

# **ANALYSE ET CONCEPTION DE MOTEURS SYNCHRONES CHEMISÉS À COMMUTATION ÉLECTRONIQUE**

THÈSE N° 1892 (1998)

PRÉSENTÉE AU DÉPARTEMENT D'ÉLECTRICITÉ

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES TECHNIQUES

PAR

**Marguerite KUDELSKI**

Ingénieur en microtechnique diplômée EPF  
originaire de Prilly (VD)

acceptée sur proposition du jury:

Prof. M. Jufer, directeur de thèse  
Prof. B. Multon, rapporteur  
Prof. H. Bleuler, rapporteur  
Dr E. Favre, rapporteur

Lausanne, EPFL  
1998

# Remerciements

---

Au terme de ce travail, je tiens à remercier très sincèrement les nombreuses personnes qui ont moralement ou matériellement contribué à l'élaboration de ce travail.

J'aimerais particulièrement remercier le professeur Marcel Jufer pour avoir accepté de me faire profiter de ses connaissances dans le domaine de l'électromécanique. Aussi je lui suis reconnaissante pour la patience et la disponibilité qu'il a montré lors de la réalisation de ce travail.

Je remercie MM. les Professeurs H. Bleuler et B. Multon ainsi que le Dr E. Favre d'avoir accepté de faire partie du jury.

Mes remerciements vont aussi à tous mes collègues du LEME qui m'ont toujours aidé lorsqu'un problème se présentait. Je tiens à souligner la précieuse collaboration de Alain Cassat, Laurent Cardoletti et Mircea Crivii qui m'ont particulièrement aidé dans cette étude.

Ma gratitude s'adresse aussi à Wided Degaïchia, Christophe Marguerat, Yves Perriard qui ont bien voulu lire et critiquer le manuscrit de ce travail.

Je pense également à Christiane Marguerat Lassueur pour le soin avec lequel elle a corrigé le texte de l'épreuve.

Que chacun trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

# Version abrégée

---

L'évolution des techniques de commande des moteurs électriques, telle que la méthode des capteurs indirects, alliée à la baisse du coût des composants électroniques permettent d'envisager de plus en plus d'applications économiquement viables pour les moteurs à commutation électronique. Parmi ces nouvelles applications figurent les pompes de circulation pour chauffage central.

De nos jours, la majorité des pompes de circulation de faible puissance ( $< 200W$ ) sont entraînées par des moteurs asynchrones monophasés. Bien que présentant un rendement faible (entre 20% pour la variante monophasée et 50% pour la variante triphasée), l'avantage du moteur asynchrone réside dans le fait qu'il ne nécessite pas d'électronique de commande.

Cet avantage disparaît dès lors qu'on désire effectuer un asservissement de la pompe, comme par exemple un réglage en pression ou en débit.

Le travail proposé dans cette étude est axé sur l'analyse systématique des éléments qui constituent la pompe de circulation. Il débouche sur une solution utilisant un moteur synchrone à aimant permanent (chemisé) commandé électroniquement. Les points suivants sont analysés en détail:

- Le calcul de la distribution de l'induction dans l'entrefer développé dans le cadre de cette étude est particulièrement adapté aux moteurs à grand entrefer tels que les moteurs chemisés et les moteurs à bobinage dans l'entrefer.
- L'analyse des caractéristiques électromagnétiques des moteurs à commutation électronique montre les similitudes entre les différents types de moteurs synchrones à aimants permanents.
- Le modèle développé pour estimer les pertes de la chemise statorique permet de montrer leur influence sur le bilan énergétique du moteur.
- La détermination de l'origine du bruit acoustique produit par un moteur à commutation électronique montre l'influence de la commande électronique sur les caractéristiques du moteur.
- Les aspects thermiques qui prennent en compte l'environnement du moteur sont examinés avec soin autant d'un point de vue théorique que pratique.

La synthèse des éléments présentés ici débouche sur la conception et l'optimisation de moteurs synchrones à aimants permanents; l'étude a permis la réalisation de plusieurs prototypes de pompes.

Appliqué à une pompe de circulation, le remplacement du moteur asynchrone par un moteur synchrone à aimants permanents permet de doubler le rendement global de l'installation. Cette solution s'avère donc intéressante, autant du point de vue énergétique qu'économique, et contribue ainsi aux économies d'énergie indispensables en cette fin de siècle.

# Abstract

---

The number of brushless DC (BLDC) motor applications has increased significantly, essentially due to reduced costs of semiconductors and permanent magnets, but also because of the emergence of new control strategies, such as closed-loop and sensorless control. Among the different electric drives, the heating circulation pump is a typical application which could greatly benefit from new BLDC technologies.

Nowadays, the majority of low power heating circulation pumps is driven by AC induction motors. Despite of its low efficiency ( $< 20\%$  for a single phase motor and  $< 50\%$  for a three phase motor), this kind of motor is still used widely, because of its inherent simplicity since no electronic driver is needed. When a regulation is necessary (for example pressure, flow regulation), this advantage disappears.

The aim of this work is a systematic analysis of the circulating pump motor. One solution is investigated in particular: the pump with a sealed BLDC motor. The following points are analysed in details:

- An analytical method to calculate the flux density distribution is tailored for motors with an important gap, as the sealed motors or slotless motors.
- The analysis of the electromagnetic characteristics for brushless DC motors shows the similarity of the various brushless DC motors
- The calculation of tube losses determines their influence on the energetic balance of the motor.
- The determination of the acoustical motor noise shows the influence of the different modes of phases switching.
- The thermal aspects which take into account the motor environment are examined from the theoretical and practical point of view.

The synthesis of these points results in a concept for the design and optimisation of BLDC motors; a series of pump prototype have been designed. For the heating circulation pump, the replacement of the AC induction motor with a brushless DC motor makes it possible to double the global installation efficiency. This solution is very promising from an energising aspect as well as an economical one and contributes to electrical energy savings, essential in this end of century.

# Table des matières

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Contexte de la thèse	1
1.2	Description d'une pompe de circulation	3
1.3	Sources de pertes	5
1.4	Organisation du travail	6
<b>2</b>	<b>Analyse électromécanique</b>	<b>9</b>
2.1	Introduction	9
2.2	Équations de Maxwell	9
2.3	Définition du système de coordonnées	12
2.4	Circuit magnétique équivalent	13
2.4.1	Hypothèses relatives à l'élaboration du circuit	13
2.4.2	Éléments finis	14
2.4.3	Définition de l'entrefer magnétique	16
2.4.4	Circuit magnétique équivalent simplifié	17
2.4.5	Hypothèses relatives à la résolution du circuit magnétique	18
2.5	Distribution de l'induction dans l'entrefer	19
2.5.1	Modélisation de la distribution de l'induction dans l'entrefer	19
2.5.2	Détermination de l'angle intermédiaire	22
2.5.3	Induction maximale dans l'entrefer	23
2.5.4	Facteur de correction associé à une magnétisation radiale	26
2.5.5	Validation du modèle	27
2.5.6	Remarques	28
2.6	Tension induite	34
2.6.1	Hypothèses et méthode de calcul	34
2.6.2	Flux totalisé associé à un moteur à encoches	34
2.6.3	Flux totalisé associé à un moteur à bobinage dans l'entrefer	36
	Bobinage "rectangulaire":	37
	Bobinage "auto-porteur" ou "en panier":	40
2.6.4	Calcul de la tension induite	44

2. 6. 5	Tension induite de phase	45
2. 6. 6	Tension induite de ligne (variantes triphasées connectées en étoile uniquement)	46
<b>2. 7</b>	<b>Couple électromagnétique</b>	<b>47</b>
2. 7. 1	Génération du couple électromagnétique	47
2. 7. 2	Influence de la commande	49
2. 7. 3	Commande à 120° contrôlée en courant	49
<b>2. 8</b>	<b>Bilan énergétique</b>	<b>52</b>
2. 8. 1	Définition des pertes et puissances	52
2. 8. 2	Pertes de l'alimentation	53
2. 8. 3	Pertes ohmiques dans le bobinage	54
2. 8. 4	Pertes fer dans les tôles	55
	Pertes par hystérésis	55
	Pertes par courants de Foucault	56
2. 8. 5	Pertes dans la chemise	57
2. 8. 6	Remarques	59
2. 8. 7	Vérification expérimentale	59
<b>2. 9</b>	<b>Bilan et synthèse</b>	<b>61</b>
<b>3</b>	<b>Analyse mécanique et thermique</b>	<b>63</b>
<b>3. 1</b>	<b>Introduction</b>	<b>63</b>
<b>3. 2</b>	<b>Pertes mécaniques dans les paliers</b>	<b>63</b>
<b>3. 3</b>	<b>Pertes hydrauliques</b>	<b>64</b>
3. 3. 1	Origines	64
3. 3. 2	Modèle adopté	64
3. 3. 3	Nombre de Taylor - Nombre de Reynolds	65
3. 3. 4	Détermination des pertes	66
<b>3. 4</b>	<b>Détermination des fréquences propres du moteur</b>	<b>69</b>
3. 4. 1	Modes de vibrations	69
3. 4. 2	Modélisation et hypothèses	69
3. 4. 3	Système de coordonnées et méthode de calcul	71
3. 4. 4	Fréquences d'oscillation	72
3. 4. 5	Remarques	73
<b>3. 5</b>	<b>Bruit acoustique</b>	<b>75</b>
3. 5. 1	Introduction	75
3. 5. 2	Le son et la notion de bruit	75

3. 5. 3	Niveau acoustique	76
	Le décibel	76
	La sonie	77
	Niveaux acoustiques pondérés	78
3. 5. 4	Sources de bruits d'un moteur	79
	Bruit d'origine mécanique	79
	Bruit d'origine aéro- ou hydro-dynamique	80
3. 5. 5	Origine et contrôle du bruit de commutation	81
3. 5. 6	Appréciation subjective	83
3. 5. 7	Analyse spectrale	84
3. 5. 8	Remarques	85
<b>3. 6</b>	<b>Modélisation thermique</b>	<b>89</b>
3. 6. 1	Introduction	89
3. 6. 2	Mécanismes de transfert de chaleur	89
3. 6. 3	Transmission de chaleur	90
	Résistance thermique de conduction et de convection	90
	Capacité thermique	92
3. 6. 4	Transmission de chaleur dans les matériaux composites	92
	Conduction dans le bobinage	93
	Conduction dans les tôles statoriques	93
3. 6. 5	Modélisation et hypothèses	93
3. 6. 6	Circuit thermique de la pompe	94
3. 6. 7	Circuit thermique du moteur	94
3. 6. 8	Détermination des pertes du moteur	96
3. 6. 9	Résolution du circuit thermique	97
3. 6. 10	Résultats des simulations et des mesures	98
3. 6. 11	Remarques	99
<b>3. 7</b>	<b>Bilan et synthèse</b>	<b>101</b>
<b>4</b>	<b>Dimensionnement</b>	<b>103</b>
<b>4. 1</b>	<b>Introduction</b>	<b>103</b>
<b>4. 2</b>	<b>Matériaux</b>	<b>103</b>
4. 2. 1	Aimants	103
4. 2. 2	Chemises statorique et rotorique	105
4. 2. 3	Bobinage et facteur de remplissage	106
4. 2. 4	Tôles	106
<b>4. 3</b>	<b>Méthodologie</b>	<b>108</b>
4. 3. 1	Variantes choisies	108

4. 3. 2	Cahier de charges	108
4. 3. 3	Hypothèses simplificatrices adaptées au pré-dimensionnement	108
4. 3. 4	Choix des paramètres	109
	Rapport $\gamma$	109
	Rapport $\varepsilon$	110
4. 3. 5	Nombre de phases	110
4. 3. 6	Choix du nombre de pôles	110
4. 3. 7	Choix du nombre d'encoches ou de bobines	111
4. 3. 8	Taille de l'entrefer	111
4. 3. 9	Couple électromagnétique pour une commande à 120°	112
<b>4. 4</b>	<b>Calcul des dimensions du moteur</b>	<b>113</b>
4. 4. 1	Détermination de la largeur d'une dent (moteur à encoches)	113
4. 4. 2	Détermination de la hauteur des culasses	115
	Culasse statorique	115
	Culasse rotorique	115
4. 4. 3	Longueur de l'aimant	116
	Magnétisation radiale	117
	Magnétisation parallèle	118
4. 4. 4	Surface utile de cuivre	119
	Moteur à encoches	119
	Moteur à bobinage dans l'entrefer	119
4. 4. 5	Longueur moyenne d'une spire et taille des développantes	120
	Moteur à encoches	120
	Moteur à bobinage dans l'entrefer	121
<b>4. 5</b>	<b>Dimensionnement d'un moteur à encoches</b>	<b>122</b>
4. 5. 1	Etude paramétrique	123
4. 5. 2	Adaptation de la longueur de l'aimant	125
4. 5. 3	Résultats du dimensionnement	128
4. 5. 4	Correction du facteur de forme	128
4. 5. 5	Détermination du nombre de spires du moteur	129
4. 5. 6	Comparaison entre les calculs théoriques et la mesure.	132
<b>4. 6</b>	<b>Dimensionnement d'un moteur à bobinage dans l'entrefer</b>	<b>134</b>
4. 6. 1	Etude paramétrique	135
4. 6. 2	Résultats du dimensionnement	138
4. 6. 3	Mesure du moteur	139
<b>4. 7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>141</b>
<b>5</b>	<b>Synthèse et conclusion</b>	<b>143</b>

<b>Annexes</b>	<b>147</b>
<b>A. I</b> <b>Résumé des dimensions géométriques</b>	147
<b>A. II</b> <b>Détermination des potentiels associés aux circuits magnétiques</b>	149
A. II. 1   Méthodologie	149
A. II. 2   Flux principal et flux de fuites	149
A. II. 3   Trajectoire des lignes du flux dans l'entrefer	150
Flux principal:	150
Flux de fuites:	150
A. II. 4   Trajectoire des lignes de flux statoriques	151
Bobinage	151
Culasse statorique	152
A. II. 5   Trajectoire des lignes de flux rotoriques	155
Magnétisation radiale	155
Rotor à aimantation parallèle:	157
A. II. 6   Détermination de $\varphi_{lim}$ et de $H_{ref}(\varphi)$	160
<b>A. III</b> <b>Détermination du facteur de raccourcissement d'une bobine (moteurs à bobinage dans l'entrefer)</b>	161
A. III. 1   Bobines adjacentes	161
A. III. 2   bobinage auto-porteur	162
<b>A. IV</b> <b>Détermination des pertes dans la chemise</b>	165
<b>A. V</b> <b>Détermination des fréquences propres d'oscillation</b>	169
A. V. 1   Système de coordonnées et expression des déplacements	169
A. V. 2   Détermination de l'énergie cinétique	170
A. V. 3   Détermination de l'énergie potentielle de déformation	171
<b>Bibliographie</b>	<b>173</b>
<b>Liste des symboles</b>	<b>177</b>
<b>Curriculum Vitae</b>	<b>183</b>

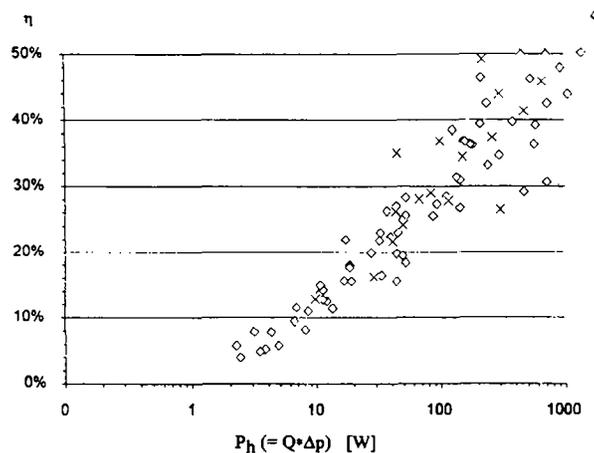
# Chapitre 1

## Introduction

---

### 1.1 Contexte de la thèse

La diminution des ressources d'énergie non renouvelables, alliée à une consommation toujours grandissante, risque de se traduire dans le futur par une pénurie et un coût élevé de l'énergie. L'économie d'énergie et en particulier celle d'origine électrique passe d'une part par la réduction des consommateurs inutiles et d'autre part par l'amélioration du rendement des appareils électriques. C'est dans cet état d'esprit que le projet suisse RAVEL (Rationelle Verwendung von Elektrizität) a démarré. Parmi les nombreuses mesures possibles, cette organisation de l'office fédéral des questions conjoncturelles propose de diminuer la consommation électrique des pompes de circulation de petite puissance pour chauffage central. En effet la Suisse compte environ 2 millions de ces pompes qui assurent la circulation de l'eau de chauffage (radiateurs). Ces pompes, dont la puissance mécanique varie entre 1 et 50W sont installées dans des logements de 1 à 4 familles et représentent environ 1% de la consommation d'électricité du pays. De conception relativement ancienne leur rendement global oscille entre 6% et 40% ce qui conduit à des puissances électriques variant entre 20 et 200W. La durée de fonctionnement annuelle d'une pompe de circulation est de l'ordre de 5000 heures, ce qui correspond à une énergie annuelle de 1 GW heure pour une dépense de l'ordre de 200 millions de francs (figure 1.1).

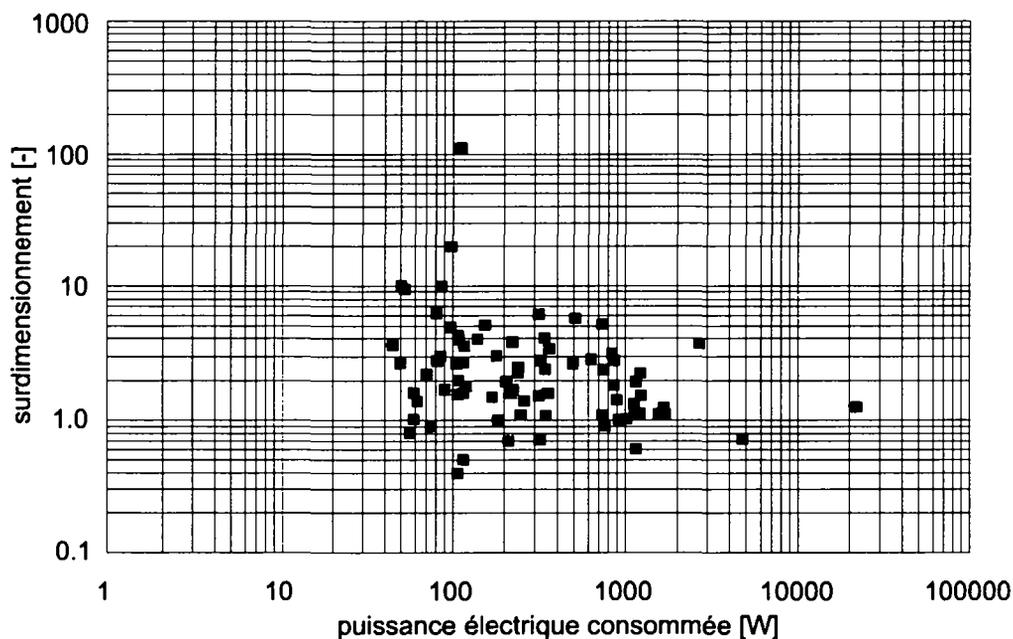


**Figure 1.1.** Evolution du rendement des pompes de circulation en fonction de leur puissance hydraulique (source [26]).

L'économie d'énergie électrique réalisable sur les circulateurs passe essentiellement par les quatre points suivants:

- (1) Amélioration du rendement de la pompe et en particulier celui du moteur. Le rendement de la plupart des moteurs actuels utilisés dans la fabrication des circulateurs (moteur asynchrone) présentent un rendement de 15 à 40%. L'utilisation de moteurs synchrones à aimants permanents permet pratiquement de doubler le rendement du moteur.
- (2) Arrêt automatique ou vitesse réduite du circulateur pendant la coupure nocturne du chauffage.
- (3) Changement du mode de réglage de la pompe. En effet le passage d'un réglage à débit constant à un réglage à pression constante conduit non seulement à une économie d'énergie électrique mais encore à une économie d'énergie thermique.
- (4) Meilleur dimensionnement du circulateur. Une étude [15] réalisée dans toutes les régions de la Suisse a montré que le débit des installations de chauffage est en moyenne 2.5 fois trop élevé<sup>1</sup>. En conséquence, les circulateurs actuels consomment donc en moyenne 15 ( $= 2.5^3$ ) fois trop d'électricité (figure 1.2).

Ces différentes mesures d'économie combinées et appliquées non seulement aux nouvelles installations mais encore lors du remplacement des circulateurs défectueux permettraient une économie globale d'énergie de l'ordre de 80%, soit l'équivalent de 160 MW pour les pompes de petite puissance ( $< 200W$ ). Une économie comparable demeure possible dans le cas des circulateurs de moyennes et grandes installations.



**Figure 1.2.** *Surdimensionnement des pompes de circulation de différentes installations de chauffage (source [26]).*

C'est dans ce contexte qu'a débuté la collaboration entre le laboratoire d'électromécanique et de machines électriques (LEME), l'Arbeitsgemeinschaft Energie-Alternativen (ARENA), deux

<sup>1</sup> Le surdimensionnement concerne le débit de la pompe, il est déterminé à partir de la différence de température entre l'aller et le retour.

entreprises de pompes: Biral et Rüttschi ainsi que le laboratoire Strömungsmaschinen, Institut für Energietechnik ETH-Zürich. Le travail de recherche et de conception d'une pompe de circulation à haut rendement a été réparti selon les spécialités et les compétences des différents partenaires. Ainsi dans le cadre de la thèse, on travaillera exclusivement sur l'analyse et l'amélioration du rendement du moteur électrique d'entraînement de la pompe.

## 1.2 Description d'une pompe de circulation

Une pompe de circulation pour chauffage central se compose d'un moteur électrique accouplé à une pompe axiale-radiale qui représente la charge. Pour assurer l'étanchéité entre le moteur et la turbine (pompe), plusieurs solutions sont envisageables.

- Accouplement magnétique (figure 1.3). Cette solution permet de transmettre un couple entre deux axes sans nécessiter un contact physique entre eux. Avec cette solution il est possible d'entraîner la pompe avec n'importe quel type de moteur électrique (ou autre).
- Palier étanche assuré par un presse-étoupe (figure 1.4). Cette solution propose un accouplement direct entre le moteur et la charge. Le presse-étoupe est constitué d'anneaux composés de matériaux synthétiques fibreux, empilés les uns derrière les autres et serrés sur l'arbre au moyen d'un dispositif de bride réglable (fouloir).
- Moteur chemisé ou à rotor noyé (figure 1.5). Cette solution consiste à introduire une chemise (généralement métallique) entre le stator et le rotor du moteur.

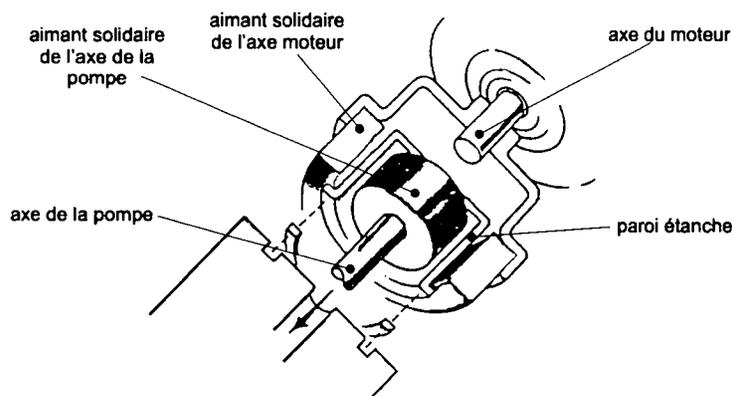


Figure 1.3. Principe de l'accouplement magnétique

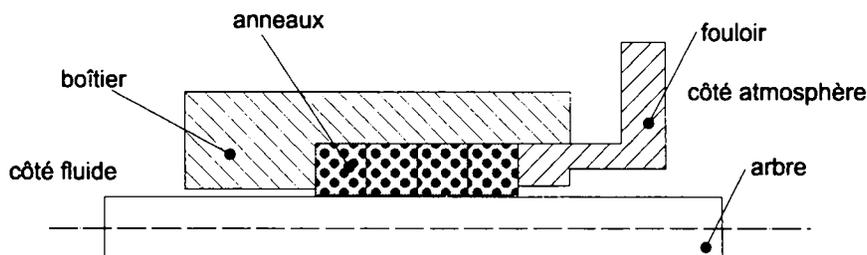


Figure 1.4. Schéma d'un presse-étoupe.

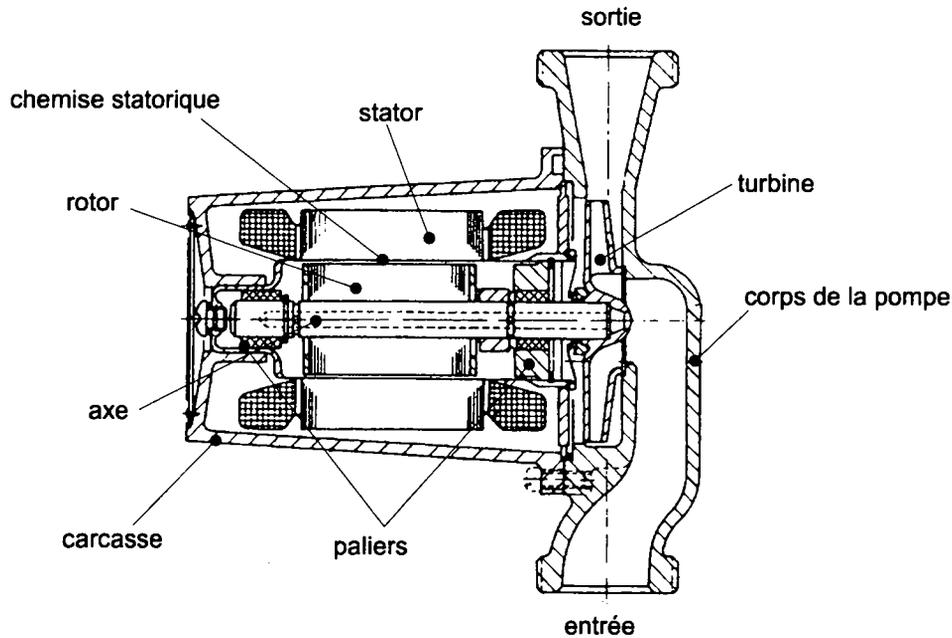


Figure 1.5. Pompe centrifuge entraînée par un moteur chemisé.

Pour des questions de performances, de fiabilité et de coût de fabrication, la majorité des moteurs de pompes sont de type à rotor noyé. Cette solution présente les caractéristiques suivantes:

- Avantages:

- Relativement bon marché par rapport à un accouplement magnétique (un seul axe et un seul jeu de paliers).

Fiable, sans frottements ni entretien. Comme pour l'accouplement magnétique l'étanchéité est assurée par une paroi fixe, en conséquence il n'y a pas de frottements supplémentaires, l'usure et les risques de fuites sont quasi nuls.

- Inconvénients

- Exigeant un grand entrefer, cette caractéristique diminue le rendement du moteur.
- Limite le type de moteur employé pour entraîner la pompe (les moteurs à balais sont exclus de toute façon).
- Les performances du moteur sont conditionnées par le choix du matériau qui constitue la chemise statorique (les matériaux ferromagnétiques sont exclus et les matériaux bons conducteurs électriques provoquent des pertes importantes).

La plupart des moteurs actuels utilisés dans les pompes de circulation sont de type asynchrone monophasé (petites installations) ou triphasé (moyennes et grosses installations). Ces moteurs présentent d'une part l'avantage d'être bon marché à produire et d'autre part de ne pas nécessiter d'électronique de commande (pour un moteur monophasé un condensateur suffit).

Le rendement énergétique d'un moteur asynchrone de petite puissance est intrinsèquement bas<sup>2</sup> (de l'ordre de 50% pour un moteur triphasé et de 20% pour une variante monophasée). Lorsque l'on associe un moteur de type asynchrone avec une variante de moteur chemisé, le rendement du moteur se dégrade. Les mesures réalisées en laboratoire [18] sur un moteur asynchrone monophasé d'une puissance électrique nominale de 80 W électrique montrent que le rendement varie entre 17 et 40 % selon son point de fonctionnement.

### 1.3 Sources de pertes

Le rendement des pompes de circulation de petite puissance a été analysé dans le cadre du projet RAVEL [26]. A la suite de ces mesures, les différentes sources de pertes d'une pompe de circulation ont été déterminées et quantifiées (figure 1.6). Selon la puissance du moteur et par conséquent de la pompe, la répartition des pertes du moteur et de la turbine change. La figure (1.7) montre le transfert énergétique typique de deux pompes de circulation de 25 et 80 W (puissance électrique consommée). Pour la pompe de petite puissance (25 W), le rendement du moteur atteint 20% alors que pour le moteur de 80 W, le rendement passe à 30%.

De plus la répartition des pertes change selon la puissance du moteur, Pour la pompe de 80W les pertes Joule du moteur représentent la moitié des pertes totales et pour celui de 25 W elles atteignent pratiquement les deux tiers.

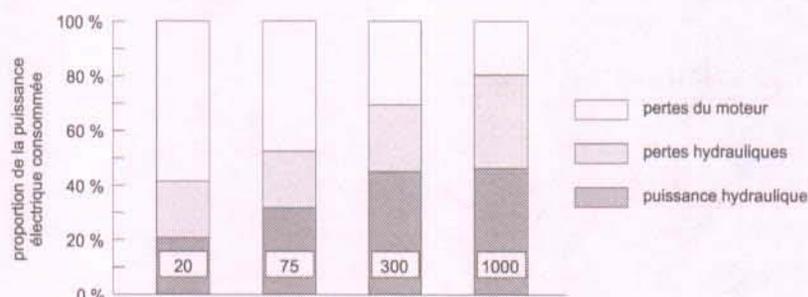


Figure 1.6. Evolution de la répartition des pertes en fonction de la puissance [26].

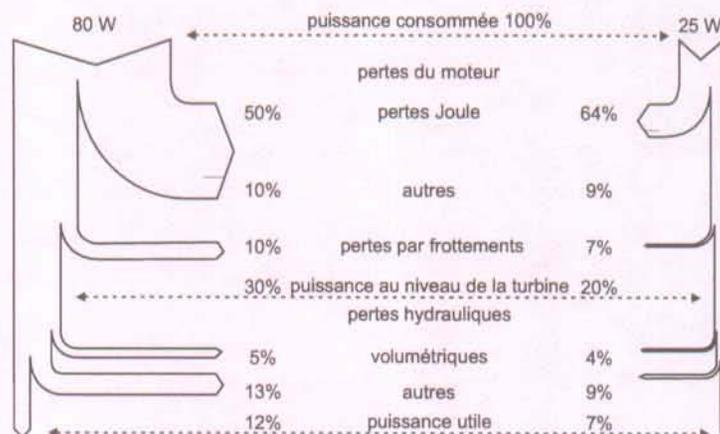


Figure 1.7. Bilan énergétique des pompes centrifuges de petite puissance [27].

<sup>2</sup> Le mauvais rendement du moteur asynchrone de petite puissance (< 200 W) est entre autre dû au rapport élevé entre l'entrefer et son diamètre d'alésage.

Du point de vue commercial, pour que le projet soit viable, il s'avère nécessaire que le moindre coût d'exploitation d'une pompe de circulation à haut rendement compense le prix d'achat plus élevé que celui d'une pompe classique. Par conséquent, l'économie d'électricité et surtout la diminution du coût d'exploitation qui en résulte doit permettre de couvrir en quelques années la différence de prix entre les deux variantes. Le tableau (1.1) compare le coût annuel d'une pompe actuelle correctement dimensionnée (par rapport à l'installation hydraulique), 2.5 fois surdimensionnée (moyenne) et enfin le coût annuel d'une pompe à haut rendement correctement dimensionnée.

	Puissance consommée (moyenne) [W]	Consommation élect- rique annuelle [kWh/an]	coût d'exploitation (18 ct/kWh) [Fr/an]
pompe 2.5 fois surdimensionnée	90	405.0	72.90
pompe correctement dimensionnée	35	157.5	28.35
pompe à haut rendement et correc- tement dimensionnée	10	45.0	8.10

Tableau 1.1. Consommation électrique et frais d'exploitation

## 1.4 Organisation du travail

Dans cette thèse nous nous sommes essentiellement penchés sur l'analyse, la conception et l'amélioration du rendement du moteur de pompe.

Tout au long des chapitres qui suivent, nous procéderons à une étude complète d'un moteur de pompe. Pour ce faire, nous analyserons systématiquement les éléments qui entrent en jeu dans la conception d'un moteur de pompe de circulation. Le travail est divisé en trois parties principales:

- Le chapitre 2 présente l'analyse électromagnétique complète d'un moteur synchrone à aimant permanent. Pour ce faire à partir des équations de base de l'électromagnétisme (éq. de Maxwell), un modèle analytique est élaboré. Celui-ci débouche sur une modélisation analytique de la distribution de l'induction dans l'entrefer, particulièrement adaptée aux moteurs à grand entrefer (moteurs chemisés et moteurs à bobinage dans l'entrefer). Le calcul des caractéristiques électromagnétiques montre les nombreuses similitudes existantes entre un moteur à encoches et un moteur à bobinage dans l'entrefer. Finalement le bilan énergétique qui complète l'étude est effectué, en déterminant et quantifiant les différentes sources de pertes d'un moteur.
- Le chapitre 3 présente l'analyse mécanique et thermique de l'environnement d'un moteur de pompe. Dans un premier temps cette étude se limite à l'étude des frottements d'origine mécanique et hydraulique. Dans une seconde étape, on s'attaque à des problèmes délicats tels que les vibrations générées par le moteur et le bruit acoustique qui en découle. Pour ce point, on s'applique d'une part à déterminer et comprendre l'origine du bruit et de l'autre à le diminuer, voire à le supprimer. Enfin l'étude thermique qui complète le chapitre permet encore de s'assurer que le moteur conçu satisfait les contraintes thermiques.

- Le chapitre 4 présente les propriétés des matériaux qui composent un moteur et propose une méthode de dimensionnement adaptée aux moteurs chemisés. Deux exemples de dimensionnements complètent le chapitre. La mesure des caractéristiques des moteurs conçus et construits permet de contrôler non seulement le modèle de calcul mais encore de s'assurer de la conformité de la construction.
- Enfin le dernier chapitre présente la synthèse et la conclusion du travail réalisé. Il présente les résultats obtenus, à savoir le rendement hydraulique total et effectue la comparaison entre les pompes à haut rendement construites dans le cadre de ce travail avec les pompes actuelles de puissance similaire.



# Chapitre 2

## Analyse électromécanique

---

### 2.1 Introduction

La détermination des caractéristiques magnétiques d'un moteur permet de prédire son comportement et ses performances en fonction de la commande électronique choisie. Ce chapitre présente un modèle analytique original décrivant les propriétés électromagnétiques des moteurs synchrones à aimants permanents avec et sans chemise. La modélisation comporte trois étapes principales autour desquelles ce chapitre est articulé:

- (1) Modélisation de la distribution de l'induction dans l'entrefer.
- (2) Calcul des caractéristiques électromagnétiques.
- (3) Evaluation des différentes sources de pertes.

La distribution d'induction est déterminée d'une part par la géométrie du moteur et de l'autre par les matériaux qui le composent. Lors de l'élaboration du modèle, il s'agit de trouver un compromis entre la complexité analytique et son adéquation avec le monde physique. Le calcul des caractéristiques électromagnétiques ainsi que des pertes dans la chemise fait appel à une fonction mathématique qui modélise la distribution de l'induction dans l'entrefer. Celle-ci est déterminée à partir de la modélisation des lignes de champ du moteur. Enfin, le bilan énergétique définit les différentes composantes des pertes et puissances du moteur synchrone afin d'en optimiser le rendement.

### 2.2 Équations de Maxwell

Dans le domaine macroscopique, les équations de Maxwell permettent de lier les différentes grandeurs physiques. Pour des fréquences de travail ne dépassant pas quelques dizaines de  $kHz$  le vecteur déplacement électrique est négligeable; en conséquence, les équations de Maxwell valables en régime stationnaire prennent la forme instantanée suivante:

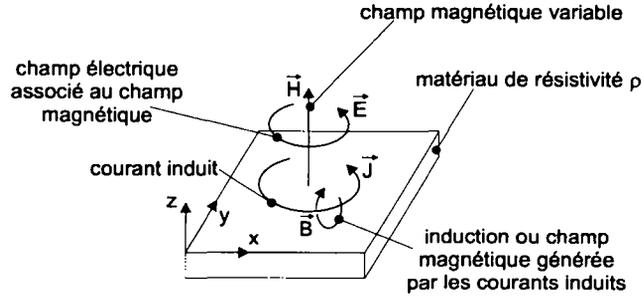
$$\vec{\text{rot}}\vec{H} = \vec{J} \quad (2.1)$$

$$\vec{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\vec{\text{div}}\vec{B} = 0 \quad (2.3)$$

avec

- $\vec{B}$  induction [T],
- $\vec{H}$  champ magnétique [A/m],
- $\vec{E}$  champ électrique [V/m],
- $\vec{J}$  densité de courant [A/m<sup>2</sup>].



**Figure 2.1.** Coexistence du champ magnétique et du champ électrique.

Ces équations, qui mettent en évidence la coexistence du champ magnétique et du champ électrique (figure 2.1), sont complétées par les propriétés électromagnétiques des matériaux.

- Dans un milieu conducteur, la correspondance entre la densité de courant  $\vec{J}$  et le champ électrique  $\vec{E}$  est donnée par la relation:

$$\vec{J} = \frac{1}{\rho} \cdot \vec{E} \quad (2.4)$$

avec

$\rho$  résistivité du matériau [V/A].

- Dans un milieu donné, la relation qui lie l'induction et le champ magnétique est établie par l'équation suivante:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r (H) \cdot \vec{H} + \vec{m} \quad (2.5)$$

avec

- $\mu_0$  perméabilité du vide ( $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ ) [Vs/Am],
- $\mu_r$  perméabilité relative du milieu traversé [-],
- $\vec{m}$  aimantation rémanente du milieu [T].

- Parmi les différents matériaux ferromagnétiques qui composent le moteur, on admettra que seul l'aimant possède une aimantation rémanente  $\vec{m}$  non nulle. En conséquence pour tout autre milieu l'équation (2.5) devient:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H} \quad (2.6)$$

- Pour un aimant de caractéristiques parfaitement linéaires, l'équation (2.5) correspond alors à la droite de retour de l'aimant (figure 2.2).

$$B = \mu_0 \cdot \mu_{ra} \cdot (H + H_0) \quad (2.7)$$

avec

$\mu_{ra}$  perméabilité relative de l'aimant [-],  
 $H_0$  champ magnétique rémanent [A/m].

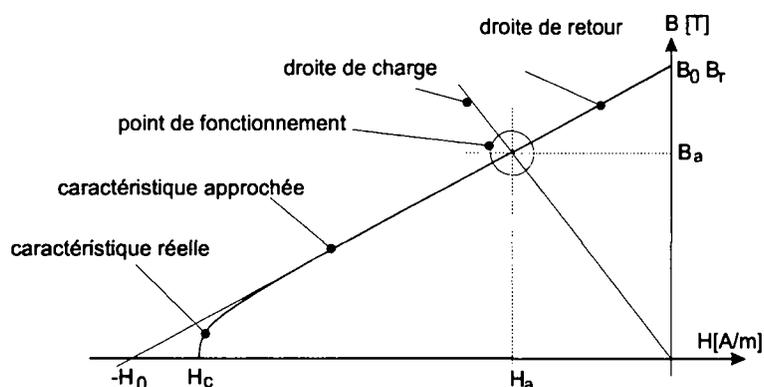


Figure 2.2. Modélisation des caractéristiques magnétiques de l'aimant.

L'application du théorème de Stokes à l'équation (2.1) permet d'écrire:

$$\int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (2.8)$$

Ceci amène à la définition du potentiel magnétique  $\Theta$  (grandeur scalaire).

$$\Theta_{12} = \int_1^2 \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (2.9)$$

Enfin l'application du théorème de la divergence à l'équation (2.3) permet de définir le flux magnétique  $\Phi$  (grandeur scalaire) ainsi que sa conservation dans un volume déterminé (figure 2.3).

$$\Phi = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (2.10)$$

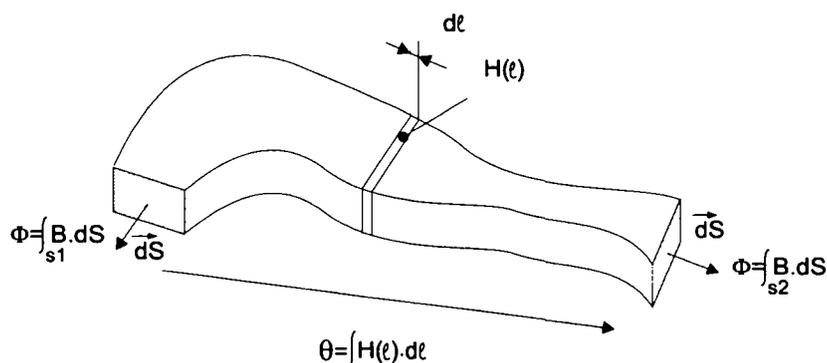


Figure 2.3. Champ magnétique, flux et potentiel associés à un tube élémentaire de flux.

Sur la base de ces équations, il est possible d'énoncer les propriétés relatives aux lignes de champ et aux tubes de flux magnétique:

- Chaque ligne de champ se referme sur elle-même.
- Il n'y a pas d'intersection possible entre deux lignes de champ.
- Dans un milieu non conducteur, la somme des potentiels magnétiques associés à chaque élément qui constitue une ligne de champ est nulle.

## 2.3 Définition du système de coordonnées

En utilisant les coordonnées cylindriques, la position d'un point est déterminée par un rayon ( $r$ ), un angle ( $\varphi$ ) et une distance axiale ( $z$ ) choisie par rapport au centre du moteur (figure 2.4).

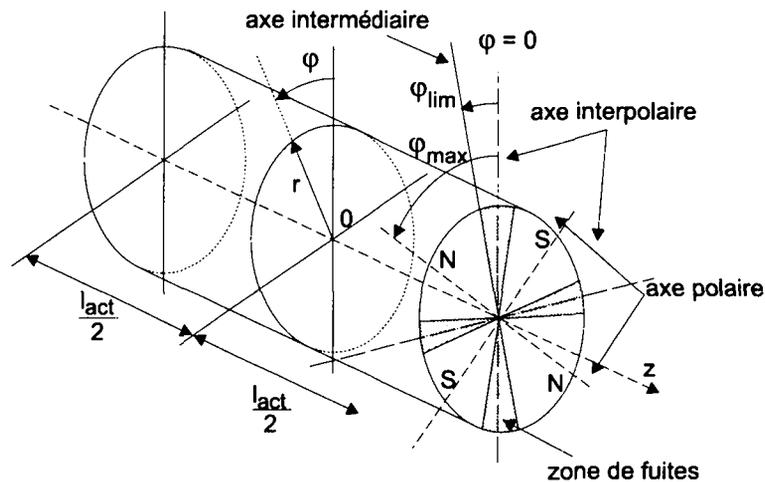


Figure 2.4. Représentation du système de coordonnées (ici pour 4 pôles)

On peut alors définir les angles “géométriques” de position suivants:

- $\varphi = 0$ , l'origine de l'angle de position  $\varphi$  correspond à l'axe interpolaire (transition entre deux pôles).
- $\varphi_{lim}$ , angle de fuite limite ou angle intermédiaire,  $\varphi_{lim}$  représente la frontière entre le flux principal et celui de fuites.
- $\varphi_{max}$ , angle formé par l'axe polaire et l'axe interpolaire. Il représente l'angle géométrique occupé par un demi-pôle du moteur ou plus simplement, le demi-angle d'un pas polaire; il est donné par la relation:

$$\begin{aligned} \varphi_{max} &= \frac{\pi}{2 \cdot p} \\ &= 4 \cdot \frac{\tau_p}{d_{ae}} \end{aligned} \quad (2.11)$$

avec

- $p$  le nombre de paires de pôles du moteur,
- $d_{ae}$  le diamètre externe de l'aimant,
- $\tau_p$  le pas polaire calculé au niveau du diamètre externe de l'aimant.

La modélisation de la distribution de l'induction se limite à une paire de pôles. On définit encore l'angle "électrique"  $\theta(\varphi)$  donné en fonction de la position géométrique suivante.

$$\theta(\varphi) = p \cdot \varphi \quad (2.12)$$

D'après les définitions (2.11) et (2.12), une valeur de l'angle de position  $\varphi = \varphi_{max}$  correspond à un angle  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

**Remarque 1** *Les effets de bord axiaux étant négligés par hypothèse, la position axiale ( $z$ ) n'a pas d'effets. Dans un premier temps elle ne sera pas mentionnée lors de la modélisation de l'induction dans l'entrefer.*

## 2.4 Circuit magnétique équivalent

### 2.4.1 Hypothèses relatives à l'élaboration du circuit

Un système électromagnétique peut être représenté par un circuit magnétique équivalent dérivé de la forme intégrale des équations de Maxwell. Le degré de complexité de ce circuit dépend des hypothèses relatives à la géométrie du système et aux propriétés magnétiques des matériaux qu'il représente. L'élaboration du circuit magnétique du moteur fait appel à la modélisation de la trajectoire du flux magnétique. Celle-ci se base entre autres sur les résultats obtenus pour différents cas calculés numériquement par la méthode des éléments finis.

La représentation par un circuit magnétique d'un moteur synchrone à aimants permanents chemisé ou non se base sur les hypothèses suivantes:

- Il n'y a pas d'effets d'extrémités; ceci suppose que le moteur est suffisamment long pour que les variations axiales des champs électrique et magnétique (conséquence des effets d'extrémités) soient négligeables. Cette hypothèse permet de ramener le circuit magnétique du moteur à un système plan.
- L'arbre est considéré comme non ferromagnétique, en conséquence le modèle analytique ne tiendra pas compte du flux qui pourrait le traverser. Un arbre magnétique reste possible; dans ce cas il est confondu avec la culasse rotorique.
- Le matériau qui constitue les chemises statorique et rotorique n'est pas ferromagnétique. En effet un tel matériau provoquerait un court-circuit magnétique, donc une diminution notable de l'induction dans l'entrefer. Par contre, un matériau électriquement conducteur est pris en compte (ce qui suppose des pertes par courants de Foucault, cf. § 2.8.4).
- Le stator est lisse. Pour un moteur à encoches cela signifie que les effets magnétiques locaux dus aux dents sont globalement pris en compte par le facteur de Carter [20], [14]. Dans ces conditions, la méthode de calcul utilisée pour déterminer l'induction dans l'entrefer pour un moteur à encoches est analogue à celle utilisée dans le cas d'un moteur à bobinage dans l'entrefer (cf. § 2.4.3).
- L'aimant sera considéré comme annulaire [8]. Cette simplification, qui est parfaitement valable dans le cas d'une magnétisation parallèle, présente quelques réserves dans le cas d'une magnétisation radiale. En effet, la construction d'un tel rotor peut s'effectuer de deux façons

différentes: la première consiste à utiliser un aimant de forme annulaire que l'on magnétise selon des secteurs déterminés. Leur nombre correspondant au nombre de pôles du moteur. La seconde, (appliquée surtout lors de la construction de prototypes) consiste à coller directement sur la culasse rotorique des aimants en forme de secteurs de cercle. Bien que la distribution de l'induction dans l'entrefer issue de l'application des deux constructions s'avère légèrement différente, la modélisation proposée ici ne prend en compte que la première variante.

La figure (2.7) représente le circuit magnétique associé à un moteur synchrone à aimants permanents.

### 2.4.2 Éléments finis

Le calcul numérique par la méthode des éléments finis permet de déterminer, pour une structure géométrique et des propriétés magnétiques données, le champ magnétique et l'induction d'un point de la structure. Bien que fiable, cette méthode de calcul s'avère un peu lente et n'est pas spécialement adaptée à la résolution de problèmes analytique. Dans le cadre de cette étude, le calcul par éléments finis a les fonctions suivantes:

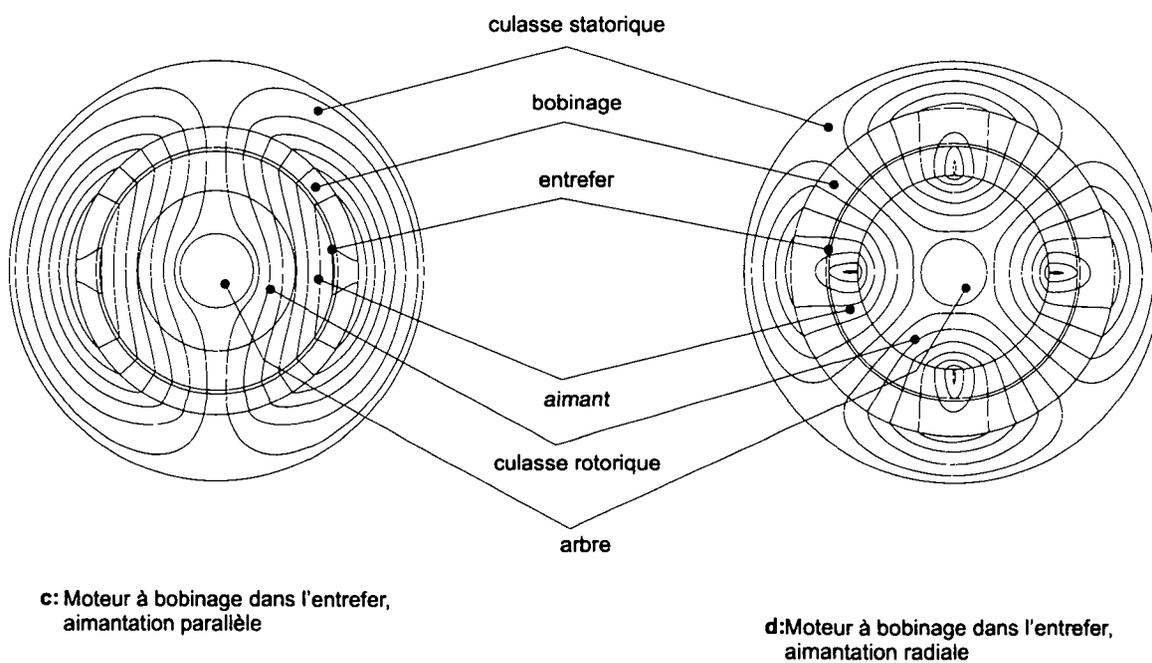
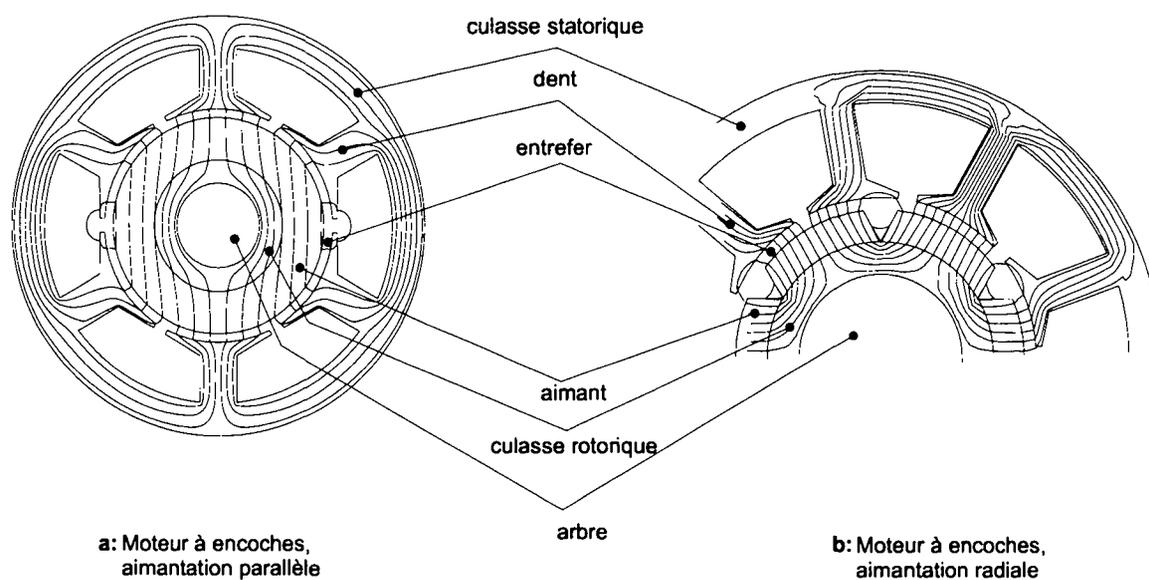
- Il contrôle la modélisation de la trajectoire des lignes de flux et en particulier les fuites.
- Il sert de base à la fonction mathématique qui approche la distribution de l'induction (composante normale) dans l'entrefer.
- Il permet de contrôler et limiter la validité du modèle proposé.

La figure (2.5) montre la distribution des lignes de flux pour différentes structures et magnétisations. La modélisation des lignes de flux qui en résulte pour un schéma équivalent se base sur les hypothèses et approximations suivantes:

- Dans l'aimant, les lignes de flux ont la même direction que sa magnétisation.
- Dans l'entrefer magnétique, les lignes de flux principales sont des droites radiales et les lignes du flux de fuites sont approchées par des arcs de cercle.
- Dans le cas d'un moteur à encoches, la trajectoire des lignes de flux dentaires est approchée par des droites radiales.
- Dans les culasses rotorique et statorique, les lignes de flux sont distribuées uniformément. Elles sont modélisées par des droites radiales et des arcs de cercles.

La précision de ces hypothèses dépend des caractéristiques magnétiques des matériaux. Ainsi dans un milieu caractérisé par une perméabilité relative élevée (par rapport aux autres milieux qui composent la structure) même une erreur grossière relative à la trajectoire des lignes de flux n'influencera le résultat final que de quelques pour-cent.

Dans le cas d'un moteur synchrone à aimants permanents, c'est la précision avec laquelle les trajectoires des lignes de flux sont modélisées dans l'aimant et l'entrefer qui fixe les limites du modèle.



**Figure 2.5.** Simulation, à l'aide d'un programme de calcul par éléments finis, de la trajectoire des lignes de flux, pour différents cas de structure et de magnétisation.

### 2.4.3 Définition de l'entrefer magnétique

Dans le but de conserver la même terminologie pour le moteur à encoches que pour celui à bobinage dans l'entrefer, on définit l'entrefer magnétique  $\delta_m$  ainsi que le diamètre de l'entrefer magnétique  $d_{\delta_e}$  (figure 2.6).

- Pour un moteur à encoches, afin de tenir compte de la présence des pré-encoches, on augmente virtuellement l'entrefer  $\delta$  en le multipliant par le facteur de Carter,  $k_c$ .

$$k_c = \frac{\tau_z}{\tau_z - \gamma_b \cdot \delta} \quad (2.13)$$

avec

$\tau_z$  le pas dentaire,

$$\gamma_b = \frac{\left(\frac{s}{\delta}\right)^2}{5 + \left(\frac{s}{\delta}\right)}$$

$s$  la distance entre deux pré-encoches.

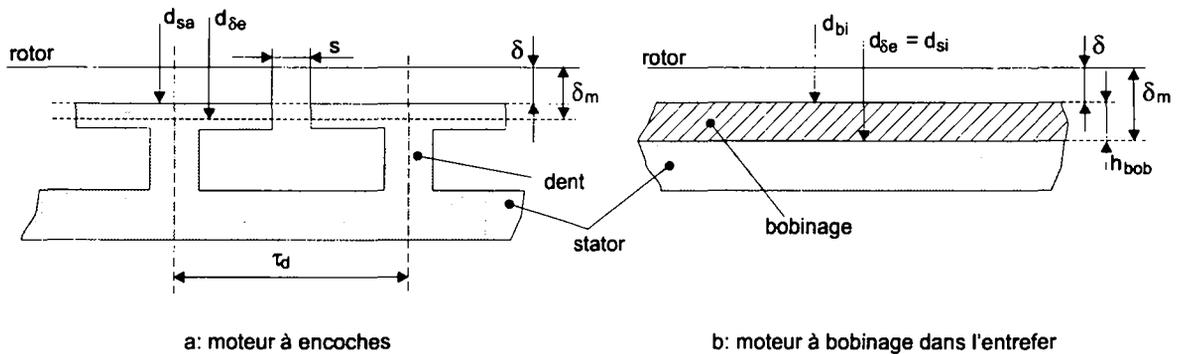


Figure 2.6. Représentation de l'entrefer magnétique.

L'entrefer magnétique  $\delta_m$  est donné par la relation suivante:

$$\delta_m = k_c \cdot \delta \quad (2.14)$$

En laissant le diamètre externe de l'aimant fixe, le diamètre de l'entrefer magnétique  $d_{\delta_e}$  est donné par l'équation suivante:

$$d_{\delta_e} = d_{sa} \cdot k_c + (1 - k_c) \cdot d_{ae} \quad (2.15)$$

avec

$d_{sa}$  le diamètre d'alésage (moteur à encoches),

$d_{ae}$  le diamètre externe de l'aimant

- Pour un moteur à bobinage dans l'entrefer, la perméabilité du bobinage est équivalente à celle de l'air. L'entrefer magnétique correspond à la somme suivante:

$$\delta_m = \delta + h_{bob} \quad (2.16)$$

avec

$h_{bob}$  l'épaisseur du bobinage (= dimension dans le sens radial)

Dans ce cas, le diamètre de l'entrefer magnétique est confondu avec le diamètre interne de la culasse statorique  $d_{si}$ .

$$d_{\delta e} = d_{si} \quad (2.17)$$

avec

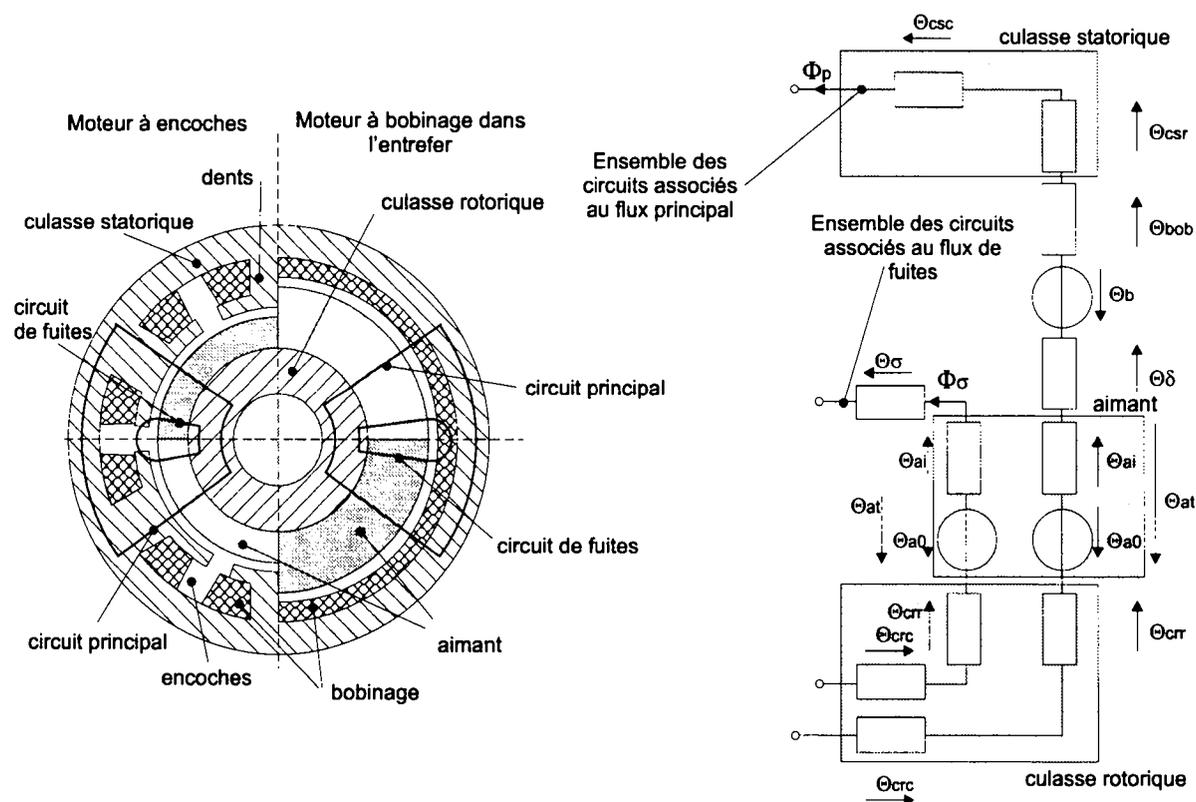
$d_{si}$  le diamètre interne de la culasse statorique (moteur à bobinage dans l'entrefer),

La figure donnée dans l'annexe (I) montre un résumé des dimensions géométriques d'un moteur synchrone à aimants permanents utilisées dans le cadre de ce travail.

#### 2.4.4 Circuit magnétique équivalent simplifié

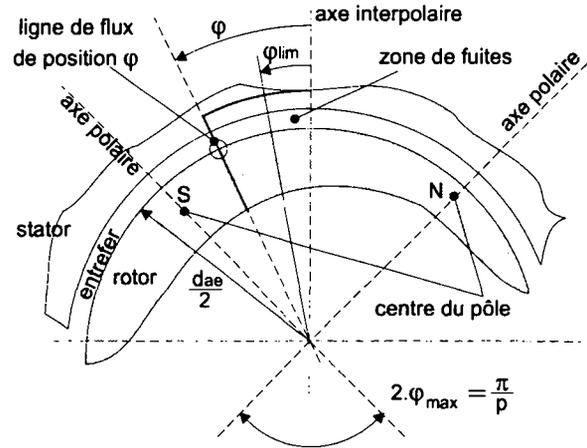
Les hypothèses relatives à la structure du moteur ainsi que les résultats obtenus par la méthode des éléments finis mènent à l'élaboration d'un circuit magnétique simplifié (figure 2.7) associé au moteur synchrone à aimants permanent chemisé ou non.

Le moteur ne présentant aucune dissymétrie géométrique ou magnétique, l'étude du circuit magnétique équivalent se réduit à un demi-pôle.



**Figure 2.7.** Modélisation du moteur et représentation du circuit magnétique équivalent associé à un demi-pôle.

Le circuit magnétique associé à un demi-pôle se compose de deux groupes d'une infinité de circuits élémentaires indépendants les uns des autres; le premier groupe représente le flux principal et le second le flux de fuite. L'assimilation d'un circuit magnétique équivalent à chaque angle élémentaire  $d\varphi$  de position  $\varphi$  permet de calculer le champ magnétique et l'induction en tout point du système (figure 2.8).



**Figure 2.8.** Représentation d'une ligne de flux associée à la position  $\varphi$ .

Le potentiel magnétique associé à un demi-pôle est donné par la somme suivante:

- Circuit principal  $\varphi_{lim} \leq \varphi \leq \varphi_{max}$

$$0 = \Theta_{cfr}(\varphi) + \underbrace{\Theta_{ai}(\varphi) - \Theta_{a0}(\varphi)}_{-\Theta_{at}(\varphi)} + \Theta_{\delta m}(\varphi) + \Theta_{cfs}(\varphi) \quad (2.18)$$

- Circuit de fuites  $0 < \varphi < \varphi_{lim}$

$$0 = \Theta_{cfr}(\varphi) + \underbrace{\Theta_{ai}(\varphi) - \Theta_{a0}(\varphi)}_{-\Theta_{at}(\varphi)} + \Theta_{\sigma}(\varphi) \quad (2.19)$$

avec pour les différents potentiels magnétiques:

- Éléments liés au circuit principal et au circuit de fuites:

$\Theta_{cfr}$  chute de potentiel du circuit fer rotorique,  $\Theta_{cfr} = \Theta_{crc} + \Theta_{crr}$ ,  
 $\Theta_{a0}$  potentiel intrinsèque de l'aimant,  
 $\Theta_{ai}$  chute de potentiel interne de l'aimant  
 $\Theta_{at}$  potentiel total de l'aimant

- Éléments liés uniquement au circuit principal:

$\Theta_{\delta m}$  chute de potentiel de l'entrefer magnétique,  
 $\Theta_{cfs}$  chute de potentiel du circuit fer statorique,  $\Theta_{cfs} = \Theta_{csc} + \Theta_{csr}$ ,

- Éléments liés uniquement au circuit de fuite

$\Theta_{\sigma}$  chute de potentiel associée aux fuites de l'aimant.

### 2.4.5 Hypothèses relatives à la résolution du circuit magnétique

Le calcul analytique du potentiel magnétique associé à chaque élément du circuit, se base sur les caractéristiques magnétiques des matériaux (perméabilité, aimantation) qui le composent. Dans le but d'obtenir une modélisation aussi fidèle que possible, sans pour autant en alourdir la description, on admet les hypothèses suivantes:

- La perméabilité des différents matériaux est constante (même en cas de saturation). On verra au chapitre (4) que, lors du dimensionnement d'un moteur, l'induction dans les culasses et les dents est imposée. On calcule ensuite les dimensions géométriques du moteur qui correspondent aux valeurs choisies.
- Les matériaux qui constituent le circuit magnétique du moteur ont des caractéristiques magnétiques isotropes.
- Les caractéristiques des aimants sont parfaitement linéaires et connues. Les fuites au sein de l'aimant sont négligées.
- Le courant de phase du moteur a une influence négligeable sur la distribution de l'induction dans l'entrefer et sur les pertes fer. En effet, lors du fonctionnement en moteur, l'induction dans l'entrefer, les culasses et les chemises peut être localement modifiée par le courant de phase. Le potentiel magnétique de l'aimant reste néanmoins nettement supérieur à celui du bobinage. On signalera que cette dernière propriété est une des caractéristiques des moteurs de petite puissance.
- Les courants induits dans les chemises statorique et rotorique sont suffisamment faibles pour que leur influence sur la distribution de l'induction dans l'entrefer soit négligeable.

La résolution du circuit magnétique permet de déterminer l'induction maximale dans l'entrefer ainsi que la valeur de l'angle intermédiaire. En conséquence la résolution complète s'effectue uniquement pour la position relative à l'axe polaire.

La méthode de calcul et les valeurs des potentiels magnétiques du circuit principal et du circuit de fuite sont donnés dans l'annexe (II).

## 2.5 Distribution de l'induction dans l'entrefer

### 2.5.1 Modélisation de la distribution de l'induction dans l'entrefer

Les hypothèses relatives à la symétrie du moteur et aux propriétés des matériaux permettent de définir une fonction mathématique qui modélise la composante normale de la distribution de l'induction dans l'entrefer. Cette fonction, basée sur les simulations effectuées par la méthode des éléments finis est valable aussi bien pour les moteurs à encoches que pour ceux à bobinage dans l'entrefer [12]. Ses propriétés sont les suivantes:

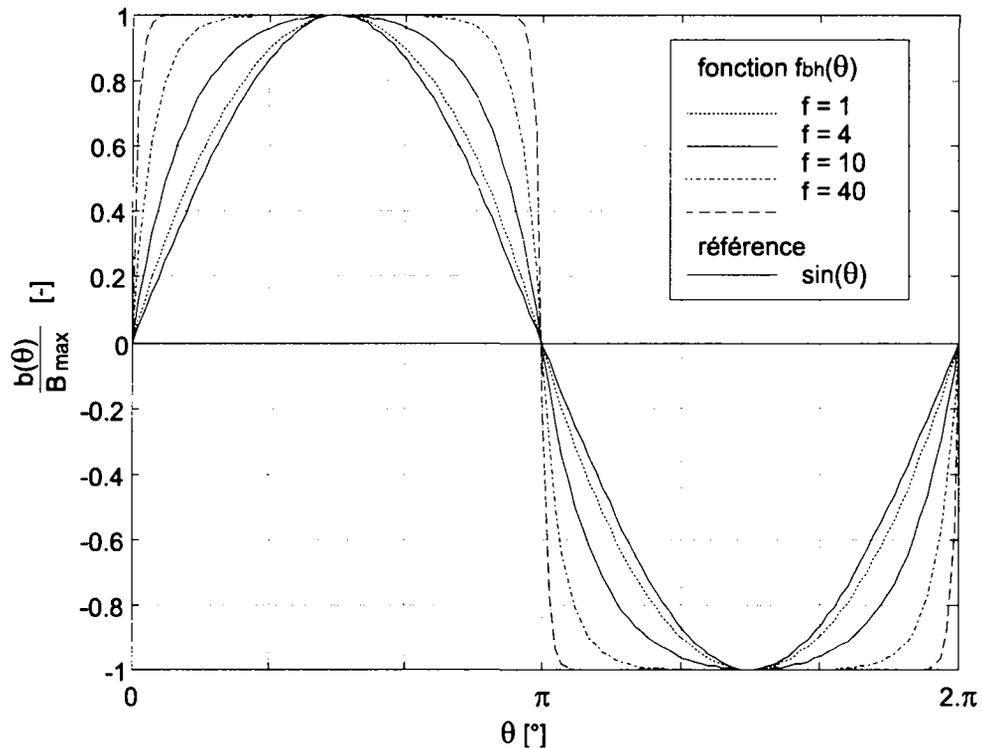
- Elle est continue en tout point.
- Elle est périodique sur deux pas polaires ( $\theta = 2 \cdot \pi$ ).
- Elle est nulle lors du changement de pôle (axe inter-polaire:  $\theta = \pm k \cdot \pi$ ).
- Elle présente un maximum (minimum) au centre du pôle (axe polaire:  $\theta = \frac{\pi}{2} \pm k \cdot \pi$ ).
- Elle est symétrique (paire ou impaire selon le choix des axes).

L'origine de la fonction est choisie de telle sorte que  $\theta = 0$  corresponde à l'axe interpolaire (la fonction est alors impaire). Selon le type de magnétisation de l'aimant (radiale ou parallèle) la fonction mathématique diffère.

**Magnétisation radiale** Dans le cas d'une magnétisation radiale, parmi les différentes fonctions de modélisation possibles on choisit la fonction "hyperbolique"  $f_{bh}$  donnée par la relation suivante (figure 2.9):

$$f_{bh}(\theta) = \begin{cases} \left[ \frac{\cosh\left(\frac{2f}{\pi} \cdot \left[\theta + \frac{\pi}{2}\right]\right) - 1}{\cosh(f) - 1} - 1 \right] \cdot B_{max} & -\pi \leq \theta < 0 \\ \left[ 1 - \frac{\cosh\left(\frac{2f}{\pi} \cdot \left[\theta - \frac{\pi}{2}\right]\right) - 1}{\cosh(f) - 1} \right] \cdot B_{max} & 0 \leq \theta < \pi \end{cases} \quad (2.20)$$

Le facteur de forme  $f > 0$ , détermine l'allure de la fonction.



**Figure 2.9.** Allure de la fonction  $f_{bh}(\theta)$  pour différentes valeurs de  $f$  et comparaison, pour  $f$  unitaire, entre  $f_{bh}(\theta)$  et  $\sin(\theta)$ .

La fonction de modélisation est définie par les deux paramètres:  $B_{max}$  et  $f$ .

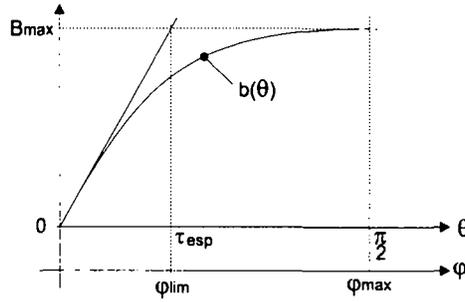
La valeur de l'induction maximale  $B_{max}$  est déterminée en calculant la valeur de l'induction au niveau de l'axe polaire.

