

DÉFORMABILITÉ ET CAPACITÉ PORTANTE DES COLONNES EN BÉTON ARMÉ

THÈSE No 734 (1988)

PRÉSENTÉE AU DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES TECHNIQUES

PAR

SERGE DAL BUSCO

Ingénieur civil diplômé EPFZ
originaire de Bernex (GE)

acceptée sur proposition du jury :

Prof. R. Favre, rapporteur
M. R. Beylouné, corapporteur
Prof. F. Descoedres, corapporteur
Prof. T.P. Tassios, corapporteur

Lausanne, EPFL

1988

Dédiée à la mémoire de mon père

PREFACE

Ce travail de doctorat termine une longue recherche théorique et expérimentale. Il a permis d'aboutir à un concept nouveau de dimensionnement d'éléments en béton armé comprimé et fléchi qui se répercute favorablement sur l'ensemble d'une structure à projeter. En effet, grâce à la notion de déformation imposée plutôt que de moment de flexion à reprendre, beaucoup d'éléments de structure peuvent être mieux exploités et permettent une conception plus économique. C'est ainsi que les joints de dilatation des bâtiments peuvent être d'avantage espacés, que des pieux encastrés dans une fondation et subissant des efforts horizontaux et verticaux peuvent être mieux exploités, que des colonnes très fortement armées peuvent améliorer grandement l'exploitation d'un bâtiment. Il en va de même pour des piles de ponts encastrées, sans appareil d'articulation ni de dilatation.

S. Dal Busco a développé, à partir de bases théoriques fondées, des méthodes de calcul simples et performantes, dans lesquelles les différents paramètres apparaissent de manière transparente, ce qui aide beaucoup l'ingénieur concepteur. Autant pour la vérification de l'aptitude au service que de la sécurité vis-à-vis de la ruine, ces méthodes sont adaptées à toutes les normes aux états limites et à toutes les qualités des matériaux.

Nous espérons que la pratique saura reconnaître l'utilité et l'avantage de l'application de ces méthodes qui devraient permettre l'élaboration de structures mieux adaptées aux qualités requises pour un bon comportement et pour une résistance appropriée.

Professeur Renaud Favre

Lausanne, le 29 mars 1988

AVANT-PROPOS

Cette étude a été réalisée à l'Institut de Statique et Structures - Béton Armé et Précontraint (IBAP) de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, sous la direction de Monsieur le Professeur R. Favre.

Je lui exprime ma profonde reconnaissance de m'avoir accordé le privilège de me consacrer à cette recherche, ainsi que de m'avoir guidé et soutenu tout au long de son déroulement.

Ma reconnaissance va également aux membres du jury, à Monsieur F.-L. Perret, professeur à l'EPFL, président du jury, à Monsieur R. Beylouné, ing. civil EPFL, à Monsieur F. Descoedres, professeur à l'EPFL et à Monsieur T.P. Tassios, professeur à l'Université Technique d'Athènes, pour l'intérêt et le soin qu'ils ont portés à l'analyse de mon travail. Je remercie également vivement Monsieur R. Suter, dr ès sc. techn., pour son aide et ses judicieux conseils.

Je tiens à remercier particulièrement Monsieur B.-F. Gardel qui s'est occupé avec grand soin de la partie graphique, Madame J. Suard pour sa patience et sa disponibilité lors de la dactylographie du manuscrit, Mademoiselle C. Ortega pour sa contribution à l'élaboration des divers rapports d'essais, ainsi que Messieurs G. Oreiller et M. Racimora pour leur collaboration à la réalisation de l'étude expérimentale.

J'adresse aussi mes remerciements à l'EPFL pour l'importance des moyens mis à disposition, ainsi qu'à la Société Suisse des Fabricants de Ciments, Chaux et Gypse (VSZKGF) et à l'entreprise GRAM SA sans qui la réalisation de l'étude expérimentale aurait été impossible.

TABLE DES MATIERES

NOTATIONS	Pages
1. INTRODUCTION	1
1.1 Présentation du problème	1
1.2 Capacité de déformation	3
1.3 But et concept de l'étude	5
1.4 Description de l'étude	8
2. COMPORTEMENT CONTRAINTE-DEFORMATION RELATIVE DES MATERIAUX	11
2.1 Béton non-armé	11
2.1.1 Comportement uni-axial	11
2.1.2 Comportement multi-axial	12
2.2 Effet de l'armature transversale sur la résistance et la ductilité du béton	14
2.2.1 Etudes expérimentales	14
2.2.2 Principes d'action de l'armature transversale	16
2.2.3 Influence de la vitesse de déformation	20
2.2.4 Gradient de déformation relative	21
2.2.5 Déformation relative maximale du béton fretté	23
2.3 Modélisation et représentation analytique du comportement $\sigma_c - \epsilon_c$ du béton fretté	28
2.3.1 Généralités	28
2.3.2 Loi $\sigma_c - \epsilon_c$ idéalisée pour les sections carrées ou rectangulaires	29
2.3.3 Loi $\sigma_c - \epsilon_c$ idéalisée pour les sections circulaires	31
2.4 Acier d'armature	32
2.4.1 Acier à dureté naturelle	32
2.4.2 Acier écroui à froid	33

3. CAPACITE DE ROTATION DES SECTIONS FRETTEES	35
3.1 Relations moment-courbure	35
3.1.1 Introduction	35
3.1.2 Détermination de la relation moment-courbure	35
3.1.3 Description du programme de calcul	39
3.1.4 Comparaison avec des résultats expérimentaux	42
3.1.5 Influence de différents paramètres sur la relation moment-courbure	48
3.1.5.1 Influence de l'effort normal, contribution des différents matériaux	49
3.1.5.2 Influence de la configuration, du diamètre et de l'espacement des étriers	53
3.1.5.3 Influence des caractéristiques mécaniques de l'armature	55
3.2 Interaction entre l'effort normal et la courbure maximale	57
3.2.1 Principes	57
3.2.2 Influence de différents paramètres sur les interactions effort normal-courbure et effort normal-moment	58
3.2.2.1 Espacement des étriers	60
3.2.2.2 Diamètre des étriers	60
3.2.2.3 Configuration des étriers	62
3.2.2.4 Caractéristiques mécaniques de l'armature transversale	64
3.2.2.5 Caractéristiques mécaniques de l'armature longitudinale	66
3.2.2.6 Taux d'armature longitudinale	68
3.2.2.7 Résistance du béton	68
3.2.3 Etablissement de lois $\sigma_c - \varepsilon_c$ simplifiées pour le béton fretté	71
3.2.3.1 Sections carrées	71
3.2.3.2 Sections circulaires	76
3.2.4 Etablissement de diagrammes effort normal - courbure maximale - moment pour sections-type	80
4. CAPACITE DE DEFORMATION D'UNE COLONNE EN BETON ARME	85
4.1 Généralités	85
4.2 Répartition réelle de la courbure à l'état ultime, observations expérimentales	87
4.3 Répartition idéalisée de la courbure, rotule plastique	93
4.4 Influence de l'effort normal et de l'élançement sur la formation d'une rotule plastique	96
4.5 Relations entre l'angle θ_{max} et la courbure	103

5. ETAT-LIMITE DE RESISTANCE	113
5.1 Concept de dimensionnement	113
5.2 Méthode générale pour le dimensionnement	118
5.2.1 Dispositions constructives générales	119
5.2.1.1 Armature longitudinale	119
5.2.1.2 Armature transversale	120
5.2.2 Exemples de dimensionnement, méthode générale	123
5.2.2.1 Colonne à élancement modéré ($\lambda_{cr} < 30$)	123
5.2.2.2 Colonne à élancement moyen ($30 \leq \lambda_{cr} < 50$)	127
5.3 Méthode simplifiée pour les cas courants du bâtiment ($\theta_{max}=1\%$)	131
6. ETUDES EXPERIMENTALES SUR LE COMPORTEMENT A L'ETAT LIMITE-ULTIME	135
6.1 Essais séries A et B	135
6.1.1 Description des essais	136
6.1.2 Résultats significatifs des essais	140
6.1.2.1 Essais de déformabilité (type I)	140
6.1.2.2 Essais de résistance (type II)	145
6.2 Essais série C	145
6.2.1 Dispositif des essais	145
6.2.2 Eléments d'essai	149
6.2.3 Programme des essais	153
6.2.4 Résultats significatifs des essais	153
6.2.4.1 Colonnes C3 et C6	153
6.2.4.2 Colonnes C1, C2 et C5	156
7. ETAT-LIMITE D'UTILISATION	167
7.1 Généralités, hypothèses simplificatrices	167
7.2 Critères pour la vérification de l'état d'utilisation	175
7.2.1 Choix des critères	175
7.2.2 Limitation de l'allongement relatif de l'armature tendue	175
7.2.3 Limitation du raccourcissement relatif de l'armature comprimée	177
7.2.4 Inversion du signe de l'angle imposé	177
7.3 Etablissement d'abaques pour l'application pratique	178
7.3.1 Description de l'abaque	178
7.3.2 Choix des paramètres	180

8. APPLICATION AUX CAS COURANTS	183
8.1 Définition du domaine d'application	183
8.2 Résistance	184
8.3 Aptitude au service	190
8.3.1 Estimation des angles imposés	190
8.3.1.1 Flexion des porteurs horizontaux	191
8.3.1.2 Variation de longueur de porteurs horizontaux	197
8.3.2 Principes de vérification	200
8.3.3 Abaques	206
8.4 Exemples	214
8.4.1 Exemple 1: bâtiment	214
8.4.2 Exemple 2: pont	222
9. CONCLUSIONS ET EXTENSION DE LA RECHERCHE	227
RESUME	229
SUMMARY	231
ZUSAMMENFASSUNG	233
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	235

ANNEXES

A1	Organigramme du programme de calcul des sections
A2.1 à A2.3	Diagrammes courbure maximale - angle maximal
A3.1 à A3.6	Abaques de résistance et de ductilité pour sections-type
A4.1 à A4.2	Diagrammes diamètre - espacement des étriers

