AT à droite)

⁶⁴ Catalogues de courroies crantées [132] à [136]

Le pas est représenté sur un axe logarithmique. En effet, on double la valeur à chaque saut de catégorie (2.5 - 5 - 10 - 20). La Figure 110 amène naturellement à l'équation :

$$F_{ad} = \lambda(b) \cdot p^{mb} \quad (153)$$

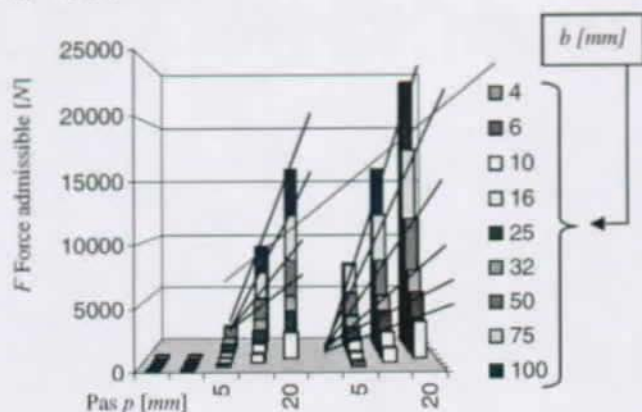


Figure 110 Force en fonction du pas et de la largeur
(Mise en évidence du comportement exponentiel)

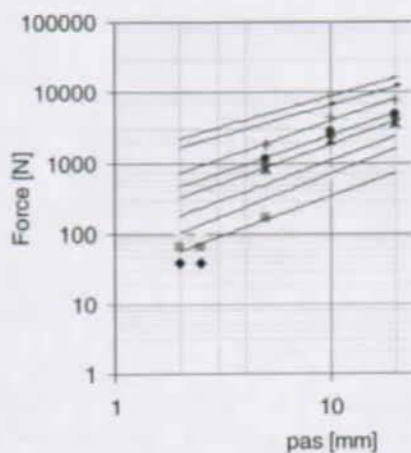


Figure 111 Évolution de la force en fonction du pas p ,
paramétré par la largeur b

Comme le montre la Figure 111, les courroies de différentes largeurs forment des familles parallèles dans le graphique de la force transmissible en fonction du pas.

Il est donc intéressant de chercher à exprimer les constantes technologiques en fonction de b . C'est l'objet de la Figure 112.

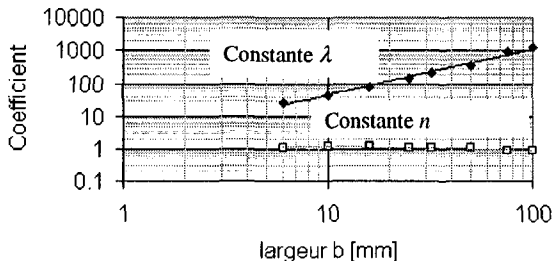


Figure 112 Coefficients λ_l et n_l en fonction de la largeur de courroie

$$\lambda(b) = \lambda_0 \cdot b^{n_0} = 1.973 \cdot b^{1.3765} \tag{154}$$

$$n(b) = h_0 - m_0 \cdot b = 1.162 - 0.0032 \cdot b \approx 1 \tag{155}$$

Ce qui permet d'exprimer la relation existant entre force transmissible, pas et largeur de courroie.

$$F_{tot} = \lambda_0 \cdot b^{n_0} \cdot p^{(h_0 - m_0 \cdot b)} \approx 2 \cdot b^{4/3} \cdot p \tag{156}$$

Il est intéressant d'avoir une inertie aussi petite que possible, donc un diamètre petit et un nombre de dents minimal. Ce nombre de dents se trouve dans les tables. Un cas pratique est illustré en Figure 113.

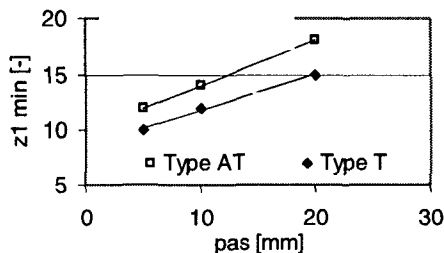


Figure 113 Nombre de dents minimal en fonction du pas

Comme dans le cas des engrenages, pour augmenter le couple transmissible en limitant au maximum l'augmentation de l'inertie, les degrés de liberté sont la largeur de la courroie et le pas. On peut donc passer progressivement d'une famille à une autre.

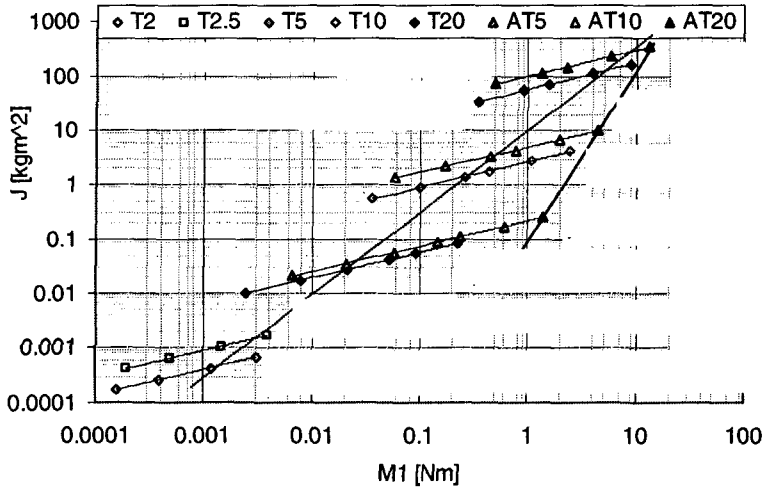


Figure 114 Caractéristiques d'inertie des entraînements à courroies synchroflex®

Les équations précédentes se retrouvent à la Figure 114. Pour un pas donné, l'inertie varie lentement avec le couple, avec une pente moyenne de 0.47. En fixant la largeur et en variant le pas, la pente est nettement plus prononcée et atteint une valeur de 3. La caractéristique minimale (c'est-à-dire autorisant le plus grand couple pour la plus petite inertie) est représentée ($J \approx 0.1 M^3$). Les pas disponibles sont moins nombreux que pour les engrenages. En tenant compte d'autres produits⁶⁵ une caractéristique moyenne peut être tracée ($J \approx 10 M^{3/2}$). Cette caractéristique est toutefois très grossière.

Il est possible de considérer autant de cas que de caractéristiques (dans l'exemple, il y a 5 cas pour les types T et 3 cas pour les types AT). Mais il est aussi possible de paramétrer l'équation de λ_l et de n_l selon des caractéristiques moyennes telles que présentées sur la Figure 115.

⁶⁵ [catalogues de courroies : Geter, ...]

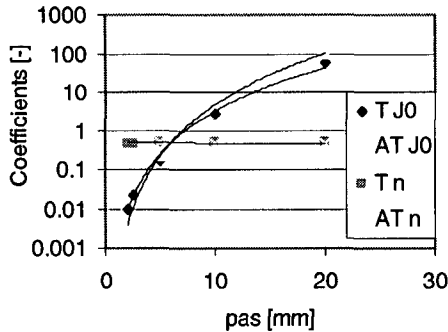


Figure 115 Variations des constantes technologiques λ_l et de n_l en fonction du pas p . Les points correspondent aux valeurs réelles
Les courbes correspondent aux approximations retenues.

Dans cette variante, un paramètre variable supplémentaire est utilisé. Par exemple, pour les courroies de type T:

$$\lambda_l = 0.0006 \cdot p^{3.715} \cdot M^{(0.478 \cdot p^{-0.0073})} \quad (157)$$

Deux roues : rigidité

Pour étudier la rigidité des réducteurs à deux roues, on développe le modèle électrique un peu plus dans le détail, en particulier en introduisant dans ce modèle le passage par un mouvement linéaire (symbolisé par l'indice 0) et représentant le mouvement local de la dent, illustré sur la Figure 104, ou mouvement de la chaîne ou de la courroie. En effet, la part représentative de la déformation est située soit au niveau de la dent, soit dans la courroie ou dans la chaîne.

L'expression des caractéristiques dans différents référentiels (caractéristiques rapportées) a été définie au moyens du modèle électrique⁶⁶, la Figure 116 donne le schéma équivalent utilisé pour tenir compte de ce nouveau référentiel (indice 0). Les grandeurs rapportées se calculent alors selon les relations résumées dans le Tableau 2 de la section 4.2.1.

⁶⁶ section 4.2.1 et annexe (A)

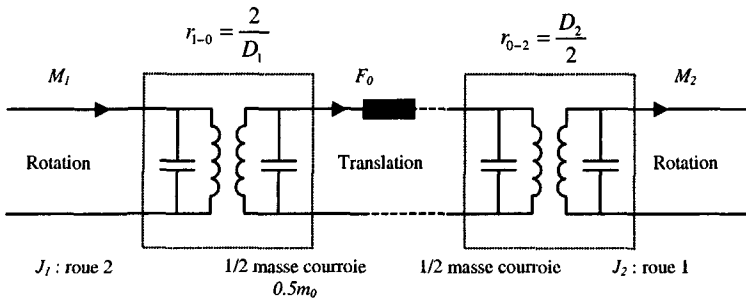


Figure 116 Modèle électrique d'un réducteur à deux roues.

En particulier : référentiel non tournant de la rigidité

En première approximation, on admet que la masse de la courroie ou de la chaîne est négligeable. La rigidité des engrenages et celle des systèmes à courroie (ou chaîne) se calculent selon des méthodes différentes.

Dans le cas des engrenages, on admet que c'est la déformation de la dent qui va être la cause principale de la déformation⁶⁷, alors que dans les autres systèmes, c'est l'élongation de la courroie ou de la chaîne.

Pour le cas des engrenages, on calcule la flexion d'une dent selon une approximation représentée à la Figure 117. La dent est modélisée par un parallélépipède rectangle de côtés m , b et de hauteur⁶⁸ $h=2.2m$ et on en déduit une rigidité :

$$k_{(0)} = \frac{E \cdot b \cdot \pi^3}{128} \quad (158)$$

En utilisant (139) et (142) on trouve que :

$$b = \frac{32 \cdot \lambda_1 \cdot M_1^n}{D_1^4 \cdot \rho \cdot \pi} \quad (159)$$

donc

⁶⁷ Pratiquement, la déformation par pression de Herz ainsi que la rigidité des paliers interviennent également. La rigidité de l'engrenage étant généralement beaucoup plus élevée que les autres rigidités de l'entraînement, on admet que l'approximation de la flexion suffit.

⁶⁸ selon [28] Q18

$$k_{(0)} = \frac{E \cdot \lambda_1 \cdot M_1^n \cdot \pi^2}{4 \cdot D_1^4 \cdot \rho} \quad (160)$$

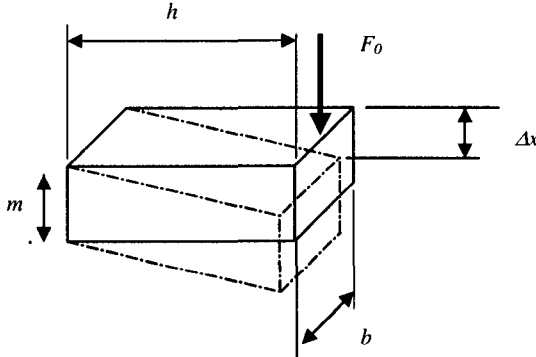


Figure 117 Représentation simplifiée d'une dent pour le calcul de la rigidité

En utilisant (138) :

$$k_{(1)} = k_{(0)} \cdot \frac{1}{r_{1-0}^2} = \frac{E \cdot \lambda_{tech} \cdot M_1^n \cdot \pi^2}{4 \cdot D_1^4 \cdot \rho} \cdot \frac{D_1^2}{4} = \frac{E \cdot \lambda_{tech} \cdot M_1^n \cdot \pi^2}{16 \cdot D_1^2 \cdot \rho} \quad (161)$$

Des données analysées, on tire que

$$D_1 = m_1 \cdot z_1 \cong 8 \cdot M^{0.3} \quad (162)$$

Ce qui amène à :

$$k_{(1)} = \frac{E \cdot \lambda_1 \cdot M_1^{n_1-0.3} \cdot \pi^2}{1024 \cdot \rho} = \frac{E \cdot \lambda_1 \cdot (M_2 / r)^{n_1-0.3} \cdot \pi^2}{1024 \cdot \rho} = \frac{E \cdot \lambda_1 \cdot M_2^{n_1-0.3} \cdot \pi^2}{1024 \cdot \rho \cdot r^{n_1+0.3}} \quad (163)$$

L'équation donnant la rigidité d'un entraînement par engrenage a donc une forme similaire à (150) et est :

$$k_{(1)} = \lambda_k \cdot M_2^{n_k} \cdot r^{m_k} \quad (164)$$

Dans le cas des courroies, la rigidité d'une transmission est directement proportionnelle à la section de la courroie qui elle est proportionnelle à la force transmissible, et inversement proportionnelle à la longueur active l de la courroie dont la valeur minimale est approximativement donnée par :

$$l_{\min} \approx \left(\frac{1}{2}\right) \cdot (D_1 + D_2) = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot D_1 \cdot (1+r) \quad (165)$$

Les fabricants donnent des tables ou directement une rigidité spécifique (rigidité pour une unité de longueur) ε_c dont l'unité est $[m * N/m] = [N]$. Pour une famille donnée (par exemple T5 et T10) on peut ramener cette rigidité spécifique à une rigidité par unité de longueur et par unité de largeur et par unité de pas que nous noterons λ_ε . Ainsi, on remplace les tableaux de données des fabricants par une caractéristique commune à toute une famille.

On trouve alors :

$$k_0 = \frac{\varepsilon_c}{l} = \frac{\lambda_\varepsilon \cdot p \cdot b}{l} \quad (166)$$

et avec (165) on trouve :

$$k_0 = \frac{\lambda_\varepsilon \cdot p \cdot b}{D_1 (1/2)(1+r)} \quad \text{En remplaçant } D_1 \text{ par } z_1 \text{ et } p, \text{ on trouve :}$$

$$k_0 = \frac{\lambda_\varepsilon \cdot p \cdot b}{z_1 \cdot p \cdot (1/2)(1+r)} = \frac{\lambda_\varepsilon \cdot b}{z_1 \cdot (1/2)(1+r)} \quad (167)$$

Les tables de données mettent également en évidence une dépendance de b par rapport à la force admissible.

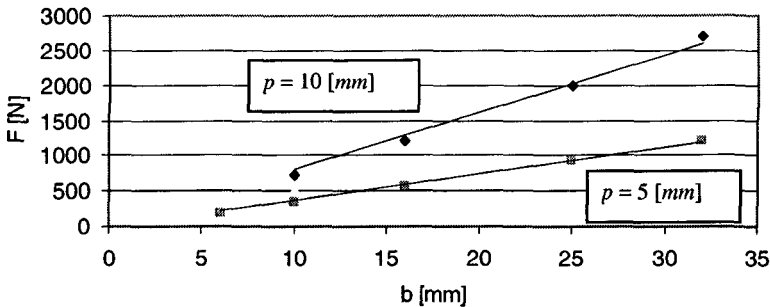


Figure 118 Dépendance entre force et largeur paramétrée par le pas

La Figure 118 montre que $F = \lambda_p \cdot p \cdot b$, où λ_p est exprimé en $[N/m]$. Dans la pratique, la valeur minimale usuelle de z_1 est 12. Après quelques développements, on trouve la relation (168) (pour les courroies synchroflex[®], avec une erreur maximale de 3.25 % sur l'ensemble des courroies étudiées).

$$k_0 \cong \frac{6.3 \cdot 10^6 \cdot M_1}{(1+r)} \quad (168)$$

On veut finalement exprimer cette rigidité côté entrée, en fonction du couple admissible côté sortie.

$$k_{(0)} \cong \frac{6.3 \cdot 10^6 \cdot (M_2/r)}{(1+r)} \cdot \frac{1}{r_{i-0}^2} = \frac{6.3 \cdot 10^6}{(1+r)} \cdot \frac{M_2}{r} \cdot \frac{D_1^2}{4} = \frac{6.3 \cdot 10^6}{(1+r)} \cdot \frac{M_2}{r} \cdot \frac{144 \cdot p^2}{4} \quad (169)$$

$$k_{(0)} \cong \frac{\lambda_k}{(1+r)} \cdot \frac{M_2}{r} \quad (\text{on a } \lambda_k \approx 70 \cdot 10^6 \text{ p}^2) \quad (170)$$

Pratiquement, on utilise les valeurs suivantes, obtenues expérimentalement :

Type	Constante technologique de la rigidité λ_k
Courroie T5	1100
Courroie T10	4400
Courroie T20	17600

Tableau 10 Constantes technologiques pour la rigidité des réducteurs à 2 roues

Deux roues : rendement

Le rendement des engrenages est lié au coefficient de frottement μ par la relation [13] :

$$\eta \cong 1 - \frac{\pi \cdot \mu}{z_1} \cdot (r-1) \quad (171)$$

Les fabricants fournissent les valeurs utiles.

Planétaire

Il existe de nombreuses variantes de réalisation et l'analyse dimensionnelle ne permet pas d'extraire beaucoup d'information. Ce sont ici les données catalogues qui déterminent les paramètres technologiques.

Pour un rapport de réduction donné, on retrouve l'évolution de l'inertie selon les formules (149) et (150), mais l'inertie côté moteur étant négligeable, (152) peut tout aussi bien être utilisée. Les réducteurs de même conception sont isolés et représentés sur la Figure 120.

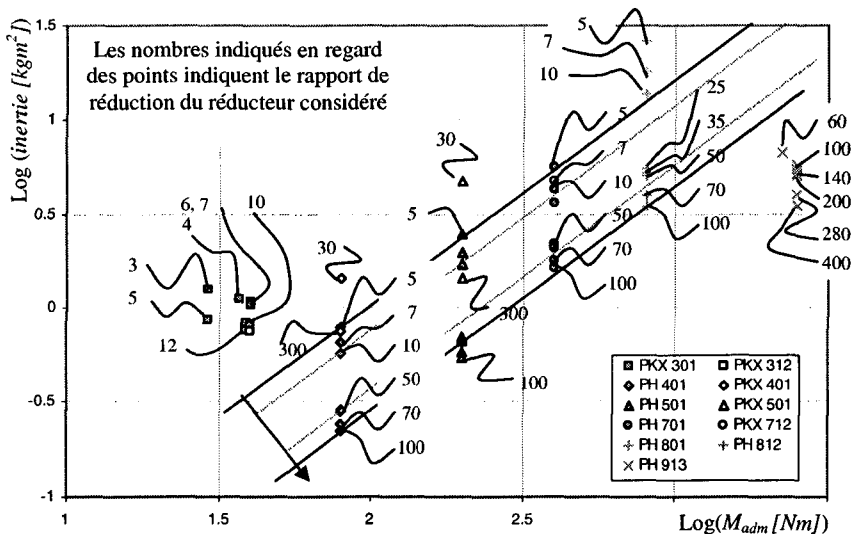


Figure 119 Vue d'ensemble (log log) de la répartition de l'inertie des réducteurs planétaires en fonction du couple transmissible nominal.

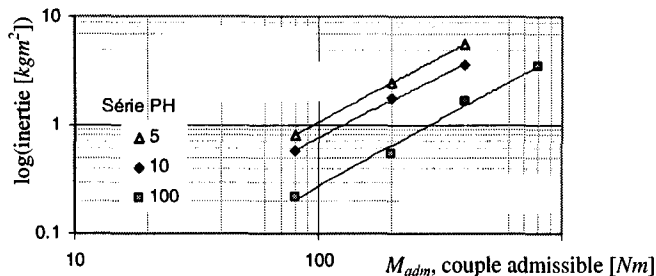


Figure 120 Détail de l'évolution de l'inertie en fonction du couple, pour un type de réducteur donné (PH) et pour trois rapports de réduction (5, 10 et 100)

L'inertie varie fortement en fonction du rapport de réduction. Il faudra donc ajouter cette dépendance, ce qui amène à (172) :

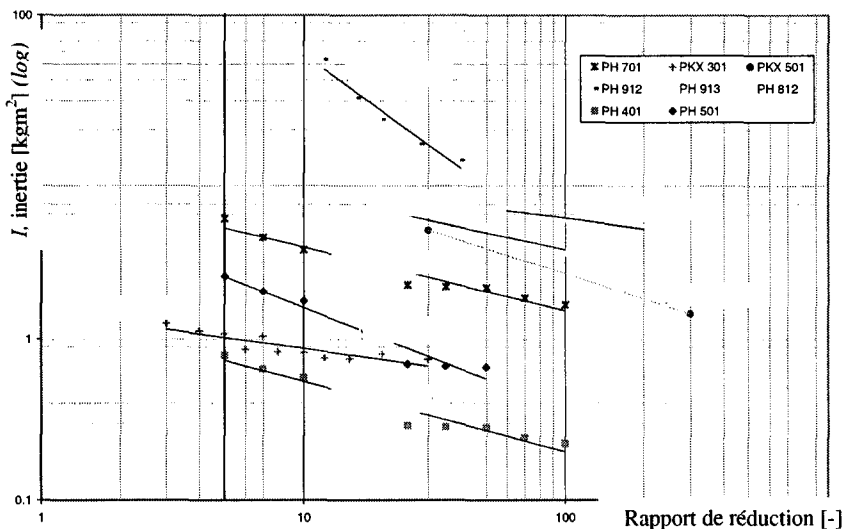


Figure 121 Evolution de l'inertie avec le rapport de réduction pour différents types de réducteurs planétaires

$$J_{\text{pièce}} = \lambda_1 \cdot M^{n_1} \cdot r^{m_1} \tag{172}$$

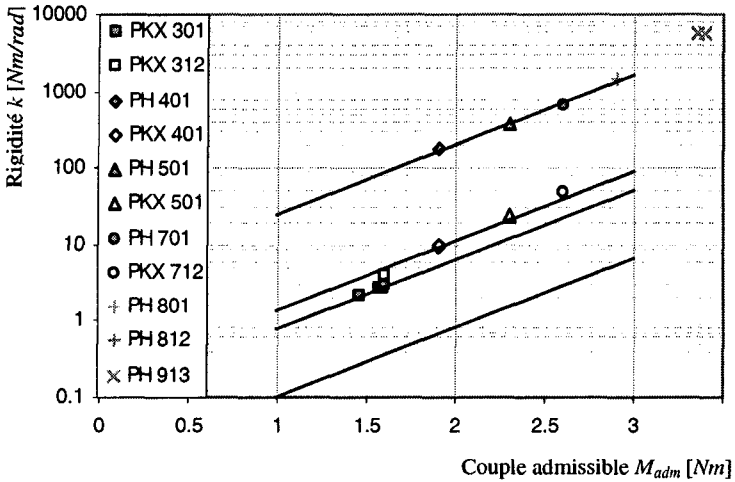


Figure 122 Dépendance de la rigidité en fonction du couple
Pour différentes familles de réducteurs planétaires
tous rapports de réduction confondus.

En ce qui concerne la rigidité, on retrouve une dépendance en M^n , ce qui est mis en évidence sur la Figure 122.

Les rendements dépendent du nombre de trains de planétaires. Pour la gamme étudiée, le fabricant donne les valeurs limites de 0.96% pour 1 train, 0.93% pour deux trains et 90% pour trois trains.

Trains d'engrenages

Il s'agit d'une cascade de réducteurs à engrenages. Le couple transmis changeant d'étage en étage, la largeur des dents peut également changer pour chaque étage.

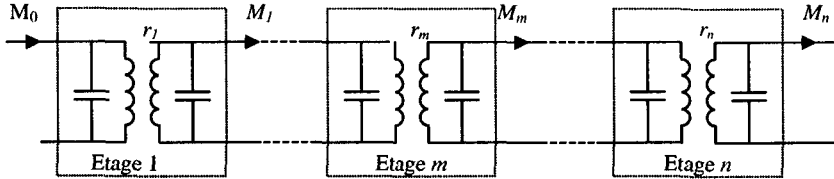


Figure 123 Réducteur à engrenages comportant plusieurs étages

On notera J_m , l'inertie totale du $m^{ième}$ étage vu de sa sortie et M_m le couple à cette même sortie. Selon (152), et avec un n_i moyen de 1.5, on a :

$$J_m \cong 2.5 \cdot \lambda_i \cdot M_m^{1.5} \cdot r \tag{173}$$

$$\text{où :} \quad M_m \cong \frac{M_n}{\prod_{x=m+1}^n r_x \cdot \eta_x} \tag{174}$$

Hypothèses

(a) On simplifie l'expression du rendement (171) en admettant un nombre de dents minimum de 15 et (b) on admet que les différents étages ont des rapports similaires $r_m=r_0$. Avec (a) (171) devient:

$$\eta_0 \cong 1 - \frac{\pi \cdot \mu_0}{z_1} \cdot (r_0 - 1) \approx 1 - 0.24 \cdot \mu \cdot (r_0 - 1) \tag{175}$$

Avec (b) le couple (174) à la sortie de l'étage m se simplifie :

$$M_m \cong \frac{M_n}{r_0^{(n-m)} \cdot \eta_0^{(n-m)}} \tag{176}$$

Et de (173), vue de la sortie (accès n), l'inertie du $m^{ième}$ élément a pour valeur

$$J_m \cong J_m \cdot \prod_{(n)} r_i^2 = [2.5 \cdot \lambda_i \cdot M_m^{1.5} \cdot r_0] \cdot r_0^{2 \cdot (n-m)} = 2.5 \cdot \lambda_i \cdot M_m^{1.5} \cdot r_0^{2 \cdot (n-m) + 1} \tag{177}$$

En remplaçant M_m par son expression en fonction de M_n selon (176) :

$$J_{(n)}^m \cong 2.5 \cdot \lambda_l \cdot r_0^{2 \cdot (n-m)+1} \cdot \frac{M_n^{1.5}}{r^{1.5(n-m)} \cdot \eta_0^{1.5(n-m)}} = \frac{2.5 \cdot \lambda_l \cdot M_n^{1.5} \cdot r_0^{\frac{(n-m)+1}{2}}}{\eta_0^{1.5(n-m)}} \quad (178)$$

Ainsi, l'inertie totale vue de l'accès n égale :

$$J_{(n)}^{tot} \cong \sum_{m=1}^n \frac{2.5 \cdot \lambda_l \cdot M_n^{1.5} \cdot r_0^{\frac{(n-m)+1}{2}}}{\eta_0^{1.5(n-m)}} = 2.5 \cdot \lambda_l \cdot M_n^{1.5} \cdot \sum_{m=1}^n \frac{r_0^{\frac{(n-m)+1}{2}}}{\eta_0^{1.5(n-m)}} \quad (179)$$

Chaque biporte m apporte une contribution à l'inertie totale, mais cette contribution est pondérée par une fonction fortement décroissante avec m . Plus le rapport r_0 des biportes est élevé et plus cette décroissance est grande. En résumé, il apparaît que seul le premier étage, $m=1$, a un impact significatif.

Cette constatation se vérifie aisément dans les catalogues. En effet, les réducteurs présentant un grand rapport de réduction ont une inertie dépendante du couple admissible mais généralement peu dépendante du rapport de réduction total r .

Remarque :

A cause de leurs jeux et du bruit qu'ils génèrent, les réducteurs à trains d'engrenages n'ont pas d'intérêt dans les applications actuelles de décolletage. On n'a pas relevé de valeurs pratiques.

Harmonic drive

Les contraintes technologiques sont liées à un savoir faire très particulier, lié au principe même de ce type de réducteurs. On a choisi de ne pas tenter d'analyse dimensionnelle et de se limiter à extraire les constantes technologiques des données des catalogues [103].

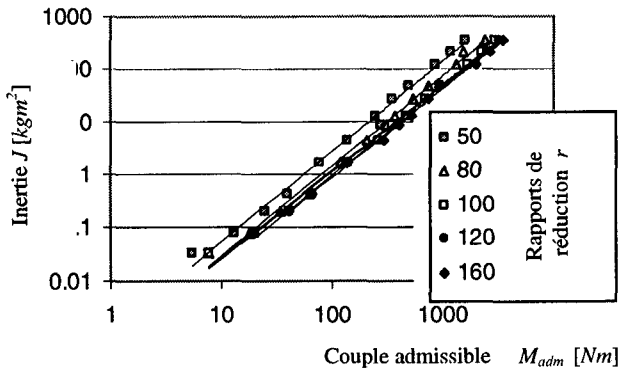


Figure 124 Caractéristiques d'inertie de la famille HFUC
Dépendance du couple admissible
(selon catalogue [103])

En examinant la Figure 124, on constate que la constante technologique exponentielle de l'inertie n_I est indépendante du rapport de réduction (pentes identiques) mais que la constante technologique multiplicative de l'inertie λ_I varie dans une faible mesure (décalage entre les caractéristiques). On a cherché à exprimer cette dépendance sous forme paramétrique. L'approximation résultante est représentée sur la Figure 125.

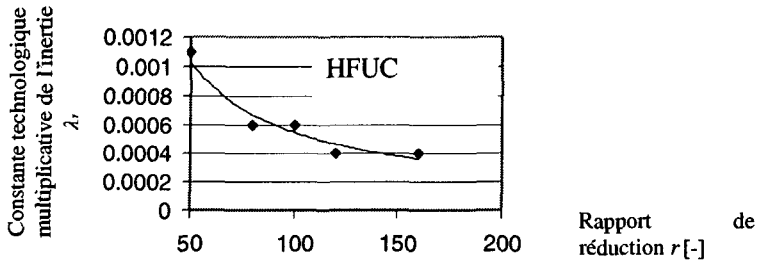


Figure 125 Constante technologique multiplicative de l'inertie λ_t , en fonction du rapport de réduction r
Le cas des "harmonic drive"

On procède de même pour déterminer les constantes technologiques de la rigidité. La Figure 126 a une similitude évidente avec la caractéristique de l'inertie Figure 124. On procède donc de la même manière pour exprimer la dépendance de la constante technologique multiplicative de la rigidité en fonction du rapport de réduction.

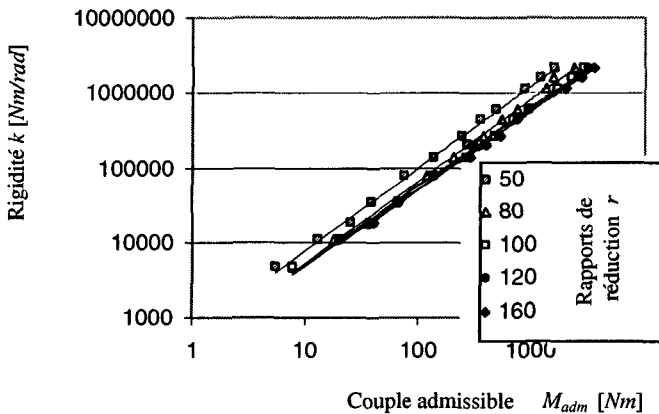


Figure 126 Caractéristiques de rigidité de la famille HFUC
Dépendance du couple admissible.
(selon catalogue [103])

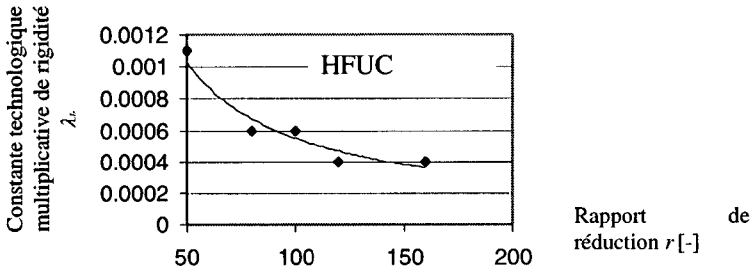


Figure 127 Constante technologique multiplicative de l'inertie λ_k , en fonction du rapport de réduction r
Le cas des "harmonic drive"

Vis sans fin

Les constantes technologiques n'ont pas été déterminées pour cette famille de réducteurs.

Réducteurs : Impact de la vitesse

Dans le cas des réductions par engrenages, il existe une vitesse maximale. Celle-ci est indépendante du couple transmis [104]. Dans le cas des entraînements par courroies ou chaînes, la puissance transmissible dépend de la vitesse [131], [132].

Différentes tables sont fournies pour les différentes exécutions (pas, forme, matériaux, fabricant, ...). Ces données peuvent être rassemblées dans une formule exprimant le couple admissible en fonction de Ω , c'est-à-dire $M_{adm}(\Omega)$, en fonction d'un couple admissible nominal M_{adm_N} :

$$M_{adm}(\Omega) = \frac{M_{adm_N}}{1 + \frac{\Omega}{\Omega_0}} \quad (180)$$

Dans (180), Ω_0 est la vitesse pour laquelle la puissance transmissible est maximale (puissance nominale de la courroie), et Ω est la vitesse réelle d'utilisation (de la plus petite poulie).

Cette fonction est illustrée sur la Figure 128. La limite est fixée par la puissance, c'est donc la vitesse de la plus petite poulie qui est considérée. Les caractéristiques représentées correspondent aux plus grandes largeurs disponibles, pour les largeurs inférieures, le couple admissible décroît.

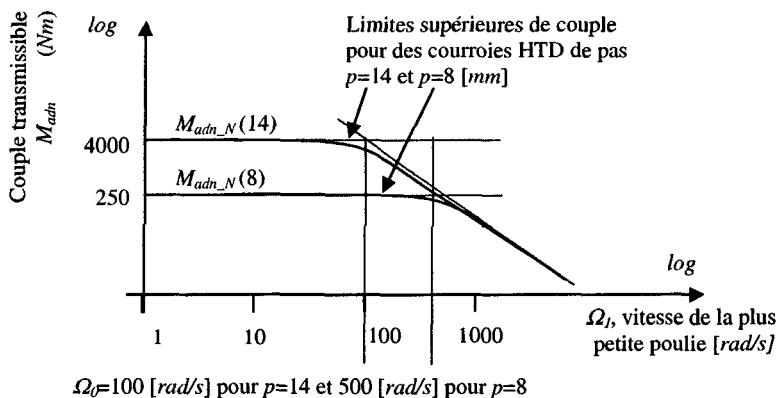


Figure 128 Evolution du couple transmissible en fonction de la vitesse
Représentation dans un graphique log - log
(M_{adm_N} est proportionnel à b). Exemple tiré de [137].

6.3.6 Guidages

Les guidages vont avoir trois impacts principaux, sur :

- ⇒ la rigidité;
- ⇒ le frottement;
- ⇒ le prix.

En ce qui concerne la rigidité, ils interviennent de manière indirecte, car ils ne sont généralement pas inclus dans la boucle de régulation. On se contentera dès lors de calculer la rigidité vue de l'entraînement électrique, en prenant en compte indépendamment la configuration et la rigidité du guidage.

Sur la Figure 129 (page suivante), on met en évidence le fait que la rigidité à la sortie du second réducteur (écrou) est différente de la rigidité cherchée au point d'application de la perturbation. Dans cet exemple, la rigidité des guidages intervient directement.

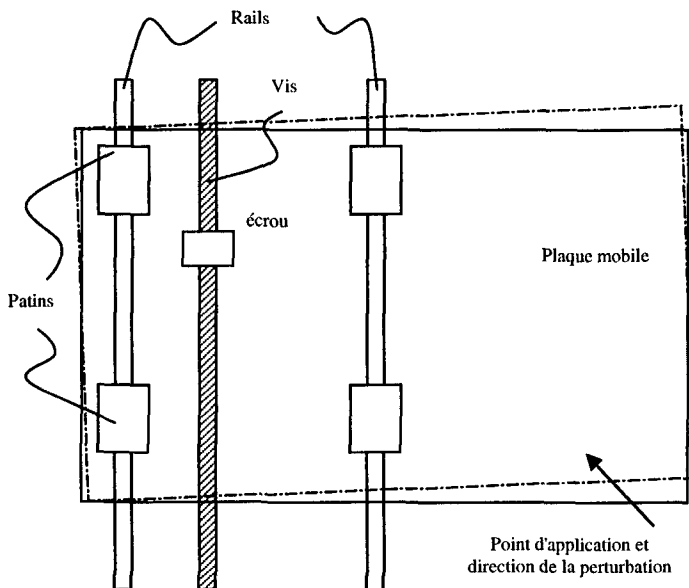


Figure 129 Entraînement typique et déformation
Vue schématique - exemple réel voir annexe (H)

Le choix de l'emplacement relatif idéal des différents éléments n'a volontairement pas été intégré à la recherche de l'optimum. C'est la performance au niveau de l'écrou qui sera déterminée. On se contente dès lors de signaler l'impact de la construction sur la rigidité. On trouvera dans [80] et [65] les outils nécessaires pour transformer les performances vues de l'écrou au référentiel du point d'application.

6.3.7 Transformations

Les organes de transformation du mouvement sont examinés selon la même méthode que les réducteurs.

Vis à billes

Dans le cas de la vis à billes, il faut se poser la question de la partie que l'on fait tourner, vis ou écrou ? On cherche la solution qui donne une inertie totale minimale. On identifie 4 cas de figures :

- ⇒ vis tournante et vis mobile;
- ⇒ vis tournante et écrou mobile;
- ⇒ écrou tournant et vis mobile;
- ⇒ écrou tournant et écrou mobile;

L'inertie de la partie menante est déterminée par la partie tournante, la masse de la partie menée par la partie fixe, additionnée du poids du moteur et du réducteur si la partie tournante est aussi la partie mobile.

Pour de très longs axes, l'inertie de la vis devient supérieure à l'inertie de l'écrou et des éléments nécessaires à son entraînement.

On choisit de se limiter à l'analyse du cas le plus fréquent, vis tournante et écrou mobile.

Vis à billes : Analyse de produits du commerce

Une analyse dimensionnelle [2] permet de mettre en évidence la relation entre les constantes technologiques de l'équation (124) et les grandeurs physiques des vis (pas, diamètre des billes, etc.). En particulier, il apparaît qu'un exposant n_I unique égal à 2 peut être utilisé. Le paramètre λ_I quand à lui doit être pondéré, selon le type de fabrication.

$$J_{vis} = C_0 \cdot \lambda_I \cdot M^2 \quad (181)$$

On trouve une relation semblable pour la rigidité totale (vis et écrou, vue de la charge), mettant en œuvre le même paramètre C_0 .

$$K_{vis} = C_0 \cdot \lambda_K \cdot M^{0.8833} \quad (182)$$

C_0 varie de 1 à 10, $\lambda_I = 0.005$, $\lambda_K = 2$.

Finalement, on trouve que le rendement varie selon l'approximation :

$$\eta_{vis} = 0.95 - 0.008 \cdot C_0 \quad (183)$$

Ces relations sont approximatives et il ne faut pas oublier qu'elles mettent en relation des caractéristiques données par les fabricants, selon des normes très différentes.

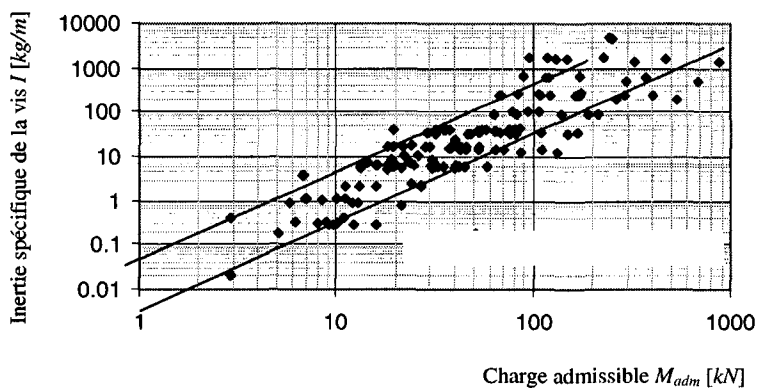


Figure 130 Inertie des vis à billes (par unité de longueur)
en fonction de la charge admissible (donnée dans le référentiel linéaire)

Pour la rigidité on trouve des dispersions similaires :

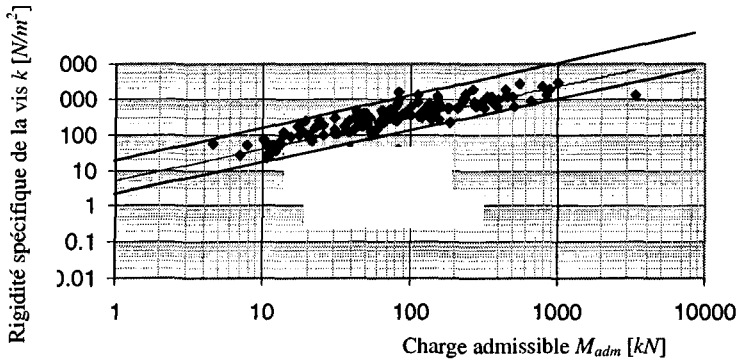


Figure 131 Rigidité des vis (par unité de longueur)
en fonction de la charge admissible (donnée dans le référentiel linéaire)

On cherche aussi à représenter la masse de l'écrou :

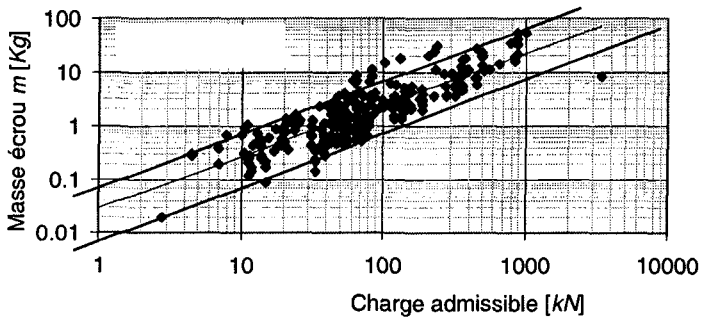


Figure 133 Masse de l'écrou d'une vis à billes
en fonction de la charge admissible (donnée dans le référentiel linéaire)

On procède de même pour le rendement.

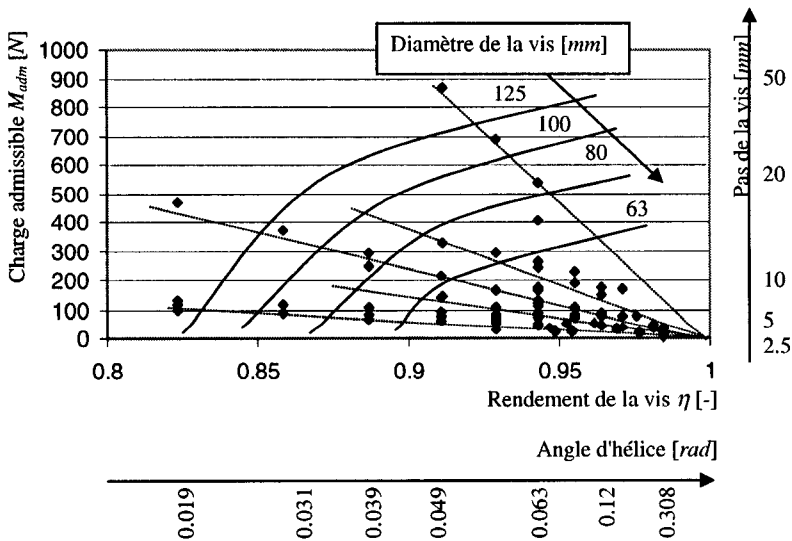


Figure 134 Relation entre η , le rendement des vis à billes, et M_{adm} , la charge admissible

Les lignes représentent des familles de vis selon [2].

La variation du diamètre de la vis est mise en évidence.

L'axe de l'évolution du pas est à peu près parallèle à celui de la charge admissible.

L'angle d'hélice croît dans le sens opposé du rendement.

Vis à billes : Prix

Finalement s'est posé le problème du prix de ces différentes vis (dont le facteur C_0 encore mal défini pourrait dépendre !). Le sujet est malheureusement très difficile d'accès : les différentes firmes contactées refusent toutes, systématiquement, de diffuser une liste de prix de base, se réfugiant derrière l'argument selon lequel ces prix varient en fonction du type de vis, d'écrou, du facteur de précision, des quantités commandées, etc. On dispose finalement d'une liste complète pour une seule marque [105], mais l'interprétation de ces données, trop peu nombreuses et diverses, reste très approximative.

La seule hypothèse émise est la suivante : la constante technologique C_0 semble être inversement proportionnel au prix de la vis, ce qui paraît plausible : une vis de meilleure qualité (donc plus chère) présenterait, pour une même inertie, une capacité de charge plus grande... On choisit de se contenter d'une approximation selon (132).

Crémaillère

On a ici deux cas de figure, selon que l'organe mobile soit la crémaillère ou la roue dentée. De même que pour les vis, si l'organe mobile est la roue, il faut ajouter le poids du moteur à la masse menée. On s'est limité à vérifier l'adéquation de la relation (131) pour quelques éléments [102].

Poulie – courroie, chaîne

On retrouve les deux mêmes possibilités avec les mêmes conséquences pour le poids de la masse entraînée.

Toutes les formules peuvent être déduites des équations (153) à (171). Il n'y a pas de doute quant à leur existence. Il n'est donc pas utile de les développer pour démontrer la faisabilité.

Bielle - manivelle

Ce système est envisageable pour de petits mouvements. Il pose le problème de la non-linéarité. Les cas non-linéaires sont sciemment écartés.

6.3.8 Mesure

L'organe de mesure a un impact indirect sur la rigidité qui sera traité dans le chapitre suivant.

L'analyse du prix est ici encore très chaotique. On trouve des sauts de prix coïncidant avec les changements de technologie. Par exemple, passer d'une résolution de l'ordre du micron à une résolution inférieure implique l'utilisation d'un interpolateur qui va renchérir la mesure.

Certaines variantes peuvent être intéressantes, comme par exemple les encodeurs absolus constitués d'une cascade de détecteurs magnétiques et de réducteurs. On trouve des exécutions bon marché tout à fait intéressantes.

L'inertie des parties mobiles d'un système de mesure étant très faible, on peut envisager d'utiliser diverses réductions entre le point de mesure et l'organe de mesure. La taille de ces réducteurs est en effet minimale et le prix raisonnable. Dans ce genre de systèmes, on trouve :

- ⇒ des encodeurs rotatifs équipés d'un câble et d'un enrouleur;
- ⇒ des encodeurs équipés d'une roue dentée pour mesurer sur une crémaillère;
- ⇒ des encodeurs montés sur une vis à billes.

Il faut encore souligner que le paradoxe "*vitesse précision*" peut généralement être contourné au moyen d'une électronique adaptée. Ce point est précisé en annexe (D) car ce lien entre résolution et vitesse a une importance décisive sur la performance globale (voir section 7.6).

6.3.9 Isolateurs / Amortisseurs

L'amplitude des vibrations tolérées est en relation avec les masses en mouvement, les accélérations, la forme de celles-ci et les moyens mis en œuvre pour amortir ces vibrations.