La valeur du facteur de forme "f" se calcule de façon à assimiler la "constante d'espace"<sup>3</sup>  $\tau_{esp}$ , de la fonction à la valeur de l'angle intermédiaire rapporté au nombre de pôles (figure 2.10).

La relation entre l'angle limite et le facteur de forme est donné par l'égalité suivante:

$$\frac{\varphi_{lim}}{\varphi_{max}} = \frac{1}{f} \cdot \left[ \frac{\cosh(f) - 1}{\sinh(f)} \right] \quad (2.21)$$

<sup>3</sup> En analogie avec une fonction temporelle où la constante de temps correspond à la pente à l'origine de la fonction rapportée à sa valeur stabilisée.

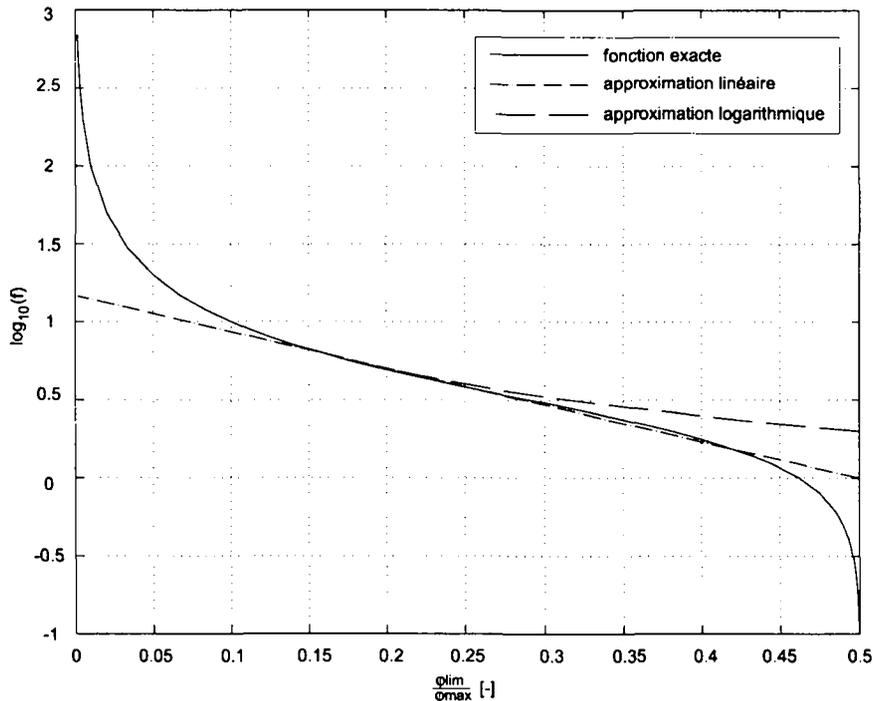


**Figure 2.10.** Correspondance entre la constante d'espace  $\tau_{esp}$  et l'angle intermédiaire  $\varphi_{lim}$ .

La figure 2.11 montre la correspondance entre la valeur de l'angle limite rapporté au nombre de pôles du moteur et la valeur du paramètre  $f$ . Non transcendante, cette équation se résout numériquement. Il est néanmoins possible de l'approcher par les deux fonctions suivantes:

$$\log_{10}(f) = \begin{cases} 2 & 0 < \frac{\varphi_{lim}}{\varphi_{max}} < 0.01 \\ -0.4341 \cdot \ln\left(\frac{\varphi_{lim}}{\varphi_{max}}\right) & \text{pour } 0.01 < \frac{\varphi_{lim}}{\varphi_{max}} < 0.186 \\ 1.1643 - 2.3339 \cdot \left(\frac{\varphi_{lim}}{\varphi_{max}}\right) & 0.186 \leq \frac{\varphi_{lim}}{\varphi_{max}} \leq 0.5 \end{cases} \quad (2.22)$$

L'approximation est réalisée par la juxtaposition d'une fonction logarithmique et d'une fonction linéaire. Le point de transition est déterminé de façon à conserver leurs pentes.



**Figure 2.11.** Evolution du facteur de forme en fonction du rapport  $\frac{\varphi_{lim}}{\varphi_{max}}$  (échelle logarithmique), équation exacte et approximations.

**Remarque 2** L'égalité (2.21) prend une valeur infinie lorsque le rapport  $\frac{\varphi_{lim}}{\varphi_{max}}$  tend vers 0. L'allure de la fonction hyperbolique  $f_{bh}(\theta)$  qui décrit la distribution de l'induction dans l'entrefer s'approche d'une fonction carrée lorsque le facteur de forme  $f$  croît. En raison de la faible différence d'allure de la fonction  $f_{bh}(\theta)$  pour une valeur de  $f$  supérieure à 100, la valeur maximale du facteur de forme  $f$  prise en compte est fixée arbitrairement à 100.

De même lorsque le rapport entre  $\varphi_{lim}$  et  $\varphi_{max}$  s'approche de 0.5, la valeur théorique de  $f$  tend vers 0. Comme l'allure de la fonction hyperbolique varie peu lorsque  $f$  est inférieur à l'unité, on fixe arbitrairement la valeur minimale du facteur  $f$  à 1.

**Magnétisation parallèle** Dans le cas d'une magnétisation parallèle, en raison de la variation du potentiel magnétique tout au long du pôle, la distribution de l'induction est modélisée par une fonction sinusoïdale (figure 2.9). Par analogie à une magnétisation parallèle, l'amplitude de la fonction est déterminée en calculant la valeur de l'induction au niveau du centre du pôle ( $\varphi = \varphi_{max}$ ) [25].

## 2.5.2 Détermination de l'angle intermédiaire

L'angle intermédiaire ou angle de fuite  $\varphi_{lim}$  représente la transition entre une ligne de flux principale et une ligne de flux de fuite. Il est déterminé en comparant, au niveau de l'axe intermédiaire, la chute de potentiel associée au circuit de fuites à celle du circuit principal. A partir de (2.18) et (2.19), on obtient:

$$\Theta_{\delta m}(\varphi_{lim}) + \Theta_{cfs}(\varphi_{lim}) = \Theta_{\sigma}(\varphi_{lim}) \quad (2.23)$$

**Remarque 3** La méthode utilisée pour calculer l'angle de fuite tient uniquement compte des caractéristiques du stator et de l'entrefer.

En introduisant les valeurs des différents potentiels magnétiques calculés dans l'annexe (II), dans l'équation (2.23), on obtient les relations suivantes:

- Moteur à encoches:

$$\ln \left( \frac{d_{sa} \cdot k_c}{d_{ae}} + 1 - k_c \right) + \frac{\pi \cdot (d_{si} - d_{sa})}{\mu_{rf} \cdot k_f \cdot Z_n \cdot b_d} = \varphi_{lim} \cdot \left[ \pi - \arcsin \left( \frac{\sin(\varphi_{lim})}{\varphi_{lim}} \right) - \left( \frac{d_{si} \cdot (\varphi_{max} - \varphi_{lim})}{(d_{se} - d_{si}) \cdot \mu_{rf} \cdot k_f} \right) \right] \quad (2.24)$$

- Moteur à bobinage dans l'entrefer:

$$\ln \left( \frac{d_{si}}{d_{ae}} \right) = \varphi_{lim} \cdot \left[ \pi - \arcsin \left( \frac{\sin(\varphi_{lim})}{\varphi_{lim}} \right) - \left( \frac{d_{be} \cdot (\varphi_{max} - \varphi_{lim})}{(d_{se} - d_{si}) \cdot \mu_{rf} \cdot k_f} \right) \right] \quad (2.25)$$

avec

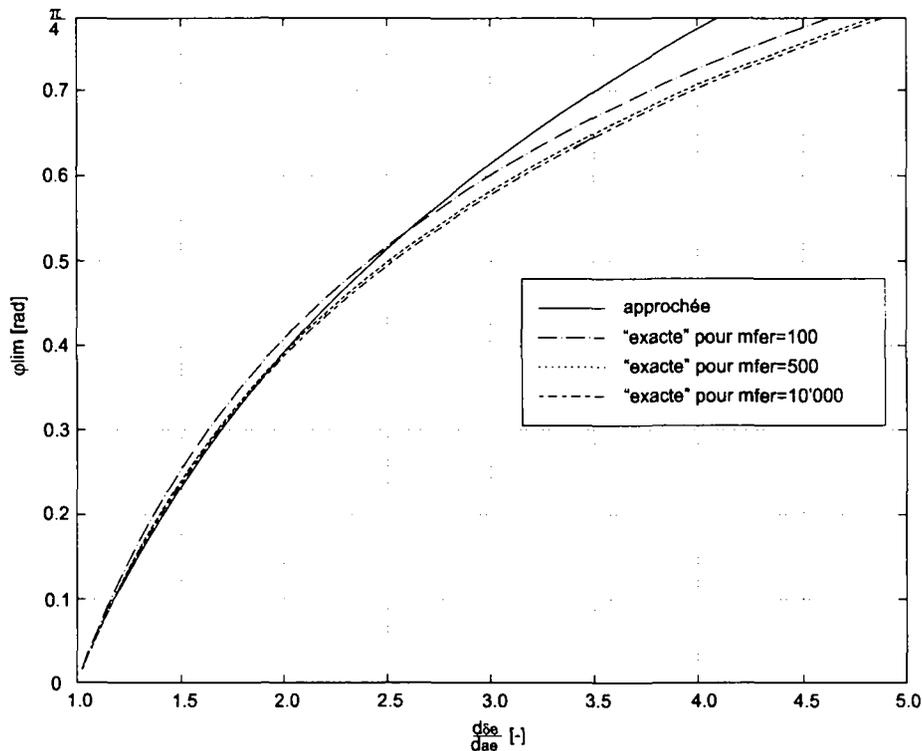
- $d_{si}$  le diamètre interne de la culasse statorique (moteur à encoches),
- $d_{se}$  le diamètre externe de la culasse statorique,
- $b_d$  la largeur d'une dent,
- $\mu_{rf}$  la perméabilité relative du fer,
- $k_f$  le coefficient de foisonnement des tôles.

Les relations (2.24) et (2.25) sont résolues numériquement. Toutefois, en raison de la valeur élevée de la perméabilité relative des tôles, la chute de potentiel dans la culasse statorique a peu d'influence sur la valeur de l'angle limite.

En conséquence l'approximation suivante, valable aussi bien pour les moteurs à bobinage dans l'entrefer que pour ceux à encoches, est réalisée de façon à minimiser l'erreur pour un rapport  $d_{\delta e}/d_{ai}$  inférieur à  $2.57^4$ .

$$\varphi_{lim} = 0.55 \cdot \ln \left( \frac{d_{\delta e}}{d_{ae}} \right) + 0.01 \quad (2.26)$$

La figure (2.12) montre l'évolution de l'angle limite en fonction de l'entrefer magnétique. Le calcul est réalisé en utilisant l'équation "exacte" (eq. 2.25 et 2.24) ainsi que son approximation (eq. 2.26).



**Figure 2.12.** Evolution de l'angle de fuite en fonction de l'entrefer magnétique, avec  $d_{se}/d_{si} = 1.1$ .

### 2.5.3 Induction maximale dans l'entrefer

L'application des hypothèses relatives aux propriétés des matériaux et à la trajectoire des lignes de champ permet de calculer, le potentiel magnétique des différents éléments qui constituent le circuit magnétique associé au circuit principal.

Dans le but d'alléger la notation et de permettre la transposition des résultats obtenus à des moteurs de différentes tailles (l'induction suit les lois de similitude) on introduit les rapports suivants:

Soit  $\kappa$  le rapport entre le diamètre externe de l'aimant et son diamètre interne:

$$\kappa = \frac{d_{ae}}{d_{ai}} \quad (2.27)$$

<sup>4</sup> Le modèle analytique est valable uniquement lorsque l'entrefer magnétique est inférieur à la moitié du pas polaire. Pour un moteur ayant une seule paire de pôles, le rapport  $d_{\delta e}/d_{ae}$  maximum vaut  $\pi/2 + 1$ .

et  $\lambda$  le rapport entre le diamètre de l'entrefer magnétique et le diamètre externe de l'aimant:

$$\lambda = \frac{d_{\delta e}}{d_{ae}} \quad (2.28)$$

Pour une magnétisation radiale ou parallèle, l'induction d'entrefer associée à l'axe polaire  $B_{ap}$  est donnée par la relation suivante:

$$B_{ap}(d) = \frac{\left[1 - \frac{1}{\kappa}\right] \cdot H_0}{\frac{1}{\mu_0} \cdot [\chi_{\delta} + \chi_{bob} + \chi_{cs} + \chi_{ai} + \chi_{cr}]} \cdot \frac{d_{ae}}{d} \quad d_{ae} < d \leq d_{\delta e} \quad (2.29)$$

avec

$$\chi_{bob} + \chi_{\delta} = \begin{cases} \ln(\lambda) & \text{pour} \\ \ln(\lambda) + \frac{1}{\mu_{rf} \cdot k_f} \cdot \left[ \frac{\pi \cdot (d_{ni} - d_{su})}{Z_n \cdot b_d} \right] & \text{moteur à bobinage} \\ & \text{dans l'entrefer} \\ & \text{moteur à encoches} \end{cases}$$

$$\chi_{cs} = \frac{1}{\mu_{rf} \cdot k_f} \cdot \left[ 1 - \frac{d_{si}}{d_{sc}} + \frac{[\varphi_{max}^2 - \varphi_{lim}^2]}{1 - \frac{d_{si}}{d_{se}}} \right]$$

$$\chi_{ai} = \begin{cases} \frac{1}{\mu_{ra}} \cdot \ln(\kappa) & \text{pour} \\ \frac{1}{\mu_{ra}} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{\kappa} \right] & \text{magnétisation radiale} \\ & \text{magnétisation parallèle} \end{cases}$$

$$\chi_{cr} = \begin{cases} \frac{1}{\mu_{rf}} \cdot \left[ 1 - \frac{d_{ri}}{d_{ai}} + \frac{\varphi_{max}^2}{\frac{d_{ai}}{d_{ri}} - 1} \right] & \text{pour} \\ \frac{1}{\mu_{rf}} \cdot \left[ 1 - \frac{d_{ri}}{d_{ai}} + \frac{\varphi_{max} \cdot (\varphi_{max} - \arccos(\frac{d_{ai}}{d_{ac}}))}{\frac{d_{ai}}{d_{ri}} - 1} \right] & \text{magnétisation radiale} \\ & \text{magnétisation parallèle} \end{cases}$$

et

- $d_{ai}$  le diamètre interne de l'aimant
- $d_{ri}$  le diamètre interne de la culasse rotorique (diamètre de l'arbre)
- $\mu_{ra}$  la perméabilité relative de l'aimant

### Remarques et limitations

- Dans le cas d'une magnétisation parallèle, la relation (2.29) est valable tant que l'inégalité suivante est satisfaite:

$$\ln(\lambda) < \left( \frac{\pi^2}{4} - 1 + \frac{1}{\kappa} \right) \cdot \frac{1}{\mu_{ra}} \quad (2.30)$$

- L'analyse de l'équation (2.29) montre que dans le cas d'une magnétisation radiale, l'induction s'annule lorsque le rapport  $\kappa$  est unitaire ou s'il tend vers l'infini. Paradoxalement l'induction diminue lorsque la longueur de l'aimant augmente; en fait comme le diamètre externe de l'aimant est fixé, le potentiel magnétique associé à un demi-pôle ne peut pas excéder la valeur maximale  $\Theta_{am}$  telle que:

$$\Theta_{am} = \frac{d_{ae}}{2} \cdot H_0 \quad (2.31)$$

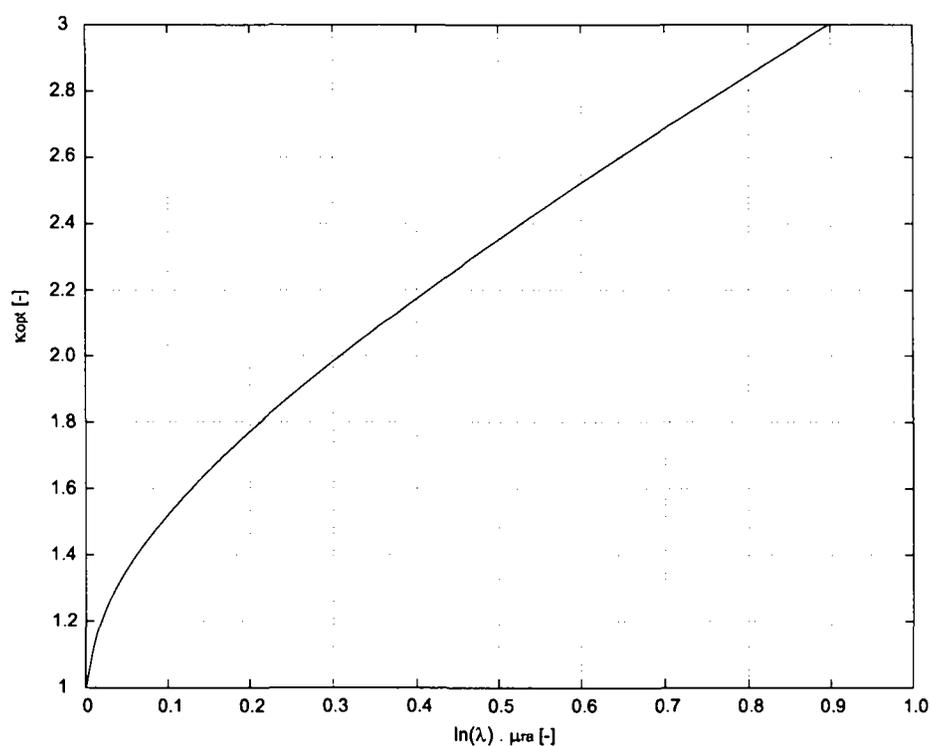
Lorsque le diamètre interne de l'aimant diminue, le potentiel magnétique n'augmente pratiquement plus alors que la chute de potentiel interne de l'aimant continue de croître; en conséquence le flux magnétique produit par l'aimant diminue.

En négligeant la chute de potentiel dans les culasses rotorique et statorique, il est possible de déterminer, pour une valeur du rapport  $\lambda$  donnée, le rapport  $\kappa$  optimal,  $\kappa_{opt}$  qui produit l'induction maximale.

$$\ln(\lambda) \cdot \mu_{ra} + 1 = \kappa_{opt} - \ln(\kappa_{opt}) \quad (2.32)$$

Lorsque le rapport  $\kappa$  est supérieur à la valeur optimale, la modélisation de la trajectoire des lignes de flux dans l'aimant ne correspond plus à la réalité. En conséquence le modèle analytique n'est plus valable. La figure (2.13) montre, pour une magnétisation radiale, l'évolution du rapport  $\kappa_{opt}$  en fonction du rapport  $\lambda$ .

- Contrairement au cas relatif à la magnétisation radiale pour lequel on peut déterminer un rapport  $\kappa$  optimal, l'induction maximale issue d'une magnétisation parallèle augmente continuellement avec le rapport  $\kappa$ . Cette différence est uniquement liée au calcul de la chute de potentiel interne de l'aimant  $\chi_{ai}$ .



**Figure 2.13.** Evolution du rapport  $\kappa_{opt}$  qui donne l'induction maximale.

### 2.5.4 Facteur de correction associé à une magnétisation radiale

Le calcul théorique de l'induction, déterminé par l'éq. (2.29), donne de bons résultats lorsque le rapport entre l'angle intermédiaire et l'angle d'un demi-pôle est faible<sup>5</sup>. Par contre, si ce rapport augmente, le modèle analytique devient imprécis car il ne tient absolument pas compte de la déviation des lignes de flux au voisinage de l'axe intermédiaire. Dans l'impossibilité d'établir de façon simple un modèle analytique qui prenne compte de ce fait, on introduit un facteur de correction  $f_c$  [17]. L'induction maximale corrigée d'un point de l'entrefer devient:

$$B_{apc} = f_c \cdot B_{ap} \quad (2.33)$$

L'élaboration du facteur de correction se base sur les constatations suivantes:

- Il dépend du rapport entre l'angle de fuite et l'angle d'un pôle  $\left(\frac{\varphi_{lim}}{\varphi_{max}}\right)$ .
  - Pour:  $\left(\frac{\varphi_{lim}}{\varphi_{max}}\right) = 1$ , cela signifie que le flux magnétique -composé uniquement de fuites- produit par l'aimant ne traverse pas la culasse statorique. Il en résulte que le facteur de correction doit être lui aussi nul.
  - Pour:  $\lim\left(\frac{\varphi_{lim}}{\varphi_{max}}\right) \rightarrow 0$ , cela signifie que les fuites sont négligeables; en conséquence le facteur de correction vaut 1.
- Il dépend de la position dans l'entrefer.
  - Pour:  $d = d_{ae}$  (proximité immédiate de l'aimant), la valeur de la composante radiale de l'induction n'est que peu sensible aux fuites car les lignes de flux (principales et de fuites) qui quittent l'aimant sont radiales. Il en résulte, que pour  $d = d_{ae}$ , la valeur du facteur de correction est unitaire.
  - Pour:  $d = d_{\delta e}$  (au niveau de la culasse statorique), seul le flux principal est présent; c'est en ce point que le facteur de correction a le plus d'influence.

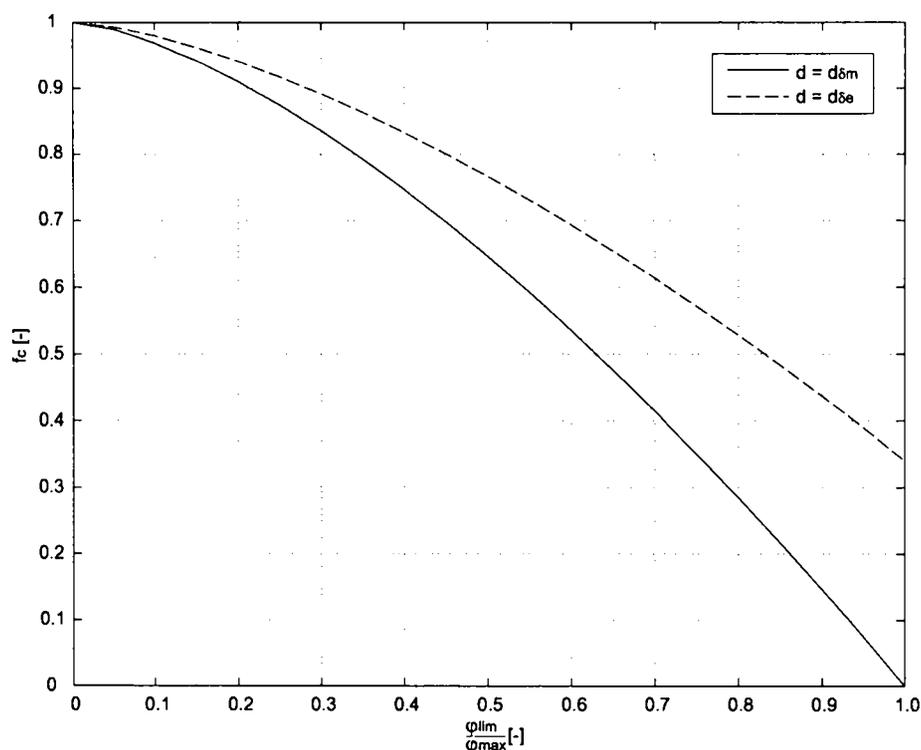
Ces constatations permettent d'établir un facteur de correction empirique qui satisfasse les conditions citées précédemment. Celui-ci est donné par:

$$f_c = \left\{ 1 - \left[ \frac{\varphi_{lim}}{\varphi_{max}} \cdot \left( \frac{d - d_{ae}}{d_{\delta e} - d_{ae}} \right)^m \right]^n \right\} \quad (2.34)$$

Le facteur  $m$  est déterminé de façon à minimiser l'erreur au niveau de la culasse statorique ( $d = d_{\delta e}$ ) et celle du facteur  $n$  de façon à réduire l'erreur au milieu de l'entrefer magnétique  $\left(d_{\delta m} = \frac{d_{ae} \cdot (1+\lambda)}{2}\right)$ <sup>6</sup>. Ce sont les valeurs de  $m = 0.4$  et  $n = 1.5$  qui donnent les meilleurs résultats. La figure (2.14) montre pour  $d = d_{\delta m}$  et  $d = d_{\delta e}$  l'évolution du facteur de correction en fonction du rapport entre l'angle de fuite et l'angle d'un demi-pôle.

<sup>5</sup> Le rapport entre l'angle limite et l'angle d'un demi pôle n'exécède pas 15%.

<sup>6</sup> Pour un moteur à bobinage dans l'entrefer, lorsque le rapport  $\lambda$  est élevé, on considère que le milieu de l'entrefer magnétique correspond pratiquement au diamètre moyen du bobinage.



**Figure 2.14.** Valeur du facteur de correction en fonction du rapport entre l'angle limite et celui d'un demi-pôle.

### 2.5.5 Validation du modèle

La comparaison des résultats obtenus entre le calcul analytique et une résolution numérique réalisée par la méthode des éléments finis est réalisée. En raison de l'hypothèse relative au stator lisse, seules les variantes des moteurs à bobinage dans l'entrefer seront comparées. La comparaison a été effectuée pour les valeurs suivantes:

- Le nombre de paires de pôles du moteur varie entre 1 (magnétisation radiale et parallèle) et 4.
- Le rapport  $\kappa$  varie entre 1.1 et 2.5.
- Le rapport  $\lambda$  varie entre 1.1 et 1.6 selon le nombre de pôles du moteur.
- Les caractéristiques magnétiques de l'aimant sont:
  - $B_o = 1.1$  , l'induction rémanente de l'aimant [T],
  - $\mu_{ra} = 1.1$  , la perméabilité relative de l'aimant [-].
- Les dimensions géométriques ainsi que les propriétés magnétiques des culasses ont été imposées<sup>7</sup>.
  - $d_{ae} = 15 \cdot 10^{-3}$  , le diamètre externe de l'aimant [m],
  - $d_{ri} = 4 \cdot 10^{-3}$  , le diamètre de l'axe [m],

<sup>7</sup> La perméabilité relative du fer est suffisamment élevée pour que la chute de potentiel magnétique des culasses soit négligeable par rapport à celle de l'entrefer.

- $d_{se} = 30 \cdot 10^{-3}$  , le diamètre externe du moteur [m],
- $\mu_{rf} = 1000$  , la perméabilité relative des culasses [-],
- $k_f = 1$  , le coefficient de foisonnement [-].

La comparaison de l'induction maximale entre le calcul analytique issu du modèle théorique et la simulation numérique réalisée par la méthode des éléments finis est effectuée pour les 3 positions de l'entrefer suivantes.

- $d_1 = d_{ae} + 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- $d_2 = d_{\delta m}$
- $d_3 = d_{\delta e}$

En raison des nombreuses comparaisons effectuées, on ne présentera ici que quelques résultats relatifs à  $d_{\delta m}$ .

Les figures (2.15) et (2.17) comparent l'allure de la distribution de l'induction dans l'entrefer calculée par la méthode des éléments finis et par le modèle analytique.

Les figures (2.18) et (2.19) comparent l'amplitude maximale de l'induction calculée selon la méthode des éléments finis et selon le modèle analytique.

Le cas relatif à la figure (2.17) (4 paires de pôles,  $\kappa = 1.8$ ,  $\lambda = 1.3$ ) montre les limites du modèle. Bien que l'allure de la fonction calculée par le modèle analytique corresponde relativement bien à celle obtenue par la méthode des éléments finis, sa valeur reste néanmoins trop élevée.

On notera encore qu'une telle solution n'est pas très rationnelle car pour des mêmes rapports  $\kappa$  et  $\lambda$ , l'induction obtenue pour  $p = 4$  est de 26% inférieure à celle obtenue pour  $p = 1$  (magnétisation radiale).

## 2.5.6 Remarques

Cette méthode de calcul de l'induction dans l'entrefer convient autant pour les moteurs à bobinage dans l'entrefer que pour ceux à encoches (à condition de négliger l'influence des pré-encoches). On notera que le facteur de correction proposé est inutile dans les cas suivants:

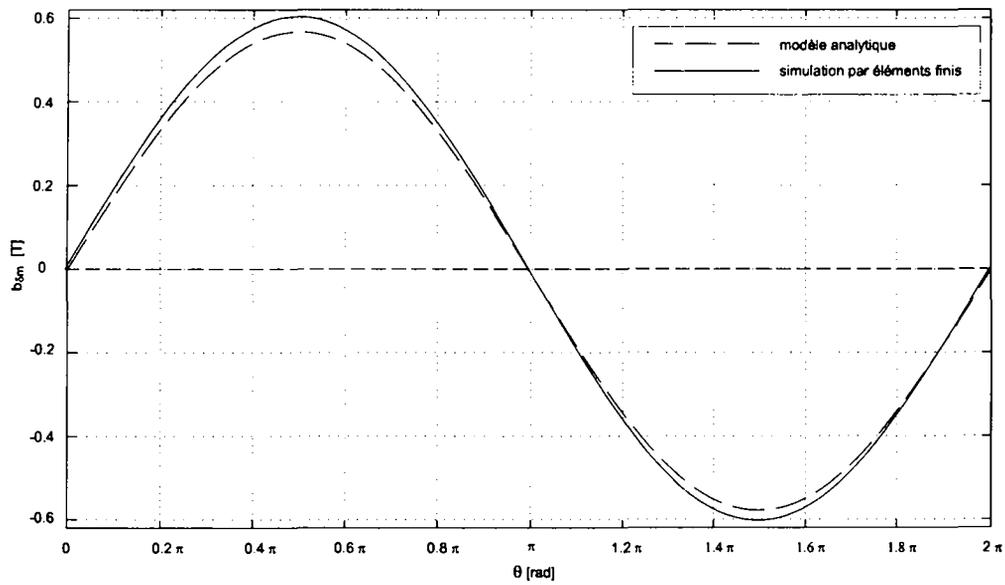
- Le rapport entre l'angle intermédiaire et l'angle d'un demi-pôle est inférieur à 15%.
- Le rapport entre la longueur de l'aimant et le pas polaire est inférieur à 16%.

Les observations des différents résultats laissent supposer que la longueur de l'aimant a aussi une certaine influence sur l'angle intermédiaire. Ainsi, lorsque l'entrefer magnétique est important et que la longueur de l'aimant est faible, l'angle intermédiaire calculé est surestimé; comme ce cas produit de toute façon une induction faible, il n'en a pas été tenu compte ici.

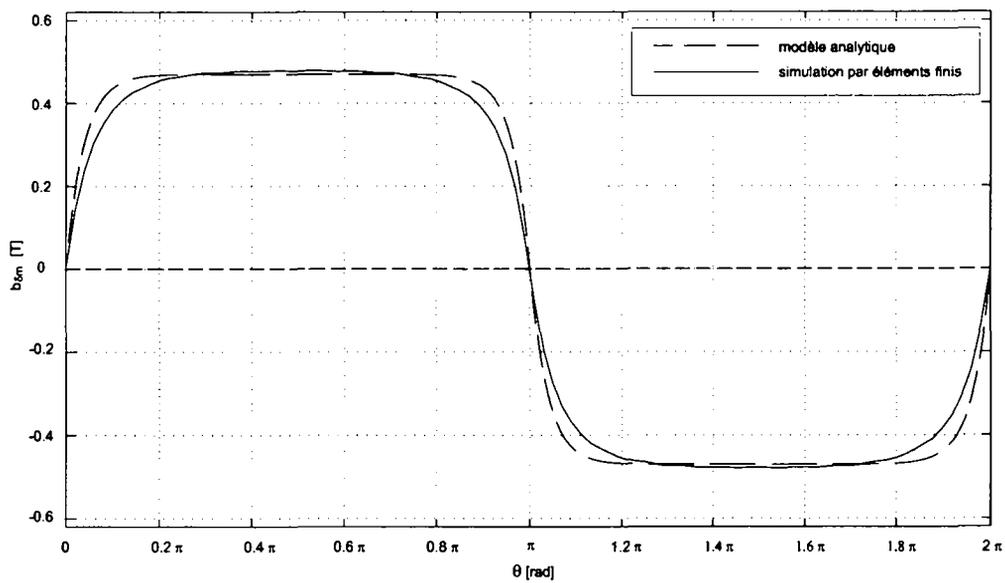
Dans le cas d'une magnétisation parallèle, l'induction calculée par le modèle analytique est légèrement sous-estimée lorsque l'entrefer magnétique est faible.

Dans le cas d'un moteur ayant une seule paire de pôles, pour des mêmes rapports  $\kappa$  et  $\lambda$ , la magnétisation parallèle produit une induction maximale plus élevée (surtout si le rapport  $\kappa$  est important) que celle obtenue pour une magnétisation radiale. Par contre du point de vue de la forme de la distribution de l'induction, une magnétisation parallèle produit une forme sinusoïdale alors qu'une magnétisation radiale engendre une forme plus carrée. C'est essentiellement les caractéristiques électromagnétiques qui départagent les deux solutions.

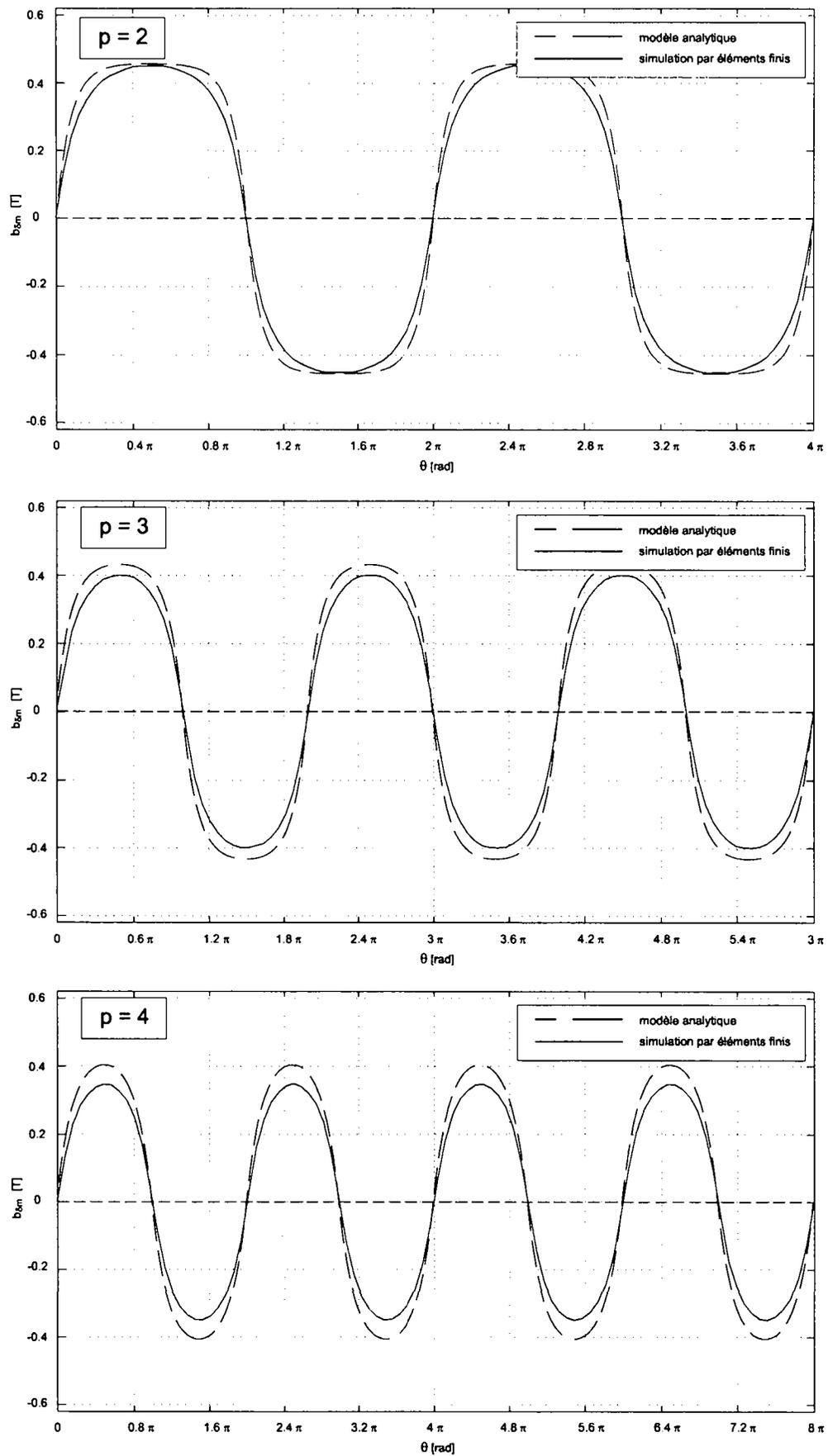
Dans le cas d'une magnétisation radiale, la valeur maximale du rapport  $\kappa$  admissible pour un rapport  $\lambda$  donné peut aussi être limitée par l'induction maximale admise dans la culasse rotorique. En effet, selon les propriétés magnétiques intrinsèques de l'aimant ( $B_0, \mu_{ra}$ ) l'induction calculée au niveau de la culasse rotorique peut devenir prohibitive. Ainsi par exemple, pour le cas représenté sur la figure (2.16), l'induction maximale calculée au niveau de la culasse rotorique est de l'ordre de  $2.5 T$ . En conséquence, lors de la détermination du rapport  $\kappa$  maximal, il s'avère donc nécessaire de prendre en compte non seulement la valeur du rapport  $\lambda$  mais encore les caractéristiques magnétiques de l'aimant et du fer. Ce second cas de limitation sera pris en compte lors du dimensionnement (§ 4.4.3).



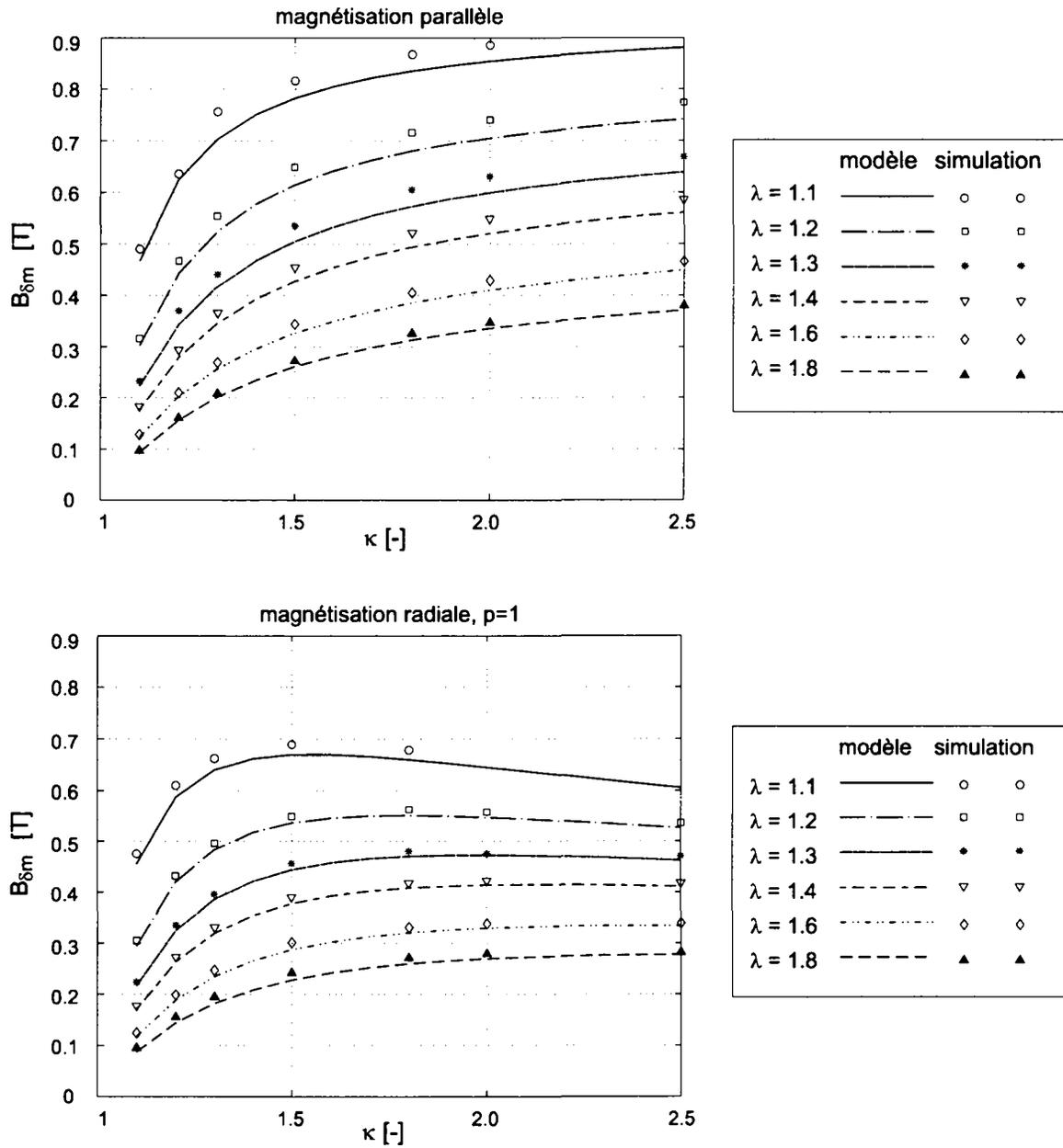
**Figure 2.15.** *Distribution de l'induction au milieu de l'entrefer magnétique pour  $\kappa = 1.8$ ,  $\lambda = 1.3$  et une magnétisation parallèle.*



**Figure 2.16.** *Distribution de l'induction au milieu de l'entrefer magnétique pour  $\kappa = 1.8$ ,  $\lambda = 1.3$  et une magnétisation radiale ( $p = 1$ ).*



**Figure 2.17.** Distribution de l'induction au milieu de l'entrefer magnétique pour  $\kappa = 1.8$ ,  $\lambda = 1.3$ , une magnétisation radiale et pour différents nombre de paires de pôles.



**Figure 2.18.** Evolution de l'induction maximale au milieu de l'entrefer pour une paire de pôle et une magnétisation parallèle et radiale.

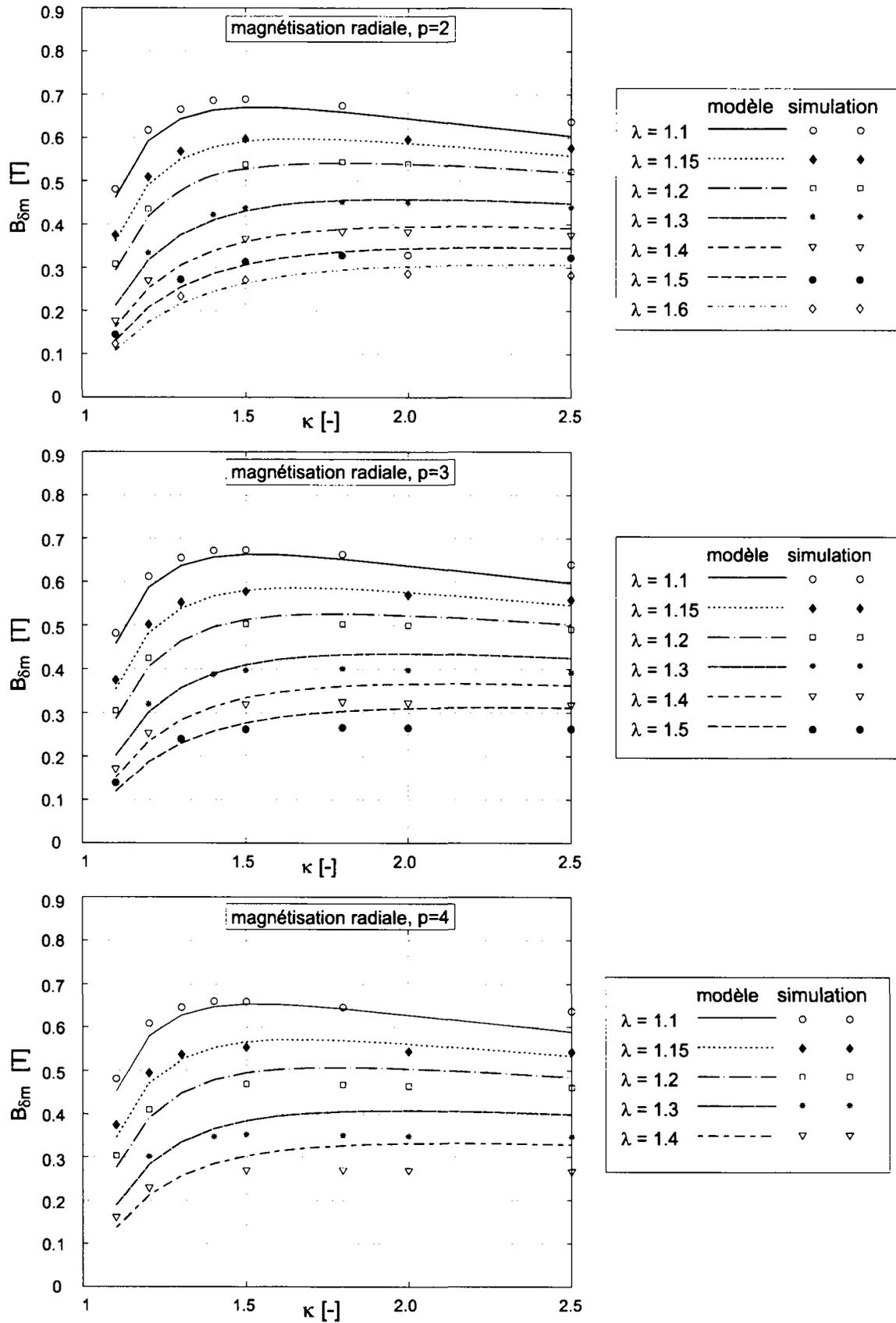


Figure 2.19. Evolution du maximum de l'induction au milieu de l'entrefer pour une magnétisation radiale.

## 2.6 Tension induite

### 2.6.1 Hypothèses et méthode de calcul

La tension induite qui caractérise un système électromagnétique est la conséquence directe de l'interaction entre le champ magnétique produit par l'aimant et le bobinage statorique. La méthode de calcul de la tension induite présentée ici consiste à calculer analytiquement, en fonction de la position, le flux qui traverse chaque spire du bobinage (figure 2.20). La tension induite qui en résulte correspond à la variation temporelle du flux; elle est obtenue par la dérivée, par rapport au temps, du flux magnétique.

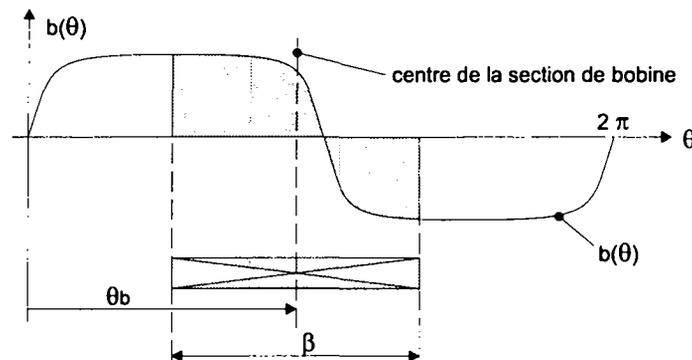


Figure 2.20. Surface balayée par une spire.

Le calcul de la tension induite ainsi que du couple électromagnétique s'effectue sur la base des hypothèses suivantes:

- Lors du calcul des caractéristiques électromagnétiques d'un moteur à bobinage dans l'entrefer, on néglige les variations radiales de la distribution de l'induction dans l'entrefer. En d'autres termes, on néglige la hauteur du bobinage (ce qui correspond à l'épaisseur dans le sens radial) en ne calculant la distribution de l'induction que pour le diamètre moyen du bobinage.
- Le régime de fonctionnement du moteur est quasi-statique. La tension induite, de même que le couple électromagnétique, sont déterminés pour une vitesse de rotation constante.

La modélisation de la distribution de l'induction de même que la répartition du bobinage sont des facteurs essentiels dans le calcul des caractéristiques électromagnétiques du moteur. Le modèle proposé distinguera le cas d'un moteur à encoches de celui d'un moteur à bobinage dans l'entrefer.

### 2.6.2 Flux totalisé associé à un moteur à encoches

Dans le cas d'un moteur muni d'encoches, les conducteurs qui forment les différentes bobines associées à une phase sont logés dans les encoches. Selon les cas et essentiellement dans le but de diminuer le couple réductant, ces dernières sont parfois inclinées (figure 2.21). Pour cette configuration, il est nécessaire de prendre en compte l'évolution axiale de l'induction le long de la machine. Bien que le cas relatif aux encoches inclinées ne soit pas abordé ici, le raisonnement reste semblable à celui appliqué dans le cas des encoches droites.

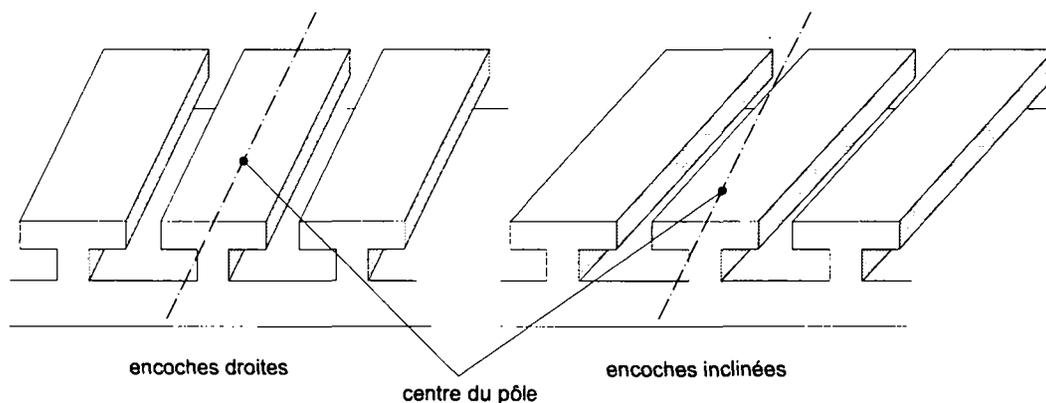


Figure 2.21. Encoches droites et inclinées.

En faisant abstraction des pré-encoches, l'ouverture beta (angle magnétique) qui caractérise une spire rectangulaire correspond à l'équation suivante (figure 2.22):

$$\beta = 2 \cdot \frac{\pi \cdot p \cdot s}{Z_n} \quad (2.35)$$

avec

- $s$  l'ouverture de la bobine (exprimée en encoches),
- $p$  le nombre de paires de pôles du moteur,
- $Z_n$  le nombre d'encoches.

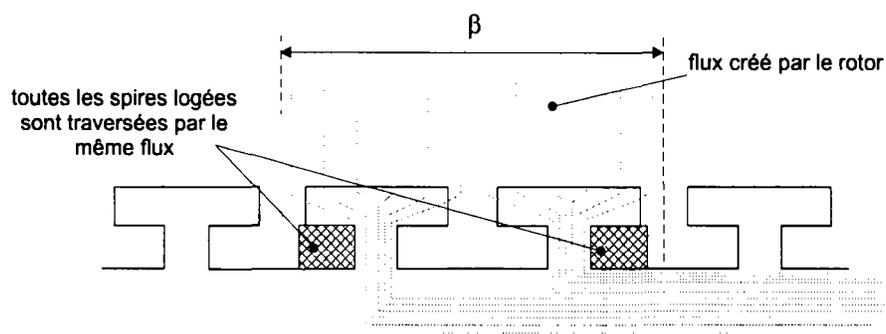


Figure 2.22. Modélisation des spires pour un moteur à encoches.

Comme les dents canalisent le flux magnétique produit par l'aimant, chaque spire qui constitue une bobine est traversée par le même flux. En conséquence, l'ouverture beta des différentes spires qui composent une bobine ne varie pas. Le flux totalisé qui traverse une bobine composée de  $N_{sb}$  spires en série correspond simplement au produit du flux magnétique qui traverse une spire par le nombre de spires.

$$\Psi(\theta_b) = N_{sb} \cdot \frac{\tau_p}{\pi} \cdot \int_{\theta_b - \frac{\beta}{2}}^{\theta_b + \frac{\beta}{2}} l_{act} \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B \cdot \sin(\nu \cdot \theta) \quad (2.36)$$

avec

- $\tau_p$  le pas polaire du moteur (calculé au niveau du diamètre d'alésage),
- ${}^\nu B$  la valeur du fondamental de l'induction de rang  $\nu$  calculée au niveau du diamètre d'alésage.
- $\theta_b$  la position du centre de la bobine

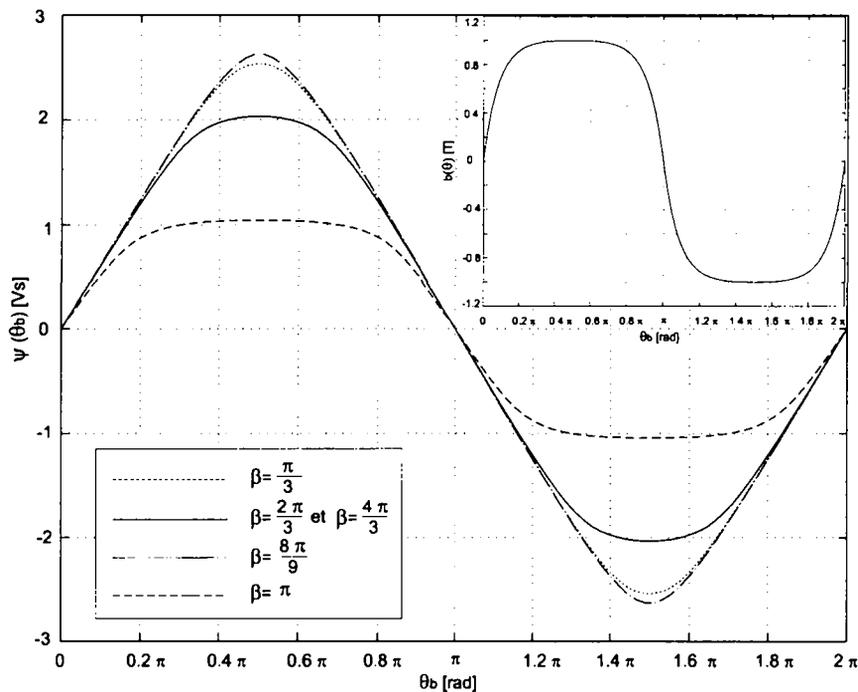
Après résolution, on obtient:

$$\Psi(\theta_b) = \frac{2}{\pi} \cdot N_{sb} \cdot l_{act} \cdot \tau_p \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{{}^\nu B}{\nu} \cdot {}^\nu k_s \cdot \sin(\nu \cdot \theta_b) \quad (2.37)$$

Le facteur de raccourcissement,  $k_s$  est défini comme le rapport entre le flux totalisé obtenu pour une spire raccourcie et celui obtenu pour une spire diamétrale (ouverture de  $\pi$ ).

$${}^\nu k_s = \sin\left(\nu \cdot \frac{\beta}{2}\right) \quad (2.38)$$

La figure (2.23) montre l'évolution du flux totalisé en fonction de l'ouverture de la bobine pour une distribution de l'induction "hyperbolique" ( $f = 6$ ). On remarque que plus cette dernière est proche de  $\pi$  (sa largeur circonférentielle est proche du pas polaire) plus le flux totalisé est important. De même le flux totalisé obtenu pour une ouverture de bobine de  $\frac{4 \cdot \pi}{3}$  est équivalent à celui qui traverse une bobine dont l'ouverture est complémentaire à  $2 \cdot \pi$  à savoir de  $\frac{2 \cdot \pi}{3}$ .



**Figure 2.23.** Evolution du flux totalisé d'une bobine en fonction de son ouverture  $\beta$ . Dans l'encart figure la distribution de l'induction  $b(\theta)$  prise en compte dans le calcul de  $\Psi$ .

### 2.6.3 Flux totalisé associé à un moteur à bobinage dans l'entrefer

La famille des moteurs à bobinage dans l'entrefer se répartit en deux classes: la première comporte les bobines rectangulaires et concentriques et la seconde les bobinages dits "auto-porteurs" ou en "panier" (figure 2.24).



Figure 2.24. Bobinages dans l'entrefer de type "panier".

### Bobinage "rectangulaire":

Ce bobinage consiste à juxtaposer, le long de la culasse statorique, des bobines de forme rectangulaire. Dans le cas d'un bobinage à bobines adjacentes (le cas relatif à un bobinage superposé ne sera pas traité) la surface d'une spire est directement liée à sa position au sein de la bobine (figure 2.25). Pour un nombre de spires  $N_{sb}$  d'une bobine donnée, le flux totalisé dépend de l'étalement  $\alpha_w$  de la bobine (angle électrique).

$$\alpha_w = \frac{2 \cdot b_w}{d_{wm}} \cdot p \quad (2.39)$$

avec

$b_w$  la largeur de la bobine,  
 $d_{wm}$  le diamètre moyen du bobinage.

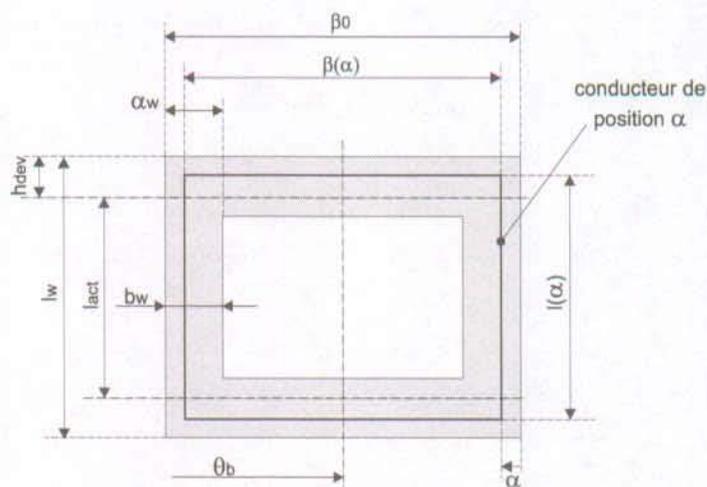


Figure 2.25. Modélisation du bobinage rectangulaire.

Par analogie aux moteurs à encoches pour lesquels le flux totalisé d'une bobine est caractérisé par le facteur de raccourcissement, le flux totalisé d'un moteur à bobinage concentrique correspond à l'équation suivante (le détail des calculs figure à l'annexe III):

$$\Psi(\theta_b) = \frac{l_{act} \cdot N_{sb} \cdot d_{wm}}{p} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu B}{\nu} \cdot \nu k_s \cdot \sin(\nu \cdot \theta) \quad (2.40)$$

avec

$$\begin{aligned} \nu k_s = & \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left\{ \frac{1}{p \cdot \alpha_w \cdot \nu^2} \cdot \left[ \sin \left( \nu \cdot \left( \frac{\beta_0}{2} - k_{dw} \cdot \alpha_w \right) \right) - \sin \left( \nu \cdot \left( \frac{\beta_0}{2} - \alpha_w \right) \right) \right] \right. \\ & \left. + \frac{[k_{dw} - 1]}{\nu \cdot p} \cdot \cos \left( \nu \cdot \left( \frac{\beta_0}{2} - \alpha_w \right) \right) \right\} \\ & + \frac{1}{\nu \cdot \alpha_w} \cdot \left[ \cos \left( \nu \cdot \left( \frac{\beta_0}{2} - \alpha_w \right) \right) - \cos \left( \nu \cdot \frac{\beta_0}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.41)$$

où  $k_{dw}$  représente le facteur de développantes; il est donné par le rapport suivant:

$$k_{dw} = \frac{h_{dev}}{b_w} \quad (2.42)$$

avec

$h_{dev}$  la longueur axiale des développantes (hors de la longueur active),  
 $\varepsilon$  le rapport entre la longueur active du moteur et le diamètre moyen du bobinage,  $\varepsilon = \frac{l_{act}}{d_{wm}}$ .

La valeur du facteur  $k_{dw}$  est comprise entre 0 et 1; la valeur nulle correspondant à un moteur sans développantes et la valeur unitaire à une hauteur de développantes égale à la largeur de la bobine. Du point de vue électromagnétique, une hauteur de développantes supérieure ( $k_{dw} > 1$ ) n'a aucun sens.

Contrairement aux variantes à encoches, pour lesquelles le facteur de distribution est uniquement fixé par l'ouverture des bobines, dans le cas d'un bobinage concentrique, le facteur de distribution associé est fonction de l'étalement  $\alpha_w$  des bobines, du rapport  $\varepsilon$  ainsi que de la hauteur des développantes représentée par le facteur  $k_{dw}$ . On notera que ces deux derniers paramètres sont étroitement liés: en effet, plus le moteur est long, plus l'influence du facteur de développantes diminue.

Pour un moteur à bobinage concentrique, les possibilités de bobinage sont restreintes; dans le cas d'un moteur triphasé, les deux configurations les plus utilisées sont les suivantes:

- (1)  $p$  paire de pôles et  $3 \cdot p$  bobines, donc une ouverture de bobine de  $\frac{2\pi}{3}$ .
- (2)  $2 \cdot p$  paires de pôles et  $3 \cdot p$  bobines, ce qui correspond à une ouverture de bobine maximale de  $\frac{4\pi}{3}$ .

Bien que la variante à 4 paires de pôles et 9 bobines soit aussi possible, elle n'est pas employée, d'une part en raison de la force radiale qui résulte de l'asymétrie du bobinage (cette force se compense dans le cas 16 pôles et 18 bobines) et d'autre part en raison de ses performances électromécaniques médiocres. (Elle sera tout de même mentionnée dans le tableau 2.2).

Pour un moteur biphasé, on mentionnera la solution à 3 paires de pôles et 4 bobines, particulièrement intéressante. Relativement aux variantes triphasées, la figure (2.26) montre l'évolution du facteur de distribution en fonction des paramètres  $\alpha_w$ ,  $\varepsilon$  et  $k_{dw}$ .

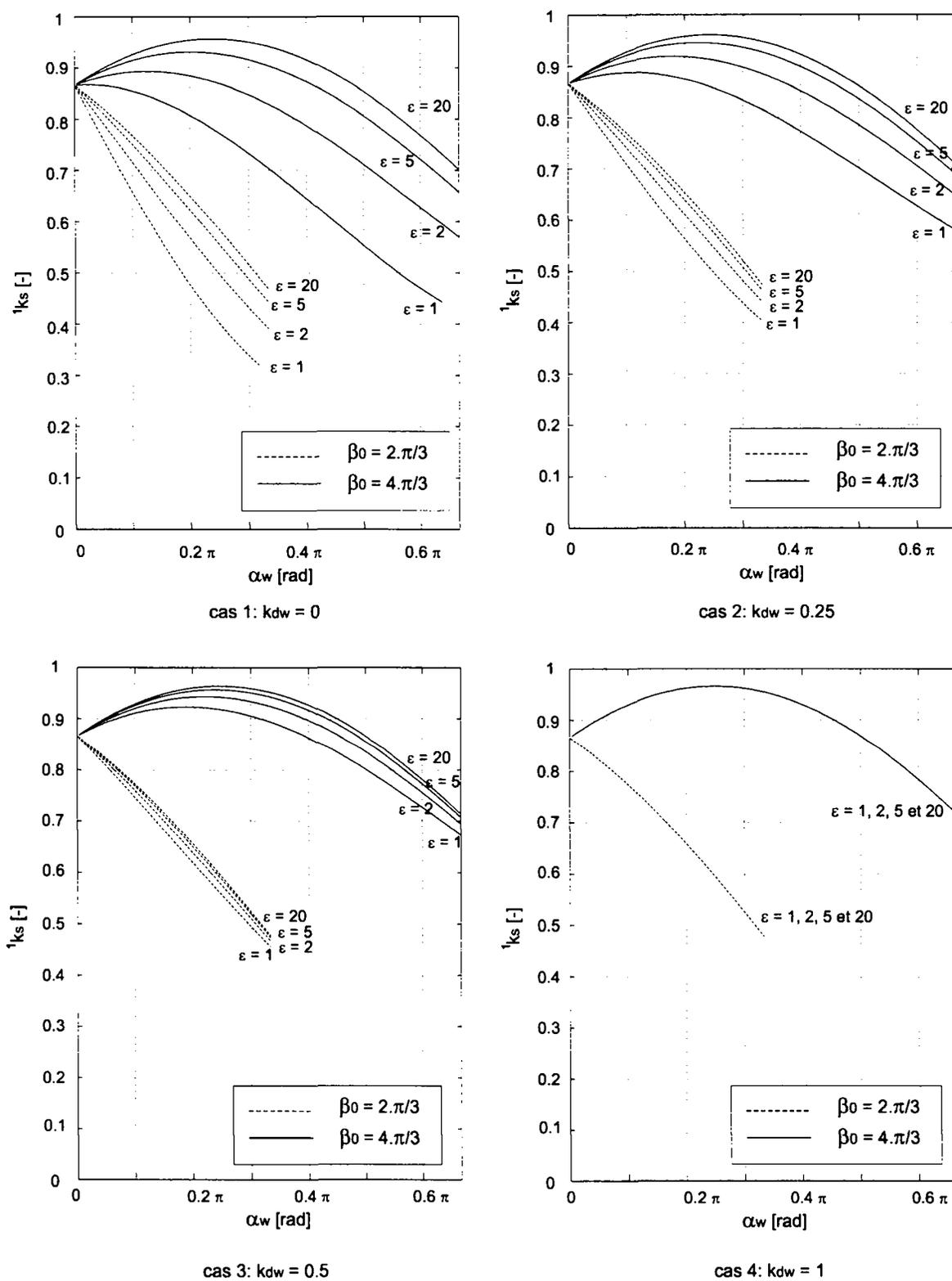


Figure 2.26. Evolution du facteur de distribution en fonction des paramètres  $\alpha_w$ ,  $\epsilon$  et  $k_{dw}$ .

**Remarques:**

- Dans le cas d'un moteur de rapport  $\varepsilon$  élevé ou plus simplement lorsque les conducteurs transversaux (développantes) se trouvent hors de la longueur active du moteur ( $k_{dw} = 1$ ), le facteur de distribution décrit par l'équation (2.41) devient:

$$k_s = \frac{\left[ \cos\left(\frac{\nu}{2} \cdot (\beta_0 - 2 \cdot \alpha_w)\right) - \cos\left(\frac{\nu}{2} \cdot \beta_0\right) \right]}{\alpha_w \cdot \nu} \quad (2.43)$$

Dans ce cas, le facteur  $k_s$  est alors indépendant des dimensions du moteur.

- Lorsque l'ouverture initiale  $\beta_0$  est supérieure à  $\pi$  (4 pôles et 3 bobines), le facteur  $k_s$  présente un maximum qui rappelle que le flux maximum est obtenu pour une spire d'ouverture diamétrale. En conséquence et relativement au facteur de distribution, la configuration 4 pôles et 3 bobines se révèle plus avantageuse que la variante 2 pôles et 3 bobines.
- L'optimisation d'un tel bobinage dépend essentiellement du choix des critères tels que la longueur axiale des développantes, le couple maximum pour un volume donné, ou encore le meilleur rendement Joule. Pour ce dernier critère, l'optimisation du bobinage est directement liée à l'optimisation du facteur  $k_{em}$  défini par le rapport suivant [9]:

$$k_{em} = \frac{k_m}{\sqrt{R_{ph}}} \quad (2.44)$$

avec

$k_m$  la constante de couple du moteur (cf. § 2.7.1),

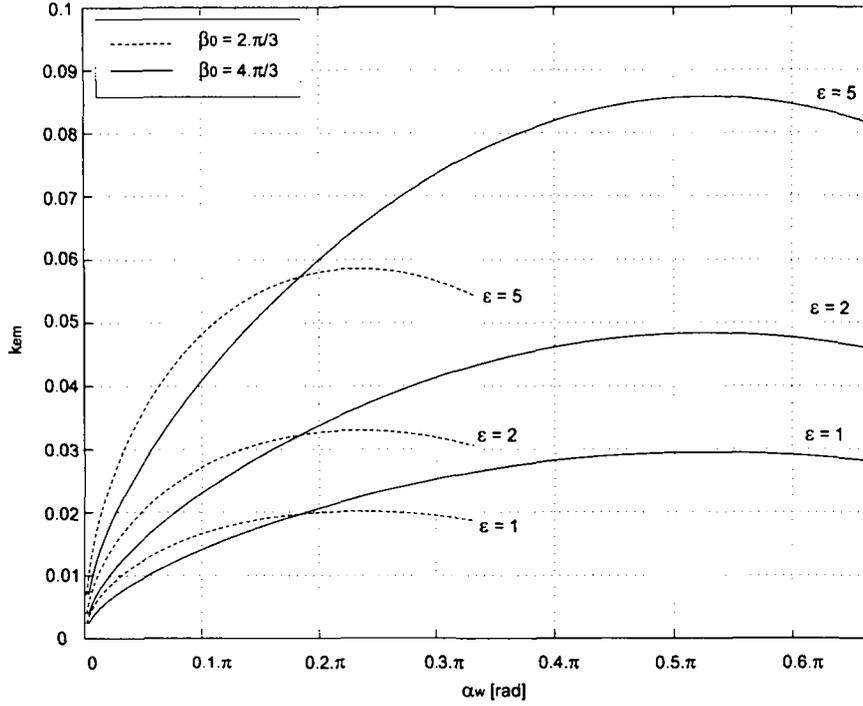
$R_{ph}$  la résistance ohmique d'une phasee.

Lorsque l'influence des développantes est négligeable, ( $\varepsilon > 5$  ou  $k_{dw} > 0.75$ ) le rapport  $k_{em}$  optimum est atteint pour une valeur  $\alpha_w = 0.233 \cdot \pi$  (angle électrique) pour la configuration 2 pôles et 3 bobines et  $\alpha_w = 0.526 \cdot \pi$  pour la variante 4 pôles et 3 bobines. Les facteurs de distribution valent alors respectivement 0.625 et 0.849. Pour un diamètre moyen, une longueur axiale des développantes et une longueur active identiques, le rapport  $k_{em}$  obtenu pour la seconde configuration est nettement meilleur (figure 2.27).

**Bobinage "auto-porteur" ou "en panier":**

Cette famille de bobinage, directement dérivée des bobinages employés dans les moteurs à collecteurs dits "moteur à rotor sans fer", englobe les bobinages de forme triangulaire et en forme de losange. La principale caractéristique de ces bobinages est d'une part de diminuer les développantes et de l'autre de rendre l'ouverture des spires indépendante de la largeur d'une bobine. On mentionnera encore que ces bobinages ne nécessitent pas de support (d'où le terme auto-porteur). Dans le cas d'un bobinage en panier, toutes les spires qui constituent une bobine sont identiques (figure 2.28); seule la position de leur centre  $\theta_{sp}$  varie selon la position angulaire  $\alpha$  (angle électrique).

Bien qu'un bobinage auto-porteur ne soit pas exclusivement réservé à une ouverture diamétrale des bobines, cette famille de bobinage reste essentiellement employée pour le cas d'une paire de pôles associée à une ouverture  $\beta_0$  de  $\pi$ .



**Figure 2.27.** Evolution du facteur  $k_{em}$  pour  $k_{dw} = 1$  et  $\epsilon$  comme paramètre. (Calcul effectué pour  $d_{wm} = 24$  mm,  $h_{bob} = 2$  mm,  $B_0 = 0.6$  T et  $\rho_{cu} = 1.8 \cdot 10^{-9} \Omega m$ ).