NOTATIONS

A	Facteur
A_c	Aire totale de la section de béton
A'_c	Aire délimitée par l'axe des étriers
$A_{s,tot}$	Aire totale armature longitudinale
A'_s	Aire armature longitudinale tendue
A_s	Aire armature longitudinale comprimée
$A_{s,h}$	Aire de la section d'un étrier
b	Largeur totale de la section
b'	Largeur section délimitée par les étriers
C	Entr'axe des barres longitudinales
c	Enrobage de béton
h	Hauteur totale de la section
h'	Hauteur section délimitée par les étriers
h_d	Hauteur de la section des porteurs horizontaux
d	Hauteur statique, diamètre section circulaire
d_1, d_2	Distance entre nappe d'armature et fibre extérieure
d'	Diamètre section délimitée par les étriers
I_c	Moment d'inertie section de béton
$i_c = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}}$	Rayon de giration section de béton
E	Module de déformation
EI_m	Rigidité moyenne
E_c	Module de déformation du béton
E_s	Module d'élasticité de l'acier
e	Excentricité initiale
E_v	Module d'écrouissage de l'acier

M'_C, m'_C	Part de moment due au béton fretté
f_C	Valeur de calcul de la résistance du béton non-fretté
f'_C	Valeur de calcul de la résistance du béton fretté
f_{ck}	Valeur caractéristique de la résistance du béton
f_{cwm}	Résistance moyenne du béton (sur cubes)
$f_{cw,min}$	Résistance minimale du béton (sur cubes)
f_{ct}	Valeur de calcul de la résistance du béton à la traction
f_y	Valeur de calcul de la limite d'écoulement de l'acier
f_{yk}	Valeur caractéristique de la limite d'écoulement
f_{st}	Résistance à la traction de l'armature
f_{yh}	Valeur de calcul de la limite d'écoulement de l'armature transversale
f_{sh}	Contrainte dans l'armature transversale
F_s	Effort intérieur dû à l'armature
F'_C	Effort intérieur dû au béton non-fretté
F_C	Effort intérieur dû au béton fretté
G	Poids propre, charges permanentes
g	Poids propre, charges permanentes par m^1 ou m^2
Q	Charge utile non-permanente
q	Charge utile non-permanente par m^1 ou m^2
H, H'	Efforts horizontaux
$K_s = \frac{f'_C}{f_C}$	Facteur d'augmentation de résistance
M	Moment fléchissant, résistance flexionnelle
\bar{M}	Moment virtuel
M_1	Moment du 1er ordre
M_2	Moment du 2ème ordre
$m = \frac{M}{\bar{M}_0}, m_1 = \frac{M_1}{\bar{M}_0}, m_2 = \frac{M_2}{\bar{M}_0}$	Moments sous forme non-dimensionnelle
$\bar{M}_0 = b \cdot h^2 \cdot f_C$	Moments de référence section rectangulaire
$\bar{M}_0 = \frac{\pi}{4} \cdot d^3 \cdot f_C$	Moments de référence section circulaire
M_s, m_s	Part de moment due à l'armature longitudinale
M_C, m_C	Part de moment due au béton d'enrobage

M_p, m_p	Résistance flexionnelle maximale
$M_{p,f}$	Résistance flexionnelle section frettée
M_R, m_R	Valeur de calcul de la résistance flexionnelle
M_u, m_u	Résistance flexionnelle à l'état ultime
M_{ser}	Moment fléchissant à l'état d'utilisation
N, N'	Effort normal
$n = \frac{N}{N_0}$	Effort normal sous forme non-dimensionnelle
$\bar{N}_0 = b' \cdot h' \cdot f_c$	Effort normal de référence section rectangulaire
$\bar{N}_0 = \frac{\pi}{4} \cdot d'^2 \cdot f_c$	Effort normal de référence section circulaire
N_R	Valeur de calcul de la résistance à l'effort normal
N_d	Valeur de dimensionnement de la sollicitation
N_g	Effort normal dû aux charges permanentes
N_q	Effort normal dû aux charges utiles non-permanentes
n_ℓ	Nombre de barres longitudinales maintenues latéralement
ℓ	Longueur colonne, hauteur d'étage
ℓ_d	Portée du porteur horizontal
$\frac{\ell}{h}, \frac{\ell}{h'}, \frac{\ell}{d}, \frac{\ell}{d'}$	Rapports d'élanement
ℓ_{cr}	Longueur de flambage
ℓ_p	Longueur de la rotule plastique
ℓ_0	Longueur de la zone où les étriers sont resserrés
k_x, k_f	Facteurs
s, s_1, s_2	Espacement des étriers
$\frac{1}{r}$	Courbure
$h' \cdot \frac{1}{r}$	Courbure sous forme non-dimensionnelle
$\frac{1}{r_y}$	Courbure élastique
$\frac{1}{r_p}$	Courbure plastique
$\frac{1}{r_{max}}$	Courbure maximale à l'état ultime
$\frac{1}{r_{adm}}$	Courbure admissible
$\frac{1}{r_{1t}}$	Courbure stade I
$\frac{1}{r_{2t}}$	Courbure stade II-nu
$\frac{1}{r_{mt}}$	Courbure moyenne

$w, w/h$	Déformation horizontale
w_0	Excentricité initiale accidentelle
U_s, U_c, U_c', U_h	Travail de déformation
V_h	Volume armature transversale par m ¹
V_c	Volume du béton fretté par m ¹
z_s, z_c, z_c	Bras de levier intérieurs
z	Distance entre la section critique et le point d'inflexion de la déformée
Z	Pente de la branche descendante $\sigma_c - \epsilon_c$
x, x'	Position de l'axe neutre
$\alpha = \frac{E_s}{E_c}$	Rapport de modules
α'	Rapport de modules
Δ	Déplacement en tête de colonne
Δ_T	Déplacement dû à la température
Δ_{cs}	Déplacement dû au retrait
Δ_p	Déplacement dû à la précontrainte
$\epsilon_{sup}, \epsilon_{inf}$	Déformations relatives des fibres extrêmes
ϵ	Déformation relative
$\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt}$	Vitesse de déformation
ϵ_c	Déformation relative du béton
ϵ_s	Déformation relative de l'acier
$\epsilon_{c1}, \epsilon_{c2}, \epsilon_{c3}, \epsilon_{oo}, \epsilon_{co}$	Déformations relatives béton (Diagramme $\sigma_c - \epsilon_c$)
ϵ_{cs}	Retrait spécifique
ϵ_{cu}	Déformation relative maximale du béton
ϵ_{sy}	Déformation relative de l'acier au début de l'écoulement
ϵ_v	Déformation relative au début de l'écrouissage
ϵ_g	Allongement uniforme de l'armature
$\rho = \frac{A_{s,tot}}{A_c}$	Taux d'armature longitudinale par rapport à la section frettée
$\rho_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{A_c}$	Taux d'armature longitudinale par rapport à la section totale
$\rho_h = \frac{V_h}{V_f}$	Taux d'armature transversale

$\lambda_{cr} = \frac{l_{cr}}{i_c}$	Elancement
\emptyset_{long}	Diamètre barre d'armature longitudinale
\emptyset	Diamètre étrier
θ	Angle de rotation
θ_{ser}	Angle de rotation à l'état d'utilisation
θ_{adm}	Angle de rotation admissible
θ_{fo}	Angle de rotation de base
θ_f	Angle de rotation dû à la flexion des porteurs horizontaux
θ_{Δ}	Angle de rotation dû à des déplacements
$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c}$	Degré mécanique d'armature
ω_T	Coefficient de dilatation thermique
σ	Contrainte
σ_s	Contrainte dans l'acier
σ_c	Contrainte dans le béton
γ_R	Facteur de sécurité partiel relatif à la section
γ_g	Facteur de sécurité partiel relatif aux charges permanentes
γ_q	Facteur de sécurité partiel relatif aux charges non-permanentes
γ_n	Facteur de sécurité pour la prise en compte d'une déformation initiale accidentelle
φ	Coefficient de fluage
χ	Coefficient de vieillissement
δ_T	Variation de température
η_1, η_2	Coefficients



1. INTRODUCTION

1.1 Présentation du problème

La conception moderne et économique d'un bâtiment implique que chacun des éléments constituant sa structure reprenne uniquement les efforts qu'il est le mieux à même de supporter.

Dans la plupart des cas, la stabilité latérale du bâtiment et la reprise des charges horizontales, provenant du vent ou des séismes, est assurée par les porteurs horizontaux (sommiers, dalles) qui les transmettent aux éléments très rigides que sont les noyaux et les refends (fig. 1.1).