Le but visé est de trouver un couple de valeurs, jerk et accélération, qui permette les mises en vitesse les plus rapides sans excéder un niveau de vibration donné. Pratiquement, ce niveau est difficile à chiffrer. Il s'agit partiellement d'une impression subjective du praticien. Après de nombreux essais sur les différentes machines de la gamme Deco, il s'avère que, relativement à la taille de l'objet, une amplitude de vibration de 0.5 % est tolérable.

Si la machine permet des usinages simultanés, la qualité d'un usinage peut souffrir des vibrations engendrées par le second. Dans ce cas, on doit soit diminuer le niveau de ces vibrations, soit rigidifier le système perturbé, et quand la commande le permet, le jerk peut être contrôlé (voir exemple de la section 8.3.3). Le rapport entre la masse en mouvement et la masse du bâti est également important. En effet, un bâti lourd peut agir comme filtre.

Tous les points évoqués ci-dessus mettent en évidence des influences sur la performance globale. Pour tenir compte de ces aspects dans l'optimisation, on utilise le facteur correctif sur la productivité (section 6.3.1).

6.4 Synthèse

Sur la base des équations précédentes, le modèle généralisé proposé (équation (131) selon l'hypothèse 6.2.2) peut être validé.

On en rappelle ici la forme générale (184) :

Les grandeurs intermédiaires⁶⁹ (dont la nature est représentée par l'indice i) caractérisant les organes de l'entraînement électrique (repérés par l'indice j) peuvent être modélisés avec une équation dont la forme commune est :

$$G_i = \lambda_{o_i,j} + \lambda_{i,j} \cdot M_{j,adm}^{n_{i,j}} \cdot r^{m_{i,j}} \cdot l_{i,j} \quad (184)$$

Certains organes ont également un impact sur des performances concernant l'ensemble de l'entraînement. Cet impact est pris en compte par le truchement des facteurs de corrections η_i .

Il reste à mettre en œuvre ces grandeurs intermédiaires, à les intégrer dans un processus d'optimisation. C'est l'objet du chapitre suivant, le chapitre 7.

⁶⁹ Ces grandeurs sont l'inertie ($i=I$), la rigidité ($i=k$), le coût ($i=\$$) et le rendement ($i=\eta$)

7 EXPRESSION DE LA PERFORMANCE

7.1 Organisation du chapitre

Dans les chapitres 1 à 5, on a introduit la problématique dans sa diversité ainsi que divers modèles et outils. Le chapitre 6 présente dans le détail la notion centrale consistant à exprimer des grandeurs intermédiaires spécifiques aux organes (inertie, prix, rigidité ...) en fonction du couple admissible que doit transmettre l'organe.

Le chapitre 7 est la clef de vôte des chapitres précédents. Il établit les liens entre ces grandeurs intermédiaires et la performance globale. Ces liens sont représentés par un graphique sur la Figure 135.

En premier lieu, les expressions des performances partielles⁷⁰ sont établies à partir des grandeurs intermédiaires. Il s'agit de la rigidité (section 7.2), de la productivité (section 7.3), de la longévitité (section 7.4), et. du prix (section 7.5). La section 7.6 traite des contraintes du système. La performance globale englobe ces performances partielles au travers de fonctions de pondérations que l'on choisit de manière à ne pas pénaliser le processus d'optimisation (section 7.7). Finalement, la performance globale est établie. Il ne s'agit pas à proprement parler d'une équation, mais plutôt d'un algorithme constitué d'un ensemble d'équations (section 7.8).

La section 7.9 résume le chapitre.

⁷⁰ Indépendamment les unes des autres.

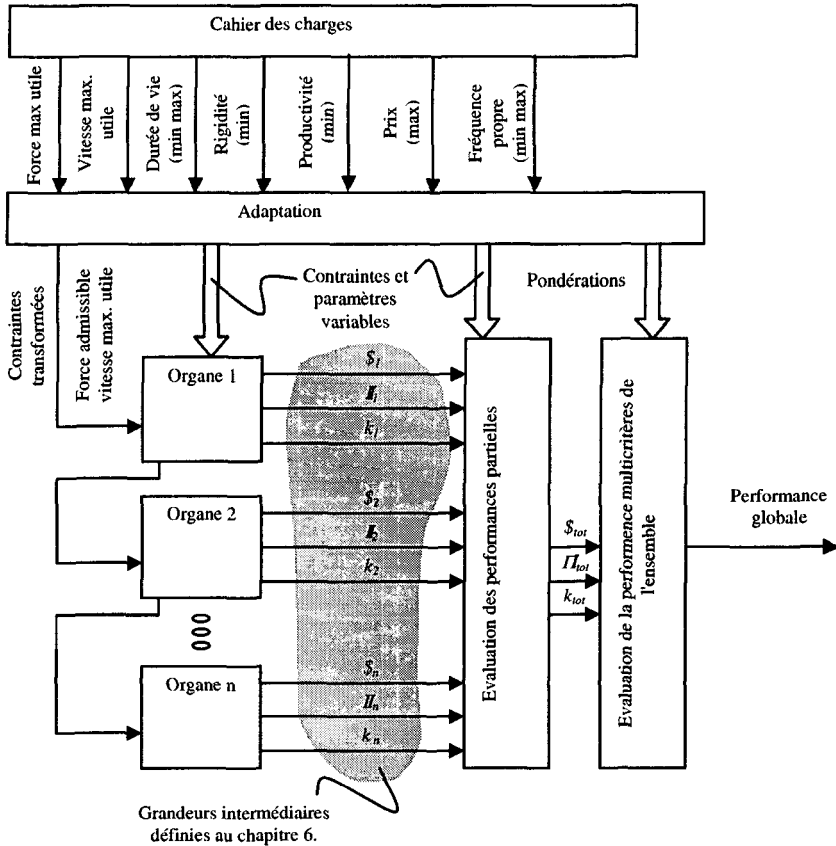


Figure 135 Représentation schématique du chemin entre le cahier des charges et la performance

Performances usuellement optimisées

Il est assez aisé de calculer l'inertie totale du système en fonction des rapports de réduction. En supposant un couple constant, le temps d'une mise en vitesse s'exprime facilement et un optimum est vite trouvé pour les rapports de réduction. C'est la méthode usuelle utilisée pour dimensionner un entraînement.

La rigidité statique de l'entraînement s'exprime aussi relativement facilement en fonction des rapports de réduction (en utilisant (185) pour calculer la résultante des rigidités en série calculées individuellement selon (184)).

$$k_{stat} = \frac{1}{\sum \frac{1}{k_i}} \quad (185)$$

Il n'est pas très difficile de trouver des rapports permettant d'optimiser cette rigidité statique. L'utilité de cette valeur statique est toutefois très limitée⁷¹.

Mise en évidence de la difficulté

Depuis le remplacement quasi généralisé des coulisses grattées par des guidages à re-circulation de billes, le comportement vibratoire des axes de machines a totalement changé. Les coulisses grattées présentaient un fort frottement, ce qui limitait la dynamique tout en introduisant un fort amortissement et un mauvais rendement. Les guidages d'aujourd'hui ne limitent plus la dynamique et n'amortissent presque plus.

En ce qui concerne les techniques d'usinage par enlèvement de copeaux, la première conséquence pratique constatée est un accroissement des phénomènes de broutement, phénomènes intimement liés à l'amortissement et à la fréquence propre du système. Le broutement apparaît pour de petites hauteurs de copeaux quand la fréquence de la broche est un multiple d'une fréquence pour laquelle la rigidité de l'entraînement est mauvaise⁷² [69], [38]. Il faut donc se préoccuper non seulement de la rigidité statique, mais également de la rigidité dynamique (en fonction de la fréquence de la perturbation).

Dans la pratique, la rigidité dynamique n'est jamais⁷³ optimisée. Son importance est pourtant croissante. Il est vrai que cette rigidité dynamique est difficile à modéliser. Un premier minimum existe à une fréquence particulière dépendant de l'ensemble des masses et rigidités de la chaîne. Tantôt la rigidité de la vis et l'inertie du moteur sont prédominantes, tantôt ce sont la masse du chariot et la rigidité de la courroie qui prévalent. Pour déterminer cette fréquence particulière, il faut tenir compte de la fonction de transfert de la chaîne cinématique, de la régulation, des paramètres de mesure, etc.

⁷¹ Elle n'est significative que dans le cas du réglage d'un entraînement avec chaîne cinématique complexe et basé sur une mesure au moteur (voir section 7.2.8).

⁷² La Figure 136 est uniquement indicative, pour une théorie précise, on renvoie à [47].

⁷³ ...du moins à notre connaissance.

L'ensemble est imbriqué et la dépendance des paramètres (p.ex. les rapports de réduction) est extrêmement complexe. Trouver la fréquence propre et en déduire une estimation de la rigidité dynamique n'est pas aisé.

C'est ici que le modèle électrique et la méthode d'estimation du plus petit zéro d'un polynôme trouvent toute leur utilité. Le détail de la théorie relative à l'évaluation de la rigidité se trouve dans la section 7.2. En deux mots, on trouve une estimation de la fréquence propre de la chaîne cinématique, et de là, une estimation de la rigidité dynamique, exprimée en fonction des paramètres variables (rapports de réduction) et des constantes technologiques déterminés au chapitre 6. Cette estimation est établie symboliquement et peut ainsi facilement être optimisée.

L'estimation de la fréquence propre est aussi utilisée pour déterminer une valeur indicative de la limite de jerk (selon la théorie développée dans la section 5.2), et donc de limiter la caractéristique de couple (équations (59) et (62), section 5.4) pour calculer des temps de mise en vitesse plus réalistes tenant compte des variations du couple en fonction de la vitesse (selon théorie présentée en section 5.6). La section 7.3, consacrée à la productivité présente ceci dans le détail.

7.2 Rigidité dynamique

Un moteur électrique ne présente pas de rigidité propre (sauf dans une certaine mesure les moteurs pas à pas). Il fournit une force dont la valeur est en relation avec son alimentation électrique, la vitesse et les conditions de charge, mais il est totalement passif face à une perturbation. Ce sont les autres éléments constitutifs de l'entraînement électrique qui permettent de "créer" une rigidité. Le rôle principal est celui du régulateur, mais les rigidités propres et les inerties des différents éléments de la chaîne de transmission vont également influencer, de même que les organes et la stratégie de mesure.

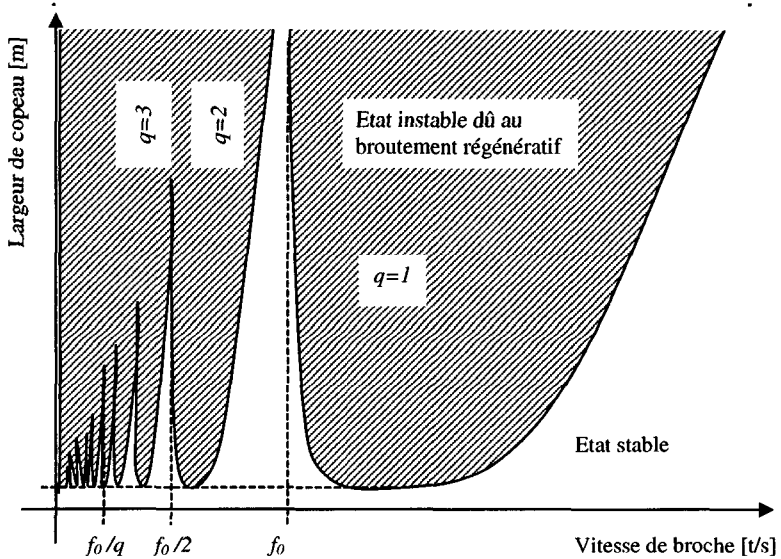


Figure 136 Diagramme typique du broutement. Illustration de la limite de stabilité dans un plan <hauteur de copeau - vitesse de broche>

La fréquence f_0 est la fréquence propre de la rigidité dynamique.

Ce graphique théorique suppose qu'il n'existe qu'un seul mode.

Cette figure est extraite de [47]

7.2.1 Estimation de la rigidité

L'évaluation de la rigidité de la chaîne cinématique réglée fait appel aux outils développés dans le chapitre 4. Une première évaluation est basée sur l'hypothèse 7.2.3 selon laquelle on suppose que les effets de la quantification sont négligeables. On constate ensuite que la résolution de la mesure ainsi que la période d'échantillonnage peuvent avoir un impact non négligeable. L'étude de cet impact et de ses limites fait l'objet du paragraphe 7.2.11. Une formule d'estimation de la rigidité en est déduite. Finalement une synthèse est proposée en 7.2.17.

7.2.2 Hypothèse : cinématique rigide

Dans la plupart des cas pratiques de dimensionnement d'un régulateur de servomoteur, le moteur et sa charge sont réduits à une inertie I_{tot} , en négligeant les élasticités des organes de transmission intermédiaires.

On commence par étudier ce cas simple, ensuite seulement, on passe à un cas particulier [30] incluant une rigidité mécanique et finalement, le cas réel est étudié.

7.2.3 Hypothèse : quantification négligeable

Le modèle de l'automaticien constituera le point de départ. Les équations sont données dans le domaine de Laplace (variable de Laplace s) sous forme de fonctions de transferts, c'est-à-dire une représentation analogique dans laquelle on néglige les quantifications.

7.2.4 Régulateur classique du servomoteur

Le schéma de la Figure 137 est le schéma typique de régulation d'un servomoteur, selon les hypothèses 7.2.2 et 7.2.3.

Ce schéma est repris de [84], la notation originale est conservée. On y trouve de la droite à la gauche : Un intégration pour passer de la vitesse à la position (division par s), l'intégration de l'accélération (accélération = couple T / inertie J) donnant la vitesse, un couple perturbateur T_L , une régulation de couple modélisée par sa fonction de transfert $G_{ireg}(s)$, un régulateur de vitesse de type PI (Gain intégral K_i et proportionnel K_p) produisant une consigne de couple T^* , et un régulateur de position proportionnel (K_{pl}) avec commande à priori de vitesse ω^* .

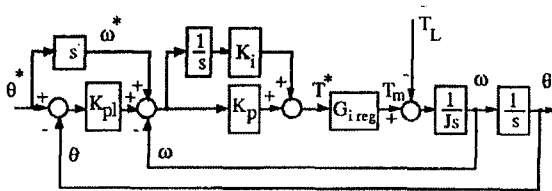


Figure 137 Schéma bloc d'un régulateur classique (régulation de vitesse PI , régulation de position P avec commande à priori)

La théorie relative à la rigidité d'un tel asservissement a été développée par G.-W. Younkin de l'université de Wisconsin-Madison dans [84]. Il faut toutefois transformer un peu le schéma de la Figure 137 pour obtenir le schéma équivalent final utilisé par G.-W. Younkin et présenté sur la Figure 138. Ce n'est qu'une façon différente de représenter le schéma classique avec les relations suivantes :

$$b_a = K_p \tag{186}$$

$$K_{sa} = K_{pl} \cdot K_p + K_i \tag{187}$$

$$K_{la} = K_{pl} \cdot K_i \tag{188}$$

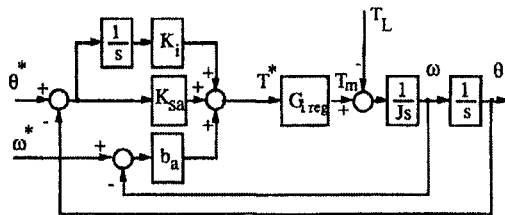


Figure 138 Forme équivalente d'une régulation standard d'un entraînement (contrôle en position et vitesse)

Ce nouveau schéma, Figure 138, permet d'expliciter l'impact des différents paramètres de cette sur la rigidité dynamique d'une façon plus compréhensible. Ces résultats sont résumés dans la Figure 139. Les asymptotes de la Figure 139 sont liées aux différents paramètres définis plus haut par des flèches indiquant leur évolution en fonction d'une augmentation desdits paramètres.

7.2.5 Limites de la rigidité dynamique

On constate que la valeur minimale de la rigidité dépend directement de K_{sa} , paramètre que Younkin appelle *gain en rigidité* du régulateur. Ce gain en rigidité (187) est explicite sur le schéma de la Figure 138.

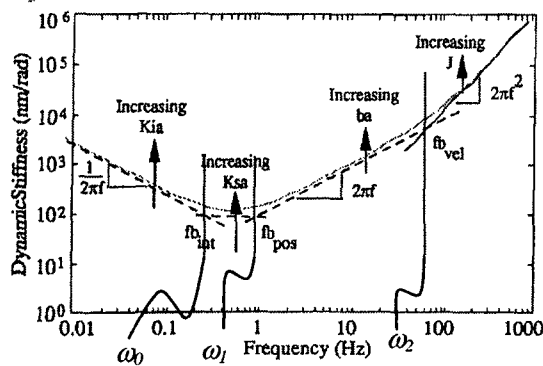


Figure 139 Courbe typique de rigidité dynamique
(selon G.-W. Younkin [84])

La fréquence à laquelle se trouve cette rigidité minimale est un paramètre tout aussi important. Il s'agit de la première fréquence propre ω_0 située à l'intersection des asymptotes relatives aux paramètres K_{ia} et b_a .

Pour l'analyse des fréquences, on préfère le domaine de Fourier. Après vérification de limites de validité [17], on peut remplacer la variable de Laplace s par $j\omega$. La rigidité dynamique (c'est-à-dire en fonction de la fréquence) est donnée par l'expression suivante :

$$k(\omega) = g_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_0}\right) \cdot \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_2}\right)}{j\omega} \quad (189)$$

Si ω est plus petit que ω_0 , le numérateur égale environ 1 et il reste uniquement $g_0/j\omega$.

Dans un graphique logarithmique comme celui de la Figure 139, soit $20 \log(k)$ en ordonnée et $\log(\omega)$ en abscisse, l'équation $1/\omega$ correspond à une asymptote descendante d'une pente de 20 [dB] par décade. Si ω est situé entre ω_0 et ω_1 le numérateur égale environ $j\omega/\omega_0$ et $k(\omega)$ se résume à environ $k_0 = g_0/\omega_0$. C'est l'asymptote horizontale de la Figure 139. Les autres asymptotes ne nous intéressent pas, dans la mesure où le but principal est d'avoir une valeur minimale de rigidité aussi haute que possible, et pour une fréquence aussi haute que possible (voir section 3.5.4).

En résumé, les limites principales de la rigidité dynamique d'un entraînement électrique sont décrites par deux grandeurs : le gain g_0 et la fréquence propre de la fonction de transfert de la rigidité ou sa pulsation propre ω_0 .

7.2.6 Optimiser les limites de rigidité

Pour optimiser les limites de rigidité de l'entraînement, il faut estimer cette pulsation propre et le gain en fonction du modèle théorique du système. Il y a plusieurs handicaps insurmontables :

Même si l'on parvient à exprimer les paramètres du régulateur en fonction des paramètres du système, le résultat sera trop approximatif. En effet, le modèle utilisé ne tient compte de la chaîne de transmission qu'au travers de son inertie totale rapportée au moteur. Dans la phase de dimensionnement du régulateur, on constate que le gain g_0 , dépend directement de l'amortissement du système (voir par exemple Annexe (E)).

Cet amortissement est pratiquement impossible à déterminer autrement qu'expérimentalement. Dans tous les cas, les fournisseurs ne donnent aucune valeurs utiles. Il existe là un savoir-faire empirique jalousement gardé par ceux qui le maîtrise (par exemple [33]). Au mieux, on trouve des ordres de grandeur pour certains organes en consultant les hommes du métier. Il est donc extrêmement délicat de faire une évaluation prédictive de la rigidité dynamique, puisque celle-ci semble dépendre directement de l'amortissement.

A défaut de pouvoir évaluer l'amortissement, et réciproquement à défaut de pouvoir agir sur sa valeur, il faut trouver un autre biais pour optimiser la rigidité. Selon l'expérience des praticiens, la valeur de l'amortissement ne varie que peu de cas en cas. L'asymptote liée à K_{sa} est donc à un niveau semblable d'une application à une autre. Il reste dès lors à chercher une fréquence d'intersection des asymptotes K_{sa} et K_{ia} aussi haute que possible (voir aussi section 3.5.4).

7.2.7 Système réglé à transmission flexible

On trouve dans [30] un exemple de régulation d'un système présentant une transmission déformable. En particulier, le problème de la localisation de la mesure est introduit : De quel côté de la transmission doit être effectuée la mesure ? Côté moteur (charge mal contrôlée) ou côté charge (avec risque d'instabilité) ou encore des deux côtés (augmentation du prix)? [30] présente ces différences et donne une méthode de dimensionnement d'un régulateur utilisant la double mesure et explicite la relation entre la stabilité du système et la rigidité de la transmission. Ceci amène à constater que les équations de la rigidité dynamique vont dépendre intimement de la stratégie de mesure, et de là, du type de régulateur utilisé.

7.2.8 Stratégie de mesure / collocation

La question de la localisation de la mesure est fondamentale. Le type de régulation n'est pas déterminant pour la compréhension de l'impact de cette localisation. Le schéma bloc d'un réglage en cascade est utilisé pour sa simplicité. On présente succinctement les différentes stratégies de réglage de position se différenciant par le choix du point de mesure.

Mesure au moteur

Dans de nombreux cas, un organe de mesure est présent dans le moteur et peut être avantageusement utilisé (Figure 140) pour les mesures de vitesse et de position (par intégration).

Le schéma bloc suivant (Figure 140) reprend l'hypothèse 4.3.1 et représente en un bloc unique le moteur et sa régulation de couple $M_{ot}(s)$.

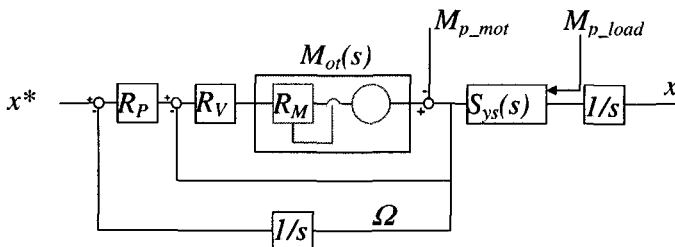


Figure 140 Schéma de réglage dans le cas d'une mesure de position moteur

Il faut également introduire le fait que la perturbation n'agit généralement pas directement sur le couple moteur (comme la perturbation M_{p_mot} de la Figure 140), mais plutôt directement sur la charge (représentée par la perturbation M_{p_load} de la figure). Il en découle que, avant d'être visible par le régulateur, la perturbation doit en premier lieu remonter la chaîne cinématique. La mesure de l'effet de la perturbation sera donc filtrée par une fonction $1/S_{ys}(s)$. On peut donc s'attendre à une réaction amoindrie de la part du régulateur, donc à une moindre rigidité dynamique. En d'autres termes, le régulateur ne pourra que fort peu compenser le système.

La rigidité du système mécanique ayant la fonction de transfert $S_{ys}(s)$ est alors directement mise en série avec la rigidité du moteur réglé. Une grande rigidité de l'entraînement ne peut alors être obtenue qu'avec une chaîne cinématique très rigide. C'est typiquement le cas pour les entraînements directs.

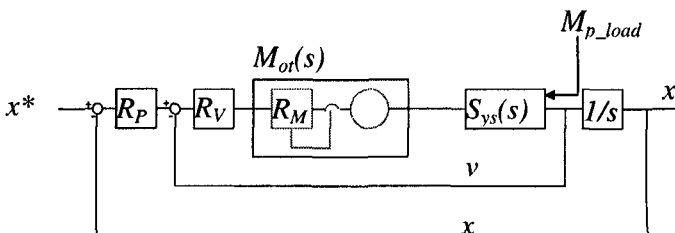


Figure 141 Schéma de réglage dans le cas d'une mesure sur position finale

Mesure à la charge

Quand la rigidité de la chaîne cinématique est insuffisante, ou si des phénomènes aléatoires perturbent la chaîne (par exemple dilatations thermiques), il est possible, sous certaines conditions, de placer le point de mesure directement sur l'organe entraîné (Figure 141). La rigidité de la chaîne est alors dans la boucle et peut, dans une certaine mesure, être améliorée par le régulateur.

D'une part, cette stratégie peut entraîner des oscillations non négligeables du moteur. D'autre part, elle nécessite généralement un organe de mesure supplémentaire⁷⁴. Elle n'est par conséquent pas applicable à tous les cas de figure.

Mesure mixte

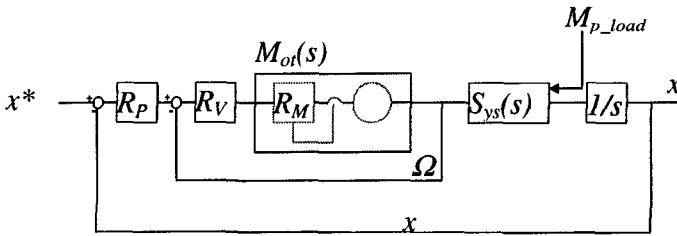


Figure 142 Schéma de réglage dans le cas d'une mesure de la vitesse au moteur et de la position finale

Une autre variante utilise la mesure de vitesse au moteur pour la boucle de vitesse (par exemple une dynamo tachymètre) et une mesure de position de l'organe entraîné (par exemple une règle de mesure) pour la boucle de position (Figure 142).

Ce genre de configuration est très utile pour les mouvements à très petites vitesses, car la vitesse évaluée par déduction des signaux d'une règle de mesure est très sensible à la précision des signaux de la règle, alors que, quand il y a une grande démultiplication, la mesure côté moteur reste à une vitesse raisonnable.

⁷⁴ En effet, le moteur comporte souvent un organe de mesure, ne serait-ce que pour la commutation électronique.

Il est également possible de prévoir un régulateur prenant en compte les vitesses et positions du moteur ET de l'organe entraîné (Figure 143).

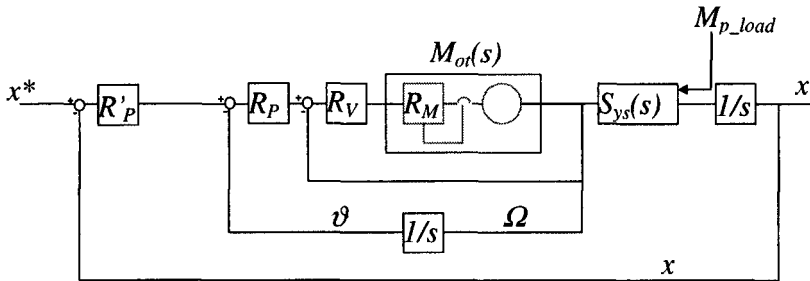


Figure 143 Schéma de réglage dans le cas d'une mesure de la position moteur (v) et de la position côté charge (x).

L'utilisation d'une cascade de régulateur introduit des délais [11] que l'on souhaite naturellement éviter. Dans ce cas, on préférera généralement un régulateur d'état ou quelque structure similaire comme illustré sur la Figure 144.

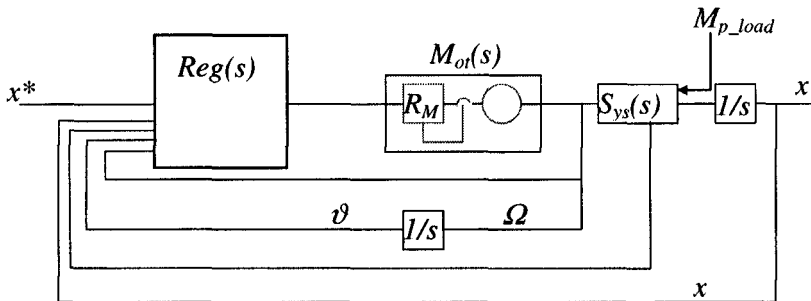


Figure 144 Schéma de réglage dans le cas d'un régulateur d'état

Il existe de nombreuses techniques mettant en œuvre plusieurs grandeurs mesurées. On peut même imaginer utiliser des informations issues du coeur de la chaîne cinématique (trait mixte sur la Figure 144). Le prix est alors généralement augmenté.

Point commun

Quelle que soit la configuration et le type de régulation, la rigidité d'un système réglé correspond à la réponse du système à une perturbation. Du point de vue automatique, la réponse à une perturbation est traitée en examinant (dans le domaine de Laplace⁷⁵) la sortie Y du système dont on fixe l'entrée X à 0 et que l'on excite avec une perturbation donnée P . Il s'agit du *mode réglage* (par opposition au *mode asservissement*). Il convient de redessiner le schéma bloc.

7.2.9 Schéma bloc de la rigidité

La réponse à l'application d'une force perturbatrice F_p sur la charge demande une analyse détaillée du comportement du système. En particulier, la section 4.6 présente une méthodologie permettant d'exprimer la rigidité de la chaîne cinématique en fonction des éléments constitutifs du système. La représentation du système en schéma bloc selon la Figure 55 est reprise ici pour tracer les schémas blocs des principaux cas de figure.

Perturbation appliquée à la sortie du système

Dans le cas du modèle électrique proposé section 4.6, la perturbation (une force à la sortie du système) est représentée par I_2 , le couple moteur par I_1 , la vitesse moteur par U_1 et la vitesse à la sortie par U_2 . Les grandeurs U et I sont liées par la matrice d'impédance Z du système. On a donc modifié un peu les schémas classiques en introduisant les blocs correspondants aux différents termes de Z .

⁷⁵ Les symboles sont en majuscule pour rappeler que l'on est dans ce domaine.

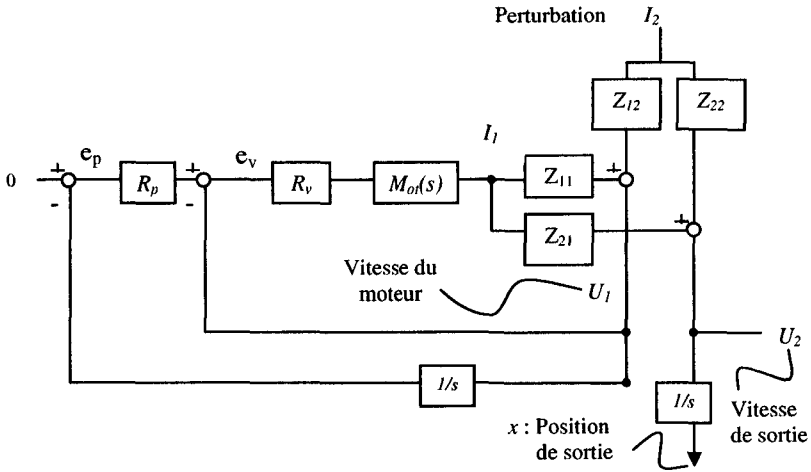


Figure 145 Schéma bloc de la rigidité dans le cas du réglage de la position mesurée sur le moteur

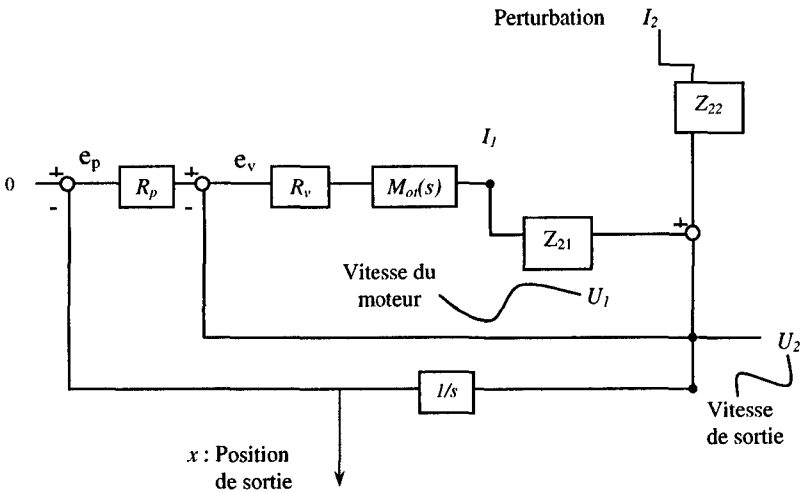


Figure 146 Schéma bloc de la rigidité dans le cas du réglage de la position mesurée sur la sortie (côté charge)

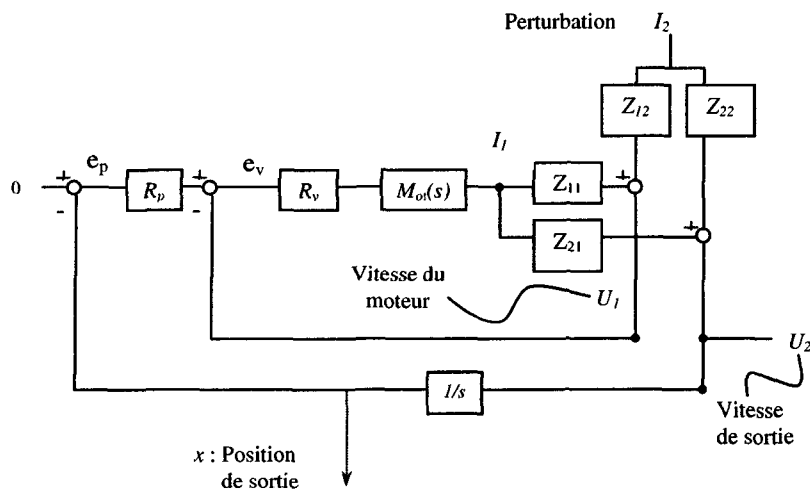


Figure 147 Schéma bloc de la rigidité dans le cas du réglage avec mesure mixte.

Il est évidemment possible d'explicitier les équations pour ces schémas de réglage, ainsi que pour tous les autres schémas imaginables. Le résultat serait alors trop touffu et peu efficace. On renonce volontairement à effectuer le choix du schéma de réglage. Une solution plus simple et surtout plus générale est cherchée. Pour se faire, on pose une hypothèse simplificatrice.

7.2.10 Hypothèse : direct ou r grand

On réduit l'étude à deux cas de figure : les entraînements avec *grande* réduction et les entraînements directs.

Dans le cas des entraînements avec réduction, la réduction est telle que l'impédance du moteur est négligeable vue de la charge. En d'autres termes, Z_{12} est quasi infinie et Z_{22} correspond approximativement à la rigidité dynamique.

Dans les entraînements directs, tous les éléments de la matrice de transmission sont égaux et ont pour expression $Z_{ij} = 1/(j\omega I_{tot})$. On retombe sur le cas du réglage classique dont on ne sait pas établir la rigidité (voir sections 7.2.5 et 7.2.6).

On verra plus loin que l'impact de la quantification donne un moyen intéressant pour évaluer la rigidité des entraînements directs.

Revenons aux entraînements ayant un grand rapport de réduction. Connaissant Z_{22} , on peut trouver la plus petite pulsation propre avec les formules (113), (114), (115) et (112), c'est une des grandeurs à optimiser. Le fait que l'on exploite ou non la position finale va modifier l'allure de la rigidité aux basses fréquences : dans le cas de la mesure côté moteur, la rigidité sera naturellement bornée par la rigidité statique de la chaîne cinématique. La formulation de cette rigidité statique a déjà été donnée, équation (185).

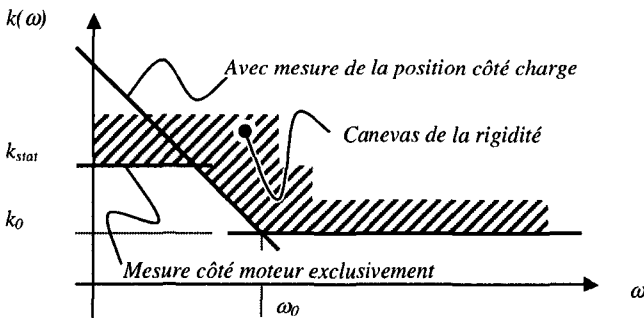


Figure 148 Canevas de rigidité dynamique $k(\omega)$ dans un graphique log - log

Le canevas de la rigidité dynamique est ainsi déterminé. Des exemples de comparaison entre rigidités dynamiques estimées et rigidités mesurées⁷⁶ sont présentées au chapitre 8.

Reste à examiner l'impact de la quantification sur la rigidité.

⁷⁶ Sur des machines Tornos de type DECO 13, PF 42, ainsi que sur des entraînements directs.

7.2.11 Quantification

L'étude de la fonction de transfert en mode réglage ne tient pas compte des quantifications intervenant dans le système. Ces quantifications peuvent être importantes en ce qui concerne la rigidité de l'entraînement.

Il existe des outils [10] permettant l'étude des fonctions de transfert de systèmes quantifiés. Si ces outils peuvent être utiles à l'optimisation d'un système donné, ils sont trop lourds pour établir une simple estimation.

Une approximation est cherchée pour répondre aux besoins d'une évaluation grossière de la rigidité dans un cas général. En premier lieu, le cas d'un entraînement ne comportant pas d'éléments de transmission déformables est examiné. Ensuite, l'impact d'éléments de transmission réels est étudié et un modèle plus élaboré est proposé. Finalement, une estimation empirique est établie.

7.2.12 Chaîne de transmission infiniment rigide

Considérons un système soumis à une perturbation F_p . Le régulateur ne prend en compte cette perturbation qu'après un certain temps, pour autant que cette perturbation ait provoqué une erreur mesurable, c'est-à-dire plus grande que l'incrément de mesure INC . Dans la Figure 149, après un temps ε , l'erreur est juste inférieure à INC et ne sera donc détectée qu'un temps TE plus tard. La détection a donc lieu après un temps $TE + \varepsilon$ après l'apparition de la perturbation.

Cette perturbation peut donc avoir commencé en temps ε avant $t = nTE$. Ce temps dépend de la nature de l'accélération et de la valeur de l'incrément et il peut naturellement être plus grand que TE .

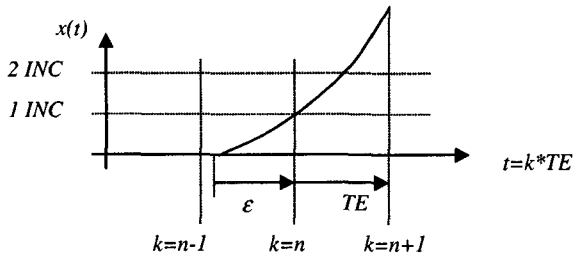


Figure 149 Evolution de la position suite à une perturbation (les premiers instants avant détection)

7.2.13 Hypothèse : Perturbation constante

On considère une perturbation de type "saut indiciel". On parlera alors de "rigidité indicielle".

Considérant une force perturbatrice constante F_p , elle donne lieu à une accélération constante a_p . Avec cette accélération⁷⁷, il faut un temps ϵ pour que la position atteigne le premier incrément.

$$INC = \frac{a_p}{2} \cdot \epsilon^2 \tag{190}$$

D'où la valeur de ϵ :

$$\epsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot INC}{a_p}} \tag{191}$$

Ce qui amène un temps Δt_a avant que le régulateur ne prenne la perturbation en compte. Durant ce laps de temps, il y a accélération des inerties (d'où l'indice a). Ce temps Δt_a comporte trois termes : le temps d'échantillonnage TE , le temps ϵ nécessaire à atteindre une amplitude d'exactly un incrément et t_r le temps de réaction du régulateur.

$$\Delta t_a = TE + \sqrt{\frac{2 \cdot INC}{a_p}} + t_r \tag{192}$$

⁷⁷ On peut considérer indifféremment la force de perturbation F_p ou l'accélération de perturbation a_p si l'on tient compte du rapport existant entre eux et correspondant à l'inertie.

Durant ce laps de temps Δt_a , la vitesse et la position atteignent les valeurs :

$$v(\Delta t_a) = a_p \cdot \left(TE + \sqrt{\frac{2 \cdot INC}{a_p}} + t_r \right) \quad (193)$$

$$\Delta x(\Delta t_a) = \frac{a_p}{2} \cdot \left(TE + \sqrt{\frac{2 \cdot INC}{a_p}} + t_r \right)^2 \quad (194)$$

On admet ici que la vitesse initiale est nulle.

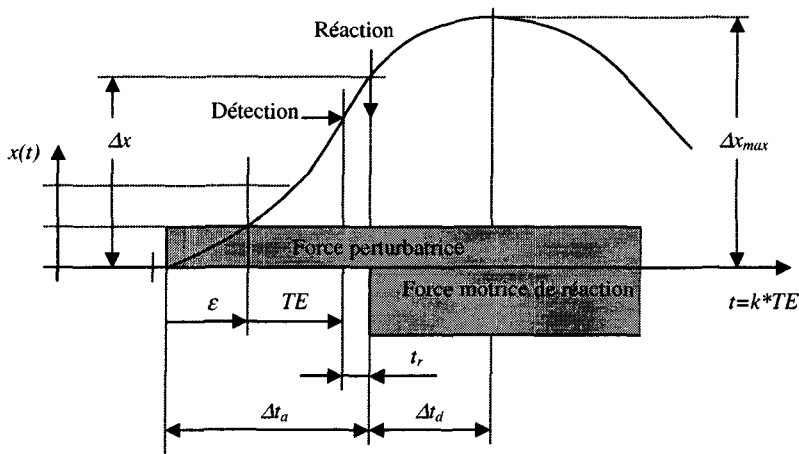


Figure 150 Evolution de la position, détection et réaction

Suite à la détection d'un écart, le régulateur va donner un ordre qui se traduira par une force de réaction. Cette force de réaction implique une accélération a_r qui va tendre à réduire la vitesse. L'écart maximum de position est atteint quand la vitesse est à nouveau nulle. Cette vitesse est maximale après un laps de temps $\Delta t = \Delta t_a$ et doit être annulée sur un temps de décélération Δt_d avec une accélération constante correspondant à la différence de l'accélération perturbatrice a_p et de l'accélération de réaction a_r .

On a donc l'équation suivante :

$$v(\Delta t_a) = (a_r - a_p) \cdot \Delta t_d \quad (195)$$

qui permet de trouver Δt_d :

$$\Delta t_d = \frac{a_p}{a_r - a_p} \cdot \left(TE + \sqrt{\frac{2 \cdot INC}{a_p}} + t_r \right) = \frac{a_p}{a_r - a_p} \cdot \Delta t_a \quad (196)$$

Finalement, la position atteinte se calcule :

$$\Delta x_{\max} = \Delta x(\Delta t_a) + \frac{a_p - a_r}{2} \cdot \Delta t_d^2 + v(\Delta t_a) \cdot \Delta t_d \quad (197)$$

En remplaçant les termes déjà évalués, on trouve :

$$\Delta x_{\max} = \left\{ \frac{a_r \cdot a_p}{2 \cdot (a_r - a_p)} \right\} \cdot \left(TE + \sqrt{\frac{2 \cdot INC}{a_p}} + t_r \right)^2 \quad (198)$$

Comme l'accélération est donnée par le rapport entre le couple M et l'inertie I , on a :

$$\Delta x_{\max} = \left\{ \frac{1}{2 \cdot J} \cdot \frac{M_r \cdot M_p}{(M_r - M_p)} \right\} \cdot \left(TE + \sqrt{\frac{2 \cdot INC \cdot J}{M_p}} + t_r \right)^2 \quad (199)$$

La rigidité k est donnée par le rapport de la force perturbatrice au déplacement provoqué par cette force (respectivement rapport entre couple et déplacement angulaire).

$$k = \frac{M_p}{\Delta x_{\max}} = \frac{2 \cdot I \cdot \left(1 - \frac{M_p}{M_r} \right)}{\left(TE + \sqrt{\frac{2 \cdot INC \cdot I}{M_p}} + t_r \right)^2} \quad (200)$$

L'équation (200) permet de constater que la rigidité est directement liée à :

- ⇒ L'inertie, proportionnellement;
- ⇒ La réserve de couple $(1 - M_p / M_r)$, proportionnellement;
- ⇒ La période d'échantillonnage plus le temps de réaction, inversement proportionnel au carré;
- ⇒ L'incrément de position INC , inversement proportionnel et pondéré par l'inertie et la valeur du couple perturbateur.

7.2.14 Hypothèse : électronique infiniment rapide

Aujourd'hui, l'électronique a fait de tels progrès qu'il est rare que le temps de réaction tr (et TE) ne soit pas négligeable⁷⁸. En le négligeant et en supposant une période d'échantillonnage nulle, on trouve :

$$k = \frac{2 \cdot I \cdot \left(1 - \frac{M_p}{M_r}\right)}{\frac{2 \cdot INC \cdot I}{M_p}} = M_p \cdot \frac{\left(1 - \frac{M_p}{M_r}\right)}{INC} \quad (201)$$

ce qui peut être interprété en considérant le déplacement :

$$\Delta x_{\max} = \frac{INC}{\left(1 - \frac{M_p}{M_r}\right)} \quad (202)$$

Si la réserve de couple (M_r / M_p) est grande, on s'approche d'un déplacement égal à INC , par contre, si la réserve de couple est voisine de 0 (grande perturbation M_p et petit couple M_r , disponible pour y réagir) l'écart tend vers l'infini, ceci malgré des temps d'échantillonnage et de réaction infiniment petits.

Cette constatation est fondamentale en ce qui concerne les entraînements directs dont on dimensionnera le couple nominal non seulement pour répondre au besoin défini par le travail à accomplir (force d'usinage), mais aussi pour assurer une rigidité suffisante en réponse aux perturbations prévisibles.

⁷⁸ Le temps de réaction reste prépondérant dans des applications extrêmement rapides comme, par exemple, la régulation de la position des particules dans le tube d'un accélérateur.

7.2.15 Hypothèse : mesure infiniment précise

Si par contre, l'incrément peut être négligé, la formule (200) se transforme ainsi :

$$k = \frac{2 \cdot I \cdot \left(1 - \frac{M_p}{M_r}\right)}{TE^2} \quad (203)$$

Ce qui implique une rigidité proportionnelle au carré de la fréquence d'échantillonnage.

Constantes de temps équivalentes

Pour faciliter la manipulation de l'équation (200), on introduit une constante de temps équivalent mécanique T_{Mec} et une constante de temps équivalent électronique T_{Elec} :

$$T_{Mec} = \sqrt{\frac{2 \cdot INC \cdot I}{M_p}} \quad (204)$$

$$T_{Elec} = TE + tr \quad (205)$$

Ce qui donne une formulation consistante pour la rigidité indicielle d'un entraînement direct (ou à transmission infiniment rigide).

$$k = 2 \cdot I \cdot \frac{\left(1 - \frac{M_p}{M_r}\right)}{\left(T_{Elec} + T_{Mec}\right)^2} \quad (206)$$

On cherche à évaluer la limite fixant la prépondérance du temps d'échantillonnage sur le temps équivalent mécanique. On trouve facilement que le temps d'échantillonnage reste prépondérant tant que le chemin parcouru sous l'effet d'une accélération perturbatrice a_p en un temps TE reste inférieure à INC .

$$2 \cdot INC < \frac{M_p}{I} TE^2 = a_p \cdot TE^2 \quad (207)$$

A titre indicatif, pour un temps d'échantillonnage de 1[ms] et une accélération perturbatrice de $1g$ ⁷⁹, on trouve que *INC*, la résolution de la mesure, n'est pas l'élément le plus influant sur la rigidité si *INC* est inférieure à 5 [μm].

⁷⁹ Accélération terrestre 9.8 [m/s²] arrondie à 10.