Le flux totalisé d'une bobine composée de  $N_{sb}$  spires est donné par la relation suivante:

$$\Psi(\theta_b) = \frac{l_{act} \cdot N_{sb} \cdot d_{wm}}{p} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu B}{\nu} \cdot \nu k_s \cdot \sin(\nu \cdot \theta) \quad (2.45)$$

avec:

le facteur  $k_s$  associé à une forme losange

$$\nu k_{s\Diamond} = \frac{4 \cdot \frac{l_w}{l_{act}} \cdot \sin\left(\frac{\alpha_w \cdot \nu}{2}\right) \cdot \left[ \cos\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{2} \cdot \left(\frac{l_{act}}{l_w} - 1\right)\right) - \cos\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{2}\right) \right]}{\nu^2 \cdot \alpha_w \cdot \beta_0 \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{2}\right)} \quad (2.46)$$

le facteur  $k_s$  associé à une forme triangle

$$\nu k_{s\Delta} = \frac{8 \cdot \frac{l_w}{l_{act}} \cdot \sin\left(\frac{\alpha_w \cdot \nu}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{4} \cdot \frac{l_{act}}{l_w}\right) \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{4}\right)}{\nu^2 \cdot \alpha_w \cdot \beta_0 \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{2}\right)} \quad (2.47)$$

Contrairement au bobinage concentrique, pour lequel il est nécessaire d'optimiser la largeur des bobines, dans le cas d'un bobinage auto-porteur, une valeur d'étalement  $\alpha_w$  différente de la valeur maximale  $\alpha_{w\_max}$  est sans fondement.

$$\alpha_{w\_max} = \frac{2 \cdot \pi \cdot p}{2 \cdot m} \quad (2.48)$$

La figure (2.29) montre l'évolution du facteur de distribution en fonction du rapport entre la longueur axiale du bobinage et la longueur active du moteur. Lorsque la longueur du bobinage est égale à la longueur active du moteur, le flux totalisé calculé pour un bobinage constitué de  $N_{sb}$  spires en triangle est identique à celui déterminé pour des spires en forme de losange.

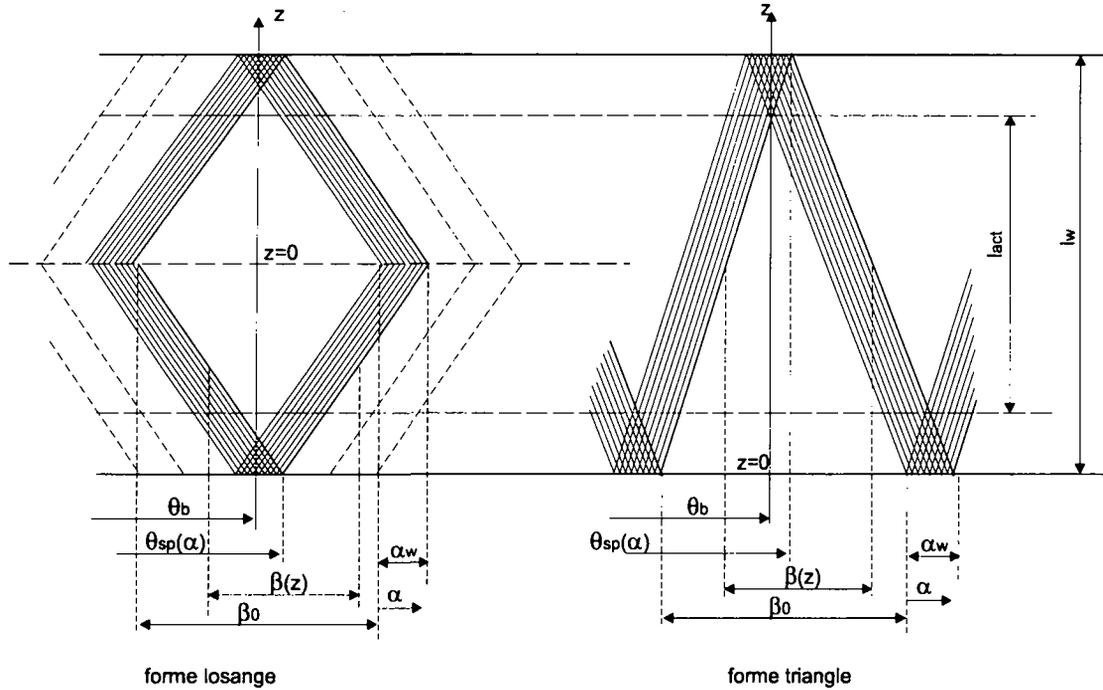


Figure 2.28. Modélisation des bobinages "auto-porteur".

Le facteur de distribution prend alors la forme simplifiée suivante:

$${}^{\nu}k_s|_{l_w=l_{act}} = \frac{4 \cdot \sin\left(\frac{\alpha_w \cdot \nu}{2}\right) \cdot \left[1 - \cos\left(\nu \cdot \frac{\beta_0}{2}\right)\right]}{\nu^2 \cdot \alpha_w \cdot \beta_0 \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{2}\right)} \quad (2.49)$$

Par analogie aux moteurs à bobinage rectangulaire, la mise en place du facteur  $k_{em}$  et surtout l'étude de son évolution en fonction du rapport entre la longueur axiale du bobinage et la longueur active du moteur permet de comparer et d'optimiser les deux variantes (figure 2.30). Dans le cas d'un bobinage auto-porteur, lorsque la longueur axiale du bobinage est supérieure à la longueur active du moteur, le choix des spires de forme triangulaire ou losange dépend essentiellement du rapport  $\varepsilon$ . Ainsi par exemple, pour un moteur long ( $\varepsilon > 5$ ), lorsque la longueur axiale du bobinage est de 5% supérieure à la longueur active du moteur, la forme losange s'avère plus intéressante que la forme triangulaire.

Par contre lorsque la longueur axiale du bobinage est équivalente à la longueur active du moteur, les spires de forme triangulaire permettent une meilleure optimisation du rapport  $k_{em}$  que les spires de forme losange. Cette différence est encore accentuée lorsque le rapport  $\varepsilon$  est faible.

En effet, lorsque l'on compare la longueur d'une spire associée à la forme triangulaire à celle issue d'une forme en losange, le rapport des longueurs est alors le suivant: (cf § 4.4.5):

$$\frac{l_{sp-\diamond}}{l_{sp-\triangle}} = \frac{\sqrt{l_w^2 + 4 \cdot \tau_{pwm}^2}}{\sqrt{l_w^2 + \tau_{pwm}^2}} \quad (2.50)$$

avec

- $\tau_{pwm}$  le pas polaire calculé au milieu du bobinage,
- $l_{sp-\diamond}$  la longueur d'une spire de forme losange,
- $l_{sp-\triangle}$  la longueur d'une spire de forme triangulaire.

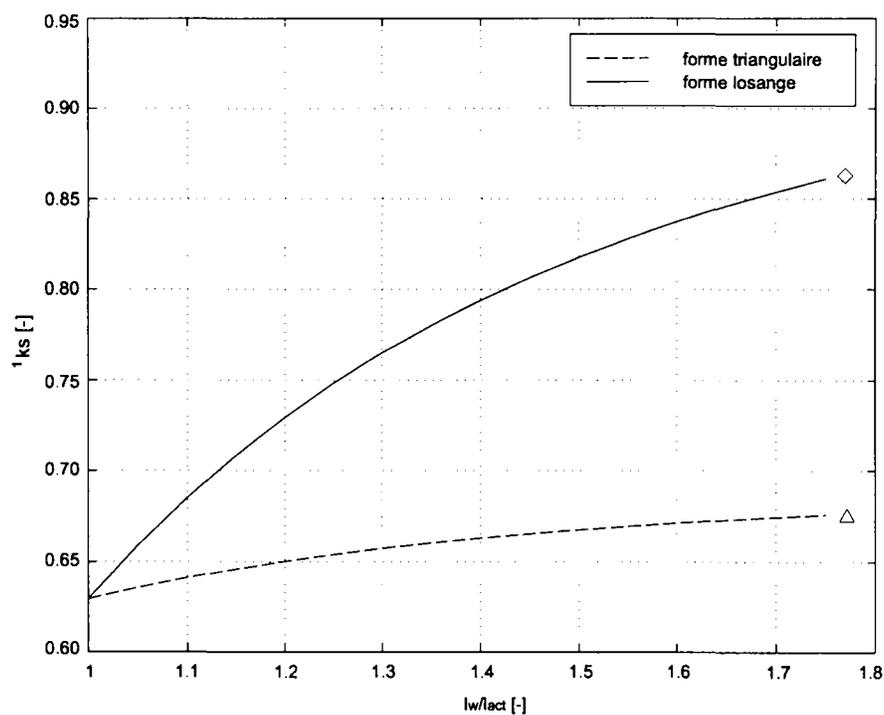


Figure 2.29. Evolution du facteur de distribution en fonction du rapport entre la longueur du bobinage et la longueur active.

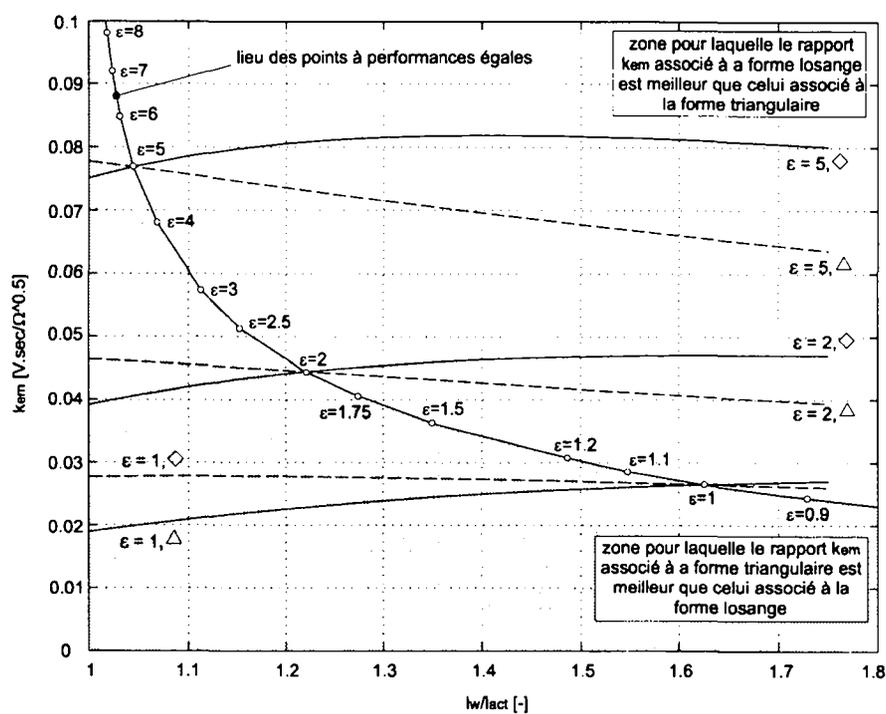


Figure 2.30. Evolution du facteur  $k_{em}$  en fonction du rapport entre la longueur axiale du bobinage et la longueur active du moteur.

## 2.6.4 Calcul de la tension induite

La tension induite d'une bobine est directement liée à la notion de vitesse. La tension induite associée à une vitesse et à une position instantanée  $\theta_b$  du centre de la bobine s'obtient en dérivant l'équation du flux totalisé par rapport au temps. Pour une bobine, la tension induite vaut:

$$u_{eb}(\theta) = \frac{d\Psi(\theta)}{d\theta} \cdot \underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{\omega} \quad (2.51)$$

avec

$$\omega = \Omega \cdot p$$

Après résolution, l'équation (2.51) prend la forme générale suivante:

$$u_{eb}(\theta_b) = \frac{N_{sb} \cdot d_m \cdot l_{act} \cdot \omega}{p} \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B \cdot k_s(\nu) \cdot \cos(\nu \cdot \theta_b) \quad (2.52)$$

avec

$$\begin{aligned} d_m &= d_{sa} && \text{moteurs à encoches} \\ &= d_{wm} && \text{moteurs à bobinage dans l'entrefer} \end{aligned}$$

L'étude de l'équation (2.52) montre que le déphasage entre la tension induite et la distribution de l'induction dans l'entrefer vaut  $\frac{\pi}{2}$  (figure 2.31).

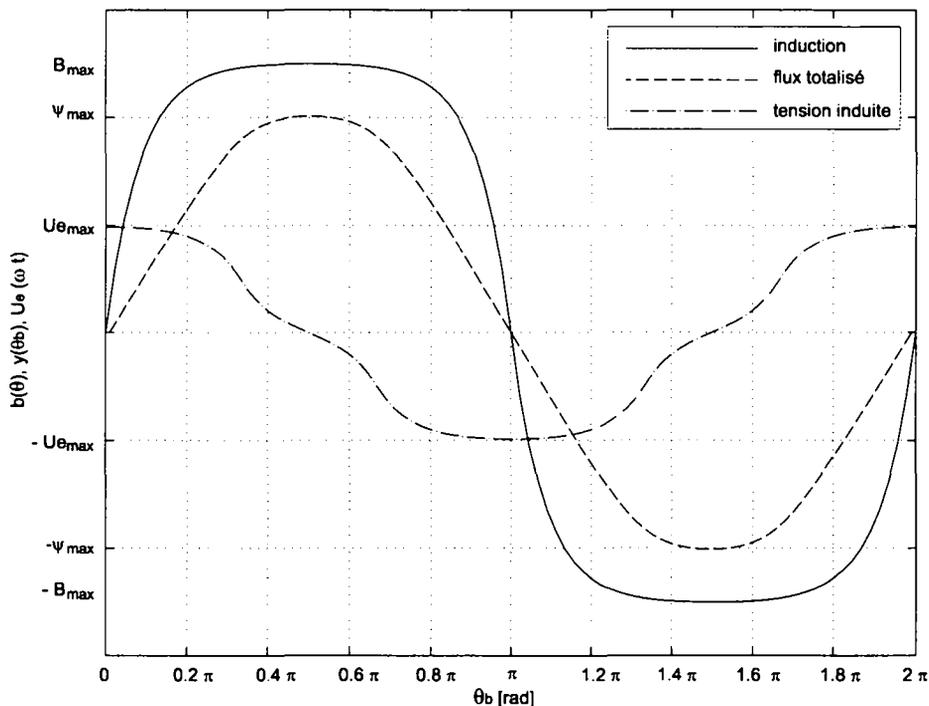


Figure 2.31. Induction, flux totalisé et tension induite pour un moteur à encoches et une ouverture de  $\frac{2\pi}{3}$ .

### 2.6.5 Tension induite de phase

Une phase du moteur résulte de la mise en série des différentes bobines qui la constituent. La tension induite de phase correspond alors à la somme vectorielle des tensions induites relatives à chaque bobine (figure 2.32).

$$u_e(\theta_{ph}) = \sum_{n=1}^{N_{bob}} u_{eb}(\theta_{bn}) \quad (2.53)$$

avec

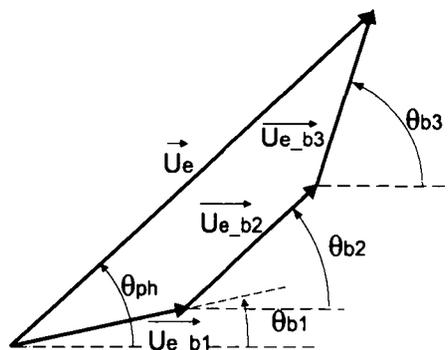
$\theta_{ph}$  la position du centre de la phase  
 $\theta_{bn}$  la position de la  $n^{ème}$  bobine

En conséquence, la tension induite de phase dépend d'une part des caractéristiques électromagnétiques des bobines qui la composent et de l'autre de leur répartition spatiale. Pour une phase composée de  $q$  bobines identiques déphasées entre elles d'un angle  $\varepsilon$  (angle électrique), la tension induite de phase  $u_e$  est donnée par la relation suivante.

$$u_e(\theta_{ph}) = N_{sp} \cdot d_m \cdot l_{act} \cdot \Omega \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B \cdot k_s(\nu) \cdot k_z(\nu) \cdot \cos(\nu \cdot \theta_{ph}) \quad (2.54)$$

avec

$N_{sp}$  le nombre de spires par phase



**Figure 2.32.** Représentation vectorielle de la tension induite

Dans la littérature [4] le facteur de distribution  $k_z$  représente le rapport entre la somme vectorielle et la somme arithmétique de la tension induite de phase. Pour les moteurs à encoches ce facteur est donné par l'équation suivante:

$${}^{\nu}k_z = \frac{\sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{2 \cdot m}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{6 \cdot q}\right)} \quad (2.55)$$

avec

$m$  le nombre de phases,  
 $q$  le nombre d'encoches par pôles et par phase  
 $q = \frac{Z_n}{2 \cdot p \cdot m}$

Lorsque la grandeur  $q$  est un nombre fractionnaire ( $q = \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}$ ) on remplace la valeur de  $q$  de l'équation (2.55) par  $q'$  qui représente le plus petit commun multiple entier de  $q$ . Ainsi par exemple, lorsque  $q$  vaut  $\frac{3}{8}$ ,  $q' = 3$  représente la plus petite valeur qui satisfasse la relation [14]:

$$\frac{q'}{q} = \text{nombre entier} \quad (2.56)$$

Dans le cas d'un moteur à bobinage dans l'entrefer, il faut prendre en compte le déphasage de chaque bobine; la tension induite de phase se calcule de cas en cas selon la relation (2.53). Toutefois, pour la plupart des variantes triphasées usuelles à faible nombre d'encoches (cf. tableau 2.2), sauf le cas à 8 pôles et 9 bobines, le déphasage spatial entre chaque bobine est de  $2 \cdot \pi$  électrique ce qui équivaut à un déphasage nul.

En posant  $k_w$  le facteur de bobinage qui représente le produit entre le facteur de raccourcissement et le facteur de distribution, l'équation de la tension induite de phase prend la forme suivante

$$u_e(\omega \cdot t) = N_{sp} \cdot d_m \cdot l_{act} \cdot \Omega \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B \cdot \nu k_w \cdot \cos(\nu \cdot \omega \cdot t) \quad (2.57)$$

avec

$$\nu k_w = \nu k_s \cdot \nu k_z$$

La constante de tension induite qui permet de caractériser l'amplitude de la tension induite de phase est définie par le rapport suivant:

$$k_e = \frac{\hat{U}_e}{\Omega} \quad (2.58)$$

On notera encore que la valeur de la constante de tension induite ne dépend pas du nombre de paires de pôles du moteur.

Le tableau (2.2) montre les bobinages usuels des variantes triphasées (moteurs à encoches et moteurs à bobinage dans l'entrefer) ainsi que les valeurs optimisées de leur facteur de bobinage.

### 2.6.6 Tension induite de ligne (variantes triphasées connectées en étoile uniquement)

La tension induite de ligne d'un moteur dépend de son nombre de phase ainsi que de la connexion employée. Lorsque les différentes phases du moteur sont connectées en étoile, la tension induite de ligne  $u_{eLi}$ , correspond à la somme vectorielle des tensions induites de deux phases.

$$u_{eLi}(\omega \cdot t) = \sum_{n=1}^m u_{en} \left( \omega \cdot t + \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{m} \right) \quad (2.59)$$

avec

$u_{en}$  la tension induite de la  $n^{\text{ème}}$  phase.

Pour un moteur triphasé et une tension induite sinusoïdale, l'amplitude de la tension induite de ligne vaut  $\hat{U}_{eLi} = \sqrt{3} \cdot \hat{U}_e$ .

moteurs à encoches		q	2.p	Z <sub>n</sub>	s	β	k <sub>s</sub>	k <sub>z</sub>	k <sub>w</sub>		
		1	2,4,6,8	6,12,18,24	3	π	1	1	1		
		1	2,4,6,8	6,12,18,24	2	2.π/3	0.866	1	0.866		
		1/2	2,4,6,8	3,6,9,12	1	2.π/3	0.866	1	0.866		
		3/8	8	9	1	8.π/9	0.985	0.960	0.945		
		1/4	4,8	3,6	1	4.π/3	0.866	1	0.866		
moteurs à bobinage dans l'entrefer auto-porteur		q	2.p	N <sub>bob</sub>	b <sub>w</sub> /τ <sub>p</sub>	β <sub>0</sub>	k <sub>s</sub>	k <sub>z</sub>	k <sub>w</sub>		
		1	2	6	1/6	π	0.629**	1	0.629		
		1	2	6	1/6	π	0.629**	1	0.629		
		concentrique		1/2	2,4,6,8	3,6,9,12	0.233*	2.π/3	0.625	1	0.625
				3/8	8	9	0.320*	8.π/9	0.740	0.960	0.710
				1/4	4,8	3,6	0.526*	4.π/3	0.849	1	0.849

\* : le rapport  $k_{em}$  est maximum

\*\* :  $l_w = l_{act}$

β<sub>0</sub> : ouverture initiale

Tableau 2.2. Tableau récapitulatif pour les variantes triphasées

## 2.7 Couple électromagnétique

### 2.7.1 Génération du couple électromagnétique

Le couple électromagnétique résulte de l'interaction entre les potentiels magnétiques statorique et rotorique. Développée dans [14], en négligeant le couple réductant (hypothèse relative au stator lisse) l'expression du couple électromagnétique prend la forme suivante:

$$m(\omega \cdot t) = \sum_{n=1}^m \frac{u_{en}(\omega \cdot t)}{\Omega} \cdot i_n(\omega \cdot t) \quad (2.60)$$

avec

$i_n$  le courant de la  $n^{\text{ème}}$  phase.

Lorsque la tension induite et le courant de phase sont décomposés en série de Fourier, l'expression du couple résulte alors de la somme du produit relatif à chaque harmonique (seules les harmoniques de même rang contribuent au couple moyen).

En limitant l'étude du couple électromagnétique au fondamental l'expression (2.60) devient:

$$M = \frac{m}{2 \cdot \Omega} \cdot {}^1\hat{U}_e \cdot {}^1\hat{I} \cdot \cos(\psi) \quad (2.61)$$

avec

- ${}^1\hat{I}$  l'amplitude du fondamental du courant de phase,
- ${}^1\hat{U}_e$  l'amplitude du fondamental de la tension induite de phase,
- $\Omega$  la vitesse de rotation du moteur,
- $\psi$  le déphasage entre le courant et la tension induite.

En régime permanent, le couple électromagnétique est directement proportionnel à la tension induite et au courant de phase.

L'analyse de l'équation (2.61) montre que dans le cas d'un réglage en courant, le couple présente un maximum et un minimum en fonction du déphasage  $\psi$ .

- Couple maximum pour  $\psi = 0$  (fonctionnement en moteur)
- Couple minimum pour  $\psi = \pm\pi$  (fonctionnement en générateur)

A l'image de la constante de tension induite, le coefficient de couple  $k_m$  est défini par le rapport suivant:

$$k_m = \frac{M|_{\psi=0}}{\hat{I}_{ph}} \quad (2.62)$$

Dans le cas d'un moteur triphasé, la relation entre la constante de couple et celle de tension induite correspond au rapport suivant:

$$k_m = \frac{3}{2} \cdot k_e \quad (2.63)$$

Dans le cas d'un réglage en tension, on exprime le courant en fonction de la tension de phase. L'expression du couple prend alors la forme suivante (figure 2.33):

$$M = \frac{3}{2} \cdot \frac{\hat{U}_e}{\Omega} \cdot \underbrace{\frac{[\hat{U} \cos(\varphi_s - \varepsilon) - \hat{U}_e \cdot \cos(\varphi_s)]}{Z_s}}_{\hat{I} \cdot \cos(\psi)} \quad (2.64)$$

avec

- $Z_s$  l'impédance statorique,  $Z_s = \underline{Z}_s \cdot e^{j\varphi_s}$
- $\varphi_s$  le déphasage entre la tension et le courant de phase,  $\varphi_s = a \tan\left(\frac{\omega \cdot L_s}{R_s}\right)$
- $\underline{Z}_s = \sqrt{R_s^2 + (\omega \cdot L_s)^2}$
- $R_s$  la résistance statorique,
- $L_s$  l'inductance statorique.

Lors d'un réglage en tension, le couple présente aussi un maximum et un minimum pour les cas suivants:

- Couple maximum pour  $\varepsilon = \varphi_s$  (fonctionnement en moteur)
- Couple minimum pour  $\varepsilon = \varphi_s - \pi$  (fonctionnement en générateur)

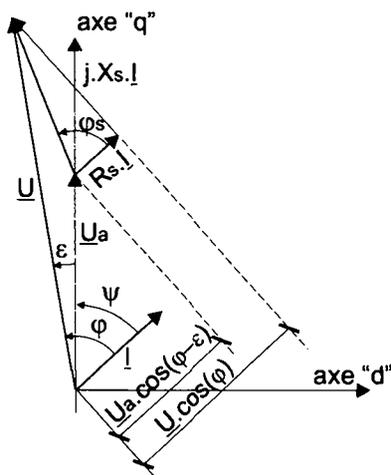


Figure 2.33. Diagramme de phase.

Lorsque l'on recherche le meilleur rapport entre le couple et le courant, dans le cas d'un réglage en courant, l'optimum est atteint pour  $\psi = 0$  et dans le cas d'un réglage en tension, l'optimum est atteint pour l'angle de commutation  $\epsilon$  suivant [22]:

$$\epsilon_{opt} = \arccos \left( \frac{\hat{U}_e \cdot \omega \cdot L_s}{Z_s \cdot \hat{U}} \right) - \arctan \left( \frac{R_s}{\omega \cdot L_s} \right) \quad (2.65)$$

Pour garantir un fonctionnement optimum, il est nécessaire, lors d'un réglage en tension, d'adapter l'angle de commutation en fonction de la vitesse du moteur.

Le contrôle du courant de phase en fonction de la position du rotor permet d'asservir directement le couple électromagnétique du moteur.

## 2.7.2 Influence de la commande

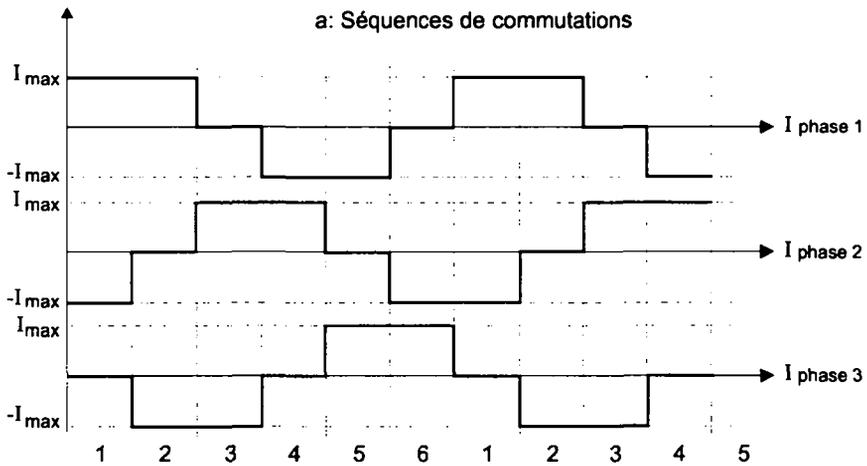
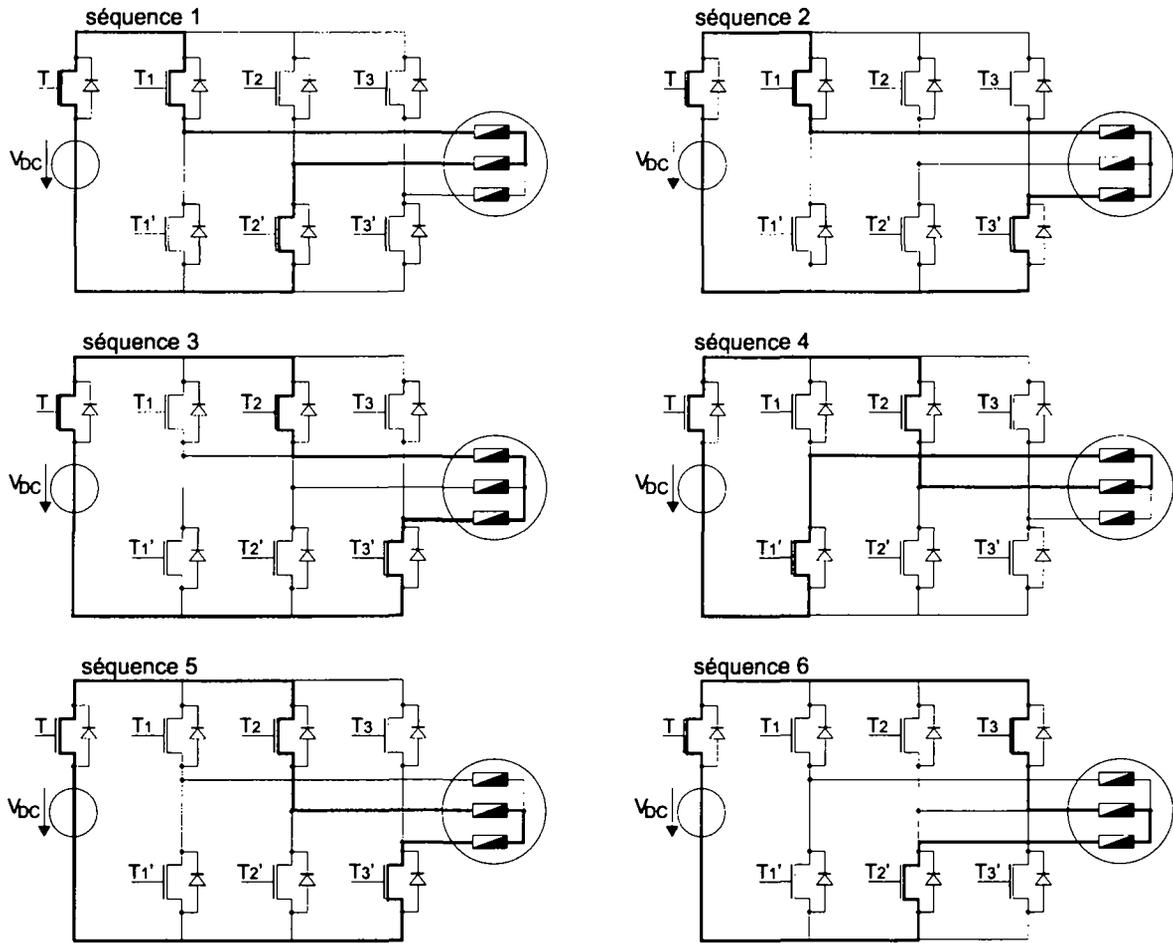
L'alimentation et la commande électronique représentent les éléments clés du moteur à commutation électronique. En effet elles génèrent, à partir d'une tension continue, le champ tournant statorique nécessaire au fonctionnement du moteur. Dans le but d'augmenter ses performances, il est indispensable d'asservir le champ magnétique statorique à la position du rotor.

Pour un moteur triphasé, la génération du champ tournant s'effectue à partir de trois tensions (commande en tension) ou courants (commande en courant) déphasés spatialement et temporellement de  $\frac{2\pi}{3}$ . La réalisation pratique du champ tournant est faite à partir d'un onduleur. Celui-ci se présente généralement sous la forme d'un pont à 6 transistors (figure 2.34). Pour éviter tout court-circuit, deux transistors d'une même branche ne peuvent conduire simultanément. La séquence de commutation des phases est déterminée par le type de commande utilisé.

## 2.7.3 Commande à 120° contrôlée en courant

Parmi les différentes commandes électroniques (120°, 180° ou "sinus") adaptées aux moteurs synchrones triphasés, seule la commande à 120°, relative à un branchement en étoile, sera présentée ici.

Dans une commande à 120°, chaque transistor conduit pendant un tiers de période électrique et la séquence de commutation correspond à une succession de six combinaisons. Chaque combinaison a deux branches du pont actives et une flottante. Comme les extrémités de chaque branche



b: Allure du courant de phase lors d'un réglage en courant

Figure 2.34. Séquences de commutations associées à une commande à 120°.

du pont sont connectées aux bornes d'une source de tension continue et son centre à une des phases du moteur, chaque borne du moteur peut se trouver dans un des trois états suivants [6]:

- (1) Potentiel positif  $U_0$  (le transistor de la branche supérieure conduit)
- (2) Potentiel nul (le transistor de la branche inférieure conduit)
- (3) Potentiel flottant (aucun transistor de la branche ne conduit)

Le passage d'une combinaison à l'autre s'effectue tous les  $60^\circ$  électriques en fonction de la position du rotor. Lors de la commutation, il s'agit d'éteindre un transistor de l'une des deux branches actives et d'enclencher un transistor de la branche flottante. La figure (2.34a) illustre les différentes séquences de conduction associées à une commande à  $120^\circ$ .

Le contrôle du courant du moteur est alors réalisé par un système à modulation de largeur d'impulsions ou "PWM" (Pulse Width Modulation). Ce système de réglage consiste à appliquer (par hachage de la tension d'alimentation) directement aux transistors de chaque branche du pont onduleur une consigne de courant (figure 2.35). De cette façon, il est possible de contrôler exactement la forme d'onde et l'amplitude des courants de chaque phase.

A basse fréquence (lorsque  $\omega \cdot L_s \ll R_s$ ), le courant de phase associé à une commande à  $120^\circ$  contrôlée en courant est modélisé par la fonction suivante (figure 2.34,b):

$$I(\omega \cdot t) = \begin{cases} I_{\max} & \frac{\pi}{6} \leq \omega \cdot t < \frac{5\pi}{6} \\ -I_{\max} & \text{pour } \frac{7\pi}{6} \leq \omega \cdot t < \frac{11\pi}{6} \\ 0 & \text{le reste du temps} \end{cases} \quad (2.66)$$

Sa décomposition en série de Fourier permet de calculer directement le couple électromagnétique du moteur donné par l'équation (2.61).

La commande à  $120^\circ$  se révèle parfaitement adaptée à une auto-commutation du moteur sans capteurs directs de position. En effet le courant circule dans deux phases et la troisième, non alimentée peut servir de capteur. De plus, comme le courant de phase correspond au courant total du moteur, le réglage du courant, donc du couple, s'en trouve facilité. Enfin, dans le cas d'un réglage en courant, le couple instantané du moteur est directement proportionnel à la tension induite de ligne.

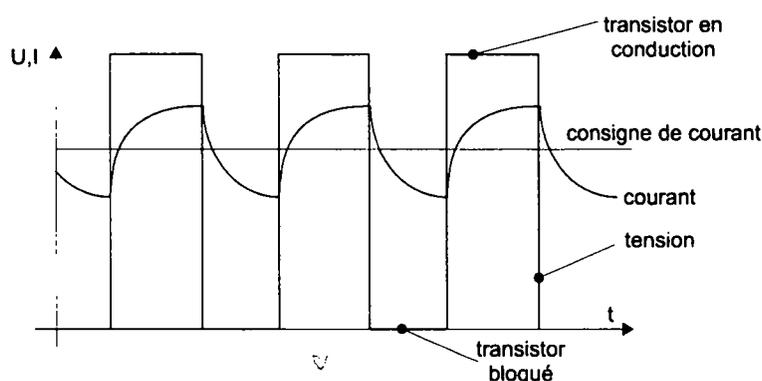


Figure 2.35. Principe de réglage du courant de phase

## 2.8 Bilan énergétique

### 2.8.1 Définition des pertes et puissances

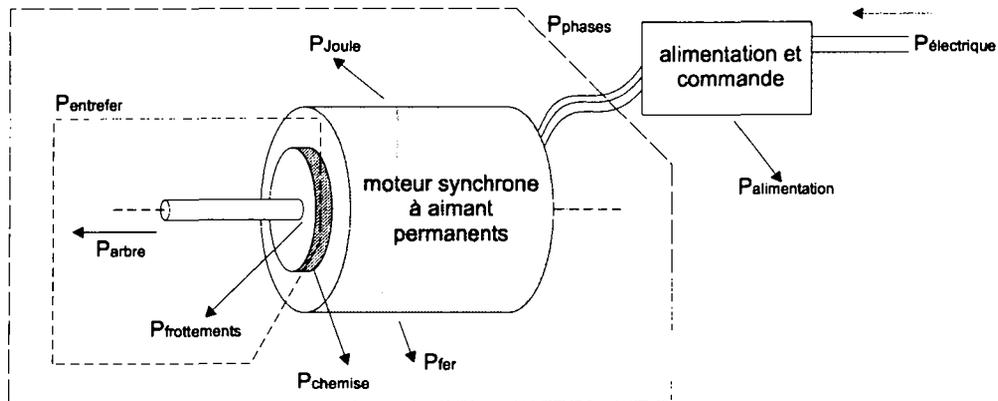


Figure 2.36. Bilan énergétique d'un moteur synchrone chemisé.

Le bilan énergétique d'un moteur synchrone et de son alimentation est le suivant (figure 2.36).

$$P_{\text{électrique}} = P_{\text{alimentation}} + P_{\text{Joule}} + P_{\text{fer}} + \underbrace{P_{\text{frottements}} + P_{\text{arbre}}}_{P_{\text{entrefers}}} \quad (2.67)$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{P_{\text{phases}}}$

avec

- $P_{\text{électrique}}$  : C'est la puissance électrique totale fournie au moteur. Elle correspond à la somme de toutes les pertes et puissances.
- $P_{\text{alimentation}}$  : Elle correspond à la puissance perdue dans l'alimentation, la commande électronique ainsi que les pertes dans le pont onduleur.
- $P_{\text{Joule}}$  : Les pertes Joule. Elles correspondent aux pertes ohmiques du bobinage.
- $P_{\text{fer}}$  : Les pertes fer. Elles expriment les pertes dans le fer pour les différentes parties du moteur ainsi que, pour le cas d'un moteur chemisé, les pertes dans les chemises rotorique et statorique.
- $P_{\text{frottements}}$  : Les pertes par frottements. Ce terme englobe les différentes pertes par frottement mécanique (paliers, ventilation) ou, dans le cas d'un moteur à rotor noyé, les pertes hydrauliques. Ces pertes seront traitées plus en détail lors de l'analyse mécanique et thermique.
- $P_{\text{arbre}}$  : La puissance à l'arbre ou puissance utile correspond à la puissance disponible au niveau de l'arbre du moteur.
- $P_{\text{phases}}$  : La puissance de phases représente la puissance électrique consommée par le moteur.
- $P_{\text{entrefers}}$  : C'est la puissance transmise au travers de l'entrefer. Elle correspond la somme de la puissance à l'arbre, des pertes par frottements et des pertes fer au rotor. Dans le cas d'un moteur synchrone pour lequel les pertes fer rotoriques sont négligeables, la puissance électromagnétique correspond à la puissance mécanique.

## 2.8.2 Pertes de l'alimentation

L'alimentation du moteur synchrone à commutation électronique se compose d'une électronique de commande, d'une électronique de puissance et dans le cas d'un raccordement au réseau domestique, d'un convertisseur alternatif-continu (figure 2.37).

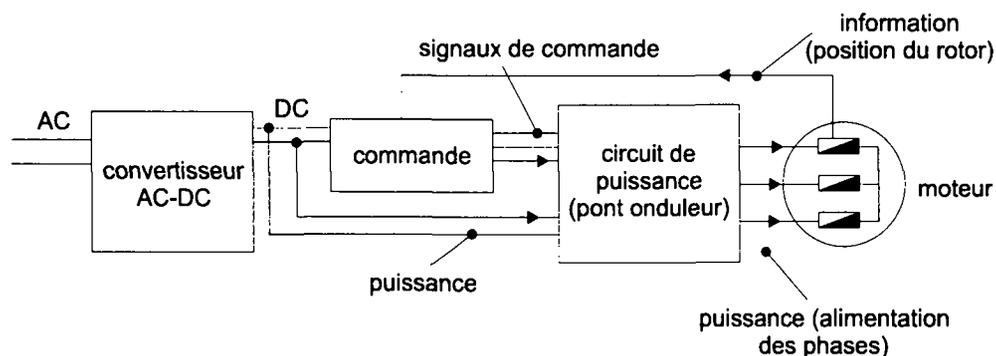


Figure 2.37. Alimentation et commande d'un moteur à commutation électronique

L'électronique de commande génère la séquence de commutation des transistors du pont et l'électronique de puissance réalise cette commutation. Les pertes moyennes dans l'électronique sont approchées par l'équation suivante:

$$P_{\text{alimentation}} = P_{\text{com}} + 2 \cdot [V_{ce} \cdot I_{\text{moy}} + R_{ce} \cdot I_{\text{eff}}^2] \quad (2.68)$$

avec

- $P_{\text{com}}$  les pertes de la commande électronique,
- $V_{ce}$  la chute de tension par transistor,
- $R_{ce}$  la résistance interne du transistor.

Les pertes de l'électronique sont, à une constante près, proportionnelles à la puissance de phase (figure 2.38). La constante représente les pertes dans l'électronique de commande et la partie variable, les pertes dans l'électronique de puissance. Bien que les pertes relatives à l'électronique ne soient pas calculées ici, elles seront toutefois mesurées et prises en considération dans le bilan énergétique total.

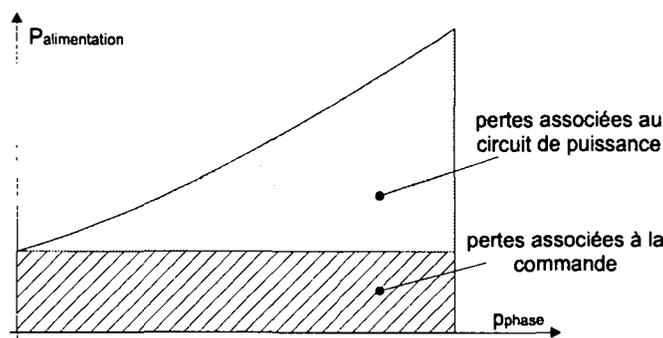


Figure 2.38. Évolution des pertes dans l'électronique.

### 2.8.3 Pertes ohmiques dans le bobinage

Pour un moteur de petite puissance et tournant à faible ou moyenne vitesse ( $n < 6000$  t/min), les pertes ohmiques ou pertes Joule représentent généralement la principale source de pertes du moteur. Leur valeur dépend de la résistance du bobinage ainsi que de la valeur du courant. Pour un moteur mono- ou poly-phasé elles correspondent à l'équation suivante:

$$P_J = \sum_{n=1}^m \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^T R_{ph} \cdot i_n^2(t) \quad (2.69)$$

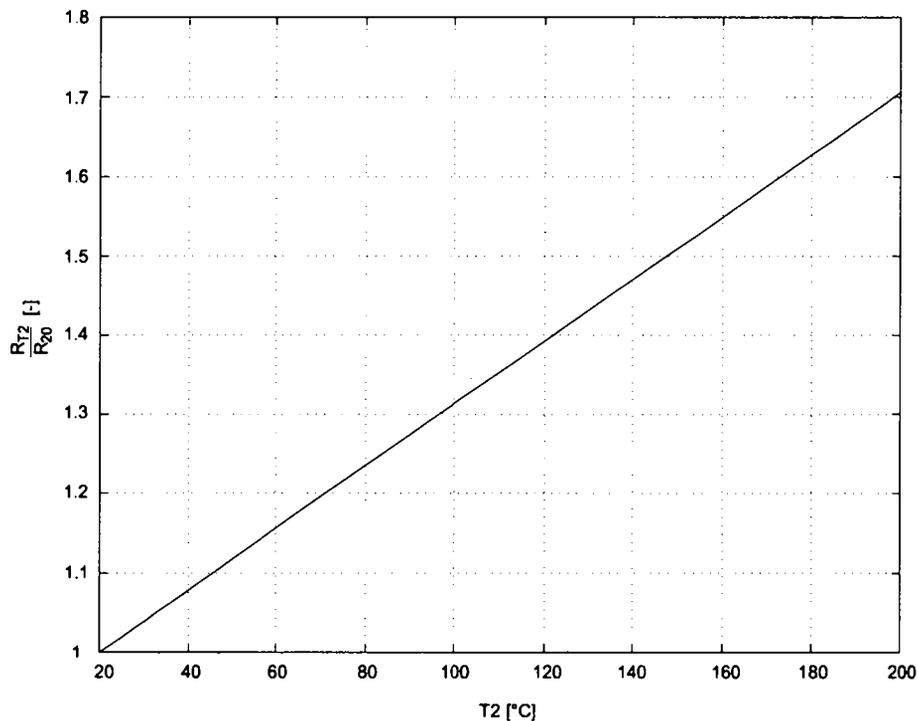
Selon la température, la valeur de la résistivité du matériau (donc la résistance) change. Pour une plage de température variant entre 0 et 200°C, la résistance d'un fil de cuivre évolue selon la relation suivante:

$$R_{T_2} = R_{T_1} \cdot \frac{235 + T_2}{235 + T_1} \quad (2.70)$$

avec

- $T_1$  la température ambiante (sans échauffement),
- $R_{T_1}$  la valeur de la résistance à la température ambiante,
- $T_2$  la température atteinte en fonctionnement,
- $R_{T_2}$  la valeur de la résistance à la température ambiante.

La figure (2.39) illustre l'évolution de la résistance en fonction de la température.



**Figure 2.39.** Evolution de la résistance en fonction de la température.  $R_{20}$  correspond à la valeur de la résistance à 20°C.

## 2.8.4 Pertes fer dans les tôles

Tous les matériaux magnétiques soumis à des variations du champ magnétique sont le siège de pertes. Ces pertes, appelées généralement pertes fer, sont issues de deux phénomènes principaux:

- (A) Les pertes par hystérésis
- (B) Les pertes par courant de Foucault.

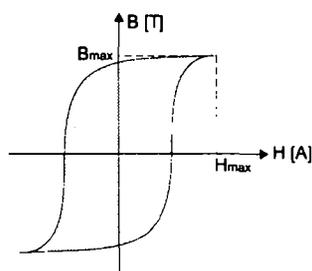
### Pertes par hystérésis

Les pertes par hystérésis représentent l'énergie nécessaire à la variation de l'aimantation du matériau ferromagnétique. Pour une masse spécifiée donnée, elles sont proportionnelles à la surface du cycle d'hystérésis parcouru et à la fréquence des cycles (figure 2.40). L'équation suivante [20] donne une bonne estimation des pertes par hystérésis.

$$P_{fer-h} = [C_{h1} \cdot f \cdot \hat{B} + C_{h2} \cdot f \cdot \hat{B}^2] \cdot m \quad (2.71)$$

avec

$C_{h1}$ et $C_{h2}$	les coefficients de pertes par hystérésis,
$f$	la fréquence du cycle,
$\hat{B}$	l'amplitude de l'induction dans le fer,
$m$	la masse du circuit fer.



**Figure 2.40.** Cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique.

Toutefois, lorsque l'induction dans le fer est supérieure à 1 T, ce qui est généralement le cas pour la plupart des moteurs, le coefficient de pertes  $C_{h1}$  qui est proportionnel à l'induction est négligeable par rapport au coefficient  $C_{h2}$  qui est proportionnel au carré de l'induction. En conséquence l'équation (2.71) prend la forme simplifiée suivante:

$$P_{fer-h} = C_h \cdot f \cdot \hat{B}^2 \cdot m \quad (2.72)$$

où  $C_h$  représente le coefficient de pertes par hystérésis du matériau.

Pour des raisons pratiques on lui préférera la forme relative suivante:

$$P_{fer-h} = C_h \cdot \left(\frac{f}{f_0}\right) \cdot \left(\frac{\hat{B}}{B_0}\right)^2 \cdot m \quad (2.73)$$

avec

$f_0$	la fréquence de référence (généralement 50 Hz)
$B_0$	l'induction de référence (généralement 1 T)

### Pertes par courants de Foucault

Les pertes par courants de Foucault correspondent aux pertes ohmiques issues des courants induits dans les matériaux ferromagnétiques. Ces courants ont pour origine les variations cycliques du champ magnétique dans le fer (figure 2.41). Pour une masse donnée elles sont proportionnelles au carré de l'induction, de la fréquence ainsi que de l'épaisseur des tôles qui forment le circuit magnétique statorique<sup>8</sup>.

$$P_{fer-f} = C_f \cdot (e_t \cdot f \cdot \hat{B})^2 \cdot m [W] \quad (2.74)$$

avec

$e_t$  l'épaisseur des tôles [m]

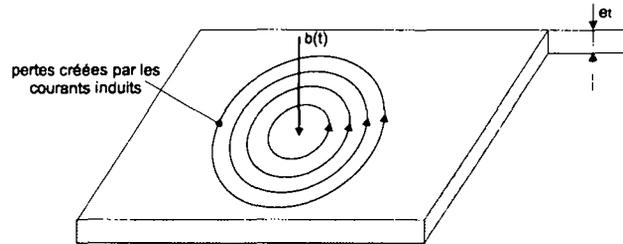


Figure 2.41. Courants induits par un champ magnétique variable.

Le coefficient  $C_f$  qui donne les pertes par courants de Foucault est inversement proportionnel à la résistivité du matériau.

Comme pour le cas des pertes par hystérésis, on lui préfère la forme relative suivante:

$$P_{fer-f} = C_f \cdot \left(\frac{e_t}{e_{t0}}\right)^2 \cdot \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{\hat{B}}{B_0}\right)^2 \cdot m [W] \quad (2.75)$$

avec

$f_0$  la fréquence de référence (généralement 50 Hz),  
 $B_0$  l'induction de référence (généralement 1 T),  
 $e_{t0}$  l'épaisseur de référence (généralement  $0.5 \cdot 10^{-3}$  m).

Les valeurs des coefficients  $C_h$  et  $C_f$  ne sont généralement pas mentionnées dans la documentation des fabricants; les pertes fer totales (somme des pertes par hystérésis et par courants de Foucault) d'un moteur, déterminées à partir des équations (2.73) et (2.75) sont alors approchées par l'équation relative suivante:

$$P_{fer} = C_{fer} \cdot \left(\frac{f}{f_0}\right)^k \cdot \left(\frac{\hat{B}}{B_0}\right)^2 \cdot m \quad (2.76)$$

avec

$C_{fer}$  le coefficient de pertes fer; le tableau (2.3) donne les valeurs du coefficient de pertes  $C_{fer}$  pour différentes sortes de tôles.  
 $k$  le coefficient de répartition des pertes par hystérésis et par courants de Foucault; il varie généralement entre 1.5 et 1.8.

<sup>8</sup> Le moteur étant synchrone, le rotor n'est pas soumis aux variations du champ magnétique tournant; il en résulte qu'il n'y a pas de pertes fer rotoriques.

qualité de tôle	% de Si	désignation*	pertes [W/kg] pour 0.5 mm	
			1.0 T	1.5 T
tôles normales de dynamo	0.5 ÷ 1.4	V 800-50 HA	3.6	8.0
tôles faiblement alliées	1.2 ÷ 1.4	V 700-50 HA	3.0	7.0
tôles moyennement alliées	2.2 ÷ 2.6	V 530-50 HA	2.3	5.3
tôles fortement alliées	4.5	V 400-50 HA	1.7	4

\*Norme DIN 46400 1983

Tableau 2.3. Coefficients de pertes fer pour différents types de tôles

### 2.8.5 Pertes dans la chemise

L'étanchéité et la protection du stator et des aimants du rotor d'un moteur de pompe (à rotor noyé) est assurée par deux chemises placées dans l'entrefer du moteur.

La chemise rotorique qui assure le maintien et la protection des aimants est frettée sur le rotor et la chemise statorique qui étanchéfie la pompe est fixée au stator (figure 2.42).

Bien que tout matériau non ferro-magnétique puisse constituer la chemise<sup>9</sup>, cette dernière est généralement faite en acier inoxydable. Ce choix résulte d'une part de la faible épaisseur des chemises<sup>10</sup>, rendue possible par l'utilisation d'un tel matériau, et de sa mauvaise conductibilité électrique. En effet les chemises placées dans l'entrefer produisent des pertes supplémentaires qui correspondent à des pertes fer par courants de Foucault.

En faisant abstraction du champ magnétique créé par le courant de phase du moteur, la chemise rotorique d'un moteur synchrone n'est pas soumise aux variations du champ magnétique; en conséquence, ses pertes par courants de Foucault sont nulles.

Dans le but d'estimer les pertes par courants de Foucault de la chemise statorique, on l'assimile, pour chaque pôle du moteur, à une infinité de spires concentriques et en court-circuit (figure 2.43). On exprime alors en fonction de la position, la tension induite et la conductance (inverse de la résistance) de chaque spire élémentaire.

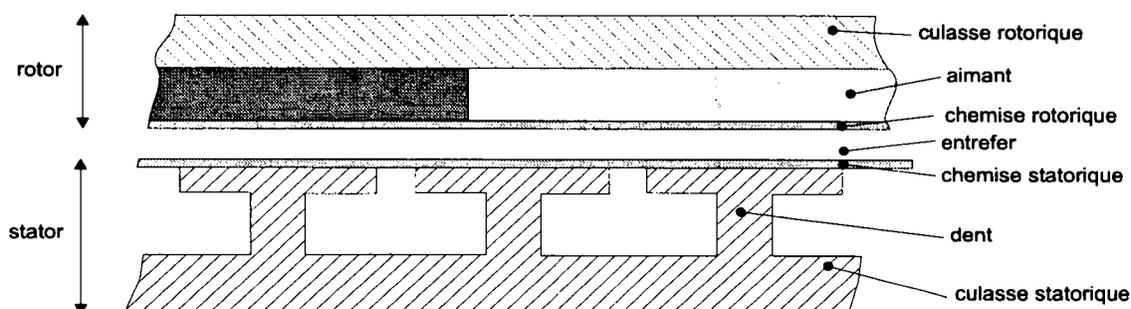


Figure 2.42. Position des chemises rotorique et statorique.

<sup>9</sup> Un matériau ferro-magnétique dégraderait trop l'induction dans l'entrefer.

<sup>10</sup> l'amplitude et la forme de l'induction sont directement liées à la taille de l'entrefer magnétique.

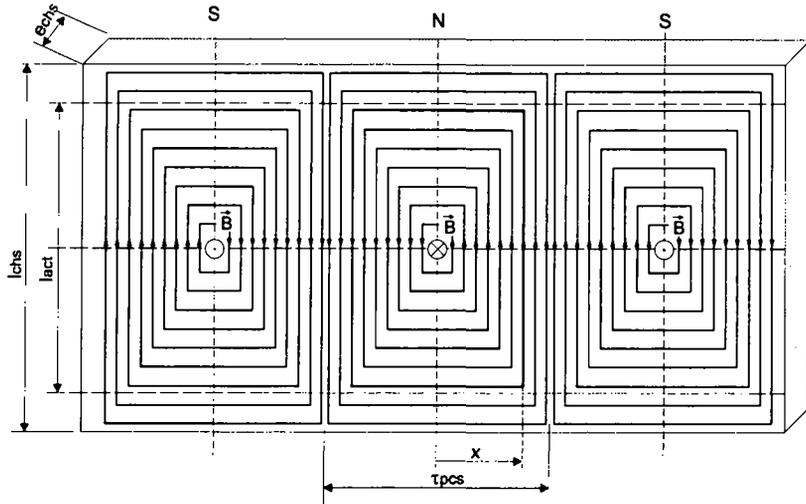


Figure 2.43. Modélisation des courants induits dans la chemise statorique.

En négligeant l'inductance de la chemise statorique, les pertes Joule associées à une spire élémentaire d'épaisseur  $dx$  à la position  $x$  sont données par la relation suivante:

$$dP_{Jchs}(x, dx) = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^T U_{ec}^2(x, t) \cdot Y_c(x, dx) \cdot dt \quad (2.77)$$

avec

$U_{ec}(x, t)$  la tension induite d'une spire élémentaire de position  $x$ ,  
 $Y_c(x, dx)$  la conductance d'une spire élémentaire de position  $x$ .

Les pertes Joule totales de la chemise correspondent à l'intégrale suivante:

$$P_{Jchs} = 2 \cdot p \cdot \int_{x=0}^{\frac{\tau_{pcs}}{2}} dP_{Jchs}(x, dx) \cdot dx \quad (2.78)$$

où  $p$  représente le nombre de pôles du moteur.

Pour une distribution sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer (l'induction est décomposée en série de Fourier), les pertes dans la chemise correspondent à l'équation suivante (annexe IV):

$$P_{Jchs} = 2 \cdot p \cdot \left[ \frac{l_{chs} \cdot \tau_{pcs}^3 \cdot (\Omega \cdot p)^2 \cdot e_{chs}}{4 \cdot (l_{chs}^2 + \tau_{pcs}^2) \cdot \rho_{chs} \cdot \pi^2} \right] \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B^2 \cdot \left\{ l_{act}^2 \cdot \left[ \frac{1}{2} + \text{Ci} \left( \frac{l_{act}}{l_{chs}} \cdot \nu \cdot \pi \right) - \text{Ci}(\nu \cdot \pi) + \ln \left( \frac{l_{chs}}{l_{act}} \right) \right] + 2 \cdot \left( \frac{l_{chs}}{\nu \cdot \pi} \right)^2 \cdot \sin^2 \left( \frac{l_{act}}{l_{chs}} \cdot \frac{\nu \cdot \pi}{2} \right) - \frac{l_{chs} \cdot l_{act}}{\nu \cdot \pi} \cdot \sin \left( \frac{l_{act}}{l_{chs}} \cdot \nu \cdot \pi \right) \right\} \quad (2.79)$$

avec

$\tau_{pcs}$  le pas polaire calculé au niveau de la chemise statorique,  
 $l_{chs}$  la longueur axiale de la chemise statorique,  
 $e_{chs}$  l'épaisseur de la chemise statorique,  
 $\rho_{chs}$  la résistivité électrique de la chemise,  
 Ci le cosinus intégral, il est donné par l'équation suivante [1]:  
 $\text{Ci}(x) = \gamma + \ln(x) + \int_{t=0}^x \frac{\cos(t)-1}{t} \cdot dt, (\gamma = 0).$

La figure (Figure 2.44) montre l'évolution des pertes de la chemise statorique. Les pertes sont directement proportionnelles à la longueur active du moteur et varient selon le carré de l'induction et de la vitesse de rotation. La diminution des pertes dans la chemise avec l'augmentation du nombre de paires de pôles est essentiellement due à la diminution de l'induction au niveau de la chemise statorique. Enfin les pertes sont proportionnelles au rapport entre l'épaisseur de la chemise et sa résistivité électrique. En conséquence le choix du matériau qui constitue les chemises rotorique et statorique résulte d'un compromis entre une épaisseur minimale pour une résistance mécanique imposée et une résistivité électrique maximale.

### 2.8.6 Remarques

- Par hypothèse, on suppose qu'à une distance axiale  $\frac{\tau_{pcs}}{2}$  des extrémités du moteur il n'y a plus de courants induits dans la chemise; en conséquence la longueur axiale maximale de la chemise prise en compte dans le calcul des pertes vaut.

$$l_{ch} \leq l_{act} + \tau_{pcs} \quad (2.80)$$

- La méthode de calcul présentée ci-dessus est valable tant que les deux phénomènes suivants sont négligés.

- (a) L'effet pelliculaire reste négligeable. En première approximation, la profondeur de pénétration  $\vartheta$ , du courant dans un matériau est donnée par la relation

$$\vartheta = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{\omega \cdot \mu}} \quad (2.81)$$

Pour un courant à une fréquence de 200 Hz dans l'acier inoxydable, cette profondeur est de l'ordre de 30 mm, taille nettement supérieure à l'épaisseur de la chemise (environ 0.5 mm).

- (b) L'induction créée par les courants de Foucault induits dans la chemise statorique est négligeable par rapport à l'induction créée par les aimants du rotor.

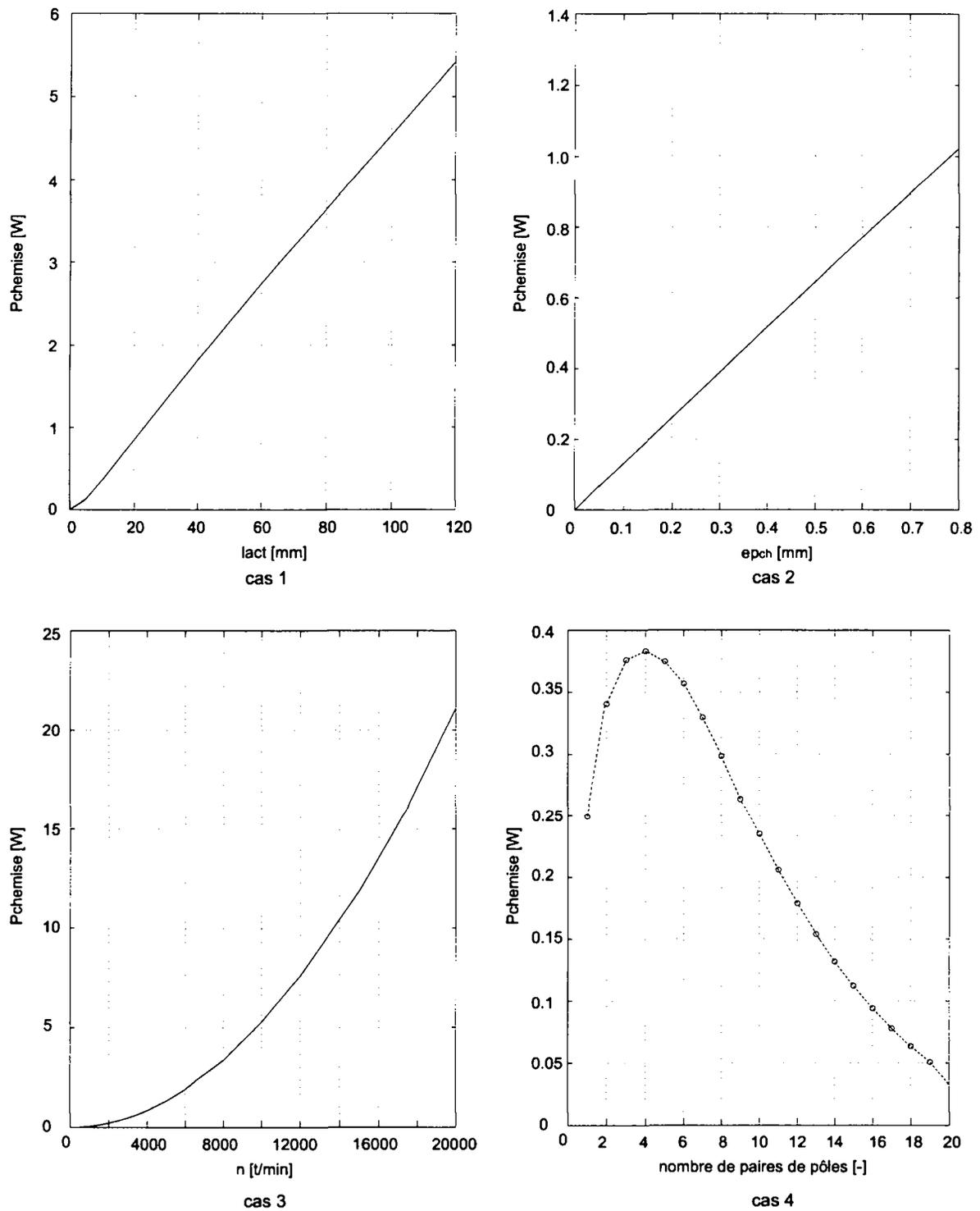
Dans le cas où l'un des deux phénomènes ne peut être négligé, il s'avère nécessaire de proposer un modèle de calcul plus complexe, comme par exemple en déterminant la valeur du vecteur de Poynting au niveau des surfaces externes et internes des chemises [16].

### 2.8.7 Vérification expérimentale

La comparaison entre le calcul et la mesure des pertes fer dans la chemise (tableau 2.4) a été réalisée pour deux moteurs à encoches différents (5 et 10 W de puissance nominale pour 3500 t/min). Pour estimer l'influence de la chemise correctement, la méthode de mesure utilisée consiste à mesurer la différence de puissance nécessaire pour entraîner le moteur chemisé ou non. Pour réduire au maximum l'erreur due à la modification des pertes par frottements, un banc de mesure a été spécialement conçu de façon qu'il s'avère possible d'introduire ou de retirer la chemise lorsque le moteur tourne.

Bien que la mesure des pertes dans la chemise ait été effectuée pour différentes vitesses, seules les pertes estimées pour une vitesse de 3500 t/min sont présentées dans le tableau (2.4).

Bien que la mesure montre que les pertes augmentent bien avec le carré de la vitesse, la comparaison entre le calcul théorique et la mesure montre une erreur importante (pratiquement un facteur 2 dans le cas du moteur de 10W avec la chemise en aluminium). Il convient néan-



**Figure 2.44.** Evolution des pertes dans la chemise en fonction de la longueur active (cas 1), de l'épaisseur de la chemise (cas 2), de la vitesse (cas 3) et du nombre de paires de pôles (cas 4).

moteur \ pertes dans la chemise statorique pour 3500 t/min	Pertes estimées [W]	Pertes mesurées [W]
moteur 5 W 6 pôles/9 encoches chemise en acier inoxydable	0.08	0.08
moteur 5 W 6 pôles/9 encoches chemise en aluminium	4.60	7.30
moteur 10 W 6 pôles/9 encoches chemise en acier inoxydable	0.27	0.41
moteur 10 W 6 pôles/9 encoches chemise en aluminium	10.00	19.40

Tableau 2.4. Comparaison calculs-mesures des pertes dans la chemise statorique.

moins de rester prudent entre les disparités constatées. En effet la moindre erreur au niveau de la distribution de l'induction au niveau de la chemise statorique se reporte au carré. Pour les différents cas présentés l'amplitude et la forme de la distribution de l'induction dans l'entrefer est estimée à partir de la mesure de la tension induite de phase du moteur.

## 2.9 Bilan et synthèse

Ce chapitre a permis d'établir un modèle théorique simplifié et efficace qui permet de modéliser par une expression mathématique la distribution de l'induction dans l'entrefer. Ce modèle est basé d'une part sur l'étude théorique de la trajectoire des lignes de flux et d'autre part sur les résultats obtenus par la méthode des éléments finis. En conséquence ce modèle se révèle particulièrement adapté à l'étude des moteurs à grand entrefer tels que les moteurs chemisés ou les moteurs à bobinage dans l'entrefer.

Dans le cas d'une magnétisation radiale, lorsque le rapport entre l'angle de fuite et l'angle d'un pôle est supérieur à 15%, il s'avère nécessaire d'adjoindre un facteur de correction afin de tenir compte du flux de fuite.

Considéré comme classique pour les moteurs à encoches, l'établissement du facteur de distribution pour les moteurs à bobinage dans l'entrefer permet de montrer les similitudes entre les deux types de moteurs. On remarquera que dans le cas des moteurs à bobinage dans l'entrefer, le calcul du facteur de bobinage calculé ne prend pas en compte le décalage entre les différentes couches du bobinage.

Lorsque le critère de choix du bobinage est donné par l'optimisation des pertes Joule (pertes Joule minimum) du moteur, l'optimisation du rapport  $k_{em}$  permet de comparer les différentes configurations possibles. Bien que dans le cadre de ce travail, seule l'optimisation de la taille du bobinage des moteurs à bobinage dans l'entrefer ait été présentée, cette méthode de sélection peut sans autre être étendue aux moteurs à encoches voire à d'autres technologies telles que les moteurs à bobinage en "anneau de Gramme".

Enfin le calcul analytique des pertes de la chemise statorique permet de quantifier l'influence des différents paramètres sur les pertes de la chemise statorique. Bien que les résultats théoriques divergent notablement de ceux obtenus expérimentalement, le modèle proposé adapté aux moteurs synchrones à aimants permanents donne une bonne estimation de l'ordre de grandeur de ces pertes.



# Chapitre 3

## Analyse mécanique et thermique

---

### 3.1 Introduction

Ce chapitre présente une modélisation analytique qui décrit les propriétés mécaniques et thermiques d'un moteur synchrone à aimants permanents. Le chapitre comporte 4 étapes principales:

- (1) Détermination des pertes d'origine mécanique et hydraulique
- (2) Estimation des fréquences propres d'oscillation
- (3) Origine du bruit acoustique
- (4) Étude thermique

La détermination des pertes d'origine mécanique permet de compléter le bilan énergétique développé dans le chapitre précédent. L'estimation des pertes hydrauliques est directement liée aux cas des moteurs de pompe de circulation.

L'estimation des fréquences propres du stator est intimement liée à la notion de bruit acoustique. Ce point permet d'introduire et d'évaluer de façon qualitative l'origine du bruit acoustique. Enfin l'étude thermique permet de compléter le modèle analytique et de fixer les limites du moteur (puissances électrique et mécanique).

### 3.2 Pertes mécaniques dans les paliers

Sans prendre en considération les problèmes d'alignement et leurs conséquences (bruit, oscillations et diminution de la durée de vie des paliers), les pertes par frottements dans les paliers dépendent des facteurs suivants:

- la charge axiale et radiale,
- la variation temporelle de la charge
- la vitesse de fonctionnement du moteur,
- les matériaux qui constituent les paliers,
- l'état de surface des paliers
- la température de fonctionnement,

- l'environnement,
- la lubrification.

Selon [30] il est possible de calculer approximativement le couple de frottement sec à l'aide de la formule suivante:

$$M_{fr} = \mu \cdot P \cdot \frac{d_{gm}}{2} \quad (3.1)$$

avec

- $\mu$  le coefficient de frottements secs du matériau (tableau 3.5),
- $P$  la charge dynamique équivalente [N],  $P = F_r \cdot y$   
où  $y$  est un coefficient qui dépend du rapport entre la charge radiale et axiale. Pour un moteur de pompe pour lequel le rotor est mobile axialement, le coefficient  $y$  vaut 1.
- $F_r$  la composante radiale de la charge [N]
- $d_{gm}$  le diamètre moyen de glissement [m].

<i>surface de glissement</i>	$\mu$ [-]
acier / acier	0.2
acier / bronze	0.25
acier / bronze spécial	0.15
acier / matière plastique	0.20
acier / bronze fritté	0.20
acier / tissu de PTFE	0.15

Tableau 3.5. Coefficients de frottements secs.

## 3.3 Pertes hydrauliques

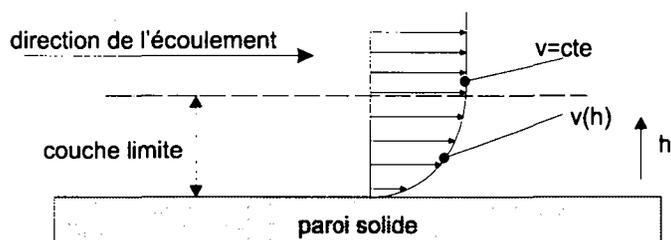
### 3.3.1 Origines

Les pertes d'origine hydrauliques représentent l'action exercée par un fluide sur un solide en mouvement. Elles sont dues aux contraintes tangentielles dynamiques dont l'amplitude est fonction du coefficient de viscosité du liquide. En effet, lorsque l'on étudie l'écoulement d'un fluide réel<sup>11</sup> à proximité d'un obstacle, on observe l'apparition d'une couche limite dont l'épaisseur varie de quelques microns à plusieurs millimètres. Cette couche (limite) représente la zone de variation de vitesse du fluide. Son épaisseur est fonction de la viscosité du fluide et de l'état de surface du solide (figure 3.1).