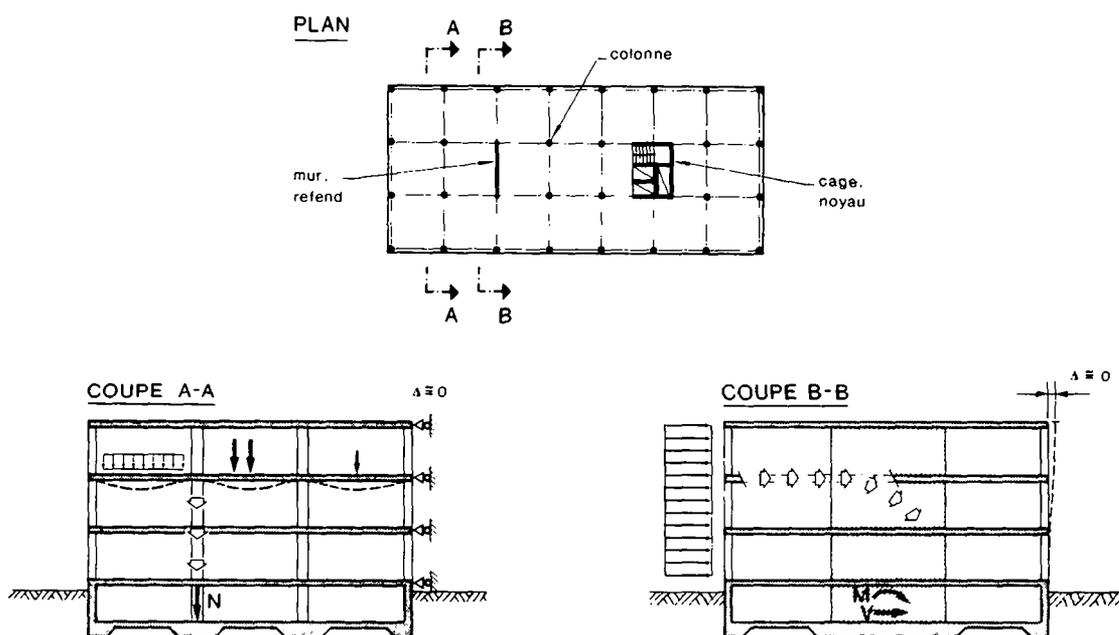
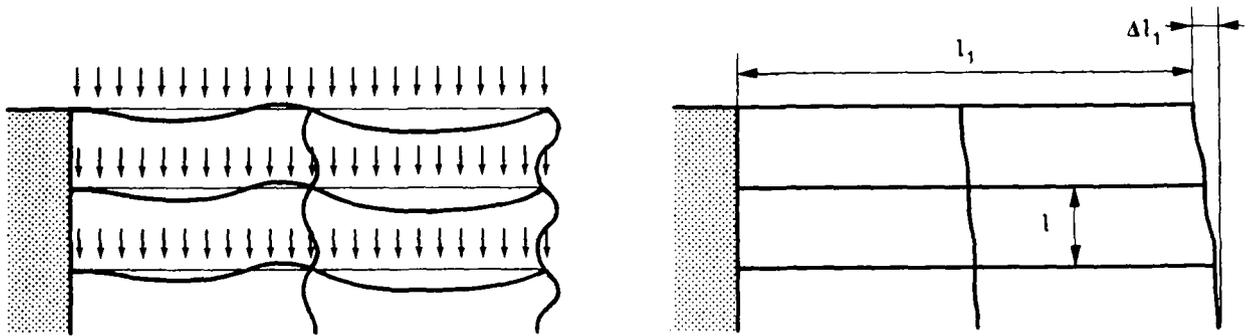


Fig. 1.1 Reprise et transmission des efforts horizontaux et verticaux

Si ces éléments de contreventement sont judicieusement disposés et dimensionnés, les colonnes d'un tel bâtiment n'ont pour rôle essentiel que de transmettre les charges verticales aux fondations. Pour des raisons de facilité d'exécution et d'économie, les colonnes sont en général liées monolithiquement aux dalles ou aux sommiers, plutôt que d'être munies d'articulations.

La flexion des porteurs horizontaux, due aux charges verticales, et l'effet des variations de leur longueur par suite du retrait ou de la

température font en sorte que les colonnes sont également soumises à des déformations imposées (fig. 1.2).



a) effet des charges

b) effet des variations de longueur

Fig. 1.2 Etats de déformations d'une structure contreventée

En l'absence de contreventement (noyaux, refends), la stabilité horizontale est assurée par l'effet de cadre entre les planchers et les colonnes (fig. 1.3).

Dans ce cas relativement rare, il faut prendre en compte les moments de flexion dus aux charges extérieures dans le dimensionnement des colonnes, avec si nécessaire les effets du second ordre.

Connaissant M et N , on détermine aisément l'armature nécessaire, le plus souvent à l'aide de diagrammes d'interaction définissant la résistance des sections.

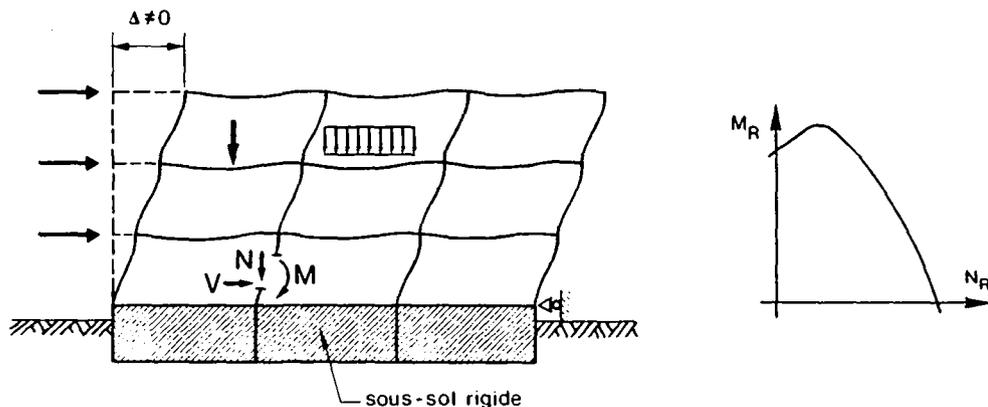


Fig. 1.3 Sollicitations des colonnes en l'absence de contreventement et diagramme d'interaction M_R-N_R

On procède cependant souvent de la même manière si la structure est contreventée, en attribuant aux colonnes certains moments de flexion engendrés dans le système hyperstatique en forme de cadre par les états de déformation représentés à la figure 1.2.

La détermination de tels moments est hasardeuse car les facteurs d'incertitude sont fort nombreux. Parmi ceux-ci, on compte le rapport de rigidité colonne-plancher, la largeur de participation de celui-ci, la prise en compte ou non de la fissuration, les effets différés du béton (retrait, fluage et relaxation), ainsi que la disposition de la charge utile. En procédant dans ce cas à un dimensionnement au moyen d'abaques M_R-N_R , on aboutit en plus à un résultat peu économique, car on tient compte d'un moment de flexion qui ne provient pas de forces extérieures et qui n'est donc pas nécessaire à l'équilibre global de la structure.

Ce fait est illustré par l'exemple suivant: en admettant que les extrémités des colonnes sont articulées, elles ne sont sollicitées que par un effort normal et la structure reste parfaitement stable.

Dans le cas des bâtiments contreventés, on ne tient donc actuellement pas compte des sollicitations réelles des colonnes pour procéder à leur dimensionnement. Des études basées sur la théorie de plasticité ([1.4], [1.6]), de même que des recherches expérimentales récentes ([1.1], [1.2]) montrent que des colonnes, sollicitées par un effort normal et des déformations imposées aux extrémités, font preuve d'une grande ductilité.

Moyennant des dispositions constructives adéquates, notamment en ce qui concerne l'armature transversale, les colonnes peuvent transmettre un effort normal très élevé, malgré les déformations qui leur sont imposées, pour autant que ces dernières ne dépassent pas certaines limites.

1.2 Capacité de déformation

La capacité de déformation d'une colonne en béton armé est illustrée au mieux par l'exemple suivant provenant de l'étude expérimentale [1.2].

Soit un élément articulé à une de ses extrémité et encastré à l'autre où une déformation angulaire θ est imposée (fig. 1.4). L'effort normal agissant sur la colonne est constant. Ce type de sollicitation correspond au cas de déformation B défini au § 1.3 (fig. 1.6).

Les figures 1.4a à 1.4d représentent la répartition des moments et des courbures le long de l'élément, qui passe ainsi par quatre états de déformation caractéristiques au fur et à mesure que θ augmente de zéro à la rupture.

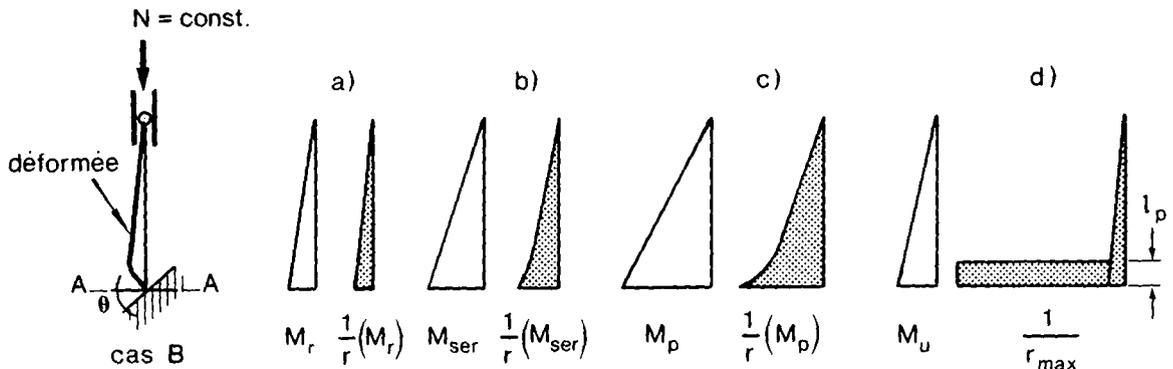


Fig. 1.4 Diagramme des moments et des courbures pour quatre états de déformation caractéristiques (théorie du premier ordre)

Ces différents états sont également mentionnés à la figure 1.5 représentant le moment dans la section la plus sollicitée en fonction de la courbure mesurée dans la même section.

Cette courbure augmente d'abord linéairement dans le stade I (non-fissuré) avec un changement de pente après le début de la fissuration (M_r), puis de façon non-linéaire lorsque la zone comprimée du béton et certaines barres d'armature se plastifient pour atteindre la valeur $\frac{1}{r}(M_p)$ correspondant à la résistance flexionnelle maximale M_p .

Dans un calcul habituel, on admet qu'il y a ruine lorsque M_p , respectivement $\frac{1}{r}(M_p)$, est atteint. En augmentant la courbure au-delà de ce point, le béton situé à l'extérieur des étriers éclate et le moment $M_{p,f}$, exprimant la résistance de la section frettée par les étriers, est obtenu.

La différence entre M_p et $M_{p,f}$ dépend du rapport entre l'enrobage et la hauteur de la section frettée h' ainsi que de l'importance de l'armature de frettage.