7.2.16 Transmission déformable

Dans le cas d'un entraînement direct (par exemple moteur linéaire) ne comportant que des éléments très rigides, on peut admettre la modélisation ci-dessus. Par contre, quand un entraînement comporte des courroies, arbres, vis à billes, et autres éléments souples, les inerties sont réparties et les couples sont transmis avec un certain retard lié à la rigidité des organes.

En ce qui concerne la réponse indicielle, ce retard se comporte approximativement de la même manière que les constantes de temps équivalent mécanique et électronique. Il faut donc ajouter au dénominateur de (206) une constante de temps équivalent T_{sys} liée au système. Ce comportement est présenté dans l'Annexe (F).

$$T_{sys} \cong \frac{(C_1 - C_2)^2}{2 \cdot C_1 \cdot C_2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot INC \cdot (C_1 + C_2)}{M_p}} \quad (208)$$

La rigidité indicielle d'un entraînement électrique à transmission complexe est donc finalement estimée par la formule suivante :

$$k = 2 \cdot J \cdot \frac{\left(1 - \frac{M_p}{M_r}\right)}{\left(T_{Elec} + T_{Mec} + T_{Sys}\right)^2} \quad (209)$$

$$\Delta x_{max} = \left\{ \frac{1}{2 \cdot J} \cdot \frac{M_r \cdot M_p}{(M_r - M_p)} \right\} \cdot \left(T_{Elec} + T_{Mec} + T_{Sys}\right)^2 \quad (210)$$

Remarque

La formule (209) est particulièrement intéressante, car elle donne une indication tenant compte à la fois des effets de la quantification que du comportement dynamique, sans distinction quant au type de régulateur impliqué. Il faut toutefois être conscient que cette estimation fournit une valeur correspondant au maximum théorique, et que donc, la valeur réelle lui sera toujours inférieure.

Les jeux éventuels présents dans la chaîne cinématique peuvent, le cas échéant, être modélisés par une constante de temps additionnelle déterminée par le temps nécessaire pour déplacer la masse en présence d'une distance équivalente au jeu avec l'accélération constante de perturbation.

7.2.17 Synthèse sur la rigidité

Dans le cas général, l'optimisation de la rigidité dynamique est basée sur une estimation de la rigidité indicielle faisant appel à une estimation de la fréquence propre de la chaîne cinématique, selon l'équation (209).

Dans le cas particulier de l'entraînement direct, la constante de temps équivalent T_{sys} est simplement nulle.

Dans le cas particulier d'une régulation basée uniquement sur les mesures côté moteur, la rigidité statique doit aussi être optimisée, elle est exprimée par l'équation (185).

Les termes des équations (209) et (185) sont exprimés en fonction

- ⇒ des constantes technologiques selon les équations introduites au chapitre 6 et faisant intervenir le couple admissible;
- ⇒ et des paramètres variables tels que les rapports de réduction.

On renonce à présenter ici ces expressions développées car elles sont constituées de plusieurs milliers de termes, ce qui les rend parfaitement illisibles. Ces équations sont manipulées par un programme informatique. On trouvera des exemples concrets de comparaison entre le modèle et des axes existants à la section 8.5.

7.3 Productivité

La productivité est un des éléments prépondérants dans le secteur de la machine-outil. Le choix de l'entraînement électrique est un des degrés de liberté disponibles pour optimiser cette productivité.

Ce chapitre présente une étude des différents aspects de la productivité sous un angle généraliste, c'est-à-dire en essayant d'englober les cas particuliers dans un cas global.

Par exemple, les particularités liées à des systèmes d'axes mettant en œuvre plusieurs entraînements travaillant simultanément sont englobées dans cette étude, mais les relations qui s'y rapportent peuvent simplement être oubliées lors de l'étude d'un entraînement isolé.

7.3.1 Productivité globale

Du point de vue de l'utilisateur, la productivité Π d'une machine est donnée par le nombre de pièces bonnes que celle-ci produit sur un temps donné. Ceci inclut donc :

- ⇒ T_{met} les temps consacrés à la mise en train (MET). Ceci introduit directement la notion de dépendance entre productivité et type de production. Le temps de MET dans le cas de productions de petites séries devient prépondérant alors qu'il peut être négligé dans des productions de masse. Les outils de gestions modernes (JIT : Just In Time) tendent de plus en plus vers des petites séries;
- ⇒ T_{ent} les temps consacrés à l'entretien et aux réparations. On introduit ici la notion de fiabilité;
- ⇒ T_{prod} le temps du cycle de production d'une pièce. Parmi les $n+m$ pièces produites on trouvera n pièces bonnes et m pièces à rebuter.

$$\Pi = \frac{n}{T_{met} + T_{ent} + (n + m) \cdot T_{prod}} \quad (211)$$

Du point de vue entraînement électrique, les degrés de liberté pour agir sur la productivité sont dans l'ordre inverse d'importance :

- ⇒ Le temps de mise en train. Il faut éviter qu'une conception peu ergonomique rende malaisé le travail de MET. Il s'agit ici de considérations faisant appel au bon sens du constructeur. Si elle est possible, la modélisation de ces aspects sort nettement du cadre de ce travail;
- ⇒ Le temps d'entretien. Pour ce critère, les choix intervenant dans la conception de l'entraînement ont un impact nettement plus conséquent. En effet, la durée de vie est donnée par les fabricants, la fiabilité peut être estimée par le biais de divers indicateurs (pertes, marge entre valeur moyenne et nominale, etc.);
- ⇒ La durée du cycle de production est intimement liée à l'entraînement. Elle représente le principal degré de liberté.

7.3.2 Cycle de production

Le cycle de production doit également être décomposé. On trouvera :

- ⇒ des temps de travail T_w qui correspondent à l'exécution d'une opération. Ces temps comportent :
 - une partie T_{acc} liée aux éventuels changement de vitesse en cour de travail sur la quelle le dimensionnement de l'entraînement a une grande importance;
 - et une partie T_{vit} , liée a la vitesse fixée par la technologie employée, qui ne laisse aucun degré de liberté;
- ⇒ et finalement des temps improductifs T_i pour les quels on souhaite des déplacements aussi rapides que possible;

$$T_{prod} = T_w + T_i = (T_{acc} + T_{vit}) + T_i \quad (212)$$

Pour définir la répartition de ces temps, il faut encore introduire la notion d'opérations parallèles.

- ⇒ Décomposons le coût d'une machine en coût fixe et en coût par opération. Les coûts fixes représentent le bâti, la commande, l'armoire électrique, les protections, etc. Pour limiter les coûts fixes ainsi que les coûts de manipulation, il est de plus en plus demandé de terminer une pièce sur une seule et même machine. Il est recommandé d'associer un maximum d'opérations à une machine;
- ⇒ De la même manière, on peut chercher à intégrer n productions identiques en parallèle dans une même machine (exemple des tours multibroches).

Fort de ces considérations, il est logique de chercher à effectuer le maximum d'opérations en parallèle. Ainsi, le temps du cycle de production est minimal. On peut représenter ce concept dans un diagramme de Gant utilisé par l'interface machine des produits DECO de Tornos SA [92] :

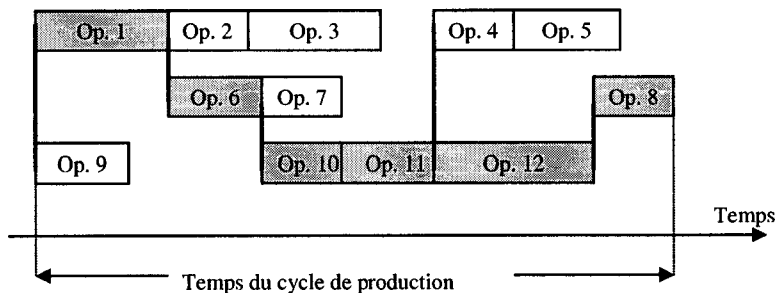


Figure 151 Diagramme de Gant d'une production

L'examen de la Figure 151 met en évidence :

- ⇒ l'existence d'un chemin critique qui comporte les opérations qui déterminent à elles seules le temps de cycle;
- ⇒ le fait que ce chemin critique va dépendre de la nature de la production.

7.3.3 Possibilité de prédictions

En fonction de diverses règles, il est possible de trouver l'arrangement des opérations amenant au temps de cycle le plus court [18]. Avec un logiciel du type TB-DECO® [94], il est possible de déterminer la nature exacte des mouvements des différents entraînements. On peut donc faire une estimation statistique de la nature des mouvements qui seront demandés à une machine future, en fonction de la nature des biens qu'elle produira.

Une telle statistique a été élaborée sur la base des produits de la famille DECO de Tornos SA. Elle est présentée à la section 2.7 et introduit des notions fondamentales pour l'analyse d'un entraînement dans un contexte de productivité machine.

7.3.4 Composantes de la productivité

Le calcul de la productivité passe par l'établissement d'une formule donnant le temps total nécessaire pour effectuer les mouvements définis par la statistique (section 2.7).

Le calcul de ce temps total fait intervenir la caractéristique du moteur et les inerties des différents organes. Exprimée en regroupant les mouvements par tranche de vitesse, une statistique typique est représentée en Figure 152 :

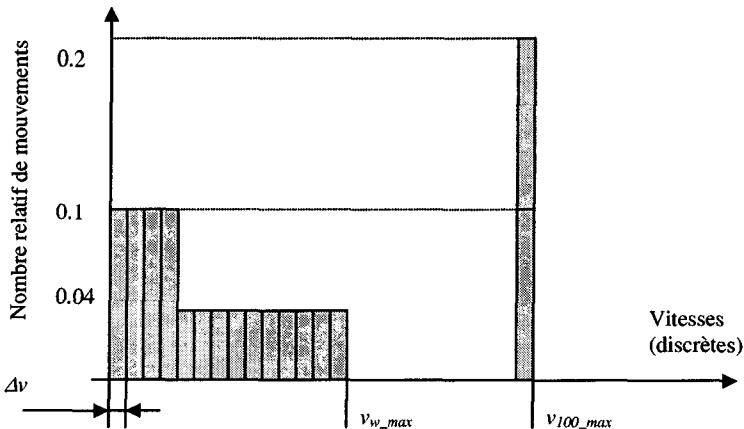


Figure 152 Exemple de répartition des mouvements
(voir le détail dans le texte ci-dessous)

Dans la Figure 152, la répartition des mouvements est la suivante :

- ⇒ 10% des mouvements se font à une vitesse comprise entre 0 et Δv ;
- ⇒ 10% des mouvements se font à une vitesse comprise entre Δv et $2\Delta v$;
- ⇒ ainsi de suite jusqu'à 4 fois Δv ;
- ⇒ ensuite 4% des mouvements se font à une vitesse comprise entre $5\Delta v$ et $6\Delta v$;
- ⇒ ainsi de suite jusqu'à v_{w_max} , la vitesse maximale d'usinage ($14 \Delta v$) ;
- ⇒ et finalement 20% des mouvements se font à une vitesse dite rapide v_{100_max} correspondant à $n_{100} \Delta v$, où n_{100} est un paramètre variable (voir section 2.7.7).

Le nombre relatif des mouvements, $N_r(n)$ donne le rapport entre le nombre effectif de mouvements (dont les vitesses sont comprises entre $(n-1)\Delta v$ et $n\Delta v$) et N , le nombre total des mouvements.

Le temps moyen des mises en vitesse d'usinage est donc donné par

$$t_{w_moy} = \sum_{i=1}^{n_{w_max}} N_r(i) \cdot t_{acc}(i \cdot \Delta v) \quad (213)$$

Où t_{acc} est donné par (127). Il faut ajouter le temps moyen des mouvements à vitesse rapide t_{100_moy} .

$$t_{100_moy} = N_r(n_{100}) \cdot t_{acc}(v_{100_max}) \quad (214)$$

Où n_{100} correspond au rapport de la vitesse des mouvements rapides par Δv . On a finalement un temps moyen pour les mouvements planifiés donné par :

$$t_{acc_moy} = t_{w_moy} + t_{100_moy} = \sum_{i=1}^{n_{w_max}} N_r(i) \cdot t_{acc}(i \cdot \Delta v) + N_r(n_{100}) \cdot t_{acc}(v_{100_max}) \quad (215)$$

Les paramètres de t_{acc_moy} sont les rapports de réduction r_1 et r_2 (paramètres variables), les constantes technologiques (développées au chapitre 6) et le couple moteur qu'il faut encore exprimer sous forme paramétrique.

Le couple nécessaire à la charge, vu du côté moteur, au travers des réducteurs et en tenant compte de leurs rendements⁸⁰ s'exprime par :

$$M_{mot} = \frac{M_{adm}}{r_1 r_2 \eta_v \eta_r} \quad (216)$$

Si le moteur est utilisé à temps partiel, on peut utiliser une caractéristique située entre la caractéristique nominale et la caractéristique limite maximale. Les fabricants parlent d'un taux d'utilisation en % (appelé facteur *CE*). Si l'on utilise une caractéristique *ED* fois supérieure à la caractéristique nominale, il faut alors dimensionner les autres éléments pour qu'ils supportent *ED* fois le couple. C'est pourquoi ce facteur⁸¹, lié à une utilisation intermittente est intégré au couple admissible. Il faut donc le retirer de M_{mot} pour obtenir le couple nominal.

$$M_N = \frac{M_{mot}}{CE} = \frac{M_{adm}}{r_1 r_2 \eta_v \eta_r \cdot CE} \quad (217)$$

En examinant la formule (127), on constate que la caractéristique moteur va intervenir dans le calcul de la productivité. On peut se poser la question de l'importance de tenir compte des variations du couple en fonction de la vitesse.

Théorie du rapport optimal

Le calcul du rapport idéal d'une transmission est traditionnellement établi en égalant les inerties du moteur et de la charge rapportées dans un même référentiel. Dans certains cas [13], on tient compte des frottements. Mais on considère que le couple est constant. On a vu au chapitre 5 que cette simplification du couple constant peut entraîner un important manque à gagner en productivité (jusqu'à un facteur 2). Ce manque à gagner est démontré pratiquement en section 8.4. Il faut donc bien tenir compte de la dépendance du couple vis à vis de la vitesse.

Par ailleurs, on a vu à la section 5.4 que la caractéristique de couple est limitée dans les basses vitesses par la contrainte du jerk. On a donc une dépendance supplémentaire à ajouter à la caractéristique de couple naturelle.

⁸⁰ Dans des cas particuliers, on peut aussi facilement y intégrer des frottements secs.

⁸¹ Il est fixé par le cahier des charges.

Modélisation de la caractéristique de couple

On a vu section 5.4 que la caractéristique d'utilisation du couple⁸² est toujours très différente de la caractéristique donnée par le fabricant, qui décrit un maximum dans des conditions d'utilisations données. On peut sans autre dépasser localement cette caractéristique "fabricant", les seules limitations infranchissables sont les maximums physiques (par exemple liés à un courant et une tensions limités) et un échauffement supportable (souvent dénommé i^2t).

La Figure 153 est un croquis explicatif. On y montre que, au démarrage, le couple consommé croît progressivement avec la vitesse, ce qui indique que la pente de l'accélération est limitée. Dans cette phase⁸³, le couple consommé est très inférieur au couple nominal. Une oscillation de vitesse autour du point de fonctionnement est également représentée (couple et vitesse de travail M_w, Ω_w). La caractéristique nominale ($CE=100\%$) est dépassée par endroit, mais le couple consommé y est nettement inférieur sur la majeure partie de la trajectoire (et du temps).

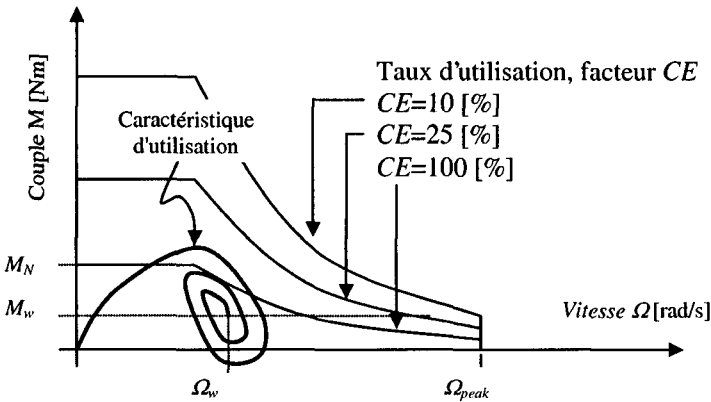


Figure 153 Caractéristiques de couple et caractéristique d'utilisation (en gras).

⁸² Tracé de l'évolution du couple en fonction de la vitesse paramétrée par le temps, pour une mise en vitesse réelle.

⁸³ Qui a une durée relativement importante puisque la vitesse y est faible ...

On renonce à faire un calcul complet de l'énergie dissipée pour chaque type de mise en vitesse (intégrale temporelle du produit couple fois vitesse). Dans la mesure où il reste une grande liberté quant à la caractéristique d'utilisation du couple, la modélisation de la caractéristique de couple peut être approximative (en tout cas pour une utilisation limitée à la recherche de productivité maximale). Dans les cas de moteurs présentant une caractéristique à forte variation, une approximation tolérante par exemple 10% d'erreur donnera dans tous les cas des résultats bien plus précis que ceux obtenus avec l'approximation du couple constant.

Limitation du jerk

L'examen de la formule de l'accélération (59), et de sa dérivée, le jerk (62), on constate qu'un mouvement constitué d'une suite d'accélération de ce type aura un spectre comprenant une partie constante et une fréquence unique f_{jerk} donnée par :

$$\omega_{jerk} = 2 \cdot \pi \cdot f_{jerk} = \frac{2 \cdot J_{erk}}{A_0} \quad (218)$$

Pour éviter les pertes dans les organes mécaniques, on souhaite que la consigne soit transmise intégralement, donc que cette pulsation soit inférieure à la fréquence propre de la chaîne cinématique.

Ce souhait impliquerait que les petites mises en vitesse consomment autant de temps que les grandes, ce qui débouche sur un résultat beaucoup trop lent. On considère alors que les mouvements impliquant les transferts d'énergie les plus conséquents doivent être limités en fréquence de manière plus importante que les mouvements n'impliquant que peu d'énergie. De cette manière, l'énergie dissipée reste acceptable et les temps de mise en vitesse aussi. On tombe naturellement sur ce compromis en fixant le jerk à une valeur imposée par le couple nominal et la fréquence propre du système.

$$J_{erk} = \frac{1}{2} \cdot A_N \cdot \omega_0 \quad (219)$$

On peut montrer que cette limitation du jerk est très proche de la fonction d'approximation donnée par l'équation :

$$M_{disp_a}(\Omega) \leq I_{tot} \cdot A_0 \cdot \sqrt{\sin\left(\frac{2 \cdot J_0}{A_0^2} \cdot \Omega\right)} \quad (220)$$

Cette limite est illustrée sur la Figure 155. Une limite identique existe évidemment pour la décélération. La forme est la même, mais inversée et

décalée pour atteindre un couple nul quand la vitesse finale Ω_{fin} est atteinte. Son équation est alors :

$$M_{disp_d}(\Omega) \leq I_{tot} \cdot A_0 \cdot \sqrt{\sin\left(\frac{2 \cdot J_0}{A_0^2} \cdot (\Omega_{fin} - \Omega)\right)} \tag{221}$$

Le jerk a des valeurs comprises entre l'unité pour des systèmes lents et quelques milles pour des systèmes très dynamiques. A titre indicatif, les axes de machines des produits Tornos ont des jerk compris entre 20 et 100.

Il faut maintenant se préoccuper de la résolution de l'intégrale contenue dans (127). Pratiquement, il existe deux possibilités : ou l'on exprime la caractéristique du couple complète par une approximation, ou l'on admet une intégration par partie.

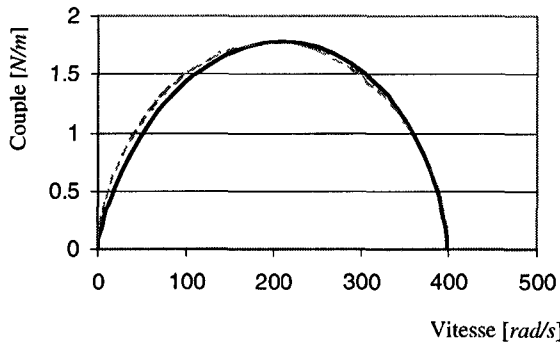


Figure 154 Exemple de courbe d'utilisation du couple

En trait gras : courbe exacte (courbe paramétrique en t)

En trait fin : courbe approchée par la relation (220).

Exemple tiré d'une analyse pratique d'un entraînement de machine présentée plus en détail dans la section 8.6

Modélisation du couple disponible réaliste

Comme le couple est au dénominateur de (127), il est préférable de modéliser son inverse, ce qui facilite le calcul de l'intégrale. Une modélisation de $1/M(\Omega)$ par des polynômes⁸⁴ de degré 4 ou 5 en Ω donnent de bons résultats du point de vue précision de l'approximation, mais ils entraînent une lourdeur excessive dans l'expression finale de la performance. Cette voie est donc mise de côté.

Intégration par partie

Pour chaque famille de moteur, on peut exprimer une caractéristique par partie. On a déjà vu que, pour les petites vitesses et pour l'approche de la vitesse finale, la caractéristique est rognée par le jerk. La caractéristique de couple du fabricant peut généralement être ramenée à deux zones, l'une à couple constant jusqu'à une vitesse dénommée Ω_{lim} , l'autre comme une puissance n_Ω de Ω . Pour répondre à un ensemble aussi complet que possible de caractéristiques, Ω_{lim} et n_Ω sont exprimés en fonction de ED . Ces différentes caractéristiques sont illustrées sur la Figure 155.

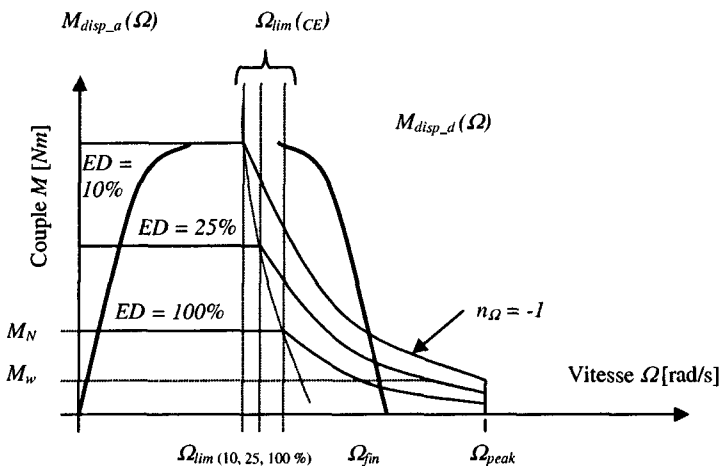


Figure 155 Détermination des zones pour l'intégrale par parties.

Traits fins : Caractéristiques de couple dépendant de ED ...
 comportant une transition entre couple constant et couple décroissant.
 Traits gras : Limites imposées par le jerk maximum

⁸⁴ Le polynôme est obtenu avec la matrice de Vandermonde pour 5 ou 6 Ω équidistants.

Les équations suivantes sont utilisées pour modéliser ces limites. Pour la variation (éventuelle) de Ω_{lim} en fonction du taux d'utilisation, on a :

$$\Omega_{lim}(\eta_{CE}) = \Omega_{lim_0} + \Delta\Omega_{lim} \cdot CE \quad (222)$$

Pour la partie (éventuellement) décroissante de la caractéristique de couple, on l'exprime en fonction d'un paramètre technologique λ_M (dépendant lui-même de M_N , la valeur nominale du couple, de la valeur minimale M_{min} du couple à la vitesse Ω_{peak}) et du degré de l'exposant de Ω :

$$M(\Omega) = \lambda_M \cdot \Omega^{n\Omega} \quad (223)$$

$$\lambda_M = \lambda_M(M_N, M_{min}, \Omega_{lim}, \Omega_{peak}) \quad (224)$$

$$n\Omega = n\Omega(M_N, M_{min}, \Omega_{lim}, \Omega_{peak}) \quad (225)$$

Les constantes technologiques sont déterminées à partir des données des fabricants.

À ce stade, tous les éléments nécessaires à l'évaluation de (127) sont définis. Il ne reste qu'à les mettre en œuvre (section 7.8). Mais auparavant, il reste quelques performances partielles à étudier ...

7.4 Longévité

Les principes physiques intervenant dans la durée de vie ne sont pas encore modélisés dans leur globalité. On fait donc appel, et depuis longtemps, à des formules empiriques et à des moyens statistiques [36] [79]. Pour une première approximation, on se contente de modèles simples.

Durée de vie moyenne

La durée de vie d'un élément est donnée par une valeur statistique A_{nn} exprimant la durée moyenne d'utilisation pour laquelle moins de nn % des éléments tombent en panne. On utilise habituellement A_{10} .

D'une manière générale, pour l'ensemble des composants mécaniques, et dans des conditions d'utilisation normale, une bonne approximation de A_{10} , la durée de vie moyenne d'un élément, est basée sur le rapport de ce que peut supporter l'élément par ce qu'il subit réellement. Il s'agit généralement de forces ou de couples, mais aussi parfois de vitesses, de pressions et autres. La formule générale est relativement simple:

$$\Lambda_{10} = \left(\frac{K_{tech} \cdot C_N}{C_{util}} \right)^3 \quad (226)$$

K_{tech} est un facteur dépendant de la technologie, C_N est la valeur nominale de la sollicitation dynamique et C_{util} est la valeur moyenne de la sollicitation. Il est important de mettre en évidence que ce rapport pondéré des sollicitations nominales et réelles est élevé au cube.

Ainsi, si un composant X a une durée de vie de $\Lambda_{10,X}$ heures en régime nominal ($C_{util} = C_N$), en utilisant un facteur de sécurité α , ($C_{util} = \alpha C_N$) sa durée de vie sera de

$$\Lambda_{10,X}(C_{util} = C_N) = \left(\frac{K_{tech} \cdot C_N}{C_N} \right)^3 = \left(\frac{K_{tech} \cdot C_N}{C_{util}} \right)^3 \quad (227)$$

$$\Lambda_{10,X} = \left(\frac{K_{tech} \cdot C_N}{\alpha \cdot C_N} \right)^3 = \left(\frac{1}{\alpha} \right)^3 \cdot \Lambda_{10,X} \quad (228)$$

Cette durée de vie est une valeur moyenne sous-entendant que 10% des éléments peuvent avoir une durée de vie inférieure. Pour calculer une durée de vie Λ_{01} , sous-entendant que seul 1% des éléments peut avoir une durée de vie inférieure, on fait appel à différentes lois, la plus connue étant la "Distribution de Weibull".

Si plusieurs organes (indice j) constituent un produit et sont utilisés sur un temps relatif t_j , la durée de vie du produit (indice p) est donnée par (229).

$$\Lambda_{10p} = \frac{1}{\sum \frac{t_j}{\Lambda_{10,j}}} \quad (229)$$

Ceci permet de négliger les éléments qui ont une durée de vie dépassant largement la durée de vie des organes les plus fragiles (par exemple un enroulement électrique par rapport à des corps roulants) et/ou ceux qui n'interviennent que très peu dans le processus (un bouton on/off par exemple).

De la même manière, le calcul de la durée de vie d'un élément soumis à n régimes différents correspondant à n contraintes C_i , se fait par combinaison des durées de vie $A_{10,i}$ calculées indépendamment, et des probabilité u_i de ces différents régimes.

$$\Lambda_{10} = \frac{1}{\sum \frac{u_i}{\Lambda_{10,i}}} \quad (230)$$

7.4.1 Détails de quelques organes

La force impliquée dans la production est combinée aux forces provoquant l'usure. Cette combinaison se fait de manière différente pour chaque type d'éléments. Certains éléments sont donc examinés de plus près.

Roulements à billes

La Norme ISO 281 donne toutes les indications nécessaires au calcul de la durée de vie d'un roulement à billes. Cette norme introduit un facteur multiplicatif $w(x)$ à appliquer à D_{10} pour obtenir D_x , (x % des éléments ont une durée de vie inférieure à D).

$$D_x = w(x) \cdot D_{10} \quad (231)$$

A titre d'exemple, un fabricant de roulement [SNFA Catalogue Général 1998] donne pour $w(x)$ les valeurs suivantes : $\{x;w\} \rightarrow \{50;5\}, \{10;1\}, \{5;0.62\}, \{4;0.53\}, \{3;0.44\}, \{2;0.33\}, \{1;0.21\}$

Il faut noter que les forces d'accélération des différents éléments mobiles sont généralement petites en regard des forces de travail et des forces de précontraintes. La valeur crête de l'accélération n'est pas l'unique paramètre ayant un impact sur les roulements. Il faut rappeler ici que le calcul de la durée de vie est fait pour des conditions normales. Parmi ces conditions, il est admis que les billes roulent sans glissement. En considérant des variations très rapides de l'accélération, le roulement peut faire place à du glissement, et l'usure devient rapidement trop importante. C'est une des raisons qui justifie que l'on veille à maîtriser la rapidité de variation de l'accélération, le Jerk.

Vis à billes

Dans le cas des vis à billes, les forces de précontrainte, les forces d'accélération et les forces entraînant l'usure sont concourantes. Les forces d'accélération peuvent atteindre des valeurs nettement supérieures aux forces de travail. Elles interviennent donc directement dans le calcul de la durée de vie. Ici encore, le jerk a un impact non négligeable. Certains fabricants donnent des valeurs d'accélération maximale [106] située entre 2000 et 2500 [rad/s^2].

Assemblages

La théorie de la durée de vie des vis et des assemblages soudés fait partie des cours standard d'éléments de machines. Le choix des technologies d'assemblage n'a pas d'impact direct sur l'entraînement. Leur propre durée de vie est laissée de côté.

Sans entrer dans les détails, il faut toutefois signaler ici que les assemblages vissés sont d'excellents amortisseurs que l'on peut utiliser pour atténuer des problèmes de vibrations. Des vibrations non amorties pouvant entraîner des contraintes dépassant de plusieurs dizaines de fois les limites nominales qui peuvent avoir un impact sur la durée de vie.

Moteurs

La durée de vie d'un moteur est principalement liée à ses parties mécaniques. Des problèmes électriques sont rares et généralement imputables à des erreurs (courants ou tensions excessifs, pollution par des corps étrangers). On se rapporte donc principalement aux théories des paliers.

Particularités

Divers moteurs comportent des systèmes mécaniques composée de balais et de collecteurs. Ces éléments sont eux soumis à une usure rapide qui peut de plus dépendre du mode de fonctionnement. Par exemple, un moteur DC oscillant sur une position verra son collecteur s'user en un temps très court. Ces caractéristiques sont données par le fabricant. On trouve des systèmes de balais avec des durées de vie d'un ordre de grandeur de 1000 heures.

Des échauffements et refroidissements successifs peuvent par contre entraîner le pompage de liquides qui peuvent ensuite contaminer un organe de mesure optique.

7.4.2 Dans le monde réel

L'expérience de Tornos durant les 10 dernières années montre clairement que les éléments principaux qui pénalisent la durée de vie des entraînements sont les vis à billes et les moteurs.

Dans le cas des moteurs, il s'agit du problème de pompage d'huile évoqué ci-dessus. Le seul moyen pour modéliser une augmentation de la durée de vie est d'augmenter le prix de manière à prendre en compte l'effort indispensable pour obtenir l'étanchéité des moteurs. Faute de pouvoir quantifier cet effort, on renonce à prendre en compte cet aspect.

Dans le cas des vis à billes, il est possible de choisir des vis surdimensionnées, cela va simplement modifier la position de l'optimum. En effet, la robustesse va impliquer une augmentation du prix, mais aussi de l'inertie, ce qui va à son tour engendrer une baisse de productivité et une modification de la rigidité.

Pour trouver cet optimum, le couple admissible utilisé pour déterminer l'inertie de la vis selon (181) est augment e d'un facteur λ_λ qui est utilisé en tant que paramètre variable pour ajuster la durée de vie de la vis.

$$M_{adm} = (M_w + M_{acc}) \cdot \lambda_\lambda \quad (232)$$

Ainsi, le calcul de l'inertie de la vis selon (181) se fait en remplaçant le couple admissible par le couple maximal à la charge (travail + accélération) rapporté à la vis ($/r_2$) et augmenté du facteur λ_λ , soit :

$$J_{vis} = C_0 \cdot \lambda_I \cdot \left\{ \frac{(M_w + M_{acc})}{r_2} \cdot \lambda_\lambda \right\}^2 \quad (233)$$

On évalue les autres grandeurs intermédiaires selon la même démarche.

7.4.3 Conclusion sur la durée de vie

Dans le cas d'une utilisation normale, pour déterminer la composition d'un entraînement, les formules (226), (230) et (231) suffisent à une première approximation de la durée de vie. On rappelle qu'une fois la composition de l'entraînement choisie, il est encore possible (voire nécessaire) d'affiner le dimensionnement en utilisant des théories plus détaillées. Les grandeurs intermédiaires sont calculées en fonction d'un couple admissible dans le quel sont inclus : le couple nécessaire travail utile, le couple supplémentaire d'accélération et un facteur de surdimensionnement⁸⁵ pour le contrôle de la durée de vie.

On limite l'étude pratique aux cas réels rencontrés chez Tornos, ce qui amène à ne considérer qu'un seul facteur de surdimensionnement pour la vis à billes.

7.5 Prix

Le prix est une des caractéristiques les plus arbitraires. Ceci est principalement lié aux aspects politiques de vente :

- ⇒ comment comparer des prix de divers fournisseurs qui refusent de fournir les prix ?
- ⇒ comment intégrer le volume des commandes dans la notion de prix, sachant que certains fournisseurs consentent à des rabais de 50 % pour quelques dizaines de pièces alors que d'autres ne baissent pas leurs prix de plus de 20 % même pour des quantités annuelles de plusieurs milliers ?
- ⇒ en admettant l'existence d'un prix technologique, basé sur l'analyse des constituants et des prix probables de réalisation, est-ce que ce prix technologique sera un modèle fiable du marché ?
- ⇒ comment intégrer les fluctuations des monnaies ?

⁸⁵ Le couple supplémentaire d'accélération et le facteur de surdimensionnement sont des paramètres variables.

Faute de mieux, l'estimation grossière des prix selon l'équation (132) sera utilisée pour les organes constitutifs suivants :

- ⇒ électronique de puissance;
- ⇒ moteur;
- ⇒ réducteurs.

Les autres organes ont un prix indépendant des paramètres variables (Typiquement, le prix de la commande n'est aucunement influencé par les rapports de réductions).

Le prix total $\$_{tot}$ est simplement la somme des prix des organes $\$_i$.

$$\$_{tot} = \sum \$_i \quad (234)$$

7.6 Limites de validité / domaine

Il n'est malheureusement pas possible de faire varier les paramètres variables sur une gamme infinie. Ces paramètres variables sont limités par les caractéristiques physiques des organes : vitesse maximale du moteur (235) et (236), a_{cr_max} limite d'accélération des corps roulants⁸⁶ (237), une éventuelle limite maximale de vitesse des réducteurs; des questions pratiques : pas de vis limités à certaines valeurs, rapport de réduction maximal d'un système à courroie limité à 3; et par certaines autres contraintes du cahier des charges : la résolution minimale doit être respectée etc.

⁸⁶ Cette limite est donnée par le fabricant pour garantir que les corps roulants roulent sans glisser. Le glissement étant la cause principale de l'usure.

On a les relations principales suivantes:

$$v_{w_max} \cdot r_1 \cdot r_2 \leq \Omega_{peak} \quad (235)$$

$$v_{100_max} \cdot r_1 \cdot r_2 \leq \Omega_{peak} \quad (236)$$

$$a_{cr_max} \leq r_1 \cdot \frac{M_N \cdot ED}{J_{tot}} \quad (237)$$

$$r_2 (vis) = \left\{ 2.5 ; 5 ; 10 ; 20 \right\} \quad (238)$$

$$\Delta x_{tol} < n INC \text{ et } INC < v_{w_max} / f_{mes} \quad (239)$$

$$M_{mot} \cdot \frac{F_{frot}}{r_1 \cdot r_2} \geq \frac{F_{usi}}{r_1 \cdot r_2} \quad (240)$$

$$r_1 (Courroies) \in \left\{ 1 ; 3 \right\} \quad (241)$$

Symboles : Ω_{peak} est la plus grande vitesse utilisable côté moteur, v_{w_max} et v_{100_max} les maximum de vitesses d'usinage et de déplacement rapide, ED est le taux d'utilisation, Δx_{tol} est la précision, n un facteur de sécurité choisit usuellement égal à 10, INC la résolution de mesure, v_{m_max} la vitesse maximale au point de mesure et f_{mes} la fréquence maximale supportée par le système de mesure, r_1 et r_2 sont les rapports de réductions.

Il est important d'identifier ces limites car comme on le verra au chapitre suivant, l'optimum est généralement situé sur l'une d'entre elles.

7.7 Problème d'optimisation

A ce stade de l'étude, on dispose d'un ensemble d'équations fournissant des évaluations de différents critères (productivité, rigidité, longévité, précision, prix) exprimées en fonction de paramètres variables (rapports de réduction, facteur de surdimensionnement, vitesse d'avance rapide, couple d'accélération), de paramètres fixés par le cahier des charges (couple de travail, vitesse de travail, taux d'utilisation, distribution des vitesses) et de constantes technologiques caractérisant les différents organes susceptibles de composer l'entraînement.

Les équations (209), (215), (230) et (234) expriment des performances partielles Q_i ($Q_1=k_{tot}$, $Q_2=t_{acc}$, $Q_3=\Lambda_{tot}$, $Q_4=\$_{tot}$), ces performances sont des fonctions de nombreux paramètres

$$\begin{aligned}
 Q = Q(r_1, r_2, \lambda_\Lambda, v_{100_max}, & \dots \text{paramètres variables} \\
 M_{acc}, F_{w_max}, v_{w_max}, \eta_{CE}, Rt(v), & \dots \text{paramètres fixes} \\
 \lambda_{imot}, \lambda_{ired}, \lambda_{kvis}, \lambda_{kred}, \lambda_{kvis}, n_{imot}, n_{ired}, & \dots \text{constantes} \\
 n_{pvis}, n_{kred}, n_{kvis}, \eta_t, \eta_\Lambda, \eta_k, \dots & \text{technologiques}
 \end{aligned}
 \tag{242}$$

Et les équations (235) à (241) expriment les contraintes, en fonction des mêmes paramètres. Il est inutile de reproduire ici ces expressions complètement développées, un logiciel tel que Matlab permet de manipuler ces gigantesques équations. On procède alors ainsi :

- ⇒ les expressions symboliques de la performance et des contraintes sont évaluées⁸⁷;
- ⇒ les paramètres fixes sont remplacés par leurs valeurs numériques;
- ⇒ pour chaque configuration, les constantes technologiques sont remplacées par leurs valeurs numériques;
- ⇒ un minimum est recherché en modifiant les paramètres variables.

La réalisation de la dernière étape peut faire appel à divers algorithmes (voir Tableau 11 section 8.2.1) ou être entièrement discrète (calculée pour l'ensemble des valeurs - comprises à l'intérieur des contraintes).

⁸⁷ Elle différera un peu d'une configuration à l'autre, du fait des petites différences subsistant dans l'expression de certaines performances locales, par exemple la rigidité en fonction de la stratégie de mesure choisie.

La Figure 156 met en évidence la nature discrète de la recherche de l'optimum. Au passage d'une variante d'organe à une autre, les constantes technologiques peuvent changer radicalement. Les équations changent donc d'une variante à l'autre. D'autre part, les rapports de réductions sont généralement de nature discrète. Les vis à billes n'existent que pour quelques pas (238), et les réducteurs à engrenages et/ou courroies crantées ne permettent de réaliser que certaines valeurs discrètes.

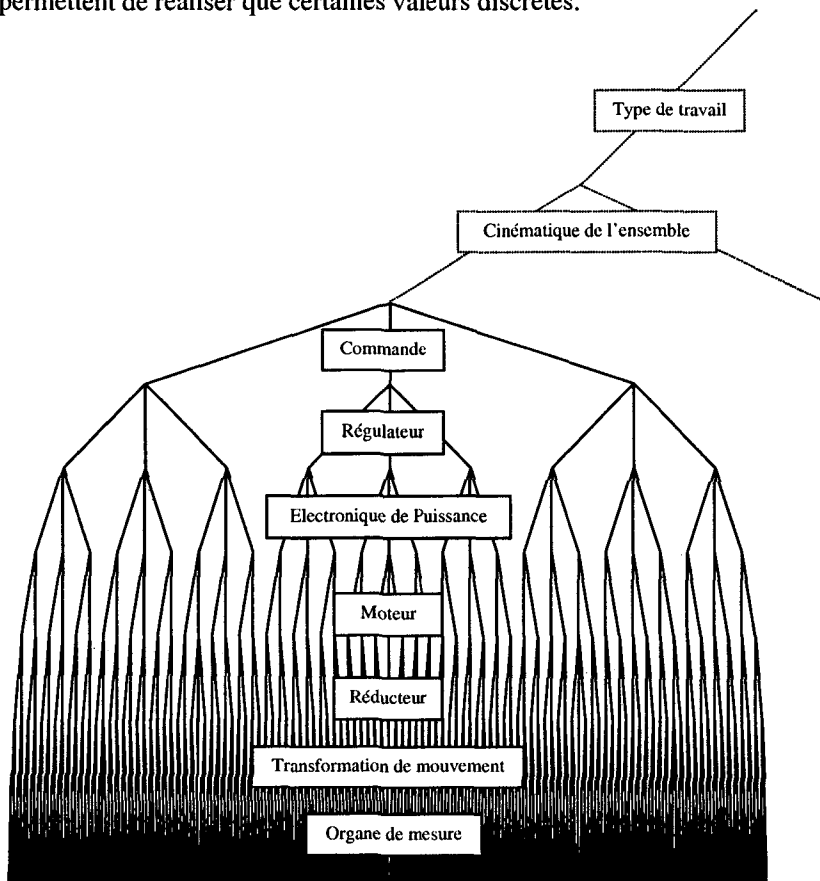


Figure 156 Arbre des possibilités

Dans tous les cas, les algorithmes d'optimisation demandent un point de départ. Pour garantir une convergence vers le point le plus bas plutôt que vers un minimum local, il est nécessaire de relancer l'algorithme avec un certain nombre de points de départ, comme illustré sur la Figure 157.

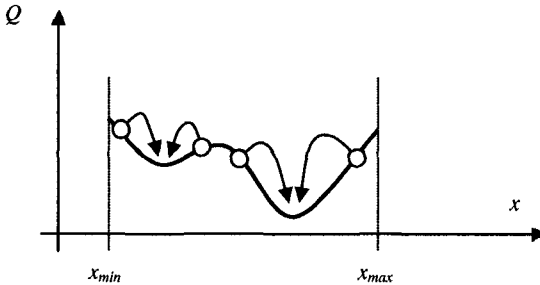


Figure 157 Convergence en fonction du point de départ.
Minimum local et minimum effectif

Nombre de points de départ

Une voie explorée pour déterminer le nombre minimal de points de départ consiste en la recherche du nombre maximum d'ondulations dans la courbe au moyen d'une transformée de Fourier. Si l'on considère la plage de variation du paramètre variable égale à une unité, une courbe ne comportant pas de minimum local aura un spectre principalement centré sur une fondamentale correspondant à 1/2 oscillation par unité, comme le suggère la Figure 158.

Bien que les fonctions Q_i existent sous une forme analytique, et que leurs transformées de Fourier puissent être établies analytiquement, la comparaison des expressions s'est avérée irréalisable de part la taille et la complexité de celles-ci. Sous une forme analytique, cette voie est irréaliste.

Comme les équations des performances partielles peuvent être exprimées sous la forme de polynômes, on a également cherché une relation entre les coefficients des différentes puissances du paramètre et les composantes fréquentielles qu'ils engendrent. Pour ce faire, on exprime une somme de sinus en série de Taylor et on inverse la relation entre les coefficients.

$$f(x) = \sum_{n=1}^{nb} a_n \cdot \sin(i \cdot x) \rightarrow \sum_{m=1}^{nb} \alpha_m \cdot x^m \tag{243}$$

$$\alpha_m = A \cdot a_n \Rightarrow a_n = A^{-1} \cdot \alpha_m \tag{244}$$

Les coefficients de la matrice A^{-1} donnent l'impact des coefficients du polynôme sur les coefficients des harmoniques. Ces coefficients sont malheureusement trop intimement mélangés pour être exploités.

Bien que n'ayant pas apporté les résultats escomptés, la démarche a toutefois l'avantage de permettre une familiarisation avec la problématique des minimums locaux.

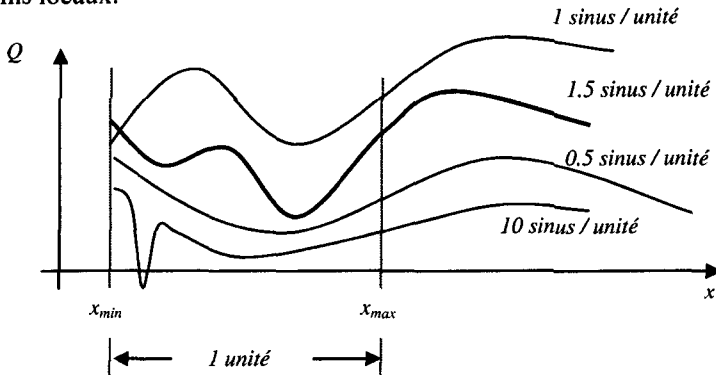


Figure 158 Contenu fréquentiel de la performance
Courbes plus ou moins ondulées

Solution pragmatique

Après avoir effectué des évaluations des différentes performances partielles pour un grand nombre de configurations différentes (voir chapitre 8), il apparaît que, dans les limites fixées par les contraintes, les performances n'oscillent pas en fonction des paramètres variables. On peut donc se contenter d'un nombre restreint de points de départ⁸⁸.

7.7.1 Fonction de pondération

On a introduit le problème de la pondération au chapitre 3. S'il est évident qu'il faut pondérer l'importance relative des différents critères, la façon de faire est moins immédiate.

Un simple facteur multiplicatif permet d'avantager un critère par rapport à un autre, mais cette solution n'est pas bornée.

⁸⁸ Il faut toutefois rester conscient du fait que ceci n'a pas été démontré formellement et qu'il est toujours possible qu'un meilleur optimum nous échappe.