### 3.3.2 Modèle adopté

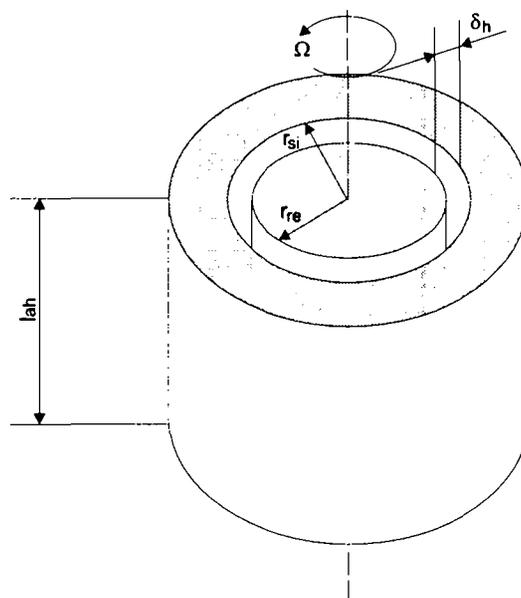
Dans le but d'estimer les pertes hydrauliques, on modélise le moteur par deux cylindres concentriques (figure 3.2). Le cylindre externe est fixe alors que le cylindre interne tourne à la vitesse angulaire  $\Omega$ .

<sup>11</sup> Contrairement au fluide parfait pour lequel la viscosité est nulle, la viscosité d'un fluide réel est non nulle.



**Figure 3.1.** Comportement d'un fluide réel à proximité d'une paroi.

En raison du faible entrefer physique ou hydraulique  $\delta_h$  par rapport à la distance entre les extrémités du rotor et les parties fixes, les forces de frottements dues à la périphérie du rotor sont d'un ordre de grandeur supérieur à celles dues aux extrémités. En conséquence le frottement dû aux extrémités du moteur ne sera pas pris en compte dans le calcul des pertes hydrauliques. De même, les faibles valeurs de rugosités des chemises statorique et rotorique (les inégalités de surfaces sont de l'ordre de 0.05 à 0.1  $\mu m$ ) permettent de ne pas prendre en considération l'état de surface des matériaux lors du calcul des pertes.



**Figure 3.2.** Modélisation du moteur par deux cylindres concentriques.

### 3.3.3 Nombre de Taylor - Nombre de Reynolds

Dans le cas d'écoulements circonférentiels, les turbulences sont affaiblies (lorsque le cylindre interne est fixe et le cylindre externe est mobile) ou renforcées (lorsque le cylindre externe est fixe et le cylindre interne tourne) par les forces centrifuges. Lors du calcul des pertes hydrauliques il est nécessaire de bien distinguer le régime laminaire du régime turbulent. Le genre d'écoulement est déterminé par le nombre de Taylor (sans dimensions) donné par la relation suivante:

$$T_a = \frac{v \cdot \delta_h}{\nu} \cdot \sqrt{\frac{\delta_h}{r_{re}}} \quad (3.2)$$

avec

- $\delta_h$  l'entrefer hydraulique du moteur [m],
- $v$  la vitesse périphérique du rotor [m/s],  $v = \Omega \cdot r_{re}$ ,
- $r_{re}$  le rayon externe du rotor [m],
- $\nu$  la viscosité dynamique du liquide [ $m^2/s$ ],  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$   
où  $\eta$  représente la viscosité du liquide [ $Pa \cdot s$ ] et  $\rho$  sa masse volumique [ $kg/m^3$ ].

**Remarque 4** Dans la littérature on parle souvent du nombre de Reynolds  $Re$  qui comme le nombre de Taylor permet de caractériser l'écoulement d'un liquide. Le nombre de Reynolds correspond à la relation:

$$Re = \frac{v \cdot \delta_h}{\nu} \quad (3.3)$$

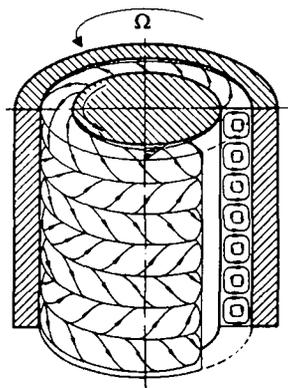
Sa relation avec le nombre de Taylor est la suivante:

$$Re = \sqrt{\frac{r_{re}}{\delta_h}} \cdot T_a \quad (3.4)$$

Comme le nombre de Taylor prend en considération le rapport entre l'entrefer hydraulique et la courbure du rotor, on lui préférera ce dernier.

Selon [29] on rencontre trois types d'écoulements différents:

- (1)  $T_a \leq 41.3$ : écoulement laminaire de Couette. Il correspond à un écoulement parfaitement linéaire; dans ce cas la variation de vitesse dans la couche limite décroît de façon linéaire.
- (2)  $41.3 < T_a \leq 400$ : écoulement laminaire avec des tourbillons de Taylor. Ce type d'écoulement, étudié par G. I. Taylor [29] montre que dès qu'un certain nombre de Taylor est dépassé, il apparaît des tourbillons dont les axes sont localisés le long de la circonférence et dont la rotation s'effectue alternativement dans des directions opposées (figure: 3.3)
- (3)  $T_a > 400$ : écoulement turbulent. Ce genre d'écoulement désordonné est atteint lorsque les forces dues à la viscosité sont négligeables par rapport aux forces d'inertie du liquide.



**Figure 3.3.** Tourbillons de Taylor entre deux cylindres concentriques (figure tirée de [29]).

### 3.3.4 Détermination des pertes

Le couple de frottement hydraulique  $M_{hyd}$  qui apparaît lorsque le cylindre interne tourne à une vitesse angulaire  $\Omega$  est donné par la relation suivante [29]:

$$M_{hyd} = \frac{1}{2} \cdot C_m \cdot \pi \cdot \rho \cdot v^2 \cdot r_{re}^2 \cdot l_{ah} \quad [Nm] \quad (3.5)$$

avec

- $v$  la vitesse périphérique du rotor [ $m/sec$ ],  $v = \Omega \cdot r_{re}$ ,
- $r_{re}$  le rayon externe du rotor [ $m$ ],
- $l_{ah}$  la longueur axiale du moteur [ $m$ ],
- $\rho$  la masse volumique de l'eau [ $kg/m^3$ ].

Le facteur  $C_m$  déterminé empiriquement (figure 3.4), est fonction de la valeur du nombre de Taylor. Sa valeur est approchée par les équations suivantes:

$$1000 \cdot C_m = \begin{cases} e^{\ln(70) - 0.9756 \cdot [\ln(T_a) - \ln(10)]} & 0 \leq T_a \leq 41.3 \\ e^{\ln(18) + 0.1594 \cdot [\ln(T_a) - \ln(41.3)]} & 41.3 < T_a \leq 80 \\ e^{\ln(18) - 0.6329 \cdot [\ln(T_a) - \ln(80)]} & 80 < T_a \leq 400 \\ e^{\ln(6.5) - 0.2402 \cdot [\ln(T_a) - \ln(400)]} & 400 < T_a \leq 10000 \end{cases} \quad \text{pour} \quad (3.6)$$

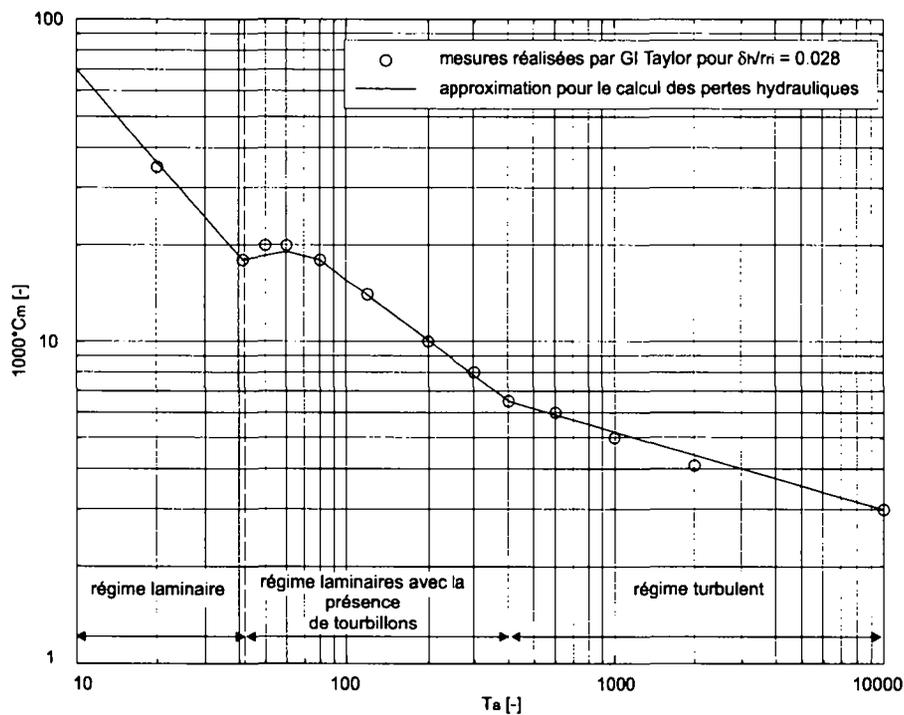


Figure 3.4. Approche du coefficient  $C_m$  à partir de mesures (les mesures sont tirées de [29]).

Les pertes hydrauliques correspondent alors à l'équation suivante:

$$P_{hyd} = \frac{1}{2} \cdot C_m \cdot \pi \cdot \rho \cdot r_{re}^4 \cdot l_{ah} \cdot \Omega^3 \quad (3.7)$$

Les pertes hydrauliques sont directement proportionnelles à la longueur axiale du moteur, augmentent avec le cube de la vitesse de rotation et la puissance quatrième du rayon externe du rotor. Par contre, lorsque la température de l'eau augmente, les pertes hydrauliques diminuent (figure 3.5).

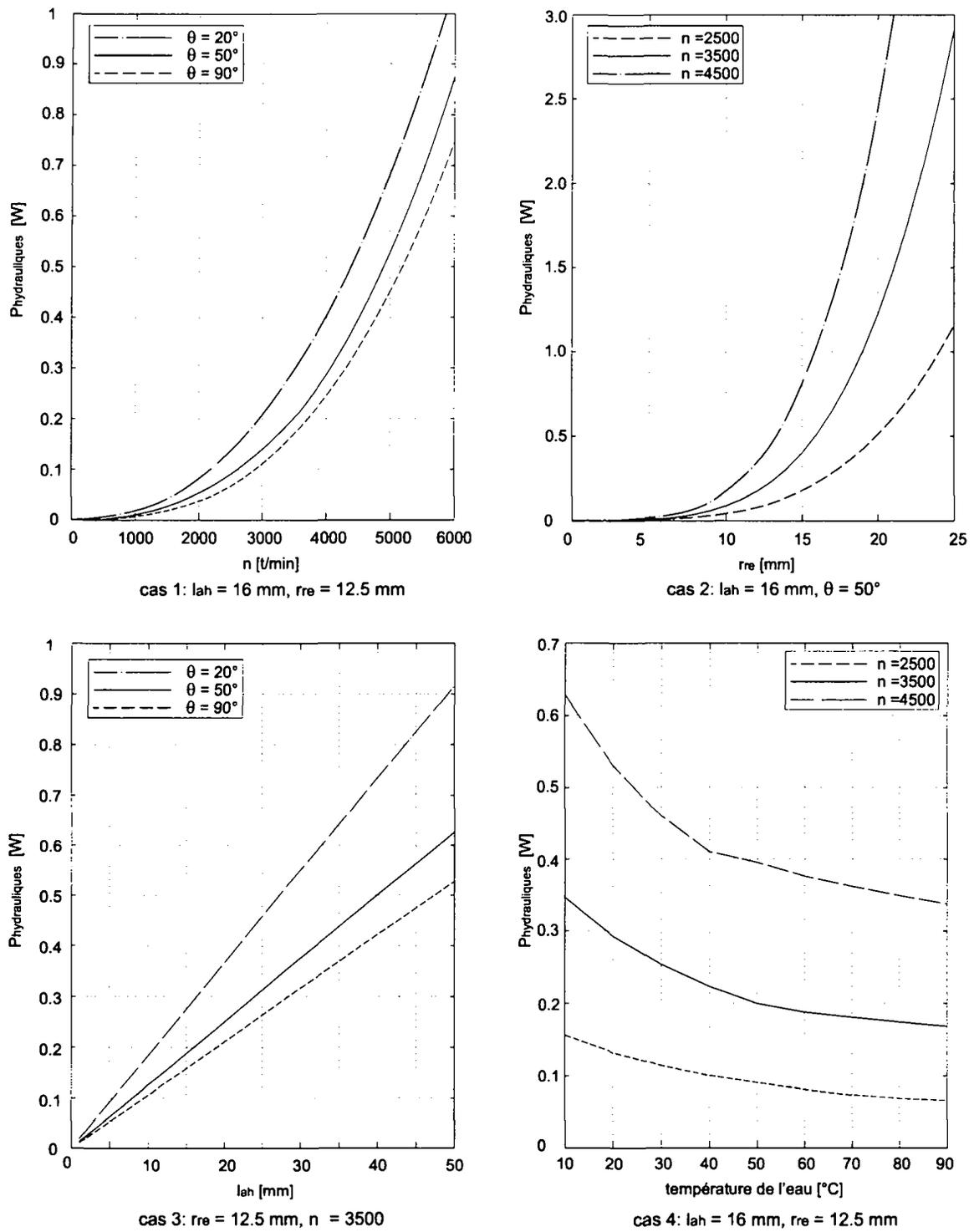


Figure 3.5. Evolution des pertes hydrauliques

## 3.4 Détermination des fréquences propres du moteur

Les vibrations sont des éléments indésirables de la conversion électromécanique, d'une part en raison du bruit acoustique qu'elles peuvent provoquer et d'autre part en raison de la réduction de la durée de vie du système. L'analyse vibratoire de la structure d'un moteur permet de déterminer ses fréquences propres et, au besoin, d'en modifier la structure ou les dimensions géométriques dans le but de les déplacer hors du domaine de fonctionnement.

### 3.4.1 Modes de vibrations

L'analyse modale consiste à faire osciller une structure à une fréquence de résonance associée à un mode déterminé, tout en éliminant les interférences avec d'autres modes. Le mode de vibration circonférentiel est défini par le nombre de cycles de déformations le long de la circonférence (figure 3.6). Selon [31] les modes de vibrations circonférentiels les plus importants sont les modes 2, 3 et 4 pour les petits moteurs. Bien que, pour les machines de plus grande taille, les modes plus élevés soient parfois plus importants, en règle générale c'est le second mode qui prédomine. Le long d'une génératrice de la surface du stator, le niveau de vibration radiale n'est généralement pas constant. Le mode de vibration longitudinal correspond donc au nombre de cycles de déformations le long de la longueur axiale (figure 3.7). Toutefois, dans la plupart des cas, sauf pour un moteur très long, le mode de vibration longitudinal prédominant correspond au mode 0.

### 3.4.2 Modélisation et hypothèses

Le moteur de pompe pour lequel on cherche à déterminer les fréquences propres est constitué d'un moteur à bobinage dans l'entrefer. Dans le but d'estimer les fréquences propres du moteur, on assimile son stator à une poutre circulaire (cylindre mince) [10].

Le rotor est lié au moteur uniquement au moyen des paliers; on suppose que son influence sur les fréquences propres du stator est nulle; de même, l'influence de la carcasse n'est pas prise en compte. Comme la liaison entre le cuivre qui constitue le bobinage et la culasse statorique est faible, on admet dans un premier temps que le bobinage n'intervient pas dans le comportement dynamique de la culasse statorique. Relativement aux modes d'oscillations longitudinaux, on suppose qu'il n'y a pas de déformation dans le sens axial du moteur ( $m = 0$ ).

Pour calculer les fréquences propres d'un moteur, on pose les hypothèses suivantes:

- Les matériaux qui constituent le moteur sont homogènes et isotropes, ils obéissent à la loi de Hooke.
- Les déformations sont suffisamment faibles pour permettre une approche parfaitement linéaire et élastique.
- Les normales à la surface moyenne restent, après déformation, normales à la surface moyenne déformée.
- La surface moyenne du moteur ne subit ni déformation ni élongation.
- L'énergie cinétique de rotation d'un point de la structure est négligée.
- La déformation du stator est due uniquement à la flexion (l'effort normal transversal et les contraintes de cisaillement sont négligées).
- Il n'y a pas de transmission d'énergie entre deux modes.

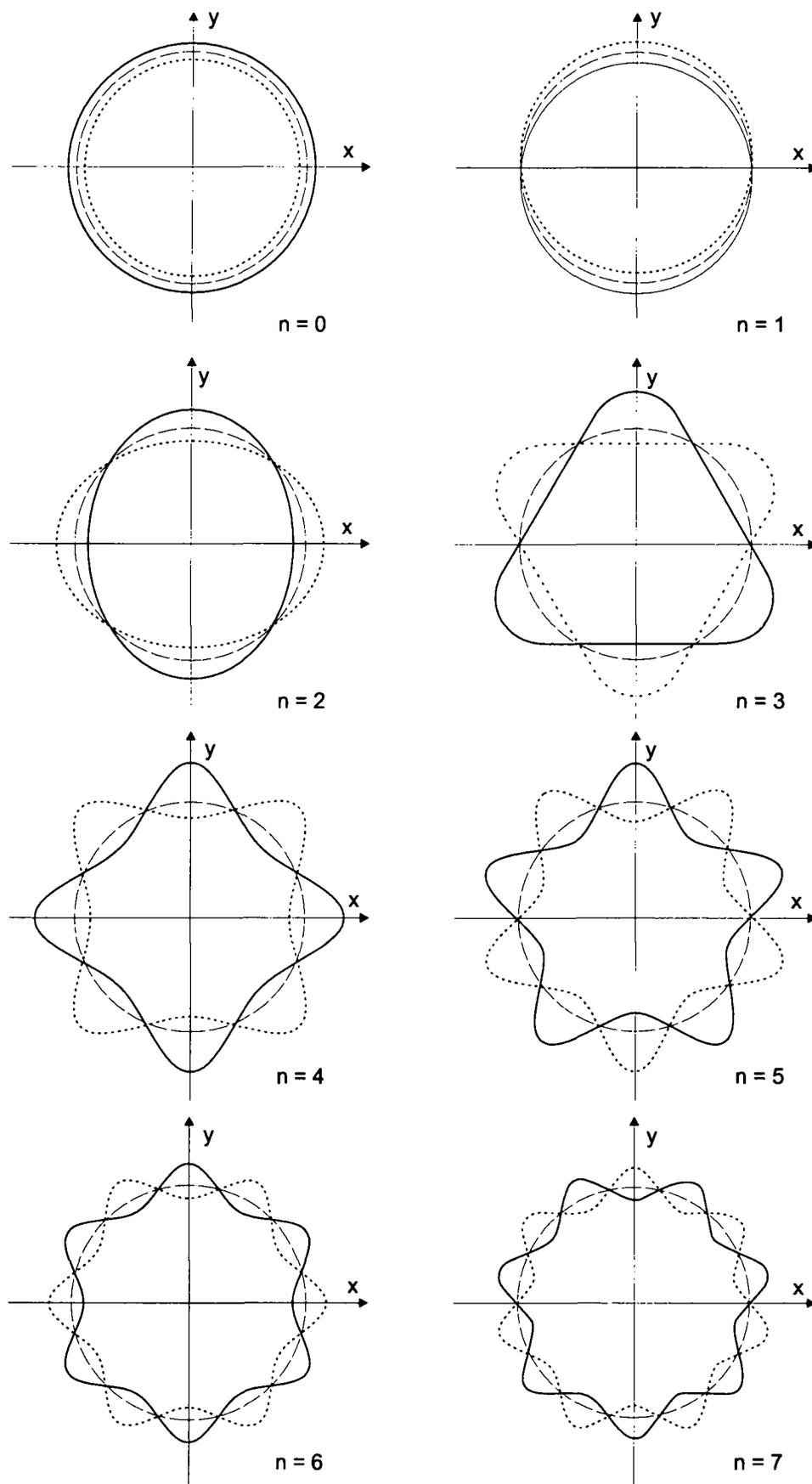


Figure 3.6. Modes de vibrations radiaux.

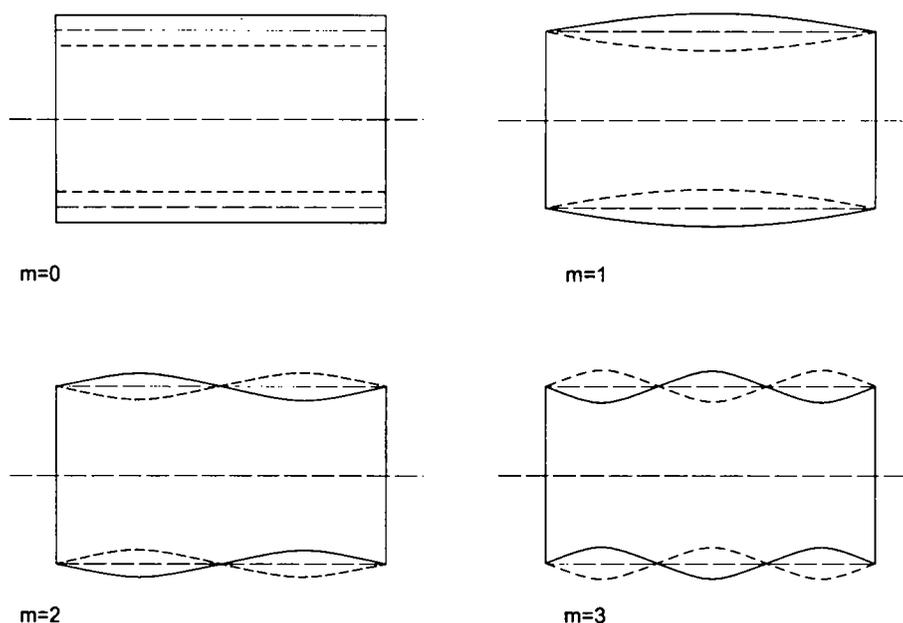


Figure 3.7. Modes de vibration longitudinaux.

### 3.4.3 Système de coordonnées et méthode de calcul

Pour modéliser la culasse statorique on assimile celle-ci à un cylindre de mêmes dimensions. On adopte le repère suivant: l'origine se trouve sur le rayon moyen du cylindre  $r_m$ , les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont dirigés selon les directions axiale, tangentielle et radiale (vers l'intérieur). L'angle central,  $\varphi$ , est placé dans le plan  $y, z$ . Les composantes  $u_n, v_n, w_n$  représentent, selon les axes  $x, y$  et  $z$ , le déplacement d'un point  $P$  de la surface moyenne (figure 3.8) associé au  $n^{\text{ème}}$  mode de déformation.

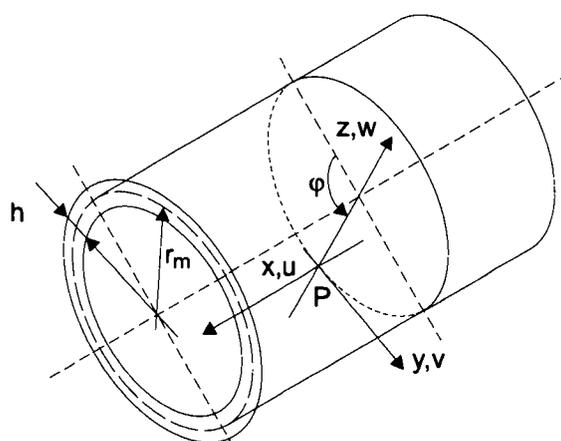


Figure 3.8. Système d'axes et de déformations du stator.

La méthode de Rayleigh-Ritz, utilisée ici [10], consiste à superposer les fonctions relatives à chaque mode d'oscillations. Le facteur  $n$  représentant le nombre de modes circonférentiels; la valeur unitaire de  $n$  n'est pas traitée ici, car elle correspond à une simple translation du stator en tant que corps indéformable.

La fréquence propre d'oscillation du système est atteinte lorsque, en l'absence de forces extérieures et d'amortissement, la variation de la somme de l'énergie cinétique et potentielle est nulle. Exprimé mathématiquement on a :

$$\frac{dT(t)}{dt} = -\frac{dV(t)}{dt} \quad (3.8)$$

avec

$T(t)$  l'énergie cinétique du système  
 $V(t)$  l'énergie potentielle de déformation

le calcul de l'énergie cinétique du système et de l'énergie potentielle de déformation figure à l'annexe (V).

### 3.4.4 Fréquences d'oscillation

En l'absence d'éléments amortisseurs et en appliquant la loi de la conservation d'énergie, la fréquence propre d'oscillation de chaque mode  $n$  est atteinte lorsque l'égalité suivante est satisfaite.

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot r_m \cdot \pi \cdot \omega^3 \cdot [n^2 + 1] = \frac{E \cdot I_f \cdot \pi \cdot \omega}{2 \cdot r_m} \cdot [n^2 \cdot (n^2 - 1)^2] \quad (3.9)$$

où le moment d'inertie en flexion d'un anneau  $I_f$ , est donné par :

$$I_f = r_m \cdot S \cdot d_e \quad (3.10)$$

$S = l \cdot h$  représente la surface de la poutre circulaire et  $d_e$  représente la distance entre la ligne moyenne de l'anneau et la fibre neutre. Pour une section rectangulaire on a :

$$d_e = \left[ r_m - \frac{h}{\ln \left( \frac{2 \cdot r_m + h}{2 \cdot r_m - h} \right)} \right] \quad (3.11)$$

avec

$h$  l'épaisseur du cylindre  $h = r_e - r_i$ ,  
 $r_e$  le rayon interne du cylindre,  
 $r_i$  le rayon externe du cylindre.

Ce qui conduit à la pulsation  $\omega$  associée au  $n^{\text{ème}}$  mode,

$$\omega(n) = \sqrt{\frac{E \cdot I_f}{r_m^2 \cdot \rho \cdot S} \cdot \frac{n^2 \cdot (n^2 - 1)^2}{n^2 + 1}} \quad (3.12)$$

et à la fréquence d'oscillation de résonance  $f$  suivante :

$$f(n) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_m} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_f}{\rho \cdot S} \cdot \frac{n \cdot (n^2 - 1)}{\sqrt{n^2 + 1}}} \quad (3.13)$$

La méthode de calcul des fréquences propres de la culasse statorique reste valable pour calculer les fréquences propres de la culasse statorique, du bobinage (type auto-porteur) et du stator complet<sup>12</sup>. Le calcul des fréquences propres du bobinage reste toutefois assez délicat ; en effet, le caractère composite du bobinage (cuivre et résine) rend l'estimation de sa masse volumique

<sup>12</sup> Pour ce dernier cas, on considère que le bobinage augmente la masse de la culasse statorique mais pas sa rigidité.

et surtout celle de son module d'élasticité (non isotrope) délicate. Néanmoins, en raison de la disposition des fils de cuivre dans le bobinage, le module d'élasticité  $E_{bob}$  dans le plan  $y, z$  correspond approximativement à celui de la résine qui constitue l'isolation électrique. La masse volumique du bobinage  $\rho_{bob}$  est calculée simplement à partir du coefficient de remplissage  $k_{cu}$ .

$$\rho_{bob} = \rho_{cu} \cdot k_{cu} + \rho_{isolation} \cdot (1 - k_{cu}) \quad (3.14)$$

avec

$\rho_{cu}$  la masse volumique du cuivre [ $kg/m^3$ ]  
 $\rho_{isolation}$  la masse volumique de l'isolation électrique [ $kg/m^3$ ]

Pour les caractéristiques données par le tableau (3.6), les fréquences propres calculées selon le modèle analytique sont données dans le tableau (3.7). Ces fréquences ne prennent en compte que les déformations radiales.

<i>matériau \ propriétés</i>	<i>E [GPa]</i>	<i><math>\rho</math> [<math>kg/m^3</math>]</i>	<i><math>r_m</math> [m]</i>	<i>h [m]</i>	<i>S [<math>m^2</math>]</i>
culasse statorique	211	7800	$16.43 \cdot 10^{-3}$	$5.15 \cdot 10^{-3}$	$1.23 \cdot 10^{-4}$
bobinage	4.50	4232	$12.78 \cdot 10^{-3}$	$2.15 \cdot 10^{-3}$	$5.16 \cdot 10^{-5}$

Tableau 3.6. Données numériques

<i>f [Hz] \ n [-]</i>	2	3	4	5	6	7
culasse statorique	12'252	34'643	66'443	107'453	157'632	216'960
bobinage	1'998	5'653	10'841	17'532	25'719	35'399
culasse statorique et bobinage	10'809	30'572	58'619	95'800	139'070	191'412

Tableau 3.7. Fréquences propres d'oscillations

### 3.4.5 Remarques

Dans la gamme des fréquences audibles (1 Hz – 20 kHz) seul le premier mode calculé (12 kHz pour  $n = 2$ ) pour la culasse statorique et les deux premiers modes de résonance du bobinage (1998 Hz et 5653 Hz) sont susceptibles de contribuer au bruit acoustique du moteur.

En raison de la difficulté d'établir les propriétés mécaniques du bobinage, les résultats relatifs aux fréquences propres du bobinage sont purement indicatifs (ils donnent uniquement l'ordre de grandeur).

En déterminant les fréquences propres de la culasse statorique, du bobinage et de l'ensemble culasse statorique et bobinage à l'aide d'un programme de calcul par éléments finis, on trouve dans la gamme des fréquences audibles (1 Hz → 20 kHz), les résultats suivants (tableau 3.8). Enfin la figure (3.9) montre les déformations associées aux deux premiers modes de résonance du stator.

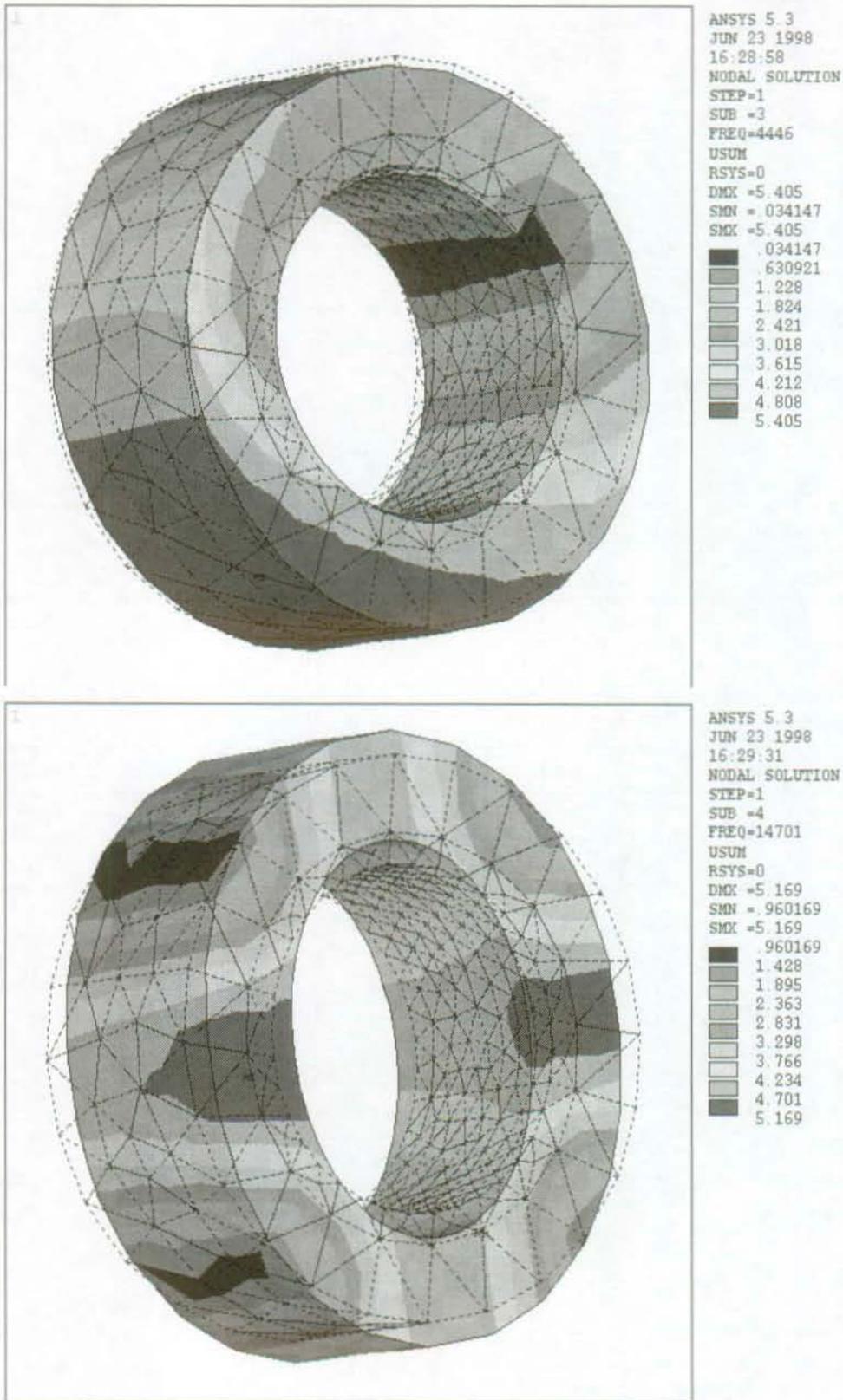


Figure 3.9. Culasse statorique et bobinage: déformations relatives aux fréquences propres de 4446 kHz (en haut) et 14701 kHz (en bas).

	fréquence [Hz]		
culasse statorique	5'045	12'835 ( $n = 2$ )	***
bobinage	5'616	5'793	18'340
culasse statorique et bobinage	4'446	14'701 ( $n = 2$ )	***

Tableau 3.8. Fréquences propres d'oscillations calculées par la méthode des éléments finis

## 3.5 Bruit acoustique

### 3.5.1 Introduction

Lors du dimensionnement d'un moteur, la composante "bruit acoustique<sup>13</sup>" est souvent négligée, d'une part en raison de la difficulté de prédire et de calculer (précisément) le bruit d'un moteur, et d'autre part à cause du fait que le bruit du moteur est rarement pris en compte. Or selon les applications, un niveau de bruit trop élevé se révèle incompatible avec la fonction demandée, comme par exemple un disque dur ou un moteur de scanner (comescope). En ce qui concerne les pompes de circulation, le moteur est placé dans un local non habité (chaufferie); a priori, le bruit qu'il génère n'a que peu d'importance. Or, la pompe de circulation (donc le moteur) est fixée sur les conduites d'eau qui alimentent les radiateurs de l'habitation. Les différents bruits et vibrations engendrés par le moteur se transmettent, via les canalisations, à l'habitation (figure 3.10).

Dans le cadre de ce travail, l'investigation sur le bruit acoustique se limitera à étudier, dans un premier temps et pour les moteurs à bobinage dans l'entrefer, l'origine du bruit acoustique. Dans une seconde étape on déterminera l'influence de la commande électronique sur le bruit acoustique. Enfin, en dernier lieu, on proposera une solution susceptible de diminuer le bruit acoustique du moteur.

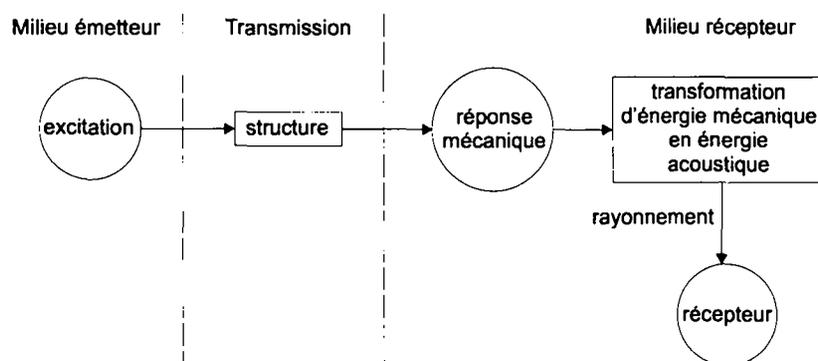


Figure 3.10. Génération et transmission du bruit acoustique

### 3.5.2 Le son et la notion de bruit

Le son ou vibration acoustique est la conséquence de la propagation d'une onde de pression dans un milieu élastique. Si le son est une grandeur objective, à savoir mesurable, la notion de bruit reste subjective; en effet, la sensibilité au bruit diffère d'un individu à l'autre.

<sup>13</sup> Dans le cadre de ce chapitre, nous ne parlerons que du bruit acoustique, le problème relatif au bruit ou émission électromagnétique ne sera pas abordé.

Par définition, le bruit est un son acoustique qui provoque une gêne ou une douleur; son degré de gêne dépend principalement de:

- son intensité,
- sa sonie,
- son spectre,
- son caractère temporel, et en particulier de son irrégularité,
- l'activité des personnes soumises au bruit,
- le moment de la journée,
- la durée de l'exposition,
- l'attitude individuelle.

Si les quatre premiers points sont mesurables de façon objective, les quatre derniers restent purement subjectifs. Dans le cas d'une pompe de circulation, c'est essentiellement la durée de l'exposition, la sonie et son spectre qui rendent le bruit gênant.

### 3.5.3 Niveau acoustique

#### Le décibel

La mesure du son s'effectue en décibels, par définition, le décibel ou dixième de Bel représente le rapport entre deux grandeurs,  $x_1$  et  $x_2$  de mêmes unités.

$$1 \cdot Bel = \log_{10} \left( \frac{x_1}{x_2} \right) \quad (3.15)$$

$$1 \cdot dB = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{x_1}{x_2} \right) \quad (3.16)$$

Le Bel (ou décibel) représente donc un niveau relatif, comme il n'indique pas les grandeurs physiques, il s'avère nécessaire de les préciser.

Dans un milieu linéaire, la puissance est proportionnelle au carré des valeurs de champ; il en résulte que le rapport entre deux niveaux de puissance différents et leurs valeurs de champ correspondantes, est donné par la relation suivante:

$$20 \cdot \log \left( \frac{champ_1}{champ_2} \right) = 10 \cdot \log \left( \frac{puissance_1}{puissance_2} \right) \quad (3.17)$$

Pour la mesure de certaines grandeurs telles que le niveau d'un signal ou encore le niveau sonore, il existe différentes valeurs de références normalisées:

- $dBm$ , cette grandeur représente un niveau absolu de puissance.  $0 \text{ dBm}$  correspondent à la dissipation d'une puissance de  $1 \text{ mW}$  dans une résistance de  $600 \Omega$ .
- $dBvrms$ , cette dénomination permet de mesurer le niveau d'un signal.  $0 \text{ dBvrms}$  correspondent à une tension efficace de  $1 \text{ V}$ .

- *dB acoustique*, cette grandeur exprime le niveau d'intensité sonore  $I$ , en acoustique aérienne,  $0 \text{ dB}$  correspondent à une puissance acoustique (intensité), de  $10^{-12} \frac{W}{m^2}$ . La pression sonore correspondante vaut alors  $20 \mu\text{Pa}$ .

$$Lp = 10 \cdot \log \left( \frac{I}{I_0} \right) \quad (3.18)$$

avec

$$I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$$

La figure (3.11) montre les ordres de grandeur des niveaux acoustiques et de pression correspondants.

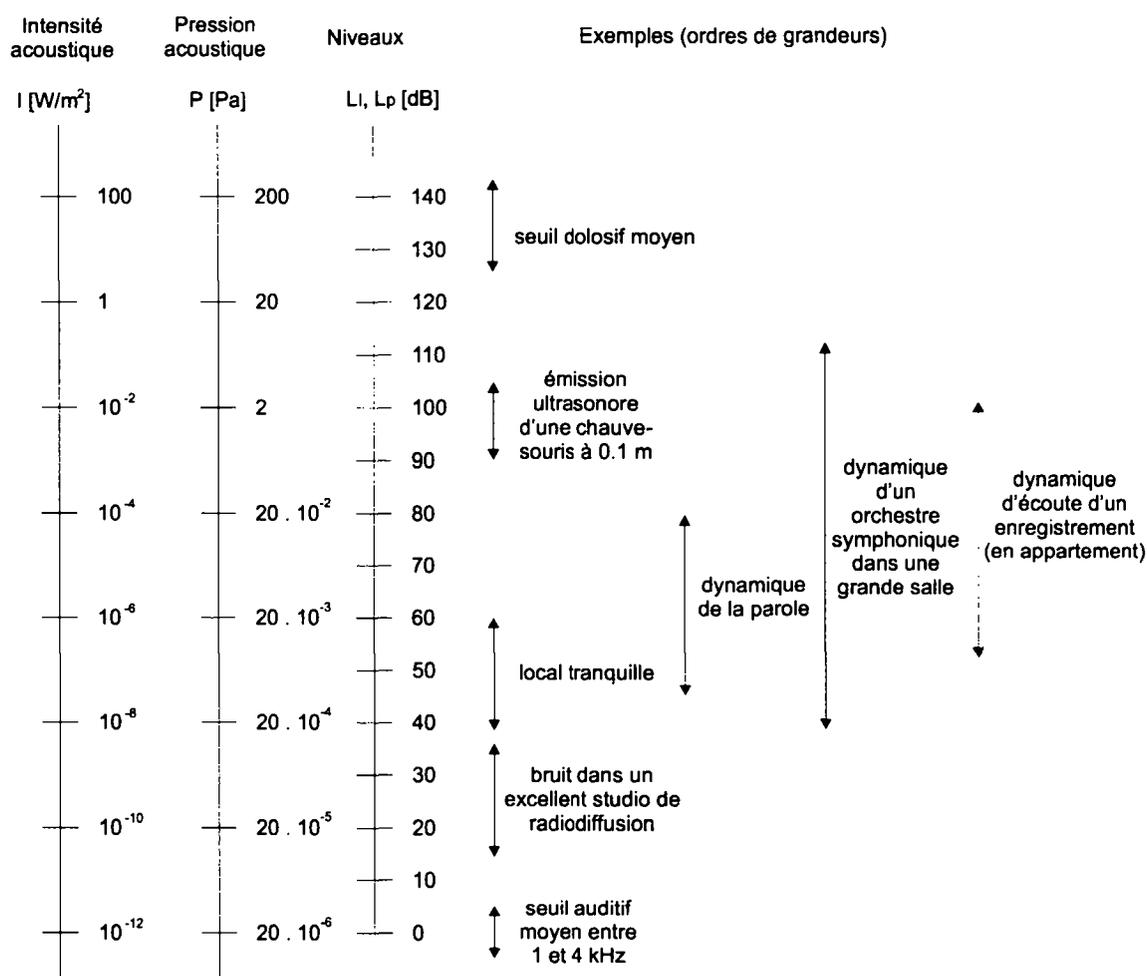
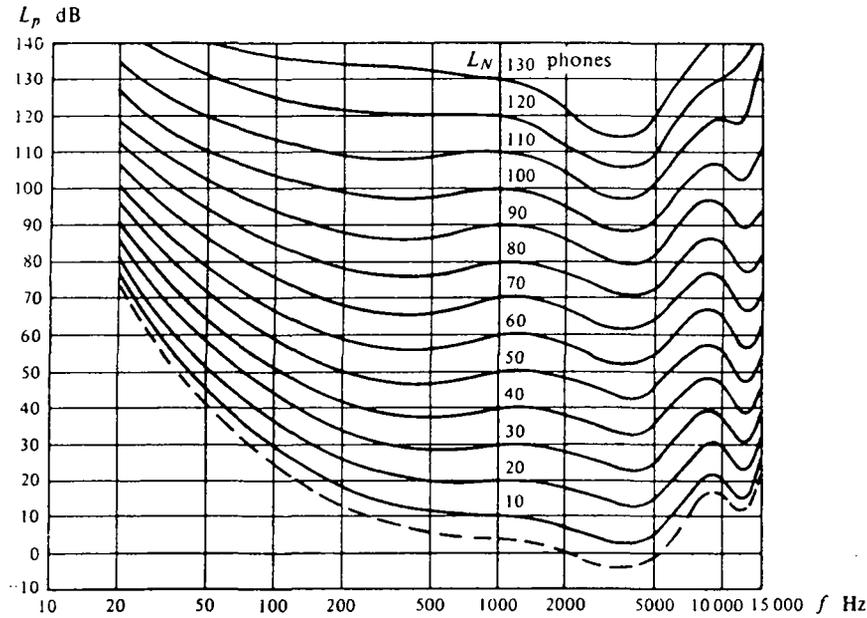


Figure 3.11. Ordres de grandeurs des niveaux acoustiques (figure tirée de [28]).

### La sonie

Bien que la notation du bruit en décibels permette de quantifier une grandeur physique, elle ne représente pas l'impression sonore ressentie ou la sonie ("loudness" en anglais). L'étude des variations de la sensibilité de l'oreille en fonction de la fréquence et de l'intensité a conduit à l'établissement des lignes isophoniques. Celles-ci représentent un ensemble de niveaux sonores de sons purs qui produisent, sur une personne d'audition normale, la même sensation de "force sonore" (figure 3.12).



**Figure 3.12.** Lignes isophoniques normalisées (figure tirée de [28]).

Les lignes isophoniques  $L_n$ , sont graduées en phones; pour une fréquence de  $1\text{ kHz}$ , le niveau  $L_N$  coïncide avec le niveau de pression acoustique  $L_p$ . Les courbes montrent que notre oreille est la plus sensible aux fréquences de l'ordre de  $5\text{ kHz}$ ; au-delà de  $17\text{ kHz}$  l'oreille devient insensible au bruit (figure 3.13).

### Niveaux acoustiques pondérés

Selon la nature du phénomène acoustique considéré, la valeur du niveau acoustique mesuré est modifiée par l'introduction d'une pondération. Lorsque les valeurs de la pondération sont exprimées en décibels, celles-ci prennent des valeurs positives (amplification du phénomène) ou négative (diminution). Elles sont en général définies par des tables normalisées.

- Pondération de type "A": c'est la pondération la plus usitée pour caractériser un champ sonore lors des problèmes de gêne et de nuisances. Du point de vue physiologique, elle correspond à peu près à l'inverse des courbes isophoniques (cf figure 3.12).
- Pondération de type "B": semblable au type "A", mais peu utilisée.
- Pondération de type "C": elle ne pondère que les très basses ( $f < 16\text{ Hz}$ ) et très hautes fréquences ( $f > 16\text{ kHz}$ ). Elle est généralement employée pour caractériser un champ sonore du point de vue physique.
- Pondération de type "D": elle est utilisée pour la mesure du bruit des avions, cas particulier pour lequel on accentue la contribution des composantes situées entre  $2\text{ Hz}$  et  $5\text{ kHz}$ .
- Pondération linéaire, "LIN": c'est le niveau obtenu en l'absence de pondération pour une bande de fréquence comprise entre  $2\text{ Hz}$  et  $30\text{ kHz}$ .

La figure (3.14) montre l'atténuation du bruit en fonction du type de pondération.

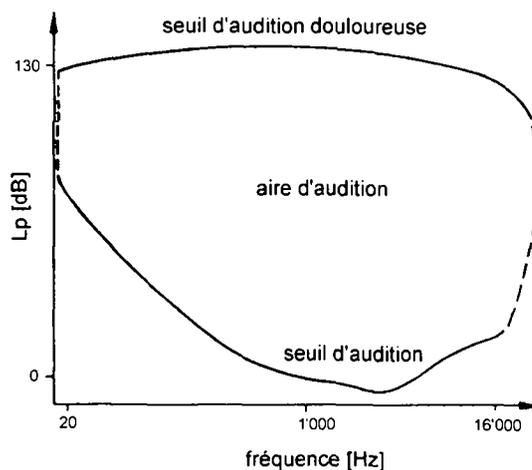


Figure 3.13. Aire d'audition (figure tirée de [28]).

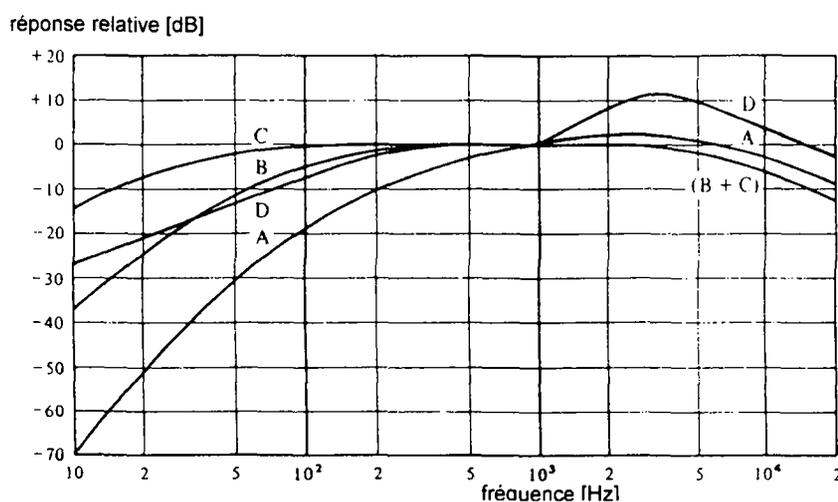


Figure 3.14. Courbes de pondération, dB A, B, C et D (figure tirée de [28]).

### 3.5.4 Sources de bruits d'un moteur

Les sources de bruit acoustique d'un moteur ont les origines suivantes:

- mécanique,
- aérodynamique (hydrodynamiques pour les moteurs de pompes),
- électromagnétique.

#### Bruit d'origine mécanique

Les sources de bruit d'origine mécanique sont produites par les paliers (lisses ou à roulement à billes) et, dans le cas d'un moteur à collecteur, par le collecteur et les charbons.

D'après [31], le bruit acoustique produit par des paliers lisses est généralement moindre que celui produit par des roulements à billes (tableau 3.9). Le bruit mécanique produit par les paliers et les roulements à billes peut avoir les origines suivantes:

- la présence de corps étrangers (saletés dans les paliers et roulements à billes),
- les conditions de lubrification,
- les problèmes d'alignement,
- la charge et la température de fonctionnement,
- le jeu, dû à l'absence de pré-contrainte axiale,
- l'état de surface (billes et paliers),
- les fréquences propres de résonance (roulements à billes),
- les défauts des billes (roulements à billes).

Le spectre de bruit d'un roulement à billes est composé d'un bruit blanc<sup>14</sup> et de composantes discrètes, dont les fréquences dépendent de la vitesse de rotation du moteur et du nombre de billes du roulement. La réduction du bruit d'origine mécanique passe donc essentiellement par la qualité et le soin apporté lors de la fabrication.

<i>palier \ n° de moteur</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
paliers lisses	26.1	29.9	27.9	24.2	31.3	28.7	24.6	27.8	28.7	29.9
roulements à billes	31.8	37.5	34.2	35.1	32.4	37.1	40.4	31.5	35.9	36.8

Tableau 3.9. Comparaison du bruit acoustique en dBA (mesuré à 3m) produit par des paliers lisses et des roulements à billes pour des moteurs identiques.

### Bruit d'origine aéro- ou hydro-dynamique

#### Bruit aérodynamique:

Pour un moteur de petite puissance (sans ventilateur de refroidissement), le bruit d'origine aérodynamique a essentiellement deux origines:

- (1) Le bruit dû aux variations de pression qui apparaissent lors du déplacement de l'air. L'intensité du bruit blanc ainsi généré croît avec la vitesse de rotation du moteur.
- (2) Le bruit dû au contournement d'obstacles divers et à l'excitation de cavités de résonance (encoches). Le spectre est alors composé de fréquences propres qui sont indépendantes de la vitesse de rotation du moteur.

Pour un moteur de petite puissance et tournant à un régime élevé ( $n > 6000 \text{ t/min}$ ), le bruit d'origine aérodynamique peut devenir prépondérant.

#### Brassage de l'eau (moteur de pompe)

L'écoulement de l'eau dans une canalisation est aussi la cause de bruit; celui-ci est d'autant plus marqué que le diamètre de la canalisation est petit et la vitesse d'écoulement élevée. Ce bruit a pour origine les diverses turbulences qui prennent naissance au sein du liquide et qui provoquent une fluctuation rapide de la pression agissant sur la canalisation. Ce phénomène lié

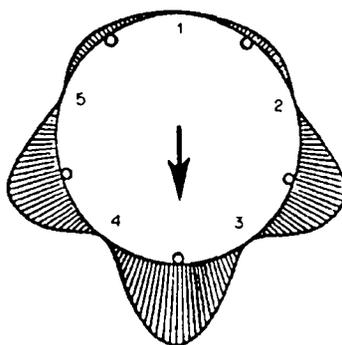
<sup>14</sup> Le bruit blanc est un bruit dont l'intensité ne varie pas selon la fréquence, tout le spectre est balayé avec la même intensité.

à un écoulement turbulent n'existe que si le nombre de Taylor correspondant à l'écoulement dépasse une valeur limite. En dessous de cette limite, l'écoulement est laminaire et le bruit émis est pratiquement inaudible. Dans la pratique, un écoulement laminaire ne se rencontre que pour un faible débit<sup>15</sup>.

### Bruit d'origine électromagnétique

Le bruit d'origine électromagnétique regroupe le bruit d'origine purement magnétique et le bruit de commutation.

Le bruit magnétique est dû à la variation de la perméance d'entrefer (moteurs à encoches) et des forces radiales qui en résultent. Généralement, celles-ci se compensent, mais une excentricité du rotor associée à certaines combinaisons des harmoniques provoquent une force résultante non nulle capable d'exciter les fréquences propres du moteur (figure 3.15).



**Figure 3.15.** Forces radiales le long de la périphérie en cas d'excentricité du rotor. (figure tirée de [31]).

La vibration des tôles statoriques représente aussi une source de bruit d'origine magnétique. Celle-ci peut être diminuée par l'amélioration de la planéité des tôles (en faisant un recuit) et en contrôlant la pression de maintien de l'empilage.

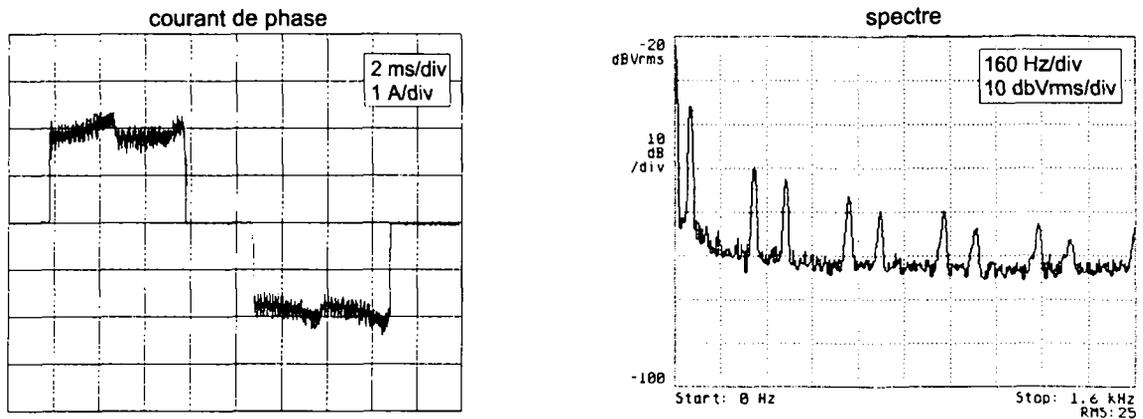
Le bruit de commutation représente la source de bruit prépondérante des moteurs à bobinage dans l'entrefer. En effet, l'absence de dents favorise d'une part les vibrations entre le bobinage et la culasse statorique (bobinage auto-porteur) et d'autre part elle diminue l'inductance statorique; en conséquence le courant de phase présente des temps de montée extrêmement courts; le spectre du courant présente donc de nombreuses harmoniques capables d'exciter les fréquences propres du moteur (figure 3.16).

Le bruit de commutation est particulièrement désagréable en raison de la concentration de son spectre sur un faible nombre de fréquences. L'oreille humaine est particulièrement sensible à ces dernières.

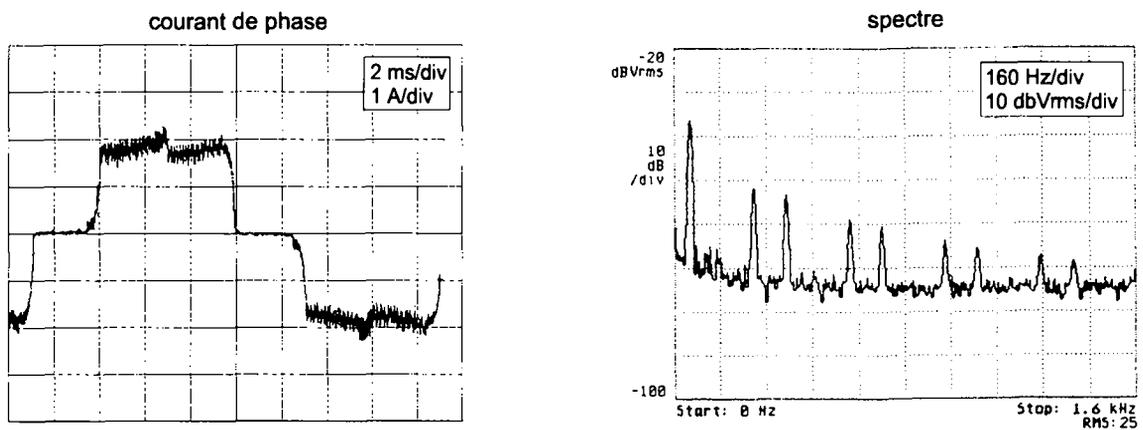
### 3.5.5 Origine et contrôle du bruit de commutation

La réduction du bruit d'un moteur à bobinage dans l'entrefer passe soit par la pose d'amortisseurs mécaniques ou par l'amélioration de la commande électronique; ici, seule la seconde possibilité sera étudiée.

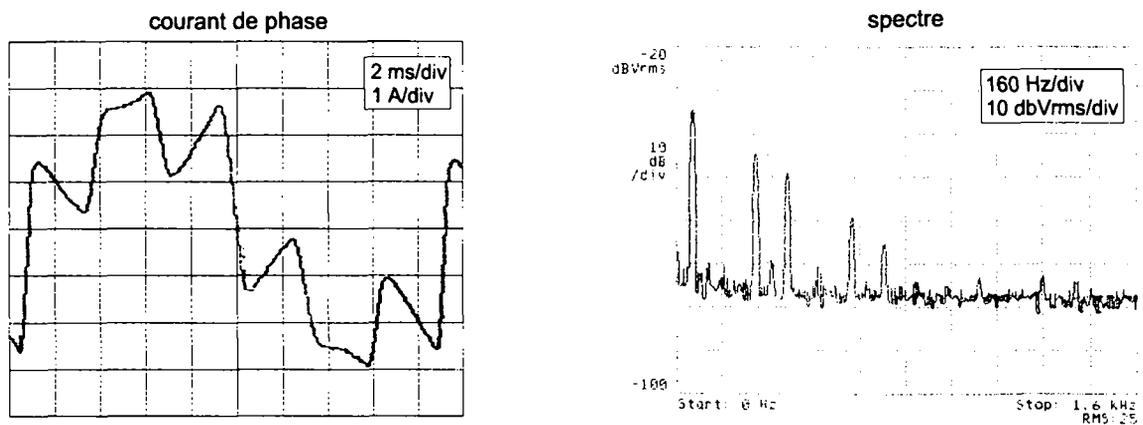
<sup>15</sup> Pour une canalisation de 15 mm de diamètre interne, le débit doit être inférieur à 0.36 m<sup>3</sup>/h.



a: mode 120° "normal" (mode 2)



b: mode 120° "bruit minimum" (mode 5)



c: mode 180° "boucle ouverte" (mode 3)

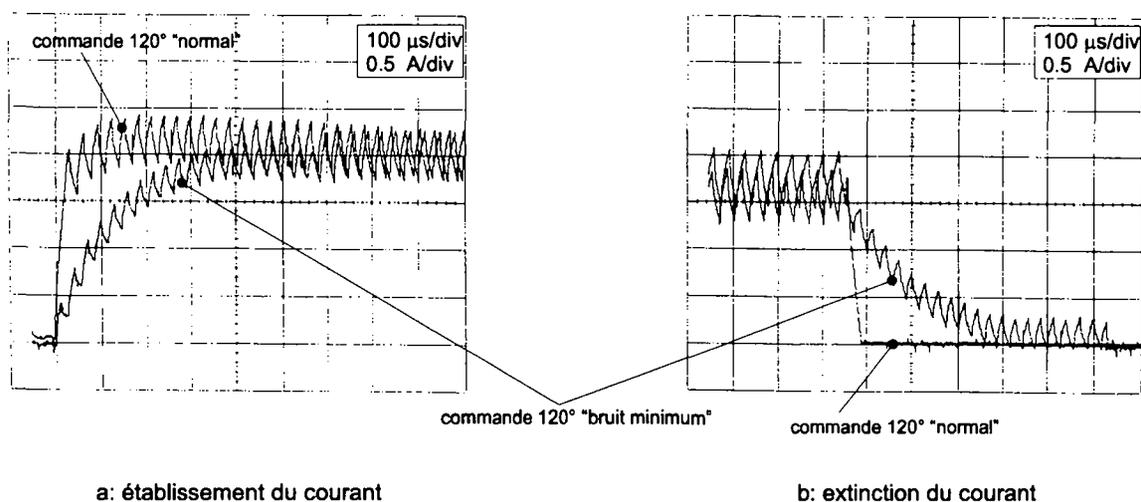
**Figure 3.16.** Spectre du courant de phase pour différents modes d'alimentation et une vitesse de rotation de 3340 t/min.

Dans le but de déterminer l'origine du bruit de commutation et de déterminer l'influence de la commande électronique sur celui-ci, l'expérience suivante est réalisée:

Pour un moteur de pompe à bobinage dans l'entrefer d'une puissance nominale de 13 W placé sur un circuit hydraulique de laboratoire, l'étude harmonique du bruit de commutation est effectuée pour cinq modes d'alimentation:

- (1) Mode "120° non haché": ce mode correspond à une commande à 120° à capteurs indirects et commandé en tension.
- (2) Mode "normal": ce mode correspond aussi à une commande à 120° à capteurs indirects mais dont le courant de phase est contrôlé par hachage (PWM).
- (3) Mode "boucle ouverte à 180°": pour ce mode, le moteur tourne en boucle ouverte; le champ tournant statorique est créé par une commande à 180°. Ce mode permet d'estimer le niveau du bruit acoustique d'origine mécanique et hydraulique.
- (4) Mode "boucle ouverte à 120°": ce mode de fonctionnement est identique au cas précédent, sauf que le champ tournant statorique est créé par une commande à 120°.
- (5) Mode "bruit minimum": ce mode particulier correspond aussi à une commande à 120° à capteurs indirects. Il a été développé dans le but de réduire le bruit de commutation. Son principe de fonctionnement est basé d'une part sur le contrôle de l'établissement et l'extinction du courant de phase (figure 3.17) et d'autre part sur la modification de l'angle de commutation.

La figure (3.16) montre pour une vitesse de rotation de 3340 t/min et une puissance hydraulique de 4.4 W, l'allure et le spectre du courant de phase pour les modes d'alimentation (2), (3) et (5).



**Figure 3.17.** Commande à 120° mode "normal" et "sans bruit": détail de l'établissement et de l'extinction du courant de phase.

### 3.5.6 Appréciation subjective

Lorsque le moteur tourne selon les modes (1), (2) ou (4), il engendre un bruit de "commutation" qui rappelle un grésillement. Ce bruit ne varie pas en fonction de la vitesse de rotation du moteur, mais son intensité augmente avec la charge. Lorsque le moteur tourne à vide, le bruit de commutation est presque inaudible et l'augmentation de bruit est directement liée à l'amplitude du courant de phase.

Entre les modes “120° non haché” et “normal” le bruit de commutation ne change pas; en conséquence, le hachage n’est pas responsable du bruit de commutation.

Lorsque le moteur tourne en boucle ouverte et que le champ tournant est créé par une commande à 180°, le bruit de commutation disparaît totalement. Par contre, si le champ tournant est créé par une commande à 120°, le bruit de commutation s’avère encore plus élevé que celui observé lors d’un fonctionnement à 120° en boucle fermée<sup>16</sup>. En conséquence le mode de fonctionnement boucle ouverte-boucle fermée n’a pas d’influence sur le bruit de commutation.

Une mesure complémentaire réalisée en imposant au stator seul (le rotor et la chemise statorique sont enlevés) un champ tournant généré par une commande en boucle ouverte à 120° montre que le bruit de commutation ne diminue pas. On en déduit que le bruit de commutation n’est pas dû à l’interaction du champ magnétique créé par l’aimant et le bobinage.

Bien que le mode de fonctionnement “bruit minimum” ne fasse pas totalement disparaître le bruit de commutation, il le ramène au moins à un niveau acceptable.

### 3.5.7 Analyse spectrale

Les figures (3.18) et (3.19) montrent le spectre du bruit acoustique du moteur 13 W lors du fonctionnement selon les modes (2), (3) et (5). On observe entre 2 et 8 kHz toute une série de pics, d’amplitude variable, qui apparaissent avec une régularité de l’ordre de 100 kHz. L’amplitude de ces pics croît avec la vitesse (le courant de phase) du moteur.

L’analyse spectrale réalisée pour les trois points de fonctionnement donnés par le tableau (3.10) confirme le fait que la fréquence du bruit de commutation ne dépend pas de la vitesse mais que son intensité croît avec l’amplitude du courant de phase.

On observe une similitude entre les pics mesurés lors de l’analyse spectrale et ceux obtenus lors de la mesure de la réponse en fréquence du bobinage montrés par le tableau (3.11) et les figures (3.21) et (3.20).

	1	2	3
vitesse [t/min]	1870	2780	3340
débit [m <sup>3</sup> /h]	0.688	1.00	1.22
pression [mbar]	52	105	130
puissance hydraulique [W]	0.99	2.9	4.4

Tableau 3.10. Points de fonctionnement du moteur pour les mesures du bruit.

Lors du fonctionnement à 180° en boucle ouverte, bien que le courant de phase soit plus élevé que lors d’un fonctionnement en boucle fermée (modes 1,2 et 4) , le spectre présente moins d’harmoniques de rang élevé (les harmoniques décroissent plus rapidement).

<sup>16</sup> Pour un même point de fonctionnement, le courant de phase qui résulte d’un fonctionnement en boucle ouverte est généralement plus élevé que celui observé lors d’un fonctionnement en boucle fermée.

type de commande	vitesse [t/min]	fréquence et amplitude des pics [kHz] et [dB]						
		1.9	2.5	4.3	5.0	6.3	8.0	11.3
"120° normal"	1870	-58.2	-54.1	***	-61.0	-61.3	-62.6	-57.2
	2780	-46.5	-43.6	-52.8	-57.1	-57.3	-58.4	-51.6
	3340	-47.6	-51.0	-48.4	-53.9	-47.3	-58.9	-48.4
"120° bruit minimum"	1870	-62.0	-57.1	***	-64.1	-64.3	-67.7	-65.0
	2780	-51.8	-52.8	***	-63.1	-64.1	-66.4	-62.5
	3340	-55.6	-57.2	-60.7	-61.4	-62.0	-64.7	-61.5
"boucle ouverte à 180°"	1870	-67.2	-67.5	***	***	-72.6	-71.6	***
	2780	-64.8	-65.4	***	-70.1	-70.6	-67.8	-69.9
	3340	-63.9	-60.2	-63.8	-65.9	-64.3	-65.4	-65.0

les\*\*\* signifient que le "pic" est noyé dans le bruit de fond

Tableau 3.11. Amplitudes et fréquences des principaux pics.

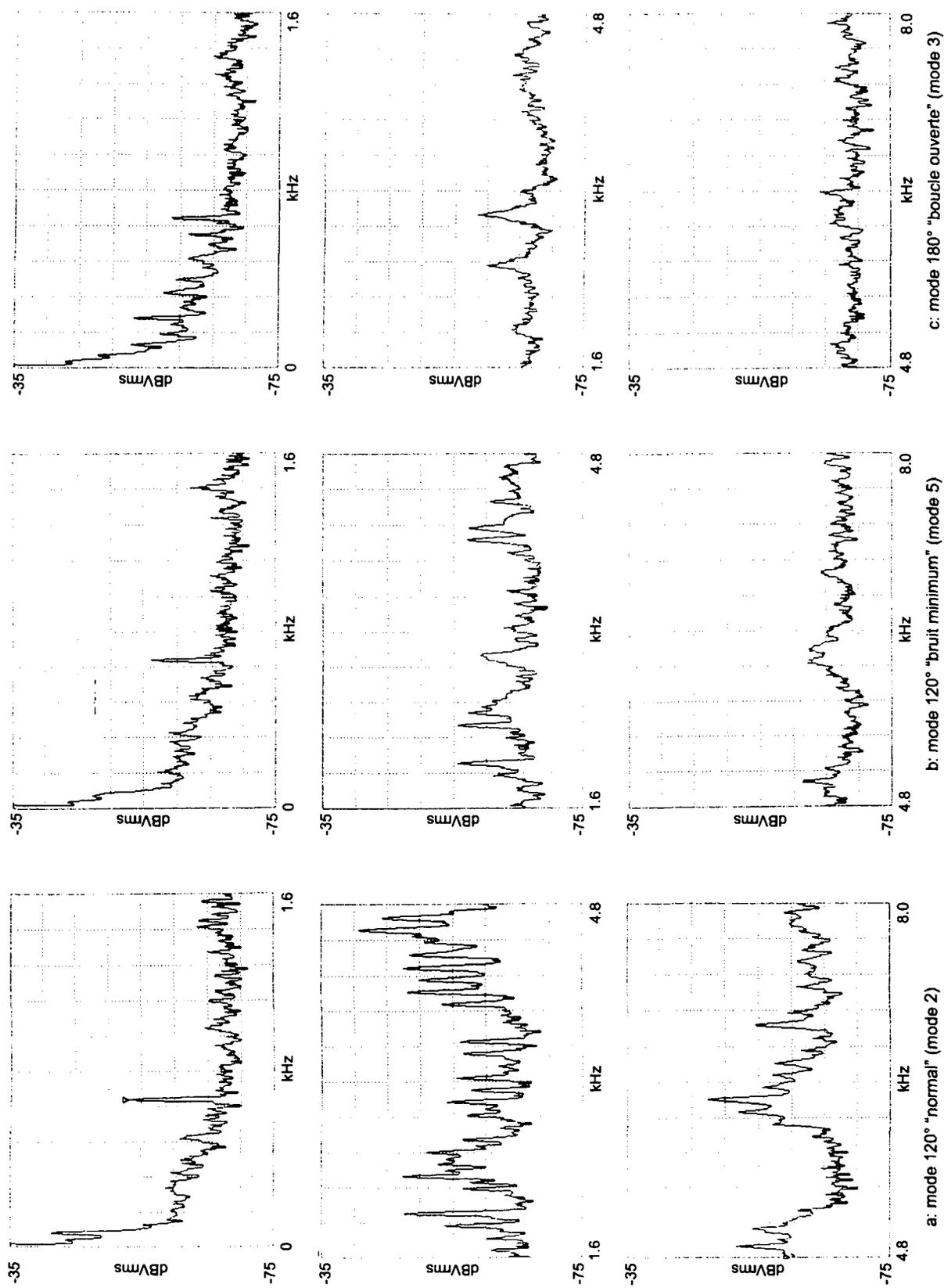
### 3.5.8 Remarques

La faible différence spectrale du courant de phase entre les modes "normal" et bruit "minimum" n'explique pas totalement la diminution du bruit de commutation. L'expérience montre d'ailleurs que le contrôle de l'établissement du courant de phase ne suffit pas à réduire le bruit de commutation. Il s'avère nécessaire de lui adjoindre un déphasage entre la tension induite et le courant de phase. Cette seconde condition montre que l'effet sonore produit lors de l'enclenchement du courant de phase n'est pas le même que celui provoqué lors du déclenchement.