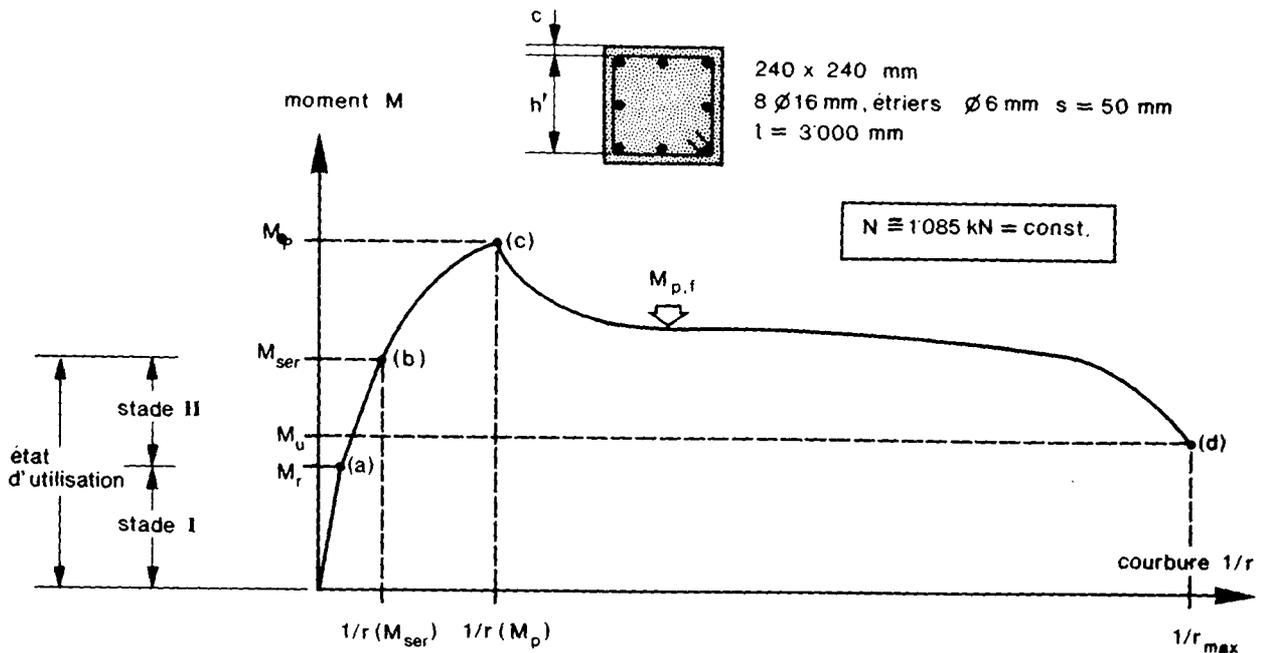


Fig. 1.5 Relation moment-courbure d'une section en béton armé, sous effort normal constant

Le point (b) dans la figure 1.5 représente la sollicitation à l'état-limite d'utilisation. La courbure maximale $\frac{1}{r_{max}}$ (point (d)) qu'il est possible d'atteindre avant que la colonne ne soit plus en mesure de transmettre l'effort normal N , peut être considérable. Elle témoigne ainsi de la très grande capacité d'une colonne en béton armé de s'adapter à des déformations imposées en formant une zone de longueur l_p , où de grandes courbures sont concentrées, appelée rotule plastique (fig. 1.4d).

1.3 But et concept de l'étude

La présente étude constitue une synthèse des recherches menées sur les colonnes de bâtiment depuis plusieurs années à l'IBAP, tant sur le plan expérimental ([1.1], [1.2], [1.3]) que théorique ([1.4], [1.5]).

Son but est la mise sur pied d'une méthode de dimensionnement des colonnes d'un bâtiment contreventé, qui tienne compte des aspects évoqués aux § 1.1 et 1.2 et qui soit d'une application aussi aisée que possible.

Ce travail fait appel à un certain nombre d'éléments contenus dans l'étude de Thürlimann [1.4], en ce qui concerne la capacité de déformation des

colonnes à l'état limite ultime, et à celle de Najdanovic [1.5] pour ce qui est de leur vérification à l'état-limite d'utilisation.

La méthode de dimensionnement qui introduit le moment de flexion M se révélant peu satisfaisante pour les motifs évoqués précédemment, on adopte un concept dans lequel des angles de rotation θ sont associés à un effort normal N .

Dans un bâtiment comme celui représenté à la figure 1.2, quatre cas de déformation fondamentaux sont susceptibles de se produire (fig. 1.6). Le problème est ainsi abordé, non seulement sous l'aspect de la résistance, mais également sous celui de la capacité de déformation.

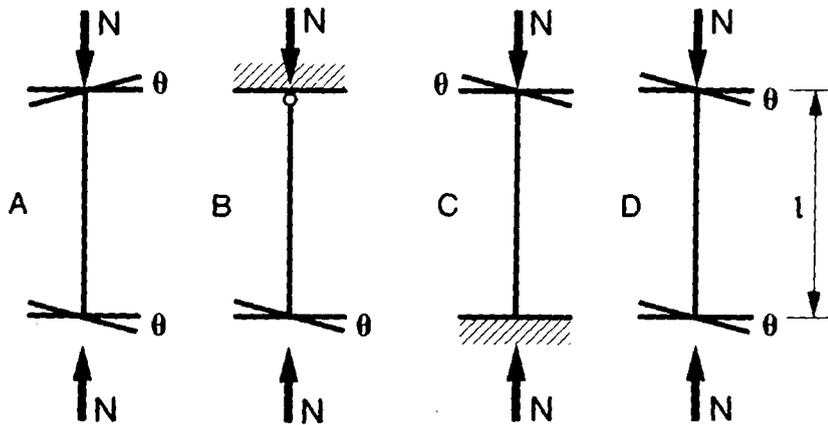


Fig. 1.6 Cas de déformation fondamentaux

Les déformations imposées résultant de variations de longueur des porteurs horizontaux (fig. 1.2b) peuvent être ramenées à l'un des cas de déformation fondamentaux de la figure 1.6, au moyen de la transformation suivante:

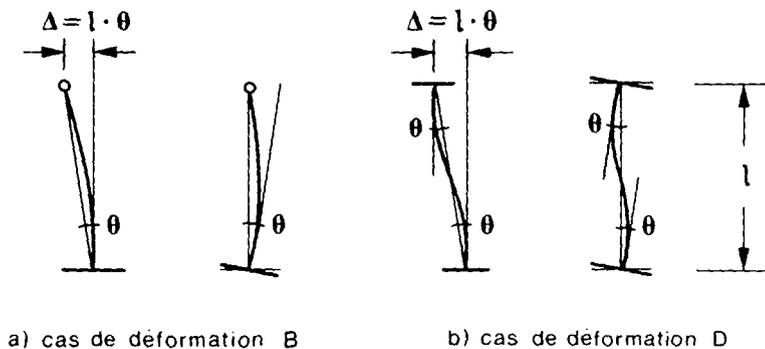


Fig. 1.7 Relation entre déplacement Δ et rotation θ imposés

Pour de petits angles de rotation θ , on peut admettre que le diagramme des moments engendré est le même (fig. 1.8).

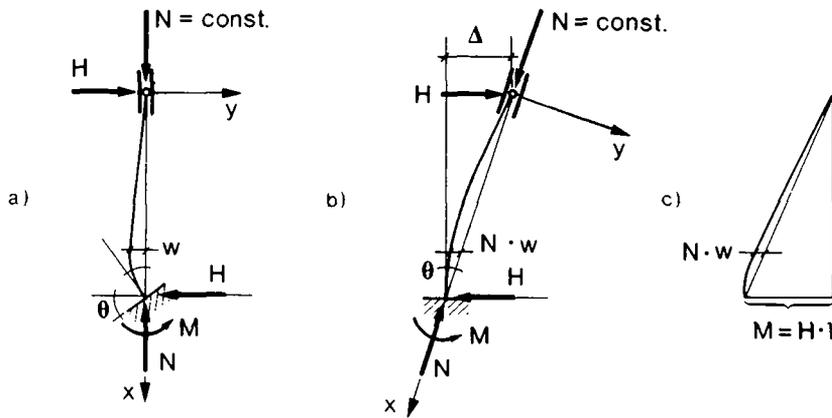


Fig. 1.8 Rotation θ et déplacement Δ imposés, diagramme des moments

Les déformations imposées à une colonne peuvent donc être ramenées à l'un des 4 cas fondamentaux illustrés à la figure 1.6, quelle que soit leur nature.

Le cas de déformation B est le seul qui puisse survenir sur une colonne encastrée à une extrémité et articulée à l'autre. Bien qu'il soit démontré dans ce travail que les colonnes peuvent dans la plupart des cas être encastrées à leurs deux extrémités, le cas de déformation B est quand même traité, d'une part, parce qu'il est utilisé dans de nombreux essais en laboratoire (voir § 4.2) et, d'autre part, parce qu'il ne peut pas être à priori exclu, la disposition d'une rotule étant dans quelques rares cas tout de même nécessaire.

Les cas de déformation A, C et D sont tous susceptibles de se produire sur des colonnes bi-encastrées. Le cas C concerne en général un élément situé à l'étage le plus bas, tandis que les cas A et D se rapportent à une colonne des étages supérieurs.

Le cas de déformation A résultant d'une disposition alternée de la charge utile, il ne peut en aucun cas avoir lieu sur une colonne de bord.

L'analyse d'une structure doit toujours aboutir à un choix de dimensions telles qu'elle possède une sécurité suffisante vis-à-vis de la ruine et qu'elle se comporte de façon satisfaisante à l'état d'utilisation.

La vérification de ces deux volets se nomme le calcul aux états-limites. Il est mis en application dans le Code-Modèle CEB [1.7] et dans le projet de nouvelle norme SIA 162 [1.8].