Nous illustrons le problème des bornes par un exemple trivial : une solution amenant à une résolution dix fois meilleure que la résolution demandée n'est pas dix fois préférable à une solution qui fournit exactement la résolution demandée. Après étude de diverses fonctions, une fonction basée sur une tangente hyperbolique a été retenue. On commence par définir des objectifs pour les performances partielles sous la forme de valeurs minimales Q_{min} et maximales Q_{max} . On définit ensuite la largeur de plage de performance significative : $\Delta Q = Q_{max} - Q_{min}$. Finalement un facteur de tolérance est utilisé η_{tol} (sa signification sera détaillée ultérieurement). Avec ces notations, la formule de pondération s'écrit :

$$Q_{pon} = \frac{100}{2} \cdot \left\{ 1 + th \left(\frac{\eta_{tol}}{\Delta Q} \cdot (2 \cdot Q - Q_{max} - Q_{min}) \right) \right\} \quad [\%] \quad (245)$$

Les raisons principales de ce choix sont les suivantes :

- ⇒ Cette fonction permet d'intégrer facilement les notions d'objectifs *minimum* et *maximum*;
- ⇒ Elle est totalement continue et continûment dérivable;
- ⇒ Elle est basée sur la fonction exponentielle, ce qui facilite les dérivations en les limitant à dériver l'exposant qui est une fonction simple de la performance partielle. Il est donc facile d'établir un gradient en vue de l'optimisation;
- ⇒ Le résultat est directement donné en % de l'objectif atteint.
- ⇒ Il n'est pas nécessaire de se soucier de savoir si l'optimum est un creux (prix) ou une bosse (rigidité). Il suffit de donner la meilleure valeur (Q_{max}) attendue et la plus mauvaise (Q_{min}).

L'exemple numérique suivant permet de visualiser l'allure générale de la courbe, et de donner une signification intuitive au facteur η_{tol} . On considère que la performance à pondérer est le prix, on estime qu'il est peu probable d'obtenir un prix inférieur à $Q_{max} = 500$ [CHF] (performance maximale attendue) et qu'un prix supérieur à $Q_{min} = 1'000$ [CHF] aboutirait à un échec commercial (performance minimale tolérable).

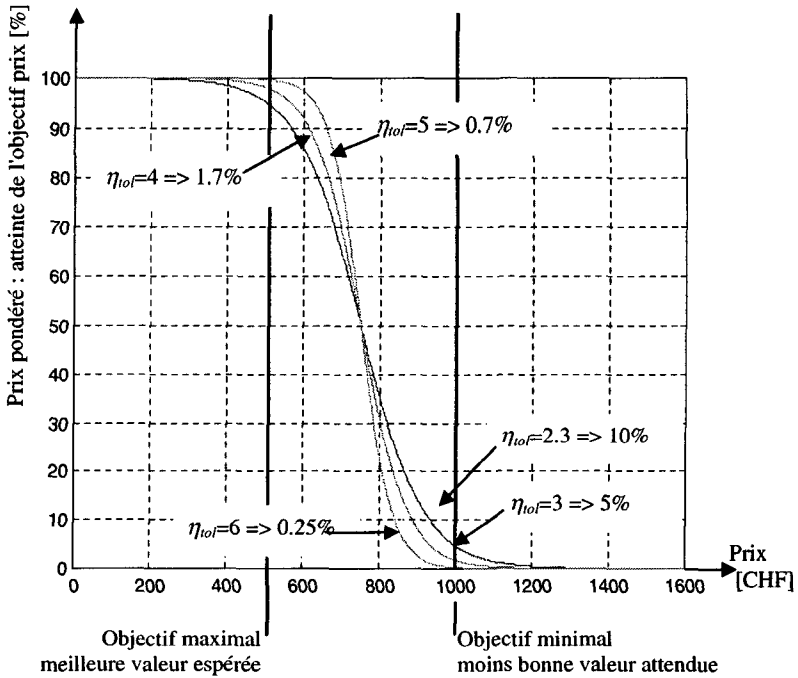


Figure 159 Fonction de pondération : exemple pour le prix
 $Q_{min}=1000$ [CHF] et $Q_{max}=500$ [CHF]
 Le paramètre η_{tot} : contrôle la transition.

Le facteur η_{tot} peut être utilisé pour définir à quel point l'objectif est atteint aux valeurs limites. Comme le montre la Figure 159, un facteur $\eta_{tot} = 2.3$ indique que pour les valeurs Q_{min} (et Q_{max}), l'objectif est atteint à 10 % (respectivement 90 %). Les pourcentages correspondants aux valeurs de η_{tot} sont indiqués sur la figure (la relation approximative suivante peut être utilisée si l'on considère une performance pondérée pour Q_{min} en-dessous 10 %: $\eta_{tot} \approx 4.2 \{Q_p(Q_{mi})\}^{-4/15}$).

Finalement, la performance globale est obtenue par produit des différentes fonctions de pondération des n performances partielles.

$$Q_{Tot} = \prod_n Q_{Pon}(Q_i \{r_1, r_2, \dots, Q_{min_i}, Q_{max_i}, \eta_{tot}\}) \quad [\%] \quad (246)$$

7.8 Algorithme d'évaluation de la performance

Toutes les équations nécessaires ont maintenant été décrites. La mise en œuvre et les tests (voir chapitre 8) font appel au logiciel Matlab. Un programme destiné aux tests (il ne comporte pas d'interface utilisateur) a été écrit. Les équations nécessaires sont utilisées séquentiellement par ce programme, en suivant les étapes suivantes :

- ⇒ Définition de l'ensemble des variables symboliques nécessaire;
- ⇒ Formulation des expressions symbolique des inerties et des rigidités des organes, selon équations du chapitre 6;
- ⇒ Calcul symbolique des éléments du schéma équivalent électrique, selon les équations du chapitre 4;
- ⇒ Calcul symbolique de la matrice d'impédance (fonctions de transfert de la chaîne cinématique complète), selon les équations du chapitre 4;
- ⇒ Evaluation symbolique de la plus petite fréquence propre selon les équations du chapitre 5;
- ⇒ Evaluation symbolique des performances partielles, selon les équations du chapitre 7;
- ⇒ Pour toutes les configurations d'organes :
 - Remplacement des constantes technologiques par les valeurs réelles;
 - Création des fichiers contenant les fonctions des performances partielles;
 - Recherche d'un optimum;
 - Mémorisation de cet optimum local;
- ⇒ Tri des optimums locaux dans l'ordre décroissant de performance.

Le remplacement des constantes technologiques par des valeurs numériques peut être fait à n'importe quelle étape. Les étapes suivant ce remplacement doivent être répétées pour toutes les combinaisons possibles d'organes. Il est donc intéressant de préparer symboliquement les équations, au moins jusqu'à un certain point. En effet, passé une certaine taille d'équations, le temps de remplacement peut excéder le temps d'évaluation symbolique.

Le programme a été testé au fur et à mesure de son écriture, et il s'est avéré que l'évaluation symbolique ne devait pas excéder l'étape de l'évaluation des performances partielles⁸⁹.

Comme tous les cas de figure découlant d'une méthode aussi complexe ne peuvent pas être testés, il faut prévoir que des résultats parasites puissent exister. Une vérification des solutions retenues s'impose donc avant toute décision et/ou réalisation. Ces vérifications peuvent être effectuées par des simulations⁹⁰ incluant alors tous les détails connus [33], [34].

On rappelle ici que le but de ce programme est de tester les résultats obtenus au moyen de la théorie développée jusqu'ici. Ce programme n'a donc pas été entièrement optimisé.

7.9 Conclusion du chapitre

Lors de processus de décision, il est fréquemment fait appel à des grilles de décisions dans lesquelles les critères sont notés et pondérés. On constate généralement que, malgré l'excellent formalisme de la méthode, il reste difficile de choisir. En effet, de petites variations sur les pondérations peuvent souvent faire basculer le choix.

Les résultats de performance globale auxquels cette thèse aboutit comportent eux aussi cette partie empirique difficile à contrôler. Cette constatation a priori gênante permet néanmoins de relativiser l'importance des imprécisions tolérées⁹¹ lors de l'établissement de certaines des approximations des performances partielles.

Mais quels sont les résultats ? C'est l'objet du chapitre suivant: le chapitre 8.

⁸⁹ Ce résultat n'est toutefois pas démontré et peut varier en fonction de divers paramètres comme par exemple une précompilation ou l'écriture du programme dans un autre langage.

⁹⁰ Les moyens de simulation sont nombreux et largement documentés.

⁹¹ Dans le but de simplifier le calcul (diminuer le nombre de calcul).

Troisième partie : Validation



8 RESULTATS PRATIQUES

8.1 Organisation du chapitre

Il n'est pas envisageable de tester le logiciel pour l'ensemble des cas de figure possibles. Il faut donc tester les éléments par partie et admettre que le résultat est satisfaisant si les parties fonctionnent indépendamment et que l'ensemble fonctionne dans quelques cas particuliers. On vérifie donc isolément des aspects aussi divers que les résultats liés au modèle électrique, les performances partielles, la théorie du plus petit zéro et le fonctionnement des opérations symboliques sous Matlab.

Suivant cette introduction, la section (8.2) est consacrée à la vérification de la théorie du plus petit zéro symbolique. Un résultat sous-jacent est une vérification de nombreux modules informatiques utilisés par la suite et réalisés dans l'environnement Matlab. Les aspects spécifiques à ce langage sont présentés succinctement dans l'annexe (G).

La théorie relative à la forme de l'accélération (pertes en fonction de la fréquence et algorithmes d'interpolation) est vérifiée pratiquement pour trois aspects. On vérifie l'impact sur la durée de vie à l'aide d'un organe particulier : un manipulateur dédié à la récupération de pièces (section 8.3.1). La démarche de test fonctionnel des algorithmes est présentée à la section 8.3.2 et finalement l'impact du contenu fréquentiel de la consigne d'accélération est mis en évidence à la section 8.3.3.

Dans le chapitre 5, une théorie est présentée selon laquelle la dépendance du couple en fonction de la vitesse a un impact sur le rapport optimal de réduction. Cette théorie est démontrée à l'aide d'un banc d'essais présenté à la section 8.4.

L'existence chez Tornos d'un parc de machines dédiées aux essais et sa relative disponibilité constituent un terrain privilégié pour confronter des résultats de modèles aux valeurs mesurées.

Le modèle de la rigidité indicielle est démontré à la section 8.5, en premier lieu pour des entraînements directs dans la section 8.5.1 et dans le cas d'un entraînement classique dans la section 8.5.2. Finalement, les valeurs théoriques de la première fréquence propre sont confrontées à des valeurs mesurées par analyse modale dans la section 8.5.3.

Le modèle électrique est utilisé indirectement dans les sections 8.5 et 8.6. Le cas d'utilisation dans la section 8.6 est présenté plus en détail dans l'annexe (I).

Un cas concret de recherche d'optimum en fonction d'un cahier des charges est disséqué et les constatations les plus intéressantes sont présentées dans la section 8.6.

Finalement, dans la section 8.7, une petite discussion est ouverte, portant sur l'accueil des résultats par les utilisateurs finaux.

8.2 Approximation de la plus petite racine

La méthode et les équations présentées au chapitre 5 permettent de diminuer confortablement la quantité de calculs nécessaire à la détermination de la plus petite racine d'un polynôme. Cette section démontre la méthode dans un cadre limité à son utilisation dans cette thèse. Cette section constitue également un support indirect pour le test de quelques spécificités informatiques du logiciel Matlab, spécificités qui seront largement utilisées par la suite.

8.2.1 Détermination du nombre de calculs

Dans le cas de la méthode originale proposée, il est facile de compter les opérations nécessaires. En effet, il s'agit simplement d'attribuer des valeurs aux paramètres d'une fonction analytique simple (112).

Par contre, sans la méthode proposée, il faut choisir parmi une kyrielle de méthodes et particularités dont les principales sont listées dans le Tableau 11.

Bairstow's Method	Halley's Method	Newton's Method
Bernoulli's Method	Inverse Quadratic Interpolation	Ridders' Method
Brent's Method	Isograph	Root Isolation
Broyden's Method	Jenkins-Traub Method	Schröder's Method
Crout's Method	Laguerre's Method	Schur Transform
Descartes' Sign Rule	Lambert's Method	Schur-Jabotinsky Theorem
Graeffe's Method	Lehmer-Schur Method	Secant Method
Hermite-Gauss Quadrature	Lin's Method	Sturm Chain
Horner's Method	Maehly's Procedure	Sturm Function
Householder's Method	Method of False Position	Sturm Theorem

Tableau 11 Méthodes, fonctions et théories pour la recherche de zéros selon [16].

Ces méthodes font toutes appel à des itérations et demandent un point de départ. Le résultat et le nombre d'itérations dépendent fortement du choix de ce point de départ qui est également un élément décisif quant à la convergence des procédés itératifs. On ne peut donc qu'estimer le nombre d'itérations nécessaires.

8.2.2 Résultats obtenus

La méthode a été développée pour accélérer le calcul de la fréquence propre de la chaîne cinématique. Dans le modèle utilisé ici, la fréquence propre est une racine d'un polynôme de degré 3 (en ω^2). Il existe donc aussi une voie analytique qui fournit 6 solutions qu'il faut encore trier pour extraire la plus petite racine (ou la plus grande selon le cas).

Un petit programme a été réalisé pour effectuer cette estimation. On trouvera des détails sur cette réalisation en annexe (G). En effectuant 1000 fois le calcul de la plus grande racine d'un tel polynôme et selon les 4 méthodes retenues (*roots* et *fzero* de Matlab, symboliquement et par la nouvelle méthode proposée), on trouve les valeurs suivantes :

Méthode :	Nbre d'opérations				Erreur en [%]	
	Moyenne	Écart type	Min	Max	Moyenne	Écart type
<i>Roots</i>	4572	973	2598	9022	1.5	0.09
<i>Fzero</i>	1273	144.9	824	1534	2.9	3.3
<i>Analytique</i>	1072	0.6	1070	1073	0	0
<i>Proposée</i>	26	0	26	26	1.6	1.1

Tableau 12 Résultats des tests

La méthode apporte une amélioration tout à fait notable : un gain moyen en opérations d'un facteur 41.2 par rapport à la meilleure des autres solutions.

Remarque sur le potentiel de la méthode

Pour des polynômes de degrés plus élevés, la méthode garde un intérêt potentiel que l'on a trouvé important de souligner ici. En particulier, pour des fonctions polynomiales, la méthode proposée est directement utilisable pour déterminer rapidement un point de départ correspondant à une valeur proche d'un pôle, ce qui assure une meilleure convergence.

Dans le cadre de cette thèse, on se limite à la démonstration pour le degré trois et, sans autre transition, on passe au sujet suivant : la forme des accélérations. Les développements relatifs à la génération de trajectoires optimales présentés à la section 5.3 ont trouvé diverses applications directes. Parmi celles-ci, un cas un peu particulier a permis de vérifier l'impact de la forme sur l'usure mécanique.

8.3 Essais relatifs à la forme de l'accélération

Les essais présentés dans cette section ont pour point commun la vérification des possibilités d'amélioration de l'entraînement par un contrôle adéquat de la forme de la consigne d'accélération.

8.3.1 Vérin rotatif

Dans certaines des machines Tornos de type Multi-Deco, la récupération de pièce se fait avec une pince déplacée à l'aide d'un vérin pneumatique spécial qui, en plus de son mouvement linéaire, effectue une rotation de 180° .

La rotation est assurée mécaniquement à l'aide d'une tige comportant une hélice.

Figure 160 Tige en hélice.
(tige du rotatif tournant)



Il s'avère que la géométrie exacte de cette hélice a un impact direct et important sur sa propre usure et donc sur sa durée de vie. Parmi les variantes testées, on en présente trois :

- ⇒ avec une accélération non contrôlée;
- ⇒ avec une accélération en sinus;
- ⇒ et finalement avec une accélération calculée selon l'algorithme proposé à la section 5.3 et basée sur la forme cosinusoidale donnée par la formule (59).

Conditions théoriques du test

On fait l'hypothèse que le mouvement linéaire du vérin est à vitesse constante, ce qui est certainement vrai pour la majorité de la course, car le vérin effectue déjà une longue course avant le début du mouvement tournant. Seule l'accélération angulaire du système provoque un petit ralentissement qui est négligé. Dans ce cas, on peut simplifier comme suit : la trajectoire est calculée en fonction de l'axe longitudinal z plutôt qu'en fonction du temps.

On a donc pour la position angulaire des $[rad]$, une pseudo-vitesse en $[rad/m]$, une pseudo-accélération en $[rad/m^2]$ et un jerk donné en $[rad/m^3]$.

Les formes de ces pseudo-accélération sinus et cosinusoidales sont données dans les figures suivantes :

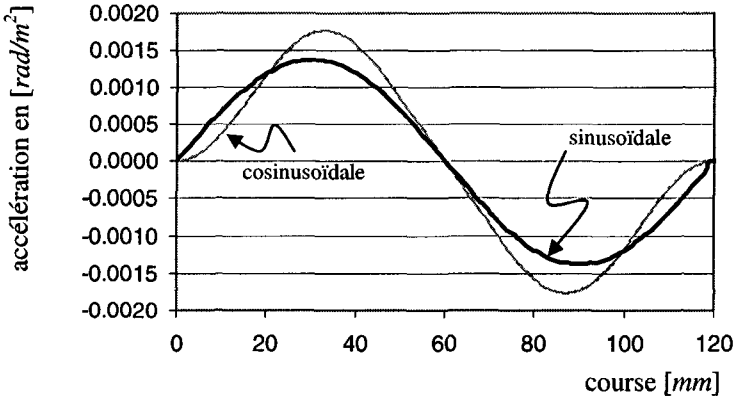


Figure 161 Forme des accélérations
(de forme : — sinusoïdale, - - - cosinusoidale)

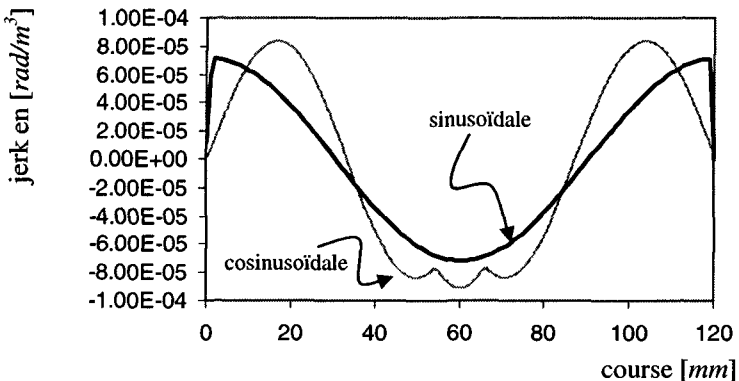


Figure 162 Forme des Jerk
(correspondant à des accélérations de forme :
— sinusoïdale, - - - cosinusoidale)

On constate une anomalie du jerk correspondant à l'intervention de la formule (72) liant l'accélération à la décélération dans l'algorithme utilisé (tel qu'il est présenté à la section 5.3).

Les valeurs d'accélération et de jerk ont des valeurs crêtes légèrement plus importantes dans le cas cosinusoidal que dans le cas sinusoidal. C'est toutefois au début du mouvement que les usures sont prépondérantes (voir Figure 163) et la discontinuité du jerk de la forme sinusoidale aux extrémités laisse présager une usure accentuée. Ceci se traduit également par un contenu fréquentiel moins étendu dans le cas de l'accélération de type cosinusoidal).

Conditions pratiques du test

Des vérins réalisés selon ces deux courbes particulières ont été installés sur un banc d'essais et pilotés par un automate programmable. Le temps de cycle (aller-pause-retour-pause) est de 4 secondes. L'essai se termine quand le bruit produit par le vérin devient "*inacceptable*". Ce critère est empirique, car le bruit n'a pas été mesuré. Il faut toutefois préciser que passé un certain temps, on constate un effet avalanche, c'est-à-dire que le bruit devient très rapidement très important et qu'il signale la fin de vie sans ambiguïté.

Les durées de vies constatées sont les suivantes :

- ⇒ Accélération non contrôlée : 100'000 cycles.
- ⇒ Accélération sinusoidale : 1'000'000 cycles.
- ⇒ Accélération cosinusoidale: 1'500'000 cycles

Une usure typique constatée sur la version sinusoidale est illustrée ici par la photo de la Figure 163.

Cet essai constitue donc une vérification pratique de l'impact que peut avoir le contrôle du jerk, et plus précisément de sa continuité, sur la durée de vie des systèmes mécaniques. On renonce à quantifier cet impact mais on citera encore l'expérience de la société Schaublin :

Fabricant de machine-outil et fabricant ses propres vis, Schaublin livrait une machine équipée à choix d'une commande numérique de marque A ou de marque B. Après un certains temps les pannes impliquant les vis sont devenues de plus en plus nombreuses. Après enquête approfondie, il s'est avéré que les pannes des vis des machines provenaient en grande majorité des machines équipées de la commande A.

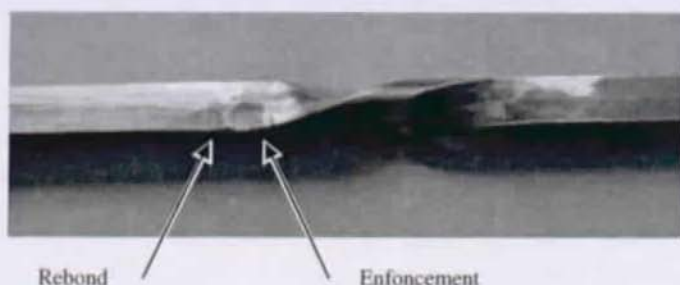


Figure 163 Exemple d'usure constatée
(dans le cas de l'accélération sinusoïdale)

La seule hypothèse susceptible d'expliquer ce cas réside dans la constatation que la commande *B* possède un contrôle du jerk, alors que la commande *A* en est dépourvue.

L'exemple du vérin a utilisé l'algorithme de la section 5.3 dans un cas très simple. La section suivante est consacrée aux cas d'utilisation plus complexes et est basée sur une étude en cours à l'École d'Ingénieurs de St-Imier.

8.3.2 Trajectoires complexes

Cette étude trouve son origine dans un mandat de réalisation d'un manipulateur ultra rapide dont une vue du modèle 3D réalisé sur CAO est donnée sur la Figure 164.

Ce manipulateur est constitué de deux moteurs linéaires pour les déplacements dans le plan horizontal et d'une motorisation classique pour les déplacements de la pince en hauteur. Les temps de déplacements obtenus avec des commandes classiques étant insuffisants, l'EISI s'est intéressée à appliquer l'algorithme proposé dans cette thèse. Le but de l'EISI est triple : réaliser un programme informatique mettant en œuvre les algorithmes, simuler directement sur la CAO le comportement dynamique du système et finalement réaliser l'ensemble pratiquement.

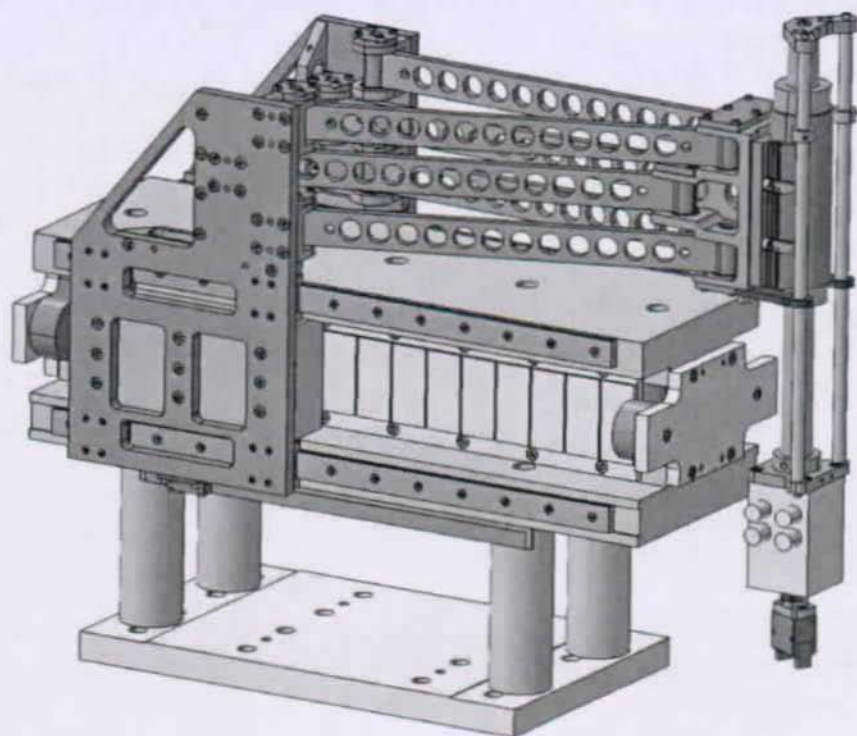


Figure 164 Manipulateur à grande dynamique
Développement à l'origine des tests de l'algorithme d'interpolation
réalisés à l'École d'Ingénieurs de St-Imier

Aujourd'hui, seul le programme informatique a été réalisé⁹². Il permet de vérifier le bon fonctionnement de l'algorithme et le gain de productivité apporté.

A titre indicatif, on donne ici un exemple de trajectoire (dans le plan vitesse en fonction de l'abscisse curviligne) calculé avec le programme de l'EISI. Cet exemple met en évidence la jonction douce entre les différents segments et le respect de la limite maximale d'accélération. Les autres résultats [48] sont rapidement trop spécialisés pour être présentés ici.

⁹² Il n'est toutefois encore qu'au stade de prototype, il reste à faire tout l'habillage (debug, interfaces, assertions, etc.)

La quantité d'innovation que cette machine recèle a impliqué la disponibilité d'un prototype pour de nombreux essais. Il existe donc une grande quantité de données que l'on peut confronter aux modèles de cette thèse. Cette section n'en présente qu'une facette.

Une vue extérieure de la machine est donnée ci-dessous pour fixer les ordres de grandeurs :

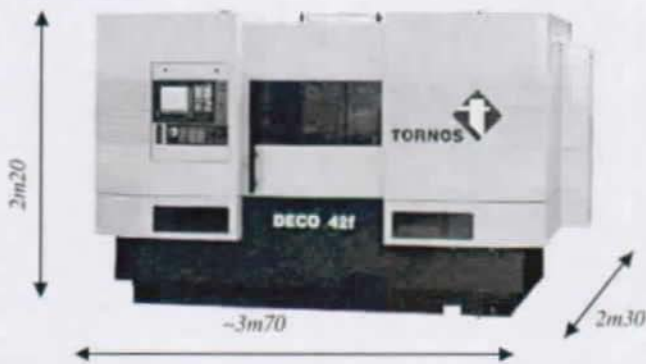


Figure 166 Aspect extérieur de la machine et indication de taille.

Comme il s'agit d'une "grosse" machine, les masses en mouvement sont importantes (plusieurs centaines de kilogrammes)

Pour assurer une bonne précision, les rigidités sont du même ordre que celles des machines de type DECO 13 ou DECO 20 ($1 \text{ à } 5 \text{ e}^8 \text{ [N/m]}$)

Les vitesses et les efforts d'usinage sont également grands.

Sans entrer dans les détails, on donne ci-dessous quelques indications pour situer le cadre des essais décrits dans cette section. Cette machine est plus ou moins constituée de deux machines symétriques assemblées face à face comme illustré sur la Figure 167. L'ensemble est monté sur un bâti unique posé au sol via 3 isolateurs (silentblocs). Cette configuration a de nombreux avantages dont les principaux sont la possibilité de terminer les pièces sans reprise et la possibilité de faire des usinages simultanés.

Il y a malheureusement aussi des désavantages. Les mouvements d'axes effectués d'un côté engendrent des vibrations qui sont partiellement transmises de l'autre côté par le bâti. Ceci provoque des perturbations qui détériorent l'état de surface des pièce usinées.

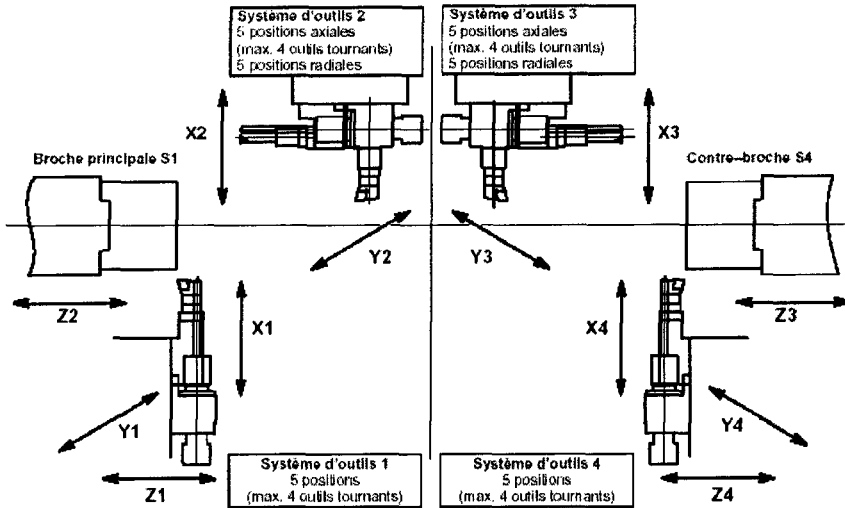


Figure 167 Vue schématique de la cinématique de la PF42.

Il est évidemment possible de dimensionner les silentblocs différemment, ou des amortisseurs supplémentaires ou encore de modifier la structure plus profondément. Avant de prendre de telles mesures, il était toutefois intéressant de vérifier le potentiel attendu du contrôle du jerk dans ce cas de figure.

Pour des raisons diverses, il n'était pas possible d'implanter rapidement l'algorithme de la section 5.3 dans le produit. Les essais ont donc du être effectués en modifiant l'existant pour se rapprocher de cet algorithme. La superposition des accélérations a du être abandonnée, ce qui signifie que les formes d'accélération sont toujours complètes sur chaque segment. Ce n'est pas optimum du point de vue productivité, mais le contrôle du jerk est assuré. Deux séries de pièces test ont été réalisées avec et sans contrôle du jerk⁹³. Sur les pièces, 12 portées sont usinées dans 12 conditions différentes (position de l'outil, vitesse, avance et présence d'un usinage simultané ou non).

⁹³ ... plus précisément du contenu fréquentiel des consignes.

L'état de surface des pièces est mesuré avec un rugosimètre⁹⁴ et après avoir fait la moyenne des mesures individuelles l'impact favorable de la nouvelle forme d'accélération est mis en évidence.

On donne ci-dessous le tracé de rugosité de la portée N° 9 de deux pièces prises au hasard dans les échantillons, l'une dans les pièces réalisées avec l'algorithme standard (sans contrôle du jerk) et l'autre réalisée avec l'algorithme modifié.

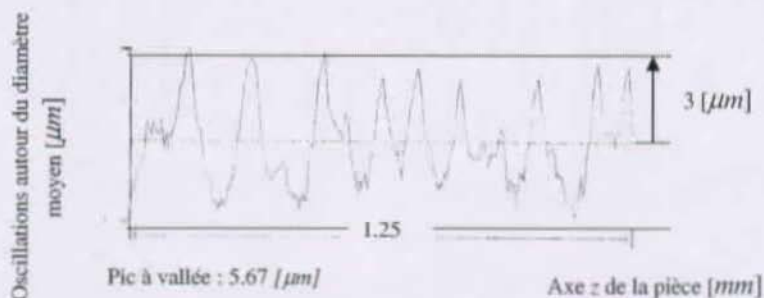


Figure 168 Tracés de rugosité sur pièce, sans contrôle de la forme de l'accélération.

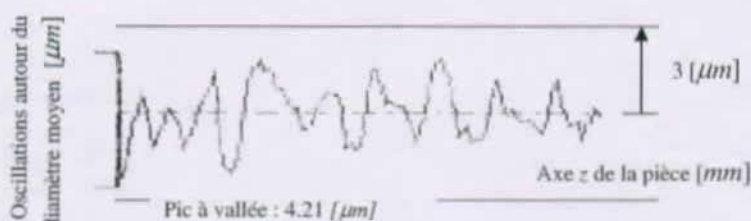


Figure 169 Tracés de rugosité sur pièce⁹⁵, avec contrôle de la forme de l'accélération.

Pris individuellement, ces tracés ne sont pas très parlants. Les résultats statistiques sont beaucoup plus significatifs.

⁹⁴ Taylor-Hobson

⁹⁵ Le graphique fourni par le rugosimètre a été retravaillé graphiquement pour avoir les mêmes échelles que sur la (165).

Un tableau comparatif des moyennes établies pour les deux groupes de pièces test permet d'affirmer que le contrôle de la forme des accélérations a un impact favorable important : Le contrôle adéquat de la forme de l'accélération permet de diminuer l'énergie indésirable transmise aux divers organes de la machine.

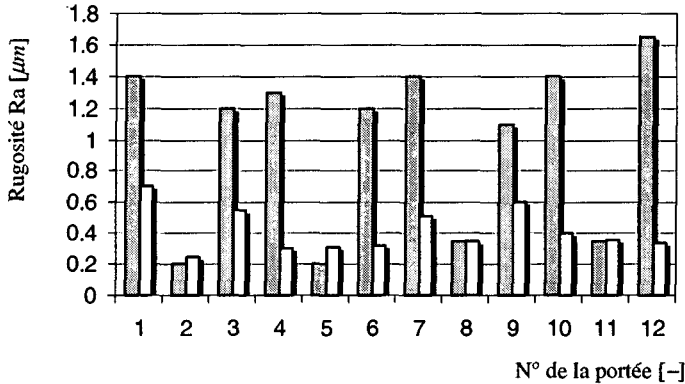


Figure 170 Comparaison des moyennes des mesures de rugosité.
 Mesures effectuées avec 12 conditions différentes (sur 12 portées)
 ▨ Accélération classiques (paraboliques)
 □ Nouvelle forme d'accélération (1-cos)

Les portées 1 à 6 ont été usinées sur la broche principale (voir la Figure 167) et les 6 suivantes sur la contre-broche. Les portées 2, 5, 8 et 11 sont des usinages *solitaires*, c'est-à-dire sans perturbation générée par le système vis-à-vis qui est à l'arrêt. Dans tous les autres cas (donc pour l'ensemble des cas défavorables), la rugosité a été nettement améliorée. Signalons encore que cette amélioration n'a nécessité qu'une petite modification⁹⁶ au niveau du logiciel de programmation TB-DECO, et n'a engendré aucune perte de productivité.

La section suivante enchaîne sur cette notion de productivité en relation avec la notion de rapport de réduction optimal.

⁹⁶ seulement 1 jour homme, y compris test et mise au point. Aucun matériel n'est à ajouter, le coût de cette amélioration est donc minime.

8.4 Banc d'essai rapport optimal

La théorie de la section 5.6 indique que la forme de la caractéristique de couple a un impact sur le choix du rapport de réduction. Pour démontrer cet impact, un cahier des charges a été établi et banc d'essai a été réalisé sous la forme d'un travail de diplôme à l'école d'Ingénieurs de St-Imier [27].

Ce banc se compose des éléments principaux suivants :

- ⇒ un moteur de type DC sans collecteur;
- ⇒ un capteur de position;
- ⇒ une électronique de commande, elle-même pilotée par un PC, ce qui permet de simuler la caractéristique de couple;
- ⇒ un arbre menant portant 2 poulies;
- ⇒ un arbre mené portant deux autres poulies;
- ⇒ une inertie additionnelle.

Cette configuration permet de changer le rapport de réduction sans modifier les inerties en présence. En effet, on peut placer la courroie en deux positions différentes, positions correspondant d'une part au rapport classique, et d'autre part au rapport optimal. On considère un moteur virtuel dont l'inertie est constituée par l'ensemble des inerties du moteur réel, de l'arbre et des poulies menantes. De la même manière, on considère une charge virtuelle comprenant l'inertie de l'arbre et des poulies menées ainsi que l'inertie additionnelle. De cette manière, il est possible de changer le rapport de réduction sans modifier les inerties en jeu.

Un moteur DC sans balais est utilisé. Son électronique de puissance et son capteur sont directement pilotés (respectivement lus) par un PC, ce qui permet de créer artificiellement une caractéristique de couple quelconque. Il est bien sur possible d'augmenter cette caractéristique d'une fonction équivalente aux frottements. Ces choix et la possibilité de varier l'inertie additionnelle rendent ce banc apte à vérifier une gamme étendue de configurations.

Une photographie du banc est donnée à la Figure 171.

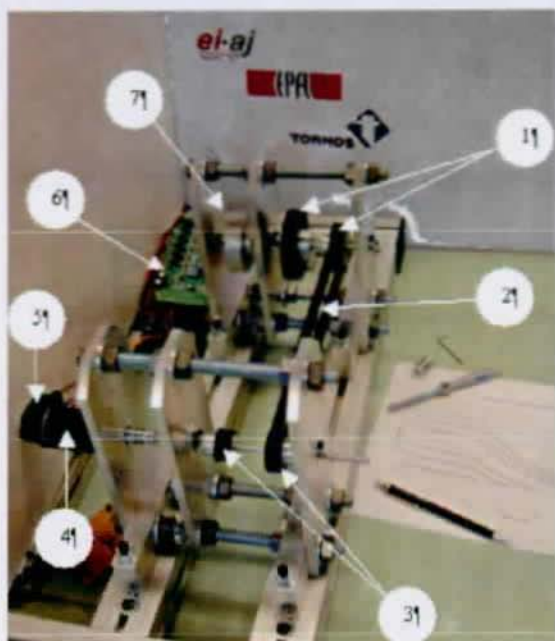


Figure 171

Banc d'essais du calcul du rapport optimal

- (1) Poulies menées (2) Courroie
- (3) Poulies menantes (4) Moteur
- (5) Capteur (6) Electronique
- (7) inertie additionnelle

Sans entrer dans le détail, nous pouvons dire que les essais effectués confirment la théorie de la section 5.6 dans le cas d'un moteur ayant un couple variable (par exemple constant dans une première plage de vitesses puis une puissance constante jusqu'à la vitesse finale).

Dans le cas général, les résultats amenés par le banc d'essais permettent d'affirmer que l'impact d'une caractéristique de couple non constante peut être important et que donc, pour généraliser le calcul de la performance en productivité, il est préférable d'abandonner l'hypothèse du couple constant.

Les graphiques de la Figure 172 présentent les résultats d'un essai réalisé avec le banc.

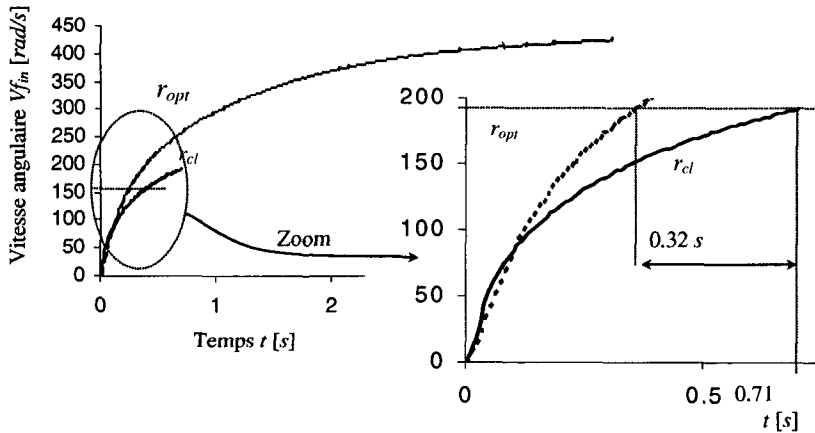


Figure 172

Comparaison de mise en vitesse selon deux méthodes

Rapport calculé selon la formule classique r_{cl}

et le rapport calculé selon la nouvelle méthode "optimale" r_{opt}

Les vitesses représentées ici s'entendent côté charge

Le plus surprenant est que les résultats dépassent les maximums prévus par la théorie, qui prévoyait au mieux une diminution du temps d'accélération d'un facteur 2. Un début d'explication a été trouvé : la présence de frottements visqueux accentuent l'effet de décroissance du couple avec la vitesse.

Remarques :

Le calcul du rapport de transmission optimal ne peut être fait en considérant un couple moteur constant que dans des cas particuliers, sous peine de ne pas atteindre la productivité optimale et de n'atteindre au pire que la moitié de cette productivité. Dans le cas général, il est donc important de passer par le calcul intermédiaire du temps de mise en vitesse. C'est l'optimisation de ce temps qui donnera un optimum local du (des) rapport(s) de réduction.

La productivité n'est pas le seul objectif recherché. Il faut donc s'intéresser à d'autres performances. La section suivante concerne la rigidité qui est primordiale en machine-outil.

8.5 Rigidité

Dans cette section, on vérifie les équations établies pour estimer la rigidité d'un entraînement en les confrontant à des cas pratiques. En premier lieu, on vérifie la rigidité indicielle d'un entraînement direct, ensuite seulement on vérifie les indicateurs de rigidité pour des entraînements composés. Pour ces cas là, la recherche du plus petit zéro est utilisée (sa rapidité a déjà été montrée, cet essai permet de démontrer son bon fonctionnement dans un cas pratique).

8.5.1 Mesures de rigidité indicielle

On cherche ici à vérifier la formule (206) d'estimation de la rigidité indicielle des moteurs. Pour cela, il faut appliquer une perturbation sous la forme d'un saut indiciel de force à un entraînement et ce du côté charge.

Dans la pratique, il est difficile d'appliquer une force de type indicielle sur un entraînement, et encore plus au sein d'une machine. Le but est de mettre en place un *système perturbateur* capable d'appliquer une force perturbatrice "*instantanément*" et de la maintenir à un niveau constant, ceci sans perturber le système en y ajoutant des inerties et rigidités parasites. Même en imaginant un banc d'essais dédié à cette mesure, une partie de l'inertie du *système perturbateur* reste associée à la charge. Pour s'affranchir de ces difficultés, on a recours à un artifice : l'entraînement est précontraint avec une force F_p , à l'aide d'un fil nylon (ou d'un filin pour les forces plus importantes) puis on coupe le fil. On a ainsi un saut de force côté charge qui est très rapide, l'amplitude de la perturbation est ensuite constante dans le temps ($-F_p$) et la seule perturbation résiduelle se limite au petit bout de fil restant attaché à la charge.

Tornos dispose d'un parc de simulateurs comprenant toute la partie commande de chaque machine, avec les amplificateurs et les moteurs. Les moteurs sont équipés de volants d'inerties permettant de simuler (grossièrement) la partie mécanique de la cinématique correspondante. Il était donc aisé de fixer des fil de nylon à ces volants, d'en fixer l'autre extrémité à une partie du bâti du simulateur et de précontraindre ce système en faisant tourner le moteur en mode manuel.

Parmi les mesures effectuées, on présente ici celles se rapportant à un simulateur Siemens : soit 5 mesures sur un moteur d'axe (DC sans collecteur) et les 5 suivantes sur un moteur de broche (asynchrone à cage). On donne en premier lieu les principales valeurs numériques et un graphique pour les expliciter. En annexe se trouvent des graphiques représentant l'évolution de la position pour les cas extrêmes.

Essai N°	M_p	Δx théorique (210)	Δx mesuré	k théorique (209)	k mesuré
0 (Z2)	10	0.00024	0.00020	1065.63	1247.02
1 (Z2)	25	0.00049	0.00048	1304.23	1328.66
2 (Z2)	50	0.00094	0.00096	1378.22	1341.58
3 (Z2)	75	0.0014	0.0015	1342.72	1297.57
4 (Z2)	100	0.0020	0.0019	1264.41	1327.38
5 (S1)	10	0.0046	0.0052	473.73	416.00
6 (S1)	25	0.011	0.012	477.38	428.80
7 (S1)	50	0.024	0.024	451.83	443.21
8 (S1)	75	0.039	0.035	417.94	463.42
9 (S1)	100	0.057	0.045	381.21	484.81
Unité	[%] de M_N	[rad]	[rad]	[Nm/rad]	[Nm/rad]

Tableau 13 Comparaison des valeurs théoriques et des valeurs mesurées. Essai sur simulateur Siemens

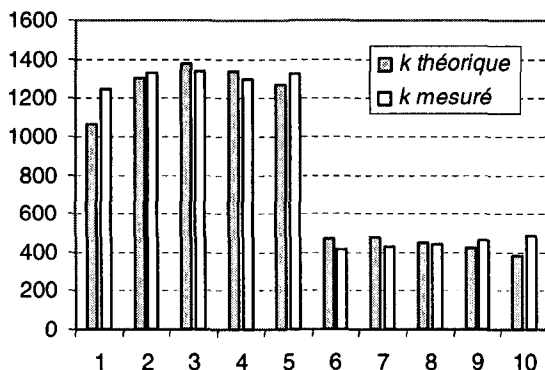


Figure 173 Comparaison des valeurs théoriques et des valeurs mesurées
Essai sur simulateur Siemens.

8.5.2 Rigidité indicielle de la PF42

La rigidité des axes $Y1$ et $Z2$ (voir Figure 167) a fait l'objet de diverses mesures, simulations et essais. Les caractéristiques techniques des axes sont présentées dans l'annexe (H) :

Des simulations ont été effectuées (avant la réalisation) pour vérifier les fréquences propres de ces axes ainsi que les rigidités dynamiques et indicielles [34]. Ces grandeurs ont été confirmées par la suite lors d'une étude modale partielle de la machine [26].

La première fréquence propre déterminée au moyen du modèle électrique proposé dans cette thèse est tout à fait conforme aux fréquences obtenues par simulation et par mesure. Sachant que, aux pertes* près, les équations sont identiques dans le modèle classique et dans le modèle électrique proposé, une divergence aurait été surprenante. Du fait que les pertes* sont négligeables, il s'agit uniquement d'un mode de représentation différent d'une même réalité, une autre façon de voir. Ces confirmations pratiques ont pour le moins permis l'élimination des erreurs qui s'étaient glissées dans le programme de détermination du plus petit zéro...

La rigidité indicielle a été mesurée, simulée et estimée au moyen de l'équation (209) .

On donne ici ces résultats pour l'axe $Y1$.

Source	Valeur	Unité
Simulation	$55 \cdot 10^6$	[N/m]
Estimation	$63 \cdot 10^6$	[N/m]
Mesure	$67 \cdot 10^6$	[N/m]

Tableau 14 Résultats comparatifs pour le $Y1$ de la PF 42.

* et non linéarités ...