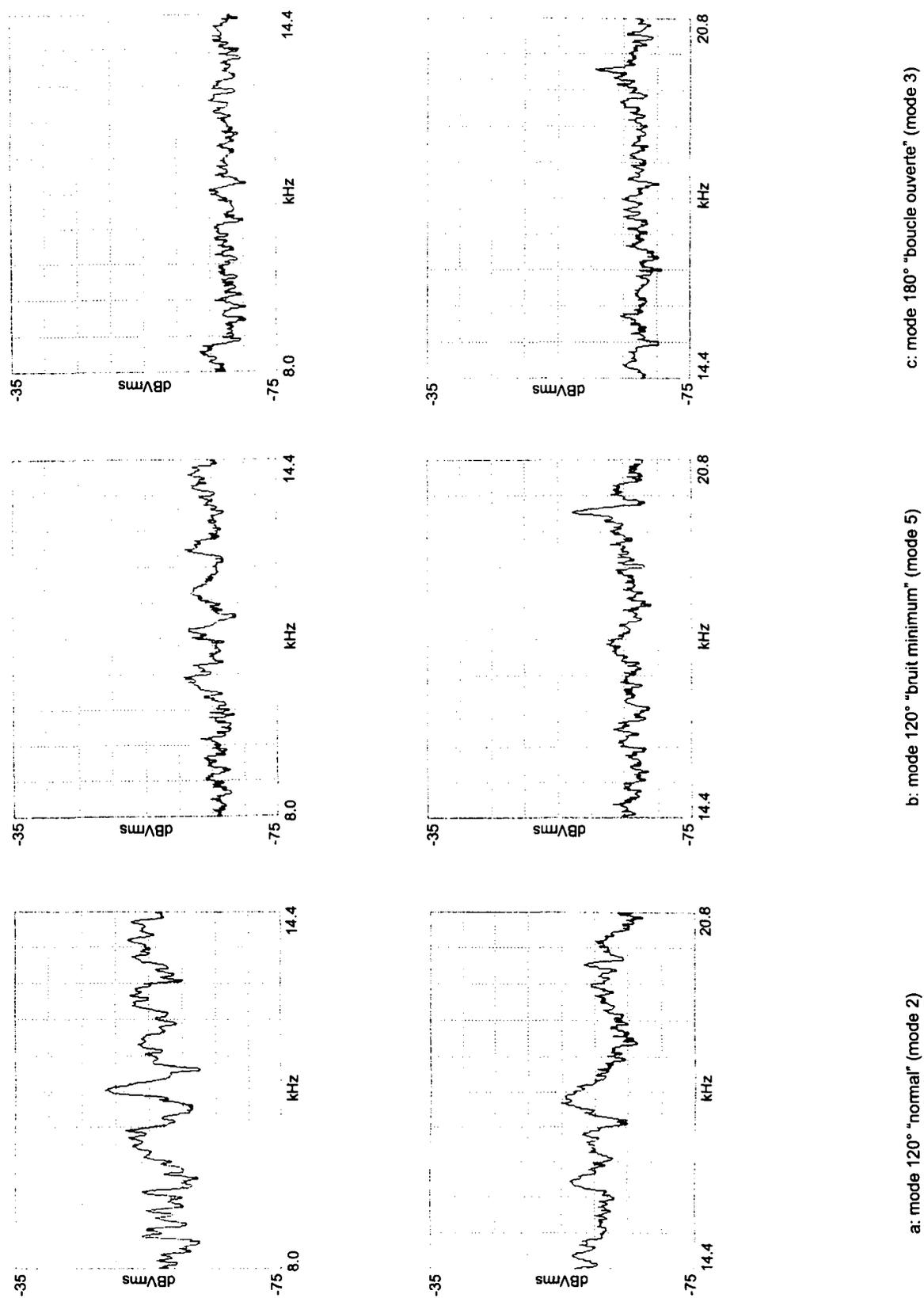
Le bruit acoustique du moteur à bobinage dans l'entrefer est dû en partie à l'excitation des fréquences propres du moteur par les harmoniques du courant de phase et en partie à la déformation et aux vibrations des conducteurs qui forment le bobinage. En effet, lorsque le moteur est alimenté avec une commande à 180° chaque phase du moteur est continuellement alimentée; en conséquence, il en résulte une sorte de précontrainte permanente des conducteurs du bobinage. Cette précontrainte limiterait alors les chocs et vibrations du bobinage (dans le cas d'une commande à 120°, cette pré-contrainte est intermittante).

Paradoxalement, la réduction du bruit de commutation passe aussi par la diminution du rendement du moteur (déphasage entre le courant de phase et la tension induite). Il s'agit de trouver un compromis entre le bruit minimum et le rendement maximum.

Pour les moteurs à encoches, la réduction du bruit magnétique (le bruit magnétique est principalement créé par la variation de la perméance d'entrefer) passe par la modification du nombre et de la forme des dents statoriques, ainsi que par la diminution de l'induction dans l'entrefer. Dans le cadre de ce travail, on a limité l'étude du bruit acoustique à celle du bruit de commutation des moteurs à bobinage dans l'entrefer. Il serait possible d'envisager une étude plus approfondie sur le bruit acoustique produit par un moteur à encoches en fonction de sa géométrie et de la distribution de l'induction dans l'entrefer.



**Figure 3.18.** Spectre (entre 0 et 8 kHz) du bruit généré pour différents modes d'alimentation et une vitesse de rotation de 3340 t/min.



**Figure 3.19.** Spectre (entre 8 et 20 kHz) du bruit généré pour différents modes d'alimentation et une vitesse de rotation de 3340 t/min.

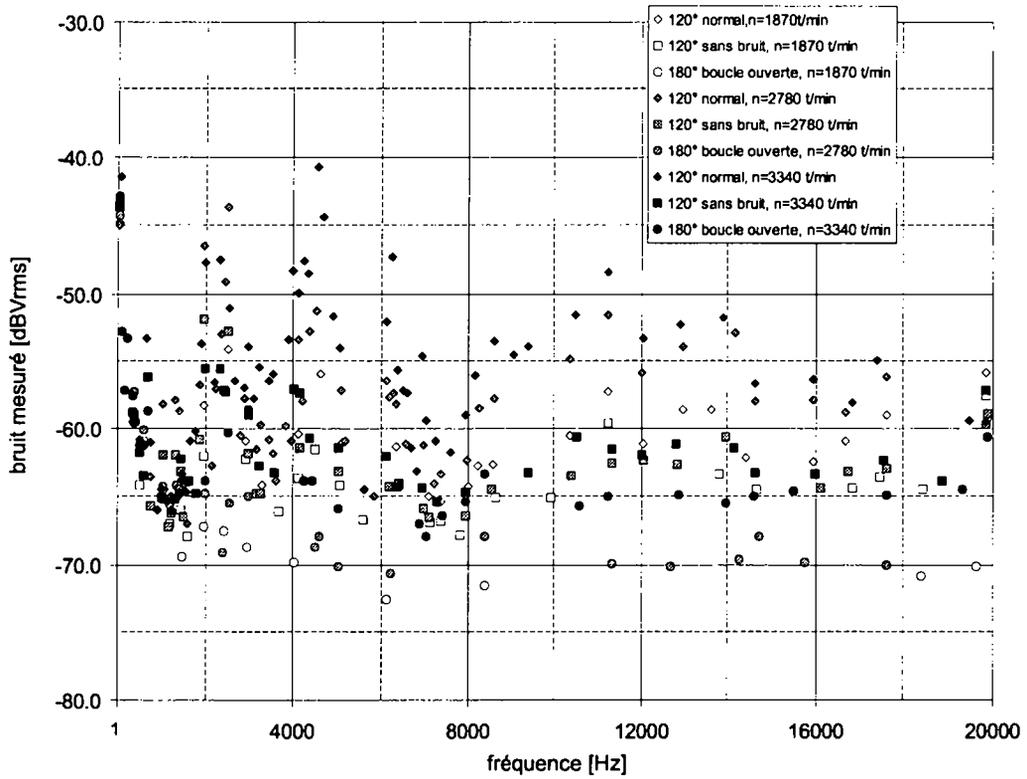


Figure 3.20. Allure des pics pour différents modes de fonctionnement.

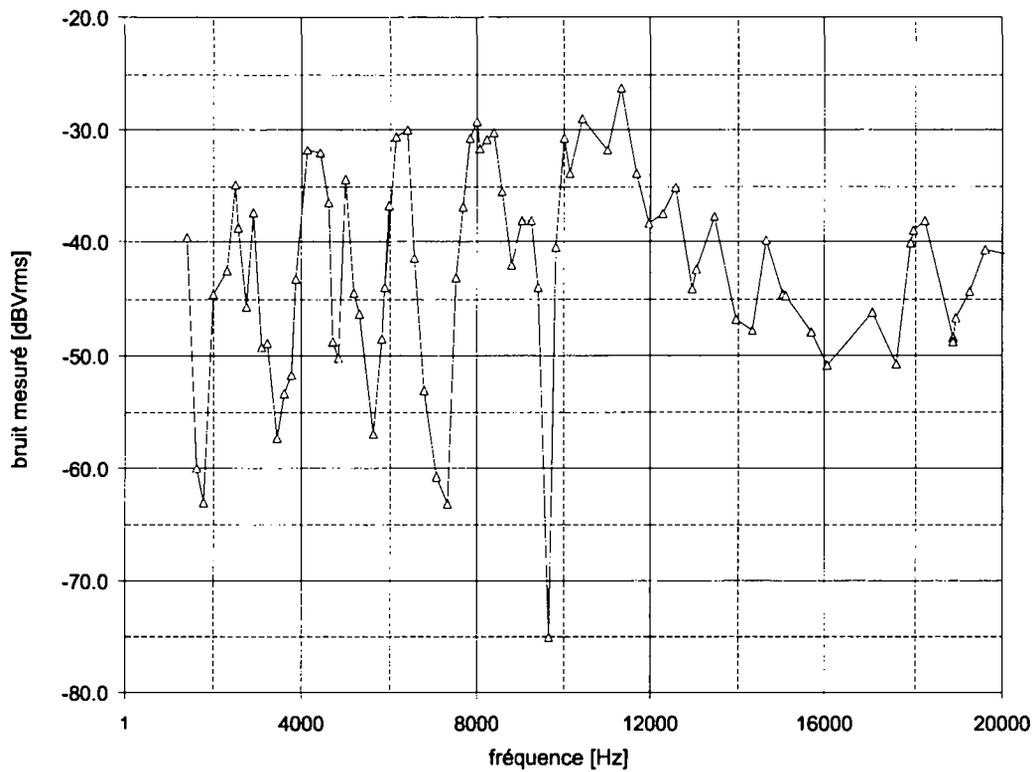


Figure 3.21. Réponse en fréquence du bobinage.

## 3.6 Modélisation thermique

### 3.6.1 Introduction

La maîtrise de l'échauffement est l'un des paramètres clé du dimensionnement d'un moteur. En faisant abstraction de la commande électronique, c'est essentiellement la température interne du moteur qui en limite la puissance. En effet, une température de fonctionnement trop élevée est à éviter d'une part en raison de la destruction des couches isolantes du bobinage ou des tôles et d'autre part à cause de la démagnétisation possible des aimants.

Une autre conséquence d'une température de fonctionnement trop élevée est le vieillissement prématuré des matériaux; la figure (3.22) montre la durée de vie en fonction de la température de différents isolants utilisés dans la construction de moteurs.

Enfin on signalera que lors d'un échauffement important les différents facteurs de dilatation entre les diverses parties du moteur engendrent des contraintes mécaniques supplémentaires.

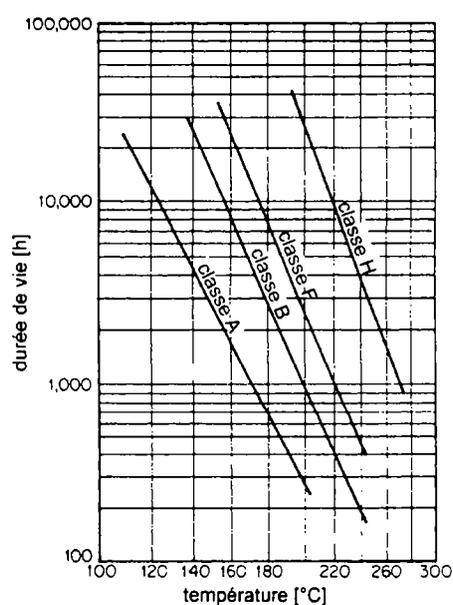


Figure 3.22. Evolution de la durée de vie en fonction de la température (figure tirée de [21]).

### 3.6.2 Mécanismes de transfert de chaleur

Le transfert de chaleur s'effectue selon les trois mécanismes suivants:

- (1) Par conduction: il correspond à la transmission de chaleur par contact effectuée sans déplacement de particules à travers le matériau. La conductivité thermique met en jeu de nombreux phénomènes complexes tels que la transmission par les électrons libres ou par le réseau cristallin [11].
- (2) Par convection: il correspond à la transmission de chaleur dans un fluide en mouvement. La transmission de chaleur résulte alors de la combinaison entre la transmission par contact (conduction) et du transport de masse; la convection implique le déplacement de particules de masse. En conséquence elle est directement liée à l'écoulement d'un fluide; selon le genre d'écoulement du liquide on parle de convection naturelle ou forcée.

- (3) Par rayonnement: c'est un phénomène de propagation électromagnétique à spectre continu émis dans toutes les directions. Dans le vide, sa vitesse de propagation correspond à celle de la lumière. Selon le genre de rayonnement considéré (par exemple solaire ou infrarouge) une tranche de longueur d'onde est définie.

Dans le cadre de ce travail la transmission de chaleur par rayonnement sera combinée avec la transmission de chaleur par convection.

### 3.6.3 Transmission de chaleur

La loi de la conductivité thermique développée par Fourier permet d'estimer le transfert de chaleur d'un élément:

$$\dot{Q}(t) = \underbrace{\frac{1}{R_{th}} \cdot \Delta\theta}_{\text{régime permanent}} + \underbrace{C_{th} \cdot \frac{d\Delta\theta}{dt}}_{\text{régime transitoire}} \quad (3.19)$$

avec

- $\dot{Q}$  la puissance thermique [W],
- $\Delta\theta$  la différence de température entre les extrémités de l'élément considéré [K],
- $R_{th}$  la résistance thermique de l'élément [K/W],
- $C_{th}$  la capacité thermique de l'élément [J/K].

La première partie de l'équation (3.19) caractérise le régime permanent et la seconde le régime transitoire.

#### Résistance thermique de conduction et de convection

Par analogie à la résistance électrique, dans le cas d'un transfert de chaleur par conduction, la résistance thermique  $R_{th}$  est définie par la relation suivante (figure 3.23):

$$R_{th} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{L}{S} \quad (3.20)$$

avec

- $S$  la surface de l'élément considéré [ $m^2$ ],
- $L$  la longueur de l'élément [ $m$ ],
- $\lambda$  la conductivité thermique du matériau [ $W/mK$ ].

La valeur de la résistance thermique est fonction des dimensions géométriques du matériau ainsi que de ses propriétés thermiques.

Dans le cas d'un transfert de chaleur par convection, la résistance thermique correspond à la définition suivante:

$$R_{th} = \frac{1}{\alpha \cdot S} \quad (3.21)$$

où  $\alpha$  représente le coefficient de convection [ $W/m^2K$ ].

Selon [13] lors d'un transfert de chaleur vers l'air ambiant, il est possible de définir un coefficient  $\alpha_{air}$  qui tient compte aussi bien des phénomènes de convection que de ceux de rayonnement.

$$\alpha_{air} = 12 + 6 \cdot v^{0.8} \quad (3.22)$$

avec

- $v$  : la vitesse de l'air en [ $m/sec$ ]

Lors d'un transfert de chaleur entre la chemise statorique et le liquide qui circule dans l'entrefer hydraulique, le coefficient de convection est fonction de la densité, de la viscosité, de la vitesse du liquide ainsi que de la géométrie du système.

Dans le cas d'un transfert de chaleur entre l'eau et la paroi d'un tube rempli d'eau dans lequel l'écoulement est forcé, le coefficient de convection vaut [7]:

$$\alpha_{liq} = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} \quad (3.23)$$

avec

$\lambda$  la conductibilité thermique du liquide [ $W/mK$ ],  
 $d$  le diamètre interne de la conduite [ $m$ ].

$Nu$  représente le nombre de Nüsselt (sans unités). Ce nombre est fonction du nombre de Prandtl  $Pr$  et de celui de Reynolds  $Re$  (eq. 3.3). Lorsque le régime est établi (conduite de longueur infinie) le nombre de Nüsselt est approché par la relation suivante [5].

$$Nu = \begin{cases} 3.7 & \text{pour régime laminaire} \\ \psi \cdot (Re)^b \cdot (Pr)^e & \text{pour régime turbulent} \end{cases} \quad (3.24)$$

où les coefficients  $\psi$ ,  $b$  et  $e$  valent [3]:

$$\begin{aligned} \psi &= 0.023, \\ b &= 0.8, \\ e &= 0.33. \end{aligned}$$

Le nombre de Prandtl ne dépend que des propriétés physiques du liquide; il est donné par la relation suivante:

$$Pr = \frac{\eta \cdot C_p}{\lambda} \quad (3.25)$$

avec

$C_p$  : la capacité thermique du matériau [ $J/kg K$ ]  
 $\eta$  : la viscosité du liquide [ $Pa \cdot s$ ]

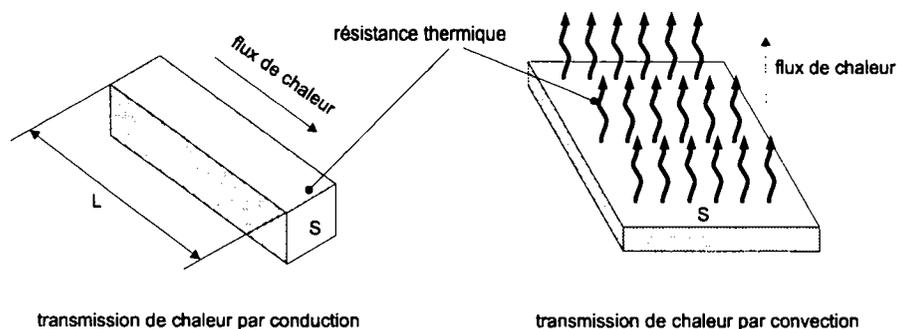


Figure 3.23. Représentation de la résistance thermique.

### Capacité thermique

Par analogie à la capacité électrique, la capacité thermique  $C_{th}$  est définie par la relation:

$$C_{th} = C_p \cdot \rho \cdot V \quad (3.26)$$

avec

- $\rho$  : la masse volumique de l'élément [ $kg/m^3$ ],
- $V$  : le volume de l'élément [ $m^3$ ],
- $C_p$  : la chaleur massique de l'élément [ $J/kgK$ ].

Le tableau (3.12) donne les valeurs de conduction et de capacité thermique de différents matériaux.

matière	conductivité thermique [ $W/mK$ ]	chaleur massique [ $kJ/kgK$ ]
cuivre	384	0.394
acier	54.7	0.515
aluminium	204	0.879
laiton	113	0.385
fonte	52.3	0.502
eau ( $50^\circ C$ )	0.64	4.18
mica (feuille)	0.55	0.87
verni isolant (bobinage)	0.5	1.7

Tableau 3.12. Conduction et capacité thermique de différents matériaux

### 3.6.4 Transmission de chaleur dans les matériaux composites

Relativement aux matériaux composites tels que le bobinage ou les tôles statoriques (figure 3.24), le coefficient de conduction, non isotrope se détermine comme suit:

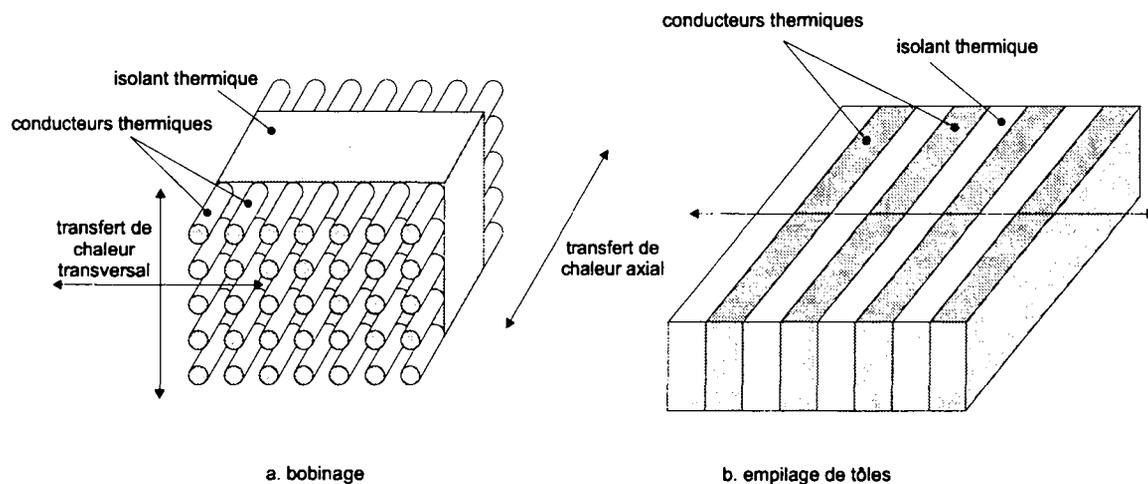


Figure 3.24. Modélisation thermique des matériaux composites.

## Conduction dans le bobinage

Pour déterminer le coefficient de conduction du bobinage, on suppose que les espaces entre les différents conducteurs du bobinage sont parfaitement remplis par l'isolant électrique. En raison de la grande différence de conductibilité entre le cuivre et l'isolant, dans le cas d'une conduction parallèle (dans le sens des conducteurs de cuivre) de la chaleur, on néglige le transfert de chaleur par l'isolant. Le coefficient de conduction parallèle du bobinage  $\lambda_{bob-p}$  vaut:

$$\lambda_{bob-p} = \lambda_{Cu} \cdot k_{Cu} \quad (3.27)$$

avec

$\lambda_{Cu}$  le coefficient de conduction du cuivre,  
 $k_{Cu}$  le coefficient de remplissage.

Dans le cas d'une conduction transversale (perpendiculaire aux conducteurs) le coefficient de conduction radial équivalent devient:

$$\lambda_{bob-t} = \frac{\lambda_{Cu} \cdot \lambda_{isolant\_bob}}{[1 - k_{Cu}] \cdot \lambda_{Cu} + k_{Cu} \cdot \lambda_{isolant\_bob}} \quad (3.28)$$

avec

$\lambda_{isolant\_bob}$  le coefficient de conduction de l'isolant du bobinage,  
 $k_{Cu}$  le facteur de remplissage du cuivre

**Remarque 5** Pour un coefficient de remplissage  $k_{Cu}$  de 0.4 et un coefficient de conduction de l'isolant de 0.5 on calcule un coefficient de conduction transverse du bobinage de  $0.83 \frac{W}{m \cdot K}$ . Expérimentalement [19], la conduction transversale d'un bobinage dans l'entrefer est de l'ordre de  $1.19 \frac{W}{m \cdot K}$ .

## Conduction dans les tôles statoriques

En raison du caractère hétérogène des tôles, le coefficient de conduction est aussi fonction de la direction du flux de chaleur. Ainsi, dans le cas d'un transfert de chaleur parallèle à l'empilage de tôles, le coefficient de conduction de l'empilage vaut:

$$\lambda_{tôles-p} = \lambda_{fer} \cdot k_f \quad (3.29)$$

avec

$\lambda_{fer}$  le coefficient de conduction du fer,  
 $k_f$  le coefficient de foisonnement.

Dans le cas d'un transfert de chaleur transversal par rapport à l'empilage de tôles, la résistance thermique des tôles est négligeable par rapport à celle de l'isolant; en conséquence le coefficient de conduction de l'empilage correspond à celui de l'isolant.

$$\lambda_{tôles-t} = \lambda_{isolant\_tôles} \quad (3.30)$$

où  $\lambda_{isolant\_tôles}$  représente le coefficient de conduction de l'isolant de l'empilage.

### 3.6.5 Modélisation et hypothèses

Les différentes sources thermiques diffusent dans le moteur selon des cheminements déterminés par la géométrie et les matériaux utilisés pour la construction du moteur

Pour déterminer la température et l'échauffement de différents points du moteur, on établit un

réseau ou circuit thermique qui comprend des résistances thermiques, des capacités thermiques ainsi que des sources de chaleur. La précision et la complexité du calcul sont directement liées au nombre d'éléments pris en compte. Lorsque le nombre de nœuds du circuit est élevé, la résolution du système d'équations qui lui est associé nécessite souvent le recours aux méthodes numériques. Une résolution analytique n'est possible que pour les circuits relativement simples. Pour élaborer le circuit thermique équivalent d'une pompe de circulation, on effectue les simplifications suivantes:

- L'importante différence de conductibilité entre le fer et l'isolant des tôles statoriques permet de négliger tout transfert de chaleur axial dans les tôles statoriques.
- Les différentes sources de chaleur (pertes) du moteur sont ponctuelles.
- Les propriétés thermiques des matériaux sont invariantes en fonction de la température.
- La chemise statorique inhibe toute ventilation du stator. Ceci suppose que les pertes Joule des têtes de bobines (développantes) sont évacuées uniquement par l'empilage statorique (pas de convection au niveau des développantes).
- L'eau qui circule dans l'entrefer hydraulique n'a que peu de contact avec le reste de l'eau qui circule dans le circuit hydraulique. En conséquence, l'échange thermique entre l'eau qui circule dans les conduites et celle qui tourne dans l'entrefer hydraulique est négligé. Par contre, pour tenir compte des échanges thermiques entre le corps de la pompe et le circuit hydraulique externe (conduites et eau de circulation), la température de l'extrémité de la carcasse (côté pompe) est imposée.
- Dans le cas de l'établissement de la constante de temps, on suppose qu'à l'instant initial tous les éléments du moteur sont à la même température. Dans le cas d'une pompe de circulation, en raison du mode de fonctionnement permanent, la constante de temps thermique ne présente que peu d'intérêt.

### 3.6.6 Circuit thermique de la pompe

La modélisation du transfert de chaleur entre l'eau de circulation, le corps de la pompe et le moteur (à encoches ou à bobinage dans l'entrefer) est représenté par la figure (3.25) et la figure (3.26) montre le circuit thermique qui lui est associé.

### 3.6.7 Circuit thermique du moteur

Le schéma thermique équivalent d'un moteur à encoches est représenté par la figure (3.27, a) et celui associé à un moteur à bobinage dans l'entrefer par la figure (3.27, b).

La valeur des éléments du circuit thermique dépendent des dimensions et des matériaux qui le constituent. Selon le modèle thermique adopté, seules les résistances de convection entre l'eau de l'entrefer et la chemise statorique varient avec la vitesse de rotation du moteur.

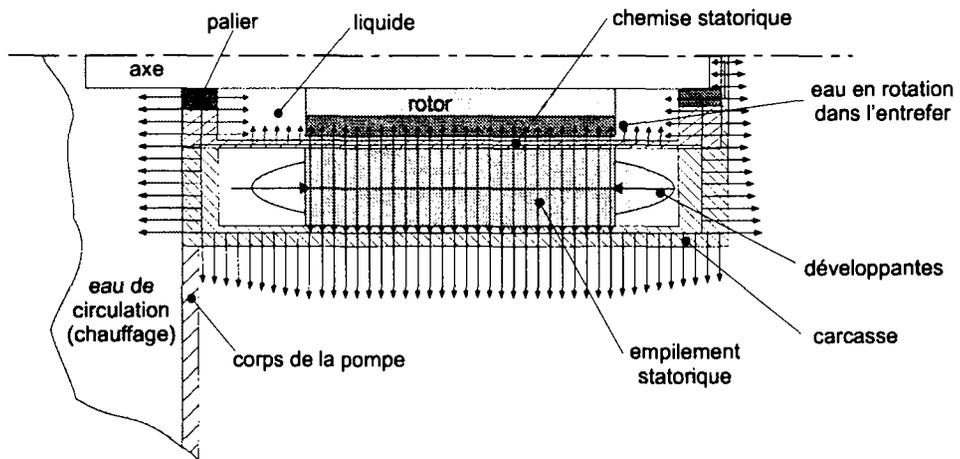


Figure 3.25. Modélisation thermique du moteur et chemins d'évacuation thermique.

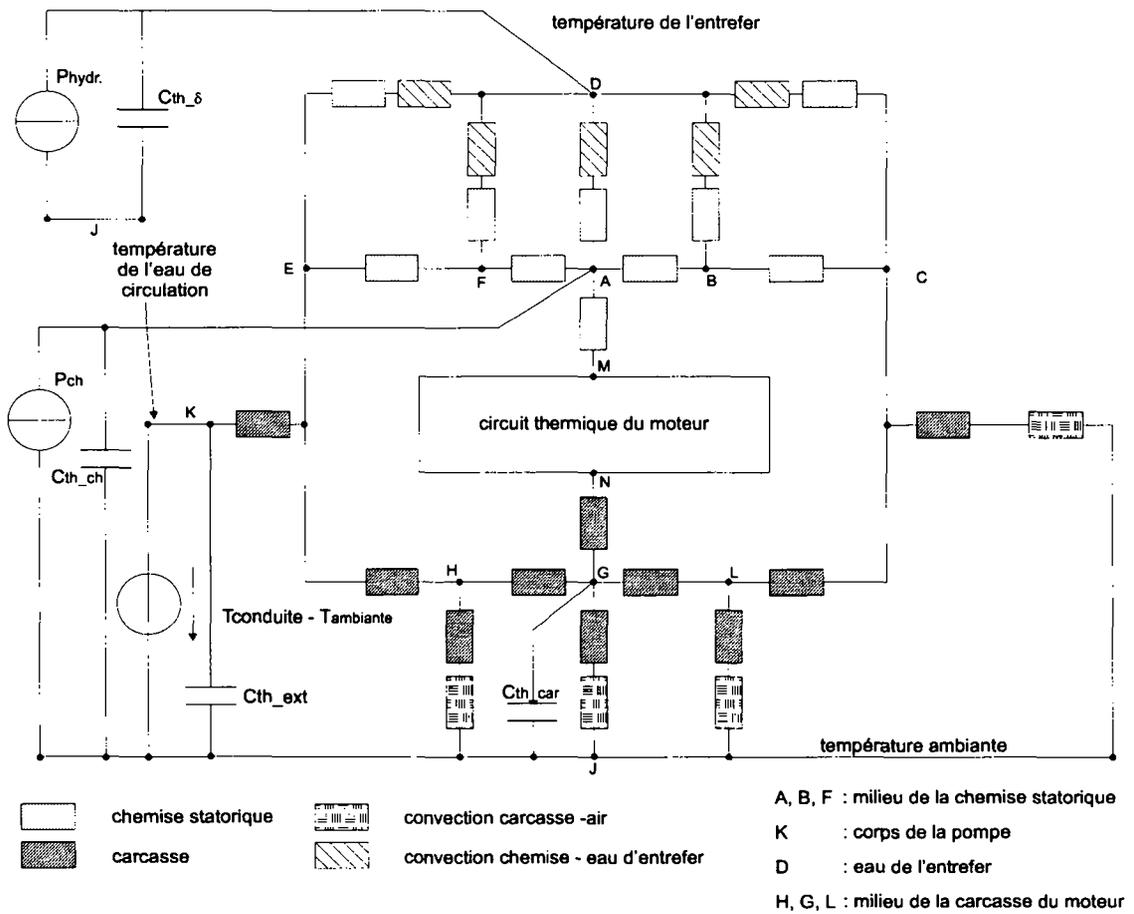


Figure 3.26. Circuit thermique équivalent d'une pompe de circulation.

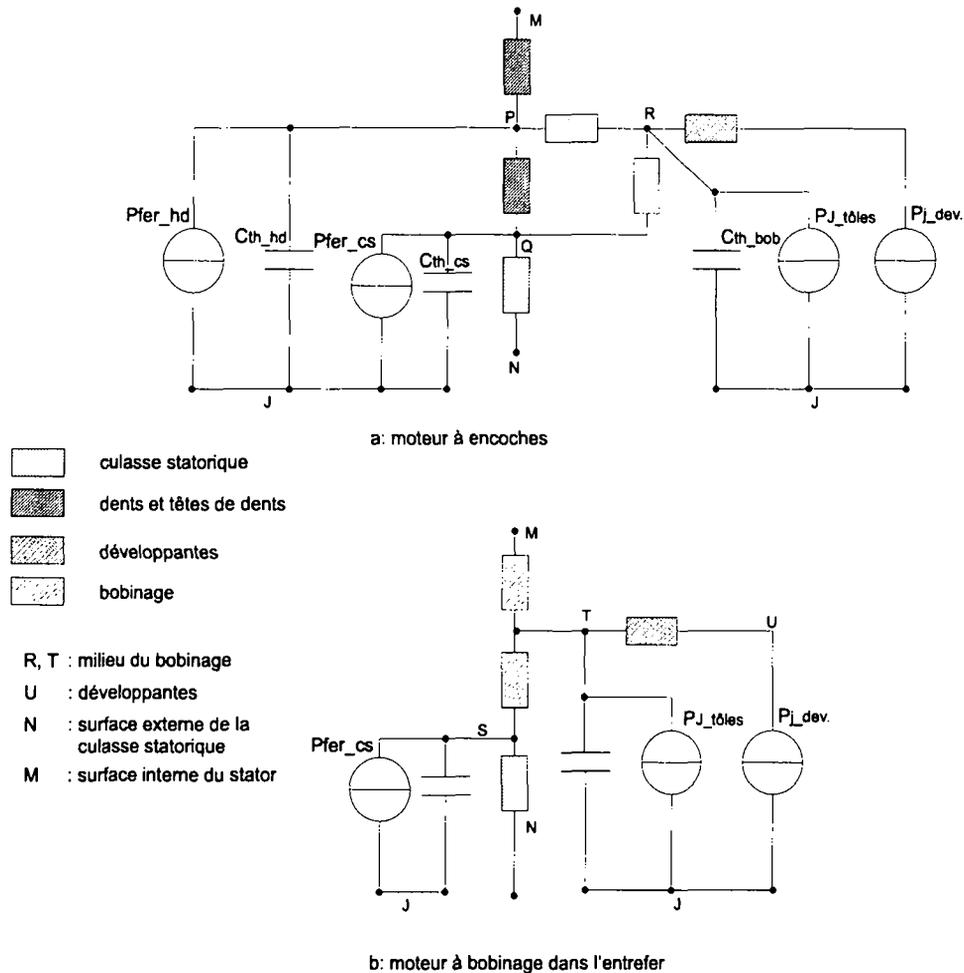


Figure 3.27. Modélisation thermique du moteur.

### 3.6.8 Détermination des pertes du moteur

Les sources de pertes du moteur sont calculées sur la base des relations développées dans le bilan énergétique (§ 2.8). Relativement aux pertes Joule, le modèle thermique effectue une distinction entre les pertes Joule dissipées le long de l'empilage statorique de celles dissipées dans les développantes. Pour évaluer ces dernières, on suppose que les pertes Joule sont distribuées uniformément le long du bobinage. Les pertes Joule le long de l'empilage statorique dépendent du type de moteur et de bobinage (figure 3.28).

- Moteur à encoches:

$$P_{J\_st} = \frac{2 \cdot l_{ts}}{l_{sp}} \cdot P_{Joule} \quad (3.31)$$

- Moteur à bobinage dans l'entrefer et bobinage auto-porteur

$$P_{J\_st} = \frac{l_{ts}}{l_w} \cdot P_{Joule} \quad (3.32)$$

- Moteur à bobinage dans l'entrefer et à bobines adjacentes:

$$P_{J\_st} = \frac{(l_w - l_{ts})}{l_w - l_{ts} \cdot \left[1 - \frac{2 \cdot \alpha_w}{\beta_0}\right]} \cdot P_{Joule} \quad (3.33)$$

avec

- $l_{ts}$  la longueur de l'empilage de tôles statorique,
- $l_w$  la longueur axiale du bobinage,
- $l_{sp}$  la longueur moyenne d'une spire (moteur à encoches, eq. 4.39),
- $\alpha_w$  l'étalement de la bobine (angle électrique, eq. 2.39),
- $\beta_0$  l'ouverture initiale de la bobine,
- $P_{Joule}$  les pertes Joule totales du moteur.

Les pertes Joule dissipées dans les développantes (hors de l'empilage statorique) correspondent alors à la soustraction suivante:

$$P_{J\_dev} = P_{Joule} - P_{J\_st} \quad (3.34)$$

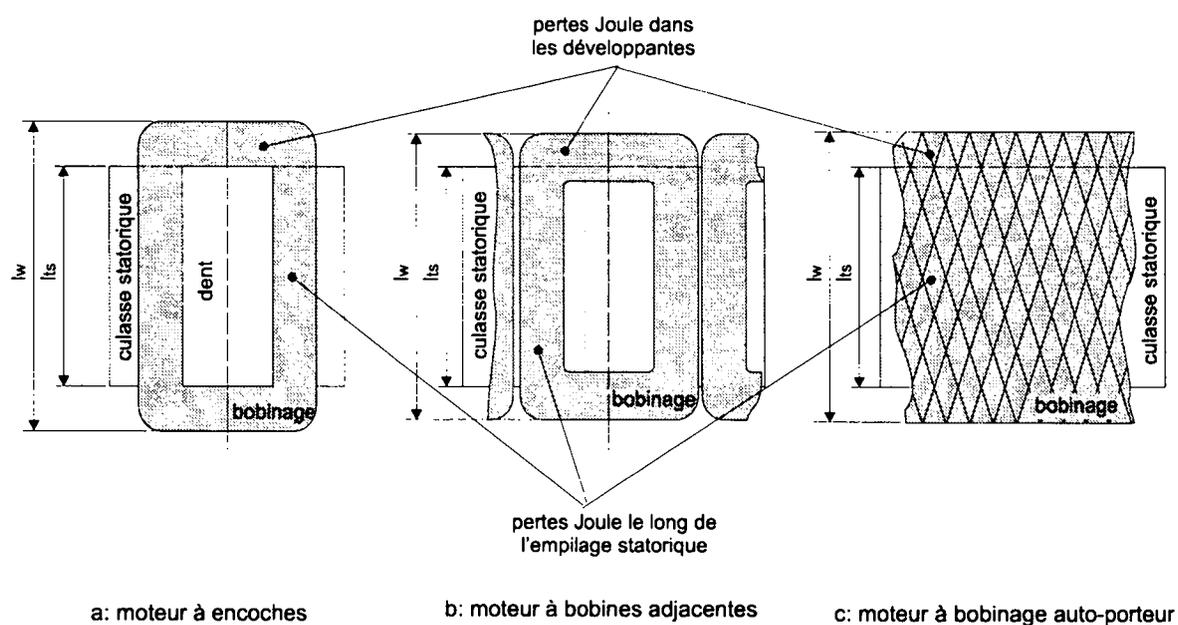
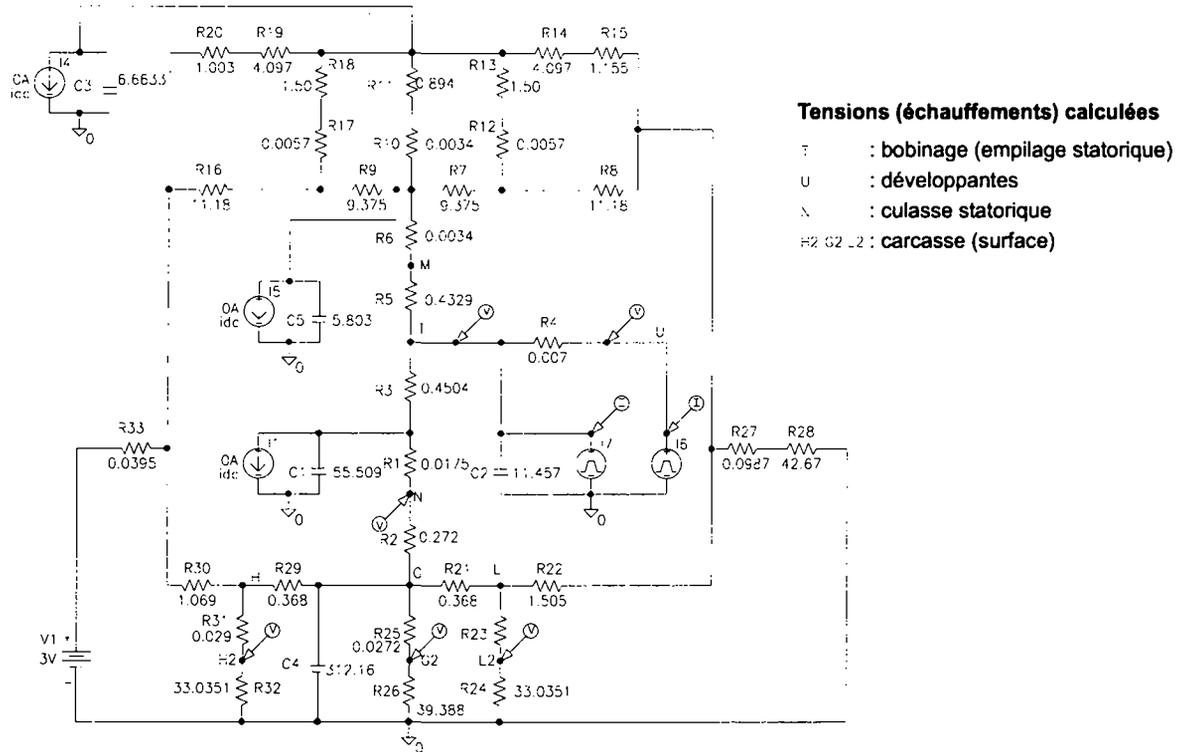


Figure 3.28. Allures des développantes selon le genre de moteur.

### 3.6.9 Résolution du circuit thermique

Le circuit thermique qui modélise l'échauffement de la pompe de circulation est régi par les lois de Kirchhoff.

La résolution du circuit thermique s'effectue de la même façon que pour un circuit électrique classique. Bien qu'une résolution matricielle demeure possible, on lui préférera une résolution à l'aide d'un programme de simulation pour circuits électriques (figure 3.29). Dans ce cas, les résistances et capacités thermiques sont remplacées par des résistances et capacités électriques; chaque source de pertes est modélisée par une source de courant et enfin, chaque point pour lequel l'échauffement est imposé, est représenté par une source de tension. L'échauffement calculé en un point donné correspond alors à la tension calculée au point considéré.



**Figure 3.29.** Modélisation du circuit thermique relatif au cas 1, par un schéma électrique équivalent.

### 3.6.10 Résultats des simulations et des mesures

Pour une pompe de circulation entraînée par le moteur à bobinage dans l'entrefer décrit au quatrième chapitre, l'échauffement stabilisé est calculé et mesuré pour les différents cas de charge répertoriés dans le tableau (3.13). Mis à part le premier cas pour lequel le rotor est bloqué, les quatre mesures réalisées correspondent à un fonctionnement usuel du moteur. On notera encore que les pertes Joule représentent la source prépondérante de pertes du moteur. La mesure de l'échauffement du moteur s'effectue au niveau des quatre points stratégiques suivants:

- (1) corps de la pompe ( $\theta_{cors}$ ),
- (2) partie latérale de la carcasse ( $\theta_{car}$ ),
- (3) culasse statorique ( $\theta_{cs}$ ),
- (4) bobinage ( $\theta_{bob}$ ).

La température moyenne du bobinage (température des développantes et le long de l'empilage statorique) est évaluée en mesurant la variation de sa résistance ohmique. L'échauffement moyen du bobinage se déduit ensuite à partir de la relation (2.70). La mesure de la température de la culasse statorique est réalisée en introduisant une sonde thermique dans l'orifice de sortie des fils du bobinage.

La comparaison entre l'échauffement mesuré et celui calculé est reportée dans le tableau (3.14). La mesure de la température du corps de la pompe permet de déterminer le transfert de chaleur entre la pompe et le circuit hydraulique. Lors des mesure l'échauffement du corps de la pompe s'élève à 3 K au-dessus de la température ambiante.

cas	$n$ [t/ min]	$P_{Joule}^1$ [W]		$P_{fer\_cs}^2$ [W]	$P_{ch}^2$ [W]	$P_{hydr}^2$ [W]	$\Sigma_{pertes}$ [W]
		$P_{J\_st}$	$P_{J\_dev}$				
1	0	12.14	4.26	0	0	0	16.40
2	2970	2.49	0.88	0.06	0.110	0.135	3.675
3	3384	4.85	1.71	0.08	0.148	0.189	6.977
4	3714	5.59	1.96	0.09	0.180	0.237	8.057
5	4680	6.105	2.15	0.13	0.279	0.402	9.066

<sup>1</sup> valeurs mesurées

<sup>2</sup> valeurs estimées

Tableau 3.13. Modes de fonctionnement du moteur de pompe

cas	$n$ [t/ min]	$\theta_{bob}$ [K]			$\theta_{cs}$ [K]		$\theta_{car}$ [K]	
		calcul		mesure	calcul	mesure	calcul	mesure
		$\theta_{st}$	$\theta_{dev}$					
1	0	26.28	26.31	28	21.05	23	16.70	20.0
2	2970	6.83	6.84	7.6	5.95	5	5.20	2.4
3	3384	10.39	10.40	7.6	8.74	5	7.34	3.6
4	3714	11.45	11.47	11.7	9.58	6	7.99	4.0
5	4680	10.18	12.20	11.7	10.17	8.2	8.45	6.0

Tableau 3.14. Echauffement calculé et mesuré du moteur de pompe

Pour le premier cas uniquement (rotor bloqué) la constance de temps est calculée et mesurée. La simulation montre que la constante de temps du bobinage ( $\tau = 120$  s) est nettement plus faible que celle de la culasse statorique ( $\tau = 300$  s) et de la carcasse ( $\tau = 550$  s). La comparaison entre la simulation et la mesure est représentée sur la figure (3.30); pour la culasse statorique on mesure une constante de temps  $\tau = 330$  s et pour la carcasse du moteur celle-ci s'élève à  $\tau = 520$  s. Comme notre appareillage de mesure ne permet pas de connaître la résistance du bobinage lorsque le moteur est alimenté, la constante de temps thermique du bobinage n'a pas été mesurée.

### 3.6.11 Remarques

Malgré le fait que le modèle thermique de la pompe reste assez simple, il permet néanmoins une bonne estimation de l'ordre de grandeur de l'échauffement du moteur. On remarquera que, pour les faibles échauffements ( $< 10$  K), l'erreur de mesure sur la température reste importante. Le calcul théorique montre que l'échauffement le plus important est atteint au niveau des développantes du bobinage. De plus la différence d'échauffement entre le bobinage et la culasse statorique est relativement faible. En conséquence, c'est essentiellement la résistance thermique de convection qui limite l'évacuation de la chaleur.

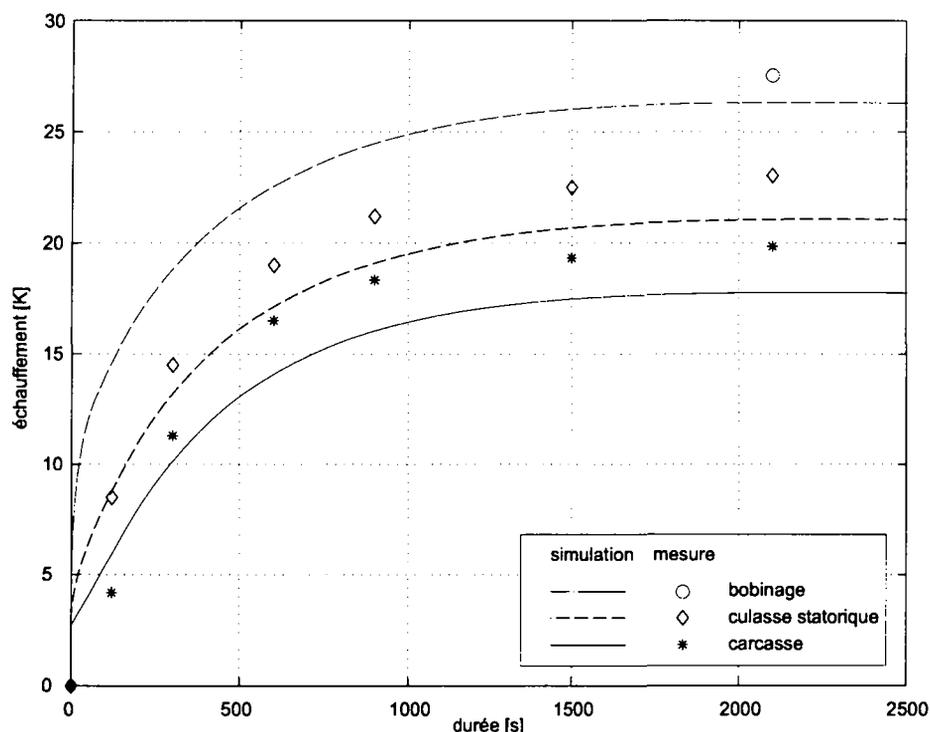


Figure 3.30. Cas 1: évolution de l'échauffement du moteur.

Au début des mesures d'échauffement, l'eau de circulation (et des conduites) est à la température ambiante de la pièce. Quelques heures plus tard (fin des mesures), on remarque une légère augmentation de la température de la conduite ( $\theta_{conduite} = 3\text{ K}$ ). Cette situation correspond donc au cas pour lequel les pertes du moteur chauffent l'eau du circuit hydraulique. En temps normal, lorsque de l'eau chaude ( $75^\circ\text{C}$ ) circule dans les conduites, c'est l'eau de circulation qui chauffe le moteur plutôt que le contraire.

Les mesures montrent que, dans le cas d'un fonctionnement normal du moteur (cas 2 à 5), la température du bobinage ( $T_{bob}$ ) reste bien en deçà des limites thermiques supportables pour le bobinage ( $T_{bob} = T_{conduite} + \theta_{bob} < 120^\circ\text{C}$ ).

Autant le calcul que la mesure montrent que la constante de temps thermique du système est conditionnée par la capacité thermique de la carcasse.

Pour augmenter la précision du modèle thermique il faudrait prendre en compte le transfert de chaleur entre le corps de la pompe (carcasse du moteur) et le circuit hydraulique. Toutefois, le grand nombre d'inconnues rend la modélisation du transfert de chaleur entre la carcasse du moteur, l'eau de circulation et la conduite très délicate.

### 3.7 Bilan et synthèse

Ce chapitre qui regroupe différents éléments d'origine mécanique permet d'une part de compléter l'analyse électromagnétique effectuée dans le second chapitre et d'autre part de s'assurer que la variante de moteur choisie demeure conforme au cahier de charges.

Dans un premier temps, la mise en place d'un modèle analytique décrivant les pertes hydrauliques dans l'entrefer permet d'étendre le bilan énergétique élaboré dans le second chapitre, aux moteurs de pompes de circulation.

En raison des incertitudes relatives au module d'élasticité (non isotrope) du bobinage, ainsi que celles relatives au couplage entre le bobinage et la culasse statorique, le calcul théorique des déformations permet uniquement d'estimer l'ordre de grandeur des fréquences propres du moteur. Sans faire appel à un modèle théorique beaucoup plus poussé, il n'est pas possible de mettre en place une corrélation valable entre les fréquences propres et le bruit acoustique.

Il est indéniable que les fréquences propres du moteur contribuent au bruit de commutation, mais dans le cas étudié, les fréquences propres du moteur ne représentent pas la cause prépondérante de bruit acoustique.

Ces observations tendent à confirmer le fait que le bruit de commutation observé dans le cas de moteurs à bobinage dans l'entrefer est principalement dû à la déformation et aux vibrations des conducteurs qui forment le bobinage. En conséquence, la réduction du bruit de commutation passe par le fait de faire coïncider l'enclenchement du courant de phase avec le passage par zéro de la tension induite. Ceci conduit à proposer deux solutions susceptibles de réduire de façon notable voire de supprimer le bruit de commutation d'un moteur déjà construit:

- Commande à  $180^\circ$  (conventionnelle ou à courant rectangulaire)
- Commande "sinus"

Bien que potentiellement intéressantes, les deux solutions présentées ne sont pas toujours compatibles, économiquement parlant, avec la technologie du "sans capteurs".

Dans une dernière étape, l'établissement du modèle thermique, validé par un ensemble de mesures pratiques permet d'évaluer l'impact de l'environnement thermique du moteur sur celui-ci. Bien que le modèle présenté reste relativement simple, il permet une bonne estimation de l'échauffement du moteur. Bien que peu intéressant en raison du mode de fonctionnement permanent de la pompe, l'établissement de la constante de temps thermique montre les possibilités de surcharger momentanément le moteur.

Le faible échauffement aussi bien mesuré que calculé, démontre que l'environnement thermique de la pompe ne compromet en aucun cas l'utilisation d'un moteur synchrone à aimants permanents pour l'entraînement d'une pompe de circulation pour chauffage central.



# Chapitre 4

## Dimensionnement

---

### 4.1 Introduction

Le dimensionnement d'un moteur réalise la synthèse entre l'analyse électromagnétique d'une part et l'analyse mécanique et thermique d'autre part. Ce chapitre présente la méthode et le dimensionnement d'un moteur synchrone à aimants permanents pour une pompe de circulation pour chauffage central. Ce chapitre comprend les trois étapes suivantes:

- (1) Présentation et analyse des caractéristiques des matériaux qui constituent un moteur (de pompe).
- (2) Choix des paramètres et méthode de dimensionnement d'un moteur.
- (3) Détermination et contrôle des dimensions et des caractéristiques du moteur conçu.

Le chapitre est complété par deux exemples de dimensionnement.

Le pré-dimensionnement d'un moteur synchrone s'effectue selon un choix de critères. Ceux-ci varient en fonction du but recherché: volume minimum, rendement maximum ou dimensions imposées.

En raison du peu d'information sur les différents matériaux qui constituent le moteur, le pré-dimensionnement d'un moteur est toujours délicat à effectuer. En conséquence, le pré-dimensionnement du moteur est réalisé à partir d'équations simplifiées ce qui permet d'effectuer un premier choix parmi les nombreuses solutions possibles. En établissant une méthode de pré-dimensionnement paramétrique, il est possible de parcourir les nombreuses solutions tout en s'assurant que la solution choisie reste conforme au cahier des charges établi.

Lors du dimensionnement proprement dit, on calcule à partir des dimensions géométriques déterminées sur la base du pré-dimensionnement, les caractéristiques électromagnétiques de la variante retenue. Dans ce second cas, le couple est calculé à partir des équations présentées dans les chapitres (2) et (3).

### 4.2 Matériaux

#### 4.2.1 Aimants

Le choix des aimants est un élément clé de la conception d'un moteur à aimants permanents. Il s'effectue soit selon des critères techniques: propriétés magnétiques, mécaniques et thermiques,

soit selon des critères économiques: prix, livraison, fournisseur. Dans le cadre de ce travail nous tiendrons compte essentiellement des critères techniques et du prix.

Lors du choix des aimants, on distingue les aimants ayant des caractéristiques isotropes de ceux ayant des caractéristiques anisotropes. Pour ces derniers, l'induction rémanente est généralement plus élevée que pour les variantes isotropes; mais seule une aimantation dans le sens d'orientation préférentielle est judicieuse. En effet, toute déviation du sens d'aimantation par rapport au sens d'orientation privilégié conduit à une dépréciation importante des valeurs magnétiques. Pour les aimants isotropes, la direction de la magnétisation est libre.

La composition des aimants influence de façon notable leurs caractéristique magnétiques. La figure (4.1) montre les caractéristiques magnétiques des principales familles d'aimants.

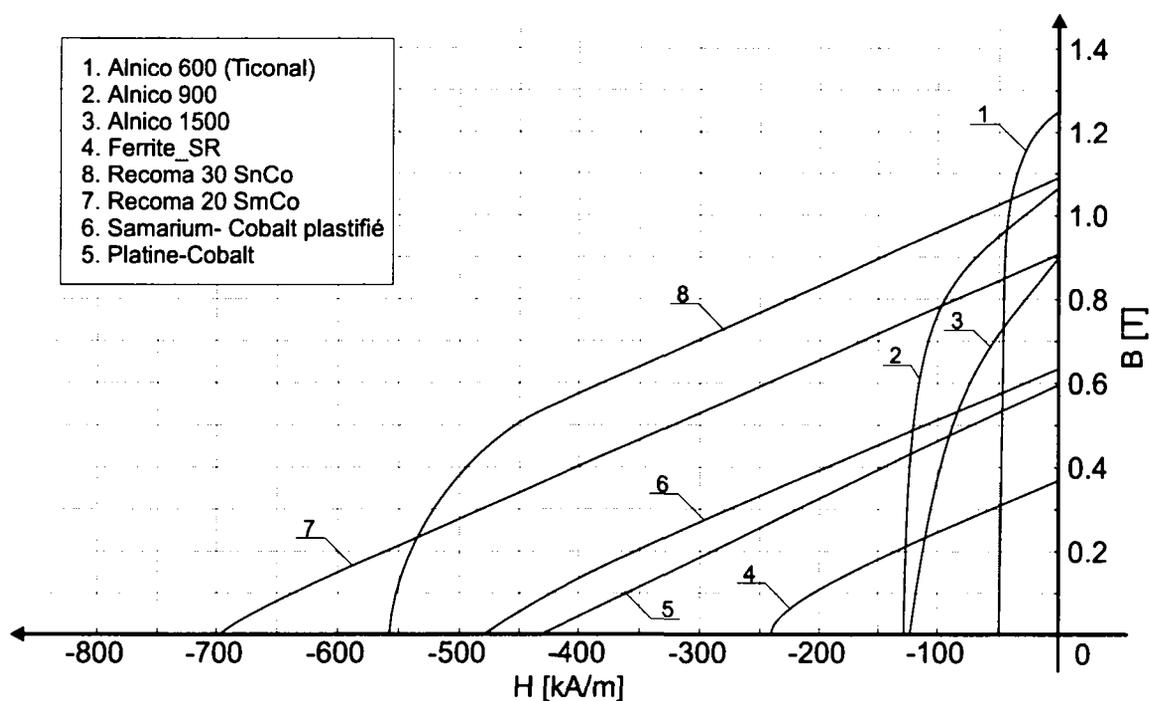
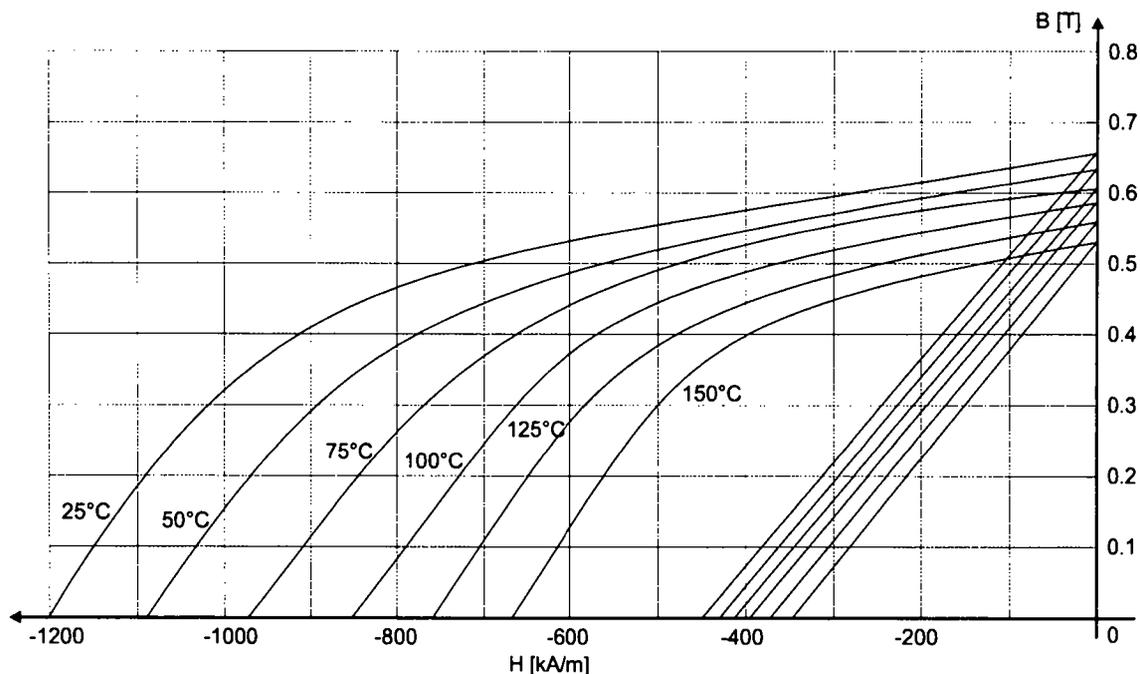


Figure 4.1. Caractéristiques magnétiques des principales familles d'aimants.

Les propriétés mécaniques d'un aimant sont assez médiocres; réalisés généralement à partir de poudres frittées, les aimants restent des matériaux fragiles qu'il convient de manipuler avec le plus grand soin. Lorsque les aimants sont mélangés à des plastiques, leurs caractéristiques mécaniques sont équivalentes à celles du liant.

Dans un moteur, les aimants sont souvent collés sur la culasse rotorique. A haute vitesse, les aimants sont soumis à la force centrifuge; pour les moteurs à rotor interne cette force est défavorable car elle tend à décoller les aimants. Cependant pour de faibles vitesses de rotation (environ 4000 t/min) le problème relatif au décollage des aimants n'intervient pas.

Dans le cas d'une pompe de circulation, la température de l'eau du circuit de chauffage et la température des aimants qui en résulte diminue de façon notable leurs caractéristiques magnétiques (figure 4.2); lors du dimensionnement, il est donc nécessaire de prendre en compte la température de fonctionnement du moteur. Pour une pompe de circulation, la température des aimants et du bobinage prise en compte lors du dimensionnement vaut  $75^{\circ}\text{C}$  (la température maximale que les aimants doivent supporter sans dommages est de  $110^{\circ}\text{C}$ ).



**Figure 4.2.** Evolution des propriétés magnétiques d'un aimant en fonction de la température (aimant MQ1-A 9H de Magnequench).

#### 4.2.2 Chemises statorique et rotorique

La chemise statorique assure l'étanchéité de la pompe et la chemise rotorique protège d'une part les aimants de la corrosion et d'autre part améliore l'état de surface du rotor (ce qui diminue les pertes hydrauliques).

Du point de vue électromagnétique, les caractéristiques d'une chemise idéale sont les suivantes:

- épaisseur minimale,
- conductivité électrique minimale,
- non ferromagnétique.

La possibilité de recourir à une chemise en céramique ou en plastique est écartée car pour garantir une tenue mécanique suffisante, son épaisseur est plus importante que celle nécessaire pour une chemise métallique. Nous avons vu précédemment que l'induction diminue lorsque l'entrefer magnétique augmente; on recherche donc à minimiser l'épaisseur des chemises statorique et rotorique.

Parmi les métaux, tout matériau ferromagnétique est proscrit en raison du court-circuit magnétique qu'il provoque et tout matériau (trop) conducteur électrique est à éviter en raison des pertes fer qu'il génère. Le choix du matériau s'est porté sur de l'acier inoxydable en raison de sa perméabilité magnétique équivalente à celle de l'air, de sa faible conductivité électrique et surtout de sa résistance à la corrosion.

On notera encore que lors de la fabrication, la chemise rotorique est réalisée par roulage puis soudage. Pour éviter de démagnétiser les aimants du rotor, il faut veiller à ce la température de ceux-ci ne dépasse pas le point de Curie.

### 4.2.3 Bobinage et facteur de remplissage

Le fil qui constitue le bobinage est composé d'une âme en cuivre recouverte d'un émail qui assure l'isolation électrique entre les conducteurs. Un film généralement réalisé en polyuréthane ou en polyimide aromatique assure encore l'isolation de masse des bobines. Les fils utilisés dans la fabrication des moteurs sont généralement du type "double isolation" et de classe thermique "B", "F" ou "H". On notera encore qu'il existe des isolations qui polymérisent à haute température (isolations thermo-adhérentes) et d'autres pour lesquelles il est nécessaire d'imprégner le bobinage du stator ultérieurement.

Le diamètre des fils de cuivre est normalisé et le facteur de remplissage  $k_{cu}$  est défini comme le rapport entre la surface de cuivre d'une bobine et la surface physique de l'encoche (figure 4.3). La valeur du facteur de remplissage dépend de l'épaisseur de la couche d'isolation du fil de bobinage et des techniques de bobinage; généralement, ce facteur est de l'ordre de 0.4.

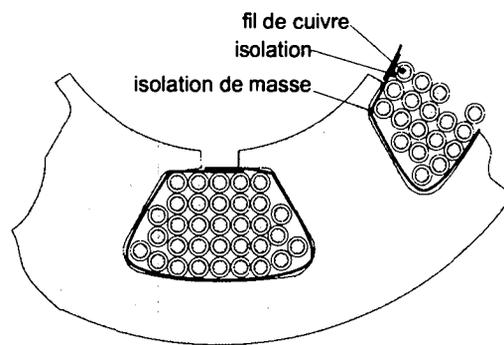


Figure 4.3. Surface du cuivre nette et surface totale.

### 4.2.4 Tôles

Le choix du matériau qui forme l'empilage statorique influence les pertes fer et l'induction maximale admissible dans les dents (moteurs à encoches) et les culasses. Le coefficient de pertes fer des tôles varie d'une part avec la composition des tôles et d'autre part avec l'induction. Plus les tôles sont alliées plus les pertes pour une même induction sont faibles (tableau 2.2) et le prix élevé. Il s'agit alors de trouver un compromis entre le prix des tôles, la diminution des pertes fer et le gain réalisé par la réduction du volume et de la masse du moteur. Le facteur de foisonnement  $k_f$  qui prend en compte le caractère hétérogène des tôles (figure 4.4) est de l'ordre de 0.95.

$$k_f = \frac{n \cdot e_{fer}}{e_{totale}}$$

avec

$n \cdot e_{fer}$  l'épaisseur du fer qui constitue l'empilage de tôles où  $n$  représente le nombre de tôles de l'empilage,  
 $e_{totale}$  l'épaisseur totale du paquet de tôles.

En raison de la perméabilité variable du fer due à la saturation (figure 4.5, a) et de l'évolution du facteur de pertes fer en fonction de l'induction (figure 4.5, b), plutôt que de calculer l'induction dans les dents et les culasses, il s'avère préférable d'imposer une induction et de calculer les dimensions correspondantes.

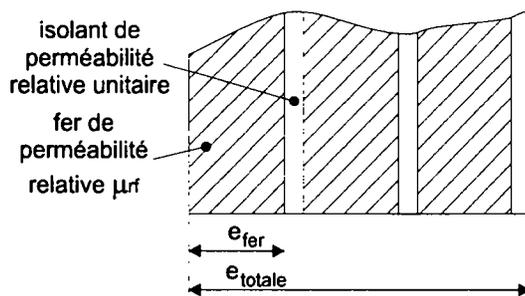


Figure 4.4. Empilage de tôles (stator).

Le moteur étant synchrone, les pertes fer au rotor sont négligeables. C'est donc essentiellement le niveau de la saturation du fer qui fixe la valeur de l'induction maximale de la culasse rotorique. Les valeurs typiques des inductions dans les différentes parties du moteur sont les suivantes:

- dans la culasse statorique:  $B_{cs\ max} = 1$  à  $1.5\ T$ ,
- dans les dents (moteurs à encoches):  $B_{d\ max} = 1.3$  à  $1.6\ T$ ,
- dans la culasse rotorique:  $B_{cr\ max} = 1.5$  à  $1.8\ T$ .

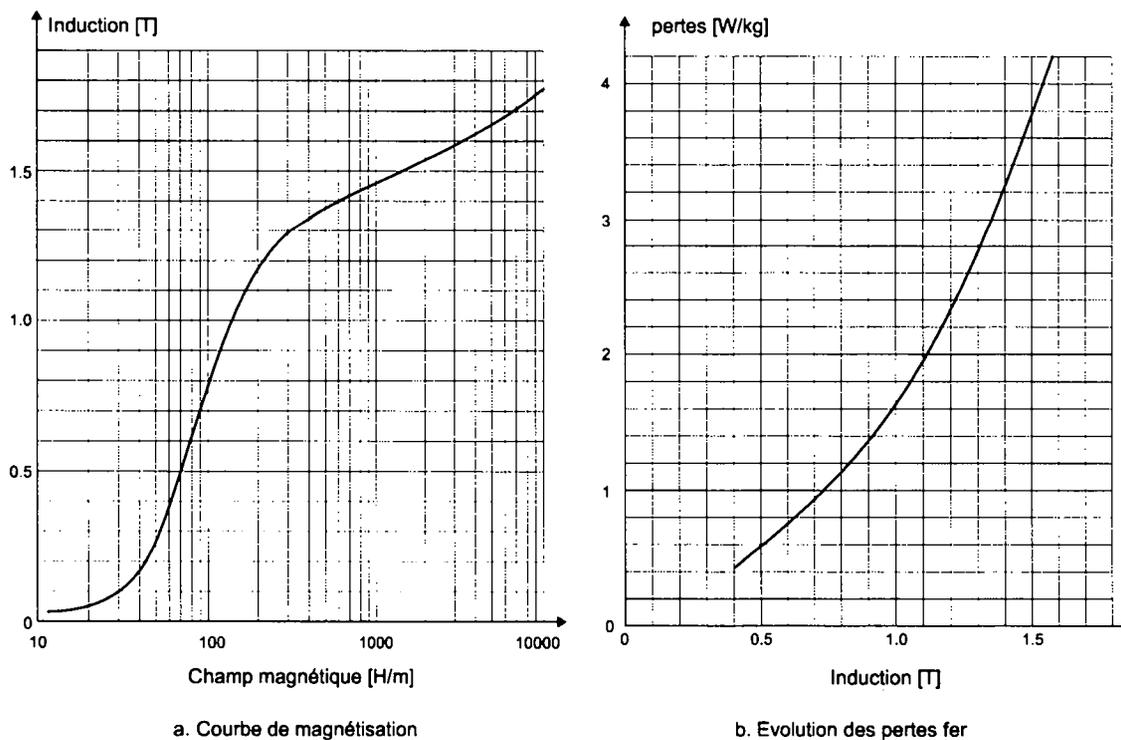


Figure 4.5. Evolution des propriétés magnétiques des tôles (source UGINE).

## 4.3 Méthodologie

### 4.3.1 Variantes choisies

Le moteur que l'on dimensionne pour une pompe de circulation est à courant continu sans collecteur. Le moteur asynchrone et le moteur réluctant sont écartés en raison de leur mauvais rendement en présence d'un grand entrefer magnétique. Le moteur à collecteur est aussi écarté car le collecteur est incompatible avec un rotor immergé. Parmi les possibilités relatives au moteur à courant continu sans collecteur à rotor intérieur, on étudie les variantes suivantes:

- aimant à magnétisation radiale ou parallèle,
- moteur à encoches ou à bobinage dans l'entrefer.

### 4.3.2 Cahier de charges

Le dimensionnement d'un moteur s'effectue sur la base d'un cahier de charges. Selon l'application du moteur, les contraintes varient. Le cahier de charges d'un moteur traite généralement les points suivants:

- le couple à la vitesse nominale (point de fonctionnement),
- le rendement du moteur,
- l'alimentation et la commande,
- le couple de démarrage,
- la température ambiante,
- l'encombrement,
- le bruit acoustique,
- la fiabilité et la durée de vie,
- le prix de fabrication.

Dans le cas de la conception d'un moteur de pompe de circulation, le fonctionnement en régime permanent et quasi-statique élimine les contraintes relatives à l'inertie du rotor et à la constante de temps thermique. Du point de vue de l'encombrement, les dimensions du moteur sont laissées pratiquement libres.