En ce qui concerne le calcul d'une colonne, il faut vérifier que celle-ci:

- a) puisse transmettre l'effort normal N avec une sécurité suffisante lorsqu'elle se trouve soumise à une déformation angulaire θ_{\max} ;
- b) ne se fissure pas au-delà de certaines ouvertures acceptables et ne subisse aucun éclatement du béton d'enrobage, situé en dehors des étriers, sous les sollicitations de service N_{ser} et θ_{ser} .

Le présent travail contient les indications pour procéder à la vérification de ces deux conditions.

Les lois de comportement des matériaux sont fondamentalement différentes selon que l'on considère l'état-limite ultime (théorie de plasticité) ou d'utilisation (comportement élastique de l'acier, prise en compte des effets différés et de la fissuration du béton). C'est pour cette raison que les deux volets sont traités séparément dans ce travail, dont une description du contenu est donnée au § 1.4.

1.4 Description de l'étude

La première partie de ce travail (chapitres 2 à 6) traite le comportement des colonnes à l'état ultime.

Le chapitre 2 est consacré aux matériaux. L'influence de différents paramètres sur la relation contrainte-déformation du béton y est mise en évidence, en particulier l'effet d'une armature transversale (frette) qui provoque un état de contraintes tri-axial. Cette influence est quantifiée au moyen de modèles semi-empiriques et des lois $\sigma_c - \varepsilon_c$ pour le béton fretté sont établies.

Au chapitre 3, on analyse le comportement des sections sollicitées en flexion composée, en tenant compte de l'influence de l'armature transversale au moyen d'un programme de calcul établi à cet effet. Une comparaison avec des résultats expérimentaux est apportée afin de tester la validité du modèle.

La seconde partie du chapitre 3 est consacrée à l'étude de l'interaction entre la résistance des sections et leur ductilité. On établit des diagrammes effort normal N - courbure maximale $\frac{1}{r_{\max}}$ et on met en évidence l'influence de paramètres comme l'espacement des étriers, leur diamètre ou leur forme, ainsi que les caractéristiques de l'armature ou du béton. Finalement, ces diagrammes sont donnés sous forme d'abaques pour des sections-type et peuvent être utilisés pour de nombreux cas de la pratique.

Au chapitre 4, on passe de l'analyse du comportement des sections à celui de l'élément linéaire que constitue la colonne. Sur la base d'observations expérimentales, on détermine la répartition des courbures, et grâce à l'intégration de celles-ci, on peut calculer les angles de rotation à l'état ultime θ_{\max} .

Des comparaisons sont réalisées entre des résultats expérimentaux, ceux livrés par un programme de calcul et ceux provenant d'un calcul simplifié.

Le chapitre 5 traite de problèmes de sécurité et contient les principes de la vérification des colonnes à la rupture. Une méthode générale de dimensionnement de l'armature transversale y est présentée ainsi que le procédé applicable dans les cas courants des colonnes de bâtiment. Au chapitre 6 on trouve le résumé des travaux expérimentaux (séries A, B et C) effectués dans le cadre de cette recherche.

La fin de ce travail s'occupe de la vérification de l'état d'utilisation. Elle comprend quelques rappels théoriques et expérimentaux, ainsi que l'établissement d'abaques (chapitre 7).

Finalement, l'application pratique d'une méthode de dimensionnement simplifiée est montrée au moyen d'exemples concrets (chapitre 8).

Des indications permettant d'estimer les angles imposés aux colonnes par suite de la flexion ou de la variation de longueur des porteurs horizontaux sont également contenues dans ce chapitre.

2. COMPORTEMENT CONTRAINTE - DEFORMATION RELATIVE DES MATERIAUX

2.1 Béton non armé

2.1.1 Comportement uni-axial

La relation contrainte-déformation relative du béton est influencée par les facteurs suivants: type et durée d'application des charges, vitesse de chargement, empêchement de la déformation transversale et gradient de déformation relative.

De nombreuses études théoriques et expérimentales ont été entreprises sur ce sujet, dont une synthèse a été présentée par Hognestad [2.43] et Habershock [2.6] pour les travaux datant d'avant 1950 et par Eibl et Ivanyi [2.1] pour les études plus récentes.

La recherche expérimentale sur le comportement $\sigma_c - \epsilon_c$ du béton s'est effectuée aussi bien par des essais de compression centrée qu'excentrée. La figure 2.1 montre des exemples de courbes obtenues lors de tels essais [2.7] sur prismes pour différentes classes de béton.

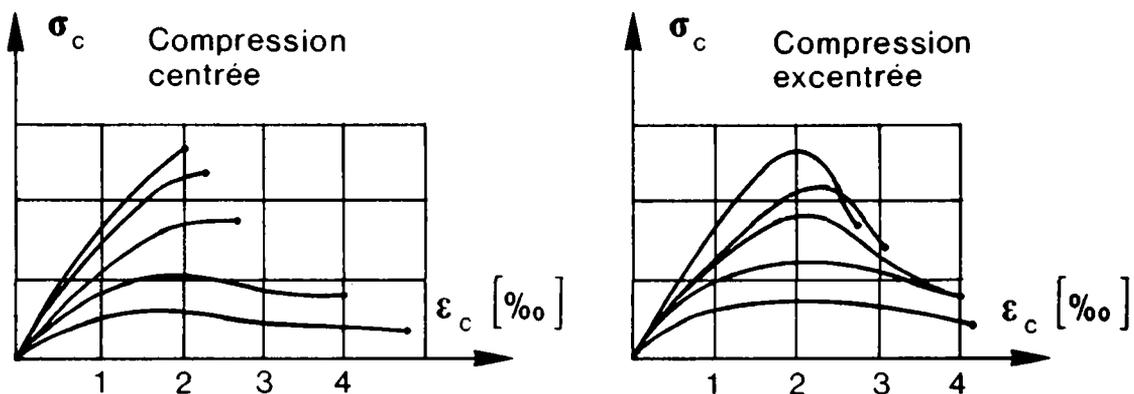


Figure 2.1 Diagramme $\sigma_c - \epsilon_c$ pour différentes classes de béton (compression centrée et excentrée) d'après [2.7]

L'influence de la vitesse de chargement est mise en évidence par Rüsich [2.4] en se basant sur l'étude expérimentale de Rasch [2.2]. La figure 2.2 montre les courbes $\sigma_c - \epsilon_c$ obtenues lors d'essais en compression centrée sur des prismes identiques, pour différentes vitesses $\dot{\epsilon}_c$ de la déformation relative.

Il faut relever ici que ces essais sont dirigés par la déformation spécifique ϵ_c dont la vitesse est maintenue constante. Ceci permet de déterminer la branche descendante de ces courbes, après que la résistance maximale soit atteinte.

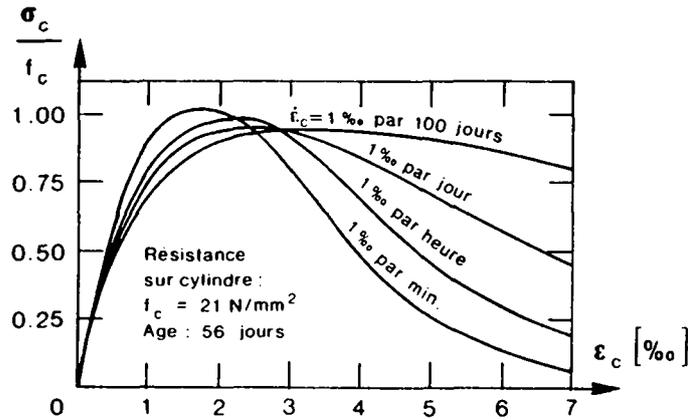


Figure 2.2 Diagrammes $\sigma_c - \epsilon_c$ pour différentes vitesses de déformation $\dot{\epsilon}_c$ (compression centrée)

Les courbes démontrent clairement l'influence du facteur temps sur le comportement du béton. Plus la déformation relative ϵ_c est augmentée lentement, plus la contrainte maximale diminue. L'effet du fluage cause par contre une diminution très nette de la pente de la branche descendante.

Il est clair qu'il existe, en plus de la résistance et du temps, des facteurs secondaires influençant la courbe $\sigma_c - \epsilon_c$, comme le dosage et la qualité du ciment, la granulométrie et le module d'élasticité des agrégats ainsi que la température et l'humidité relative ambiantes. Le tracé des courbes de la figure 2.2 est donc susceptible de varier dans certaines limites, mais leur allure est toujours caractérisée par l'influence prédominante du facteur temps.

L'effet de la durée d'application de la charge a également été étudié par Rüsç [2.4]. Les relations entre la contrainte et la déformation relative, obtenues expérimentalement sur des prismes soumis à une compression centrée pour différentes durées d'application de la charge, sont indiquées à la figure 2.3.

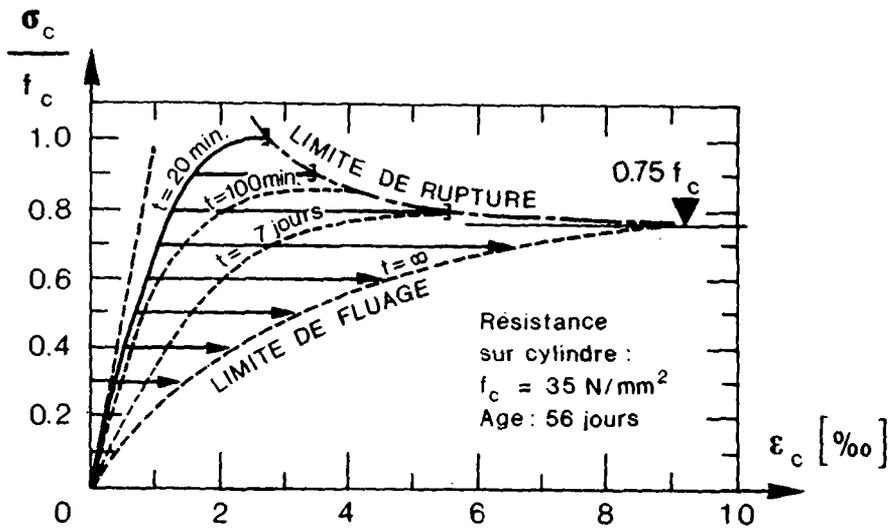


Figure 2.3 Influence de l'intensité et de la durée d'application de la charge

On constate sur un grand nombre d'essais que la résistance f_c d'une éprouvette soumise à une charge centrée de longue durée atteint au moins 75% de celle obtenue lors d'un essai de courte durée.