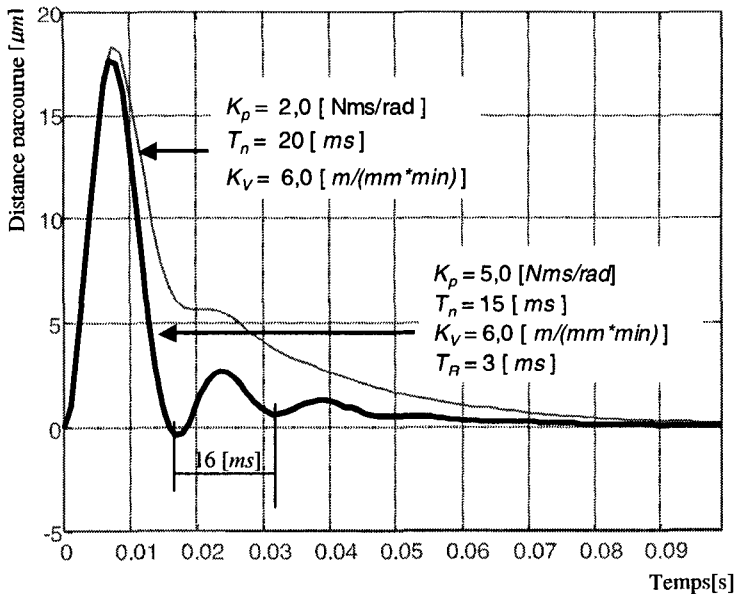


Figure 174 Réponse indicielle à une perturbation

Une perturbation de 1000 N indicielle est appliquée à la charge dans deux cas de réglages différents

- a) réglage "strong" en gras
- b) réglage "soft" en trait fin

Un cas de figure tiré de la simulation [34] est présenté ici, principalement pour démontrer une certaine robustesse vis à vis des paramètres de régulation. En effet, ces paramètres ayant été négligés pour l'établissement des formules (206) et (209), il est particulièrement intéressant de constater qu'ils n'ont effectivement qu'une influence mineure. Dans cet exemple, la rigidité indicielle est entre 55 et 57 10^6 [N/m] . C'est à priori une rigidité médiocre⁹⁷, mais cette valeur prise isolément n'a pas une très grande signification, en effet la rigidité indicielle dépend de beaucoup de paramètres, entre autre de la réserve de couple du moteur, il n'est donc pas possible de la formuler sous forme d'un nombre isolé. Ceci n'est qu'une vérification ponctuelle d'un modèle.

⁹⁷ Tomos vise des rigidités supérieures à $1 \cdot 10^8 \text{ [N/m]}$

Remarquons que la fréquence propre apparaît sur cette simulation, du moins pour le réglage dit *strong*. En particulier, on mesure un écart de 16 [ms] entre deux crêtes successives, ce qui correspond bien à la fréquence propre d'environ 65 [Hz] constatée par les autres biais.

Mesures sur la machine

Les mesures effectuées sur la machine (Figure 175) font appel à la même démarche que celle présentée à la section 8.5. Le fil nylon a été remplacé par un câble d'acier qu'il a fallu couper avec une cisaille, mais le principe est inchangé

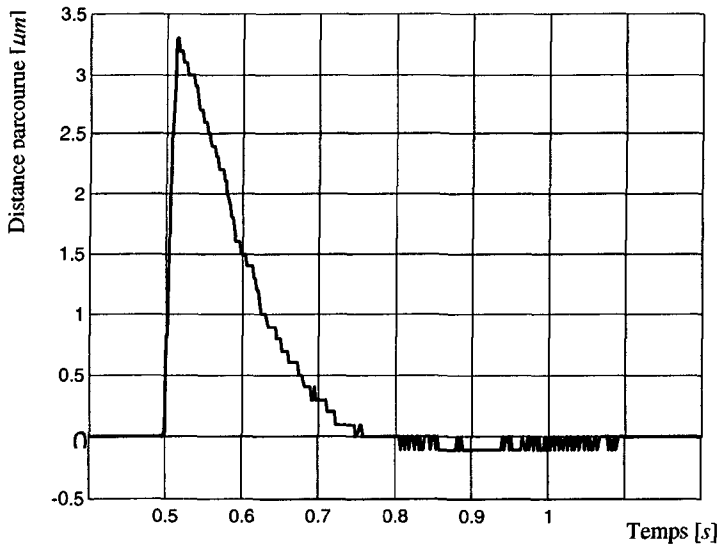


Figure 175 Exemple de réponse indicielle à une perturbation mesurée sur l'axe Y1 d'une PF42.

La perturbation est sensiblement plus faible⁹⁸ (726 [N]) que celle utilisée dans le cas de la Figure 174, mais le couple impulsionnel maximal est plus important que celui prévu dans la simulation, la réserve de couple est donc plus importante et la réaction est très rapide (sommet pointu). $M_p = 2.34$ [Nm] $M_{imp} = 52.5$ [Nm]

⁹⁸ $M_p = 2.34$ [Nm] mesurés côté moteur => 1470 [N] auxquels il faut retirer les frottements.

8.5.3 Axes d'une DECO 13

Une machine de type DECO 13 est dédiée a des essais prospectifs. Cette machine, confiée à l'institut TT-Novatech de St-Imier, fait l'objet de nombreux tests et a subi des mesures de toutes sortes. Il s'agit là également d'une source importante d'informations permettant de confronter les modèles de cette thèse à la réalité.

En particulier, deux travaux de diplômes, (précédés chacun d'un travail de semestre) ont été effectués dans le domaine de l'analyse modale (mesure, extraction des modes, modélisation et prédiction par éléments finis), [67] et [46]. Parmi les résultats obtenus, on trouve des mesures de rigidité dynamique de deux axes dont on connaît tous les paramètres. Voyons les données de ces axes, les résultats issus de l'acquisition vibratoire et ce que donnent les outils proposés par cette thèse.

Dans [67], S. Siegenthaler a extrait les rigidités dynamiques du système d'axes $X1 Y1$ ⁹⁹ en se basant sur des mesures vibratoires de la machine.

Pour les directions x et y , les graphiques de rigidité dynamique sont reproduits dans l'annexe (J) (Figure 213 et Figure 214).

S. Siegenthaler a réalisé ses mesures selon deux méthodes différentes :

- ⇒ Analyse modale (11 points de mesure et shaker)
- ⇒ Mesure à l'outil dans une direction privilégiée et excitation au marteau.

Il faut encore expliquer en deux mots la différence entre un mode dit rigide et un mode de structure. Le mode rigide correspond à un mouvement oscillatoire de l'ensemble qui se comporte comme si toutes les parties étaient liées entre elles de façon infiniment rigide. Les modes de structure correspondent eux à des mouvements relatifs entre les éléments. Un mode de structure peut être global ou local, selon que tout ou partie de la structure est concerné par la vibration.

⁹⁹ Ce système d'axe est présenté en annexe (H)

Dans le cas qui nous intéresse, l'entraînement électrique n'est qu'un élément (ou une partie d'un élément dans le cas d'un système x-y). Il est donc clair que les fréquences qui nous intéressent sont celles des modes de structure et celles-là seulement.

On reproduit ici le tableau des modes extraits de [67].

N° mode	Fréquence*	Amortissement**	Remarques
1	8	0.09 ... 0.1	mode de corps rigide ¹⁰⁰
2	12	0.06 ... 0.07	mode de corps rigide
3	25	0.06 ... 0.04	mode rigide vertical
4	50 ... 53	0.03	1 ^{er} mode de structure local
5	69	0.03	mode de structure local
6	88 ... 91	0.03 ... 0.04	mode de structure global
7	137	0.1 ... 0.09	mode de structure (torsion)
8	165 ... 162	0.04 ... 0.05	mode de structure (torsion)
	[Hz]	η [-]	

Tableau 15 Résultats de l'analyse modale de M. Siegenthaler.

Ces valeurs permettent de vérifier le faible amortissement réel tel que supposé dans le chapitre 4 lors de la réalisation du modèle électrique.

En introduisant les caractéristiques des axes x et y dans le modèle électrique, on trouve rapidement des fréquences propres de 51 Hz pour x1 et 55 Hz pour y1. Ces fréquences correspondent bien au premier mode de structure, et comme elles sont très proches, elles n'ont pas été différenciées lors de l'analyse modale.

Règles de construction

Dans son étude du broutement [47], J. Monnin mesure sur cette même DECO 13 des modes semblables. Il mesure pratiquement des broutements à des fréquences propres voisines de 160 Hz. La première fréquence propre mesurée et estimée ne serait-elle donc pas représentative de la performance en rigidité dynamique ? Il faut se souvenir que la partie mesurée est un système d'axes incluant deux entraînements électriques. Le mode N°8 correspond à l'oscillation du système et non pas des entraînements.

A quoi cela sert-il d'optimiser un entraînement si sa mise en œuvre annule tous les efforts ?

* La seconde valeur correspond à l'analyse modale quand il y a divergence entre les deux méthodes.

** l'amortissement est donné ici par η , le facteur de perte structurel (voir annexe (C))

¹⁰⁰ La structure entière se déplace.

Le mode 8 est clairement un mode de torsion autour d'un axe virtuel situé au centre des 4 patins du guidage de la plaque dans le sens Y (voir dessins en annexe (H)). C'est donc l'assemblage des différentes parties qui a dû être revu, indépendamment des entraînements. L'écartement entre les patins a été augmenté, le type de patin a été changé (ce qui a permis de doubler la rigidité sans changer l'encombrement).

Aussi longtemps que les systèmes d'axes restent suffisamment indépendants, des règles de constructions relativement simples permettent de combiner les axes sans créer de modes pénalisants. Par contre, ceci n'est plus vrai dès qu'il y a des couplages mutuels forts entre les entraînements (typique des structures parallèles).

Sensibilité

On a cherché l'élément le plus influent aussi bien sur la rigidité statique que sur la fréquence propre. En ce qui concerne la plus petite fréquence propre, on constate que, si tous les éléments sont dimensionnés "*juste*" (ni trop gros, ni trop petit), ils ont tous un impact équivalent. Par contre, dès qu'un élément est surdimensionné, il perd son impact (par exemple courroie très large) ou alors son impact devient prépondérant (*vis à bille trop grosse*). Du fait de la forme de l'équation de la rigidité statique totale (inverse de la somme des inverses) c'est la plus petite rigidité qui a la plus grande influence. Donc, ici aussi, des rigidités équivalentes diminuent la sensibilité.

A ce stade, les principales hypothèses utilisées pour l'optimisation (de la composition d'un entraînement électrique) ont été ponctuellement vérifiées. Il est donc temps de présenter un cas concret.

8.6 Optimisation

La statistique des mouvements (section 2.7) montre que la productivité des produits analysés ne dépend que très peu des entraînements électriques. La productivité peut être améliorée d'un maximum absolu de 14 % en passant des accélérations actuelles à des accélérations infinies. Du seul point de vue des entraînements électriques, il n'est donc pas raisonnable d'espérer beaucoup plus que quelques pourcents d'amélioration de la productivité et le prix de cette amélioration est vraisemblablement exorbitant.

Exemple d'un axe particulier : contre-broche multi-Deco

En détaillant les données de productivité disponibles pour l'ensemble du parc de machines, on constate néanmoins que, localement, certains entraînements d'axes ont un meilleur potentiel d'amélioration que l'ensemble des autres. C'est en particulier le cas pour les entraînements des axes d'avance des contres-broches des machines de type multibroches de la famille multi-DECO. Ces entraînements effectuent un mouvement en avance rapide qui peut représenter une part significative du temps de pièce [71]. La productivité totale est donc fortement dépendante de ce seul axe¹⁰¹. Il est donc tout à fait intéressant de choisir ici un entraînement très performant. Augmenter de plus de dix pourcent la productivité d'une machine dont le prix avoisine le million de francs peut évidemment impliquer un budget plus large (de quelques milliers de francs) pour l'entraînement concerné.

L'entraînement de la contre-broche des multi-DECO est donc un champ d'investigation très intéressant. C'est pourquoi il a été choisi pour tester nos modèles et les outils informatiques correspondants.

¹⁰¹ Il est important de relativiser ce point, il s'agit d'une tendance moyenne correspondant au marché d'aujourd'hui. En effet, dans certains cas d'utilisation, ce mouvement est même totalement en-dehors du chemin critique.

8.6.1 Analyse pas à pas

Les effets des paramètres variables (rapports de réduction, vitesse rapide, ...) sont noyés dans les différentes performances partielles qui elles-mêmes sont mélangées dans la performance globale. Sortir un résultat tel quel n'est pas du tout satisfaisant. Cette constatation pratique implique une analyse pas à pas.

Dans cette section, les performances les plus intéressantes sont analysées indépendamment. En premier lieu, on va s'intéresser à la productivité dans deux cas de figure :

- ⇒ Motorisation classique semblable à l'actuelle;
- ⇒ Entraînement direct.

Ensuite, le prix est pris en compte, puis les aspects rigidité sont survolés et finalement les questions de durée de vie.

Il faut souligner que les résultats présentés ne sont valables que pour le cas particulier du cahier des charges donné pour cette application particulière. Il ne s'agit donc que d'un test ponctuel. Il n'est pas possible de généraliser les constatations faites dans ce cadre restreint.

Remarque :

L'utilisation du logiciel TB-DECO[®] permet de connaître précisément la nature des mouvements du produit actuel. Il permet également de tester les performances de variantes de cet entraînement, simplement en introduisant des paramètres correspondants dans une base de donnée machine fictive. Ceci permet de vérifier la vraisemblance des résultats de l'optimisation.

Les données techniques correspondant à l'entraînement actuel de l'axe de la contre broche sont fournies dans l'annexe (I). Les objectifs de performance sont extraits d'une étude interne de la productivité de cette machine [71].

8.6.2 Productivité entraînement classique

Pour des raisons de clarté, on se limite à présenter des cas de motorisation à couple constant. On néglige les limitations dues à la dynamique et on considère que tous les usinages sont réalisés à la même vitesse.

On considère deux temps distincts :

- ⇒ le temps moyen de mise en vitesse pour les mouvements d'usinage;
- ⇒ et le temps des mouvements à avance rapide.

On commence par considérer indépendamment la variation de ces temps en fonction des paramètres variables. Quelques graphiques aideront à comprendre les comportements et à visualiser les limites (section 7.6).

Ensuite seulement, les deux temps sont pondérés selon leur taux d'utilisation, puis additionnés. Un décalage de l'optimum est mis en évidence, selon qu'il corresponde à une performance partielle ou à une performance combinée.

Mouvements d'usinage

Le temps de mise en vitesse, pour une vitesse v_{usi} donnée est alors :

$$t(v_{usi}) = \frac{v_{usi}}{a} \quad (247)$$

Etant entendu que l'accélération a est donnée côté charge et qu'elle dépend des paramètres variables et des constantes technologiques :

$$a = a(r_1, r_2, \dots, M_{adm}, \dots, \lambda_{l,moteur}, \lambda_{l,redacteur}, \dots)$$

Pour les mouvements d'usinage, on a donc un temps moyen de mise en vitesse $t_{MoyAccUsi}$ qui est déterminé en fonction de la moyenne pondérée des vitesses d'usinage : v_{MPU}

$$t_{MoyAccUsi} = \frac{v_{MPU}}{a} \quad (248)$$

Avec les constantes technologiques des éléments utilisés (moteur Fanuc, poulies et courroies crantées Synchroflex, vis-à-billes Steinmeyer) et en maintenant le limiteur de couple (qui a lui seul implique une très grande inertie), le temps de mise en vitesse¹⁰² est calculé selon (128)¹⁰³ et présenté sur le graphique de la Figure 176 :

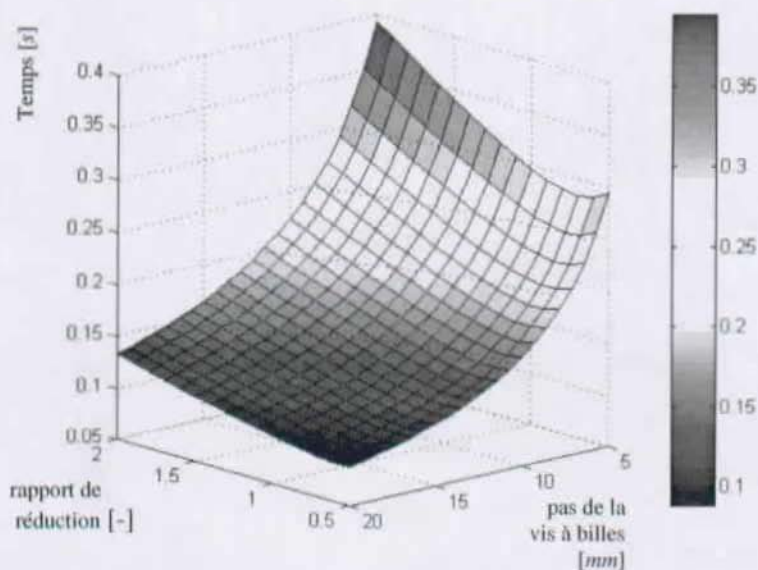


Figure 176 Temps de mise en vitesse en fonction des rapports de réduction. Caractéristique correspondant à un couple d'accélération donné et représentant une relation pour un ensemble de technologies.

Sans autre indication, ce graphique indique que le meilleur temps est obtenu pour un petit rapport de réduction et un pas de vis très grand. Il faut toutefois se souvenir que cette courbe de surface correspond à une famille de moteurs. Cela signifie qu'il faut encore considérer les limites correspondant aux différents moteurs réels. Une limite importante est fixée par la force que l'entraînement doit pouvoir délivrer (M_{usi}). Cette limite (4000 [N] dans cet exemple) est présentée sur la Figure 177 pour 4 moteurs de la famille considérée.

¹⁰² ... pour la plus grande vitesse d'usinage demandée, soit 10 [m/min].

¹⁰³ ... avec les rendements à 1 par souci de clarté.

On y constate que pour un moteur donné (par exemple un $\alpha M6$), le temps minimal que l'on peut obtenir est sur une ligne partant d'un rapport de réduction de 0.6 pour un pas de 5 et allant jusqu'à un rapport de 2 pour un pas de 18. On peut montrer que ce dernier point correspond également à un minimum (du moins tant que l'on ne se soucie pas des autres limites).

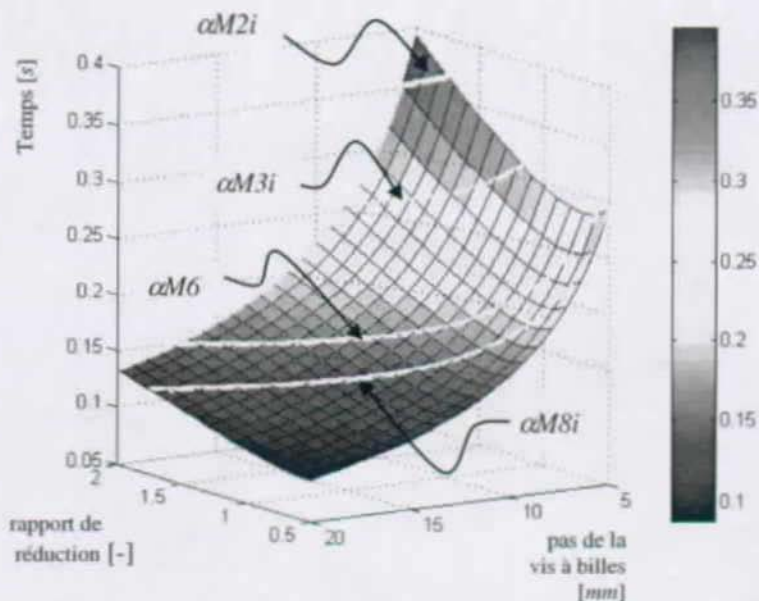


Figure 177 Temps de mise en vitesse en fonction des rapports de réduction et caractéristiques limites pour des moteurs disponibles

Avant d'affiner le calcul de la productivité, on profite de cette représentation simplifiée¹⁰⁴ pour illustrer le concept de fonction de pondération introduite à la section 7.7.1.

ATTENTION ! La fonction de pondération inverse la courbe : la meilleure performance correspond au plus petit temps.

¹⁰⁴ A cause de l'hypothèse du couple constant, les temps de mise en vitesse ne correspondent pas exactement à ceux constatés sur la machine. En effet, cette hypothèse ne permet pas de prendre en compte la forme de l'accélération (voir section 7.3.4), les calculs sont effectués pour des accélérations simplifiées de forme carrée.

Pour garder une bonne lisibilité de la figure, il a fallu inverser l'axe correspondant au pas de la vis.

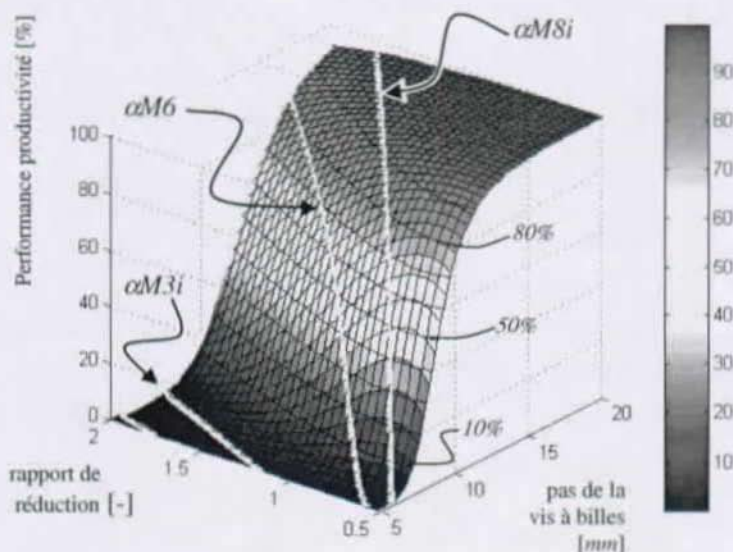


Figure 178 Performance de productivité (Temps de mise en vitesse) en fonction des rapports de réduction et caractéristiques limites pour les moteurs de la famille considérée (Fanuc).

La Figure 178 présente une courbe de surface correspondant à la performance en productivité en [%] avec comme objectif un temps maximal moyen de mise en vitesse (correspondant à la performance minimale) de 0.25 [s], un temps minimal moyen de mise en vitesse de 0.1 [s] et un facteur de tolérance de 2.3.

Sur cette représentation pondérée, il apparaît très clairement que l'objectif ne peut être atteint à 100 % qu'avec un moteur de type $\alpha M8i$ (parmi ceux considérés). Un objectif de productivité n'est atteint à 50 % que par deux types de moteurs, $\alpha M8i$ et $\alpha M6i$. La motorisation actuelle $\alpha M3i$ n'atteint même pas le 10 % de l'objectif arbitraire utilisé dans cet exemple.

Mouvements dits rapides

Avant de passer à d'autres performances, le cas de la productivité est étendu à l'utilisation d'un degré de liberté supplémentaire : la vitesse dite rapide, notion introduite aux sections 2.7.7 et 7.3.4.

Changement du point de vue

De la Figure 176 à la Figure 178, il apparaît que le rapport de réduction le plus grand (ici limité à 2) correspond à la meilleure performance. On a vérifié que cette constatation reste vraie pour le calcul du temps moyen total (mises en vitesse et déplacements à vitesse rapide). Dans les exemples suivants, on fixe le rapport de réduction à 2, et on introduit cet autre paramètre variable : la vitesse d'avance rapide v_{100} .

Pour une question de clarté, la course disponible Δx_{100} est admise suffisante pour que la vitesse rapide soit toujours atteinte.

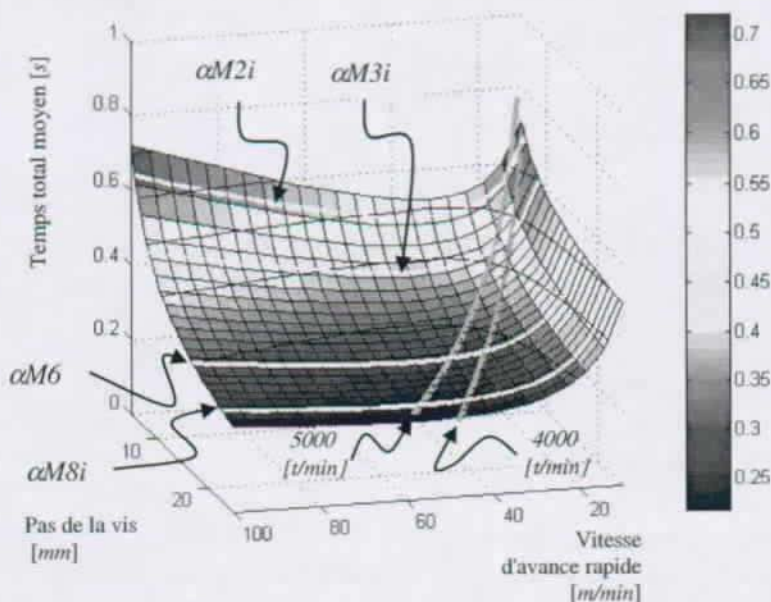


Figure 179 Temps total moyen en fonction du pas de la vis et de la limite de vitesse rapide

Limites de force disponible pour différents moteurs
& limites de vitesse pour les moteurs correspondants.

Naturellement, le temps moyen total est un peu plus élevé que pour les mises en vitesse d'usinage seules. Jusqu'à une vitesse donnée, le temps diminue avec la vitesse, mais ensuite, il remonte lentement. La Figure 179 met ce comportement en évidence. On y constate que le phénomène est plus prononcé (et pour des vitesses plus basses) pour de petits pas de vis que pour les grands pas.

Les limites correspondant aux vitesses maximales données par le fabricant des moteurs sont également représentées. La partie de la surface située à gauche de ces courbes correspond à des vitesses dépassant les possibilités du moteur correspondant (seul le $\alpha M8i$ a une vitesse limitée à 4000 [t/min], les trois autres peuvent aller jusqu'à 5000 [t/min]).

Ajout d'une performance : le prix

Selon le modèle établi à la section 6.3.2, les prix vont évoluer proportionnellement au couple nominal. Sur la Figure 179, la signature des différents moteurs est donnée par les courbes représentant les limites de couple de chaque moteur. Il est dès lors évident que les moteurs à l'avant (grands pas de vis) de cette Figure 179 seront plus coûteux que les moteurs à l'arrière (petits pas de vis).

On sent donc que le mélange du critère de temps et celui du prix va créer un optimum quelque part là au milieu. C'est ici que les fonctions de pondération trouvent toute leur utilité.

La Figure 180 et la Figure 181 donnent une performance mixte prix et productivité. L'importance fondamentale des pondérations apparaît immédiatement. En effet, la sensibilité de la position de l'optimum par rapport aux facteurs de pondération peut être grande.

Ce phénomène n'est pas nouveau. Il est bien connu de tous ceux qui ont un jour utilisé un procédé dit méthodique de décision. Quand la méthode ne donne pas la décision attendue, on cherche spontanément à modifier certains facteurs pour essayer d'obtenir une convergence vers la décision espérée. En comparant l'optimum de la Figure 180 (performance de seulement 30 % de l'objectif) à celui de la Figure 181 (performance de 80 % de l'objectif), il faut se souvenir que c'est le cahier des charges qui a changé¹⁰⁵.

¹⁰⁵ On a donc trouvé des objectifs mieux adaptés à un entraînement existant. Cette démarche correspond à la recherche du meilleur cas d'utilisation pour un ensemble de produits.

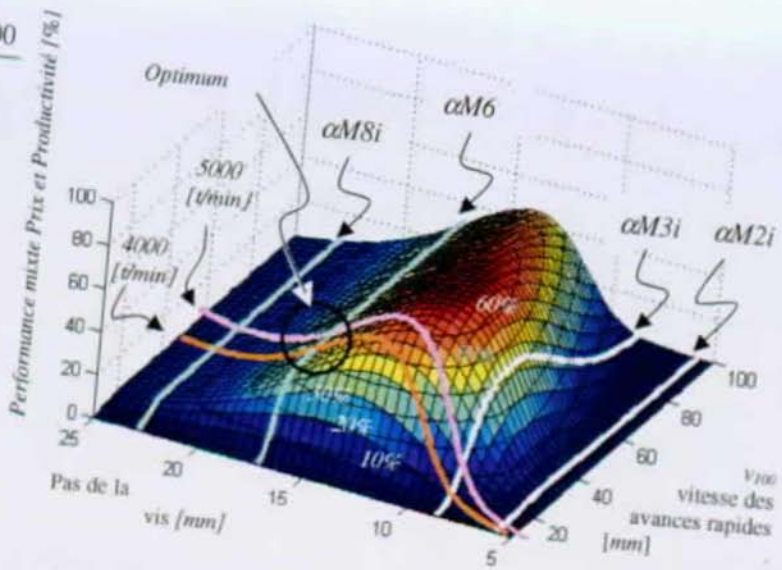


Figure 180 Performance composée prix et productivité

Pour les deux performances, on utilise $\eta_{tot} = 2.3 [-]$ performance productivité : min = 0.25 max = 0.5 [s] performance prix : min = 1000 max = 5000 [CHF]

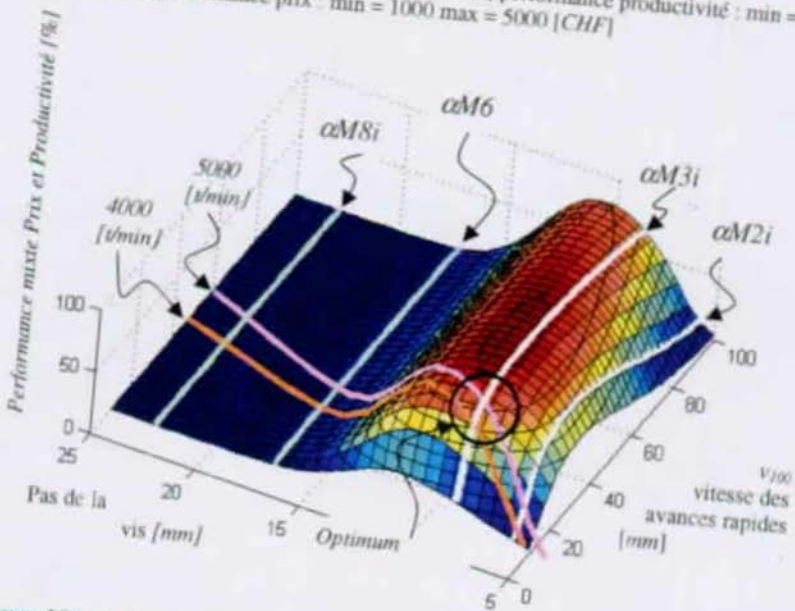


Figure 181 Performance composée prix et productivité

Pour les deux performances on utilise $\eta_{tot} = 2.3 [-]$ performance productivité : min = 0.25 max = 0.8 [s] performance prix : min = 2000 max = 3500 [CHF]

Si la performance globale est voisine de zéro, cela signifie que la performance attendue (facteurs de la fonction de pondération) n'est pas réalisable. Dans ce cas, il faut soit abandonner le produit que l'on souhaitait réaliser, ou assouplir les exigences. Si elle est proche de 100 %, on peut alors affiner les modèles pour un ensemble restreint d'organes et trouver un optimum avec encore plus de précision.

Un autre point mis en évidence ici est que l'optimum se situe presque toujours sur une des limites du système. Dans l'exemple simplifié ci-dessus, c'est la limite de vitesse du moteur qui est prédominante. Un moteur de conception similaire avec un couple nominal de 4.5 [Nm] permettrait une nette amélioration de la performance. Si, en plus, il était possible d'atteindre des vitesses de 6000 ou 7000 [t/min], l'optimum absolu serait atteint. Pour cela, des modifications du moteur et de l'électronique seraient nécessaires.

Dans certains cas, en particulier si la mesure de position n'est réalisée que sur le moteur, la résolution côté charge va être liée à la résolution côté moteur ET aux rapports de réduction. Cet aspect introduit une limite supplémentaire sur laquelle l'optimum se trouve fréquemment. Pour des raisons similaires, la vitesse maximale côté charge est fonction à la fois de la vitesse maximale de l'organe de mesure et des rapports de réduction (voir annexe (D)). C'est un exemple d'une autre limite susceptible de porter l'optimum.

Remarquons que, de ce fait, il reste un potentiel d'amélioration important dans la conception des moteurs de leur alimentation et des organes de mesure.

8.6.3 Productivité entraînement direct

Les paramètres variables relatifs aux réductions n'existent plus dans ce contexte. La question du refroidissement que l'on n'a même pas abordée dans le cas de l'entraînement classique devient cruciale pour l'entraînement direct. En effet, pour atteindre les forces demandées, la taille des moteurs non refroidis est souvent trop importante. Pratiquement, cette prise en compte se fait par le biais des constantes technologiques. Dans la famille des moteurs refroidis, les constantes technologiques du prix englobent le prix du refroidissement.

Le prix englobe également l'organe de mesure linéaire externe qui est lié à la rigidité par le biais de la résolution.

Pour une combinaison donnée, les seuls degrés de liberté restant sont l'accélération (qui a un impact sur la productivité, la rigidité et le prix) et la vitesse d'avance rapide.

Dans le cas particulier des axes d'une multibroche chez Tornos, le choix du moteur est limité aux produits Fanuc, de par la commande numérique utilisée. La base de données moteurs est donc réduite à une gamme comprenant 8 moteurs et les 5 premiers sont éliminés lors du processus d'élagage de l'arbre des possibilités (vois annexe (G)), la force d'usinage de 4'000 [N] demandée est effectivement "*grande*". Le premier moteur retenu est un 6000B/4 qui peut fournir 6'000 [N] en pointe, mais seulement 2'400 en continu et refroidi à l'eau. En utilisation intermittente, on peut fournir les 4'000 [N] nécessaires à l'usinage, mais le couple restant pour la régulation n'est déjà plus que de 2'000 [N], ce qui peut induire une rigidité insuffisante si les perturbations sont importantes¹⁰⁶. Ceci explique que la meilleure solution retenue pour la configuration à entraînement direct est celle faisant intervenir un moteur de type 9000B/4 pour un prix qui est 4 fois supérieur à la solution classique. Point de vue dimensions, comparé à la solution actuelle, ce moteur est un monstre (taille de la partie mobile : 537 × 210 × 36 [mm] !).

En intégrant d'autres fabricant dans la base de donnée, (sans tenir compte de ce que cela implique sur la commande) on constate rapidement que le prix de l'entraînement direct est dans tous les cas supérieur à celui des solutions classiques. Mais cette constatation peut être nuancée en considérant d'autres performances :

8.6.4 Autres performances

rigidité

La position de l'optimum ne varie que peu en fonction des rapports de réduction, de la vitesse d'avance rapide et du rapport d'accélération. Comme la rigidité est proportionnelle à l'inertie¹⁰⁷ (209), le rapport de réduction le plus grand (le pas de la vis étant largement prépondérant) reste le meilleur du point de vue rigidité, du moins tant que les facteurs de longévité λ_A utilisés dans (232) restent inférieurs à environ 8.

¹⁰⁶ Par exemple lors d'une opération de fraisage, la force de perturbation peut avoir le même ordre de grandeur que la force de coupe, voire même être plus grande dans certains cas particuliers.

¹⁰⁷ Ou au rapport de l'inertie moteur par l'inertie de charge rapportée quand T_{mec} et T_{reg} sont négligeables

Pour des facteurs de longévité plus grands, l'optimum se déplace et il n'est plus possible de donner une règle à priori quant à sa position dans l'espace des paramètres variables. Les éléments étant plus résistants, le prix de l'ensemble augmente rapidement.

Finalement, pour des facteurs de longévité¹⁰⁸ de l'ordre de 30, le prix de la solution classique rejoint le prix de l'entraînement direct. Ce qui rejoint le sentiment général selon lequel l'argument commercial principal des entraînements directs est sa fiabilité, liée à un minimum de composants mécaniques.

¹⁰⁸ Appliqué ici seulement à la vis, pour une durée de vie théorique 3 fois plus grande.

8.7 Conclusions du chapitre

8.7.1 Critique des résultats

Commençons par exprimer une certaine frustration. Nous disposons d'un outil permettant de donner le palmarès des entraînements électriques pour un cahier des charges donné mais ce résultat isolé ne satisfait pas.

Face à un résultat, par exemple un palmarès $\{D, C, F, A, \dots\}$, l'utilisateur veut encore comprendre pourquoi la configuration C passe après la configuration D etc. On cherche alors à changer le hit-parade des configurations en modifiant tel ou tel objectif dans le cahier des charges, mais il y a tellement de facteurs en jeu que l'on ne parvient pas à exprimer la moindre règle "simple". Malgré l'existence d'un outil performant, l'utilisateur reste sur sa faim. L'utilisateur suggère bien des améliorations, mais elles sont de nature contradictoire. Une amélioration réalisée n'amène que rarement la satisfaction recherchée.

Paradoxe

Il y a un là un paradoxe. Il naît de la complexité des relations liant le cahier des charges à la performance. Si ces relations étaient simples, le besoins d'un outil d'optimisation n'aurait jamais vu le jour. La question est alors de savoir pourquoi un outil d'optimisation est développé. Est-ce pour trouver l'optimum ? C'est ce que l'on croyait, mais face aux réactions des utilisateurs, la réponse doit être nuancée.

En fait, aucun utilisateur ne parvient à se contenter d'une solution donnée telle quelle. Il veut instinctivement comprendre pourquoi, connaître l'impact d'un petit changement dans le cahier des charges (étude de sensibilité) et/ou faire des essais (simulations). L'utilisateur veut saisir, appréhender, comprendre ou simplement ressentir le lien qui existe forcément entre le cahier des charges et la solution. C'est justement parce que cette relation est insaisissable qu'un outil d'optimisation est développé.

Analyse

Il est probable que ce que l'utilisateur souhaite n'a pas été convenablement identifié: il ne veut pas un outil qui lui donne la meilleure solution, il veut trouver la meilleure solution "*par lui-même*" et comprendre pourquoi elle est la meilleure.

En fait, l'humain est naturellement destabilisé dans un environnement imprévisible. Il a besoin de pouvoir modéliser son environnement. Un outil d'optimisation ne permet pas (ou alors très localement) de rendre simples des relations qui sont complexes. Pour combler ce besoin, il se rattache à des considérations impalpables "*tel concurrent utilise tel type de moteur*" qui rendent encore plus difficile l'acceptation d'un outil d'optimisation.

Un outil d'optimisation est une réponse technique à un problème technique, mais n'apporte aucun réconfort face au sentiment de dépossession ou de frustration. Ce sont d'ailleurs ces considérations qui sont à l'origine de la forme retenue pour la présentation de l'analyse d'optimum de la section 8.6.

Suggestion

Pour répondre au besoin, composé d'une partie technique et d'une part émotive, un outil d'optimisation doit être accompagné d'une interface utilisateur dont l'importance dépasse probablement la simple optimisation. C'est un point fondamental.

8.7.2 Strictement techniquement

Les corrélations entre les mesures effectuées sur les machines et prototypes, les simulations disponibles et les modèles utilisés dans cette thèse sont en général bonnes. Les tests n'ayant été effectués que ponctuellement, il faut toutefois être conscient que les limites du modèle ne sont pas toutes connues. Seules les limites imposées par les diverses hypothèses le sont. Il est donc absolument nécessaire de confirmer un résultat au moins par une simulation.

9 CONCLUSION

Commençons par quelques mots quant à l'approche particulière de cette thèse. Plutôt que d'approfondir une théorie spécialisée, cette thèse se veut généraliste. On cherche une vision d'ensemble, cohérente, couvrant un ensemble de technologies et exempt de "terra incognita".

L'entraînement électrique est considéré dans sa globalité : de la génération des consignes au mouvement final, en passant par l'électronique de puissance, le moteur, la cinématique, la mesure, la régulation et l'environnement, sans oublier les interactions parfois surprenantes entre ces acteurs. Cette approche "*horizontale*" demande une constante attention pour trouver le juste compromis entre les opposés : "*étude trop détaillée*" et "*simplification abusive*".

Caractérisation

Cette approche a engendré une base solide pour la discussion entre spécialistes des différentes branches : électronique de puissance, informatique, moteurs électriques, mécanique et automatique. Les principales contraintes liant les différents organes sont mises en évidence. En particulier, un grand potentiel d'amélioration existant au niveau de la génération des consignes est développé et utilisé. La forme des consignes a un impact sur la caractéristique "*d'utilisation du couple*" du moteur. On démontre que l'hypothèse de la caractéristique de couple constant est excessivement simplificatrice dans ce contexte. Dans ces conditions, l'établissement d'une statistique des mouvements devient primordial. La forme des consignes est elle-même liée au comportement dynamique de l'entraînement, ce comportement est à son tour dépendant de la cinématique et de l'environnement.

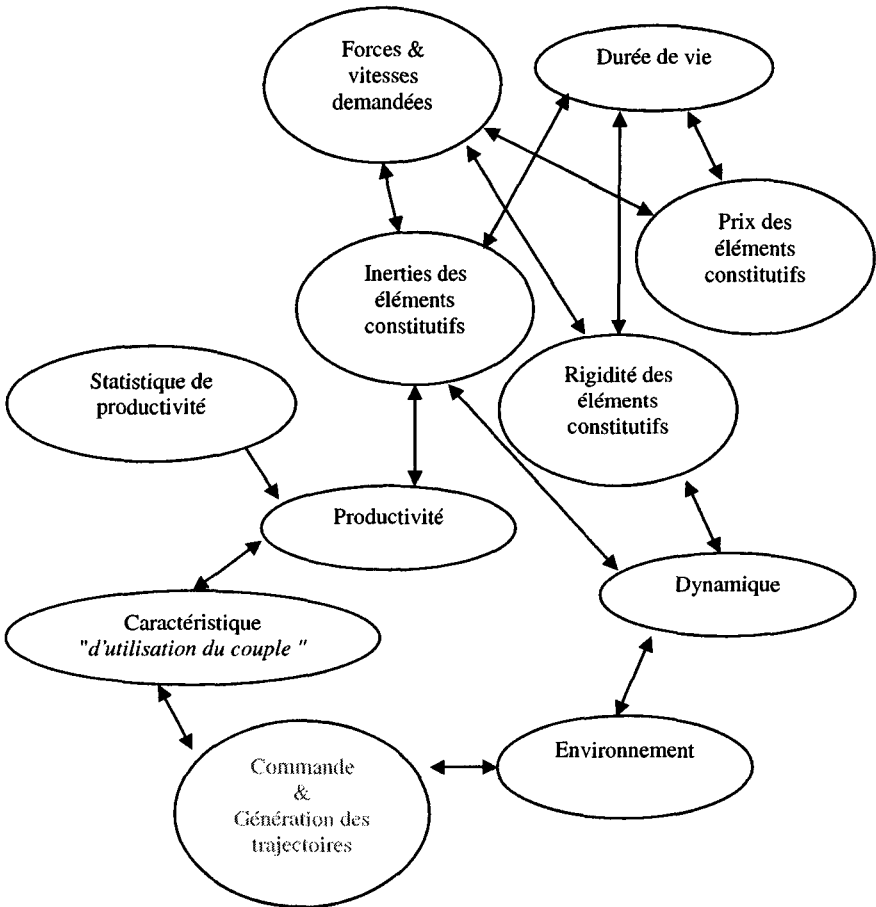


Figure 182 Aperçu des liens les plus importants entre les principaux aspects étudiés

Optimisation

La recherche du "meilleur" entraînement électrique ou l'amélioration d'un entraînement électrique passe par l'évaluation de certaines de ses caractéristiques. La performance de l'entraînement électrique est définie en fonction de l'adéquation existant entre ces caractéristiques et un besoin exprimé dans un cahier des charges. La performance ainsi définie peut être optimisée.

Pour réaliser cette optimisation, on calcule des performances individuelles (spécifiques aux éléments constitutifs de l'entraînement) et des performances partielles (prix, productivité, longévité, ...) que l'on combine à l'aide d'une fonction de pondération originale permettant d'exprimer la performance recherchée sous la forme de deux objectifs : un objectif minimal et un objectif maximal.

On a vu qu'il existe trois voies pour s'approcher de cet optimum :

- ⇒ Une première voie consiste en un choix judicieux des éléments constitutifs de l'entraînement électrique parmi ceux existant sur le marché. Il s'agit d'un problème d'optimisation mathématique (dans cette voie, les modèles des organes ne sont pas remis en cause).
- ⇒ La seconde consiste en un choix judicieux des méthodes de dimensionnement de ces éléments constitutifs. Ceci implique la définition appropriée des modèles passant par le choix mesuré des hypothèses.
- ⇒ La troisième voie consiste en l'amélioration ou la modification de certains de ces éléments constitutifs.

En commençant par la troisième voie, un grand potentiel a été mis en évidence au chapitre 5, en travaillant sur divers aspects relatifs à la commande. La seconde voie a également amené un potentiel d'amélioration important, principalement au travers de l'étude du rapport optimal de réduction. Finalement, si l'optimisation mathématique est une étape incontournable, elle n'est qu'un outil que l'on se contente d'utiliser. En dehors d'une astuce destinée à diminuer le temps de calcul, on n'a pas cherché à "optimiser l'optimisation".

Facteur humain

Il ne suffit pas de donner le palmarès des meilleures configurations possibles répondant à un cahier des charges donné. L'utilisateur veut identifier et comprendre les liens entre les données du cahier des charges et le résultat de l'optimisation. En ce sens, les relations esquissées sur la Figure 182 constituent un résultat beaucoup plus apprécié que le processus d'optimisation lui-même.

Indépendamment des indications qui lui sont données sur la sensibilité du résultat face aux divers paramètres, l'utilisateur souhaite pouvoir modifier telle ou telle caractéristique du cahier des charges pour voir l'impact sur le résultat. Il cherche à modifier le palmarès, à comprendre ce qui peut le changer.

Cette constatation implique que, pour être apprécié, un outil d'optimisation doit être capable de fournir un palmarès en quelques secondes. La plus grande quantité de calcul est utilisée par l'évaluation de la fréquence propre de la chaîne cinématique. Une méthode originale est proposée pour réduire le temps de calcul. Elle permet une diminution du nombre d'opérations d'un facteur supérieur à 40 par rapport aux méthodes connues.

Limites

Dans tous les cas pratiques étudiés, il s'avère que l'optimum recherché est situé sur une des limites telles que vitesse "*maximale*" du moteur, résolution du codeur, accélération "*maximale*" de la vis, etc. Dans presque tous les cas, cette limite découle d'une valeur "*maximale*" fixée par le fabricant mais n'est pas un maximum absolu. Il en découle que ces limites peuvent toutes être déplacées favorablement par le biais de modifications d'un logiciel ou d'une électronique.

Cette considération souligne le potentiel considérable qu'a l'informatique embarquée dans un développement, en tout cas pour la machine-outil.

Originalité de la thèse

Caractéristique d'utilisation du couple

Tracée dans une caractéristique couple-vitesse, l'évolution du couple diverge significativement d'une caractéristique constante. On parle d'une caractéristique "*d'utilisation du couple*". En simplifiant cette caractéristique, le calcul classique du rapport de réduction optimal fournit un résultat erroné (jusqu'à un facteur 2 sur la productivité). L'importance de cette caractéristique "*d'utilisation du couple*" est mise en évidence dans cette thèse.

Forme de l'accélération

L'impact de la forme (évolution temporelle) des consignes de mouvement est mis en évidence. Une forme optimale est définie pour l'accélération. Cette forme est donnée en fonction du temps. Il faut encore intégrer cette notion de temps à la description purement spatiale des mouvements. Pour réaliser cette intégration (ou interpolation), un algorithme est proposé. Il permet de résoudre la majorité des problèmes classiques de l'interpolation. L'utilité de cette forme est démontrée et l'algorithme de génération est testé.

Statistique du mouvement

L'étude approfondie d'une statistique des trajectoires parcourues par les axes d'une famille de machines permet de mieux connaître la nature des mouvements impliqués. L'utilisation d'une telle statistique dans le processus d'optimisation est développée en détail.