### 4.3.3 Hypothèses simplificatrices adaptées au pré-dimensionnement

Comme le nombre des paramètres qui entrent en jeu lors du calcul d'un moteur est trop élevé pour permettre une étude purement analytique, on sélectionne les critères les plus importants. Pour ce faire, lors du pré-dimensionnement, on effectue les hypothèses suivantes:

- On tient compte de la saturation du fer, en imposant les inductions dans les différentes parties du moteur.

- La chute de potentiel magnétique dans le fer est négligeable par rapport à la chute de potentiel de l'entrefer et de l'aimant. Cette simplification, surtout valable dans le cas d'un moteur à bobinage dans l'entrefer, trouve aussi sa justification dans le cas d'un moteur à encoches chemisé.
- Dans le cas d'un moteur à encoches, le couple réluctant n'est pas pris en compte.
- Lors du pré-dimensionnement les pertes dans la chemise statorique sont calculées uniquement pour le fondamental.

#### 4.3.4 Choix des paramètres

Pour effectuer le pré-dimensionnement, on impose les paramètres suivants:

- le nombre de phases;
- le nombre de pôles; si le nombre de pôles est unitaire le type de magnétisation (radiale ou parallèle);
- le nombre d'encoches (moteurs à encoches) ou le nombre de bobines ainsi que leur étalement  $\alpha_w$  (moteurs à bobinage dans l'entrefer);
- la taille de l'entrefer;
- la longueur de l'aimant, donnée facultative cf § 4.4.3 et § 4.5.2;
- l'induction dans les dents, la culasse statorique et la culasse rotorique;

La méthode de calcul utilisée ici consiste à exprimer toutes les caractéristiques du moteur en fonction du diamètre "moyen"  $d_m$  défini au § 2.6.4. Comme la valeur du couple est imposée par le point de fonctionnement du moteur, il est possible de calculer la densité de courant et les pertes Joule qui correspondent au point de fonctionnement imposé. Pour permettre une étude paramétrique, on introduit les rapports suivants:

##### Rapport $\gamma$

Le rapport  $\gamma$  permet d'exprimer la surface du cuivre en fonction du diamètre  $d_m$ . Il est défini comme le rapport de la hauteur du bobinage et de rayon  $\frac{d_m}{2}$ .

$$\gamma = \frac{2 \cdot h_{bob}}{d_m} \quad (4.1)$$

- Dans le cas d'un moteur à encoches, la hauteur du bobinage correspond à la hauteur d'une dent et le diamètre  $d_m$  est égal au diamètre d'alésage; le rapport  $\gamma$  devient:

$$\gamma = \frac{2 \cdot h_d}{d_{sa}} \quad (4.2)$$

On définit encore  $\gamma_{hp}$ , le rapport entre la hauteur des pré-encoches  $h_p$  et le diamètre d'alésage.

$$\gamma_{hp} = \frac{2 \cdot h_p}{d_{sa}} \quad (4.3)$$

Lors du pré-dimensionnement, la hauteur des pré-encoches est fixée arbitrairement en fonction du diamètre d'alésage.

$$h_p = \begin{cases} 1 \text{ mm} & d_{sa} \leq 10 \text{ mm} \\ 1.5 \text{ mm} & \text{pour } 10 \text{ mm} < d_{sa} \leq 20 \text{ mm} \\ 2 \text{ mm} & 20 \text{ mm} < d_{sa} \leq 30 \text{ mm} \end{cases}$$

- Dans le cas d'un moteur à bobinage dans l'entrefer, le diamètre  $d_m$  correspond au diamètre moyen du bobinage; le rapport  $\gamma$  vaut:

$$\gamma = \frac{2 \cdot h_{bob}}{d_{wm}} \quad (4.4)$$

De plus, dans le cas d'un moteur à bobinage dans l'entrefer, le diamètre  $d_m$  est fonction de l'entrefer  $\delta$ , du diamètre externe de l'aimant  $d_{ae}$  et du rapport  $\gamma$ .

$$d_{wm} = \frac{2 \cdot (d_{ae} + 2 \cdot \delta)}{(2 - \gamma)} \quad (4.5)$$

### Rapport $\varepsilon$

Le rapport  $\varepsilon$  exprime la longueur active du moteur en fonction du diamètre  $d_m$ . Il détermine la forme du moteur ainsi que l'influence des développantes sur les caractéristiques électromagnétiques. La valeur de  $\varepsilon$  correspond au rapport suivant:

$$\varepsilon = \frac{l_{act}}{d_m} \quad (4.6)$$

Dans le cas d'un moteur à bobinage dans l'entrefer de type auto-porteur, la longueur axiale des développantes ainsi que le facteur de raccourcissement s'expriment en fonction du rapport entre la longueur axiale du bobinage  $l_w$  et la longueur active du moteur  $l_{act}$ . En conséquence on introduit le rapport  $\varepsilon_b$  suivant:

$$\varepsilon_b = \frac{l_w}{l_{act}} \quad (4.7)$$

Lors du pré-dimensionnement, la valeur du rapport  $\varepsilon_b$  est fixée à 1.2.

### 4.3.5 Nombre de phases

Dans le cadre de ce projet, le choix du nombre de phases s'est porté sur un bobinage triphasé symétrique. Comme la majorité des moteurs à commutation électronique sont triphasés, il existe sur le marché toute une série d'alimentations et de commandes intégrées. De plus, en faisant abstraction du couple réluctant, 3 phases représentent un bon compromis entre le nombre de transistors (six) du pont onduleur et les oscillations de couple .

### 4.3.6 Choix du nombre de pôles

Le nombre de pôles du moteur et, dans une certaine mesure, le nombre de dents statoriques (moteur à encoches) ou de bobines associées à une phase (moteur à bobinage dans l'entrefer) sont autant de paramètres qu'il faut prendre en compte lors d'un dimensionnement. Bien que les dimensions du moteur diminuent lorsque le nombre de paires de pôles augmente, il est impossible de trop augmenter le nombre de paires de pôles d'un moteur pour les raisons suivantes:

- Pour des raisons techniques, il n'est pas possible de disposer un très grand nombre d'aimants sur une culasse rotorique et dans le cas d'un aimant annulaire, le nombre de secteurs est limité par les techniques de magnétisation.
- Le nombre de paires de pôles détermine l'influence du flux de fuite par rapport au flux principal. Plus le nombre de paires de pôles augmente, plus l'angle de fuite prend de l'importance par rapport à l'angle d'un pôle; en conséquence, l'induction dans l'entrefer diminue.
- Pour une vitesse de rotation donnée, le nombre de paires de pôles fixe la fréquence de commutation des phases. Lorsque cette dernière est élevée, les pertes de l'électronique de commande augmentent.

#### 4.3.7 Choix du nombre d'encoches ou de bobines

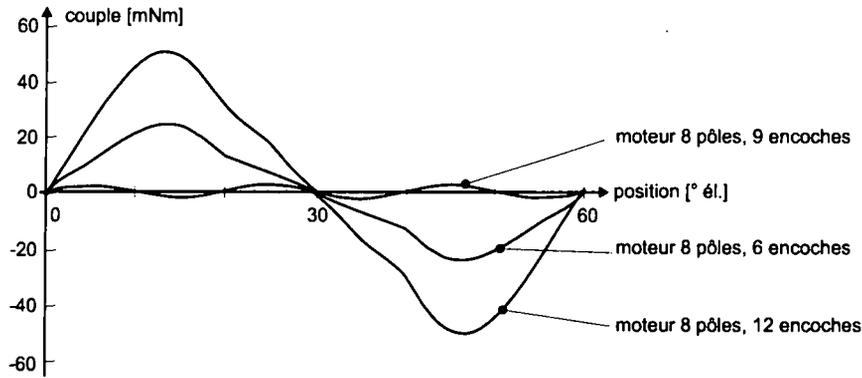
Pour un nombre de phases et de paires de pôles donné, le choix du nombre d'encoches statoriques est relativement limité d'une part pour des raisons mécaniques et d'autre part pour des raisons électromagnétiques (cf. tableau 2.1). En effet pour des raisons de construction, le pas dentaire  $\tau_d$  d'un moteur de faible puissance varie entre 6 et 15 *mm*; en conséquence pour un diamètre d'alésage de 40 *mm*, le nombre d'encoches statoriques est compris entre 8 et 20.

Pour un nombre de phases et de pôles donné, le choix du nombre d'encoches détermine le bobinage du moteur. Selon le choix effectué, le bobinage sera plus ou moins facile à réaliser (donc plus ou moins cher). Ainsi, lorsque le nombre d'encoches par pôles et par phase  $q$  est supérieur à 0.5 le bobinage du moteur est de type réparti alors que dans le cas où  $q$  est inférieur ou égal à 0.5 le bobinage est concentrique. Le coût du bobinage dépendra alors de l'équipement de l'entreprise productrice.

Dans le cas d'un moteur à encoches, le couple réactant est fonction de la combinaison entre le nombre de paires de pôles et le nombre de dents statoriques. Selon l'application, un couple réactant important est à éviter (oscillations de couple, bruit acoustique). Certaines configurations se montrent plus favorables que d'autres. La figure (4.6) montre le couple réactant, calculé à l'aide d'un programme de simulation développé au LEME [2], pour trois moteurs de caractéristiques (mêmes rotor, diamètre d'alésage et couple nominal) identiques. Bien que du point de vue purement théorique, la configuration 8 pôles, 9 bobines présente le couple réactant le plus faible, ce n'est pas forcément la meilleure solution. En effet, en raison de la sensibilité du couple réactant à d'autres paramètres tels que l'excentricité du rotor, la configuration 8 pôles, 12 bobines se révèle pratiquement meilleure.

#### 4.3.8 Taille de l'entrefer

La taille de l'entrefer  $\delta$  d'un moteur dépend de son diamètre et des tolérances de fabrication. Dans le cas d'un moteur chemisé, l'entrefer  $\delta$  correspond à la somme de l'entrefer hydraulique et de l'épaisseur des chemises. On distingue l'entrefer hydraulique  $\delta_h$ , qui correspond à la distance physique entre le rotor et le stator, de l'entrefer magnétique  $\delta_m$  qui représente la distance entre l'aimant du rotor et le circuit fer statorique (cf § 2.4.3). L'épaisseur de la chemise statorique varie entre 0.25 et 0.35 *mm*, celle de la chemise rotorique entre 0.15 et 0.35 *mm*; la distance entre les chemises statorique et rotorique est de l'ordre de 0.3 *mm*. En conséquence, l'entrefer  $\delta$  du moteur chemisé à encoches varie entre 0.7 *mm* et 1 *mm*.



**Figure 4.6.** Allure et amplitude du couple réductant en fonction du nombre d'encoches (figure tirée de [24]).

$$\delta = \delta_h + e_{chr} + e_{chs} \quad (4.8)$$

avec

- $\delta_h$  l'entrefer hydraulique ou la distance entre les chemises rotorique et statorique
- $e_{chr}$  l'épaisseur de la chemise rotorique
- $e_{chs}$  l'épaisseur de la chemise statorique

Dans le cas d'un moteur à encoches, la taille de l'entrefer magnétique  $\delta_m$  correspond au produit de l'entrefer  $\delta$  par le facteur de Carter; pour le pré-dimensionnement, on introduit la valeur du facteur de Carter; la valeur typique est  $k_c = 1.05$ .

Dans le cas d'un moteur à bobinage dans l'entrefer, la valeur de l'entrefer magnétique est fonction du rapport  $\gamma$ .

$$\delta_m = \frac{(2 + \gamma) \cdot \delta + \gamma \cdot d_{ae}}{2 - \gamma} \quad (4.9)$$

#### 4.3.9 Couple électromagnétique pour une commande à 120°

Lors du pré-dimensionnement, le couple électromagnétique moyen d'un moteur synchrone à aimants permanents est donné par l'expression suivante [24]:

$$M = \Theta_{bob} \cdot B_{moy} \cdot l_{act} \cdot \frac{d_m}{2} \quad (4.10)$$

$B_{moy}$  représente l'induction moyenne calculée sur un pôle avec,  $d = d_m$ :

$$\begin{aligned} B_{moy} &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta=0}^{\pi} b(d_m, \theta) \cdot d\theta \\ &= B_{\max}(d_m) \cdot \chi_{bm} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Selon la magnétisation du rotor l'expression de  $\chi_{bm}$  varie:

$$\chi_{bm} = \begin{cases} \frac{2}{\pi} & \text{pour une magnétisation parallèle} \\ \frac{[f \cdot \cosh(f) - \sinh(f)]}{f \cdot [\cosh(f) - 1]} & \text{pour une magnétisation radiale} \end{cases} \quad (4.12)$$

où  $f$  représente le facteur de forme de la fonction hyperbolique.

Pour un moteur triphasé et commandé en courant à 120°, le potentiel magnétique du bobinage  $\Theta_{bob}$  est donné par l'expression suivante [24]:

$$\Theta_{bob} = \frac{2}{3} \cdot J \cdot S_{uCu} \cdot k_w \quad (4.13)$$

avec

$J$  la densité de courant [ $A/m^2$ ],  
 $S_{uCu}$  la surface utile de cuivre du moteur [ $m^2$ ].

En introduisant (4.6), (4.11) et (4.13) dans (4.10), l'expression du couple devient:

$$M = \frac{2}{3} \cdot J \cdot S_{uCu} \cdot k_w \cdot B_{\max}(d_m) \cdot \chi_{bm} \cdot \varepsilon \cdot \frac{d_m^2}{2} \quad (4.14)$$

Lorsque le couple est donné par le point de fonctionnement du moteur, la densité de courant de même que les différentes pertes du moteur ne dépendent que des matériaux et des dimensions géométriques du moteur.

**Remarque 6** Pour une commande à 120° (commandée en courant), les pertes Joule du moteur sont données par:

$$P_{Joule} = 2 \cdot R_{ph} \cdot I_{\max}^2 \quad (4.15)$$

Exprimées en fonction du volume de cuivre, les pertes Joule du moteur prennent la forme suivante:

$$P_{Joule} = \rho_{el} \cdot \frac{S_{uCu} \cdot \overline{l}_{sp}}{m} \cdot J_{\max}^2 \quad (4.16)$$

où  $\overline{l}_{sp}$  représente la longueur moyenne d'une spire.

## 4.4 Calcul des dimensions du moteur

### 4.4.1 Détermination de la largeur d'une dent (moteur à encoches)

Comme l'induction maximale dans les dents est une grandeur imposée, la largeur d'une dent dépend du nombre de dents par pôle du moteur, de la distribution de l'induction dans l'entrefer (au niveau du diamètre d'alésage) et bien sûr de l'induction maximale admise dans les dents. Le flux maximum qui traverse une dent se calcule lorsque la dent est centrée sur un pôle du moteur (figure 4.7). En négligeant l'influence des pré-encoches, le flux  $\Phi_{d\max}$  qui traverse une dent correspond à l'intégrale suivante:

$$\Phi_{d\max} = \int_{\theta_{\max} - \frac{\theta_d}{2}}^{\theta_{\max} + \frac{\theta_d}{2}} b(d_{sa}, \theta) \cdot l_{act} \cdot \frac{d_{sa}}{2 \cdot p} \cdot d\theta \quad (4.17)$$

avec

$\theta_d$  l'angle électrique correspondant au pas dentaire,  $\theta_d = \frac{2 \cdot \pi \cdot p}{Z_n}$ .

l'angle de position  $\theta_{\max}$  représente l'angle électrique qui correspond à l'induction maximale; pour une distribution impaire de l'induction  $b(\theta)$  dans l'entrefer,  $\theta_{\max}$  vaut  $\pi/2 + k \cdot \pi$ .

Après résolution, le flux dentaire maximum vaut:

$$\Phi_{d \max} = \frac{B_{dsa} \cdot l_{act} \cdot d_{sa}}{p} \cdot \chi_{d \max} \quad (4.18)$$

avec

$B_{dsa}$  l'amplitude maximale de l'induction calculée au niveau du diamètre d'alésage.

Le facteur  $\chi_{d \max}$  est fonction de la distribution de l'induction dans l'entrefer et de la magnétisation.

$$\chi_{d \max} = \begin{cases} \sin\left(\frac{2 \cdot p \cdot \pi}{Z_n}\right) & \text{magnétisation parallèle} \\ \frac{\pi}{f \cdot Z_n} \cdot \frac{[2 \cdot f \cdot p \cdot \cosh(f) - Z_n \cdot \sinh\left(\frac{2 \cdot f \cdot p}{Z_n}\right)]}{[\cosh(f) - 1]} & \text{magnétisation radiale et} \\ & 2 \cdot p \leq Z_n; (\theta_d \leq \pi) \\ \pi \cdot \frac{[(\frac{2 \cdot f \cdot p}{Z_n} - f) \cdot \cosh(f) - \sinh(f) + \sinh\left(\frac{2 \cdot f \cdot (Z_n - p)}{Z_n}\right)]}{f \cdot [\cosh(f) - 1]} & \text{magnétisation radiale et} \\ & 2 \cdot p > Z_n; (\theta_d > \pi) \end{cases} \quad (4.19)$$

La largeur  $b_d$  d'une dent est déterminée par le rapport des inductions et des surfaces.

$$b_d = \frac{B_{dsa} \cdot d_{sa}}{B_{d \max} \cdot k_f \cdot p} \cdot \chi_{d \max} \quad (4.20)$$

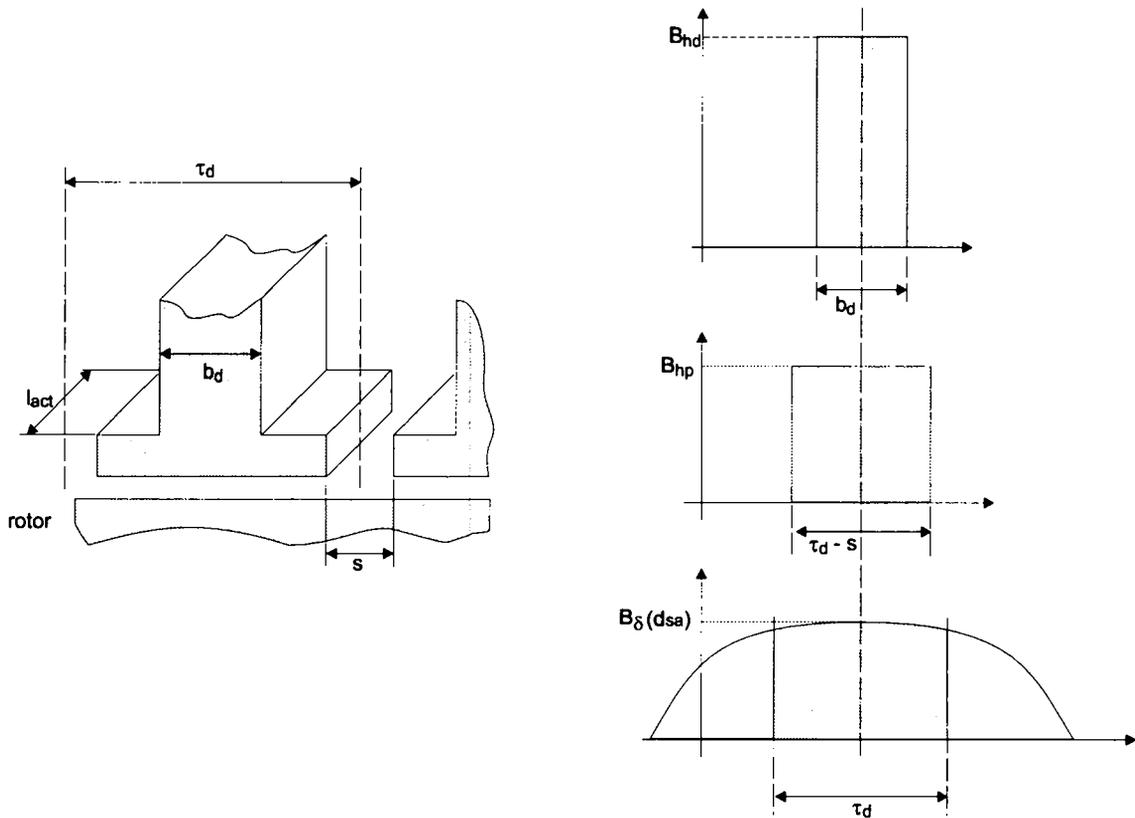


Figure 4.7. Répartition de l'induction dans les dents et les pré-encoches.

#### 4.4.2 Détermination de la hauteur des culasses

La hauteur des culasses d'un moteur (figure 4.8) est fonction du flux principal (culasse statorique) et du flux total produit par l'aimant.

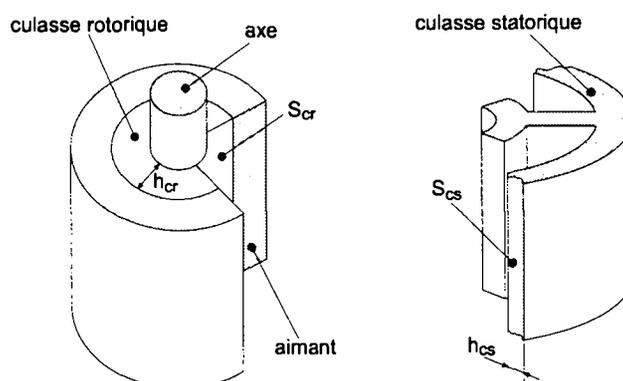


Figure 4.8. Représentation des culasses rotorique (à gauche) et statorique (à droite).

##### Culasse statorique

Autant pour les moteurs à bobinage dans l'entrefer que pour ceux à encoches, la hauteur de la culasse statorique est fonction du flux principal. Selon la magnétisation de l'aimant, le flux principal calculé sur un demi-pôle vaut:

$$\Phi_p = \frac{B_{d\delta e} \cdot \pi \cdot l_{act} \cdot d_{\delta e}}{2 \cdot p} \cdot \chi_{bm} \quad (4.21)$$

avec

$B_{d\delta e}$  l'induction maximale calculée au niveau de l'entrefer magnétique,  
 $\chi_{bm}$  le rapport entre l'induction moyenne et maximale d'un pôle (eq. 4.12).

La hauteur de la culasse statorique  $h_{cs}$  est alors donnée par le rapport des inductions et des surfaces (le facteur 1/2 vient du fait que le flux produit par un pôle se partage en deux).

$$h_{cs} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_{d\delta e} \cdot \pi \cdot d_{\delta e} \cdot \chi_{bm}}{2 \cdot p \cdot k_f \cdot B_{cs \max}} \quad (4.22)$$

La hauteur de la culasse statorique est inversement proportionnelle au nombre de paires de pôles du moteur.

##### Culasse rotorique

Pour déterminer la hauteur de la culasse rotorique  $h_{cr}$ , on calcule le flux produit par l'aimant, au niveau de sa surface externe. Dans le cas d'une magnétisation radiale, en négligeant les fuites, la distribution de l'induction au niveau de la surface de l'aimant est approchée par une fonction en créneau. Le flux qui traverse la culasse rotorique correspond au flux total produit par l'aimant est alors donné par:

$$\Phi_{cr} = \frac{B_{dae} \cdot \pi \cdot l_{act} \cdot d_{ae}}{2 \cdot p} \quad (4.23)$$

avec

$B_{dae}$  l'induction maximale calculée au niveau de la surface de l'aimant.

Dans le cas d'une magnétisation parallèle, seule une partie du flux de l'aimant traverse la culasse rotorique. Celui-ci correspond à l'intégrale suivante (figure 4.9):

$$\Phi_{cr} = l_{act} \cdot \frac{d_{ae}}{2} \cdot \int_{\frac{\pi}{2} - \varphi_{t \min}}^{\frac{\pi}{2} + \varphi_{t \min}} B_{dae} \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta \quad (4.24)$$

l'angle  $\varphi_{t \min}$  représente l'angle de transition entre le flux qui reste dans l'aimant et celui qui traverse la culasse rotorique. Sa valeur est fonction des diamètres externe et interne de l'aimant.

$$\varphi_{t \min} = a \cos\left(\frac{d_{ai}}{d_{ae}}\right) \quad (4.25)$$

Après résolution complète, le flux qui traverse la culasse rotorique vaut:

$$\Phi_{cr} = \sqrt{d_{ae}^2 - d_{ai}^2} \cdot l_{act} \cdot B_{dae} \quad (4.26)$$

L'épaisseur de la culasse rotorique est déterminée comme précédemment en fixant le niveau d'induction désiré.

$$h_{cr} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_{dae}}{B_{cr \max}} \cdot \begin{cases} \frac{\pi}{2 \cdot p} \cdot d_{ae} & \text{pour une magnétisation radiale} \\ \sqrt{d_{ae}^2 - d_{ai}^2} & \text{pour une magnétisation parallèle} \end{cases} \quad (4.27)$$

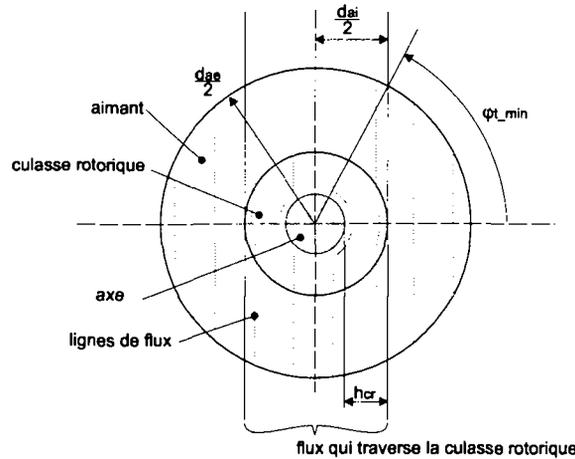


Figure 4.9. Rotor à aimantation radiale: représentation de l'angle  $\varphi_{t \lim}$ .

**Remarque 7** La largeur des dents et la hauteur des culasses déterminées ici ne tient compte que des contraintes électromagnétiques. Il s'avère donc nécessaire de confronter les résultats obtenus avec ceux résultant des contraintes relatives aux méthodes de fabrication.

### 4.4.3 Longueur de l'aimant

Lors du dimensionnement, les propriétés magnétiques d'un aimant se résument à sa courbe d'induction. Le point de fonctionnement de l'aimant est alors fixé par l'intersection de la droite de charge du circuit magnétique et de sa caractéristique (figure 2.2). Lors du pré-dimensionnement, la longueur de l'aimant est soit imposée soit calculée de façon à assurer une induction maximale dans l'entrefer. Dans ce second cas, le calcul de la longueur de l'aimant est fonction du type de magnétisation.

## Magnétisation radiale

Dans le cas d'une magnétisation radiale, le modèle analytique développé dans le second chapitre montre qu'il existe pour un entrefer magnétique (représenté par le rapport  $\lambda$ ) donné, une longueur d'aimant (représenté par le rapport  $\kappa$ ) qui maximise l'induction dans l'entrefer ( $\kappa = \kappa_{opt}$ ). La longueur maximale de l'aimant  $l_{a \max}$ , calculée à partir de l'équation (2.32) représente aussi la limite de validité du modèle analytique.

$$\ln(\lambda) \cdot \mu_{ra} + 1 - \frac{d_{ae}}{d_{ae} - 2 \cdot l_{a \max}} + \ln\left(\frac{d_{ae}}{d_{ae} - 2 \cdot l_{a \max}}\right) = 0 \quad (4.28)$$

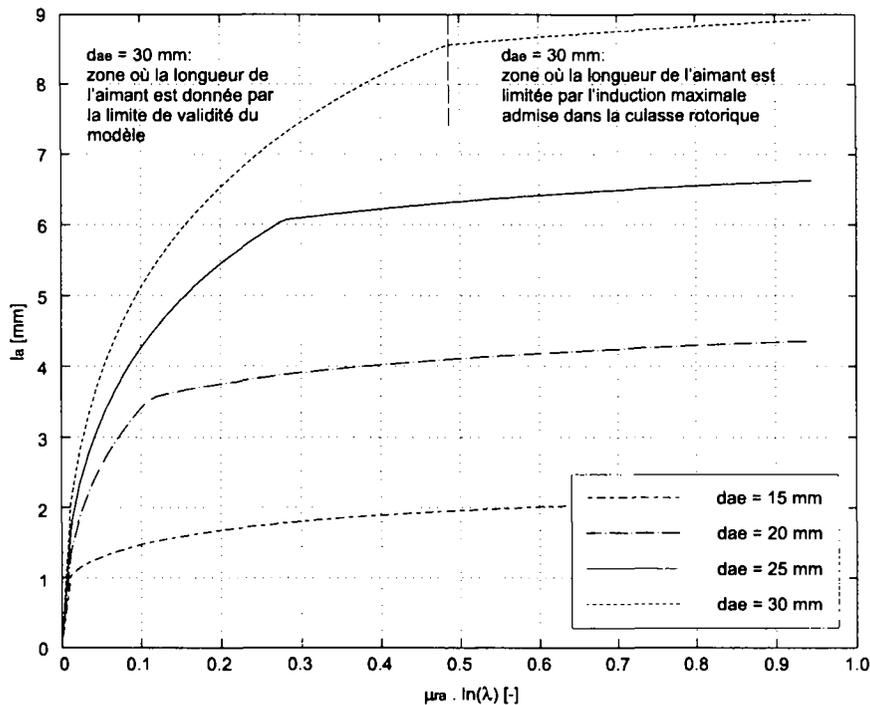
Selon la taille de l'axe (non ferromagnétique) et la valeur de l'induction maximale  $b_{cr \max}$  admise dans la culasse rotorique, il arrive que la longueur de l'aimant calculée par la relation (4.28) engendre une induction dans la culasse rotorique supérieure à celle admise. En négligeant la chute de potentiel magnétique dans le fer, la longueur de l'aimant doit alors satisfaire la seconde condition déterminée à partir des équations (2.29) et (4.27). Cette seconde condition exprime la longueur de l'aimant en fonction de l'induction maximale admise dans la culasse rotorique.

$$\left[ \mu_{ra} \cdot \ln(\lambda) + \ln\left(\frac{d_{ae}}{d_{ae} - 2 \cdot l_a}\right) \right] \cdot \left[ \frac{d_{ae} - d_{axe}}{2 \cdot l_a} - 1 \right] - \frac{B_0}{B_{cr \max}} \cdot \frac{\pi}{2 \cdot p} \geq 0 \quad (4.29)$$

avec

$$0 < l_a \leq l_{a \max}$$

La figure (4.10) montre l'évolution de la longueur de l'aimant en fonction de la taille de l'axe, du diamètre externe de l'aimant et de l'induction admise dans la culasse rotorique.



**Figure 4.10.** Magnétisation radiale et 6 paires de pôles: évolution de la longueur de l'aimant calculée pour  $B_0 = 0.64 \text{ T}$ , une induction maximale de la culasse rotorique de  $1.5 \text{ T}$  et un axe de diamètre de  $10 \text{ mm}$ .

Nous verrons par la suite, que lorsque toutes les dimensions du moteur sont déterminées, la longueur de l'aimant peut sans autre être diminuée sans pour autant compromettre les caractéristiques électromagnétiques du moteur.

### Magnétisation parallèle

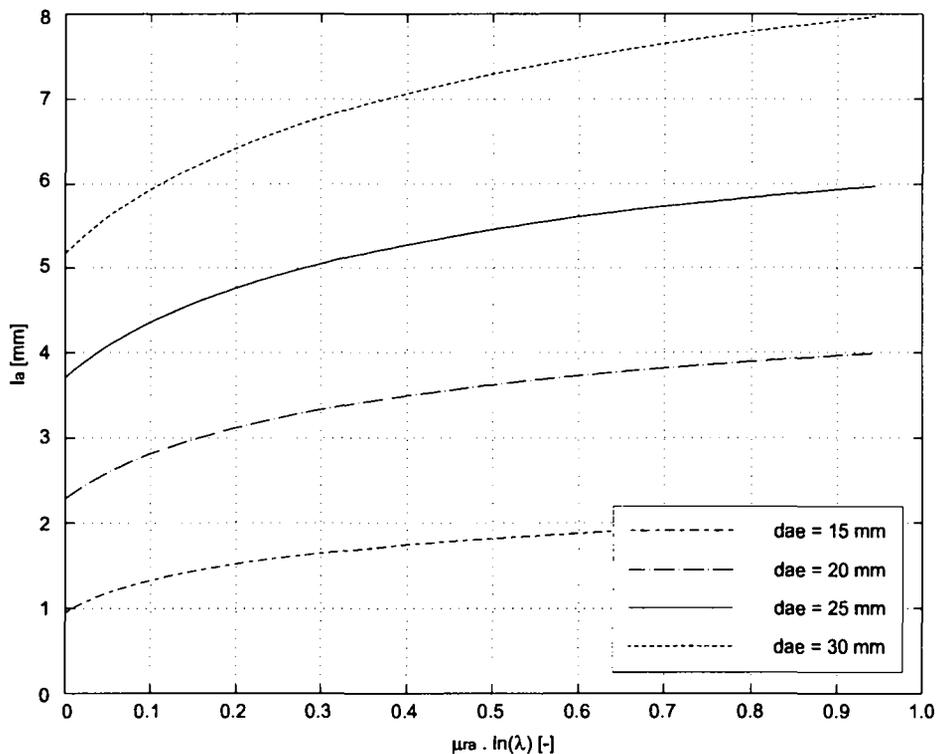
Dans le cas d'une magnétisation parallèle, l'induction dans l'entrefer augmente continuellement avec la longueur de l'aimant. Toutefois le modèle analytique employé est valable tant que la condition suivante est respectée:

$$l_{a \max} \leq \left( \frac{\pi^2}{4} - \mu_{ra} \cdot \ln(\lambda) \right) \cdot \frac{d_{ae}}{2} \quad (4.30)$$

Comme le produit  $\mu_{ra} \cdot \ln(\lambda)$  est pratiquement toujours inférieur à l'unité, cette condition est généralement satisfaite ( $2 \cdot l_{a \max} \leq d_{ae}$ ). Pour le pré-dimensionnement, lorsque la longueur de l'aimant n'est pas imposée, on calcule uniquement en fonction de la taille de l'axe, des caractéristiques de l'aimant et de l'entrefer magnétique, la longueur de l'aimant qui correspond à l'induction maximale admise dans la culasse rotorique. La longueur de l'aimant doit alors satisfaire la condition suivante calculée à partir des équations (2.29) et (4.27).

$$\frac{(d_{ae} - 2 \cdot l_a - d_{axe}) \cdot (d_{ae} \cdot \mu_{ra} \cdot \ln(\lambda) + 2 \cdot l_a)}{4 \cdot l_a \cdot \sqrt{l_a \cdot d_{ae} - l_a^2}} - \frac{B_0}{B_{cr \max}} > 0 \quad (4.31)$$

La figure (4.11) montre l'évolution de la longueur de l'aimant en fonction de la taille de l'axe, du diamètre externe de l'aimant et de l'induction admise dans la culasse rotorique.



**Figure 4.11.** Magnétisation parallèle: évolution de la longueur de l'aimant calculée pour  $B_0 = 0.64 \text{ T}$ , une induction maximale de la culasse rotorique de  $1.5 \text{ T}$  et un axe de  $10 \text{ mm}$  de diamètre.

#### 4.4.4 Surface utile de cuivre

Pour déterminer la surface utile de cuivre  $S_{uCu}$  on distingue le cas du moteur à encoches de celui à bobinage dans l'entrefer.

##### Moteur à encoches

Dans le cas d'un moteur à encoches, la surface utile de cuivre se calcule à partir de la surface d'une encoche,  $S_{ec}$ . Pour la calculer, on assimile celle-ci à un trapèze dont la largeur moyenne  $b_{ec}$  correspond à la largeur moyenne de l'encoche et sa hauteur à celle d'une dent (figure 4.12).

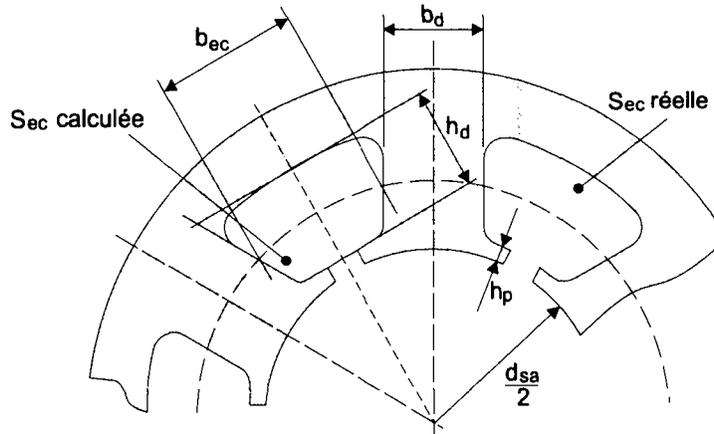


Figure 4.12. Modélisation des encoches

La surface d'une encoche correspond à la relation suivante:

$$S_{ec} = b_{ec} \cdot h_d \quad (4.32)$$

où la largeur moyenne de l'encoche  $b_{ec}$  vaut:

$$b_{ec} = \frac{\pi}{Z_n} \cdot [d_{sa} + 2 \cdot h_p + h_d] - b_d \quad (4.33)$$

En introduisant (4.33), les rapports  $\gamma$  et  $\gamma_{hp}$  dans l'équation (4.32), la surface de l'encoche devient:

$$S_{ec} = \left[ \frac{\pi}{2 \cdot Z_n} \cdot \left[ 1 + \gamma_{hp} + \frac{\gamma}{4} \right] - \frac{B_{dsa} \cdot \chi_{d_{max}}}{2 \cdot B_{d_{max}} \cdot k_f \cdot p} \right] \cdot \gamma \cdot d_{sa}^2 \quad (4.34)$$

La surface utile de cuivre totale du moteur à encoches vaut:

$$S_{uCu} = \left[ \frac{\pi}{2} \cdot \left[ 1 + \gamma_{hp} + \frac{\gamma}{4} \right] - \frac{Z_n \cdot B_{dsa} \cdot \chi_{d_{max}}}{2 \cdot B_{d_{max}} \cdot k_f \cdot p} \right] \cdot k_{cu} \cdot \gamma \cdot d_{sa}^2 \quad (4.35)$$

##### Moteur à bobinage dans l'entrefer

Dans le cas d'un moteur à bobinage dans l'entrefer, la surface d'une bobine est fonction du type de bobinage. Relativement au moteur à bobines adjacentes, la surface totale du bobinage est donnée par l'expression suivante:

$$S_{uCu} = 2 \cdot b_w \cdot h_{bob} \cdot N_{bob} \cdot k_{cu} \quad (4.36)$$

En introduisant (2.39) et (4.4) dans (4.36), la surface utile de cuivre vaut:

$$S_{uCu} = \frac{\alpha_w}{p} \cdot N_{bob} \cdot k_{cu} \cdot \gamma \cdot d_{wm}^2 \quad (4.37)$$

Dans le cas d'un bobinage en panier, en raison de l'inclinaison des spires du bobinage (figure 4.13) la surface utile de cuivre devient:

$$S_{uCu} = N_{bob} \cdot \frac{\alpha_w}{2 \cdot p} \cdot \sin(\varphi) \cdot k_{cu} \cdot \gamma \cdot d_{wm}^2 \quad (4.38)$$

avec

$$\sin(\varphi) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{r_{10}}{2 \cdot p \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_b}\right)^2 + 1}} & \text{en forme de losange} \\ \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{r_{10}}{4 \cdot p \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_b}\right)^2 + 1}} & \text{pour des spires de forme triangulaire} \end{cases}$$

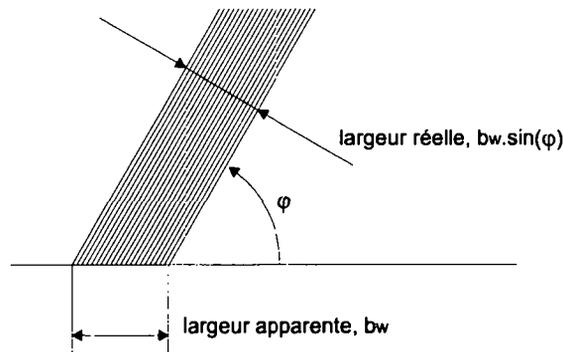


Figure 4.13. Moteur à bobinage auto-porteur: largeur réelle et apparente d'une bobine.

L'analyse des équations (4.34), (4.37) et (4.38) montre que, quel que soit le type de moteur, la surface utile de cuivre augmente avec le carré du diamètre  $d_m$ .

$$S_{uCu} = f(d_m^2)$$

#### 4.4.5 Longueur moyenne d'une spire et taille des développantes

Bien que la longueur moyenne d'une spire n'influence pas la densité de courant, elle demeure indispensable pour calculer les pertes Joule du moteur. Comme pour la détermination de la surface utile de cuivre, on distingue le cas du moteur à encoches de celui à bobinage dans l'entrefer.

##### Moteur à encoches

Dans le cas d'un moteur à encoches, la longueur moyenne d'une spire est fonction de son ouverture  $s$  exprimée en encoches.

$$\overline{l_{sp}} = 2 \cdot \left[ l_{act} + k_{c-dev} \cdot \pi \cdot [d_{sa} + 2 \cdot h_p + h_d] \cdot \frac{s}{Z_n} \right] \quad (4.39)$$

où  $k_{c-dev}$  est un facteur de correction empirique, lorsque l'ouverture des bobines est supérieure à l'unité  $k_{c-dev}$  vaut 1.5 et si la bobine est concentrique ( $s = 1$ ) le facteur  $k_{c-dev}$  vaut 1

En introduisant les rapports  $\gamma$ ,  $\gamma_{hp}$  et  $\varepsilon$  dans (4.39), la longueur moyenne d'une spire devient:

$$\overline{l_{sp}} = 2 \cdot d_{sa} \cdot \left[ \varepsilon + k_{c\_dev} \cdot \pi \cdot \left[ 1 + \gamma_{hp} + \frac{\gamma}{2} \right] \cdot \frac{s}{Z_n} \right] \quad (4.40)$$

La longueur axiale des développantes  $h_{dev}$  est fonction de la largeur moyenne d'une encoche.

$$h_{dev} = \frac{\pi}{Z_n} \cdot [d_{sa} + 2 \cdot h_p + h_d] - b_d \quad (4.41)$$

### Moteur à bobinage dans l'entrefer

Relativement au moteur à bobinage dans l'entrefer, on distingue le cas du bobinage à bobines adjacentes de celui en panier. Pour le premier, la longueur d'une spire dépend de sa position dans le bobine (figure 4.14).

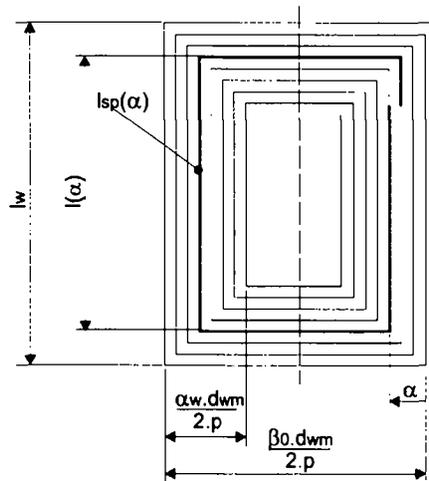
$$l_{sp}(\alpha) = 2 \cdot \left[ \underbrace{[\beta_0 - 2 \cdot \alpha]}_{\beta(\alpha)} \cdot \frac{d_{wm}}{2 \cdot p} + l_{act} + \underbrace{\frac{d_{wm}}{p} \cdot [\alpha_w \cdot k_{dw} - \alpha]}_{l(\alpha)} \right] \quad (4.42)$$

la longueur moyenne d'une spire du bobinage  $\overline{l_{sp}}$  correspond à l'intégrale suivante:

$$\overline{l_{sp}} = \frac{1}{\alpha_w} \cdot \int_{\alpha=0}^{\alpha=\alpha_w} l_{sp}(\alpha) \quad (4.43)$$

Après intégration et introduction des rapport  $\varepsilon$ , on obtient la longueur moyenne suivante:

$$\overline{l_{sp}} = \frac{d_{wm}}{p} \cdot [\beta_0 + 2 \cdot (\varepsilon \cdot p + \alpha_w \cdot (k_{dw} - 1))] \quad (4.44)$$



**Figure 4.14.** Bobinage à bobines adjacentes: variation de la longueur des spires.

La longueur axiale des développantes se calcule à partir de la définition de  $k_{dw}$  (relation 2.42).

$$h_{dev} = k_{dw} \cdot \frac{\alpha_w \cdot d_{wm}}{2 \cdot p} \quad (4.45)$$

Dans le cas d'un bobinage en panier, toutes les spires qui forment les bobines ont la même longueur. Selon la forme des spires (forme losange ou triangulaire) la longueur d'une spire vaut (figure 4.15):

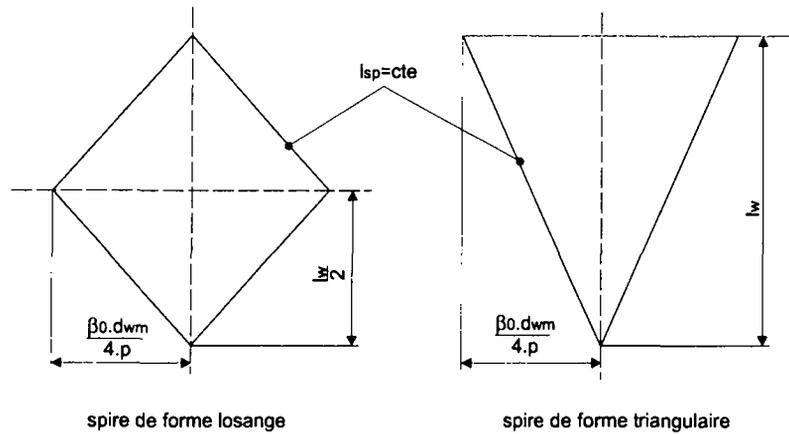


Figure 4.15. Bobinage en panier: détermination de la longueur des spires.

Forme en losange:

$$\overline{l_{sp\Diamond}} = 2 \cdot d_{wm} \cdot \sqrt{\left(\frac{\beta_0}{2 \cdot p}\right)^2 + (\varepsilon \cdot \varepsilon_b)^2} \quad (4.46)$$

Forme triangulaire:

$$\overline{l_{sp\Delta}} = 2 \cdot d_{wm} \cdot \sqrt{\left(\frac{\beta_0}{4 \cdot p}\right)^2 + \varepsilon^2} \quad (4.47)$$

Dans le cas d'un bobinage en panier, la longueur axiale des développantes vaut:

$$h_{dev} = \frac{l_w - l_{act}}{2} \quad (4.48)$$

L'analyse des équations (4.40), (4.44), (4.46) et (4.47) montre que la longueur moyenne d'un spire est directement proportionnelle au diamètre de couple. On peut alors poser:

$$\overline{l_{sp}} = f(d_m)$$

## 4.5 Dimensionnement d'un moteur à encoches

Il s'agit de dimensionner un moteur triphasé d'une puissance nominale de 10W à 3500 t/min; le nombre de pôles ( $p = 3$ ) et le nombre d'encoches ( $Z_n = 9$ ) du moteur sont imposés. Pour réaliser le pré-dimensionnement (qui inclut les pertes hydrauliques ainsi que les pertes dans la chemise statorique) on effectue une étude paramétrique. Pour ce faire, on impose les grandeurs suivantes:

• Contraintes de fabrication:

- entrefer:  $\delta = 1 \text{ mm}$ ;
- épaisseur de la chemise rotorique:  $e_{chr} = 0.35 \text{ mm}$ ;
- épaisseur de la chemise statorique:  $e_{chs} = 0.35 \text{ mm}$ ;
- entrefer hydraulique:  $\delta_h = 0.3 \text{ mm}$ ;

- Caractéristiques et taille de l'aimant:
  - induction rémanente:  $B_0 = 0.64 \text{ T}$  (pour  $75^\circ\text{C}$ );
  - perméabilité relative:  $\mu_{ra} = 1.14 [-]$ ;
- Caractéristiques des tôles (épaisseur  $0.5 \text{ mm}$ ):
  - coefficient de foisonnement:  $k_f = 0.95 [-]$ ;
  - perméabilité relative:  $\mu_{rf} = 800 [-]$ ;
  - chiffre de pertes fer pour 1T:  $C_{f1.0T} = 1.1 [W/kg]$
  - chiffre de pertes fer pour 1.5 T:  $C_{f1.5T} = 2.7 [W/kg]$
  - induction maximale admise dans les dents:  $1.3 [T]$
  - induction maximale admise dans la culasse statorique:  $1 [T]$

### 4.5.1 Etude paramétrique

On réalise un choix préliminaire des variantes possibles en effectuant une étude paramétrique. Pour ce faire, on calcule, en fonction des rapports  $\gamma$  et  $\varepsilon$ , le rendement du moteur en fonction du diamètre d'alésage (figure 4.16). La figure (4.17) donne, pour différentes combinaisons des valeurs des rapports  $\gamma$  et  $\varepsilon$ , le rendement maximum du moteur en fonction du diamètre d'alésage. L'analyse de la figure (4.17) montre que le rendement d'un moteur à encoches augmente avec le rapport  $\gamma$ . En effet, dans le cas d'un moteur à encoches, en négligeant la chute de potentiel dans le fer, l'induction dans l'entrefer est indépendante du rapport  $\gamma$ . En conséquence, l'augmentation du rendement est essentiellement due à l'augmentation de la surface de cuivre et à la diminution de la densité de courant et des pertes Joule qui en résultent. Toutefois, la valeur du rapport  $\gamma$  reste généralement en dessous de 0.6 pour les raisons suivantes:

- Lorsque le rapport  $\gamma$  est élevé, le bobinage est plus difficile à réaliser (coût de fabrication plus élevé);
- la masse de cuivre devient inutilement importante;
- pour un diamètre d'alésage donné, le diamètre externe du moteur augmente avec la valeur du rapport  $\gamma$  (figure 4.18).

Pour un diamètre d'alésage de  $25 \text{ mm}$  et un diamètre externe du moteur de  $45 \text{ mm}$  ( $\gamma = 0.48$ ), la représentation du rendement et des pertes en fonction de la longueur active du moteur (figures 4.19 et 4.20) permettent de déterminer cette dernière. Bien que l'optimum se situe lorsque les pertes fer sont du même ordre de grandeur que les pertes Joule, à savoir pour une longueur active de  $18 \text{ mm}$ , la longueur active du moteur choisie est de  $16 \text{ mm}$ . En conséquence, bien que le moteur conçu ne représente pas exactement le rendement maximum, il permet néanmoins d'assurer un bon fonctionnement à vitesse réduite. De plus, la diminution de volume due à la diminution de longueur et par conséquent du coût de fabrication qui en résulte, compense le demi pour-cent de rendement perdu.

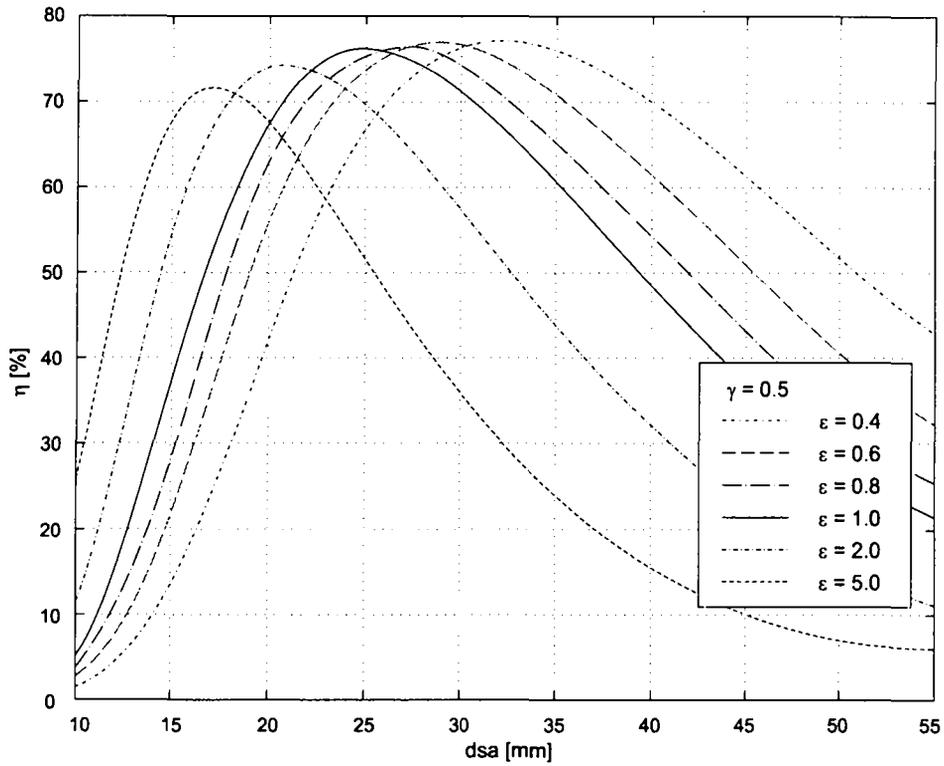


Figure 4.16. Evolution du rendement en fonction du diamètre d'alésage, pour un rapport  $\gamma = 0.5$  et différents rapports  $\epsilon$ .

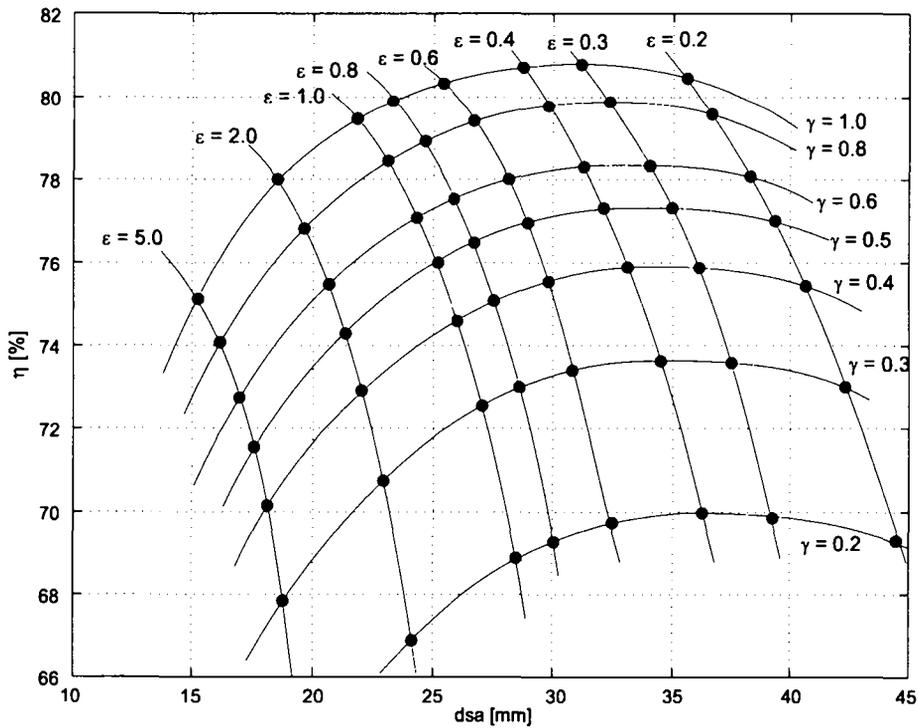


Figure 4.17. Lieu du rendement maximum en fonction des rapports  $\gamma$  et  $\epsilon$ .

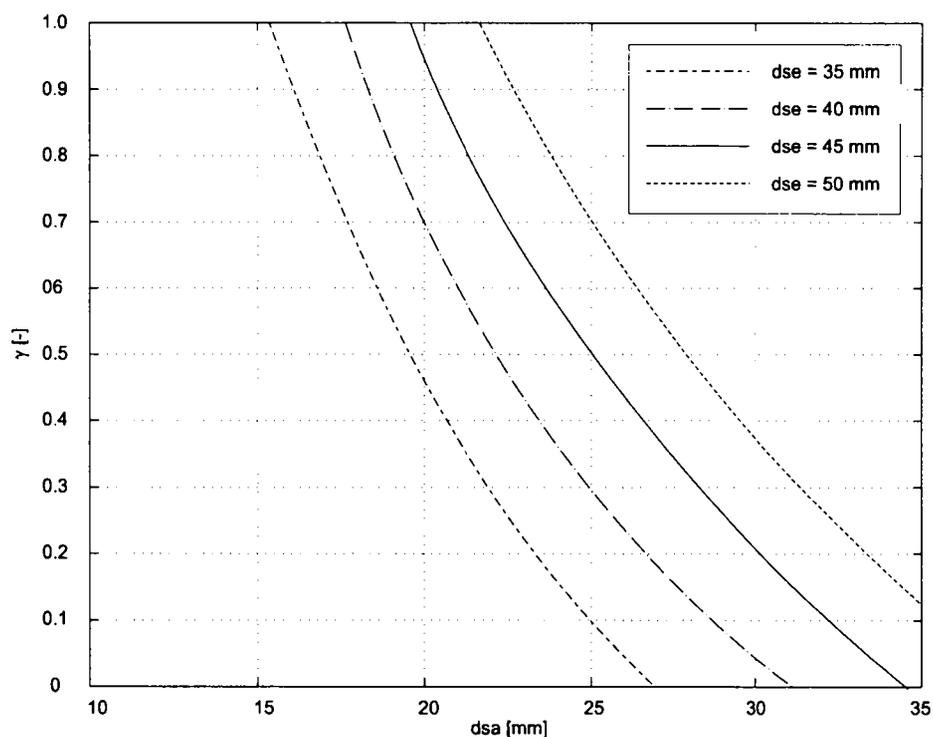
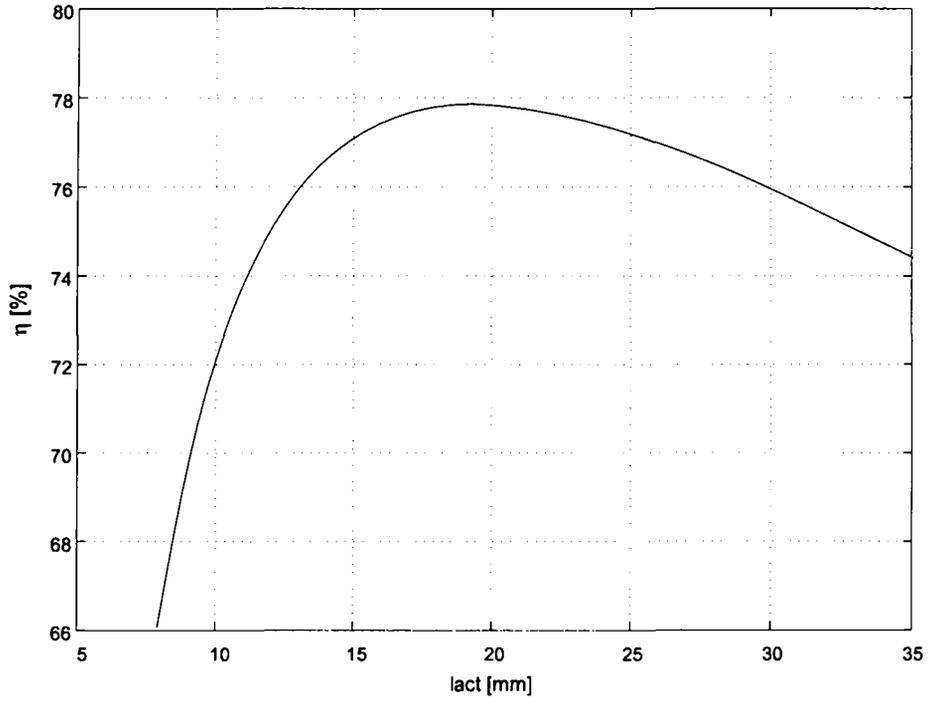


Figure 4.18. Evolution du diamètre d'alésage en fonction du rapport  $\gamma$ .

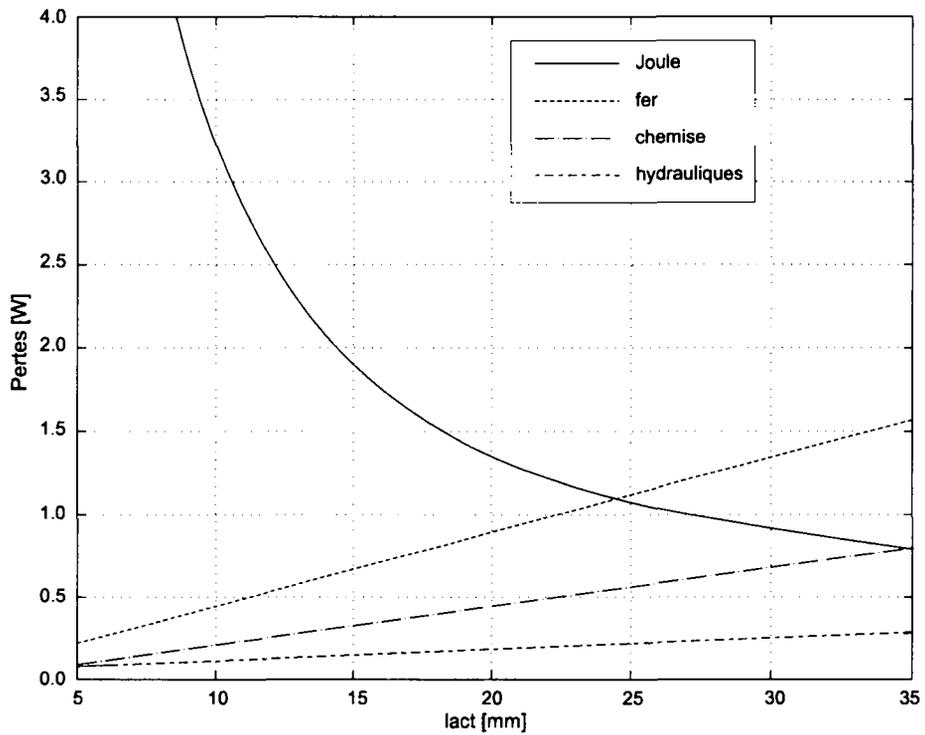
#### 4.5.2 Adaptation de la longueur de l'aimant

Pour un diamètre d'alésage de 25 mm, un entrefer  $\delta$  de 1 mm et une magnétisation radiale, la longueur maximale de l'aimant admise par le modèle analytique vaut 4.33 mm ( $\kappa = 1.6$ ); la figure (4.21) montre, en fonction de la longueur de l'aimant, l'évolution de l'induction au niveau du diamètre d'alésage ( $B_{dsa}$ ), des différentes sources de pertes ainsi que le rendement total du moteur.

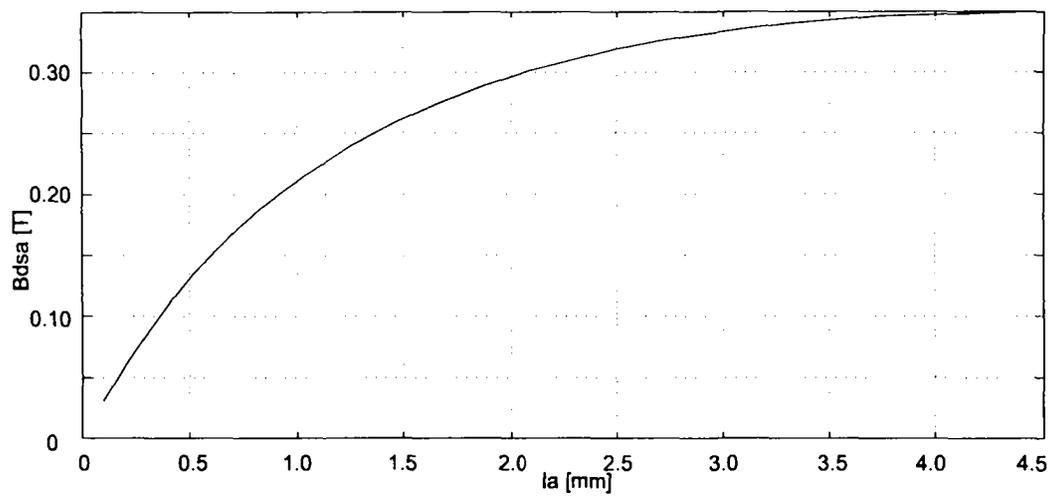
L'analyse de ces graphiques montre que pour une longueur de l'aimant de 3 mm au lieu des 4.33 mm calculés (longueur maximale), l'induction de l'entrefer ne diminue que de 4.2%; en conséquence, les pertes Joule du moteur augmentent de 7.2%. Par contre, les pertes fer ainsi que les pertes dans la chemise, diminuent respectivement de 2.1 et 4.2%. Finalement pour ce cas, en diminuant la longueur de l'aimant (donc le prix des aimants) de 30% on ne baisse le rendement du moteur que de 0.5 %.



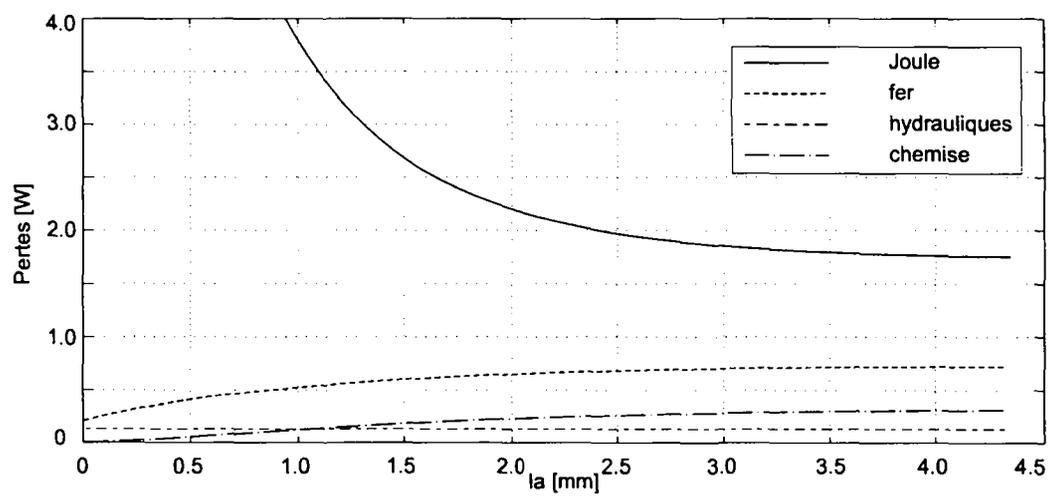
**Figure 4.19.** Evolution du rendement en fonction de la longueur active pour  $d_{sa} = 25$  mm et  $d_{se} = 45$  mm ( $\gamma = 0.48$ ).



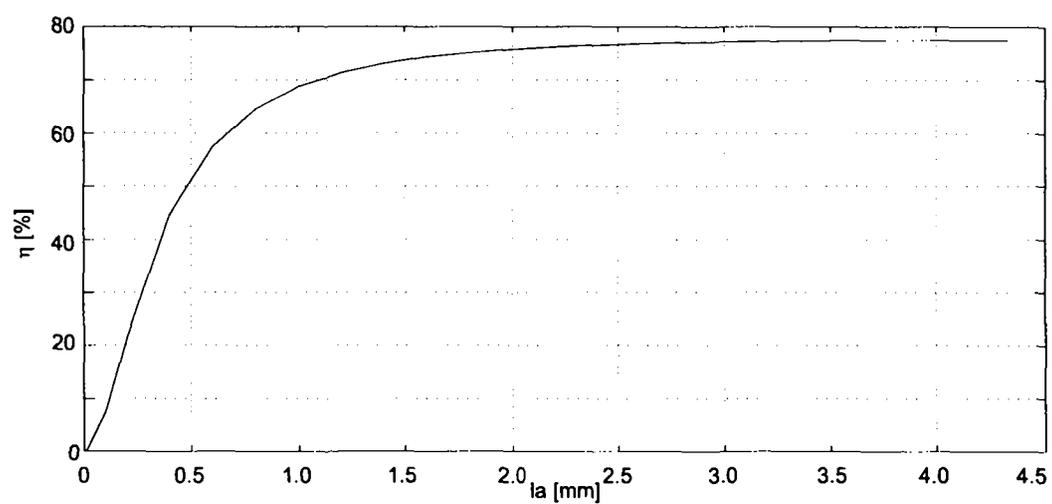
**Figure 4.20.** Evolution de la répartition des pertes du moteur pour  $d_{sa} = 25$  mm et  $d_{se} = 45$  mm ( $\gamma = 0.48$ ).



a. Amplitude de l'induction au niveau du diamètre d'alésage



b. Répartition des pertes du moteur



c. Rendement total du moteur

Figure 4.21. Evolution des caractéristiques du moteur en fonction de la longueur de l'aimant.

### 4.5.3 Résultats du dimensionnement

Les différentes analyses effectuées lors du pré-dimensionnement ont conduit à un moteur de dimensions suivantes:

- Diamètres:
  - interne de la culasse rotorique,  $d_{ri} = 13 \text{ mm}$ ,
  - interne de l'aimant,  $d_{ai} = 17 \text{ mm}$ ,
  - externe de l'aimant,  $d_{ae} = 23 \text{ mm}$ ,
  - d'alésage du stator,  $d_{sa} = 25 \text{ mm}$ ,
  - externe du moteur,  $d_{se} = 45 \text{ mm}$ ,
- Longueurs:
  - active,  $l_{act} = 16 \text{ mm}$ ,
  - totale (y.c. les développantes),  $l_{tot} = 23 \text{ mm}$ ,
- Caractéristiques des dents
  - hauteur des dents,  $h_d = 6 \text{ mm}$ ,
  - hauteur des pré-dents,  $h_{hp} = 1.5 \text{ mm}$ ,
  - largeur de dent,  $b_d = 2.7 \text{ mm}$ ,
  - ouverture de pré-encoche,  $s = 1.5 \text{ mm}$ ,

### 4.5.4 Correction du facteur de forme

Lors du dimensionnement, l'aimant du moteur est supposé annulaire; or dans notre cas, le rotor est constitué d'une culasse sur laquelle sont collés des secteurs d'aimants (figure 4.22). En conséquence l'angle de fuite du moteur est sous-estimé.

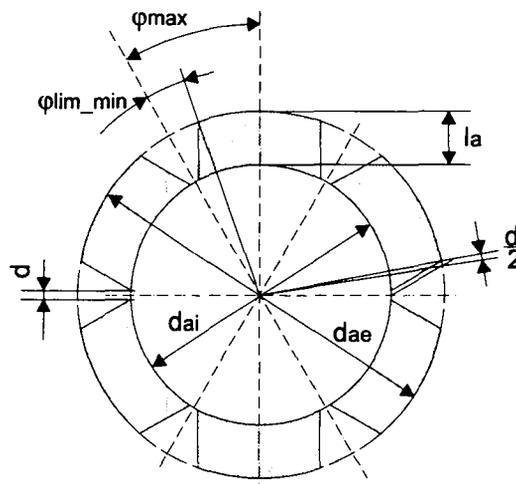


Figure 4.22. Angle limite minimum pour un rotor 6 pôles à aimants collés.

En supposant un aimant annulaire, l'angle de fuite correspondant au moteur qui ne dépend que des caractéristiques de l'entrefer vaut  $\varphi_{lim} = 0.0668 \text{ rad}$ . Cet angle correspond alors à une valeur du facteur de forme  $f = 7.8$ .