On remarque à la figure 2.1 que l'allure des courbes $\sigma_c - \varepsilon_c$ est dépendante de la présence d'un gradient de déformation relative, c'est-à-dire d'une courbure. Ceci peut être expliqué par le fait que, dans une section travaillant en flexion, chacune de ses fibres est déformée à une vitesse différente. En admettant que la section reste plane, la vitesse de déformation de chaque fibre est proportionnelle à la distance qui la sépare de l'axe neutre. Chaque fibre suit, en quelque sorte, une loi $\sigma_c - \varepsilon_c$ différente.

2.1.2 Comportement multi-axial

L'entrave à la déformation transversale a une importance considérable sur la relation contrainte-déformation du béton. L'étude du béton sollicité de manière bi- ou tri-axiale a préoccupé les chercheurs dès 1928 [2.8]. Le problème a surtout été abordé par des essais sur cylindres ([2.8], [2.9], [2.10], [2.11] et [2.12]). La figure 2.4, reproduite de [2.12], montre l'effet de la compression transversale sur le comportement contrainte-déformation longitudinale d'un cylindre de béton d'une longueur de 250 mm et d'un diamètre de 100 mm.

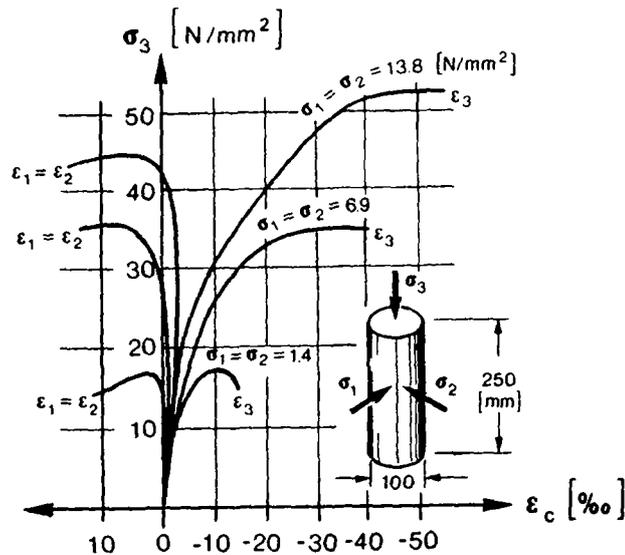


Fig. 2.4 Diagrammes σ_c - ϵ_c obtenus sur cylindres soumis à une compression tri-axiale (d'après [2.12])

Dans ce type d'essai, l'éprouvette est sollicitée transversalement par une pression hydrostatique alors que la contrainte axiale σ_3 est provoquée par un vérin hydraulique.

L'augmentation de la compression transversale provoque un accroissement de la résistance et de la déformabilité du béton dans le sens longitudinal.

L'état de contrainte tri-axial, améliorant les caractéristiques de résistance et de ductilité du béton, peut être obtenu dans une structure en disposant une armature transversale adéquate, dite armature de frettage ou frette. Dans le cas des colonnes en béton, cette armature est constituée d'étriers de forme adaptée à celle de la section, et souvent d'une spirale continue dans le cas de colonnes circulaires. Le comportement du béton fretté de cette manière est traité aux paragraphes 2.2.1 à 2.2.4.

2.2 Effet de l'armature transversale sur la résistance et la ductilité du béton

2.2.1 Etudes expérimentales

L'effet d'une armature transversale de frettage a été remarqué et mis en évidence dès le début du siècle par Considère [2.13]. Il a exécuté des essais d'écrasement de piliers frettés et constaté une augmentation de leur capacité portante due à cette armature.

De nombreux essais du même type, portant parfois sur un grand nombre de spécimens [2.14], [2.15] et [2.16] ont eu lieu par la suite et ont conduit à des développements théoriques.

Dans ces premiers développements, le comportement d'un pilier en béton armé fretté est traité dans son ensemble, par la détermination de sa charge de rupture et de la part prise par la frette à son augmentation.

Dans une seconde phase, relativement récente, les recherches se sont dirigées vers l'étude de lois constitutives $\sigma_c - \epsilon_c$ propres au béton fretté par une armature transversale.

Elles consistent en général en des essais sur des tronçons courts de colonnes, sollicités de façon centrée ou excentrée, les paramètres principaux étant les taux d'armature longitudinale et transversale, ainsi que la disposition constructive de cette dernière.

Les résultats de ces études expérimentales, rapportés aux références [2.17] à [2.28] montrent des modifications très sensibles des caractéristiques du béton.

Des courbes $\sigma_c - \epsilon_c$ obtenues en écrasant, en compression centrée, des prismes de section $450 \times 450 \text{ mm}^2$ d'une longueur de 1200 mm sont représentées à la figure 2.5. Les essais sont dirigés par la déformation longitudinale et les valeurs de ϵ_c déterminées par des mesures sur une longueur de 400 mm.

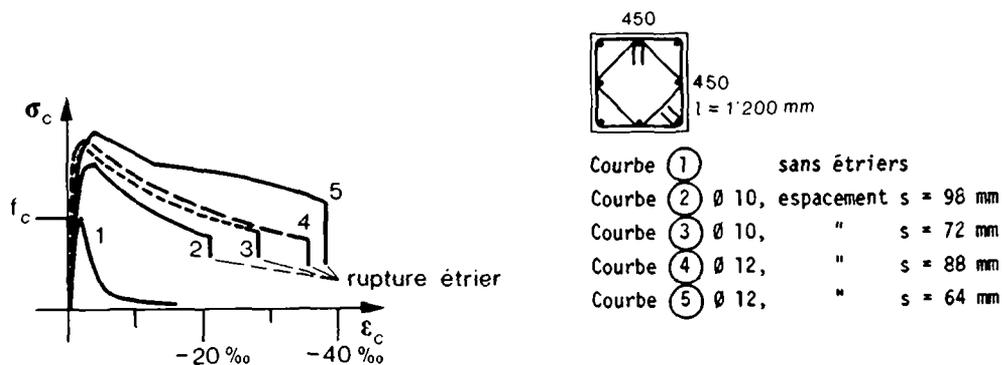


Fig. 2.5 Relations $\sigma_c - \epsilon_c$ expérimentales en fonction de l'armature transversale (d'après [2.27])

Par rapport au béton non fretté (courbe ① dans la figure 2.5), le béton confiné par l'armature transversale se distingue dans son comportement de la manière suivante:

- 1) augmentation de la ductilité grâce à un fort accroissement de la déformation spécifique à la rupture ϵ_{cu} dont la grandeur peut atteindre 20 à 50 ‰ selon l'importance de la frette, au moment de la rupture de celle-ci;
- 2) augmentation de la résistance maximale à la compression jusqu'à des valeurs supérieures de 80% à celles obtenues sur cylindres non frettés;
- 3) modification de l'allure générale de la relation $\sigma_c - \epsilon_c$ par l'apparition, après le dépassement de la contrainte maximale, d'une branche descendante dont la pente est également fonction de l'importance de la frette et du mode de sollicitation.

2.2.2 Principes d'action de l'armature transversale

L'effet de l'armature de frettage sur le comportement du béton s'explique de la manière suivante.

Lorsqu'elle est soumise à une compression uni-axiale, une éprouvette de béton de forme quelconque, se raccourcit dans le sens longitudinal et se dilate dans le sens transversal (Figure 2.6).

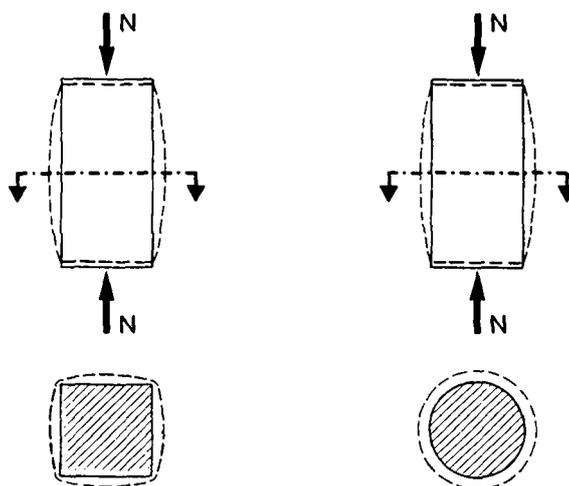


Fig. 2.6 Déformation transversale du béton sollicité par un effort uni-axial

Si une armature de frettage est présente, des efforts de traction s'y développent et des forces de déviation apparaissent, agissant sur le noyau qu'elle délimite. Dans le cas où l'éprouvette n'a pas d'armature longitudinale, la pression exercée par la frette se répartit comme indiqué à la figure 2.7b pour un étrier carré, respectivement 2.7d pour un rond.

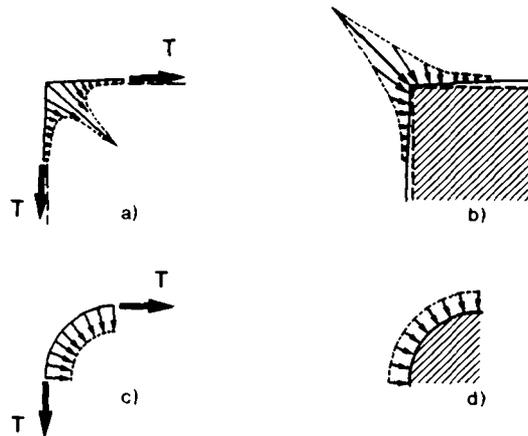


Fig. 2.7 Sollicitations exercées par la frette ($\rho = 0$)

Dans le cas où une armature longitudinale est disposée, les efforts de déviation sont tout d'abord transmis aux appuis linéaires formés par cette armature (Fig. 2.8a et 2.8c) puis au béton qui se trouve ainsi sollicité transversalement par des charges quasi-concentrées, à l'emplacement de chaque barre (Fig. 2.8b et 2.8d). Ce phénomène est très marqué pour des sections carrées ou rectangulaires.