Constantes technologiques

L'utilisation comme paramètre de la force maximale à transmettre dans l'expression des principales caractéristiques des éléments mécaniques permet une *formulation simple des équations de performance*. Cette démarche permet de regrouper les organes en plusieurs familles, caractérisées par des constantes technologiques similaires.

Polynômes

Une méthode de calcul de l'approximation symbolique de la plus petite racine d'un polynôme est proposée. Elle permet un gain considérable quant au nombre de calculs nécessaires pour l'optimisation.

Pondération

La prise en compte de plusieurs performances fait usuellement appel à une somme pondérée. Les facteurs de pondération n'ont alors aucune signification intuitive et la solution peut englober une performance partielle nulle. Une pondération différente est introduite et utilisée dans cette thèse dans le but de donner un sens aux facteurs de pondération et d'éviter les solutions comportant des valeurs extrêmes.

Perspectives

Aujourd'hui, les commandes numériques proposées par les spécialistes visent un marché aussi large que possible. Dans des cas d'utilisation particuliers, le choix de ces commandes n'est qu'un compromis qui, durant de longues années, s'est avéré être le meilleur. Dans ce contexte les degrés de liberté étaient très limités. Il n'était pas possible de sortir d'un standard imposé par le fabricant de la commande numérique. Cette limitation rendait impossible (ou très difficile) l'utilisation d'éléments propriétaires, que ce soit des algorithmes, des systèmes de mesure ou des moteurs particuliers.

Cette situation a changé. L'évolution des prix, de la rapidité et de la fiabilité des micro-ordinateurs (type PC) implique que de plus en plus de commandes numériques orientées PC apparaissent. On trouve non seulement ces commandes dans des cas d'utilisations spécifiques, mais on commence aussi à en voir sur le marché. Cette évolution va dans le sens d'une ouverture totale des aspects commande, régulation et motorisation. Une ouverture totale permet alors d'envisager de nouvelles cinématiques, l'utilisation d'autres types de moteurs et des algorithmes adaptés au domaine spécifique.

Les outils développés dans cette thèse vont alors permettre de trouver rapidement et systématiquement la configuration de l'entraînement électrique de demain, dans les nouvelles conditions du marché.

Annexes

ANNEXE (A)

Caractéristiques rapportées.

L'équivalent dans le modèle électrique d'une grandeur rapportée (par exemple l'inertie du moteur vue du côté charge) s'exprime par une impédance équivalente. Cette impédance se calcule de manière à obtenir un schéma équivalent caractérisé par les mêmes équations, mais dans le quel les transformateurs ont été supprimés.

Pour éliminer les transformateurs, on utilise les équations (18) à (20) du Tableau 3 ($U_2=U_1/r$ $I_2=r I_1$).

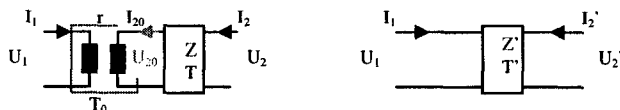


Figure 183 Suppression des transformateurs

La matrice de transmission du transformateur¹⁰⁹ est donnée par :

$$T_0 = \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} \end{bmatrix} \quad (249)$$

¹⁰⁹ La matrice de transmission d'une transformation de mouvement ne fait intervenir que des grandeurs dimensionnelles [mètres].

Avec (249) et (33) la matrice d'impédance de l'ensemble est

$$Z_{tot} = \begin{bmatrix} Z_{11} & rZ_{12} \\ \frac{Z_{21}}{r} & Z_{22} \end{bmatrix} \quad (250)$$

Cette matrice met en relation les grandeurs U_1 , U_2 , I_1 et I_2 .

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = Z_{tot} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} \cdot I_1 + r \cdot Z_{12} \cdot I_2 \\ \frac{Z_{21}}{r} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \end{bmatrix} \quad (251)$$

En utilisant les tensions U' et courants I' équivalents, on trouve une impédance équivalente Z' :

$$U_2' = r \cdot U_2 \quad (252)$$

$$I_2' = I_2 / r \quad (253)$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ r \cdot U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}' & Z_{12}' \\ Z_{21}' & Z_{22}' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 / r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}' \cdot I_1 + \frac{Z_{12}'}{r} \cdot I_2 \\ Z_{21}' \cdot I_1 + \frac{Z_{22}'}{r} \cdot I_2 \end{bmatrix} \quad (254)$$

Qui se transforme ainsi :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}' \cdot I_1 + \frac{Z_{12}'}{r} \cdot I_2 \\ \frac{Z_{21}'}{r} \cdot I_1 + \frac{Z_{22}'}{r^2} \cdot I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}' & \frac{Z_{12}'}{r} \\ \frac{Z_{21}'}{r} & \frac{Z_{22}'}{r^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (255)$$

En égalant les matrices de ces expressions :

$$\begin{bmatrix} r^2 \cdot Z_{11} & r \cdot Z_{12} \\ r \cdot Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}' & \frac{Z_{12}'}{r} \\ \frac{Z_{21}'}{r} & \frac{Z_{22}'}{r^2} \end{bmatrix} \quad (256)$$

On met en évidence que :

$$Z' = r^2 \cdot Z \quad (257)$$

Ce résultat est remarquable car il ne dépend pas de la structure interne du biporte. La suppression du transformateur est donc applicable à tout biporte, pour autant que son contenu soit linéaire.

Vu côté charge

Vue du côté charge, les impédances doivent subir la transformation inverse.

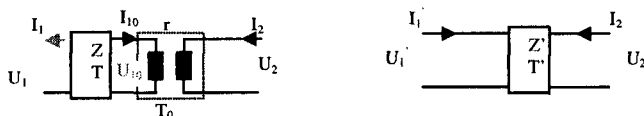


Figure 184 Schéma équivalent

à gauche : avec transformateur et matrices d'impédance Z

à droite : sans transformateur, avec matrice d'impédance équivalente Z'

$$U_1' = \frac{1}{r} \cdot U_1 \quad ; \quad I_1' = r \cdot I_1 \quad ; \quad Z' = \frac{1}{r^2} \cdot Z \quad (258) ; (259) ; (260)$$

Ce sont les relations utilisées pour exprimer toutes les grandeurs rapportées.

ANNEXE (B)

Automatisme de création des fonctions de transfert.

L'étude des différentes variantes de chaînes cinématiques et de l'impact des pertes de natures diverses demande la mise en équation de nombreuses variantes. La principale équation qui nous intéresse est celle de la fonction de transfert, et plus précisément, son dénominateur. Pour faciliter l'obtention de ce grand nombre d'équations en évitant les erreurs, une méthodologie est proposée. Cette méthodologie est basée sur les propriétés bien connues des circuits électriques.

On définit¹¹⁰ un vecteur caractéristique d'un biporte. Soit le vecteur K contenant les impédances de la branche série et de la branche parallèle d'un biporte.

$$K := \begin{bmatrix} K_p \\ K_s \end{bmatrix} \quad (261)$$

On définit la matrice d'impédance Z en fonction de K :

$$Z(K) := \begin{bmatrix} K_p + K_s & K_p \\ K_p & K_p \end{bmatrix} \quad (262)$$

On définit la matrice de transmission T en fonction de la matrice d'impédance Z :

¹¹⁰ La syntaxe des définitions ci-dessous est empruntée au logiciel MathCad. Il suffit de comprendre que $:=$ est une définition symbolique. La syntaxe $G(x) := f(x) - 2x$ signifie que $G(abc)$ doit être interprété comme $f(abc) - 2x$. L'argument de la définition peut être une variable, un paramètre ou un indice.

$$T(Z) := \frac{1}{Z_{21}} \begin{bmatrix} Z_{11} & |Z| \\ 1 & Z_{22} \end{bmatrix} \quad (263)$$

Pour chaque organe, on définit le vecteur K spécifique à l'élément considéré. Par exemple, les éléments mécaniques sont modélisés par une rigidité L_i et une inertie C_i .

$$K_{mec}(i) := \begin{bmatrix} j\omega \cdot L_i \\ \frac{1}{j\omega \cdot C_i} \end{bmatrix} \quad (264)$$

Le moteur est modélisé par ses pertes cuivre R_i , une inductance L_i liée à l'énergie magnétique et une inertie C_m .

$$K_{mot}(i) := \begin{bmatrix} R_i + j\omega \cdot L_i \\ \frac{1}{j\omega \cdot C_i} \end{bmatrix} \quad (265)$$

Finalement la charge est un élément mécanique comme un autre.

$$K_{load}(i) := \begin{bmatrix} j\omega \cdot L_i \\ \frac{1}{j\omega \cdot C_i} \end{bmatrix} \quad (266)$$

Tous les éléments et relations nécessaires sont définis, on en tire la matrice de transmission du système complet. Pour faciliter la lecture des fonctions de transfert (identification aisée des différents éléments) les indices suivants sont choisis : m pour les éléments du moteur, r pour ceux du réducteur, v pour ceux du second réducteur (vis) et c pour la charge.

$$T_{sys} := T(K_{mot}(m)) \cdot T(K_{mec}(r)) \cdot T(K_{mec}(v)) \cdot T(K_{load}(c)) \quad (267)$$

Pour trouver la matrice d'impédance du système complet, on utilise la relation:

$$Z(T) = \frac{1}{T_{21}} \begin{bmatrix} T_{11} & |T| \\ 1 & T_{22} \end{bmatrix} \quad (268)$$

Et finalement :

$$H(j\omega) = \frac{1}{T_{sys2,1}} \quad (269)$$

Le logiciel fournit alors directement le résultat dont la forme est la suivante :

$$H(j\omega) = \frac{j}{\omega \cdot \sum_{i=0}^n \text{coef}_i \omega^i} \tag{270}$$

Le dénominateur peut être mis sous la forme :

$$\left[\begin{array}{c} 0 \\ C_m + C_r + C_v + C_c \\ 0 \\ \left(C_c C_m L_c + C_c C_r L_m + C_c C_v L_c + C_m C_v L_v + C_v C_r L_v + \right) \\ C_m C_r L_r + C_m C_v L_r + C_m C_c L_v + C_c C_r L_v + C_m C_c L_r \\ 0 \\ \left(C_c C_v C_m L_c L_v + C_c C_v C_r L_c L_v + C_c C_r C_m L_c L_r + \right) \\ C_c C_m C_v L_c L_r + C_r C_v C_m L_r L_v + C_c C_r C_m L_r L_v \\ 0 \\ - C_m C_r C_v C_c L_r L_c L_v \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega^0 \\ \omega^1 \\ \omega^2 \\ \omega^3 \\ \omega^4 \\ \omega^5 \\ \omega^6 \\ \omega^7 \end{array} \right] = \overline{LC_{pure}} \cdot \overline{\omega^i} \tag{271}$$

ANNEXE (C)

Pertes structurelles

Il est possible d'introduire dans le modèle électrique certaines *sortes* de pertes, au moyen de composants électriques classiques (résistances, sources de courant, éléments non-linéaires tels que diodes, etc) ou de composants moins classiques (inductance imaginaire). Les paragraphes suivants décrivent plusieurs sortes de pertes et les possibilités de modélisation proposées pour chacune. En particulier, on s'attarde un peu sur les pertes structurelles dont l'introduction dans le modèle a la particularité de ne pas augmenter le degré des polynomes de la fonction de transfert.

Pertes et frottements

Il existe différents phénomènes physiques qui impliquent des pertes dans les structures mécaniques :

- ⇒ Frottements secs (force de frottement constante dont le signe dépend de la direction du mouvement). C'est typiquement le cas lors d'un glissement relatif de deux éléments. La non-linéarité est un handicap pour la modélisation. Dans la majorité des cas, la direction du mouvement ne change pas et le frottement peut être modélisé par une simple source de courant. En décolletage, les changements de direction ne sont importants que lors d'usinage de profils circulaires impliquant un changement de sens d'un des axes interpolés. Dans ces rares cas, le comportement peut être modélisé par un retard pur. Il faut encore préciser ici que, en machine outil en général, ces inversions sont bien plus fréquentes qu'elles ne le sont en décolletage.
- ⇒ Frottements visqueux (force proportionnelle au carré de la vitesse). Il s'agit typiquement du frottement d'une pièce en mouvement dans un fluide. Ce type de frottement est généralement négligeable. Un tel comportement non linéaire étant très difficile à modéliser, on se contente habituellement de linéariser une partie et d'utiliser un comportement localement proportionnel à la vitesse. On utilise alors le modèle du "dashpot" qui, dans le modèle électrique est une simple résistance. Ce modèle électrique étant très simple, il est parfois utilisé pour introduire des pertes équivalentes dont la nature est différente.
- ⇒ Echauffement lié aux déformations. La façon classique de modéliser ces pertes consiste à placer un "dashpot" en parallèle à l'élément déformable. On a alors une puissance dissipée proportionnelle au carré de la vitesse. Une autre façon de faire s'approchant mieux de la réalité est est donné par les pertes structurelles [67] présentées plus loin.
- ⇒ Pertes liées aux chocs en cas de présence d'un jeu mécanique. Il s'agit du cas le plus complexe parce que fortement non-linéaire et présentant un hystérésis. Il est possible de créer un élément électrique non-linéaire correspondant, mais il n'est utile que pour des simulations. Pour une analyse symbolique, l'impact du jeu doit être évalué de cas en cas et pris en compte sous une forme empirique.

Frottements secs

Les frottements secs sont admis indépendants de la vitesse. Ils correspondent donc à une simple réduction du couple moteur (source de courant).

Le signe de cette réduction dépend de la direction du mouvement (et de l'existence du mouvement), ce qui peut introduire des complications pour l'analyse des mouvements oscillants autour d'une vitesse nulle. Dans un modèle électrique, il est possible d'introduire des diodes dans le schéma équivalent. Dans le modèle automatique, le modèle le plus simple est le retard pur (il faut attendre que la force de frottement soit dépassée pour que le déplacement puisse commencer). Ce genre de mouvement oscillant est anecdotique dans le domaine particulier des décolleteuses et ne sera pas utilisé ici.

Frottements visqueux

Le phénomène est non linéaire et il n'existe pas d'élément simple dans le modèle électrique. Généralement, on se contente de modéliser une partie linéarisée de ce comportement au moyens d'un dashpot dont le modèle électrique est une simple résistance. Il est intéressant de mettre en évidence ces éléments dans la fonction de transfert et d'explicitier leur impact.

On peut introduire des frottements visqueux dans les branches parallèles et/ou dans les branches séries.

Par exemple, les pertes correspondant à un mouvement d'un corps dans un fluide ou simplement au ventilateur de refroidissement intégré à un moteur, sont placées en parallèle avec l'inertie de l'élément.

Le schéma équivalent d'un biporte se transforme alors en ajoutant une résistance en parallèle avec l'inertie, comme cela a été fait à la section 4.4.2 :



Figure 185 Pertes dans la branche parallèle

Dans une certaine mesure, les pertes visqueuses permettent également de modéliser les pertes d'énergie liées aux déformations, elles sont alors placées en série avec l'élément soumis à déformation, c'est-à-dire généralement dans la branche série comme indiqué sur la Figure 186 :



Figure 186 Pertes dans la branche série

Il est dès lors possible d'appliquer la systématique présentée au paragraphe 4.2.1 avec ces nouveaux éléments.

Pertes structurelles

Il s'agit des pertes liées aux déformations des structures. Elles ont la particularité d'être proportionnelles à l'amplitude du déplacement (et non pas à la vitesse). Dans un schéma électrique, elles sont simplement représentées par une valeur imaginaire de réceptance. L'annexe (C) donne quelques informations complémentaires sur ce concept.

- ⇒ L'usage des pertes structurelles permet une bonne modélisation des pertes liées aux déformations des structures. Il y a deux différences principales entre la réponse d'un modèle avec pertes structurelles et la réponse d'un modèle avec pertes visqueuse [67]. La première est que le léger décalage des fréquences propres lié à l'introduction des pertes disparaît avec le modèle structurel. La seconde est liée à une réponse en phase sensiblement différente.
- ⇒ Là où il y a des pertes structurelles, il y a des déformations, donc des rigidités. Dans un modèle électrique classique sans perte, les inductances correspondantes existent déjà. Les pertes structurelles peuvent donc être introduites sans modification de la structure du modèle. La seule modification dans les formules est amenée par le remplacement des L_i réels par $a_i - jb_i$. Les équations s'en trouvent simplifiées¹¹¹ par rapport aux modèles de pertes classiques.
- ⇒ La cinématique d'un entraînement électrique est rarement un SDOF. L'étude du cas général passe donc par un modèle MDOF (Multiple Degree Of Freedom) pour lequel les équations (272) et (274) restent valables en considérant que x et f sont des vecteurs et m , h , d et k sont des matrices. L'usage de modèles électriques permet une étude aisée de ce système d'équations tout en conservant une vision concrète des éléments physiques tout au long du processus.

¹¹¹ Les polynômes résultants sont tous en ω^2 , ce qui permet de diminuer leur degré d'un facteur deux.

L'équation différentielle de l'oscillateur masse ressort avec amortissement classique est donnée par :

$$m \cdot \ddot{x}(t) + d \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = f(t) \tag{272}$$

En exprimant l'équation de la réceptance x/f dans le domaine de Laplace ou de Fourier¹¹² il vient :

$$\frac{X}{F} = \frac{1}{k - m\omega^2 + j\omega d} \tag{273}$$

Le dénominateur des fonctions de transfert est un polynôme en ω , de degré 2, s'il n'y a qu'une fréquence propre, ou $2n$ s'il y a n fréquences propres. Dans le modèle électrique, les pertes entraînant un amortissement visqueux sont modélisées par des résistances.

Certains outils d'analyse modale utilisent des pertes dites structurelles faciles à concevoir dans les modèles SDOF (Single Degree Of Freedom) et particulièrement utiles dans les modèles MDOF¹¹³ (Multiple Degree Of Freedom). Remplacer les pertes visqueuses par des pertes structurelles [23] revient à modifier légèrement l'équation (272) qui prend la forme :

$$m \cdot \ddot{x}(t) + (k + jh) \cdot x(t) = f(t) \tag{274}$$

Il n'y a plus de terme correspondant à la vitesse et la réceptance devient :

$$\frac{X}{F} = \frac{1}{(k + jh) - m\omega^2} \tag{275}$$

Particularité :

Le dénominateur des fonctions de transfert est alors un polynôme en ω^2 , de degré n correspondant aux n systèmes indépendants. L'usage du modèle des pertes structurelles en lieu et place des pertes classiques permet donc de réduire le degré des polynômes d'un facteur 2.

¹¹² Les grandeurs dépendant de s respectivement de $j\omega$ sont alors notées en majuscule.

¹¹³ Dans ce cas $x(t)$ et $f(t)$ sont des vecteurs alors que m , k , h et d sont des matrices.

Modèle électrique des pertes structurelles :

On montre ensuite que, dans le modèle électrique, les pertes structurelles sont introduites en ajoutant une partie imaginaire à l'admittance d'une self. En premier lieu, il faut trouver une autre expression que la réceptance, la position n'étant pas une grandeur directement représentée par le modèle électrique. On choisit alors le rapport entre la vitesse à la sortie du système $V(j\omega)$ et la force à l'entrée du système $F(j\omega)$ respectivement. Pour exprimer la vitesse, (275) est dérivée (multiplication par $j\omega$) et l'on obtient une fonction de transfert (276) compatible avec les grandeurs du modèle électrique :

$$\frac{V}{F} = \frac{j \cdot \omega}{(k + j \cdot h) - m \cdot \omega^2} \quad (276)$$

En comparant avec l'impédance du résonateur LC élémentaire :

$$\frac{U}{I} = \frac{j \cdot \omega}{Y_L - C \cdot \omega^2} \quad (277)$$

On constate que la partie $k+jh$ peut être considérée comme une rigidité comportant une partie imaginaire et modélisée par l'inverse d'une inductance.. Par analogie avec les fonctions de transfert de systèmes LC (277), il apparaît immédiatement qu'en ajoutant une partie imaginaire à l'inductance, $L=a-jb$, l'impédance devient $XL=j\omega a + \omega b$, et la fonction de transfert correspond à (276). à cause de l'inversion, on a $k = a/(a^2+b^2)$ et $h = b/(a^2+b^2)$. Le modèle électrique des pertes structurelles est donc fonction des parties réelle et imaginaire de l'inductance. Pour simplifier, il est donc préférable de parler de l'admittance d'une bobine.

Interprétation :

Un mouvement de vitesse $v=V_0 \sin(\omega t)$ implique une variation de position $\Delta x=V_0 \cos(\omega t) / \omega$. Considérons l'inductance $L=-jb$. correspondant à une perte structurelle pure. Son impédance $XL=j\omega L=j\omega(-jb)=\omega b$. Dans ces conditions, la force $F=I=U/XL=U/\omega b=V_0/\omega b$. La variation de position étant l'intégrale de la vitesse, on a $\Delta x=V_0/j\omega$, ce qui implique que $V_0=\Delta x j\omega$, donc $F=\Delta x (-jb)$ est bien une force proportionnelle à l'amplitude de la variation de position dont le coefficient de proportionnalité est $-jb$. A la différence d'une inductance réelle pure, dont la puissance est réactive ($UI=V_0^2/j\omega L$), la puissance dissipée dans une inductance purement imaginaire ($UI=V_0^2/\omega b$) est une puissance active. Il s'agit donc bien de pertes dissipatives.

Différences entre modèle de pertes classiques et structurelles :

L'amortissement α est utilisé pour décrire la réponse indicielle d'un système. Si le système oscille $\alpha > 0.707$, l'amortissement décrit aussi la durée de l'oscillation dans le temps. Si cette oscillation se maintient sur plusieurs périodes, il y a un faible amortissement. Pour des amortissements plus importants, le système n'oscille pas, mais se stabilise de façon monotone.

La transition entre les deux types de réponse se produit pour une valeur appelée *amortissement critique* (un sur racine de deux).

Dans le cas des pertes visqueuses, on parle d'un *facteur d'amortissement visqueux* symbolisé par la lettre grecque zêta ζ . On a la relation simple

$$\zeta = \alpha^2 \quad (278)$$

Le *facteur d'amortissement critique* vaut alors $1/2$. La pulsation propre est donnée par :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (279)$$

Dans la fonction de transfert, le pic (résonnance) est situé une pulsation particulière ω_p présentant une dépendance du facteur d'amortissement :

$$\omega_p = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \zeta} \quad (280)$$

Pour le facteur d'amortissement critique, il n'y a plus de pulsation particulière (le maximum est à l'origine des ω). La pulsation particulière est toujours inférieure à la pulsation propre.

Par contre dans le cas des pertes structurelles, on parle de *facteur de perte structurel* symbolisé par la lettre grecque éta, η . On a une relation simple entre les paramètres de l'équation différentielle (274) et η :

$$\eta = \frac{h}{k} \quad (281)$$

Et la pulsation du pic correspond toujours à la pulsation propre. Pour de faibles amortissements (amortissements sous-critiques), [67] donne la relation :

$$\zeta = \frac{\eta}{2} \quad (282)$$

Cette relation peut être utilisée pour les systèmes mécaniques modernes ne comportant généralement que très peu d'amortissement (mais n'est pas valable pour les forts amortissements).

[67] montre que dans ces conditions, les réponses en amplitude correspondant aux modèles visqueux et structurels sont suffisamment proches pour être admises équivalentes. Les réponses en phase comportent des différences, mais celles-ci n'interviennent pas dans ce travail.

Remarques :

On souligne encore, mais sans entrer dans le détail, que l'impact des pertes structurelles sur la stabilité est sensiblement différent de celui des pertes classiques.

Dans le cas des systèmes MDOF, les équations (278) à (282) sont à comprendre en notation matricielle (k et m sont alors des matrices et la division n'est pas définie pour les matrices). Ceci ne remet pas en cause la compréhension générale du modèle.

ANNEXE (D)

Paradoxe vitesse précision

Entrées codeur

Les régulateurs du marché assurent la mesure de position sur la base de deux signaux logiques constitués de pulses déphasés (entrée codeur). Une grande précision demande alors une grande quantité de pulse par unité de déplacement. Pour de grandes vitesses, cette précision entraîne des fréquences élevées. La limite supérieure v_{max} de la vitesse du déplacement est donnée par le produit de la limite de fréquence f_{max} supportée par le régulateur et la longueur INC d'un incrément de position.

$$v_{max} = f_{max} \cdot INC \quad (283)$$

La limite de fréquence des entrées codeurs se situant généralement vers 1 [MHz], un incrément de 0,1 [μm] n'est pas rare, ces conditions limitent la vitesse à 0,1 [m/s] ou 6 [m/min], ce qui est relativement faible.

En cassant les limites posées par les interfaces, on constate rapidement que

- Les capteurs fournissent généralement des signaux sinusoïdaux fonctions du déplacement, la précision est obtenue par interpolation ($pos = atan(a/b)$). Un signal A, B de type codeur est généré ensuite pour respecter l'interface, par un module généralement appelé *EXE*.
- De l'autre côté, le régulateur a besoin d'informations aux instants d'échantillonnage et seulement à ces instants. La période d'échantillonnage TE définit en fait la fréquence réelle du transfert de l'information, alors que la fréquence du signal A, B est une sorte de porteuse.

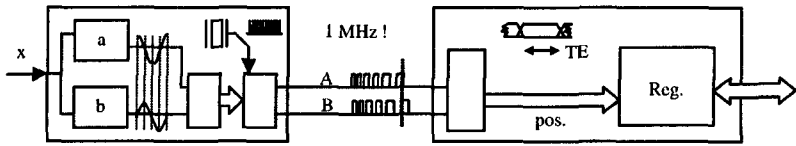


Figure 187 Interface encodeur

La fréquence de transfert de l'information est nettement inférieure à la fréquence du signal qui pose problème. Une solution consiste alors à évaluer la position côté capteur et à transmettre le signal sous une forme plus appropriée, par exemple une transmission série RS232 classique ou un bus de terrain. De cette manière, non seulement on casse le dilemme vitesse précision, mais on simplifie l'électronique. Le prix à payer est un manque de portabilité et la nécessité de développer une électronique propriétaire qui engendre un surcoût.

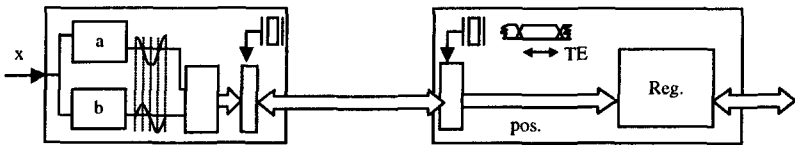


Figure 188 Suppression de l'interface standard.

Remarque : Dans de nombreuses situations, la mesure de position est également utilisée pour en déduire la mesure de vitesse. Une utilisation directe des signaux sinusoïdaux a et b via une fonction arc tangente présente différentes erreurs.

L'utilisation de plus en plus généralisée des bus de terrain devrait permettre de passer rapidement des signaux codeurs A , B à une transmission de donnée évoluée.

Problèmes d'oscillations

Une démarche identique permet de concilier les demandes à priori contradictoires de vitesse et de précision dans le domaine des moteurs pas à pas. Il suffit ici de piloter le moteur à fréquence fixe avec des micro-pas de longueur variable [C. Paroz, Colloque sur les moteurs pas-à-pas à Nanci en 1992] plutôt que de le piloter avec des pas fixes à une cadence variable, comme cela continue à se faire, sans doute pour des raisons historiques.

Dans la partie gauche de la Figure 189 on voit que pour les grandes vitesses (zone à pente élevée) la fréquence de pilotage devient rapidement très importante pour une précision donnée. La fréquence pilote maximale est donc liée à la limite de précision. On imagine facilement qu'une certaine souplesse dans les variations de vitesses va impliquer des fréquences pilotes encore plus élevées. La fréquence pilote est donc aussi liée à une limite de stabilité.

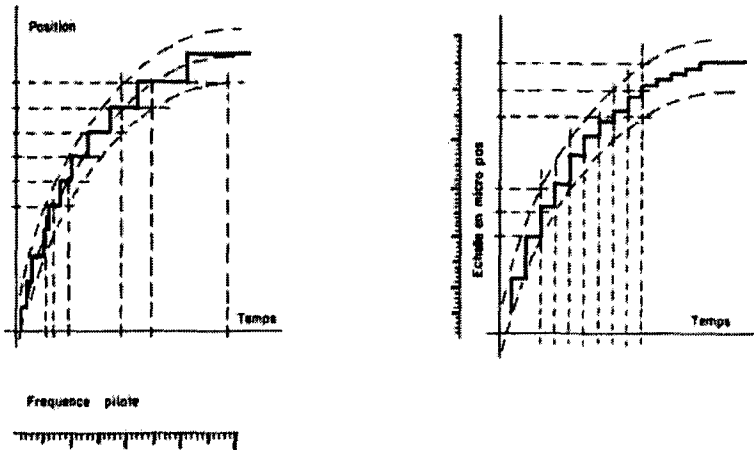


Figure 189 Comparaison de la méthode classique (à gauche) et de la méthode à fréquence fixe (à droite)

La partie de droite de la Figure 189 montre que la consigne obtenue avec une fréquence pilote fixée présente une précision croissante pour les basses vitesses. La seule limite est ici donnée par le nombre de sous-divisions du pas (micro-pas).

Le comportement d'un entraînement motorisé avec un moteur pas-à-pas comporte au moins une fréquence propre généralement gênante. En pilotant le moteur à fréquence variable (interface standard) on excite forcément cette fréquence propre, ce qui entraîne de gros soucis. Une commande à fréquence fixe et pas variables permet en plus de diminuer singulièrement ces problèmes oscillatoires.

ANNEXE (E)

Dimensionnement d'un PID selon Ziegler-Nichols

Pour une évaluation pratique des paramètres d'un régulateur, la méthode de Ziegler-Nichols fournit une approximation satisfaisante. Le système à régler en boucle ouverte est assimilé à un simple passe bas d'ordre 1, et de fréquence propre ω_0 . On en déduit la constante de temps $T_0 = 2\pi/\omega_0$ qui est utilisée dans le calcul des paramètres du régulateur.

Type	$G(s)$	g	T_i	T_d
P	g (284)	$0.5 g_0$ (285)		
PI	$g \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s}\right)$ (286)	$0.45 g_0$ (287)	$0.83 T_0$ (288)	
PID	$g \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s\right)$ (289)	$0.6 g_0$ (290)	$0.5 T_0$ (291)	$0.125 T_0$ (292)

Tableau 16 Méthode Ziegler-Nichols

Il reste à trouver les valeurs des constantes de temps et des gains. Pour ce faire, il faut étudier le circuit tel qu'il est utilisé dans la méthode de Ziegler-Nichols.

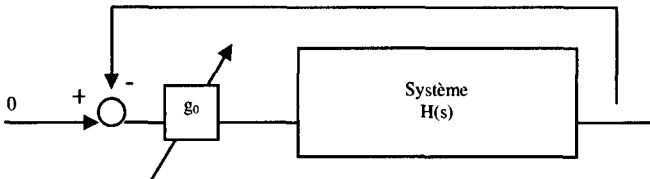


Figure 190 Calcul des paramètres du régulateur de vitesse

La méthode de Ziegler-Nichols dit que le gain doit être augmenté jusqu'à l'obtention d'une oscillation stable. La valeur g_0 du gain et la période T_0 de l'oscillation sont alors utilisées pour calculer les paramètres du régulateur de vitesse selon le Tableau 16.

Ces valeurs g_0 et T_0 correspondent à celles que l'on trouve en posant

$$H(s) g_0 = -1 . \quad (293)$$

Si l'on ne considère pas les pertes, le système oscille spontanément même pour $s=0$. Il n'est donc pas possible d'extraire g_0 et T_0 directement de cette équation. Par contre, une analyse du comportement du système ouvre la voie vers la solution.

La fonction de transfert (35) comporte un terme intégrateur indépendant que l'on peut mettre en évidence. On obtient la forme:

$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{-k}{\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 1\right) \cdot \left(\frac{\omega^2}{\omega_1^2} + 1\right) \cdot \left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2} + 1\right)} \quad (294)$$

On peut représenter cette fonction en posant des asymptotes entre des valeurs hypothétiques des fréquences propres ω_i .

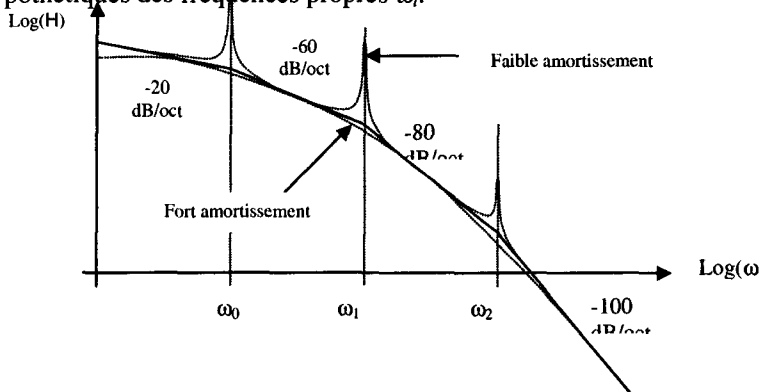


Figure 191

L'effet intégrateur place un pôle à zéro. Ce pôle disparaît toutefois si l'on considère un système réel comportant des pertes (voir Figure 53). L'oscillation aura donc une fréquence très voisine de la plus petite des fréquences propres, ici ω_0 .

ANNEXE (F)

Rigidité indicielle avec transmission souple

Il faut considérer deux cas, selon la stratégie de mesure :

- la chaîne de transmission est intégralement après le système réglé.

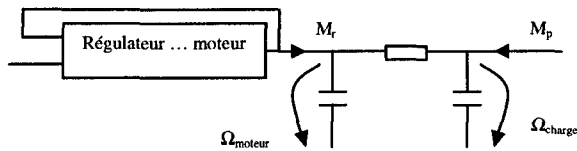


Figure 192 Réglage côté moteur

- la chaîne de transmission fait partie de la boucle du système réglé.

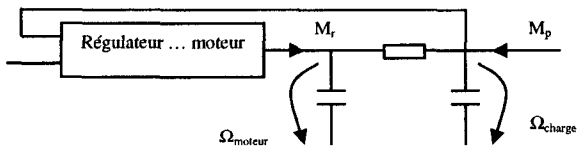


Figure 193 Réglage côté charge

Hypothèse : cinématique simplifiée

La chaîne cinématique est modélisée par un système équivalent comportant l'inertie du moteur, une transmission déformable et l'inertie de la charge.

Son équivalent électrique est une structure CLC. Cette structure centrale étant commune aux deux schémas envisagés, on commence par l'étude isolée du comportement d'un système CLC excité à une extrémité. La symétrie du schéma et la loi de superposition permettent alors d'en tirer toutes les équations nécessaires.

Hypothèse : modèle électrique sans pertes

Dans les entraînements usuels, les pertes par frottement visqueux sont faibles (< quelques %) et n'influencent que peu le comportement du système. Les composantes R seront donc négligées pour simplifier l'étude. Le schéma équivalent de la Figure 194 est utilisé. Les symboles y sont définis selon les conventions de la section 1.8.2.

Avec les outils d'analyse des circuits électriques [XXX], on trouve que le circuit CLC soumis à l'extrémité 1 à un saut de courant I_1 présente les comportements suivants :

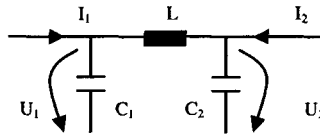


Figure 194 Système RLC

$$U_1(I_1, 0) = I_1 \cdot \left(\frac{C_2^2}{K} \cdot \sin(\omega \cdot t) + \frac{t}{C_1 + C_2} \right) \quad (295)$$

$$U_2(I_1, 0) = I_1 \cdot \left(-\frac{C_1 \cdot C_2}{K} \cdot \sin(\omega t) + \frac{t}{C_1 + C_2} \right) \quad (296)$$

avec :

$$\omega = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2 \cdot L}} \quad (297)$$

et :

$$\frac{1}{K} = \sqrt{\frac{L}{C_1 \cdot C_2 \cdot (C_1 + C_2)^3}} \quad (298)$$

Remarque :

Le circuit étant sans perte, il n'y a pas de terme d'amortissement. Les frottements visqueux introduiraient un terme décroissant exponentiellement. La constante de temps pour les constructions mécaniques est beaucoup plus grande que la fréquence propre du système, elle-même plus grande que la période d'échantillonnage du régulateur. Comme seuls les premiers échantillons sont considérés, il est légitime de négliger les pertes.

Par symétrie, on trouve que le même circuit CLC soumis à l'extrémité 2 à un saut de courant I_2 présente les comportements suivants :

$$U_1(0, I_2) = I_2 \left(\frac{C_1 \cdot C_2}{K} \sin(\omega t) + \frac{t}{C_1 + C_2} \right) \tag{299}$$

$$U_2(0, I_2) = I_2 \left(\frac{C_1^2}{K} \sin(\omega t) + \frac{t}{C_1 + C_2} \right) \tag{300}$$

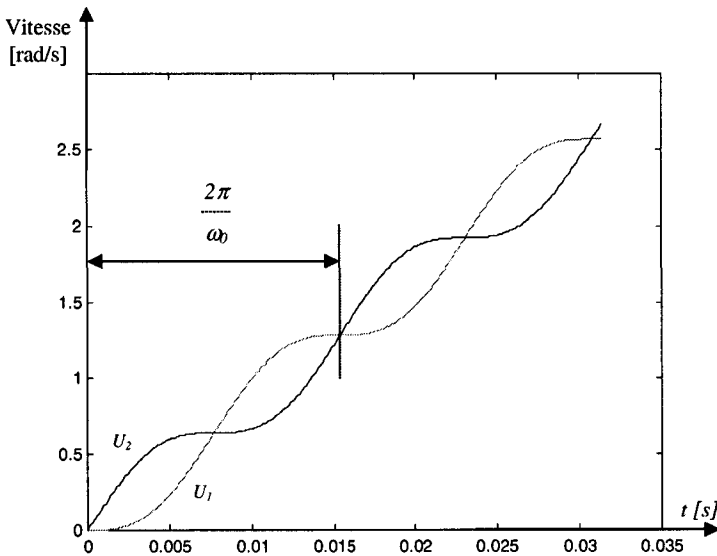


Figure 195 Evolution des vitesses pour un saut indiciel du couple de perturbation I_2 et en l'absence de réaction du moteur $I_1=0$.

Et, en appliquant le théorème de superposition, les tensions résultantes sont données par :

$$U_1(I_1, I_2) = \left(\frac{-C_1 \cdot C_2 \cdot I_2 + C_1^2 \cdot I_1}{K} \sin(\omega t) + \frac{(I_2 + I_1)t}{C_1 + C_2} \right) \quad (301)$$

$$U_2(I_1, I_2) = \left(\frac{-C_1 \cdot C_2 \cdot I_1 + C_2^2 \cdot I_2}{K} \sin(\omega t) + \frac{(I_2 + I_1)t}{C_1 + C_2} \right) \quad (302)$$

Ce comportement peut être ramené à celui rencontré avec une rigidité infinie. En effet, l'amplitude des oscillations est proportionnelle à \sqrt{L} . Pour une rigidité K infinie, $L=0$ et il n'y a pas d'oscillations.

On trouve les positions $X_1(I_1, I_2)$ et $X_2(I_1, I_2)$ par intégration de (301) et (302).

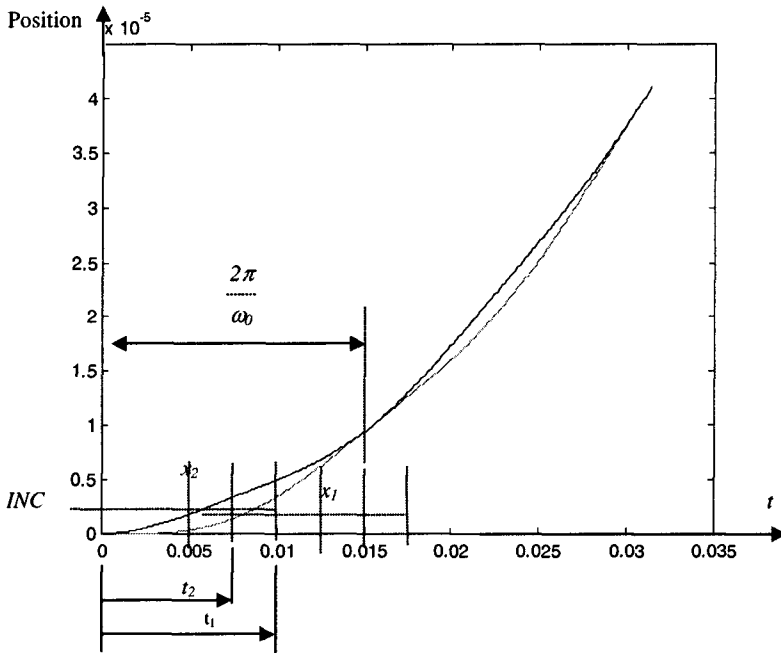


Figure 196 Évolution des positions côté moteur (x_1) et côté charge (x_2).
Il apparaît clairement que la position côté moteur est en retard ($t_2 < t_1$)

$$X1 = \frac{I_2}{2} \frac{(C_1 \cdot t^2 + 2 \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot L \cdot C_2 \cdot C_1 - 2 \cdot L \cdot C_2 \cdot C_1 + t^2 \cdot C_2)}{(C_2^2 + 2 \cdot C_1 \cdot C_2 + C_1^2)} \tag{303}$$

$$X2 = \frac{I_2}{2} \frac{(-2 \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot L \cdot C_1^2 + 2 \cdot L \cdot C_1^2 + C_1 \cdot t^2 + t^2 \cdot C_2)}{(C_2^2 + 2 \cdot C_1 \cdot C_2 + C_1^2)} \tag{304}$$

La présence d'un élément souple introduit une différence entre les positions mesurées aux points 1 et 2. Si la mesure est effectuée au point 1, l'effet de la perturbation atteint la valeur d'un incrément de position après un temps t_1 différent du temps t_2 mesuré au point 1. L'évolution temporelle des deux positions est illustrée sur la Figure 196. Après un temps t_1 (respectivement t_2 si la mesure est effectuée à la sortie du système), on applique une réaction $I_1(t)$ sous la forme d'un saut indiciel d'une amplitude I_1 décalé de t_1 (respectivement t_2). Les deux cas de figure sont représentés de manière générale sur la Figure 197 et en zoom sur la Figure 198.

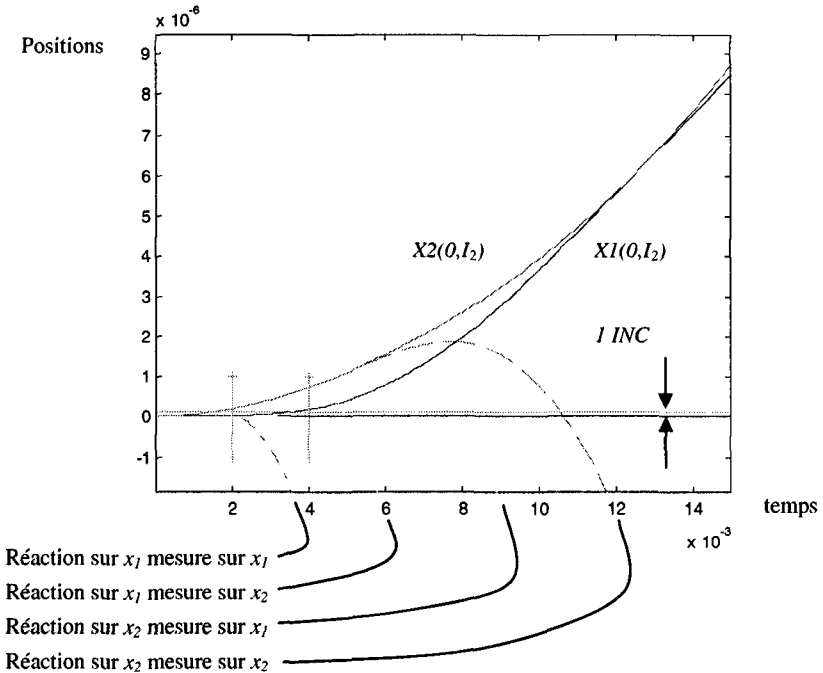


Figure 197 Réaction

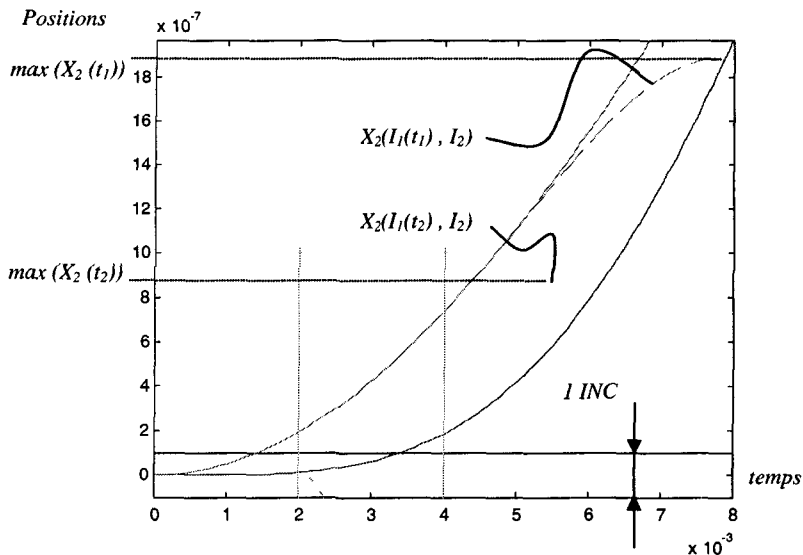


Figure 198 Réaction selon le point de mesure (Zoom)
 Mesure à la sortie $X_2(I_1(t_2), I_2)$ et mesure à l'entrée $X_2(I_1(t_1), I_2)$

Evolution de la position

La présence du signe négatif devant le sinus de $U_2(I_1)$ et $U_1(I_2)$, dans (296) et (299), laisse présager la possibilité d'avoir un écart de position parfois négatif. En fait, il n'en est rien. Pour le démontrer, on examine en premier lieu la formule de l'écart de position $\Delta x = X_2 - X_1$.

$$\Delta X = \frac{1}{2} \cdot \frac{(C_1 + C_2)t^2 + 2 \cdot \cos(\omega \cdot t) LC_1 C_2 - 2 \cdot LC_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} \quad (305)$$

Une approximation est obtenue en développant la fonction cosinus en séries de puissances, pour toute la phase négative du sinus ($\omega t < \pi$).

$$\cos(\omega t) \approx 1 - \frac{\omega^2 \cdot t^2}{2} + \frac{\omega^4 \cdot t^4}{24} - \frac{\omega^6 \cdot t^6}{720} \quad (306)$$

Avec cette approximation (erreur < 10% jusqu'à $\pi/4$), il est facile de montrer que la position est continuellement croissante. Après quelques transformations de (305) intégrée à l'inéquation : position plus grande que zéro, on trouve :

$$0 \leq \frac{(C_1 + C_2)t^2}{30 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot L} - 1 \quad (307)$$

Ce qui implique que la position sera positive pour tout t respectant l'inéquation :

$$t \leq \frac{\sqrt{30} \cdot \sqrt{(C_1 + C_2) \cdot L \cdot C_1 \cdot C_2}}{C_1 + C_2} \quad (308)$$

En utilisant (297), on constate que quand t ne respecte plus (308), il est 1.74 fois plus grande que la demi-période, donc largement en dehors du domaine de validité de l'approximation du cosinus. Dans ce domaine de validité la position est donc toujours positive. En dehors, le terme en cosinus est positif de part sa nature et la position aussi. La position est et reste donc positive pour tout t .