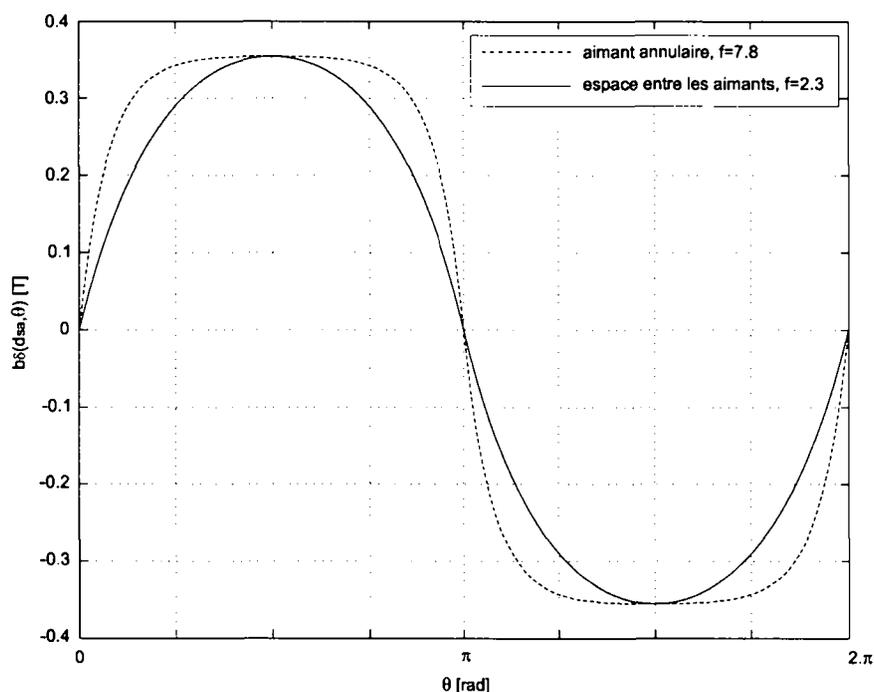
En tenant compte de la distance  $d$  qui sépare deux secteurs d'aimants, on calcule l'angle de fuite minimum suivant:

$$\varphi_{lim\_min} = \frac{1}{d_{ae}} \cdot \left[ \frac{\pi}{p} \cdot l_a + d \right]$$

avec

$d$  la distance entre deux aimants.

Pour une distance  $d = 1 \text{ mm}$ , l'angle limite corrigé vaut  $\varphi_{lim\_min} = 0.18 \text{ rad}$ ; la valeur du facteur de forme correspondant vaut  $f = 2.3$ . La figure (4.23) montre, au niveau du diamètre d'alésage, la distribution de l'induction obtenue à partir du modèle qui prend en compte un aimant annulaire et celle obtenue en tenant compte de l'espace entre les aimants.



**Figure 4.23.** Allure de la distribution de l'induction, pour un même entrefer mais pour deux modélisations différentes de l'aimant.

#### 4.5.5 Détermination du nombre de spires du moteur

Lors du pré-dimensionnement, les dimensions et les caractéristiques électromagnétiques du moteur sont déterminées pour un courant total donné (produit du courant par le nombre de spires par phase).

Dans le but de calculer le nombre de spires associé à chaque phase, on admet que le courant, la tension de phase et la tension induite de mouvement sont parfaitement sinusoïdales (on ne tient compte que du fondamental). Le nombre de spires du moteur est alors déterminé de façon à obtenir, au point de fonctionnement nominal, un déphasage nul entre la tension induite du moteur et le courant de phase (figure 4.24).

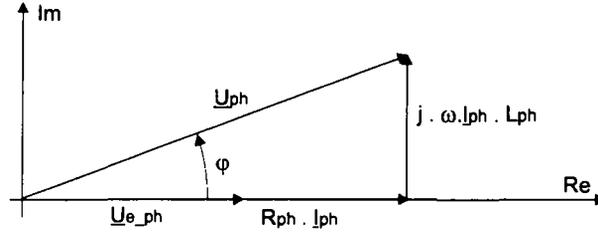


Figure 4.24. Diagramme des phaseurs.

En effectuant l'hypothèse d'une alimentation parfaitement sinusoïdale, l'équation de tension du moteur prend la forme suivante.

$$u_{ph}(t) = R_{ph} \cdot i_{ph}(t) + L_{ph} \cdot \frac{di_{ph}(t)}{dt} + u_{e-ph}(t) \quad (4.49)$$

Mise sous une forme complexe, l'équation de tension devient:

$$\underline{U}_{ph} = \underline{R}_{ph} \cdot \underline{I}_{ph} + j \cdot \omega \cdot L_{ph} \cdot \underline{I}_{ph} + \underline{U}_{e-ph} \quad (4.50)$$

A l'exception de la tension de phase, chaque grandeur de l'équation (4.50) est fonction du nombre de spires par phase  $N_{sp}$ .

$$U_{e-ph} = N_{sp} \cdot d_m \cdot l_{act} \cdot \frac{\omega}{p} \cdot B \cdot k_w = k_{Ue} \cdot \omega \cdot N_{sp} \quad (4.51)$$

$$I_{ph} = \frac{1}{2} \cdot S_{uCu} \cdot J \cdot \frac{1}{N_{sp}} = k_I \cdot \frac{1}{N_{sp}} \quad (4.52)$$

$$R_s = \rho_{el} \cdot \frac{\overline{l}_{sp} \cdot 2 \cdot m}{S_{uCu}} \cdot N_{sp}^2 = k_R \cdot N_{sp}^2 \quad (4.53)$$

$$L_{ph} = \left[ \underbrace{\frac{3}{\pi \cdot p} \cdot \frac{\mu_0 \cdot \tau_p \cdot l_{act}}{l_a + \delta_m} \cdot k_w^2}_{\frac{L_{ph}}{N_{sp}^2}} + \underbrace{\frac{2 \cdot \mu_0 \cdot l_{act} \cdot [\lambda_{\sigma N} + \lambda_{\sigma z}]}{q \cdot p}}_{\frac{L_{\sigma}}{N_{sp}^2}} \right] \cdot N_{sp}^2 = k_L \cdot N_{sp}^2 \quad (4.54)$$

Selon [20], la valeur de  $\lambda_{\sigma z}$  est fonction de l'entrefer et de l'ouverture de pré-encoche; elle est donnée par la relation suivante:

$$\lambda_{\sigma z} = \frac{5 \cdot \delta}{5 + \frac{4 \cdot \delta}{s}} \quad (4.55)$$

La valeur du coefficient de la perméance de fuite de têtes de dents  $\lambda_{\sigma N}$ , dépend de la forme et des dimensions des encoches. Pour une encoche de forme trapézoïdale, le coefficient  $\lambda_{\sigma N}$  vaut:

$$\lambda_{\sigma N} = \frac{h_d}{3 \cdot b_{ec}} + \frac{h_p}{s} \quad (4.56)$$

En introduisant les différents éléments dans l'équation de tension on obtient le résultat suivant:

$$U_{ph}^2 = [k_{Ue} \cdot N_{sp} + k_R \cdot k_I \cdot N_{sp}]^2 + [k_L \cdot k_I \cdot N_{sp} \cdot \omega]^2$$

Pour une commande à  $120^\circ$ , l'amplitude du fondamental de la tension de phase vaut.

$${}^1\hat{U}_{ph} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot \frac{U_0}{2}$$

où  $U_0$  correspond à la tension continue du pont onduleur de laquelle on retranche la chute de potentiel due aux transistors du pont. Le nombre de spires par phase est alors donné par l'équation suivante:

$$N_{sp} = \frac{U_{ph}}{\sqrt{[k_{Ue} + k_R \cdot k_I]^2 + [k_L \cdot k_I \cdot \omega]^2}}$$

Le diamètre du fil de cuivre correspondant vaut:

$$\varnothing_{fCu} = \sqrt{\frac{2 \cdot S_{uCu}}{\pi \cdot m \cdot N_{sp}}}$$

Le nombre de spires par phase calculé correspond rarement à un nombre entier. C'est au concepteur d'adapter en fonction de la valeur du diamètre du conducteur de cuivre le nombre de spires par phase (prendre soit la valeur arrondie soit la valeur tronquée).

Pour le moteur à encoches présenté et une tension du pont onduleur de 48.5 V, on calcule les résultats suivants:

- Bobinage

- nombre de spires par phase,  $N_{sp} = 366$ ,
- diamètre du fil de cuivre correspondant,  $\varnothing_{fCu} = 0.355 \text{ mm}$ ,
- facteur de remplissage,  $k_{cu} = 0.439$ ,
- résistance de phase,  $R_{ph} = 4.24 \Omega (75^\circ C)$ ,
- inductance de phase,  $L_{ph} = 8.65 \text{ mH}$ ,

La figure (4.25) montre le moteur construit suite au dimensionnement.

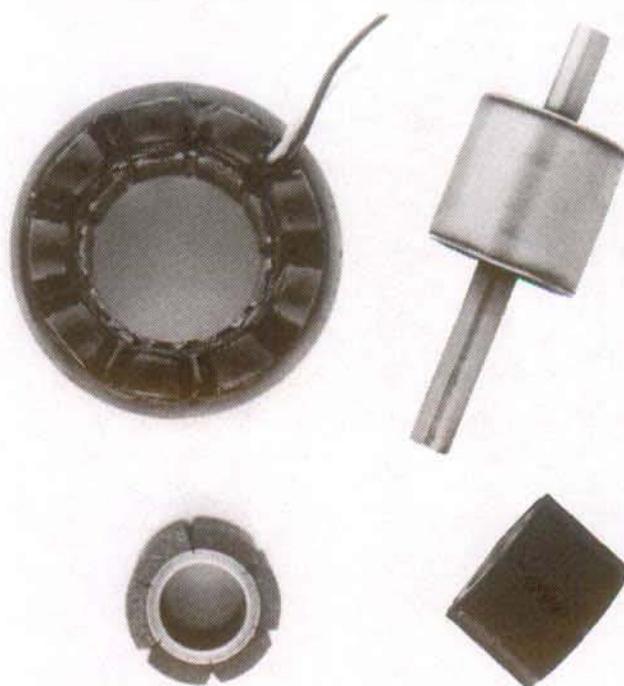


Figure 4.25. *Eléments du moteur à encoches de 10 W.*

#### 4.5.6 Comparaison entre les calculs théoriques et la mesure.

Le contrôle des caractéristiques électromagnétiques de même que la comparaison pour le point de fonctionnement nominal, entre la théorie et la mesure produisent les résultats suivantes:

- Mesures à vide:

	calculé	mesuré
résistance de ligne (2 phases en série), $R_{li}$ [ $\Omega$ ] ( $20^\circ C$ )	3.50	3.51
inductance de ligne (2 phases en série), $L_{li}$ [ $mH$ ]	17.30	13.08
coefficient de tension induite de phase (valeur de crête), $k_e$ [ $mV \text{ sec}$ ]	44.60	47.30

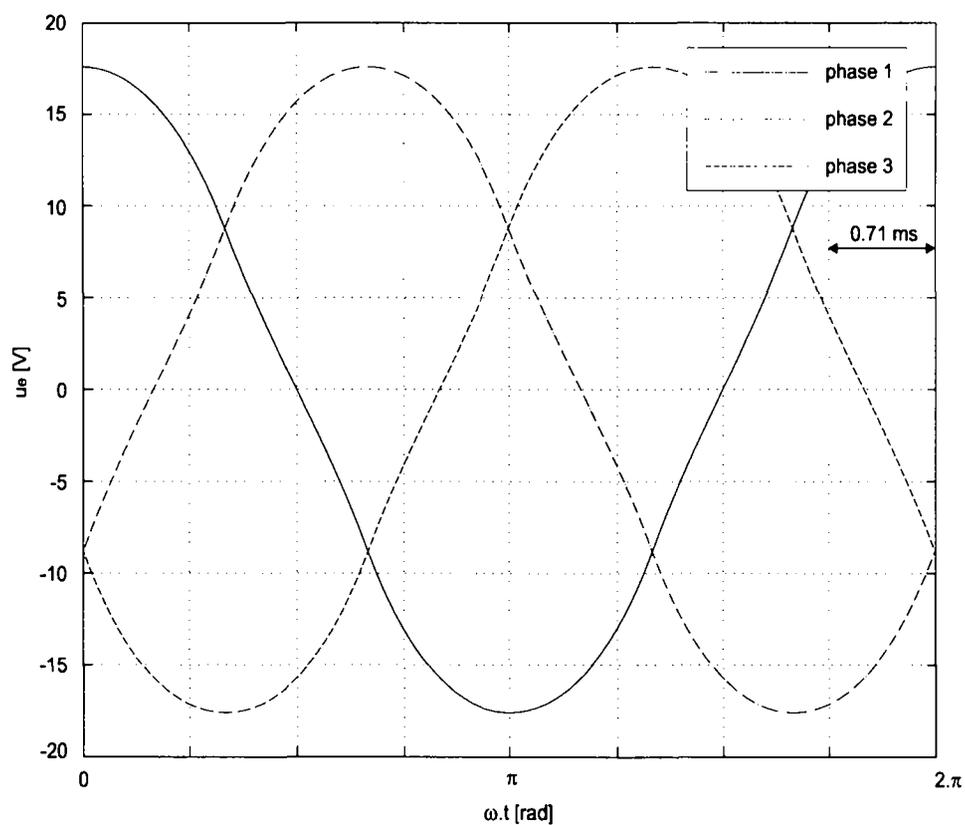
- Mesures en charge (point de fonctionnement nominal)

	calculé	mesuré
courant de phase (valeur Rms), $I_{ph\_RMS}$ [ $mA$ ]	308	300
pertes Joule, $P_{Joule}$ [ $W$ ]	1.11	0.95
pertes fer totales, $P_{fer\_tot} = P_{fer} + P_{chs}$ [ $W$ ]	0.96	0.88
pertes hydrauliques $P_{hyd}$ [ $W$ ]	0.13	0.13*
puissance électrique au niveau des phases, $P_{ph}$ [ $W$ ]	12.07	11.23
puissance mécanique (sans les pertes mécaniques et hydrauliques), $P_{mec}$ [ $W$ ]	10	9.4
rendement du moteur (sans les pertes mécaniques et hydrauliques), $\eta$ [%]	82.8	83.7

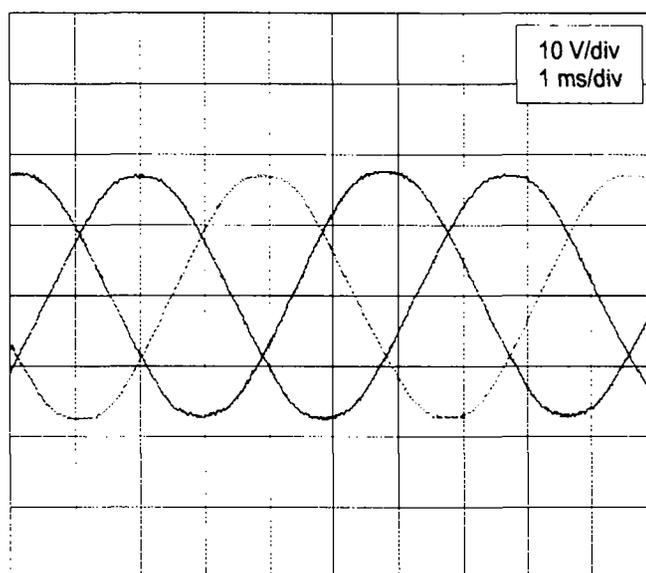
\*pertes hydrauliques estimées

La figure (4.26) montre, pour la vitesse nominale ( $3500 \text{ t/min}$ ), l'allure de la tension induite de phase mesurée et calculée. L'amplitude et la forme de la tension induite de phase calculée correspondent bien à celles mesurées.

Les mesures en charge ont aussi permis de mettre en évidence les pertes de l'alimentation électronique. La figure (4.27) montre la correspondance entre la puissance mesurée au niveau de phases et celle consommée par l'ensemble électronique et moteur. En prenant en compte uniquement des pertes dans l'électronique, le rendement du moteur au point de fonctionnement nominal passe de 83.7 % à 67.8 %; lorsque l'on tient compte non seulement des pertes dans l'électronique mais encore dans le convertisseur ( $220 \text{ V (AC)}$ , tension continue) le rendement total de l'entraînement électrique tombe à 53.7 %. Il faut néanmoins remarquer que l'électronique n'est pas spécifiquement développée pour un moteur de cette puissance.

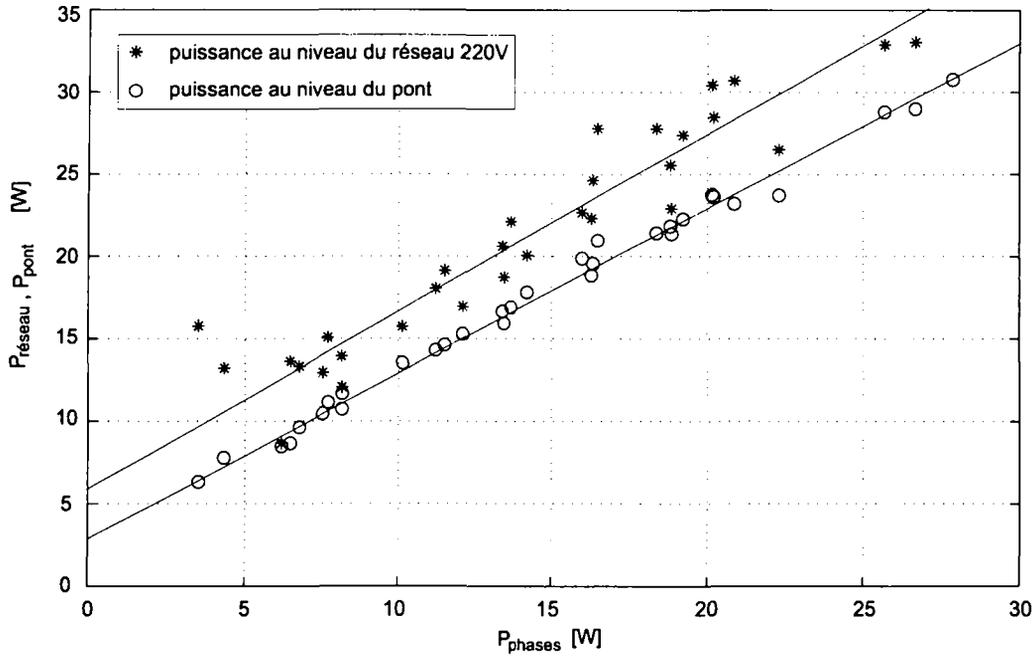


a: tension induite de phase calculée



b: tension induite de phase mesurée

Figure 4.26. Allure de la tension induite de phase pour une vitesse de rotation de 3500 t/min.



**Figure 4.27.** Correspondance entre la puissance consommée au niveau des phases du moteur et celles du pont onduleur et du réseau domestique.

## 4.6 Dimensionnement d'un moteur à bobinage dans l'entrefer

Pour ce second exemple, il s'agit de calculer les dimensions d'un moteur triphasé à bobinage dans l'entrefer (bobinage auto-porteur et spires en forme de losange); les paramètres imposés sont les suivants:

- Point de fonctionnement
  - puissance nominale:  $P_{nom} = 13 \text{ W}$ ;
  - vitesse nominale:  $n_{nom} = 5500 \text{ t/min}$ ;
  - Couple nominal:  $N_{nom} = 22.6 \text{ mNm}$ ;
- Contraintes de fabrication
  - entrefer:  $\delta = 1.1 \text{ mm}$ ,
  - épaisseur de la chemise rotorique:  $e_{chr} = 0.35 \text{ mm}$ ,
  - épaisseur de la chemise statorique:  $e_{chs} = 0.35 \text{ mm}$ ,
  - entrefer hydraulique:  $\delta_h = 0.4 \text{ mm}$ ,
- Caractéristiques de l'aimant
  - nombre de paires de pôles:  $p = 1$  et magnétisation parallèle
  - Induction rémanente:  $B_0 = 0.69 \text{ T}$ ;
  - perméabilité relative:  $\mu_{ra} = 1.1 [-]$ ;

- Caractéristiques des tôles (épaisseur 0.5 mm):
  - coefficient de foisonnement:  $k_f = 0.95 [-]$ ;
  - perméabilité relative:  $\mu_{rf} = 800 [-]$ ;
  - chiffre de pertes fer pour 1T:  $C_{f1.0T} = 1.1 [W/kg]$ ;
  - chiffre de pertes fer pour 1.5 T:  $C_{f1.5T} = 2.7 [W/kg]$ ;
  - induction maximale admise dans la culasse statorique: 1.1 [T];
  - induction maximale admise dans la culasse rotorique: 1.5 [T].

#### 4.6.1 Etude paramétrique

Pour effectuer l'étude paramétrique, on impose l'épaisseur du bobinage ( $h_{bob}$ ) et l'on calcule, pour différentes valeurs du rapport  $\varepsilon$  le rendement du moteur en fonction du diamètre externe de l'aimant (figure 4.28). Pour chaque cas, la longueur de l'aimant est calculée de façon à obtenir l'induction maximale dans la culasse rotorique ( $B_{cr\ max}$ ).

La figure (4.29) montre, en fonction de différentes combinaisons du rapport  $\varepsilon$  et de l'épaisseur du bobinage, le rendement maximum du moteur en fonction du diamètre externe de l'aimant. L'analyse de la figure (4.29) montre que le rendement d'un moteur à bobinage dans l'entrefer augmente d'une part avec le rapport  $\varepsilon$  et d'autre part avec la hauteur du bobinage. Malgré la diminution de l'induction due à l'augmentation de l'entrefer magnétique, l'augmentation du rendement en fonction de la hauteur du bobinage ( $h_{bob}$ ) est essentiellement due à la diminution des pertes Joule consécutive à l'augmentation de la surface de cuivre. Cependant la hauteur du bobinage ne peut augmenter indéfiniment, d'une part en raison de la diminution de l'induction et d'autre part pour des raisons de fabrication (alignement des conducteurs et problèmes relatifs à la rigidité du bobinage); en conséquence l'épaisseur d'un bobinage auto-porteur dépend avant tout du rapport entre son épaisseur et son diamètre moyen. Pour un diamètre moyen de 25 mm, l'épaisseur du bobinage ne dépasse généralement pas les 3 mm.

Dans notre cas, pour limiter les coûts de fabrication du moteur, le bobinage (auto-porteur) du moteur correspond à une fabrication de série d'un autre moteur. En conséquence ses dimensions, le nombre de spires par phase, ainsi que le diamètre externe de l'aimant sont imposés.

La figure (4.30) montre, pour un bobinage de taille donnée, l'évolution du rendement et de la répartition des pertes du moteur en fonction de la longueur active du moteur. Dans le cas d'un moteur à bobinage dans l'entrefer, les pertes Joule représentent de loin la source prépondérante de pertes du moteur.

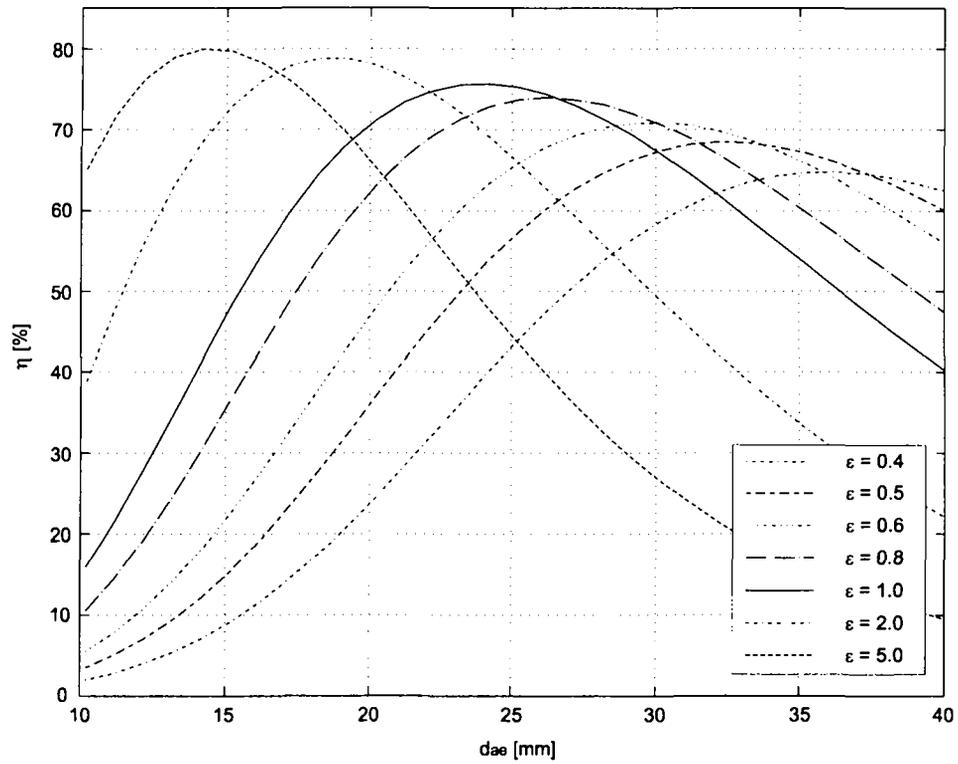


Figure 4.28. Evolution du rendement du moteur en fonction du diamètre externe de l'aimant, pour  $h_{bob} = 2 \text{ mm}$  et  $\varepsilon_b = 1.2$ .

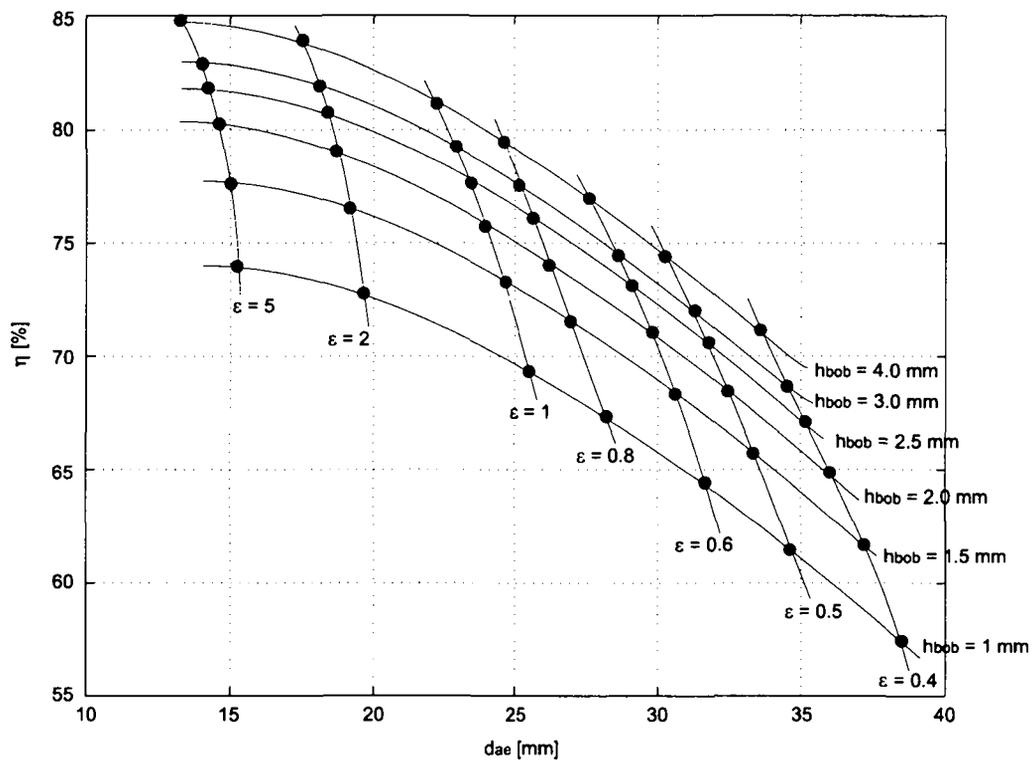
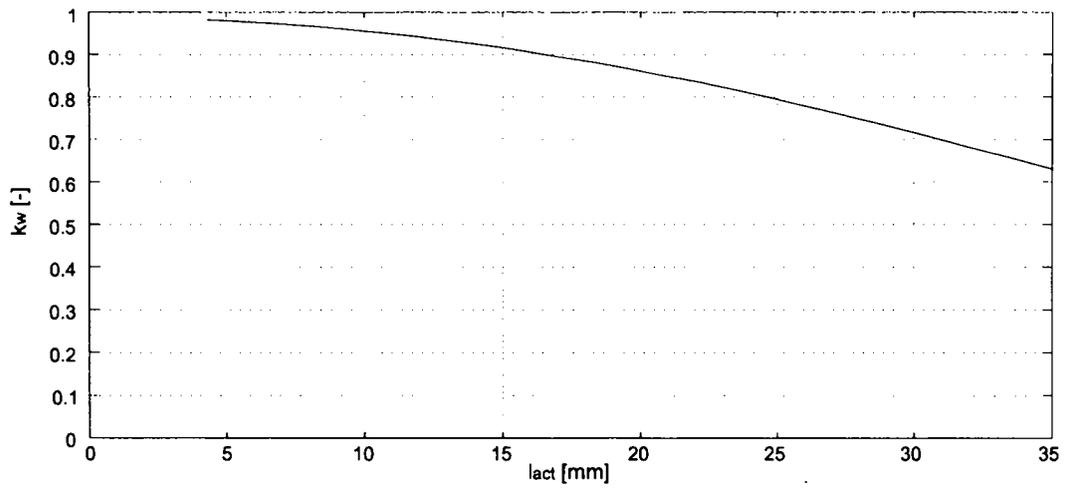
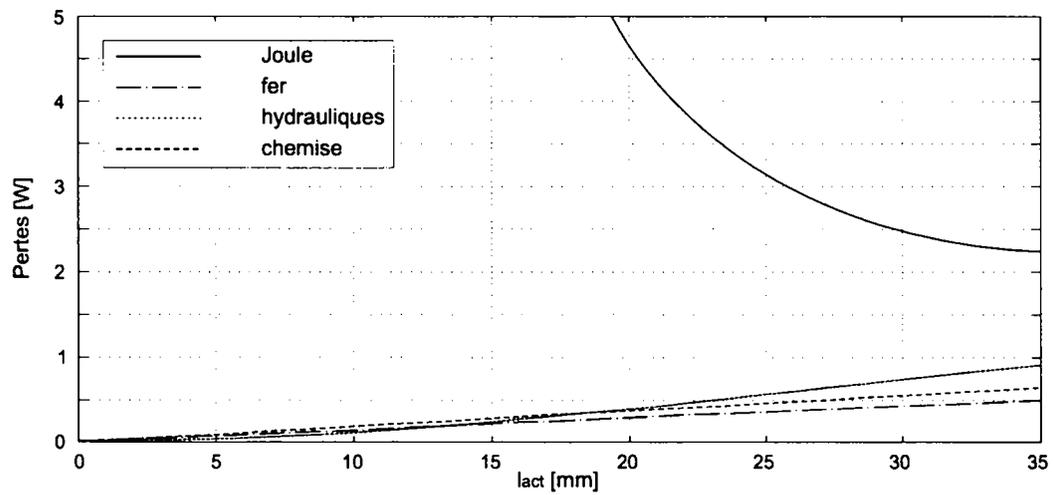


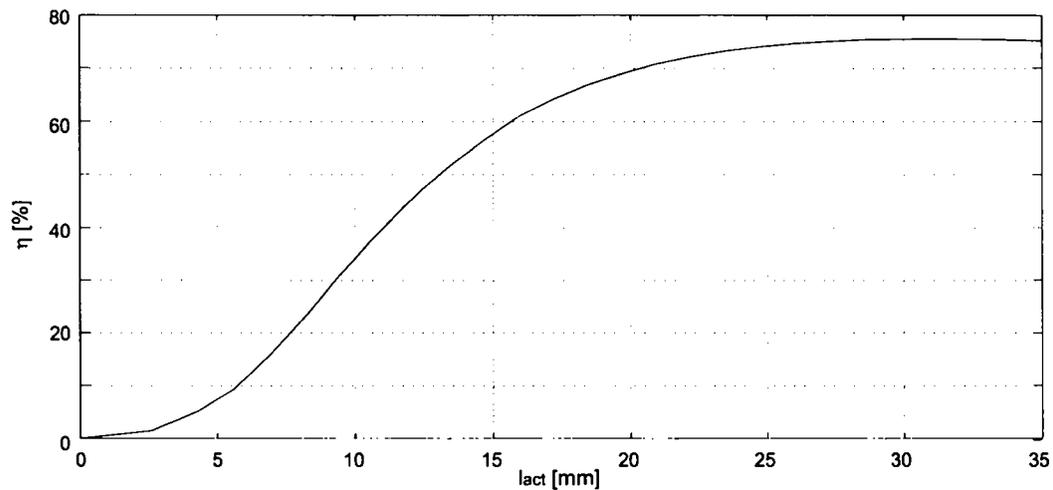
Figure 4.29. Lieu du rendement maximum en fonction de la hauteur du bobinage ( $h_{bob}$ ) et du rapport  $\varepsilon$  et avec  $\varepsilon_b = 1.2$ .



a. facteur de bobinage pour une longueur  $l_w$  constante de 35 mm



b. Répartition des pertes du moteur



c. Rendement total du moteur

Figure 4.30. Evolution du rendement en fonction de la longueur active pour  $d_{ac} = 21.2$  mm et un bobinage imposé ( $l_w = 35$  mm).

## 4.6.2 Résultats du dimensionnement

Les différentes analyses ainsi que l'imposition des dimensions et caractéristiques du bobinage ont conduit à un moteur de dimensions suivantes (figure 4.31):

- Diamètres:
  - interne de la culasse rotorique (axe ferromagnétique),  $d_{ri} = 0 \text{ mm}$ ,
  - interne de l'aimant,  $d_{ai} = 8 \text{ mm}$ ,
  - externe de l'aimant,  $d_{ae} = 21.2 \text{ mm}$ ,
  - interne du bobinage,  $d_{bi} = 23.4 \text{ mm}$ ,
  - externe du bobinage,  $d_{si} = 27.7 \text{ mm}$ ,
  - externe du moteur,  $d_{se} = 38 \text{ mm}$ ,
- Longueurs:
  - active,  $l_{act} = 24 \text{ mm}$ ,
  - axiale du bobinage,  $l_w = 35 \text{ mm}$ ,
- Bobinage
  - nombre de spires par phase,  $N_{sp} = 136$ ,
  - diamètre du fil de cuivre correspondant,  $\emptyset_{fCu} = 0.280 \text{ mm}$ ,
  - facteur de bobinage,  $k_w = 0.809$ ,
  - facteur de remplissage,  $k_{cu} = 0.44$ ,
  - résistance de phase,  $R_{ph} = 3.99 \Omega (20^\circ C)$ ,
  - inductance de phase,  $L_{ph} = 1.06 \text{ mH}$ .
- Pour le point de fonctionnement nominal, on calcule les valeurs suivantes:
  - courant de phase (valeur efficace),  $I_{ph\_RMS} = 0.57 \text{ mA}$ ,
  - pertes Joule,  $P_{Joule} = 2.75 \text{ W}$ ,
  - pertes fer,  $P_{fer} = 0.25 \text{ W}$ ,
  - pertes dans la chemise statorique,  $P_{chs} = 0.51 \text{ W}$ ,
  - pertes hydrauliques,  $P_{hyd} = 0.44 \text{ W}$ ,
  - puissance électrique au niveau des phases,  $P_{ph} = 16.5 \text{ W}$ ,
  - puissance mécanique (sans les pertes mécaniques et hydrauliques),  $P_{mec} = 13 \text{ W}$ ,
  - rendement du moteur (sans les pertes mécaniques et hydrauliques),  $\eta = 78.79 \%$ ,
  - rendement du moteur (avec les pertes mécaniques et hydrauliques),  $\eta = 76.12 \%$ .

### 4.6.3 Mesure du moteur

En l'absence d'un banc de test adéquat, seules les mesures de la résistance, de l'inductance et de la tension induites sont effectuées. Lors des mesures à vide, on obtient les résultats suivants:

	calculé	mesuré
résistance de ligne (2 phases en série), $R_{li}$ [ $\Omega$ ] ( $20^{\circ}C$ )	8.46	8.60
inductance de ligne (2 phases en série), $L_{li}$ [ $mH$ ]	1.59	1.73
coefficient de tension induite de phase (valeur de crête), $k_e$ [ $mV \cdot sec$ ]	25.80	20.96

La forme de la tension induite de phase calculée correspond bien à celle mesurée (figure 4.32); par contre l'amplitude mesurée inférieure à celle calculée. Cette différence est probablement due d'une part à une magnétisation insuffisante de l'aimant (l'induction rémanente réelle de l'aimant est inférieure à celle indiquée) et d'autre part à une distribution non uniforme de l'induction dans le sens radial (lors de l'élaboration du modèle, on ne considère que l'induction au niveau du diamètre moyen du bobinage).

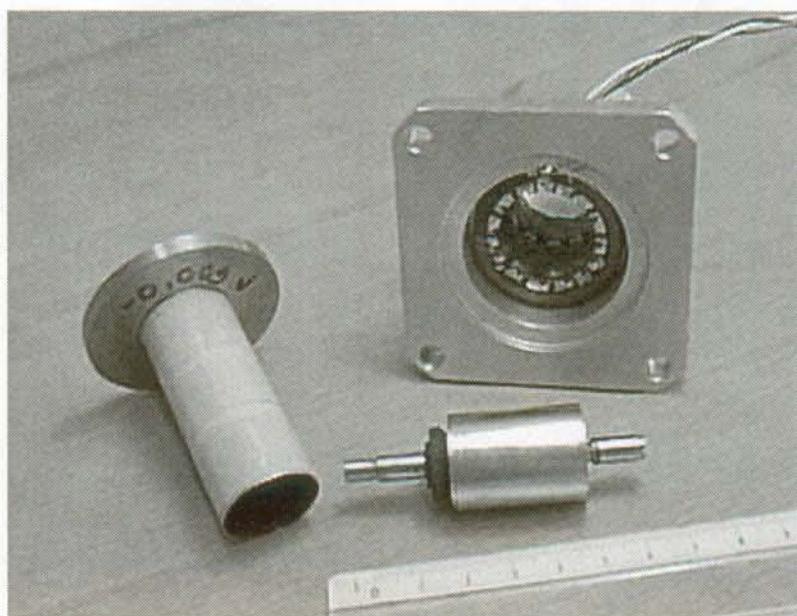
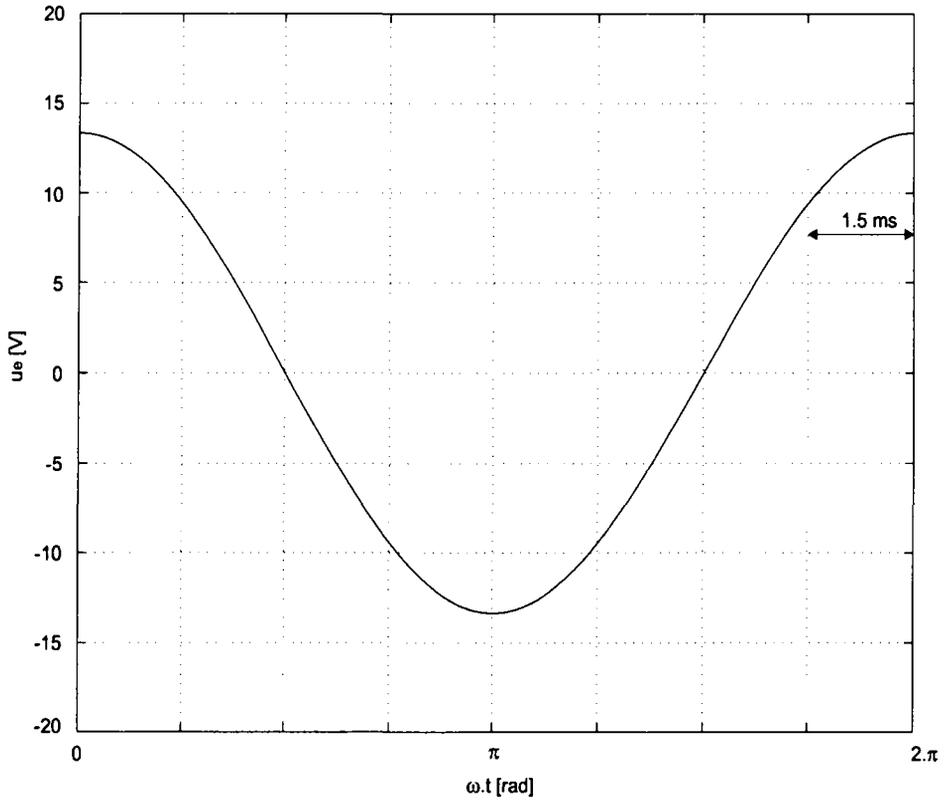
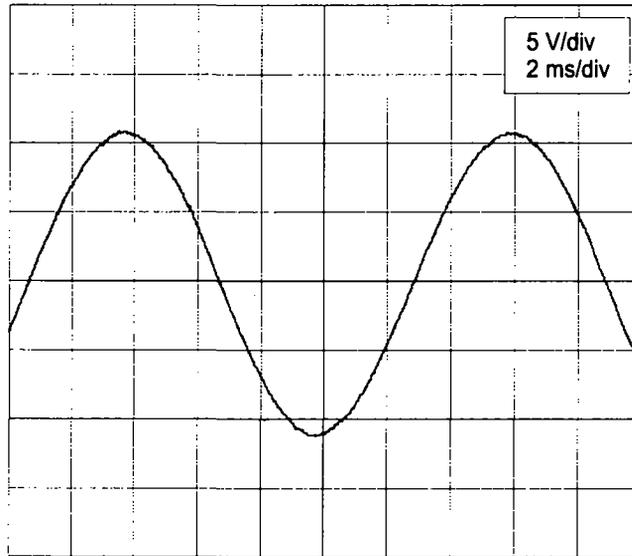


Figure 4.31. Moteur à bobinage dans l'entrefer de 13 W à 5500 t/min.



a: tension induite de phase calculée



b: tension induite de phase mesurée

**Figure 4.32.** Moteur à bobinage dans l'entrefer, allure et amplitude de la tension induite pour 4974 t/min.

## 4.7 Conclusion

Le dimensionnement d'un moteur synthétise un ensemble de compromis entre les meilleures performances et le prix le plus avantageux. Seule l'élaboration des différents modèles permet de collecter des informations nécessaires à la recherche des optimum. Ce chapitre a permis de présenter les bases et une méthode de dimensionnement adaptée aux moteurs de pompes (moteurs chemisés) de type courant continu sans collecteur.

Lors de la conception d'un moteur et éventuellement de l'électronique qui lui est associée, le concepteur ne doit pas négliger les points suivants:

- Lors de la conception d'une pompe comprenant un moteur synchrone à aimants permanents et son électronique de commande, il faut prendre en compte le rendement total du système (moteur plus électronique). En conséquence, il s'avère inutile de concevoir un moteur à haut rendement (et de prix élevé) si on lui associe une électronique dont la consommation à vide équivaut à la puissance nominale du moteur.
- Le choix des matériaux est aussi un élément important du dimensionnement; le coût généré en choisissant par exemple un aimant de qualité supérieure (d'induction rémanente plus élevée) est largement compensé non seulement par un gain en rendement du moteur mais encore par un volume de cuivre moindre. Cette constatation est aussi valable pour le choix des tôles statoriques.

Les différences constatées entre les résultats associés au dimensionnement et ceux obtenus lors du contrôle des caractéristiques du moteur sont principalement dues aux hypothèses et simplifications effectuées lors du dimensionnement. Toutefois, la méthode de calcul proposée permet de calculer avec une bonne précision les dimensions et les performances d'un moteur dont la puissance est comprise entre 1  $W$  et 1  $kW$ .



# Chapitre 5

## Synthèse et conclusion

---

L'analyse et la conception d'une pompe de circulation pour chauffage central représente un exemple de réalisation d'un entraînement électrique. Le moteur électrique qui en constitue le centre est entouré de divers éléments périphériques dont nous avons étudié l'influence tout au long de cette étude. La modélisation de la pompe est un travail interdisciplinaire qui fait appel à des connaissances d'électromagnétisme, d'électromécanique, d'hydraulique, de thermique et même d'acoustique.

L'étude de la forme et de l'amplitude de la distribution de l'induction dans l'entrefer d'une machine à aimants permanents représente une partie importante du travail réalisé. Cette analyse, validée par un calcul réalisé à l'aide d'un logiciel utilisant la méthode des éléments finis, a abouti à l'élaboration d'une formule analytique simple qui permet une bonne estimation de la distribution de l'induction dans l'entrefer. Celle-ci se révèle particulièrement adaptée aux moteurs à grand entrefer tels que les moteurs chemisés ou ceux à bobinage dans l'entrefer.

Le calcul des caractéristiques électromagnétiques a permis non seulement de montrer les nombreuses similitudes entre les moteurs à encoches et les moteurs à bobinage dans l'entrefer, mais encore de rendre compte de l'influence de la commande électronique sur les performances du moteur. Bien qu'ici seule la commande à 120° asservie en courant ait été présentée, on remarque son influence sur les caractéristiques électromagnétiques (oscillations de couple) et acoustiques du moteur.

Le bilan énergétique relatif au moteur synchrone à aimants permanents, chemisé ou non, permet de calculer l'importance des différentes sources de pertes, de même que leur évolution en fonction du régime du moteur. Ainsi, par exemple, pour une vitesse nominale faible ( $< 5'000$  t/min), les pertes Joule représentent de loin la source prépondérante de pertes alors que pour une vitesse nominale élevée ( $> 10'000$  t/min) les pertes fer par courant de Foucault, les pertes hydrauliques et les pertes dans la chemise dans le cas d'un moteur de pompe, dominent. La connaissance de l'évolution des pertes en fonction de la vitesse de rotation du moteur permet encore leur séparation lors de mesures. Bien que les pertes dans la chemise statorique soient faibles, elle provoque indirectement une diminution du rendement du moteur en imposant un entrefer magnétique plus important.

Le bruit acoustique produit par le moteur est un élément parasite rarement pris en compte lors de la conception. Dans le cas d'un moteur à bobinage dans l'entrefer, l'étude du bruit s'est limitée à l'analyse du bruit de commutation qui caractérise de tels moteurs. Les calculs et les mesures réalisées montrent que l'excitation des fréquences propres du moteur par les harmoniques du courant de phase ne peut être considérée comme responsable du bruit de commutation. Ce

dernier serait principalement issu des contraintes et des vibrations des différents conducteurs qui forment le bobinage et la culasse statorique. L'apparition plus ou moins marquée du bruit acoustique montre une fois de plus l'influence de la commande sur les caractéristiques du moteur.

La synthèse et l'optimisation des multiples éléments analysés tout au long de ce travail s'est matérialisée par la réalisation de moteurs chemisés à haut rendement. La mise en application des recherches effectuées par les différents partenaires du projet RAVEL a débouché sur la réalisation de plusieurs pompes de circulation de faible puissance et à haut rendement. A titre d'exemple, la figure (5.1) montre les caractéristiques hydrauliques des pompes construites dans le cadre projet RAVEL. La comparaison du rendement des nouvelles pompes avec celui des pompes existantes est montré à la figure (5.2).

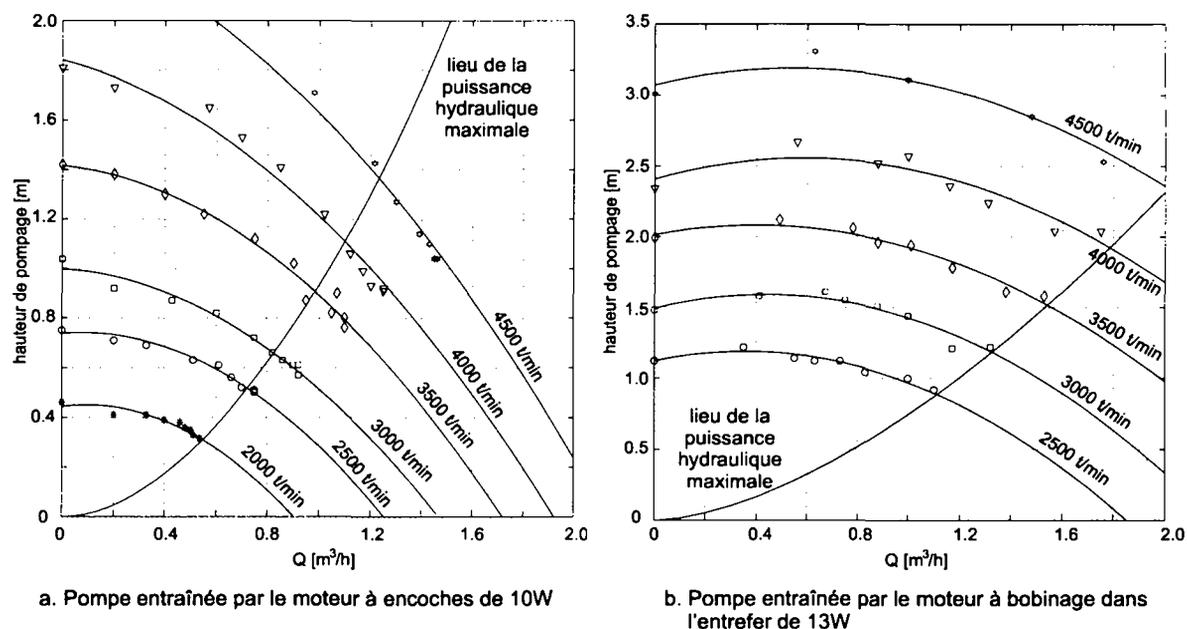


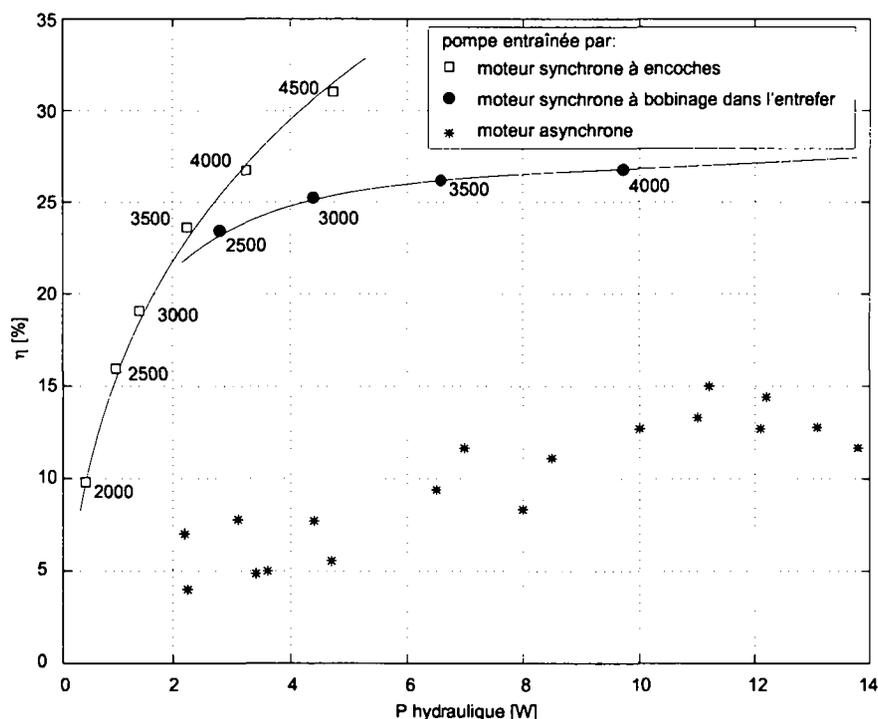
Figure 5.1. Caractéristiques des pompes construites.

Les résultats présentés prennent en compte les pertes dans l'électronique qui sont considérées constantes. On notera que dans le cadre de ce projet, les performances des pompes construites ont été évaluées lorsque leur moteur était alimenté par une électronique de laboratoire, dont le rendement n'a pas été optimisé. Les bons résultats obtenus sont dus aux performances du moteur combinées à celles de la pompe.

L'ensemble des méthodes développées se généralise à de nombreuses autres applications telles que des disques durs, compresseurs ou ventilateurs.

Les apports originaux et personnels de ce travail sont:

- L'élaboration d'un modèle mathématique qui décrit la forme et l'amplitude de la distribution de l'induction dans l'entrefer.
- La détermination des facteurs de bobinage montre les similitudes entre les moteurs à bobinage dans l'entrefer et ceux à encoches.
- La définition du rapport  $k_{em}$  permet l'optimisation des dimensions du bobinage associée à un moteur à bobinage dans l'entrefer. Par la suite l'étude du rapport  $k_{em}$  peut encore être



**Figure 5.2.** Comparaison du rendement des pompes (le rendement des pompes entraînées par les moteurs synchrones prend en compte 3 W de pertes dans l'électronique).

étendue aux moteurs à encoches de façon à permettre une comparaison du rendement Joule pour différentes configurations possibles.

- La modélisation de la trajectoire des courants de Foucault induits par le champ magnétique rotorique dans la chemise statorique, qui adaptée aux moteurs synchrones à aimants permanents, permet d'estimer de façon simple les pertes fer de la chemise statorique.
- L'étude du bruit acoustique généré par un moteur à bobinage dans l'entrefer qui donne d'une part une bonne introduction au problème général et d'autre part montre l'influence de la commande électronique sur les caractéristiques du moteur.
- L'analyse thermique du moteur et de la pompe qui montre les conséquences de l'intégration du moteur dans son environnement.

Ce travail démontre qu'il est techniquement possible et écologiquement rentable de réaliser une pompe de petite puissance à haut rendement. La balle se trouve maintenant dans le camp des partenaires industriels. La suite du projet consiste à intégrer tous les aspects relatifs à l'électronique de commande et de réglage, de façon à mettre en place un concept global de pompe de circulation de petite puissance et à haut rendement. Du point de vue économique il s'agit d'optimiser le coût de fabrication de façon à ce que l'investissement à l'acquisition d'une telle pompe soit amorti en 6 à 8 années d'exploitation.

Dans le futur il s'agira d'inciter et convaincre le consommateur et l'installateur de choisir ce type de pompe plutôt qu'une pompe de circulation classique; en effet, il s'avère dommage d'utiliser une source d'énergie comme l'électricité pour chauffer de l'eau d'une fraction de degré. D'ailleurs, il semble que certains pays, comme l'Allemagne, tendent à inciter les personnes concernées à franchir le pas du changement par des contraintes législatives.



# Annexe I: Résumé des dimensions géométriques

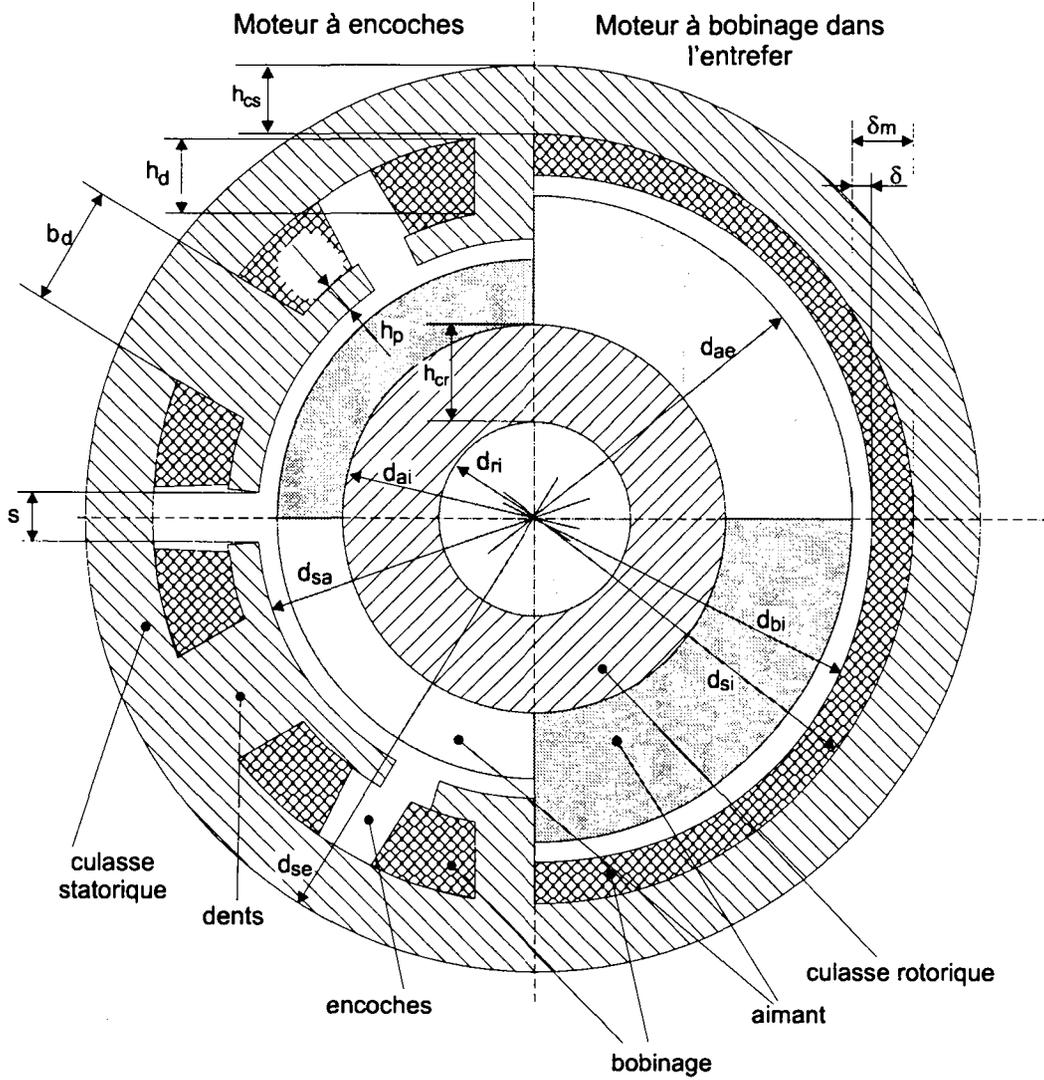


Figure I.1. Moteur synchrone à aimants permanents.



# Annexe II: Détermination des potentiels associés aux circuits magnétiques

## II.1 Méthodologie

Pour calculer les potentiels magnétiques associés aux circuits magnétiques décrits dans le §(2.4.4), on admet dans un premier temps que l'angle limite  $\varphi_{lim}$ , ainsi que la valeur du champ magnétique de référence  $H_{ref}$  sont connus.  $H_{ref}$  correspond au champ magnétique de l'entrefer calculé au niveau de la surface externe de l'aimant (figure II.1).

$$H_{ref}(\varphi) = H_{\delta} \left( \frac{d_{ae}}{2}, \varphi \right) \quad (II.1)$$

avec:

$H_{\delta}$  le champ magnétique de l'entrefer.

On exprime alors en tout point du moteur, la valeur du champ magnétique et du potentiel magnétique en fonction de ces deux grandeurs.

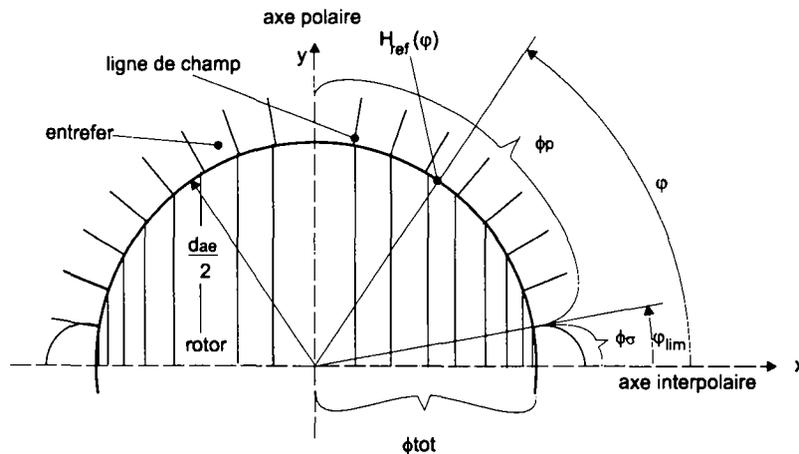


Figure II.1. Représentation de  $H_{ref}(\varphi)$ .

## II.2 Flux principal et flux de fuites

Dans le modèle proposé, la séparation entre le flux de fuites et le flux principal s'effectue au niveau de l'aimant. Le flux principal  $\Phi_p$  calculé sur un demi-pôle, correspond à l'intégrale suivante:

$$\Phi_p = \int_{-\varphi_{lim}}^{\varphi_{max}} \frac{H_{ref}(\varphi)}{\mu_0} \cdot \frac{d_{ae}}{2} \cdot l_{act} \cdot d\varphi \quad (II.2)$$

avec:

$l_{act}$  la longueur active du moteur qui correspond à celle de l'empilage de tôles.

Le flux de fuites  $\Phi_\sigma$  est donné par la relation suivante:

$$\Phi_\sigma = \int_0^{\varphi_{lim}} \frac{H_{ref}(\varphi)}{\mu_0} \cdot \frac{d_{ae}}{2} \cdot l_{act} \cdot d\varphi \quad (\text{II.3})$$

## II.3 Trajectoire des lignes du flux dans l'entrefer

### II.3.1 Flux principal:

Dans l'entrefer, les lignes de flux principales sont modélisées par des droites radiales et la longueur du chemin à parcourir est donnée par la dimension de l'entrefer  $\delta$ . Dans l'entrefer, par conservation du flux, le flux principal vaut:

$$\Phi_p(r) = \int_{\varphi_{lim}}^{\varphi_{max}} \frac{H_\delta(\varphi)}{\mu_0} \cdot l_{act} \cdot r \cdot d\varphi \quad (\text{II.4})$$

Comme le flux principal produit par un demi-pôle est constant, en comparant les relations (II.2) et (II.4) on détermine l'évolution du champ magnétique de l'entrefer. La valeur du champ magnétique est inversement proportionnelle au rayon.

$$H_\delta(r, \varphi) = H_{ref}(\varphi) \cdot \frac{d_{ae}}{d} \quad (\text{II.5})$$

La chute de potentiel (magnétique) de l'entrefer se calcule en introduisant (II.5) dans (2.9).

- Pour un moteur à bobinage dans l'entrefer, le potentiel magnétique d'entrefer vaut:

$$\Theta_\delta(\varphi) = H_{ref}(\varphi) \cdot \ln \left( \frac{d_{bi}}{d_{ae}} \right) \cdot \frac{d_{ae}}{2} \quad (\text{II.6})$$

avec

$d_{bi}$  le diamètre interne du bobinage.

- Pour un moteur à encoches en tenant compte de la présence des pré-encoches, la chute de potentiel d'entrefer d'un moteur à encoches devient:

$$\Theta_\delta(\varphi) = H_{ref}(\varphi) \cdot \ln \left( \frac{d_{sa} \cdot k_c}{d_{ae}} + 1 - k_c \right) \cdot \frac{d_{ae}}{2} \quad (\text{II.7})$$

### II.3.2 Flux de fuites:

Bien que les lignes du flux de fuites adoptent une trajectoire approximativement elliptique, il est possible, lorsque la taille de l'entrefer n'est pas disproportionnée par rapport à celle du moteur<sup>1</sup>, de les approcher par des arcs de cercles.

La trajectoire des lignes de fuites est assimilée à un arc de cercle dont le centre se trouve sur l'axe polaire (côté entrefer) et dont le rayon correspond à la longueur circonférentielle entre la position de la ligne de flux et l'axe polaire (figure II.2).

<sup>1</sup> Par hypothèse, l'entrefer magnétique est inférieur à la moitié du pas polaire.

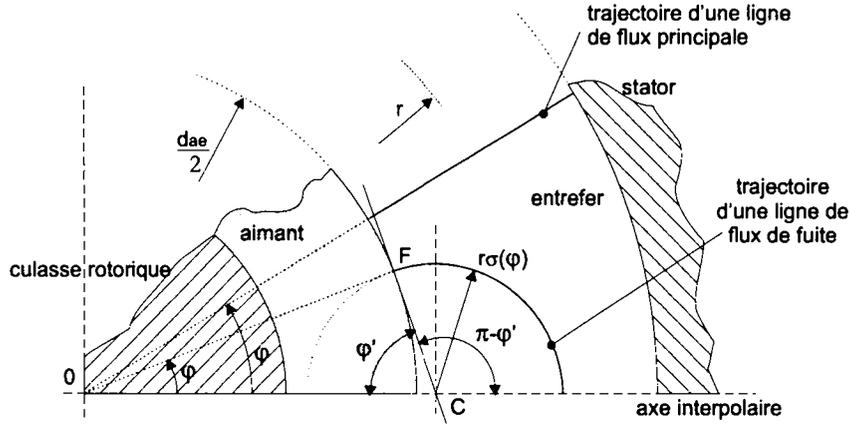


Figure II.2. Modélisation du flux dans l'entrefer

Le rayon  $r_{\sigma}$  de l'arc de cercle qui modélise une ligne du flux de fuites est donné par la distance  $\overline{FC}$  suivante:

$$r_{\sigma}(\varphi) = \overline{FC}(\varphi) = \frac{d_{ae}}{2} \cdot \varphi \quad (\text{II.8})$$

La surface associée à l'ensemble du flux de fuite est supposée constante dans tout l'entrefer. En conséquence, par conservation du flux, le champ magnétique  $H_{\sigma}$  associé aux fuites est constant sur tout le chemin.

$$H_{\sigma}(r, \varphi) = H_{ref}(\varphi) \quad (\text{II.9})$$

La chute de potentiel magnétique associée au flux de fuites est donnée par l'intégrale suivante: (Pour éviter tout risque de confusions, on pose  $\alpha$  la variable angulaire d'intégration.)

$$\Theta_{\sigma}(\varphi) = \int_{\alpha=0}^{\pi-\varphi'} H_{ref}(\varphi) \cdot \underbrace{r_{\sigma}(\varphi) \cdot d\alpha}_{dl} \quad (\text{II.10})$$

Où l'angle complémentaire  $\varphi'$  est donné par:

$$\varphi' = \arcsin\left(\frac{\sin(\varphi)}{\varphi}\right) \quad (\text{II.11})$$

Après résolution, on obtient:

$$\Theta_{\sigma}(\varphi) = \frac{H_{ref}(\varphi) \cdot d_{ae}}{2} \cdot \varphi \cdot \left[ \pi - \arcsin\left(\frac{\sin(\varphi)}{\varphi}\right) \right] \quad (\text{II.12})$$

## II.4 Trajectoire des lignes de flux statoriques

### II.4.1 Bobinage

Lors du calcul du potentiel magnétique associé au bobinage, on distingue le cas du moteur à bobinage dans l'entrefer de celui à encoches:

- Dans le cas d'un moteur à bobinage dans l'entrefer, la perméabilité relative du bobinage est unitaire. l'évolution du champ magnétique  $H$  ainsi que du potentiel qui lui est associé, se calcule de la même façon que pour l'entrefer.

$$\Theta_{bob}(\varphi) = \frac{H_{ref}(\varphi) \cdot d_{ae}}{2} \cdot \ln\left(\frac{d_{si}}{d_{bi}}\right) \quad (\text{II.13})$$

avec

$d_{si}$  le diamètre interne de la culasse ou diamètre externe du bobinage.

- Dans le cas d'un moteur à encoches, la partie nommée "bobinage" dans le modèle est constituée de cuivre (encoches) et de fer (dents). Les dents canalisent le champ magnétique, en conséquence le flux est radial. Le champ magnétique, constant est donné par la relation suivante.

$$H_{bob}(r, \varphi) = \frac{H_{ref}(\varphi) \cdot \pi \cdot d_{ae}}{\mu_{rf} \cdot k_f \cdot Z_n \cdot b_d} \quad (\text{II.14})$$

avec

$Z_n$  le nombre de dents statoriques,  
 $b_d$  la largeur d'une dent (constante),  
 $\mu_{rf}$  la perméabilité relative des tôles, des dents et des culasses,  
 $k_f$  le coefficient de foisonnement.

La chute de potentiel associée au "bobinage" vaut:

$$\Theta_{bob}(\varphi) = \frac{H_{ref}(\varphi) \cdot d_{ae}}{2} \cdot \frac{\pi \cdot \left(\frac{d_{si}}{d_{sa}} - 1\right)}{\mu_{rf} \cdot k_f \cdot Z_n \cdot \left(\frac{b_d}{d_{sa}}\right)} \quad (\text{II.15})$$

## II.4.2 Culasse statorique

Dans la culasse statorique, les lignes de flux radiales sont modélisées par des droites et les lignes de flux circonférentielles par des arcs de cercles (figure II.3).

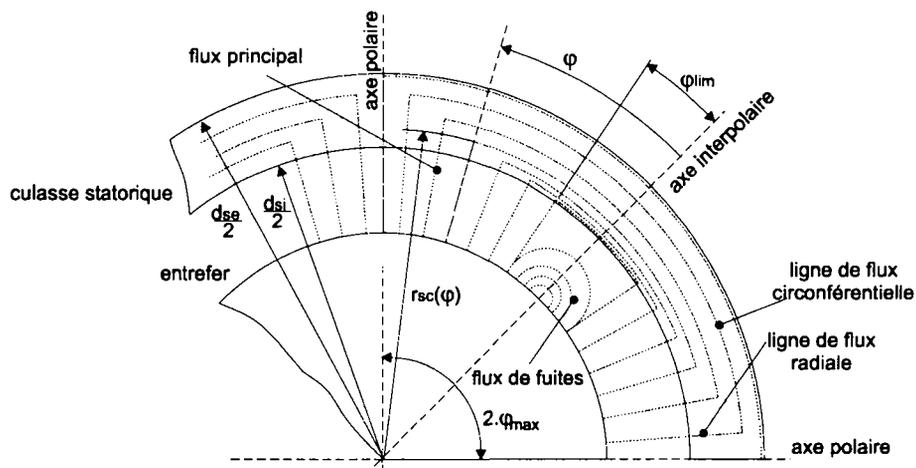


Figure II.3. Modélisation des lignes de flux dans la culasse statorique.

La répartition des lignes de flux dans la culasse statorique est supposée uniforme; ainsi pour une position  $\varphi$  comprise entre  $\varphi_{lim}$  et  $\varphi_{max}$ , le rayon  $r_{sc}$  d'une ligne de flux circonférentielle est donné par:

$$r_{sc}(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot \left[ d_{si} + \left( \frac{\varphi - \varphi_{lim}}{\varphi_{max} - \varphi_{lim}} \right) \cdot (d_{se} - d_{si}) \right] \quad (\text{II.16})$$

avec

$d_{se}$  le diamètre externe de la culasse statorique.