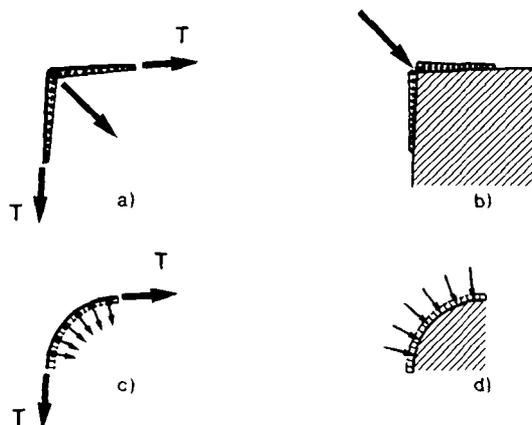


Fig. 2.8 Sollicitations exercées par la frette ($\rho \neq 0$)

L'effort de compression longitudinal, associé aux sollicitations exercées par la frette, provoque un état de contraintes tri-axial dans le béton. Les propriétés d'un béton sollicité de la sorte sont abordées au paragraphe 2.1.2.

La figure 2.4 montre les courbes $\sigma_c - \epsilon_c$ obtenues sur des éprouvettes où la pression transversale est appliquée de manière très uniforme au moyen d'un dispositif hydraulique; l'analogie existant entre ces courbes et celles obtenues sur les prismes frettés de la figure 2.5 est évidente.

L'efficacité d'une armature transversale résulte de l'interaction des deux facteurs que sont l'intensité de la pression exercée et la répartition plus ou moins uniforme de celle-ci. Le premier facteur dépend directement de la quantité d'armature transversale, exprimée par le rapport entre le volume de celle-ci et celui du noyau de béton fretté, ainsi que de la grandeur de sa limite d'élasticité f_y .

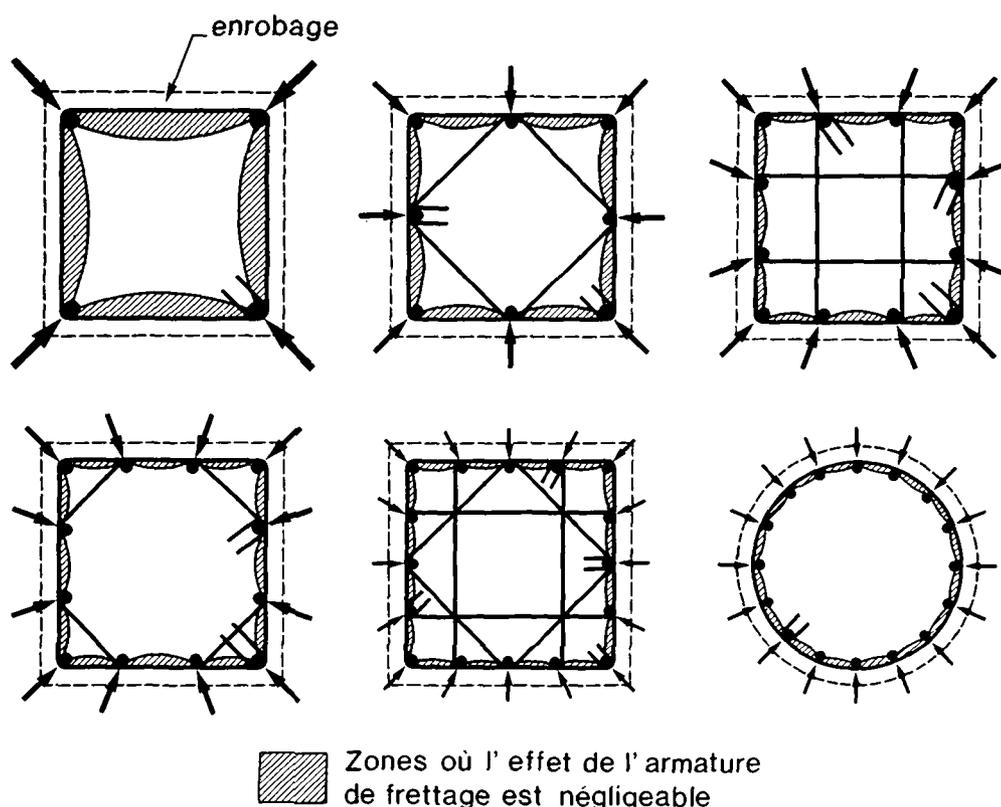


Fig. 2.9 Influence de la configuration d'armature transversale sur son efficacité

La répartition de la pression exercée est quant à elle étroitement liée au type de section (rectangulaire ou circulaire), à la disposition des barres longitudinales, au pas de la spirale, respectivement à l'espacement des étriers ainsi qu'à la forme de ceux-ci.

A la figure 2.9, on remarque l'influence de la configuration de l'armature transversale sur son efficacité, c'est-à-dire sur son aptitude à engendrer une pression transversale uniforme. Le phénomène décrit à la figure 2.8 a pour effet que la surface du béton, bénéficiant de l'état de contraintes tri-axial, est inférieure à l'aire géométriquement délimitée par les étriers.

Dans le sens longitudinal, l'efficacité de la frette est conditionnée par l'espacement des étriers, respectivement par le pas de la spirale. Un effet d'arc, par analogie à ce qui se passe dans le sens transversal, délimite la région dans laquelle le béton peut être considéré comme fretté. Dans une section située entre deux étriers, l'effet de ceux-ci peut être réduit dans de grandes proportions (Fig. 2.10).

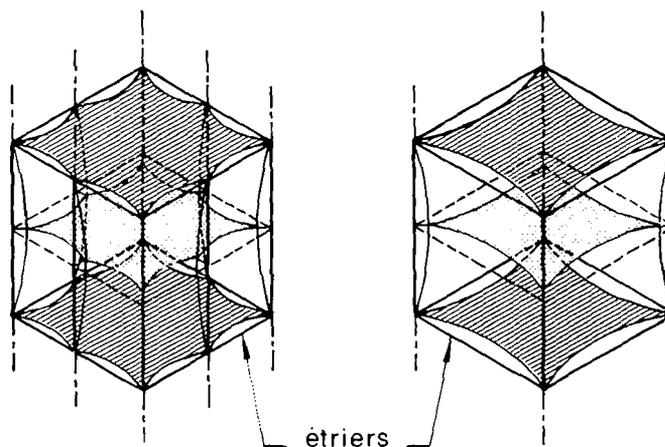


Fig. 2.10 Vue tridimensionnelle du volume de béton effectivement fretté ([2.34])

2.2.3 Influence de la vitesse de déformation

L'influence de la vitesse $\dot{\epsilon}_c$ sur le comportement $\sigma_c - \epsilon_c$ du béton non-fretté est abordée au paragraphe 2.1.1.

En ce qui concerne le béton armé transversalement, ce paramètre est étudié dans quelques essais en compression centrée [2.28], sur des éprouvettes de dimensions 152 x 152 x 610 mm, n'ayant pas d'armature longitudinale.

Le diamètre des étriers est de 6 mm et leur espacement varie de 25 à 100 mm. A la figure 2.11, on représente les courbes obtenues pour différentes valeurs de $\dot{\epsilon}_c$, sur des éprouvettes où l'espacement des étriers est égal à 25 mm.

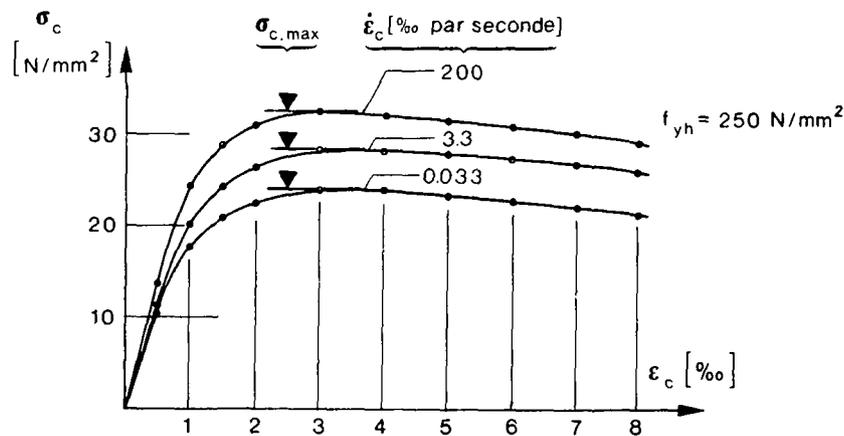


Fig. 2.11 Courbes $\sigma_c - \epsilon_c$ pour différentes vitesses de déformation $\dot{\epsilon}_c$ (béton fretté, \emptyset 6 mm, s = 25 mm)

Comme dans le cas du béton non-fretté (fig. 2.2), on remarque une augmentation sensible de la résistance maximale si l'éprouvette est sollicitée rapidement.

Pour juger l'influence de $\dot{\epsilon}_c$ sur la forme des courbes $\sigma_c - \epsilon_c$, on présente celles-ci à la figure 2.12, dans leur forme non-dimensionnelle, pour deux espacements d'étriers différents.