L'examen d'une courbe de position quelconque (par exemple Figure 198) permet de visualiser le temps auquel les courbes atteignent une position donnée, et d'en déduire le retard de l'une sur l'autre, en fonction de l'incrément de mesure, de la période d'échantillonnage des couples en présences et des éléments L et C .

Les formules exactes sont plutôt complexes et n'apportent pas de solution utilisable dans notre contexte. On peut toutefois apporter quelques conclusions sans même examiner ces équations :

- ⇒ ce retard est toujours inférieur à la période de l'oscillation
- ⇒ il diminue avec l'amplitude de l'oscillation et varie avec la valeur de INC

D'autre part, il apparaît que le rapport des périodes d'échantillonnage et de l'oscillation est important. En effet :

- ⇒ si ce rapport est beaucoup plus petit que 1, le retard sera faible
- ⇒ si ce rapport est voisin de l'unité, la mesure sera perturbée par une sorte de battement.
- ⇒ si ce rapport est beaucoup plus grand que 1, il y a un grand risque d'instabilités.

Evolution de la vitesse

En dérivant (299) et (300), on trouve que la vitesse induite par une perturbation est toujours positive côté moteur, mais peut être positive par moments côté charge si le rapport C_2/C_1 est plus grand que l'unité. La pente moyenne de la vitesse (accélération) est donnée par $I_2 / (C_2+C_1)$, et l'amplitude de l'oscillation de vitesse par $I_2/(C_2+C_1)$ côté moteur et $I_2(C_1/C_2) / (C_2+C_1)$ côté charge.

La formule empirique suivante, donnant le délai T_{sys} lié à la chaîne cinématique, peut être déduite du comportement des positions dans le temps :

$$T_{sys} = \frac{-2 \cdot \pi}{\omega_0} \cdot \sqrt{\sin \left[\frac{INC \cdot \omega_0^2 \cdot (C_1 + C_2)}{2 \cdot \pi^2 \cdot I_2} \right]} \quad (309)$$

Si on mesure sur la charge, et

$$T_{sys} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} \cdot \frac{C_2}{C_1} \cdot \sqrt{\sin \left[\frac{INC \cdot \omega_0^2 \cdot (C_1 + C_2)}{2 \cdot \pi^2 \cdot I_2} \right]} \quad (310)$$

si la mesure est effectuée sur le moteur.

Pour tenter de simplifier cette formule un peu lourde, trois cas de figure sont examinés, selon que la fréquence propre du système donnée par (297) est plus petite (oscillation lente) voisine ou plus grande (oscillations rapides) que la période d'échantillonnage TE .

Oscillations lentes

La réaction interviendra très tôt, il est donc possible d'utiliser une approximation : $\sin(x) = x$.

$$T_{sys} \propto \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} \cdot \sqrt{\frac{INC \cdot \omega_0^2 \cdot (C_1 + C_2)}{2 \cdot \pi^2 \cdot I_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot INC \cdot (C_1 + C_2)}{I_2}} \quad (311)$$

La transmission souple introduit une anticipation de la mesure sur la charge, qui fait que le retard résultant tend vers 0.

Une propriété étrange apparaît : le décalage temporel entre les mesures sur X_1 et X_2 ne dépendent pas de L , mais seulement du rapport rc entre les capacités $r_c = C_2/C_1$.

Oscillations moyennes

Quand la période d'échantillonnage est voisine de $t_0/2 = \pi/\omega_0$, le délai peut atteindre des pointes allant jusqu'à $t_0/2$, dans le cas de la mesure côté moteur. Le comportement est mauvais. En fait, la fréquence propre du système est excitée par la fréquence d'échantillonnage.

Ce mode de fonctionnement est à éviter

Oscillations rapides

La réaction interviendra très tard, les temps de réaction dépassent $t_0/2$ et le système n'est plus guère utilisable.

Conclusion

D'une part, il faut d'une part veiller à avoir $TE \ll \pi/\omega_0$ pour avoir un bon fonctionnement du système. D'autre part, quand la mesure n'est effectuée que côté moteur, la pulsation ω_0 doit être aussi grande que possible pour diminuer le temps de réaction du régulateur.

ANNEXE (G)

Particularités de MATLAB

MatLab offre un gigantesque éventail de possibilités. Parmi celles-ci, on utilisera en particulier les fonctions d'optimisation, et les fonctionnalités de calcul symbolique.

Une présentation succincte de l'utilisation de Matlab est l'objet de cette annexe. Une première partie utilise la démonstration de la méthode de calcul symbolique des plus petites racines en guise d'introduction à diverses particularités de Matlab. Cette démonstration fait appel à des fonctions d'optimisations semblables à celles utilisées pour optimiser les performances. Une seconde partie est consacrée aux particularités du traitement des équations symboliques.

Fonctions d'optimisation

La boîte à outil *Optimisation* du logiciel MatLab met à disposition toute une série de fonctions *toutes-prêtes* pour optimiser, minimiser et trouver des zéros de fonctions (Tableau 17). A côté de ces outils spéciaux, une fonction de recherche des zéros de polynômes existe dans le standard de MATLAB, c'est la fonction *roots()*.

La fonction $R = \text{roots}(C)$ retourne un vecteur R contenant les racines d'un polynôme $P(x)$ dont les coefficients lui sont fournis un vecteur C , le premier élément $C(1)$ correspondant au coefficient de la plus grande puissance de x . L'algorithme utilisé se base sur le calcul des valeurs propres de la matrice compagnon [45].

Nonlinear minimization of functions.	
fminbnd	- Scalar bounded nonlinear function minimization.
fmincon	- Multidimensional constrained nonlinear minimization.
fminsearch	- Multidimensional unconstrained nonlinear minimization, by Nelder-Mead direct search method.
fminunc	- Multidimensional unconstrained nonlinear minimization.
Fseminf	- Multidimensional constrained minimization, semi-infinite constraints.
Nonlinear minimization of multi-objective functions.	
Fgoalattain	- Multidimensional goal attainment optimization
fminimax	- Multidimensional minimax optimization.
Linear least squares (of matrix problems).	
lsqlin	- Linear least squares with linear constraints.
lsqnonneg	- Linear least squares with nonnegativity constraints.
Nonlinear least squares (of functions).	
Lsqcurvefit	- Nonlinear curvefitting via least squares (with bounds).
lsqnonlin	- Nonlinear least squares with upper and lower bounds.
Nonlinear zero finding (equation solving).	
fzero	- Scalar nonlinear zero finding.
fsolve	- Nonlinear system of equations solve (function solve).
Minimization of matrix problems.	
linprog	- Linear programming.
quadprog	- Quadratic programming.

Tableau 17 Fonctions d'optimisation proposées par MATLAB [16]

Une autre fonction, $R_1 = fzero(C, x_0)$ donne la première racine R_1 trouvée en partant d'une valeur devinée x_0 , selon la méthode de Newton [16].

Méthode de calcul du plus petit zéro d'un polynôme.

L'étude globale et détaillée des avantages de la méthode proposée est d'un grand intérêt général. Dans le cadre de cette thèse, on se contente de montrer les avantages apportés dans le cas concerné, soit trouver la plus petite fréquence propre d'un système caractérisé par un polynôme possédant plusieurs caractéristiques particulières.

Ces caractéristiques sont les suivantes :

- ⇨ Il s'agit d'un *polynôme unitaire*¹¹⁴ (En Anglais : *monic polynomial*).
- ⇨ Les racines sont symétriques autour de zéro ou autrement dit, les coefficients des puissances impaires de x sont tous nuls (ceci découle de l'hypothèse des pertes visqueuses nulles).
- ⇨ Le polynôme $P^n(x)$ peut ainsi être réduit à un polynôme $Q^{(n/2)}(y)$ en substituant y par x_2 .
- ⇨ Avec les hypothèses du chapitre 4, la structure mécanique étudiée (moteur, 2 réducteurs et charge) produit un polynôme P de degré 6, soit un degré 3 pour le polynôme Q .
- ⇨ Toutes les racines de Q sont des entiers positifs.

La comparaison de 4 différentes méthodes est effectuée dans ces conditions particulières. Parmi ces 4 figurent les deux méthodes conseillées par la documentation MATLAB, et la nouvelle méthode proposée. Puisque dans les conditions ci-dessus le polynôme Q admet une solution analytique, on évaluera également le temps de calcul par la voie purement analytique.

Nouvelle méthode

Pour la méthode proposée, dans les conditions ci-dessus, on a trouvé une séquence qui ne demande que 26 opérations, mais toutes s'appliquent à des nombres réels et il n'y a aucun test à effectuer.

Méthode analytique

Les racines d'un polynôme de degré 3 sont données par les relations :

$$U = 36bc - 108d - 8b^3 + 12 \cdot \sqrt{(12c^3 - 3b^2c^2 - 54bcd + 81d^2 + 12b^3d)} \quad (312)$$

$$V = \frac{\frac{1}{3}c - \frac{1}{9}b^2}{\sqrt[3]{U}} \quad (313)$$

$$R(Q(a, b, c)) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{6}U^{1/3} - 6V - \frac{1}{3}b \\ \frac{-1}{12}U^{1/3} + 3V - \frac{1}{3}b + \frac{\sqrt[3]{3}}{2}j \cdot \left(\frac{1}{6}U^{1/3} + 6V \right) \\ \frac{-1}{12}U^{1/3} + 3V - \frac{1}{3}b - \frac{\sqrt[3]{3}}{2}j \cdot \left(\frac{1}{6}U^{1/3} + 6V \right) \end{array} \right\} \quad (314)$$

¹¹⁴ Le coefficient de la plus grande puissance de x est 1.

Où a , b , c et d sont les coefficients de Q .

On compte 7 puissances, 14 multiplications et 7 additions pour trouver la grandeur intermédiaire U , soit 21 opérations. Pour V , on compte 2 puissances, 2 multiplications, une addition et une division, soit 6 opérations. Finalement, pour R , on compte 7 puissances, 14 multiplications et 10 additions ce qui donne un total de 31 opérations obligatoirement complexes. On a donc un total de 51 opérations dont certaines portent sur des nombres complexes. En plus, il faut effectuer des tests pour choisir la plus grande.

Méthodes numériques

Pour les méthodes numériques, *root* et *fzero*, sont choisies pour déterminer un nombre moyen d'opérations à virgule flottante¹¹⁵, ceci sur un grand échantillon de polynômes aléatoires. Pour comparaison, on calcule également l'erreur moyenne, ainsi que l'écart type et les valeurs extrêmes du nombre de calculs, ceci également pour les méthodes analytiques.

Particularité

La méthode *fzero(fun, x₀)* permet de trouver un des zéros d'une fonction *funcfun* dont le nom est dans la variable *fun*. Ce fonctionnement est similaire pour les autres fonctions du Tableau 17. La fonction *funcfun* peut au choix être

- ⇒ décrite dans un fichier séparé¹¹⁶, sous forme d'une séquence d'opérations, comme presque toutes les fonctions MATLAB;
- ⇒ ou décrite par une fonction *inline*, c'est-à-dire une simple chaîne de caractères¹¹⁷ contenant une formule mathématique symbolique, par exemple 'sin(x)';
- ⇒ ou encore en mixant les deux, c'est-à-dire un décrivant la fonction *fun* par une formule mathématique symbolique dans un *inline* placée dans un fichier séparé.

Comme les différentes équations symboliques de la performance ne sont jamais écrites, mais construites automatiquement, cette particularité des fonctions *inline* est très intéressante et sera largement utilisée.

¹¹⁵ Fonction *flops*

¹¹⁶ Le fonctionnement de MATLAB implique que le nom de la fonction et du fichier doivent être identiques.

¹¹⁷ Les guillemets indiquent le début et la fin d'une chaîne de caractères.

On profite de cette section pour en présenter (et en tester) les modalités d'utilisation.

En premier lieu, la fonction *inline* est créée :

```
syms fun x a b c d           % déclaration des
%                               variables symboliques
fun = (x^3)*a + (x^2)*b + (x)*c + d ; % définition fonction
```

A ce stade, on peut créer une fonction *inline* et ses paramètres : et appeler la fonction *fzero*.

```
inl_fun = inline(char(fun),'x','a','b','c','d') ;
result = fzero(inl_fun,0,[],a,b,c,d) ;
```

Si l'on procède ainsi, les paramètres seront remplacés par leurs valeurs à chaque évaluation de la fonction par la méthode d'optimisation. Les fonctions symboliques que l'on est amené à évaluer comportent un grand nombre de paramètres.

Dans ce cas, il faut remplacer tous les paramètres qui ne varient pas au cours de l'optimisation par leur valeur numérique avant l'appel de la méthode d'optimisation. Dans le cas de la recherche des zéros avec *fzero*, les paramètres à fixer sont les coefficients *a*, *b*, *c*, *d* du polynôme. Pour compter le nombre d'opération nécessaire pour trouver un zéro, on détermine des racines aléatoirement et on calcule les coefficients correspondants avec la fonction *poly* :

```
w1=10000*rand ;           % création de racines
w2=10000*rand ;           % dans une plage réaliste
w3=10000*rand ;
rand_roots = [w1 -w1 w2 -w2 w3 -w3] ; % vecteur des racines
P = poly( rand_roots ) ;  % Calcul du vecteur
%                               des Coefficients
```

Puis on attribue leurs valeurs aux paramètres, on évalue la fonction symbolique résultante et on en déduit la fonction *inline* .

```
a=P(1) ;                 % remplacement des
b=P(3) ;                 % paramètres par
c=P(5) ;                 % leur valeurs
d=P(7) ;

fun = eval(fun) ;       % remplace les paramètres
%                               % par leur valeurs
inl_fun = char(fun) ;   % crée la fonction inline
```

On peut maintenant appeler la méthode d'optimisation, mais il faut encore régler quelques détails. En particulier, on souhaite comparer le nombre de calculs nécessaires à la méthode proposée au chapitre 5. Cette méthode fournit une approximation dont on a vu que l'erreur maximale est de 5 %. On souhaite donc arrêter les itérations de la méthode d'optimisation *fzero* quand un zéro est atteint avec cette précision. On définit cette précision au moyen d'un paramètre de la méthode *fzero* :

```
PRECISION = (max ( [w1 w2 w3] ) ) / 20 ;
SPECIFIC_OPTIONS=OPTIMSET('fzero') ;
SPECIFIC_OPTIONS=OPTIMSET(SPECIFIC_OPTIONS, 'TolX', PRECISION ) ;
```

Finalement, avant d'appeler la méthode *fzero*¹¹⁸, il faut encore enclencher un compteur d'opérations à virgule flottante. Un compteur en continu est fourni par MATLAB via la fonction *flops*.

```
debut = flops ;
POINT_DE_DEPART = 480^2 ;
[res, FVAL, EXITFLAG, OUTPUT] = fzero( in1_fun, ...
    POINT_DE_DEPART, ...
    SPECIFIC_OPTIONS ) ;
fin = flops ;
nb_flop = fin - debut ;
```

On détermine la précision relative réelle du résultat en divisant l'erreur par la valeur réelle, c'est-à-dire la plus grande racine parmi celles calculées aléatoirement. Les sommes des erreurs et des nombres d'opérations sont calculées pour extraire les moyennes. En ce qui concerne le calcul de l'écart type du nombre d'opération, l'utilisation telle-quelle de la formule standard implique la mémorisation des N échantillons, ce qui encombre inutilement la mémoire.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_N (x_i - \tilde{x})^2}{N} \quad (315)$$

Il faut donc faire appel à la relation développée () qui permet de se contenter de sommer les carrés des échantillons au fur et à mesure.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_N (x_i - \tilde{x})^2}{N} = \frac{1}{N} \cdot \sum_N x_i^2 - \frac{1}{N^2} \cdot \left\{ \sum_N x_i \right\} \quad (316)$$

¹¹⁸ On choisit un point de départ à 480, ce qui correspond à une pulsation de coupure typique d'un système électromécanique dans la machine outil.

De surcroît, les nombres ainsi élevés au carré deviennent rapidement très grands. Dans le cas du nombre d'opération, et pour limiter les erreurs d'arrondis liées au carré, on calcule l'écart type du nombre de centaines d'opérations.

Précision comparable

Pour la fonction *fzero*, on a vu comment donner un ordre de grandeur pour la précision souhaitée. Pour la fonction *root*, la précision sur le résultat est un paramètre d'environnement¹¹⁹ de MATLAB. Il fallait donc trouver une astuce pour garder une précision relative moyenne comparable. On réalise ceci en ajustant la plage de calcul aléatoire des racines.

La précision du nouveau procédé est également mesurée à l'aide de la moyenne de l'erreur relative.

Résultats obtenus

En effectuant 1000 fois le calcul de la plus grande racine selon les 4 méthodes, on trouve les valeurs suivantes :

Méthode	Nbre d'opérations				Erreur en [%]	
	Moyenne	Écart type	Min	Max	Moyenne	Écart type
<i>Roots</i>	4572	973	2'598	9'022	1.5	0.09
<i>Fzero</i>	1273	144.9	824	1534	2.9	3.3
<i>Paroz</i>	26	0	26	26	1.6	1.1
<i>Analytique</i>	1'072	0.6	1070	1073	0	0

Tableau 18 Résultats des tests

La méthode apporte une amélioration tout à fait notable : Un gain moyen en opérations d'un facteur 41.2 par rapport à la meilleure des autres solutions.

Il y a néanmoins quelques particularités dans les résultats.

Remarques sur le nombre d'opérations

Le nombre particulièrement élevé d'opérations à virgule flottante pour la méthode analytique, soit 1072 en moyenne, est nettement plus élevé que le nombre d'opérations évalué à 51 lors de l'examen de l'équation symbolique des racines.

¹¹⁹ On ne peut pas le modifier en cours d'exécution d'une fonction.

Si la différence réside dans la nature complexe des nombres traités par ces opérations, ceci signifierait qu'il faut en moyenne environ 20 opérations sur des nombres à virgule flottante pour réaliser une seule opération sur des nombres complexes. Sans entrer dans le détail de réalisation de ces calculs sur des nombres complexes, on compte 6 opérations pour la réalisation d'une multiplication et 11 pour une division, ceci quand les nombres complexes sont exprimés en coordonnées cartésiennes.

La méthode *fzero* tel quelle est utilisée, fournit un zéro, il faudrait encore trouver le plus grand ce qui double facilement le nombre de calculs effectués. Cette méthode est donc définitivement mauvaise.

Remarque sur le temps d'exécution

Le temps mis par le programme de test pour évaluer les différentes méthodes n'est étonnamment pas du tout proportionnel au nombre d'opérations. On a dans l'ordre de rapidité:

Méthode	<i>Paroz</i>	<i>roots</i>	<i>fzero</i>	<i>symbolique</i>
Rapidité	Excellent	Bon	Mauvais	Très mauvais
Nb flops	26	2800	1400	1072

Tableau 19 Comparaison des temps et du nombre d'opérations

L'explication vient de la nature interprétée du langage de programmation de MATLAB. Toutes les lignes de programme ET toutes les opérations définies dans une fonction *inline* sont traitées une à une par l'interpréteur (en anglais *parseur*). Cette opération d'interprétation du code consomme un temps non négligeable, équivalent à des centaines d'opérations à virgule flottante.

Avec seulement 26 opérations, la nouvelle méthode ne demande que 26 appels à l'interpréteur (soit un temps équivalent à quelques milliers d'opération) et 26 opérations. La méthode *roots* ne fait qu'un seul appel à l'interpréteur, les opérations sont ensuite effectuées selon une suite préétablie (compilé).

A chaque itération, la méthode *fzero* doit évaluer la fonction *inline*. Cette évaluation passe par l'interprétation de toutes les opérations qu'elle contient (soit au moins 7 interprétations) ce qui ralentis considérablement le traitement (même si le nombre d'appel est relativement faible de part la faible précision demandée). Finalement le calcul symbolique avec ses 51 opérations est la méthode qui demande le plus grand nombre d'appel de l'interpréteur.

Si toutes les méthodes étaient compilées plutôt qu'interprétées, le temps d'exécution évoluerait comme le nombre d'opérations.

Equations symboliques

Une des particularités de Matlab est son excellent potentiel au calcul symbolique. Dans le cadre de cette thèse les performances en calcul symbolique sont très utilisées pour les raisons suivantes :

- ⇒ ce travail est avant tout exploratoire, ce qui implique que la nature des équations n'est pas connue d'avance, mais doit être établie et de nombreux degrés de liberté existent;
- ⇒ le choix de la méthode d'optimisation dépend de la nature de ces équations;
- ⇒ l'ensemble constitué de l'équation finale de la performance et des équations des contraintes est très lourd;
- ⇒ le temps de calcul des fonctions d'optimisation (typiquement *fmincon*) peut être amélioré si l'on fournit tout ou partie des gradients des fonctions impliquées;
- ⇒ le calcul des dérivées partielles voire directement des gradients peut être réalisé symboliquement par Matlab;
- ⇒ finalement, s'il a été possible de réaliser une grande quantité d'essais, c'est avant tout grâce à cette fonctionnalité.

Finalement, les résultats montrent que l'optimum n'est que peu sensible aux paramètres variables. la conséquence pratique est qu'il n'est pas utile de chercher un optimum éventuel pour des valeurs d'un paramètre variable situées entre les valeurs standard. Par exemple, si une performance est optimale pour un pas de vis en dehors des standards de 2.5, 5, 10 et 20 [mm], elle ne sera pas significativement moins bonne si l'on choisit le pas standard voisin adéquat.

Finalement, le processus retenu est entièrement discret, on calcul une valeur de performance pour l'ensemble des combinaisons des paramètres variables (respectant les contraintes) et on trie ces performances pour ne conserver que la meilleure.

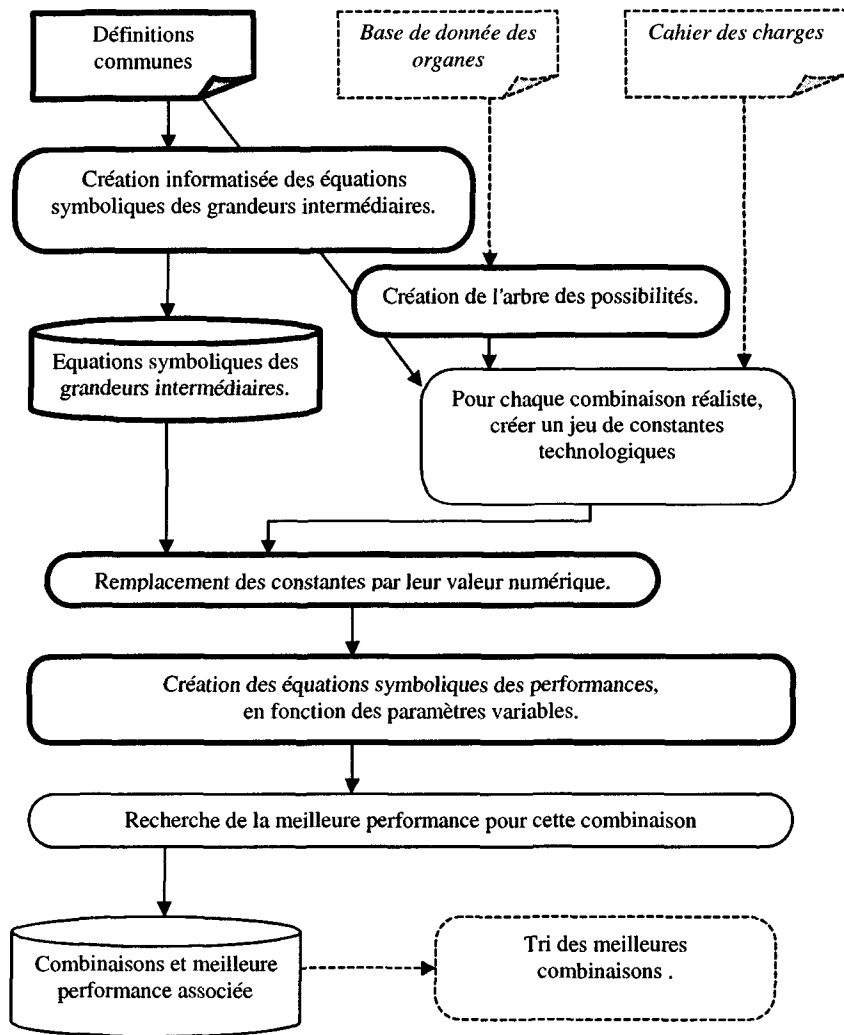


Figure 199 Grandes lignes du principe de fonctionnement des différentes fonctions informatiques développées.

--- partiellement développé. — testé par sondages.

— testé de manière systématique

La création informatisée des équations symboliques des grandeurs intermédiaires consomme un temps très grand. Heureusement, ce calcul ne doit être effectué qu'une seule fois. Ces équations sont mémorisées sous forme d'un fichier. C'est dans ce fichier que les autres processus vont chercher les équations dont ils ont besoins. L'intérêt de cette création informatisée est une forte diminution des risques d'erreurs lors de l'écriture du programme, et surtout lors de modifications. De petites équations sont introduites, étapes par étapes. Leur résultante est évaluée par des moyens informatiques sans recourir à la main de l'homme. Cet aspect est d'autant plus important que le système d'équations est très complexe. Il faut noter encore que cette démarche permet de procéder très facilement à des modifications du système d'équations. Par exemple, dans le cas de l'étude de la motorisation de l'axe de la contrebasse des Multi broches, un organe imprévu est apparu (Annexe (I)). Il a été particulièrement facile d'ajouter dans les équations les termes correspondant à ce type d'éléments (ajout deux inerties au calcul de C_b).

Fonctionnement en grandes lignes

La Figure 199 présente graphiquement les étapes principales du processus d'optimisation. Pour chaque nouvelle simulation, un système de boucles imbriquées balaie la base de donnée pour parcourir toutes les combinaisons possibles. Les organes ne supportant pas la puissance demandée à la charge sont éliminés d'emblée. Ensuite, pour chaque combinaison retenue, les équations symboliques sont relues. Dans ces équations, les variables correspondant aux constantes technologiques sont remplacée par les valeurs numériques issues de la base de données. Les équations ainsi obtenues ne dépendent plus que des seuls paramètres variables.

Ce n'est qu'à ce moment que les équations de performance sont établies. Celles-ci sont transformées en fonctions informatiques directement utilisables par les différentes variantes de processus d'optimisation (et pour le tracé de courbes de performances partielles).

Enfin, le processus d'optimisation de la configuration est réalisé. Pour chaque configurations, l'optimum de la configuration est mémorisé. Finalement, on trie ces configurations en fonction de leur optimum.

La grande modularité de l'ensemble permet de tester à loisir différentes variantes en ne faisant qu'un minimum de modifications. C'est idéal en phase de développement.

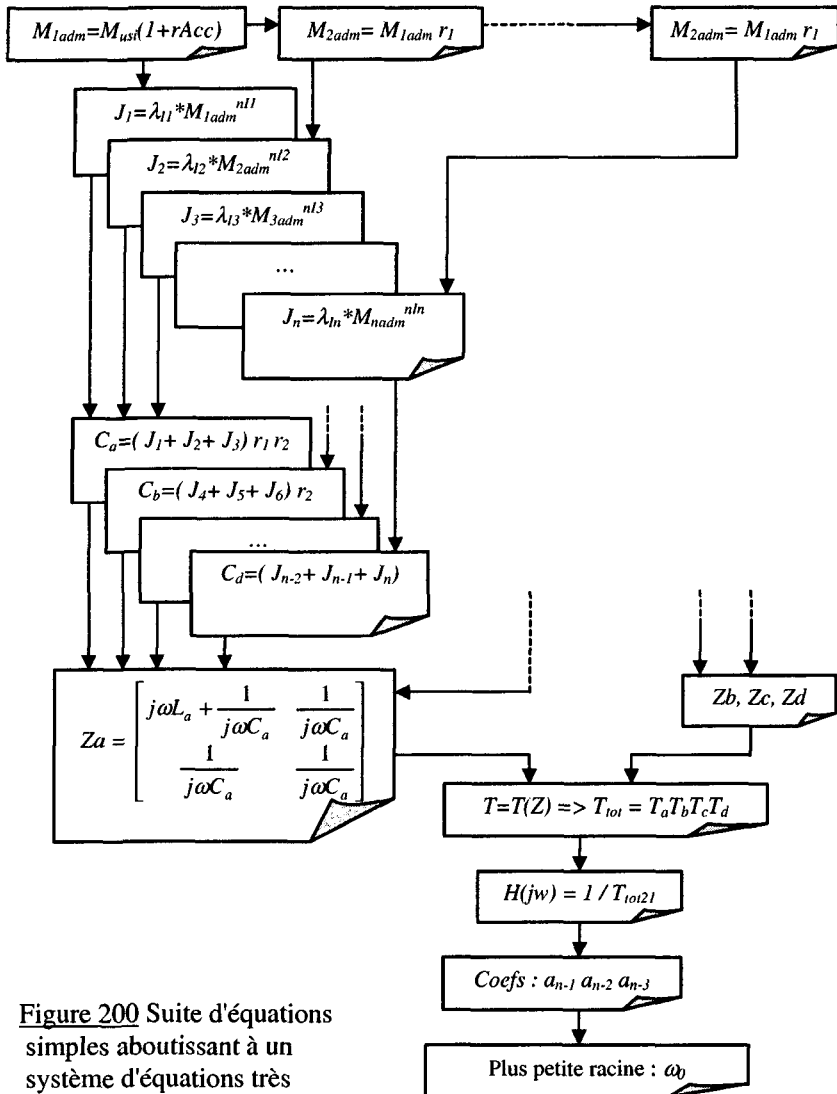


Figure 200 Suite d'équations simples aboutissant à un système d'équations très complexes.

ANNEXE (H)

Données techniques des machines

Système d'axes X-Y d'une DECO 13

Le cas réel présenté ici est confronté à la théorie au chapitre 8. Il est constitué d'un système d'axes orthogonaux superposés. Une vue de ce système est présentée ci-dessous (voir croquis machine : Figure 11 du chapitre 2):

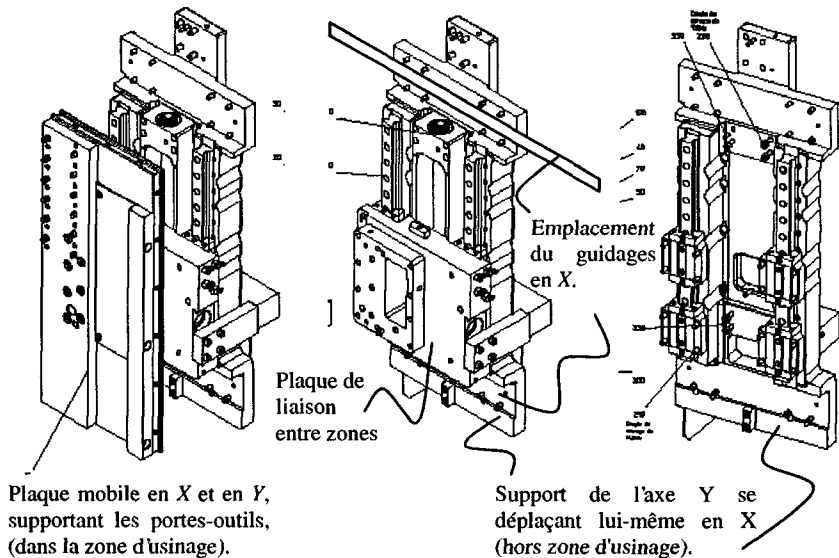


Figure 201 Système X Y (appelé aussi peigne.)

Tout l'ensemble de la Figure 201 se déplace dans la direction X. Il faut donc compter la masse de l'ensemble pour la masse du chariot (section 4.4, $m_{tr,1}$).

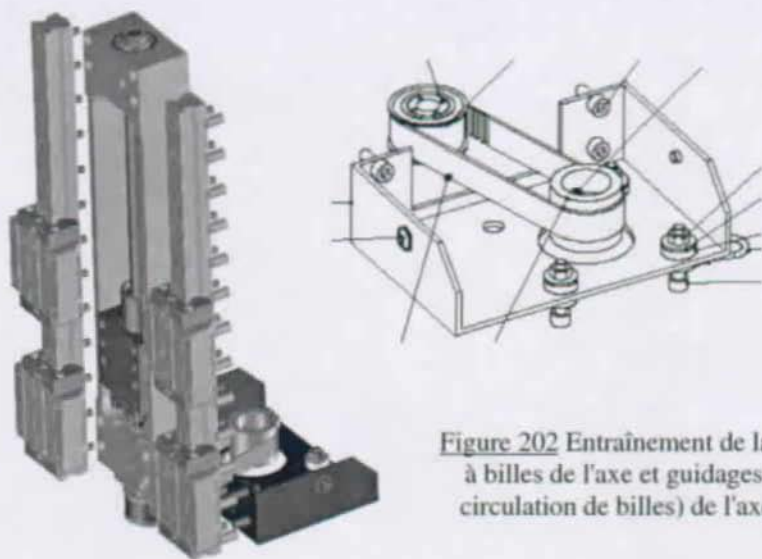


Figure 202 Entraînement de la vis à billes de l'axe et guidages (à circulation de billes) de l'axe Y

Cet ensemble porte un entraînement électrique dans la direction Y, appelé axe Y1. La structure des guidages, de la vis à billes et du renvoi à courroie est illustrée en Figure 202. Finalement, la masse mobile de l'axe Y est illustrée sur la Figure 203.

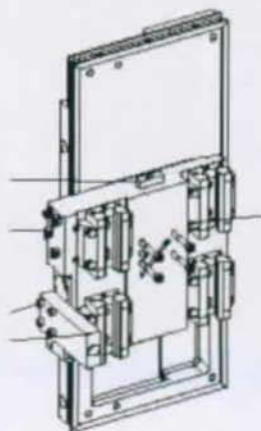


Figure 203 Partie mobile de l'axe Y (seul l'écrou de la vis à billes n'est pas représenté)

Les données techniques sont résumées dans les tableaux suivants :

	Axe X	Axe Y	Remarque	Unité
Masse mécanique	39.918	93.464		[kg]
Masse moteurs	3.4		Moteur des outils tournants et moteur du Y	[kg]
Masse emportée ¹²⁰	5	5	Moyenne	[kg]
Vis				
Rails				
Chariots : k			Rigidité latérale	[N/m]
Poulies : I			inertie des deux poulies (rapport 1:1)	[kgm ²]
Courroie : k			rapporté côté moteur	[Nm/rad]

Tableau 20 Caractéristiques du système X Y

Axe	Groupe	Masse [kg]	Désignation
S2	307005		alpha 0,5 / 8'000
X1	307071		alpha M2,5 / 4'000
Y1	307074		alpha M2,5 / 4'000 frein

Tableau 21 Caractéristiques des motorisations concernées

Axe Y1 d'une DECO 13

inertie moteur Y1 : 0.003 Kgm²

type 1FT6 082 - 8AF71 - 3EH2

Constante couple : 1.28 Nm/A

Limite couple : 400%

Courant nominal moteur : 10.2A

Courant max moteur : 41A . $41/10.2 \cdot 100 = 400\%$

Courant max ampli : 50A --> pas de limite

Couple max = 41A * 1.28Nm/A = 52.5 N (aussi limité par paramètre)

Boucle régulation courant : $4 * 31.25\mu s = 125\mu s$

Boucle régulation vitesse : $16 * 31.25 = 0.5\text{ms}$

Boucle régulation position : 2ms (très probablement)

Interpolateur : 8 ou 10ms

Codeur moteur : 2048 traits

Multiplicateur standard : 128 --> 31744 i/tr

(sur axes X et Z , multiplicateur = 2048 --> 1.2 millions i/tr)

¹²⁰ Portes-outils et outils.

Axe Y1 d'une PF 42

Machine				
Désignation		Cas =>	Simulation	DECO Fixe 42
Axe		Axe=	Y1	Y1
Course max	[mm]	s_ch=	300	
Moteur				
Couple nominal	[Nm]	Mn=	9	10.2
Couple maximal	[Nm]	Mmax=	35	52.5
inertie de rotation	[kgm2]	I_mot=	2.57E-03	3E-3
inertie du pignon	[kgm2]	I_pig_mot=	1.70E-04	1.70E-04
inertie de Vitesse maxi	[kgm2]	I_etc_mot=	6.24E-05	6.24E-05
	[min-1]	n_mot=	3.00E+03	3.00E+03
Liaison				
Rapport (nmot / nvis)	[-]	i_mot_vis=	1	1
Rendement	[-]	eta_tr=	0.96	0.96
Vis à billes	32 mm			
Pas de vis	[m]	p_vis=	0.01	0.01
inertie de vis	[kgm2]	I_vis=	3.85E-04	3.85E-04
inertie du pignon	[kgm2]	I_pig_vis=	1.70E-04	1.70E-04
inertie de Frottement des joints	[kgm2]	I_etc_vis=	6.24E-05	6.24E-05
	[Nm]	Mf_vis=	0.8	0.8
Paliers de vis				
Frottement des joints	[Nm]	Mf_pal=	0	
Chariot en translation				
Masse	[kg]	m_ch=	240	260
Inclinaison (90° = vertical)	[°]	incl_ch=	90	90
Frottement	[N]	Ff_ch=	200	300
Efforts en présence				
Effort de coupe moyen	[N]	Fc_m=	2000	2000
Effort de coupe de pointe	[N]	Fc_p=	5000	5000
Rampes				
Accélération du chariot	[m / s2]	A_ch=	2.5	2.5

Tableau 22 Données techniques d'un axe Y1 de PF 42

On donne deux colonnes, car certaines valeurs on changé entre la simulation dans la phase d'étude et la machine réelle.

ANNEXE (I)

Avance contre-broche multi-DECO

On présente ici les caractéristiques techniques de l'axe z26 des multiDECO et un aperçu de la machine concernée.



Figure 204 Vue d'une MultiDECO 26/6

Il n'est pas possible de donner ici des explications complètes sur le fonctionnement des machines de type multibroches. On se contente de donner quelques figures pour aider le lecteur à situer le contexte de l'étude de l'entraînement électrique des axes z21 à z26

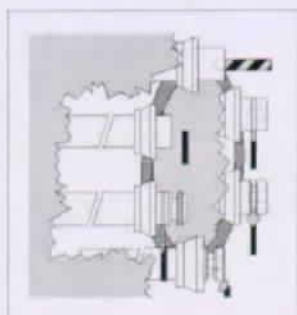


Figure 205 Principe multiBroches

Il y a 6 (ou 8) broches montées sur un barillet. Les broches portent la barre de matière première destinée à être usinée. Le barillet tourne séquentiellement de 1 sixième (ou 1 huitième) de tour. Ainsi, toutes les broches se retrouvent séquentiellement devant chaque poste équipés d'outils. A chaque poste est fait un usinage spécifique. En face de chaque poste, il y a un système pour effectuer des opérations sur le bout de la pièce (unité en bout). Les unités en bouts ne sont pas représentées ici. Le poste qui coupe la pièce est toujours le même, la contre-broche est naturellement placée en face.

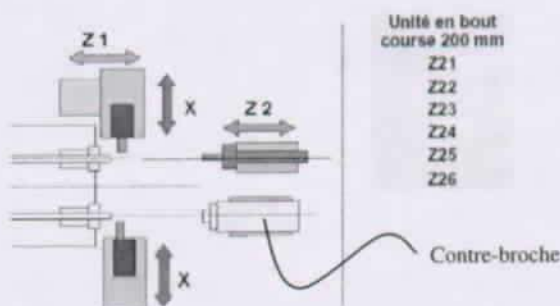


Figure 206 Vue schématique des unités en bout.

C'est le mouvement $z2$ de ces unités en bouts qui peut être très important dans le calcul de la productivité, principalement quand il porte une contre-broche.

Grandeurs	Valeurs	UnitésS	Remarques
Vis à billes : Vitesse constante min nécessaire	10	[m/min]	<i>pour usinage pour déplacements rapides</i>
Accélération ang max	2500	[rad/s ²]	<i>actuelle sur machine¹²¹</i>
	12500	[rad/s ²]	<i>envisageable¹²²</i>
Diamètre	20	[mm]	
Pas	5	[mm]	
Course	200	[mm]	
Force axiale >=	4000	[N]	<i>à transmettre</i>
Forces de frottement	400	[N]	<i>à vaincre</i>
Précision <	10	[mu]	
Temps mini sans mouvement	500	[ms]	<i>estimation</i>
Inerties en rotation:			
Poulie moteur	7.40E-05	[kgm ²]	
moyeu moteur	3.80E-06	[kgm ²]	
Disque de détection	1.03E-04	[kgm ²]	
Flasques poulie	7.00E-05	[kgm ²]	
Poulie vis	1.16E-04	[kgm ²]	
Limiteur de couple	2.59E-04	[kgm ²]	
Vis-à-billes	5.00E-05	[kgm ²]	
MASSE ENTRAINEE	1.50E+01	[kg]	
Inertie moteur actuel	5.20E-04	[kgm ²]	

Tableau 23 Caractéristiques techniques de la solution actuelle

¹²¹ selon catalogue Steinmeyer [106]

¹²² possible pour cette application, selon entretien téléphonique avec la maison Steinmeyer

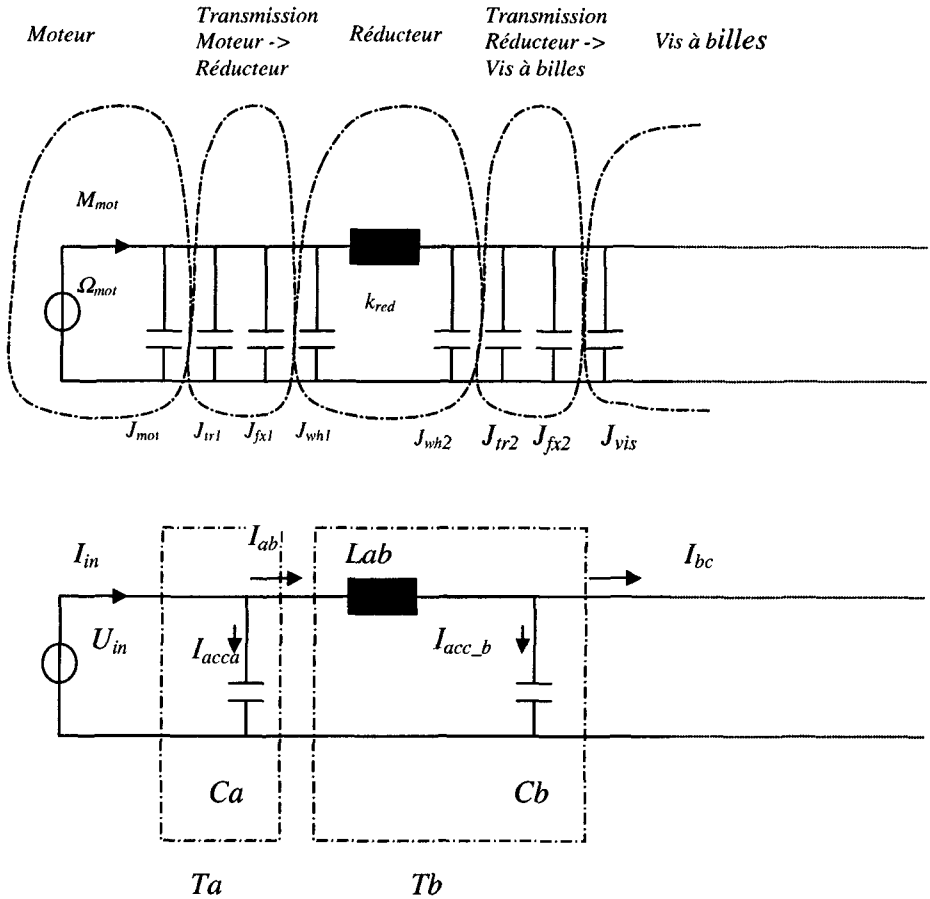
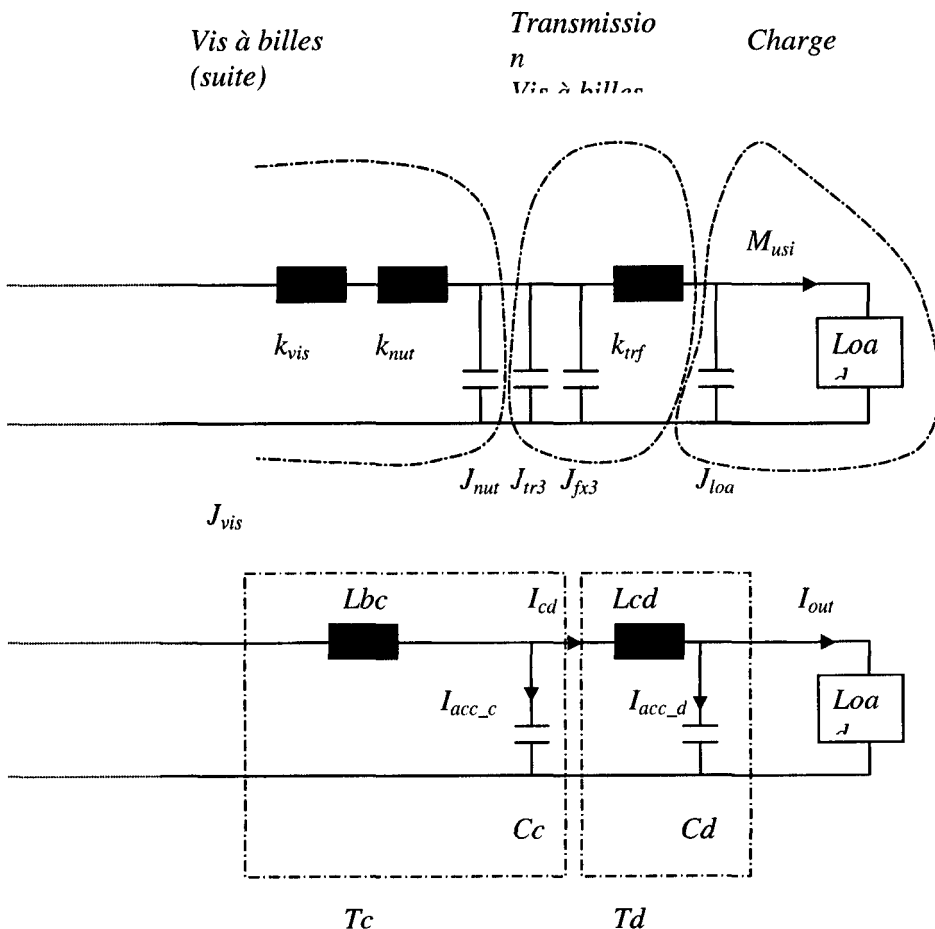


Figure 207 Schéma électrique utilisé

Dans cet exemple quelques particularités apparaissent qui nécessitent de petites retouches au schéma du modèle électrique. Cet entraînement est muni d'un limiteur de couple dont il faut prendre en compte l'inertie (dans cet exemple elle est incluse dans J_{tr2}).