La valeur du champ magnétique radial  $H_{csr}$  est déterminée à partir de la conservation du flux.

$$H_{csr}(r, \varphi) = \frac{H_{ref}(\varphi)}{\mu_{rf} \cdot k_f} \cdot \frac{d_{ae}}{2 \cdot r} \quad (\text{II.17})$$

La chute de potentiel associée à la partie radiale de la culasse statorique  $\Theta_{csr}$  correspond à l'intégrale suivante:

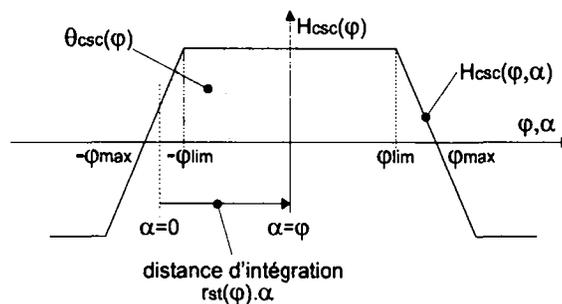
$$\Theta_{csr}(\varphi) = \int_{r=\frac{1}{2} \cdot d_{si}}^{r_{sc}(\varphi)} H_{csr}(r, \varphi) \cdot dr \quad (\text{II.18})$$

Après résolution l'équation (II.18) devient:

$$\Theta_{csr}(\varphi) = \frac{H_{ref}(\varphi)}{\mu_{rf} \cdot k_f} \cdot \frac{d_{ae}}{2} \cdot \ln \left( 1 + \left( \frac{\varphi - \varphi_{lim}}{\varphi_{max} - \varphi_{lim}} \right) \cdot \left( \frac{d_{se}}{d_{si}} - 1 \right) \right) \quad (\text{II.19})$$

Dans la partie circonférentielle de la culasse statorique, la distribution du champ magnétique  $H_{csc}$ , est modélisée par une fonction trapézoïdale (figure II.4).

$$H_{csc}(\varphi, \alpha) = \begin{cases} H_{csc}(\varphi) \cdot \left( \frac{\varphi_{max} + \alpha}{\varphi_{max} - \varphi_{lim}} \right) & -\varphi_{max} \leq \alpha \leq -\varphi_{lim} \\ H_{csc}(\varphi) & \text{pour } -\varphi_{lim} \leq \alpha \leq \varphi_{lim} \\ H_{csc}(\varphi) \cdot \left( \frac{\varphi_{max} - \alpha}{\varphi_{max} - \varphi_{lim}} \right) & \varphi_{lim} \leq \alpha \leq \varphi_{max} \end{cases} \quad (\text{II.20})$$



**Figure II.4.** Distribution du champ magnétique  $H_{csc}(\varphi)$  selon la longueur du chemin  $r_{st}(\varphi) \cdot \alpha$ .

La valeur maximale du champ magnétique circonférentiel  $H_{csc}(\varphi)$  se détermine en appliquant le principe de conservation du flux magnétique. Au niveau de l'axe interpolaire, le flux principal correspond à l'équation suivante:

$$\Phi_p = \int_{\frac{d_{si}}{2}}^{\frac{d_{se}}{2}} \frac{H_{csc}(\varphi)}{\mu_0 \cdot \mu_{rf} \cdot k_f} \cdot l_{act} \cdot dr_{st} \quad (\text{II.21})$$

En introduisant (II.16) dans (II.21), on obtient:

$$\Phi_p = \int_{\varphi_{lim}}^{\varphi_{max}} \frac{H_{csc}(\varphi)}{\mu_0 \cdot \mu_{rf} \cdot k_f} \cdot \frac{(d_{se} - d_{si})}{2 \cdot (\varphi_{max} - \varphi_{lim})} \cdot l_{act} \cdot d\varphi \quad (II.22)$$

La comparaison des relations (II.2) et (II.22) donne la valeur maximale du champ magnétique circonférentiel  $H_{csc}$ .

$$H_{csc}(\varphi) = \frac{H_{ref}(\varphi) \cdot d_{ae} \cdot (\varphi_{max} - \varphi_{lim})}{\mu_{rf} \cdot k_f \cdot (d_{se} - d_{si})} \quad (II.23)$$

Pour un demi-pôle, la chute de potentiel associée à la partie circonférentielle de la culasse statorique  $\Theta_{csc}$ , correspond à l'intégrale suivante.

$$\Theta_{csc}(\varphi) = \int_{\alpha=-\varphi}^0 H_{csc}(\varphi, \alpha) \cdot \underbrace{r_{st}(\varphi)}_{dl} \cdot d\alpha \quad (II.24)$$

après résolution, on a:

$$\Theta_{csc}(\varphi) = \frac{H_{ref}(\varphi) \cdot d_{ae}}{2 \cdot \mu_{rf} \cdot k_f} \cdot \left[ \frac{d_{si}}{(d_{se} - d_{si})} + \frac{(\varphi - \varphi_{lim})}{(\varphi_{max} - \varphi_{lim})} \right] \cdot \left[ \varphi_{max} \cdot \varphi - \frac{\varphi_{lim}^2}{2} - \frac{\varphi^2}{2} \right] \quad (II.25)$$

La chute de potentiel magnétique associée à la culasse statorique totale  $\Theta_{cs}$  vaut:

$$\Theta_{cs}(\varphi) = \Theta_{csr}(\varphi) + \Theta_{csc}(\varphi) \quad (II.26)$$

Deux cas sont à considérer:

- (1) Potentiel associé à l'axe intermédiaire  $\varphi = \varphi_{lim}$ .

Au niveau de l'axe intermédiaire, la chute de potentiel magnétique associée à la partie radiale de la culasse statorique est nulle, en conséquence le potentiel ne dépend que de la partie circonférentielle.

$$\Theta_{cs}(\varphi_{lim}) = \frac{H_{ref}(\varphi_{lim}) \cdot d_{ae}}{2 \cdot \mu_{rf} \cdot k_f} \cdot \left[ \frac{d_{si} \cdot (\varphi_{max} - \varphi_{lim}) \cdot \varphi_{lim}}{(d_{se} - d_{si})} \right] \quad (II.27)$$

La détermination de la valeur du potentiel magnétique au niveau de l'axe intermédiaire sert uniquement à déterminer l'angle limite.

- (2) Potentiel lié à l'axe polaire  $\varphi = \varphi_{max}$ . Le potentiel est donné par la somme des équations (II.19) et (II.25).

$$\Theta_{cs}(\varphi_{max}) = \frac{H_{ref}(\varphi_{max}) \cdot d_{ae}}{2 \cdot \mu_{rf} \cdot k_f} \cdot \left[ \left( \frac{d_{se} \cdot (\varphi_{max}^2 - \varphi_{lim}^2)}{d_{se} - d_{si}} \right) + \ln \left( \frac{d_{se}}{d_{si}} \right) \right] \quad (II.28)$$

L'éq (II.28) présente une chute de potentiel minimum pour le rapport suivant:

$$\left. \frac{d_{si}}{d_{se}} \right|_{\Theta_{cs}(\varphi_{max}), \min} = 1 + \frac{(\varphi_{max}^2 - \varphi_{lim}^2)}{4} - \sqrt{(\varphi_{max} - \varphi_{lim}) \cdot \left[ 8 + (\varphi_{max}^2 - \varphi_{lim}^2)^2 \right]} \quad (II.29)$$

Comme la chute de potentiel magnétique de la culasse statorique doit obligatoirement dimi-

nuer lorsque le rapport  $d_{si}/d_{se}$  augmente, en conséquence les limites du modèle sont atteintes lorsque  $d_{si}/d_{se}$  est inférieur au rapport donné par la relation (II.29). En pratique, comme le rapport  $d_{si}/d_{se}$  est généralement proche de 1, on peut effectuer l'approximation suivante:

$$\ln\left(\frac{d_{se}}{d_{si}}\right) \simeq 1 - \frac{d_{si}}{d_{se}} \quad (\text{II.30})$$

La chute de potentiel approchée de la culasse statorique devient:

$$\Theta_{cs}(\varphi_{max}) = \frac{H_{ref}(\varphi_{max}) \cdot d_{ae}}{2 \cdot \mu_{rf} \cdot k_f} \cdot \left[ 1 - \frac{d_{si}}{d_{se}} + \frac{(\varphi_{max}^2 - \varphi_{lim}^2)}{1 - \frac{d_{si}}{d_{se}}} \right] \quad (\text{II.31})$$

## II.5 Trajectoire des lignes de flux rotoriques

Bien que dans l'entrefer les lignes de flux soient radiales, leur direction dans l'aimant est identique à celle de sa magnétisation. En conséquence, dans la culasse rotorique, la trajectoire des lignes de flux est directement liée au type de magnétisation. Dans le cadre de la modélisation, on étudie le cas d'une magnétisation radiale et celui d'une magnétisation parallèle.

La méthode de calcul du potentiel magnétique associé à la culasse rotorique est analogue à celle utilisée pour déterminer la chute de potentiel de la culasse statorique, en conséquence seuls les résultats relatifs à l'axe polaire sont présentés.

### II.5.1 Magnétisation radiale

#### Potentiel de l'aimant

Pour une magnétisation radiale (figure II.5), la longueur de l'aimant est constante tout au long du pôle. Le champ magnétique total de l'aimant  $H_{at}$  se compose d'un champ magnétique rémanent  $H_0$  déterminé par les propriétés magnétiques intrinèques de l'aimant et d'un champ magnétique interne  $H_{ai}$  qui est fonction de la géométrie et de la perméabilité relative de l'aimant. (Le signe négatif vient uniquement du choix du référentiel)

$$-H_{at}(r, \varphi) = \underbrace{\frac{H_{ref}(\varphi)}{\mu_{ra}} \cdot \frac{d_{ae}}{2 \cdot r}}_{H_{ai}(r, \varphi)} - H_0 \quad (\text{II.32})$$

Par hypothèse (pas de flux de fuites dans l'aimant), le champ magnétique intrinsèque de l'aimant est assimilé à une fonction carrée de période égale à deux pas polaires. Le potentiel magnétique total de l'aimant  $\Theta_{at}$ , qui se compose d'un potentiel intrinsèque  $\Theta_{a0}$  et d'une chute de potentiel interne  $\Theta_{ai}$ , après intégration on obtient:

$$\Theta_{at}(\varphi, \alpha) = \underbrace{\frac{H_{ref}(\varphi) \cdot d_{ae}}{2 \cdot \mu_{ra}} \cdot \ln\left(\frac{d_{ma}}{d_{mi}}\right)}_{\theta_{ai}(\varphi)} - \underbrace{\frac{1}{2} \cdot H_0 \cdot (d_{ae} - d_{ai})}_{\theta_{a0}(\varphi)} \quad (\text{II.33})$$

avec

- $d_{ai}$  le diamètre interne de l'aimant,
- $\mu_{ra}$  la perméabilité relative de l'aimant.

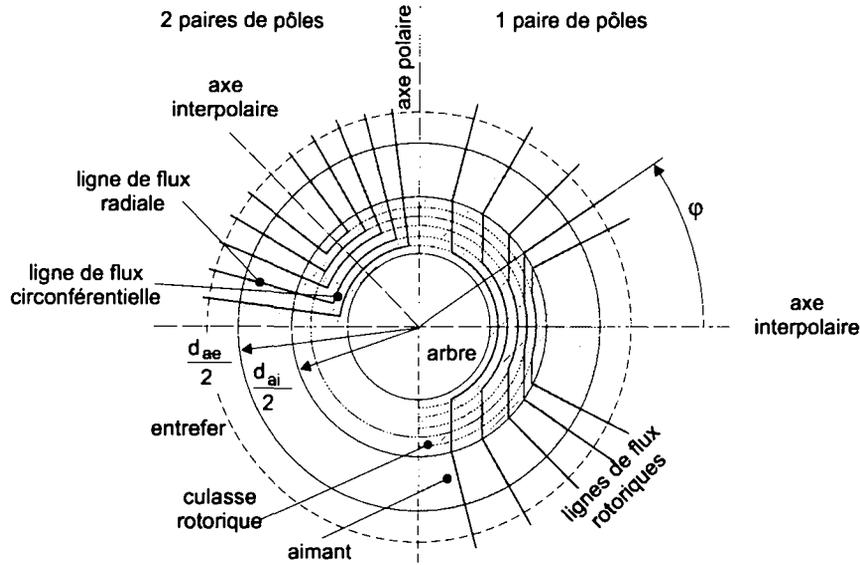


Figure II.5. Aimantation radiale, modélisation des lignes de flux pour 1 et 2 paires de pôles.

### Chute de potentiel dans la culasse rotorique

C'est essentiellement au niveau de la culasse rotorique que la trajectoire des lignes de flux diffère selon le nombre de pôles (figure II.5).

#### Paire de pôles unitaire:

Lorsque le nombre de paires de pôles est unitaire, les lignes de flux de la culasse rotorique adoptent une trajectoire parallèle et circonférentielle. Au niveau de l'axe polaire, la chute de potentiel magnétique associée à la culasse rotorique  $\Theta_{cr}$  est donnée par:

$$\Theta_{cr}(\varphi_{max}) = \frac{H_{ref}(\varphi_{max})}{2 \cdot \mu_{rf} \cdot k_f} \cdot d_{ae} \cdot \left[ 1 - \frac{d_{ri}}{d_{ai}} + \left( \frac{d_{ri} \cdot \varphi_{max}^2}{d_{ai} - d_{ri}} \right) \right] \quad (\text{II.34})$$

avec

$$\begin{aligned} d_{ri} & \text{ le diamètre interne de la culasse rotorique,} \\ \varphi_{max} & = \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

#### Plusieurs paires de pôles:

Lorsque le nombre de paires de pôles est supérieur à l'unité, la trajectoire des lignes de flux de la culasse rotorique est analogue à celle de la culasse statorique. Au niveau de l'axe polaire, le potentiel magnétique de la culasse rotorique vaut:

$$\Theta_{cr}(\varphi_{max}) = \frac{H_{ref} \cdot d_{ae}}{2 \cdot \mu_{rf}} \cdot \left[ \ln \left( \frac{d_{ai}}{d_{ri}} \right) + \frac{d_{ri} \cdot \varphi_{max}^2}{(d_{ai} - d_{ri})} \right] \quad (\text{II.35})$$

De façon analogue au calcul de la chute de potentiel de la culasse statorique, la chute de potentiel

dans la culasse rotorique présente un minimum lorsque le rapport  $d_{ri}/d_{ai}$  vaut:

$$\frac{d_{ri}}{d_{ai}} \Big|_{\Theta_{cr}(\varphi_{max}).\min} = \left[ 1 + \frac{\varphi_{max}^2}{2} - \frac{\varphi_{max}}{2} \cdot \sqrt{4 + \varphi_{max}^2} \right] \quad (\text{II.36})$$

Comme la chute de potentiel magnétique ne peut augmenter si le rapport  $d_{ri}/d_{ai}$  augmente davantage, et en raison de la grande marge d'erreur tolérée pour le calcul de la chute de potentiel dans le fer, on effectue l'approximation suivante:

$$\ln \left( \frac{d_{ai}}{d_{ri}} \right) \simeq 1 - \frac{d_{ri}}{d_{ai}} \quad (\text{II.37})$$

Il en résulte que la relation (II.34) déterminée pour une paire de pôles unitaire peut être transposée pour un nombre de paires de pôles supérieur. La chute de potentiel de la culasse rotorique correspond à la relation suivante:

$$\Theta_{cr}(\varphi_{max}) = \frac{H_{ref} \cdot d_{ae}}{2 \cdot \mu_{rf}} \cdot \left[ 1 - \frac{d_{ri}}{d_{ai}} + \frac{d_{ri} \cdot \varphi_{max}^2}{(d_{ai} - d_{ri})} \right] \quad (\text{II.38})$$

### II.5.2 Rotor à aimantation parallèle:

Dans le cas d'un rotor à aimantation parallèle, le moteur possède obligatoirement qu'une seule paire de pôles. La modélisation des lignes de flux est réalisée de la façon suivante (figure II.6):

- Lorsque l'angle de position est inférieur à l'angle de transition  $\varphi_t$ , les lignes de flux restent dans l'aimant et contournent ainsi la culasse rotorique (modèle A).
- Lorsque l'angle de position est supérieur à  $\varphi_t$ , les lignes de flux traversent l'aimant et la culasse rotorique (modèle B).

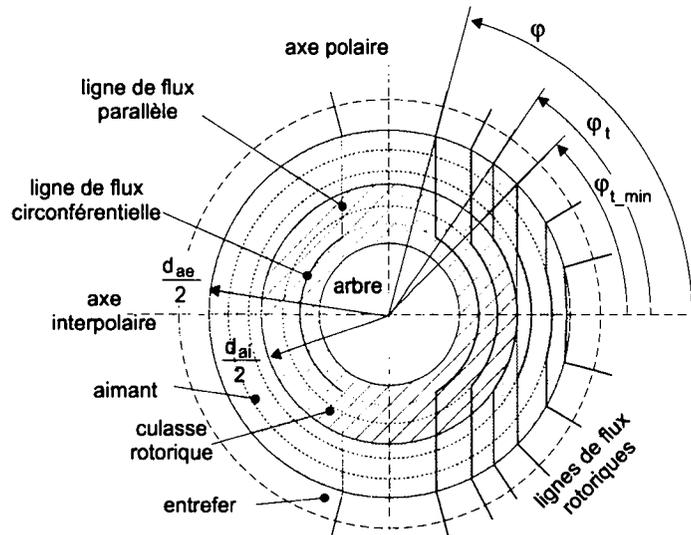


Figure II.6. Lignes de flux rotoriques pour un moteur à aimantation diamétrale.

#### Modèle A: Les lignes de flux restent dans l'aimant.

La modélisation suppose que la trajectoire des lignes de flux dans l'aimant se compose d'une partie parallèle et d'une partie circonférentielle. Le potentiel magnétique intrinsèque de l'ai-

mant<sup>2</sup>, ne dépend plus que de son diamètre externe.

$$\Theta_{a0}(\varphi) = -\frac{1}{2} \cdot H_0 \cdot d_{ai} \cdot \sin(\varphi) \quad \text{pour } 0 < \varphi \leq \varphi_t \quad (\text{II.39})$$

La chute de potentiel totale interne de l'aimant  $\Theta_{ai}$  qui lui est associée vaut:

$$\Theta_{ai}(\varphi) = \frac{H_{ref}(\varphi) \cdot d_{ai}}{2 \cdot \mu_{ra}} \cdot \left\{ \left[ 1 - \frac{\sqrt{\left[ 1 + \frac{\varphi}{\varphi_t} \cdot \left( \frac{d_{ai}}{d_{ac}} - 1 \right) \right]^2 - \cos^2(\varphi)}}{\sin(\varphi)} \right] + \left[ \frac{\varphi_t}{\left( 1 - \frac{d_{ai}}{d_{ac}} \right)} - \varphi \right] \cdot \arccos \left( \frac{\cos(\varphi)}{1 + \frac{\varphi}{\varphi_t} \cdot \left( \frac{d_{ai}}{d_{ac}} - 1 \right)} \right) \right\} \quad \text{avec } 0 < \varphi \leq \varphi_t \quad (\text{II.40})$$

Contournée par le flux, la valeur de la perméance de la culasse rotorique n'est pas prise en considération.

### Modèle B: Les lignes de flux traversent la culasse rotorique.

Dans ce cas la trajectoire des lignes de flux est considérée comme parallèle dans l'aimant et circonférentielle dans la culasse rotorique (figure II.6). Le potentiel magnétique intrinsèque de l'aimant  $\Theta_{a0}$  associé à la position  $\varphi$  devient:

$$\Theta_{a0}(\varphi) = -\frac{H_0 \cdot d_{ae}}{2} \cdot \left[ \sin(\varphi) - \sqrt{\left( \frac{d_{ai}}{d_{ae}} \right)^2 - \cos^2(\varphi)} \right] \quad \text{pour } \varphi_t \leq \varphi \leq \varphi_{max} \quad (\text{II.41})$$

Et sa chute de potentiel interne  $\Theta_{ai}$  est donnée par:

$$\Theta_{ai}(\varphi) = \frac{H_{ref}(\varphi) \cdot d_{ae}}{2 \cdot \mu_a} \cdot \left[ 1 - \frac{\sqrt{\left( \frac{d_{ai}}{d_{ac}} \right)^2 - \cos^2(\varphi)}}{\sin(\varphi)} \right] \quad \text{pour } \varphi_t \leq \varphi \leq \varphi_{max} \quad (\text{II.42})$$

Enfin la chute de potentiel de la culasse rotorique  $\theta_{cr}$  définie pour  $\varphi_t \leq \varphi \leq \varphi_{max}$  vaut:

$$\Theta_{cr}(\varphi) = \frac{H_{ref}(\varphi) \cdot d_{ae}}{2 \cdot \mu_{rf}} \cdot \left[ \frac{\varphi_c(\varphi) \cdot (2 \cdot \varphi_{max}(\varphi) - \varphi_c(\varphi)) - \varphi_t^2(\varphi)}{2} \right] \cdot \left[ \frac{1}{\left( \frac{d_{ai}}{d_{ri}} - 1 \right)} \cdot \frac{(\varphi_{max} - \varphi)}{(\varphi_{max} - \varphi_t)} \right] \quad (\text{II.43})$$

avec

$$\varphi_c(\varphi) = \arccos \left( \frac{\cos(\varphi)}{\frac{d_{ri}}{d_{ac}} + \frac{(d_{ai} - d_{ri})}{d_{ac}} \cdot \frac{(\varphi_{max} - \varphi)}{(\varphi_{max} - \varphi_t)}} \right) \quad (\text{II.44})$$

<sup>2</sup> Le potentiel magnétique est calculé sur un demi pôle

Le choix de la trajectoire est dicté par la nécessité de minimiser l'énergie, c'est à dire d'augmenter le flux magnétique produit par l'aimant. En conséquence, pour calculer l'angle de transition, il est indispensable de tenir compte du circuit magnétique complet du moteur.

La valeur minimale de l'angle de transition  $\varphi_{t\_min}$  est fonction du rapport des diamètres internes et externes de l'aimant, déterminée par trigonométrie elle vaut:

$$\varphi_{t\_min} = \arccos\left(\frac{d_{ai}}{d_{ae}}\right) \quad (\text{II.45})$$

Pour des raisons énergétiques, il ne peut y avoir de discontinuité dans la distribution du flux et de l'induction; en conséquence l'angle de transition est déterminé par l'égalité suivante:

$$\Theta_{a0A}(\varphi_t) \cdot \Theta_{totB}(\varphi_t) = \Theta_{a0B}(\varphi_t) \cdot \Theta_{totA}(\varphi_t) \quad (\text{II.46})$$

avec

$\Theta_{a0A}$  le potentiel magnétique intrinsèque de l'aimant calculé selon le modèle A (eq. II.39),

$\Theta_{a0B}$  le potentiel magnétique intrinsèque de l'aimant calculé selon le modèle B (eq. II.41),

$\Theta_{totA}$  la chute de potentiel totale du circuit magnétique (y compris la chute de potentiel magnétique interne de l'aimant calculée selon le modèle A),

$$\Theta_{totA} = \Theta_{crc}(\varphi_t) + \Theta_{crr}(\varphi_t) + \Theta_{ai\_A}(\varphi_t) + \Theta_{\delta}(\varphi_t) + \Theta_{bob}(\varphi_t) + \Theta_{csr}(\varphi_t) + \Theta_{csc}(\varphi_t)$$

$\Theta_{totB}$  la chute de potentiel totale du circuit magnétique (y compris la potentiel magnétique de l'aimant calculée selon le modèle B).

$$\Theta_{totB} = \Theta_{crc}(\varphi_t) + \Theta_{crr}(\varphi_t) + \Theta_{ai\_B}(\varphi_t) + \Theta_{\delta}(\varphi_t) + \Theta_{bob}(\varphi_t) + \Theta_{csr}(\varphi_t) + \Theta_{csc}(\varphi_t)$$

En négligeant la chute de potentiel dans les culasses statorique (modèles A et B) et rotorique (modèle B) ce qui correspond à poser  $\mu_{rf} = \infty$ , l'angle de transition est donné par l'équation non transcendante suivante.

$$\ln\left(\frac{d_{\delta e}}{d_{ae}}\right) = \left\{ \left[ \frac{\sin(\varphi_t)}{\sqrt{\left(\frac{d_{mi}}{d_{ma}}\right)^2 - (\cos(\varphi_t))^2}} - 1 \right] \cdot \frac{\left[ \left[ \frac{d_{ai} \cdot \varphi_t}{(d_{ae} - d_{ai})} \right] \cdot \arccos\left(\frac{d_{ae} \cdot \cos(\varphi_t)}{d_{ai}}\right) - \frac{1}{\sin(\varphi_t)} \cdot \sqrt{\left(\frac{d_{mi}}{d_{mc}}\right)^2 - (\cos(\varphi_t))^2} \right]}{\mu_{ra}} \right\}$$

pour  $\arccos\left(\frac{d_{mi}}{d_{mc}}\right) < \varphi_t < \frac{\pi}{2}$  (II.47)

avec

$d_{\delta e}$  le diamètre de l'entrefer magnétique

$$d_{\delta e} = \begin{cases} d_{be} & \text{moteur à bobinage dans l'entrefer} \\ d'_{sa} & \text{moteur à encoches} \end{cases}$$

Au niveau de l'axe polaire, la condition qui régit le choix du modèle de calcul se détermine en introduisant  $\varphi_t = \frac{\pi}{2}$  dans l'équation (II.47). On obtient la condition suivante:

$$\ln \left( \frac{d_{\delta e}}{d_{ae}} \right) \begin{cases} \leq \left( \frac{\pi^2}{4} - 1 + \frac{d_{ai}}{d_{ac}} \right) \cdot \frac{1}{\mu_{ra}} & \text{modèle B} \\ > \left( \frac{\pi^2}{4} - 1 + \frac{d_{ai}}{d_{ac}} \right) \cdot \frac{1}{\mu_{ra}} & \text{modèle A} \end{cases} \quad (\text{II.48})$$

## II.6 Détermination de $\varphi_{lim}$ et de $H_{ref}(\varphi)$

Tous les éléments qui entrent dans la détermination de l'angle de fuite  $\varphi_{lim}$  donné par l'éq. (2.23) sont directement proportionnels à  $H_{ref}(\varphi)$ ; en conséquence l'angle de fuite ne dépend pas de la valeur de  $H_{ref}(\varphi)$ .

Pour déterminer la valeur de  $H_{ref}(\varphi)$  on introduit les différents potentiels calculés dans l'éq. (2.18). Mis à part le potentiel intrinsèque de l'aimant  $\Theta_{a0}(\varphi)$ , tous les autres potentiels sont directement proportionnels à  $H_{ref}(\varphi)$ . On obtient alors une équation du premier degré à une inconnue ( $H_{ref}$ ). Après résolution on a:

$$H_{ref}(\varphi) = \frac{\Theta_{a0}(\varphi)}{\frac{\Theta_{\delta}(\varphi)}{H_{ref}(\varphi)} + \frac{\Theta_{bob}(\varphi)}{H_{ref}(\varphi)} + \frac{\Theta_{cs}(\varphi)}{H_{ref}(\varphi)} + \frac{\Theta_{cr}(\varphi)}{H_{ref}(\varphi)} + \frac{\Theta_{ai}(\varphi)}{H_{ref}(\varphi)}} \quad (\text{II.49})$$

# Annexe III: Détermination du facteur de raccourcissement d'une bobine (moteurs à bobinage dans l'entrefer)

## III.1 Bobines adjacentes

Dans le cas d'un moteur à bobines adjacentes, une spire dont la position dans la bobine est déterminée par  $\alpha$  est décrite par les éléments suivants (figure III.1):

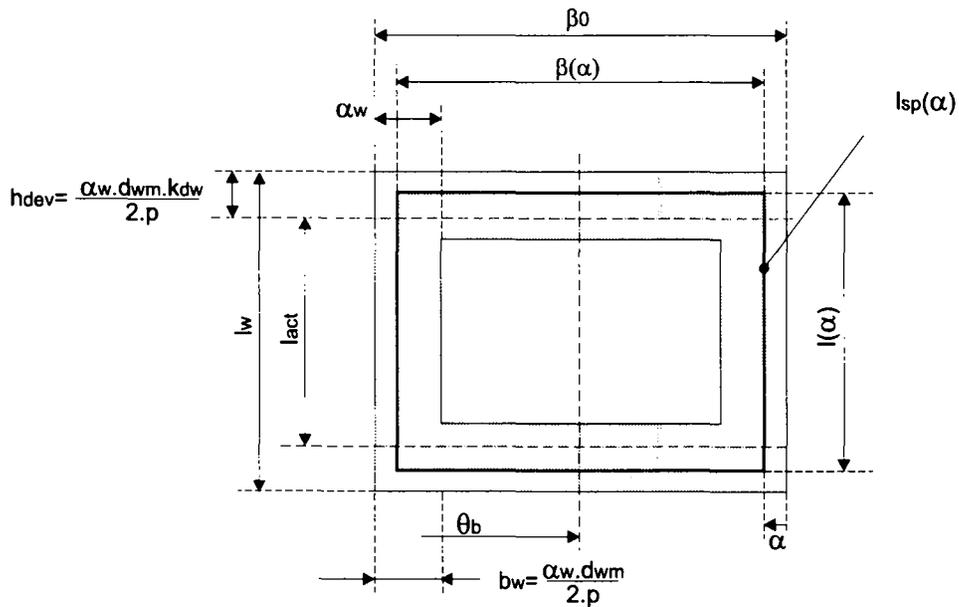


Figure III.1. Modélisation d'une bobine concentrique.

- longueur "magnétique" d'une spire:

$$l(\alpha) = \begin{cases} l_{act} + \frac{d_{wm}}{p} \cdot [\alpha_w \cdot k_{dw} - \alpha] & \text{pour } 0 \leq \alpha < \alpha_w \cdot k_{dw} \\ l_{act} & \text{pour } k_{dw} \leq \alpha < \alpha_w \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

- ouverture d'une spire de position  $\alpha$ :

$$\beta(\alpha) = \beta_0 - 2 \cdot \alpha \quad (\text{III.2})$$

Pour une décomposition de l'induction en série de Fourier, et en supposant que les  $N_{sb}$  spires qui constituent la bobine sont distribuées de façon uniforme, le flux totalisé qui traverse une bobine de position  $\theta_b$  correspond à la double intégrale suivante:

$$\Psi(\theta_b) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ \frac{d_{wm} \cdot N_{sb}}{2 \cdot p \cdot \alpha_w} \cdot \int_0^{\alpha_w} \int_{\theta_b - \frac{\beta(\alpha)}{2}}^{\theta_b + \frac{\beta(\alpha)}{2}} l(\alpha) \cdot \nu B \cdot \sin(\nu \cdot \theta) \cdot d\theta \cdot d\alpha \right\} \quad (\text{III.3})$$

Après résolution, le flux totalisé vaut:

$$\begin{aligned}
\Psi(\theta_b) &= \sum_{\nu=1}^{\infty} N_{sb} \cdot \nu \cdot B \cdot \sin(\nu \cdot \theta_b) \cdot \\
&\quad \frac{d_{wm} \cdot l_{act}}{p \cdot \alpha_w \cdot \nu^2} \cdot \left[ -\cos\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{2}\right) + \cos\left(\nu \cdot \left(\frac{\beta_0}{2} - \alpha_w\right)\right) \right] \\
&\quad + \frac{d_{wm}^2}{p^2 \cdot \alpha_w \cdot \nu^3} \cdot \left[ \sin\left(\nu \cdot \left(\frac{\beta_0}{2} - k_{dw} \cdot \alpha_w\right)\right) - \sin\left(\nu \cdot \left(\frac{\beta_0}{2} - \alpha_w\right)\right) \right] \\
&\quad + \frac{d_{wm}^2}{p^2 \cdot \nu^2} \cdot [k_{dw} - 1] \cdot \cos\left(\nu \cdot \left(\frac{\beta_0}{2} - \alpha_w\right)\right) \quad (III.4)
\end{aligned}$$

Par définition, le facteur de raccourcissement  $k_s$  associé à une harmonique de rang  $\nu$  est donné par le rapport suivant:

$$\nu k_s = \frac{\Psi(\theta_b, \nu)}{N_{sb} \cdot l_{act} \cdot \frac{d_{wm}}{p} \cdot \frac{\nu B}{\nu} \cdot \sin(\nu \cdot \theta) \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{2}\right)} \quad (III.5)$$

## III.2 bobinage auto-porteur

Dans le cas d'un bobinage auto-porteur ou en panier toutes les spires qui constituent le bobinage sont identiques et seule la position de leur centre  $\theta_{sp}$  varie. Le flux qui traverse une spire est donné par la double intégrale suivante:

$$\Phi_{sp}(\theta_{sp}) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \int_{z=-\frac{l_{act}}{2}}^{\frac{l_{act}}{2}} \int_{\theta=\theta_{sp}-\frac{\beta(z)}{2}}^{\theta_{sp}+\frac{\beta(z)}{2}} \frac{d_{wm} \cdot \nu \cdot B \cdot \sin(\nu \cdot \theta)}{2 \cdot p} \cdot d\theta \cdot dz \quad (III.6)$$

la fonction qui décrit l'ouverture des spires dépend de leur forme (figure III.2); on distinguera deux cas:

(a) Spires de forme losange

$$\beta_{\diamond}(z) = \beta_0 \cdot \left[ 1 - \frac{2 \cdot |z|}{l_w} \right] \quad -\frac{l_{act}}{2} \leq z \leq \frac{l_{act}}{2} \quad (III.7)$$

(b) Spires de forme triangulaire

$$\beta_{\Delta}(z) = \beta_0 \cdot \left[ \frac{1}{2} + \frac{z}{l_w} \right] \quad -\frac{l_{act}}{2} \leq z \leq \frac{l_{act}}{2} \quad (III.8)$$

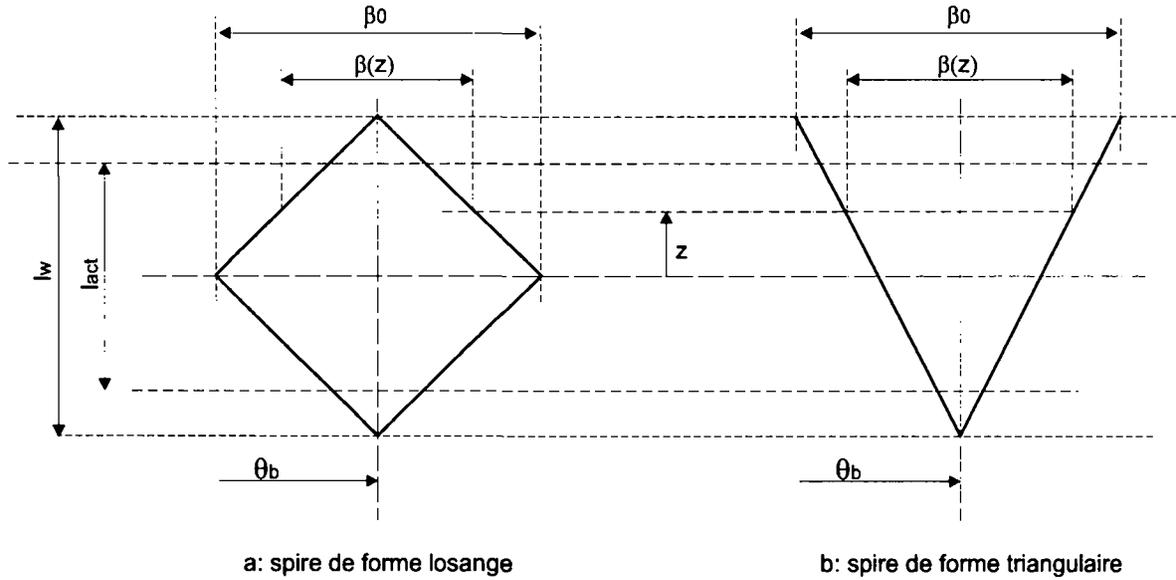
Après résolution, le flux qui traverse une spire vaut:

(1) Spires de forme losange

$$\Phi_{sp-\diamond}(\theta_{sp}) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{2 \cdot l_w \cdot d_{wm} \cdot \nu \cdot B \cdot \sin(\nu \cdot \theta_{sp})}{\nu^2 \cdot \beta_0 \cdot p} \cdot \left[ \cos\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{2} \cdot \left[ 1 - \frac{l_{act}}{l_w} \right]\right) - \cos\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{2}\right) \right] \quad (III.9)$$

(2) Spires de forme triangulaire

$$\Phi_{sp-\Delta}(\theta_{sp}) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{4 \cdot l_w \cdot d_{wm} \cdot \nu \cdot B \cdot \sin(\nu \cdot \theta_{sp})}{\nu^2 \cdot \beta_0 \cdot p} \cdot \left[ \sin\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{4} \cdot \frac{l_{act}}{l_w}\right) \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{4}\right) \right] \quad (III.10)$$



**Figure III.2.** Modélisation d'un bobinage auto-porteur.

Lorsque la longueur du bobinage correspond à la longueur active du moteur, les relations (III.9) et (III.10) sont égales et valent:

$$\Phi_{sp}(\theta_{sp})|_{l_{act}=l_w} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{2 \cdot l_w \cdot d_{wm} \cdot \nu B}{\nu^2 \cdot \beta_0 \cdot p} \cdot \left[ 1 - \cos\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{2}\right) \right] \quad (\text{III.11})$$

Le flux totalisé qui traverse une bobine de position  $\theta_b$  et de largeur  $\alpha_w$  composées de  $N_{sb}$  spires de forme losange ou triangulaires est donnée par l'intégrale suivante:

$$\Psi(\theta_b) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{N_{sb}}{\alpha_w} \cdot \int_{\theta_b - \frac{1}{2} \cdot \alpha_w}^{\theta_b + \frac{1}{2} \cdot \alpha_w} \Phi_{sp}(\theta_{sp}) \cdot d\alpha \quad (\text{III.12})$$

Après introduction des relations (III.9) et (III.10) dans (III.12) on obtient le résultat suivant.

(1) Spires de forme losange:

$$\Psi_{-\diamond}(\theta_b) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{4 \cdot l_w \cdot d_{wm} \cdot N_{sb} \cdot \nu B \cdot \sin(\nu \cdot \theta_{sp}) \cdot \sin\left(\frac{\alpha_w}{2}\right)}{\nu^3 \cdot \alpha_w \cdot \beta_0 \cdot p} \cdot \left[ \cos\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{2} \cdot \left[1 - \frac{l_{act}}{l_w}\right]\right) - \cos\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{2}\right) \right] \quad (\text{III.13})$$

(2) Spires de forme triangulaire:

$$\Psi_{-\triangle}(\theta_b) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{8 \cdot l_w \cdot d_{wm} \cdot N_{sb} \cdot \nu B \cdot \sin(\nu \cdot \theta_{sp}) \cdot \sin\left(\frac{\alpha_w}{2}\right)}{\nu^3 \cdot \alpha_w \cdot \beta_0 \cdot p} \cdot \left[ \sin\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{4} \cdot \frac{l_{act}}{l_w}\right) \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \beta_0}{4}\right) \right] \quad (\text{III.14})$$

Autant pour des spires de forme losange que triangulaire, le facteur de raccourcissement associé à chaque harmonique se calcule en introduisant (III.13) et (III.14) dans (III.5).



## Annexe IV: Détermination des pertes dans la chemise

Le calcul des pertes par courants de Foucault dans la chemise statorique s'effectue en modélisant chaque pôle de celle-ci par une infinité de spires concentriques et en court-circuit. Les pertes par courants de Foucault de la chemise statorique correspondent à la somme des pertes Joule moyennes de chaque spire élémentaire.

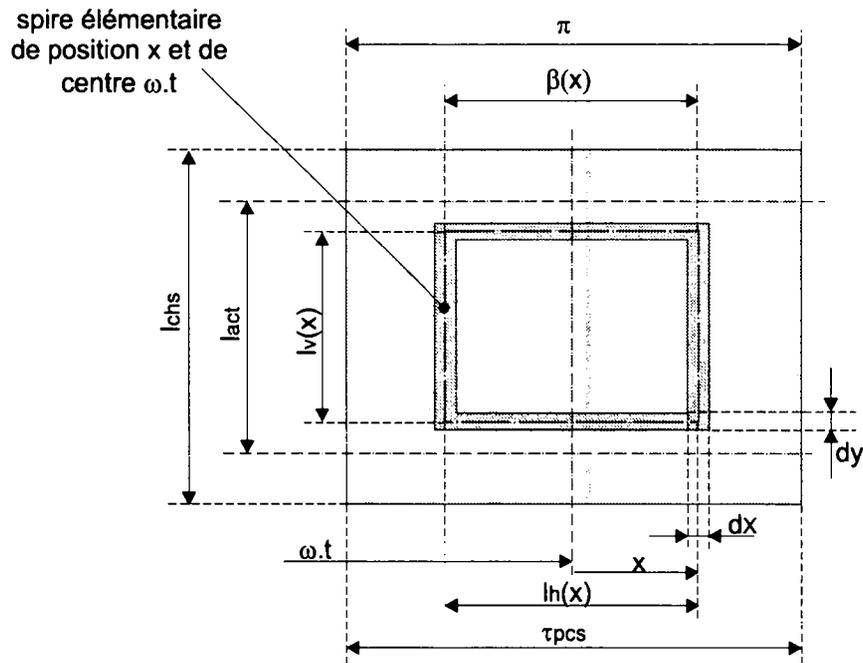


Figure IV.1. Modélisation de la chemise statorique.

La conductance (inverse de la résistance) d'une spire élémentaire de position  $x$  est donnée par la relation suivante (figure IV.1):

$$dY(x) = \frac{e_{chs}}{2 \cdot \rho_{el}} \cdot \left[ \frac{dx \cdot dy}{l_v(x) \cdot dx + l_h(x) \cdot dy} \right] \quad (\text{IV.1})$$

avec

$e_{chs}$  l'épaisseur de la chemise statorique,  
 $\rho_{el}$  la résistivité électrique du matériau.

Les dimensions  $l_v(x)$  et  $l_h(x)$  sont fonction de la position  $x$  des conducteurs.

$$l_h(x) = 2 \cdot x \quad (\text{IV.2})$$

$$l_v(x) = l_{chs} \cdot \frac{2 \cdot x}{\tau_{pcs}} \quad (\text{IV.3})$$

La relation entre un élément  $dx$  et  $dy$  est donnée par l'équation suivante:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{l_{chs}}{\tau_{pcs}} \quad (\text{IV.4})$$

En introduisant (IV.2), (IV.3) et (IV.4) dans (IV.1), la conductance d'une spire élémentaire devient:

$$dY(x) = \frac{e_{chs} \cdot dx}{4 \cdot \rho_{el} \cdot x \cdot \left[ \frac{l_{chs}}{\tau_{pcs}} + \frac{\tau_{pcs}}{l_{chs}} \right]} \quad (IV.5)$$

L'ouverture  $\beta$  d'une spire élémentaire de position  $x$  vaut:

$$\beta(x) = \pi \cdot \frac{2 \cdot x}{\tau_{pcs}} \quad (IV.6)$$

Pour déterminer le flux  $\Phi$  qui traverse une spire élémentaire de centre  $\theta_{sp}$  et de position  $x$ , on distinguera deux cas:

- (1) la longueur axiale  $l_v(x)$  de la spire élémentaire est inférieure à la longueur active du moteur ( $l_v(x) \leq l_{act}$ ).

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= \int_{\theta_{sp} - \frac{\beta(x)}{2}}^{\theta_{sp} + \frac{\beta(x)}{2}} \int_{z = -\frac{l_{act} \cdot \tau_{pcs}}{2 \cdot l_{chs}}}^{\frac{l_{act} \cdot \tau_{pcs}}{2 \cdot l_{chs}}} \frac{\tau_{pcs}}{\pi} \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B \cdot \sin(\nu \cdot \theta) \cdot dz \cdot d\theta \\ &= \frac{4}{\pi} \cdot x \cdot l_{chs} \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu B \cdot \sin(\nu \cdot \theta_{sp})}{\nu} \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi \cdot x}{\tau_{pcs}}\right) \end{aligned} \quad (IV.7)$$

- (2) la longueur axiale  $l_v(x)$  de la spire élémentaire est supérieure à la longueur active du moteur ( $l_v(x) > l_{act}$ ).

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= \int_{\theta_{sp} - \frac{\beta(x)}{2}}^{\theta_{sp} + \frac{\beta(x)}{2}} l_{act} \cdot \frac{\tau_{pcs}}{\pi} \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B \cdot \sin(\nu \cdot \theta) \cdot d\theta \\ &= \frac{2}{\pi} \cdot l_{act} \cdot \tau_{pcs} \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu B \cdot \sin(\nu \cdot \theta_{sp})}{\nu} \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi \cdot x}{\tau_{pcs}}\right) \end{aligned} \quad (IV.8)$$

En posant,  $\theta_{sp} = \omega \cdot t$ , la tension induite d'une spire élémentaire se déduit des éq. (2.51) et vaut:

$$u_e(x, t) = \begin{cases} \frac{4}{\pi} \cdot x \cdot l_{chs} \cdot \omega \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ \nu B \cdot \cos(\nu \cdot \omega \cdot t) \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi \cdot x}{\tau_{pcs}}\right) \right\} & \text{pour } 0 \leq x \leq \frac{l_{act} \cdot \tau_{pcs}}{2 \cdot l_{chs}} \\ \frac{2}{\pi} \cdot l_{act} \cdot \tau_{pcs} \cdot \omega \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ \nu B \cdot \cos(\nu \cdot \omega \cdot t) \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi \cdot x}{\tau_{pcs}}\right) \right\} & \text{pour } \frac{l_{act} \cdot \tau_{pcs}}{2 \cdot l_{chs}} < x \leq \frac{\tau_{pcs}}{2} \end{cases} \quad (IV.9)$$

Les pertes Joule instantannées associées à une spire élémentaire et en court-circuit valent:

$$dP_J(x, t) = (u_e(x, t))^2 \cdot dY(x) \quad (IV.10)$$

En introduisant (IV.5), (IV.9) dans (IV.10), on calcule les pertes Joule suivantes:

$$dP_J(x, t) = \begin{cases} \frac{4 \cdot x \cdot l_{chs}^2 \cdot e_{chs} \cdot \omega^2}{\pi^2 \cdot \rho_{el} \cdot \left[ \frac{l_{chs}}{\tau_{pcs}} + l_{chs} \right]} \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ \nu B \cdot \sin \left( \frac{\nu \cdot \pi \cdot x}{\tau_{pcs}} \right) \cdot \cos(\nu \cdot \omega \cdot t) \right\}^2 & \text{pour } 0 \leq x \leq \frac{l_{act} \cdot \tau_{pcs}}{2 \cdot l_{chs}} \\ \frac{\tau_{pcs}^2 \cdot l_{chs}^2 \cdot e_{chs} \cdot \omega^2}{x \cdot \pi^2 \cdot \rho_{el} \cdot \left[ \frac{l_{chs}}{\tau_{pcs}} + l_{chs} \right]} \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ \nu B \cdot \sin \left( \frac{\nu \cdot \pi \cdot x}{\tau_{pcs}} \right) \cdot \cos(\nu \cdot \omega \cdot t) \right\}^2 & \text{pour } \frac{l_{act} \cdot \tau_{pcs}}{2 \cdot l_{chs}} < x \leq \frac{\tau_{pcs}}{2} \end{cases} \quad (IV.11)$$

Sur une période électrique, les pertes Joule moyenne associées à une spire élémentaire valent:

$$\overline{P}_J(x) = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \int_{t=0}^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega}} dP_J(x, t) \cdot dt$$

Après résolution, on calcule selon la position  $x$  de la spire, les pertes Joule moyennes suivantes:

$$\overline{P}_J(x) = \begin{cases} \frac{2 \cdot e_{chs} \cdot x \cdot l_{chs}^3 \cdot \tau_{pcs} \cdot \omega^2}{\pi^2 \cdot \rho_{el} \cdot \left[ \frac{l_{chs}}{\tau_{pcs}} + l_{chs} \right]} \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ \nu B \cdot \sin \left( \frac{\nu \cdot \pi \cdot x}{\tau_{pcs}} \right) \right\}^2 & 0 \leq x \leq \frac{l_{act} \cdot \tau_{pcs}}{2 \cdot l_{chs}} \\ \frac{e_{chs} \cdot l_{act} \cdot l_{chs} \cdot \tau_{pcs}^3 \cdot \omega^2}{2 \cdot x \cdot \pi^2 \cdot \rho_{el} \cdot \left[ \frac{l_{chs}}{\tau_{pcs}} + l_{chs} \right]} \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ \nu B \cdot \sin \left( \frac{\nu \cdot \pi \cdot x}{\tau_{pcs}} \right) \right\}^2 & \frac{l_{act} \cdot \tau_{pcs}}{2 \cdot l_{chs}} < x \leq \frac{\tau_{pcs}}{2} \end{cases} \quad (IV.12)$$

Les pertes Joule associées à l'ensemble des spires élémentaires qui modélisent un pôle de la chemise statorique, sont données par l'intégrale suivante:

$$P_{J-p} = \int_{x=0}^{\frac{\tau_{pcs}}{2}} \overline{P}_J(x) \cdot dx$$

Après résolution complète on obtient les pertes Joule suivantes:

$$P_{J-p} = \left[ \frac{l_{chs} \cdot \tau_{pcs}^3 \cdot \omega^2 \cdot e_{chs}}{4 \cdot (l_{chs}^2 + \tau_{pcs}^2) \cdot \rho_{chs} \cdot \pi^2} \right] \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B^2 \cdot \left\{ l_{act}^2 \cdot \left[ \frac{1}{2} + \text{Ci} \left( \frac{l_{act}}{l_{chs}} \cdot \nu \cdot \pi \right) - \text{Ci}(\nu \cdot \pi) + \ln \left( \frac{l_{chs}}{l_{act}} \right) \right] + 2 \cdot \left( \frac{l_{chs}}{\nu \cdot \pi} \right)^2 \cdot \sin^2 \left( \frac{l_{act}}{l_{chs}} \cdot \frac{\nu \cdot \pi}{2} \right) - \frac{l_{chs} \cdot l_{act}}{\nu \cdot \pi} \cdot \sin \left( \frac{l_{act}}{l_{chs}} \cdot \nu \cdot \pi \right) \right\} \quad (IV.13)$$

Les pertes totales de la chemise statorique correspondent au produit du nombre de pôles par les pertes Joule calculées sur un pôle (eq. IV.13).

$$P_{Jchs} = 2 \cdot p \cdot P_{J-p} \quad (IV.14)$$



# Annexe V: Détermination des fréquences propres d'oscillation

---

## V.1 Système de coordonnées et expression des déplacements

Comme par hypothèse la déformation dans le sens axial est négligée, le système se réduit à un problème plan (figure V.1); dans ce cas, seule la déformation dans le sens circonférentiel est prise en compte.

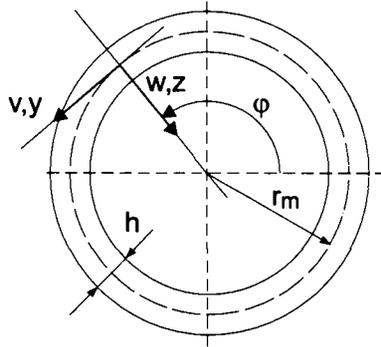


Figure V.1. Système de coordonnées adopté pour un problème plan.

Lors d'une déformation, la longueur déformée d'un élément circonférentiel  $dl'$  se déduit de la figure (V.2) et vaut:

$$dl' = (r_m - w_n) \cdot d\varphi + \frac{\partial v_n}{\partial \varphi} \cdot d\varphi \quad (V.1)$$

La longueur initiale  $dl$  vaut:

$$dl = r_m \cdot d\varphi \quad (V.2)$$

l'allongement unitaire  $\varepsilon$ , est défini par:

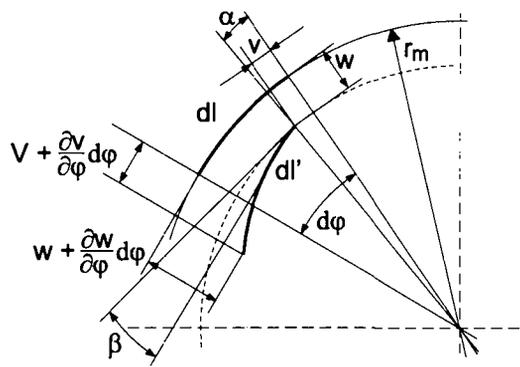
$$\varepsilon = \frac{dl' - dl}{dl} \quad (V.3)$$

enfin l'allongement unitaire dans la direction circonférentielle,  $\varepsilon_\theta$  vaut:

$$\varepsilon_\theta = \frac{\partial v_n}{r_m \cdot \partial \varphi} - \frac{w_n}{r_m} \quad (V.4)$$

Selon l'hypothèse de la non déformation de la surface moyenne, l'allongement circonférentiel est nul, l'équation différentielle (V.4) devient:

$$0 = \frac{\partial v_n}{r_m \cdot \partial \varphi} - \frac{w_n}{r_m} \quad (V.5)$$



**Figure V.2.** Modélisation et rotation d'un élément circulaire  $dl$ .

La solution générale de cette équation est de la forme:

$$v_n(\varphi, t) = r_m \cdot [A_n(t) \cdot \cos(n\varphi) - B_n(t) \cdot \sin(n\varphi)] \quad (\text{V.6})$$

$$w_n(\varphi, t) = -r_m \cdot n \cdot [A_n(t) \cdot \sin(n\varphi) + B_n(t) \cdot \cos(n\varphi)] \quad (\text{V.7})$$

Où les coefficients  $A_n(t)$  et  $B_n(t)$  sont des coefficients purement temporels.

$$A_n(t) = A_n \cdot \cos(\omega t)$$

$$B_n(t) = B_n \cdot \cos(\omega t + \delta) \text{ et } \delta \text{ le déphasage temporel}$$

## V.2 Détermination de l'énergie cinétique

L'énergie cinétique du système est donnée par la somme de l'énergie cinétique de translation et celle de rotation. Cette dernière étant négligée, L'énergie cinétique vaut:

$$T_n(t) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot r_m \cdot \int_0^{2\pi} (\dot{v}_n(t)^2 + \dot{w}_n(t)^2) \cdot d\varphi \quad (\text{V.8})$$

avec

- $\rho$  La masse volumique du matériau,
- $S$  La surface de la section de la culasse statorique,  $S = l \cdot h$ ,  
où  $l$  correspond à la longueur axiale du cylindre.

En reprenant les équations (V.6) et (V.7) et en introduisant  $A_n(t)$  et  $B_n(t)$ , que l'on dérive par rapport au temps, on obtient les vitesses de déplacement suivantes:

$$\dot{v}_n(\varphi, t) = -\omega \cdot \sin(\omega t) \cdot r_m \cdot [A_n \cdot \sin(n\varphi) - B_n \cdot \cos(n\varphi)] \quad (\text{V.9})$$

$$\dot{w}_n(\varphi, t) = \omega \cdot \sin(\omega t + \delta) \cdot r_m \cdot n \cdot [A_n \cdot \cos(n\varphi) + B_n \cdot \sin(n\varphi)] \quad (\text{V.10})$$

En introduisant (V.9) et (V.10) dans (V.8), on obtient après intégration, l'énergie cinétique associée au  $n^{\text{ème}}$  mode.

$$T_n(t) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot r_m \cdot \pi \cdot \omega^2 \cdot [n^2 + 1] \cdot [(A_n \cdot \sin(\omega t))^2 + (B_n \cdot \cos(\omega t + \delta))^2] \quad (\text{V.11})$$

### V.3 Détermination de l'énergie potentielle de déformation

L'énergie potentielle de flexion d'un élément du cylindre est donnée par:

$$V_{n-fl}(t) = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} M_f(\varphi, t) \cdot \kappa(\varphi, t) \cdot r_m \cdot d\theta \quad (\text{V.12})$$

avec

$\kappa(\varphi, t)$  variation de courbure due à la flexion,  
 $M_f(\varphi, t)$  le moment de flexion.

La variation de courbure d'un élément circonférentiel de longueur  $dl$ , est donné par :

$$\kappa(\varphi, t) = \frac{\partial \phi(\varphi, t)}{r_m \cdot \partial \varphi} \quad (\text{V.13})$$

Où  $\phi(\varphi, t)$  représente l'angle de rotation total du segment  $dl$ . Cet angle se déduit de la figure (V.2); il équivaut à la somme de la rotation due à la variation de pente (angle  $\beta$ ) et celle due au déplacement tangentiel  $v$  (angle  $\alpha$ ).

$$\phi(\varphi, t) = \alpha(\varphi, t) + \beta(\varphi, t) \quad (\text{V.14})$$

avec

$$\begin{aligned} \alpha(\varphi, t) &= \frac{v(\varphi, t)}{r_m} \\ \beta(\varphi, t) &= \frac{\partial w(\varphi, t)}{\partial \varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dl} \end{aligned}$$

En remplaçant (V.2) dans (V.14) l'angle de rotation,  $\phi(\varphi, t)$ , devient:

$$\phi(\varphi, t) = \frac{1}{r_m} \cdot \left( \frac{\partial w_n(\varphi, t)}{\partial \varphi} + v_n(\varphi, t) \right) \quad (\text{V.15})$$

De plus, le moment de flexion  $M_f$  est proportionnel au déplacement,

$$M_f(\varphi, t) = E \cdot I_f \cdot \frac{\partial \phi(\varphi, t)}{r_m \cdot \partial \varphi} \quad (\text{V.16})$$

Où le moment d'inertie en flexion d'un anneau  $I_f$ , est donné par:

$$I_f = r_m \cdot S \cdot d_e \quad (\text{V.17})$$

$d_e$  représente la distance entre la ligne moyenne de l'anneau et la fibre neutre. Pour une section rectangulaire on a:

$$d_e = \left[ r_m - \frac{h}{\ln \left( \frac{2 \cdot r_m + h}{2 \cdot r_m - h} \right)} \right] \quad (\text{V.18})$$

avec

$h$  l'épaisseur du cylindre  $h = r_e - r_i$ ,  
 $r_e$  le rayon interne du cylindre,  
 $r_i$  le rayon externe du cylindre.

L'énergie potentielle de flexion est finalement donnée par:

$$V_{n-fl}(t) = \frac{r_m}{2 \cdot E \cdot I_f} \cdot \int_0^{2\pi} M^2(\theta, t) \cdot d\theta \quad (\text{V.19})$$

Après résolution, on détermine l'énergie potentielle de déformation associée au  $n^{\text{ème}}$  mode:

$$V_n(t) = \frac{E \cdot I_f \cdot \pi}{2 \cdot r_m} \cdot n^2 \cdot (n^2 - 1)^2 \cdot \left[ (A_n \cdot \cos(\omega t))^2 + (B_n \cdot \sin(\omega t + \delta))^2 \right] \quad (\text{V.20})$$

# Bibliographie

---

- [1] M. Abramowitz and I. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications Inc. 1046 p., New York, 1965.
- [2] Alain Cassat. *Brushless DC motors, Torque and Inductance Determination*. Proceedings 16th Annual Symposium on incremental Motion Control Systems and Devices, Champaign, 1987.
- [3] Alan Chapman. *Heat Transfer*. Macmillan Publishing Co, New York, 1974.
- [4] Jean Chatelain. *Machines électriques*. Traité d'électricité no X, seconde édition revue et augmentée, Presses polytechniques romandes, Lausanne, 1989.
- [5] Jean Crabol. *transfert de chaleur*. Masson, Paris Milan Barcelone Mexico, 1989.
- [6] C. Fleury. *Modélisation de l'entraînement électrique synchrone auto-commuté*. thèse no 1428, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL), 1995.
- [7] J. Cl. Gianola. *Cours de transfert de chaleur pour ingénieurs électriciens*. Presses polytechniques Romandes, Lausanne, 1991.
- [8] Keyvan Hatefi. *La conception assistée par ordinateur de moteurs et entraînements électriques à aimants permanents*. thèse no 1241, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL), Suisse, 1994.
- [9] M. Jufer G. Heine N. Hemati. *Slottless Brushless DC Motors for Disc Drive - Winding Technique Performances ans Comparison*. Proceedings 26th Annual Symposium on Incremental Motion Control Systems and Devices (IMCSD), San Jose (Ca), July, 1997, pp. 271-280.
- [10] Aly Hussein. *Vibrations magnétiques des stators de machines synchrones à pôles saillants commutables*. thèse no 439, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL), 1982.
- [11] Maurice Gerl Jean-Paul ISSi. *Physique des matériaux*. Traité des matériaux no VIII, Presses polytechniques romandes, Lausanne, 1997.

- [12] M. Jufer. *Gap Permeance and PM-MMF distribution analysis*. Proceedings 16th Annual Symposium on Incremental Motion Control Systems and Devices, Champaign, 1987.
- [13] Marcel Jufer. *Moteurs électriques, cours d'électromécanique*. EPFL, Lausanne, 1991.
- [14] Marcel Jufer. *Transducteurs électromécaniques*. Traité d'électricité no IX, seconde édition revue et augmentée, Presses polytechniques romandes, Lausanne, 1995.
- [15] M. Appelt L. Keller. *Pompes de circulation, Approche pragmatique pour diminuer la puissance installée et l'énergie consommée*. RAVEL, Office fédéral des questions conjoncturelles, Berne, 1993.
- [16] F. Chraïet E. Favre M. Kudelski. *Sealed Motor-Sleeve losses calculation*. European Power Electronics chapter symposium, Lausanne, 1994.
- [17] M. Jufer M. Kudelski. *Slotted and slotless BLDC motor comparison*. International Conference on Electrical Machines, ICEM, Istamboul, Turkey, 1998.
- [18] Marguerite Kudelski. *Rapport de mesures moteur Biral type 4.612.044.001*. Rapport interne 92/227, Laboratoire d'électromécanique et de machines électriques, LEME-DE-EPFL, Lausanne 1992.
- [19] Peter Lauber. *Thermal modelling of brushless DC motors for submersible pumps*. practical diploma work, Swiss Federal Institute of Technology Lausanne (EPFL), Switzerland, 1997.
- [20] M. Liwschitz L. Maret. *Calcul des machines électriques, Tomes 1 et 2*. SPES, Lausanne, 1967.
- [21] Syed A. Nasar. *Handbook of electric machines*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1997.
- [22] R. Osseni. *Modélisation et autocommutation de moteurs synchrones*. thèse no 767, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL), 1988.
- [23] Michel Del Pedro. *Mécanique vibratoire*. Presses polytechniques romandes, Lausanne, 1986.
- [24] Yves Perriard. *Méthodologie de conception d'activateurs pour ventricule d'assistance cardiaque implantable*. thèse no 1085, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL), Suisse, 1992.
- [25] M. Jufer M. Radulescu. *Comparative study of slotted and slotless electronically-commutated permanent magnet DC servomotors*. 5th International Conference on Electrical Machines and Drives, 11-13 sept. 1991, IEE, Conf. Publication 341, pp 131-135, 1991.
- [26] Impulsprogramm RAVEL. *Umwälzpumpen, Auslegung und Betriebs optimierung*. Bundesamt für Konjunkturfragen, Bern, 1991.
- [27] Impulsprogramm RAVEL. *Klein Umwälzpumpe mit hohen Wirkungsgrad, Schlussbericht*. Bundesamt für Konjunkturfragen, Bern, 1994.

- [28] Mario Rossi. *Electroacoustique*. Traité d'électricité no XXI, Presses polytechniques romandes, Lausanne, 1986.
- [29] Hermann Schlichting. *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1979.
- [30] SKF. *Rotules et paliers lisses*. SKF, 1985.
- [31] S.J. Yang. *Low-noise electrical motors*. Clarendon press, Oxford, 1981.



# Liste des symboles

---

Symbole	Unité	Définition
$b$	$m$	Largeur
$b$	–	Fonction d'induction
$\vec{B}, B$	$T$	Induction magnétique
$C$	$\frac{W}{kg}$	Coefficient de pertes
$C$	$F$	Capacité (par défaut électrique)
$C_f$	$\frac{J \cdot \text{sec}}{T^2 \cdot m^2 \cdot kg}$	Coefficient de pertes par courants de Foucault
$C_p$	$J/kgK$	Capacité thermique du matériau
$C_h$	$\frac{J}{T^2 \cdot kg}$	Coefficient de pertes par hystérésis
$d$	$m$	Diamètre
$d_m$	$m$	Diamètre pris en compte pour le calcul du couple
$e$	$m$	Epaisseur
$\vec{E}, E$	$\frac{V}{m}$	Champ électrique
$f$	$Hz$	Fréquence
$f$	–	Facteur de forme
$f_{bh}$	–	Fonction
$f_c$	–	Facteur de correction
$h$	$m$	Hauteur
$\vec{H}, H$	$A$	Champ magnétique
$i, I$	$A$	Courant
$\vec{J}, J$	$\frac{A}{m^2}$	Densité de courant
$k$	–	Nombre de périodes (nombre entier positif)
$k_c$	–	Facteur de Carter
$k_e$	$\frac{V \cdot \text{sec}}{\text{rad}}$	Constante de tension induite
$k_{em}$	$\frac{N \cdot m}{A \cdot \sqrt{\Omega}}$	Rapport, $k_{em} = \frac{k_m}{\sqrt{R_{ph}}}$
$k_f$	–	Coefficient de foisonnement

Symbole	Unité	Définition
$k_m$	$\frac{N \cdot m}{A}$	Constante de couple
$k_s$	–	Facteur de raccourcissement
$k_w$	–	Facteur de bobinage
$k_z$	–	Facteur de distribution
$l$	$m$	Longueur
$l_{act}$	$m$	Longueur active
$L$	$H$	Inductance
$m$	–	Nombre de phases
$m$	$kg$	masse
$m$	–	Coefficient
$M$	$N \cdot m$	Couple
$n$	–	Coefficient
$n$	–	Nombre d'équations
$n$	$\frac{t}{min}$	Vitesse de rotation
$N_{bob}$	–	Nombre de bobines
$N_{sb}$	–	Nombre de spires par bobine
$N_{sp}$	–	Nombre de spires par phase
$Nu$	–	Nombre de Nüsselt
$p$	–	Nombre de paires de pôles
$P$	$W$	Puissance ou Perte
$Pr$	–	Nombre de Prandlt
$q$	–	Nombre d'encoches par pôle et par phase
$r$	$m$	Rayon, coordonnée cylindrique
$R$	$\Omega$	Résistance (par défaut électrique)
$Re$	–	Nombre de Reynolds
$s$	–	Ouverture des bobines
$s$	$m$	Distance entre deux pré-encoches
$s, S$	$m^2$	Surface
$t$	$sec$	Temps
$T$	$sec$	Période
$T$	$^{\circ}C$	Température
$Ta$	–	Nombre de Taylor
$u_e, U_e$	$V$	Tension induite
$v$	$m/s$	Vitesse

Symbole	Unité	Définition
$V$	$m^3$	Volume
$x$	$m$	Coordonnée cartésienne
$y$	$m$	Coordonnée cartésienne
$Y$	$1/\Omega$	Conductance
$z$	$m$	Coordonnée cartésienne
$Z$	$\Omega$	Impédance
$Z_n$	–	Nombre de dents
$\alpha$	$rad$	Angle de position (variable)
$\alpha$	$W/m^2K$	Coefficient de convection
$\alpha_w$	$rad$	Etalement d'une bobine (angle électrique)
$\beta$	$rad$	Ouverture des spires
$\beta_0$	$rad$	Ouverture initiale des bobines (moteurs à bobinage dans l'entrefer)
$\gamma_b$	–	Rapport pour le calcul du facteur de Carter
$\delta$	$m$	Entrefer
$\varepsilon$	–	Rapport de dimensions, $\varepsilon = \frac{l_{act}}{d_m}$
$\varepsilon$	$rad$	Déphasage (angle électrique)
$\eta$	$Pa \cdot s$	Viscosité du liquide
$\theta$	$rad$	Angle électrique de position
$\theta$	$K$	Echauffement
$\Theta$	$A$	Potentiel magnétique
$\vartheta$	$m$	$= \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{\omega \cdot \mu}}$
$\kappa$	–	Rapport de dimensions, $\kappa = \frac{d_{mu}}{d_{m_i}}$
$\lambda$	–	Rapport de dimensions, $\lambda = \frac{d_{cm}}{d_{m_a}}$
$\lambda$	$W/mK$	Conductibilité thermique
$\mu$	$\frac{V \cdot s}{A \cdot m}$	Perméabilité
$\mu_0$	$\frac{V \cdot s}{A \cdot m}$	Perméabilité du vide, $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$
$\mu_r$	–	Perméabilité relative
$\nu$	$m^2/s$	Viscosité dynamique
$\pi$	–	Constante, $\pi = 3.141592 \dots$
$\rho$	$\Omega m$	Résistivité électrique du matériau
$\rho$	$kg/m^3$	Masse volumique
$\tau_p$	$m$	Pas polaire
$\tau_d$	$m$	Pas dentaire

Symbole	Unité	Définition
$\varphi$	<i>rad</i>	Angle géométrique
$\varphi$	<i>rad</i>	Déphasage entre la tension d'alimentation et le courant de phase
$\varphi_{lim}$	<i>rad</i>	Angle de fuites limite ou angle de transition
$\varphi_{max}$	<i>rad</i>	Angle géométrique d'un demi-pôle
$\phi$	<i>s</i>	Déphasage temporel
$\Phi$	$V \cdot s$	Flux d'induction magnétique
$\psi$	<i>rad</i>	Déphasage entre la tension induite et le courant de phase
$\Psi$	$V \cdot sec$	Flux totalisé
$\omega$	$\frac{1}{sec}$	Pulsation électrique
$\Omega$	$\frac{rad}{sec}$	Vitesse angulaire de rotation

## indices

Symbole	Unité	Définition
<i>a</i>	—	Relatif à l'aimant
<i>a</i>	—	Relatif à l'alésage
<i>b, bob</i>	—	Relatif aux bobines
<i>c</i>	—	Coercitif
<i>ce</i>	—	Interne au transistor
<i>c, ch</i>	—	Relatif à la chemise statorique
<i>com</i>	—	Relatif à la commande
<i>cr</i>	—	Relatif à la culasse rotorique
<i>cs</i>	—	Relatif à la culasse statorique
<i>Cu</i>	—	Relatif au cuivre
<i>d</i>	—	Relatif aux dents
$\delta$	—	Relatif à l'entrfer
<i>dev</i>	—	Relatif aux développantes
<i>dsa</i>	—	Relatif au diamètre d'alésage
<i>eff</i>	—	Efficace
<i>el</i>	—	Electrique
<i>e, ext</i>	—	Externe
<i>f, fer</i>	—	Relatif au fer
<i>f</i>	—	Foucault

Symbole	Unité	Définition
$f, frot$	—	Relatif aux frottements
$h$	—	Hystérésis
$J, Joule$	—	Joule
$i, int$	—	Interne
$li$	—	De ligne
$m$	—	Magnétique
$m, moy$	—	Moyen
$max$	—	Maximum
$min$	—	Minimum
$n$	—	Relatif au $n^{\text{ème}}$ circuit
$opt$	—	Optimal
$ph$	—	Relatif aux phases
$th$	—	Thermique
$r$	—	Rémanent
$r$	—	Relatif au rotor
$s$	—	Relatif au stator
$sp$	—	Relatif à une spire
$t$	—	Relatif aux tôles
$T$	—	Relatif à une température
$t, tot$	—	Total
$w$	—	Relatif au bobinage
$\nu$	—	Harmonique de rang $\nu$
$\sigma$	—	Relatif aux fuites
0	—	Relatif à l'origine, de référence
1, 2, ...	—	Relatif à la position, au cas 1, 2, ...
◇	—	Relatif à la forme losange
△	—	Relatif à la forme triangulaire



# Curriculum Vitae

---

Nom: KUDELSKI  
Prénom: Marguerite  
Date de naissance: 4 mai 1965  
Nationalité: Suisse  
Etat civil: célibataire

## Formation

1985-1991 Etudes d'ingénieur à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne  
1991 Obtention du diplôme d'ingénieur en microtechnique  
1991-1998 Assistante au Laboratoire d'Electromécanique et de Machines Electriques de l'EPFL

## Publications

M. Jufer, M. Kudelski, J-P. Ludwig, "*Asynchronous and PM synchronous motor with gap case modelisation*", International association for mathematics and computer in simulation, IMAC-TCI Montréal, Canada, 1993".

F. Chraiet, E. Favre M. Kudelski, "*Sealed Motor-Sleeve losses calculation*", European Power Electronics chapter symposium, Lausanne, 1994.

M. Jufer, M. Kudelski, "*Slotted and slotless BLDC motor comparison*", International Conference on Electrical Machines, ICEM, Istamboul, Turkey, 1998.