Comme celle de tous les autres organes rencontrés jusqu'ici, l'inertie du limiteur de couple est susceptible de varier avec le couple admissible. Mais ce limiteur de couple est accompagné d'un disque de détection dont l'inertie ne varie pas en fonction du couple admissible. C'est pourquoi, à chaque étage de notre schéma électrique des inerties fixes ont été ajoutées (J_{fx1} , J_{fx2} , J_{fx3}). Le limiteur de couple et le disque de détection associé sont ici entre le réducteur et la vis à billes, on a donc intégré l'inertie du disque à J_{fx2} .

ANNEXE (J)

Courbes diverses

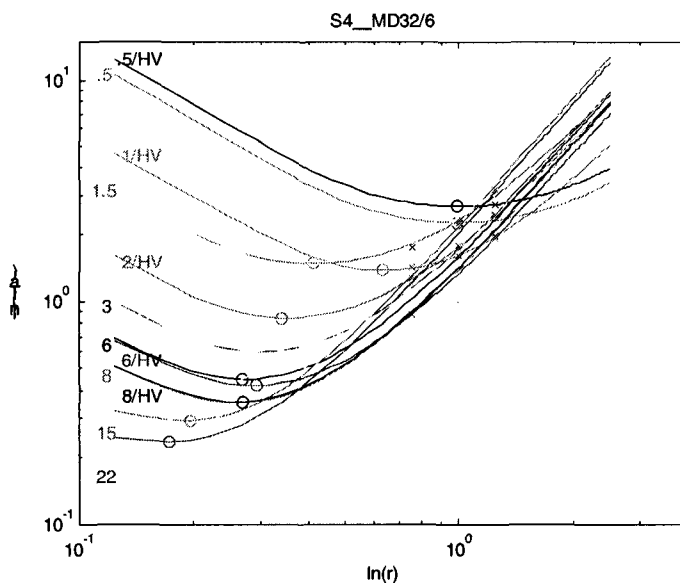


Figure 208 Temps de mise en vitesse en fonction du rapport de réduction
Broche S4 d'une multi broche Tornos MD 32/6 pour une série de moteurs Fanuc
Les x correspondent aux limites de vitesse des moteurs, les o correspondent aux
rapports optimaux (calcul numérique basé sur les caractéristiques du fournisseur)

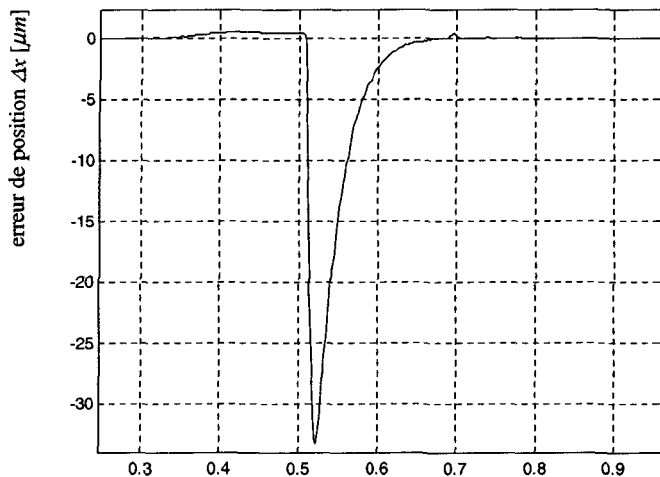


Figure 209 Réponse à une perturbation

La perturbation est de 10% du couple nominal

Le moteur est un moteur d'axe Siemens de type 1FK6 042 - 6AF71 - 1AG0

temps t [s]

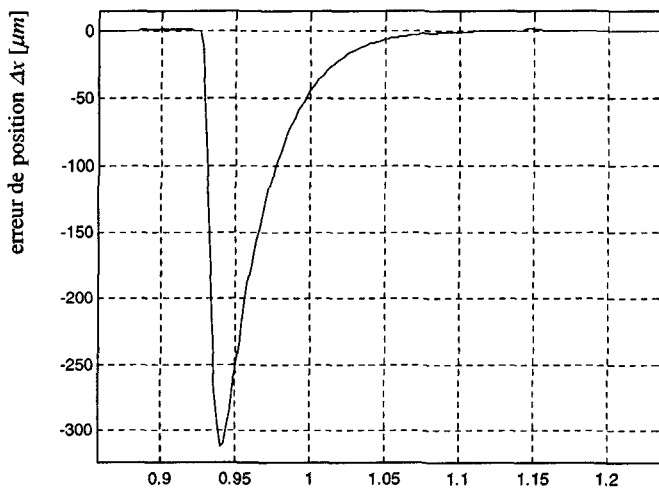


Figure 210 Réponse à une perturbation

La perturbation est de 10% du couple nominal

Le moteur est un moteur d'axe Siemens de type 1FK6 042 - 6AF71 - 1AG0

temps t [s]

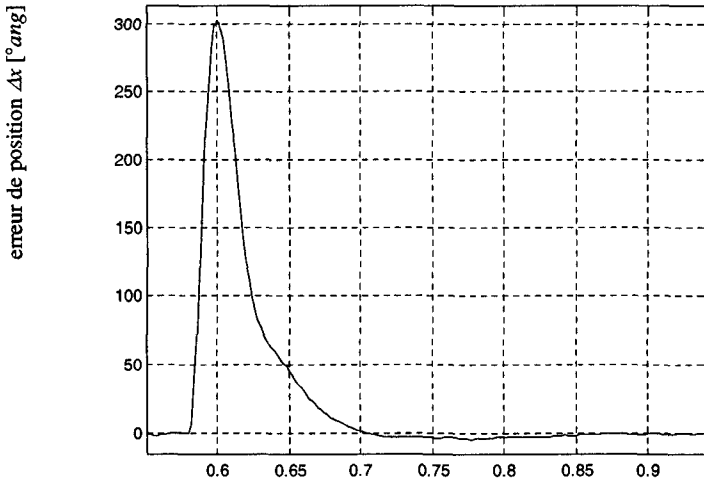


Figure 211 Réponse à une perturbation

La perturbation est de 10% du couple nominal

Le moteur est un moteur d'axe Siemens de type 1PH7 101 - 2NF02 -0BJ0

temps t [s]

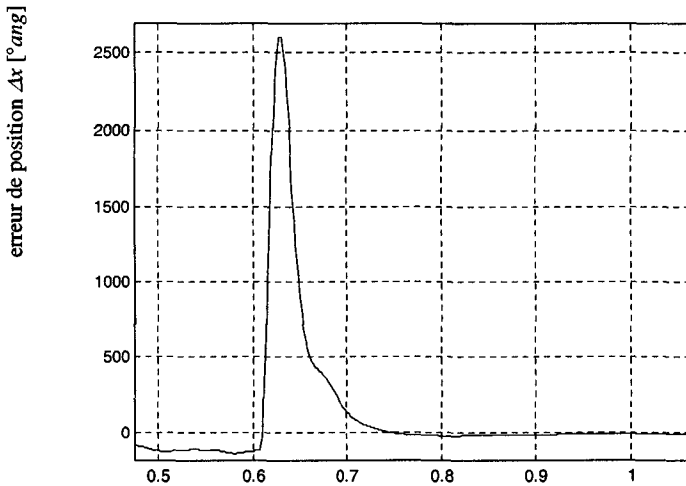


Figure 212 Réponse à une perturbation

La perturbation est de 10% du couple nominal

Le moteur est un moteur d'axe Siemens de type 1PH7 101 - 2NF02 -0BJ0

temps t [s]

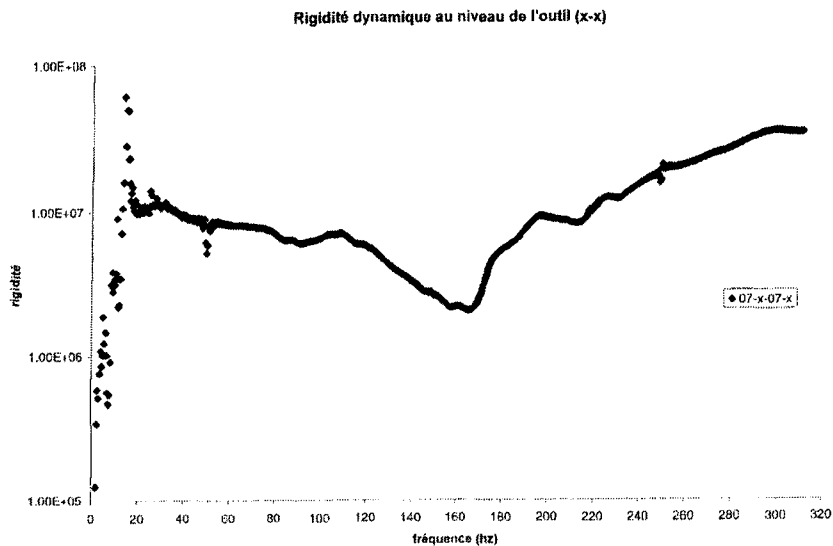


Figure 213 Rigidité dynamique de l'axe X1 d'une DECO 13 [67]

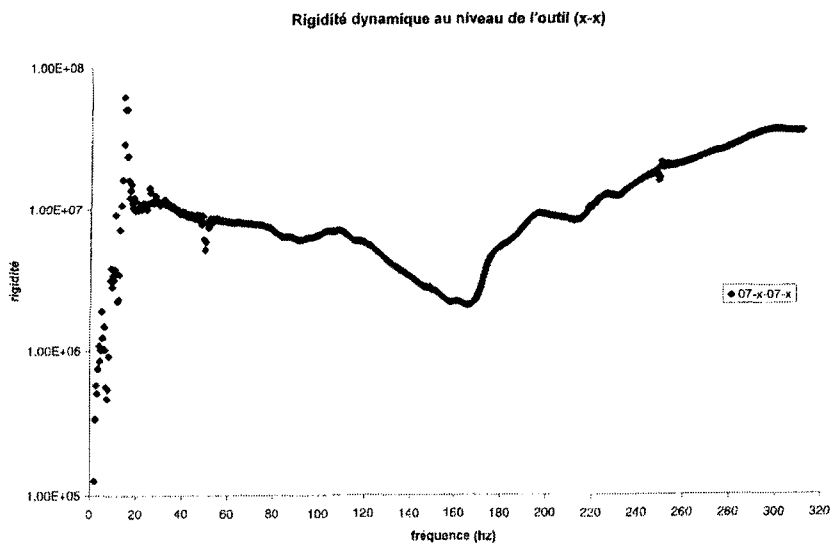


Figure 214 Rigidité dynamique de l'axe Y1 d'une DECO 13 [67]

SYMBOLES UTILISES

Les symboles utilisés dans ce document sont présentés dans l'ordre suivant :

- ⇒ Les symboles constitués de lettres minuscules;
- ⇒ Les symboles constitués de lettres majuscules;
- ⇒ Les symboles commençant par une lettre grecque;
- ⇒ Les indices de toutes sortes.

Symbole	Définition	Chapitres N°	Unité usuelle	Linéaire	Tournant *
$\{x, y, \dots\}$	Position dans un espace de dimension non définie	2		$[m]$	$[rad]$
a	Accélération (côté charge ^{**})	1, 5, 8		$[m/s^2]$	$[rad/s^2]$
$a, b, c \dots z$	Racines d'un polynôme (z est supposée être la plus grande)	5			
a_1, a_2, a_n	Coefficients d'un polynôme	4, 5	$[***]$		
a_p	Accélération correspondant à la force perturbatrice	7		$[m/s^2]$	$[rad/s^2]$
a_r	Accélération de réaction	7		$[m/s^2]$	$[rad/s^2]$
b	Largeur (de dents, de poulie, ...)	6	$[m]$		
d	Décélérations	5		$[m/s^2]$	$[rad/s^2]$
e, err	Erreur	4, 5	$[***]$		
e_p	Erreur de position	4, 7		$[m]$	$[rad]$

* voir section 1.7.1 (forces généralisées)

** voir section 1.7.2 (référentiel)

*** Concept mathématique : l'unité dépendant du contexte d'utilisation

Symbole	Définition	Chapitres N°	Unité usuelle	Linéaire *	Tournant *
e_v	Erreur de vitesse	4, 7		[m/s]	[rad/s]
f	Fréquence	7	[s ⁻¹]		
g	Accélération terrestre	5	[m/s ²]		
g_o	Gain	7	[-]		
h	Hauteur, différence d'altitude	2, 6	[m]		
i	Courant instantané****	4	[A]	[N]	[Nm]
i	Indice (nombre naturel)	3, 5	[-]		
$j\omega$	Pulsation complexe (Fourier)	4, 5	[s ⁻¹]		
k	Rigidité	3, 4, 5, 6, 7, 8		[N/m]	[Nm/rad]
k	Indice (nombre naturel)	1, 7	[-]		
l	Longueur (d'un élément mécanique)	6	[m]		
m	Module (engrenages)	5, 6	[m]		
m	Masse	1, 4, 5, 6	[kg]		
m_r	Constante technologique exponentielle	6	[***]		
n_*	Constante technologique exponentielle (l'indice * désigne l'organe concerné)		[***]		
n, m	Degré d'un polynôme, nombre d'éléments	5, 7	[-]		
n_l	Constante technologique exponentielle de l'inertie	6	[***]		
n_k	Constante technologique exponentielle de la rigidité	6	[***]		
p	Pas (vis, courroies crantées, chaînes)	6	[m]		
p	Pondération	3	[***]		
r	Rapport de réduction (>1 => vitesse décroît)	3, 4, 5, 6	lin -> rot ->	[-] [m]	[m] [-]
r_{lim}	Valeur limite du rapport de réduction optimal	5	lin -> rot ->	[-] [m]	[m] [-]
r_o	Rapport d'un étage dans le cas d'un réducteur à plusieurs trains	6	lin -> rot ->	[-] [m]	[m] [-]
$r(\omega_c)$	Rapport de l'énergie dissipée à l'énergie totale	5	[-]		
r_e	Résistance électrique du moteur	4	[Ω]		

**** Voir définition des équivalences électrique - mécanique, section 4.2

Symbole	Définition	Chapitres N°	Unité usuelle	Linéaire	Tournant *
s	Coordonnée curviligne	3, 5	[m]		
s	Variable de Laplace	2, 4, 5, 7	[s ⁻¹]		
s_1, s_2, \dots, s_n	Polynômes symétriques	5	[***]		
t	Temps	2, 3, 5, 6, 7, 8	[s]		
t_{acc}	Temps de mise en vitesse (d'accélération)	2	[s]		
t_{p_tot}	Temps total des mouvements pondéré par la statistique d'utilisation	3	[s]		
t_r	Temps de réaction du régulateur	7	[s]		
t_{vit}	Temps à vitesse constante	2	[s]		
v	Vitesse mécanique (côté charge)	2, 4, 5, 6, 7, 8		[m/s]	[rad/s]
v_0	Vitesse d'avance rapide comme paramètre variable	1, 5	[m/min]		
v_{lim}	Limite de vitesse pour un fonctionnement à couple constant	2	[m/s]		
x	Position selon la direction X	2, 4		[m]	[rad]
x, y	Variable d'un polynôme	5	[***]		
x_1, x_2, x_n	Racines d'un polynôme	4	[***]		
y	Position selon la direction Y	2, 4		[m]	[rad]
z	Nombre de dents	6	[-]		
z	Position selon la direction Z	2, 8	[m]		
MAJUSCULES					
A	Diverses constantes d'accélération (selon indice)	5		[m/s ²]	[rad/s ²]
A, B, C, D	Repères (cotes) de positions	1, 4			
A_0	Valeur de crête de la courbe d'accélération	5		[m/s ²]	[rad/s ²]
$AM(s)$	Fonction de transfert de l'ensemble Ampli-moteur	4		[m/sA]	[rad/sA]
C	Sollicitation	7	[***]		
C	Capacité (Inertie**** ou masse****)	4	[F]	[kg]	[kg m ²]
D	Diamètre	6	[m]		
E	Module de Young	6			

Symbole	Définition	Chapitres N°	Unité usuelle	Linéaire	Tournant *
E	Énergie	3	[Joules]		
E'	Énergie spécifique ($v^2/2$)	5	[J/m^3]		
ED	Taux d'utilisation	1, 7	[%]		
F	Force ou couple* (côté charge)	1, 4, 6, 7		[N]	[Nm]
F_m	Force d'accélération d'une masse m	1		[N]	
F_p	Force perturbatrice	4, 7, 8		[N]	[Nm]
G	Grandeur intermédiaire ***	6.2.2	[***]		
H	Fonction de transfert	4, 5	[***]		
I	Courant (transformée de Laplace du)	4, 5, 7	[A]	[N]	[Nm]
INC	Plus petit incrément de position (mesure)	3, 7		[m]	[rad]
J	Inertie ou masse*	1, 4, 5, 6, 7		[kg]	[$kg\ m^2$]
J_{erk}	Dérivée de l'accélération ou jerk	2, 5		[m/s^3]	[rad/s^3]
$J_{erk,0}$	Pente maximale de l'accélération (jerk)	2, 5		[m/s^3]	[rad/s^3]
J_{tot}	Inertie totale	1, 4		[kg]	[$kg\ m^2$]
$j\omega$	Pulsation complexe (Fourier)	4, 5			
K_T	Constante de couple	4	[N/A]		
L	Inductance (réceptance ****)	4	[H]	[m/N]	[rad/Nm]
M	Couple ou force* (côté moteur)	1, 4, 5, 6, 7		[N]	[Nm]
M_p	Couple perturbateur	7, 8		[N]	[Nm]
M_r	Couple de réaction	7		[N]	[Nm]
N	Partie imaginaire d'une inductance (ou perte structurelle ****)	4	[H]	[m/N]	[rad/Nm]
$N(n)$	Statistique du nombre moyen de mouvements	7	[-]		
P	Puissance	5	[W]		
$P^{(n)}(x)$	Polynôme en x de degré n	5	[***]		
Q	Qualité (dans le sens performance)	3, 7	[***]		
$Q_i(v_i)$	Caractéristique N°i, dépendante des paramètres v_i	3	[***]		
R	Résistance	4, 5	[Ω]	[s/kg]	[s/kgm^2]
S	Repère de broche	1, 2	[-]		
S_1, S_2, \dots, S_n	Coordonnées curvilignes particulières	5	[m]		

Symbole	Définition	Chapitres N°	Unité usuelle	Linéaire	Tournant
T	Matrice de transmission	4	$[\Omega^{-1}]$		
T_e	Constante de temps électrique du moteur	5	$[s]$		
TE	Période d'échantillonnage	7	$[s]$		
T_{Elec}	Constante de temps équivalente de régulation	7	$[s]$		
T_{Mec}	Constante de temps équivalente mécanique rigide	7	$[s]$		
T_{sys}	Constante de temps équivalente système flexible	7	$[s]$		
U	Tension (Vitesse****)	4, 7	$[A]$	$[m/s]$	$[rad/s]$
V_{01}, V_{02}, \dots	Vitesse souhaitée pour des segments particuliers	5		$[m/s]$	$[rad/s]$
X	Direction, axe, repère d'axe	1, 2, 4	$[-]$		
Y	Direction, axe, repère d'axe	1, 2, 4	$[-]$		
Z	Impédance	4, 7	$[\Omega]$		
SYMBOLES SPÉCIAUX					
$\$$	Prix	3, 6, 7	$[CHF]$		
LETTRES GRECQUES					
α	Rapport des inerties rapportées (J_{mot}/J_{load})	5	$[-]$	$[-]$	$[-]$
α	Facteur d'amortissement	4	$[-]$	$[-]$	$[-]$
$\alpha, \beta, \chi, \delta, \varepsilon$	Repères de positions	2			
β, ϑ_0	Paramètres accessoires	5			
Δ	Écarts	1 .. 8	$[***]$		
$\Delta\theta$	Petits angles	4	$[rad]$		
Δs	Déplacement curviligne	5		$[m]$	$[rad]$
Δt	Gain en temps	5		$[s]$	
ΔT	Incrément de temps	2, 5	$[s]$		
ΔT	Retard			$[s]$	
Δt_a	Durée de la phase d'accélération	7		$[s]$	
Δt_d	Durée de la phase de décélération	7		$[s]$	
Δv	Variation de vitesse	5		$[m/s]$	$[rad/s]$
$\Delta\Omega$	Saut de vitesse	5		$[m/s]$	$[rad/s]$
Δx	Allongement	5, 8		$[m]$	$[rad]$
ΔX	Ecart de position	7		$[m]$	$[rad]$
Δx_{tol}	Erreur tolérée	3		$[m]$	$[rad]$
ε	Rigidité spécifique des courroies	6	$[N]$		

Symbole	Définition	Chapitres N°	Unité usuelle	Linéaire *	Tournant *
ε	Accélération angulaire	1, 5, 6			[rad/s ²]
ε	Durée avant dépassement de résolution	7		[s]	
Φ	Position * (côté moteur **)	1		[m]	[rad]
Γ	Réceptance ou flexibilité	4		[m/N]	[rad/Nm]
η	Rendement		[-]		
η	Rendement	6	[-]		
$\eta_m, \eta_k, \eta_A, \eta_F$	Facteurs correctifs (productivité, rigidité, durée de vie, faisabilité)	6	[-]		
ϑ	Position angulaire du rotor	4	[rad]		
K_s, b_a	Gains d'un régulateur (selon l'indice)		[***]		
λ	Constante technologique		[***]		
λ_s	Constante multiplicative du prix	6	[***]		
λ_{s0}	Constante additive du prix	6	[***]		
λ_I	Constante technologique multiplicative de l'inertie	6	[***]		
λ_{nn}	Durée de vie (moins de nn % de panne sur cette durée)	3, 6, 7	[heures]		
μ	Coefficient de frottement	6	[-]		
Π	Productivité	3, 6, 7	[s ⁻¹]		
ρ	Masse volumique	6	[Kg/m ³]		
σ_x	Répétitivité	3			
T	Couple ou force* (côté moteur)	7		[N]	[Nm]
ω	Pulsation	4, 5, 7	[s ⁻¹]		
Ω	Vitesse de déplacement (côté moteur)	1, 2, 3, 4, 5, 6		[m/s]	[rad/s]

Indice	Définition : relatif à :	Chapitre
0	... une grandeur initiale	2, 3, 5
0	... au centre du système concerné	6
1	... l'entrée du système concerné	4, 5, 6
2	... sortie du système concerné	4, 5, 6
100	... la vitesse d'avance rapide	7, 8
11 12 21 22	... aux repères des termes d'une matrice 2X2	4, 7
α, β	... aux repères des phaseurs perpendiculaires	4
a, b, c	... aux appuis A, B, C	1
acc	... l'accélération (et décélération)	1, 5, 7
adm	... la valeur admissible	5, 6, 7
c, v, r, m	... moteur, réducteur, vis, et charge (indices courts pour simplification de notation)	4, 5, 6
cin	... au déplacement (énergie cinétique)	3
cl	... une méthode classique	5, 8
con	... ce qui est consommé	3
cons	... la consigne	1
const	... une grandeur constante	5
cut	... au procédé de coupe	3
ent	... l'entrée	3
ent	... l'entretien	7
fin	... la valeur finale	5
fr	... au frottement	5
i	... aux improductifs	7
ini	... la valeur initiale	5
joule	... aux pertes joules	5
lim	... une valeur limite	1, 5, 6, 7
load	... la charge	4, 5, 6
mac	... la machine	3
max	... une valeur maximale	1, 7
met	... la mise en train	7
min	... la valeur minimale	6, 7
mot	... au moteur	4, 5, 7
moy	... une moyenne	7
N	... une valeur nominale	5, 6, 7
nut	... l'écrou	4
opt	... une méthode optimale	5, 8
p, q	... un repère direct et transverse (courants)	4

Indice	Définition : relatif à :	Chapitre
<i>pdi</i>	...aux pertes diverses	3
<i>peak</i>	... la valeur crête	5, 7
<i>per</i>	... une perturbation	4
<i>pièce</i>	... une pièce (non définie)	6
<i>pin</i>	... aux pertes dans le sens inverse	3
<i>prod, w</i>	... la production	7
<i>rei</i>	... à ce qui est réinjecté	3
<i>screw</i>	... la vis	4
<i>stat</i>	... qqc de statique	7
<i>st-b</i>	... au mode stand-by	5
<i>sys</i>	... à un système	4
<i>tot</i>	... au total	5, 6, 7
<i>tr</i>	... la transmission	4
<i>uti</i>	... une grandeur utile	3, 5, 7
<i>vit</i>	... une vitesse constante	1
<i>wh</i>	... roue	4

BIBLIOGRAPHIE

Références bibliographiques

Les références sont réparties dans les rubriques suivantes :

- ⇒ Ouvrages et publications
- ⇒ Normes, brevets, propriété intellectuelle
- ⇒ Catalogues et publications commerciales

Ouvrages et Publications

A:

- [1] **Jr Armstrong, W.Richard**, *Load to Motor Inertia Mismatch: Unveiling The Truth*, Drives And Controls Conference, Telford England. 1998

B:

- [2] **Swen Bachmann**, *Analyse dimensionnelle des vis à billes*, Rapport interne de stage pratique en industrie, Tornos SA 2001
- [3] **Raphaël Berberat**, *Variateur de fréquence basé sur le principe du cycloconvertisseur*, Travail de Diplôme à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Arc Jurassien (ei-aj). 2002
- [4] **Raphaël Berberat**, *Variateur de fréquence basé sur le principe du cycloconvertisseur*, Rapport de stage pratique, Tornos SA 2002
- [5] **D. Binder**, *Interpolation in numerischen Bahnsteuerungen*, Springer-Verlag, ISBN 3-540-09007-X 1972
- [6] **René Boite, Jacques Neiryneck**, *Théorie des réseaux de Kirchhoff (TE volume IV)*, Presses polytechniques romandes ISBN :2-88074-322-2 1996
- [7] **Frédéric Bonvin**, *Analyse et mise en œuvre des méthodes de commande sans capteur pour moteurs synchrones à aimants permanents*, Thèse de doctorat, EPFL, Département d'Électricité, Thèse N° 2354 (2001) 2001

- [8] **Hansruedi Bühler**, *électronique de réglage et de commande*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1990
- [9] **Hansruedi Bühler**, *électronique de puissance*, Presses Polytechniques Romandes, 1984
- [10] **Hansruedi Bühler**, *Réglage échantillonné Vol 1 Traitement par la transformée en z*, Presses Polytechniques Romandes, 1983
- [11] **Hansruedi Bühler**, *Réglage échantillonné Vol 2 Traitement dans l'espace d'état*, Presses Polytechniques Romandes, 1983
- [12] **Hansruedi Bühler**, *électronique de puissance*, Presses Polytechniques Romandes, 1984
- [13] **H. Bühler**, *>Mecatronique, cours de mécatronique*, polycopié, EPFL 1996
- [14] **G. Brandenburg, S. Geissenberger, C. Kink, N.S. Schall, M. Schramm**, *Multimotor Electronic Line Shafts for Rotary Offset Printing Presse: A revolution in Printing Machine Techniques*, IEEE/ASME Transaction on Mechatronics, Vol 4 N° 1, 1999
- [15] **Jean-Marc Breguet, Reymond Clavel**, *Stick and Slip Actuators : Design, Control, Performances and Applications*, International Symposium on Micromechatronics and Human Science, IEEE 1998
- [16] **Mary Ann Branch, Andrew Grace**, *Optimization Toolbox for use with MATLAB®*, User's guide, The MatWorks Inc, 2nd printing for V5 1996
- C:**
- [17] **Murat Kunt**, *Traitement numérique des signaux*, Presses Polytechniques Romandes 1984
- D:**
- [18] **F. Deak**, *Faisabilité de l'optimisation d'un PO par utilisation des réseaux de pétri dans le cadre des décolleteuses de la plate-forme technologique DECO 2000 de la firme Tornos*, Travail de diplôme, STI/IPR/LICP, EPFL, 1999
- [19] **Michel Del Pedro, Pierre Pahud**, *Mécanique vibratoire*, Presses Polytechniques et universitaires romandes, PPUR 1997
- [20] **Antoine Dequit, Maxime Gautier, Etienne Valdes, Wisama Khalil**, *Intégration de la loi de mouvement CN lors de la conception mécanique d'une machine cartésienne*, Asises Machines et Usinage à Grande Vitesse, CETIM Senlis, 6-7 mars 2000
- [21] **D. Dragomatz, S. Mann**, *A classified bibliography of literature on NC milling path generation*, Elsevier Science. 1996
- E:**
- [22] **George Ellis, Robert D. Lorenz**, *Resonant Load Control Methods for Industrial Servo Drives*, proc. of IEEE IAS (Rome), p 1438 - 1445 2000
- [23] **Hans Ertl, Johan W. Kolar, G. Morauf, F. C. Zach**, *Analysis of Active Ripple Current Compensators Employing Multi-Cell Switch-Mode Amplifier Topologies*, 8th International Conference on Power Quality (PCIM). 2002
- [24] **D.J. EWINS**, *modal Testing : Theory and Practice*, Research Studies Press, 1984

F:

- [25] **Guy Fages**, *La vérité sur les robots parallèles*, ROBAUT, J'automatise N° 4. 1999
- [26] **Mohammed Filalli**, *analyse du comportement vibratoire de la PF42*, rapport interne Tornos, 2001
- [27] **Christophe Fourey**, *Méthode de calcul du rapport de transmission optimal*, Travail de Diplôme à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Arc Jurassien (ei-aj). 2002

G:

- [28] **K.+R. Gieck**, *Formulaire technique*, 78e edition, Gieck Verlag, ISBN 3 920 379 24 1 1997
- [29] **K S Garbett, R. P. Jones**, *Optimisation of fuel economy through dynamic scheduling of engine torque and gear ratio*, Departement of Engineering, University of Warnick. 2000
- [30] **F. Ghorbel, F. Altpeter, R. Longchamp**, "integral Manifold Control of a Mechanical System with a Flexible Shaft" Int. Conf. On Recent Advances in Mechatronics, Istambul, pp.722-727 August 14-16 1995
- [31] **Alexander M. Gousskov, Sergey A. Voronov**, *Dynamic Models Generalization of Manufacturing Systems with Single-point Cutting Considering Equation of new Surface Formation*, Internal publication of the Department of Applied Mechanics of the Bauman Moscow State Technical University. 2002
- [32] **Paula Greg**, *Tacking sensors out of motors*, American Society of Mechanical Engineers, ASME, pages 74-75, January 1998

H:

- [33] **J. Hamann, H.-P. Tröndle**, *Mechatronic Service and Investigation on the Example of a Forming and Milling Machine*, Prospectus de presentation de la division Mechatronic Support du groupe SIEMENS 2002
- [34] **J. Hamann, H.-P. Tröndle**, *Simulation of a horizontal and vertical axes of the Tornos DECO-42 machine*, Rapport d'une etude mandatée par Tornos à Mechatronic Support du groupe SIEMENS 2002
- [35] **W. Hofmann, M. Ziegler**, *Multi-Step Commutation and Control Policies for Matrix Converters*, Chemnitz University of Technology, Germany 2002
- [36] **David Halliday, Robert Resnick**, *Mécanique*, Édition du renouveau pédagogique Inc., Montréal, ISBN 2-7613-0011-4 1979
- [37] **Tedric A. Harris**, *Rolling Bearing Analysis*, John Wiley & son Inc, ISBN 0 471 35265 9. 1966
- [38] **C. Hualing, D. Depei**, *A New Theoretical Model of Nonlinear Chatter in CuttingProcess*, Proc. 11th Int'l Conf. Production Res. (ICPR) pp. 932-936 1991

I: J:

- [39] **Marcel Jufer**, *électromécanique (TE IX)*, Presses Polytechniques Romandes, 1998

K:

- [40] **Y. Koren**, *Interpolator for a computer numerical control system*. IEEE Transaction on Computers, 25(1), 1974

L:

- [41] **Werner Leonhard**, *Control of Electrical Drives*, 3rd edition, Springer 2001
- [42] **Q. Li, W.J. Zhang, L. Chen**, *Design for Control - A concurrent engineering approach for mechatronic systems design*, IEEE-ASME Transaction on Mechatronics, ISDN 1083-4435 2001
- [43] **Roland Longchamp**, *commande numérique de systèmes dynamiques*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1995
- [44] **R. D. Lorenz**, *The future of electric drives: where are we headed?* Power Electronics and Variable Speed Drives, Publication N° 475, IEE 2000

M:

- [45] **Dinesh Manocha**, *Computing selected solutions of polynomial equations*, International Conference on Symbolic and Algebraic Computation, ISBN:0-89791-638-7, Pages: 1 - 8 1994
- [46] **Daoud Metiaz**, *Analyse vibratoire des machines-outils, Application à la Tornos Deco 2000*, Rapport de travail de diplôme, Ecole d'ingénieurs St-Imier, 2001
- [47] **Jérémie Monnin**, *Prédiction des conditions d'instabilité de broutement d'usinage*, Travail de diplôme HES, Ecole d'Ingénieurs de St-Imier, 2002
- [48] **Raphael Montavon, Pierre Pache**, *Pilotage de moteurs avec cinématique d'axes combinés*, Projet INTERNE de Recherche, ei-aj (École d'Ingénieurs de l'Arc Jurassien), 2003
- [49] **M. Said Abdel Moteled**, *Advanced Motor Drives Control In Mechatronic Technology*, 0-7803-5731-0/99\$10.00 ©1999 IEEE. 1999
- [50] **Philippe Morel**, *Génération de trajectoire pour CNC*, Document interne - rapport d'un travail du Laboratoire d'Informatique Technique de l'EPFL mandaté par Tornos, Version 1.2, 1993
- [51] **Matthias Müller**, *A new approach for Trajectory generation in 5-axis machining*, Thèse N° 2512, Génie mécanique EPFL, 2001

N: O:

- [52] **O. Orringer, W.R. Paxton, D.E. Gray, P.K. Raj**, *Residual stress and its consequences on both the wheel-rail interface*, ELSEVIER, Wear N°191 1995
- [53] **Alain Oustloup**, *La commande CRONE*, Hermès, 1991

P:

- [54] **Pierre Pahud**, *Concepts relatifs à la précision /Comportements statique et dynamique /Glissières et mouvements /Les axes et leur commande*, Tiré à part du MSM, EPFL Lausanne. 1997
- [55] **Pierre Pahud, P. Hulliger**, *Les axes et leur commande*, Marché Suisse des Machines N° 10, pp64-67 1996
- [56] **Cedric Paroz**, *Simulation numérique d'un moteur synchrone à aimants permanents*, Travail de diplôme en électronique industrielle, EPFL 1989
- [57] **Cedric Paroz**, *Commande incrémentale à fréquence fixe et à avance variable*, 7^{ème} Colloque International sur les moteurs pas à pas, Nancy 1992
- [58] **Cedric Paroz**, *Système de commande parallèle et interface*, module du cours Amélioration de la productivité des machines par l'introduction de capteurs, FSRM. 1997
- [59] **Cedric Paroz**, *Le point sur les avances rapides*, document interne, Tornos 1998

- [60] **Cedric Paroz**, *A new approach to define optimal acceleration shape based on electrical model*, EPE 2001 Paper N° PP01249 2001
- [61] **H.G. Petersen**, *Easy and general kinematics for parallel manipulators* International Conference Robotics and Applications, 2000
- Q:**
- [62] **Y. Li H. Qiu, K. Cheng**, *Optimal circular arc interpolation for NC tool path generation in curve contour manufacturing*, Computer-Aided Design, 1997
- R:**
- [63] **Z. Rahman, M. Ehsani, K. L. Butler**, *An Investigation of Electric Motor Drive Characteristics for EV and HEV Propulsion Systems*, 2000 Future Transportation Technology Conference, SAE Technical Paper Series 2000
- [64] **N. Rosenmaryr, A. Cassat, H. Stemmler**, *SWISSMETRO - Vector Control for a Homopolar Synchronous Linear Motor*, International Conference on MAGLEV'2000 Rio, 2000
- [65] **Rodney G. Roberts**, *A note on the normal form of a spatial stiffness matrix*, IEEE Transactions on robotics and automation, Vol. 17, N° 6 2001
- S:**
- [66] **Herbert Schulz**, *Fraisage grande vitesse des matériaux métalliques et non métalliques*, Traduction par S. Torbaty - Sofetec Boulogne - ISBN 2-912540-00-3 1997
- [67] **Stephan Siegenthaler**, *Analyse vibratoire des machines-outils, Application à la Tornos Deco 2000*, Rapport de travail de diplôme, Ecole d'ingénieurs St-Imier, 2000
- [68] **SEMAFOR**, *The Energy-Efficient Design of Electrical Drive Systems*, User Manual of the product Opal Version 02, provided by SEMAFOR Informatik & Energie AG, Basel CH. Jan. 1971
- [69] **S. Smith, J. Tlustý**, "Theory of Self-Excited Machine-Tool Chatter," Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, Vol. 112, pp. 142-150, May 1990
- [70] **Georges Spinnler**, *Conception des machines, Principes et applications, Tome I, II et III Statique / Dynamique / Dimensionnement*, PPUR, ISBN 2-88074-354-0 2002
- [71] **Mauro Spillari**, *Etude de productivité des produite multi-DECO*, Rapport d'étude interne, Tornos SA, 2001
- [72] **J.L. Stein, B.H. Wilson**, *Finding the Proper Model*, ME560 Modeling Dynamic Systems, University of Michigan - Mechanical Engineering. 2002
- T:**
- [73] **Jean Pierre Tignol**, *Leçons sur la théorie des équations*, Publications de l'institut de mathématique pure et appliquée, Université Catholique de Louvain. 2000
- [74] **S.Li Tzuu-Hseng, Jian Sheng-Sung, Tsai Ming-Che**, *Design and Implementation of Fuzzy Trajectory Following and Planning Control for Mobile Robots*. IEEE Catalogue N° 01CH37239 2001

U: V:

- [75] **Etienne Valdes, Antoine Dequit, François Debroucke, Michel Octrue, Jean-Marie Castelain**, *Conception de chaînes d'actionnements par vis-à-billes pour les axes de machines TGV*, Asises Machines et Usinage à Grande Vitesse, CETIM Senlis, 6-7 mars 2000
- [76] **Herman J Van de Straete, Pascal Degezelle, Joris De Schutter, Ronnie J.M. Belmans**, *Servo Motor Selection Criterion for Mechatronic Applications*, IEEE/ASME Transaction on Mechatronics, Vol 3 N° 1 1998
- [77] **Herman J Van de Straete, Joris De Schutter, Ronnie J.M. Belmans**, *An efficient Procedure for Checking Performance Limits in Servo Drive Selection and Optimisation*, IEEE/ASME Transaction on Mechatronics, Vol 4 N° 4 1999
- [78] **Herman J Van de Straete, Joris De Schutter, KU Leuven**, *Optimal variable transmission ratio and trajectory for an inertial load with respect to the servo motor size*, Journal of Mechanical Design, 121 (4) 544-551 1999

W:

- [79] **W. Weibull**, *A Statistical Representation of Fatigue Failures in Solids*, Acta Polytechnica, Mechanical Engineering Series 1, R.S.A.E.E. , N° 9.49 1949
- [80] **Sascha Weikert**, *Beitrag zur Analyse des dynamischen Verhaltens von Werkzeugmaschinen*, Thèse de doctorat, Diss. ETH N° 13596 2000
- [81] **J. Wolff, R. Rahner, H. Späth**, *Sensorless Speed Control of a switched reluctance motor for industrial applications*, Optimization of Electrical and Electronic Equipments - Brasov, Volume 2, P. 457 1998

X: Y:

- [82] **Chii-Rong Yang, Rong-Tsong Lee, Yuang-cherng Chiou**, *Study on dynamic friction characteristics in reciprocating friction drive system*, ELSEVIER SCIENCE, Tribology International, Vol 30, N°10. 1997
- [83] **Chii-Rong Yang, Rong-Tsong Lee, Yuang-cherng Chiou**, *Tribological behavior of reciprocating friction drive system under lubricated contact*, ELSEVIER SCIENCE, Tribology International, Vol 32, N°8. 1999
- [84] **George W. Younkin, William D. McGlasson, Robert D. Lorenz**, *Considerations for low inertia AC drives in machine tool axis servo application*, IEEE Transaction On Industry Applications . 1991
- [85] **George W. Younkin**, *Drive sizing Requirements for Machine Tool Feed Drives*, 90/CH 2935-5/90/0000-1533\$01.00©1990 IEEE. 1990

Z:

Brevets & normes :

- [86] **Hernst Buhler, Marco Boccadoro**, *Numerisches Steuersystem für hochdynamische Prozesse*, Brevet Européen N° 0 270 059 B1 1987
- [87] **Hernst Buhler, Marco Boccadoro**, *Numerical control system for highly dynamic processes*, US Patent N° 4 858 140 1987
- [88] **Wolfgang Papiernik**, *Clock-synchronised motion control in discrete-time sampling systems*, US Patent N°5 832 188 1996
- [89] **Cedric Paroz**, *Procédé de traitement des paramètres d'une trajectoire spatio-temporelle* Brevet européen, N° de dépôt 01810556.9-1239, 2001
- [90] **Cedric Paroz**, *Procédé d'atténuation de vibrations dans une machine d'usinage*, Brevet européen, N° de dépôt 01810820.9-**** 2001
- [91] **Cedric Paroz**, *Procédé d'usinage non concentrique et machine-outil programmée pour mettre en œuvre ce procédé*, Brevet européen, N° 95810724.5-**** 1999
- [92] **Cedric Paroz, J.-C. Simonin**, *Procédé et dispositif de commande d'un ou de plusieurs axes dans une machine-outil*, Brevet européen, N° de dépôt 99810114.1-2206 1991
- [93] **Cedric Paroz**, *Procédé et dispositif de commande de moteur pas à pas*, N° de dépôt CH 169492 1990
- [94] **Cedric Paroz, P.Roth**, *Procédé et programme de commande numérique de machine-outil ainsi que commande numérique fonctionnant au moyen de ce programme*, Brevet européen, N° de dépôt 99810114.1-2206 1999
- [95] **Otsuki Toshiaki, H Kozai, Y Wakinotani**, *Free curve interpolation apparatus and interpolation methods*, US Patent N°5 936 864 1997
- [96] **W. Speth , W. Westmeyer**, *Method and device for controlling a tool feed*
Patent : DE19724933, WO9857240, EP09888584, SIEMENS AG 1998
- [97] **W. Westmeyer**, *Removal of non-tangential regions in programmed contours*
Patent : EP0706104, SIEMENS AG 1996
- [98] **Yaskawa**, *mecatronic*, Japan Trade Mark, Kohhoku, Class 9, Shou 46-32713, 46-32714, Jan. 1971
- [99] **Normes**, *Extrait de normes pour écoles techniques* , VSM
ISBN 3 909 750 04 8 1986
- [100] **RAVEL**, *Entraînement électriques, automatisations et processus électriques*,
Office fédéral des questions conjoncturelles, ISBN 3-905251-10-8 1996

Catalogues :

- [101] Produits divers, TMC, *Resource Guide 2002, Vibration Solutions*
- [102] Produits divers, MÄDLER[®], *antriebsselemente und normteile - getriebe und getriebemotoren.*
- [103] Harmonic Drive[®], ASS AG, Düdingen
- [104] Engrenages, Maedler[®],
- [105] Vis à billes, Star[®],
- [106] Vis à billes, Steinmeier[®],
- [107] Vis à billes, Warner[®],
- [108] Vis à billes, MANNESMANN[®],
- [109] Vis à billes, THK[®],
- [110] Vis à billes, KAMMERER[®],
- [111] Vis à billes, THOMSON[®],
- [112] Moteurs, Axidyne[®],
- [113] Moteurs, Vickers[®],
- [114] Moteurs, Maxon[®],
- [115] Moteurs, Dunkermotoren[®],
- [116] Moteurs, Leroy Somer[®],
- [117] Moteurs, Portescap[®],
- [118] Moteurs, Alxion[®],
- [119] Moteurs, Stegmann[®],
- [120] Moteurs, Sonceboz[®],
- [121] Moteurs, ABB[®],
- [122] Moteurs, Minimotor[®],
- [123] Moteurs, B&R[®],
- [124] Moteurs, Parvex[®],
- [125] Moteurs, Berger-Lahr[®],
- [126] Moteurs, Fanuc[®],
- [127] Moteurs linéaires, ETEL[®],
- [128] Moteurs linéaires, Thrusttube[®],
- [129] Moteurs linéaires, Fanuc[®],
- [130] Moteurs linéaires, HIWIN[®],
- [131] Courroies Crantées, MÄDLER[®], "2005"
- [132] Courroies Crantées, Angst&Pfister[®], *Courroies Synchroflex[®]*,
- [133] Courroies Crantées, Bando[®], *Polyurethane synchronous belt, banfle scrum,*
- [134] Courroies Crantées, Bando[®], *Super-torque zahnriemen stis berechnungs-unterlagen*
- [135] Courroies Crantées, Mulco[®], *Synchroflex[®]*, Breco[®], *Brecoflex[®]*,
- [136] Courroies Crantées, Mitsuboshi[®], *Polyurethane Synchrostar[®] timing belt,*
- [137] Courroies Crantées, Gates[®], *PowerGripHTD[®] Manuel de détermination Pas 8mm et 14mm,*

CURRICULUM VITAE

Nom Prénom	Paroz Cédric
Année de naissance	1962
Nationalité	Suisse

Formation

1978 - 1982	Certificat Fédéral de Capacités à l'École des métiers St-Imier
1982 - 1986	Ingénieur ETS à l'École d'Ingénieurs St-Imier
1986 - 1990	Master Degree à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne

Emplois

Depuis 1990 Ingénieur de Recherche Appliquée chez Tornos et responsable du département dès 2001: Concept et suivi de réalisation d'une commande de machine et de son interface. Assistance scientifique aux autres départements. Gestion de l'innovation technologique.

Mots clefs

Technology Management, Informatic Design, Electrical Drive, Mechatronic, User Interface, Concept, Command, Interpolation, Algorithms, Control, Optimization, Data Acquisition, CNC, PNC.

Brevets et publications

Voir bibliographie.