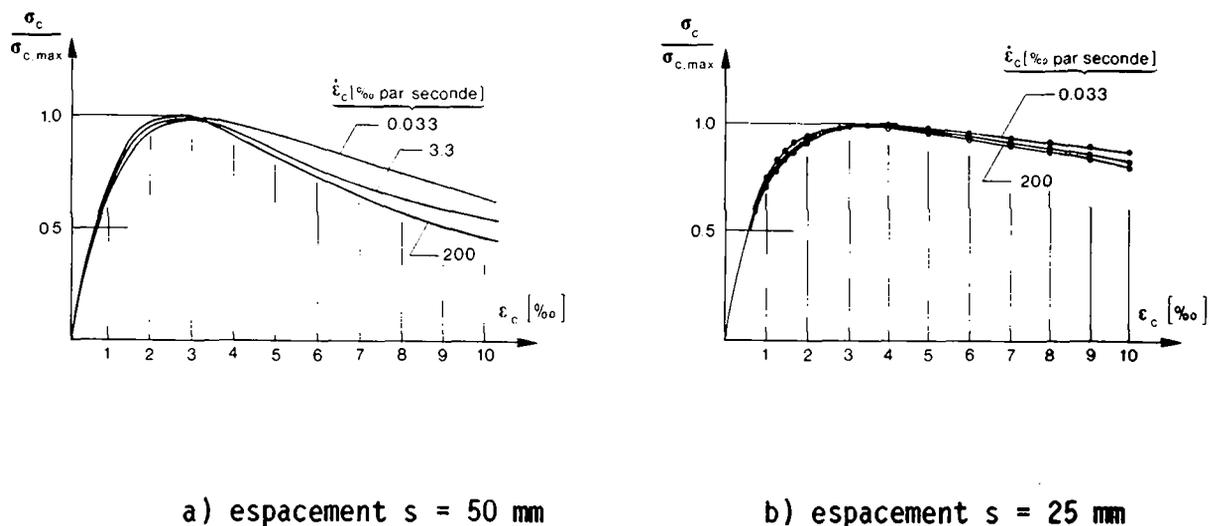


Fig. 2.12 Courbes $\sigma_c - \varepsilon_c$ pour des espacements d'étriers et des vitesses de déformation $\dot{\varepsilon}_c$ différentes

La variation de $\dot{\varepsilon}_c$ ne semble pas avoir un effet significatif sur l'allure des courbes $\sigma_c - \varepsilon_c$, sauf dans le cas où les étriers sont relativement espacés; la ductilité y est améliorée si la déformation ε_c est augmentée lentement.

Lorsque les étriers sont très rapprochés, on ne remarque que peu de différence entre un essai de très courte durée et un autre beaucoup plus lent.

2.2.4 Gradient de déformation relative

L'effet d'un gradient de déformation est étudié au moyen d'essais sur des éprouvettes en béton fretté de différentes dimensions, sollicitées par un effort normal excentré ([2.27], [2.40]).

En comparant les résultats avec ceux obtenus en chargeant des éléments analogues en compression centrée, on constate que la résistance du béton est peu sensible au mode de sollicitation.

Dans le cas de la compression excentrée, la courbe $\sigma_c - \varepsilon_c$ démontre cependant un caractère nettement plus ductile. Ceci s'explique à l'aide des figures 2.10 et 2.13 par des considérations géométriques.

Au paragraphe 2.2.2, on constate que l'aire du béton effectivement fretté dépend de la disposition des barres d'armature longitudinales et de la forme des étriers. Dans la figure 2.13, la grandeur k_x exprime le rapport entre la surface comprimée effectivement frettée et l'aire comprimée du noyau. Dans le cas de la compression excentrée, ce rapport dépend de la position de l'axe neutre x' et de la disposition de l'armature. La valeur du rapport k_x est représentée en fonction du rapport x'/h' pour différents types de section.

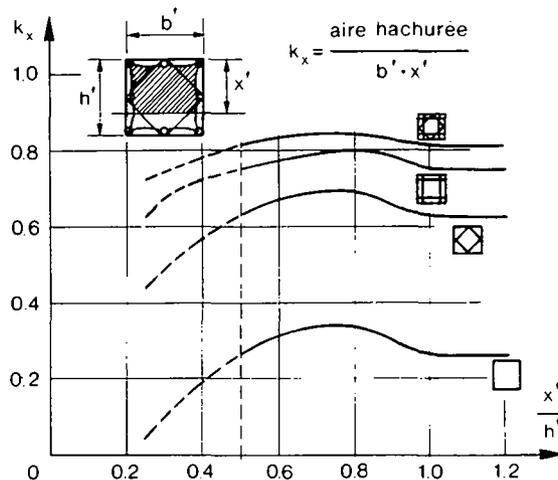


Fig. 2.13 Influence de la position de l'axe neutre (d'après la référence ([2.35]))

Ce diagramme permet de porter un jugement qualitatif sur l'efficacité de l'armature transversale dans le cas où toute la section qu'elle délimite n'est pas comprimée ($x'/h' < 1,0$).

Le phénomène est d'autant plus marqué si l'armature transversale n'est formée que d'un seul étrier périphérique; le comportement d'une section ainsi sollicitée n'est cependant pas trop affecté, car l'effort normal y est bas et les contraintes dans le béton modérées.

Pour des valeurs de x'/h' supérieures à 0,5, lorsque les caractéristiques du béton influencent le comportement de la section de façon significative, l'efficacité de l'armature transversale est au moins égale à celle obtenue en compression centrée, voire même très supérieure.

2.2.5 Déformation relative maximale du béton fretté

Un état de contrainte tri-axial est maintenu dans le béton aussi longtemps que l'armature de frettage agit.

Les courbes $\sigma_c - \epsilon_c$ représentées à la figure 2.5 sont brusquement interrompues lorsque la déformation spécifique ϵ_{cu} est atteinte, à cause de la rupture d'un étrier.

Cette rupture provient soit de l'ouverture d'un étrier mal ancré, soit réellement du dépassement de sa résistance à la traction.

La première éventualité doit absolument être exclue par les dispositions constructives appropriées indiquées au § 8.2; quant à la seconde, les mécanismes qui la provoquent sont difficiles à cerner.

Des approches statistiques et empiriques ont été effectuées pour déterminer la grandeur de ϵ_{cu} et ont abouti aux équations proposées par Corley ([2.41]):

$$\epsilon_{cu} = 0,003 + 0,02 \cdot \frac{b}{z} + \left(\frac{\rho_h' \cdot f_{yh}}{138} \right)^2 \quad (2.1)$$

et Baker: ([2.42]):

$$\epsilon_{cu} = 0,0015 \cdot [1 + 150 \cdot \rho_h + (0,7 - 10 \cdot \rho_h) \cdot \frac{d}{x}] \quad (2.2)$$

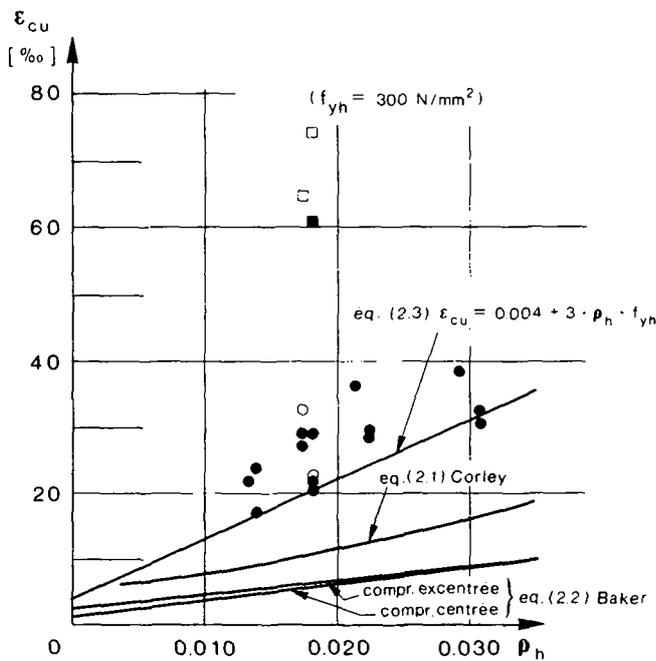
- où:
- b : largeur de la section en [mm]
 - z : distance entre la section considérée et le point d'inflexion de la déformée en [mm] (voir figure 4.10)
 - ρ_h' : volume total de la frette et de l'armature longitudinale en compression divisé par le volume délimité par la frette
 - f_{yh} : limite d'écoulement de la frette en [N/mm²]
 - ρ_h : taux d'armature transversale, égale au volume de l'armature transversale divisé par celui du noyau de béton qu'elle délimite
 - d : hauteur statique en [mm]
 - x' : position de l'axe neutre en [mm] (voir figure 2.13)

Les déformations maximales ϵ_{cu} obtenues par ces équations sont, en général, nettement inférieures à celles mesurées dans des essais.

A la référence [2.27], on propose une équation d'application très aisée qui fournit une bonne approximation de ϵ_{cu} .

$$\epsilon_{cu} = 4 \text{ ‰} + 0,03 \cdot \rho_h \cdot f_{yh} \quad \left[\begin{array}{l} \epsilon_{cu} \text{ en } [‰] \\ f_{yh} \text{ en } \text{N/mm}^2 \\ \rho_h \text{ en } [\%] \end{array} \right] \quad (2.3)$$

La figure 2.14 montre que cette équation est moins conservatrice que les formules (2.1) et (2.2) et que la présence d'un gradient de déformation relative dans la section (compression excentrée) a une conséquence extrêmement favorable sur ϵ_{cu} , dont la grandeur peut être de 100% à 150% supérieure au cas d'une compression centrée.



symboles	compression centrée	compression excentrée
essais de courte durée $\dot{\epsilon} = 0.0167$ par sec.	●	■
essais de longue durée $\dot{\epsilon} = 0.000033$ par sec.	○	□

Fig. 2.14 Comparaison des déformations relatives maximales obtenues par les équations (2.1), (2.2) et (2.3) avec les valeurs mesurées (référence [2.27])

L'équation (2.3) ne tient pas compte de cet effet favorable; en l'appliquant pour le calcul de la déformabilité des colonnes, on se situe ainsi du côté de la sécurité.

La déformation maximale ϵ_{cu} peut, comme mentionné dans la référence [4.5], être estimée au moyen de considérations sur l'énergie, si les relations σ - ϵ des matériaux (béton non fretté, béton fretté, armature transversale et longitudinale) sont connues. Soit la figure 2.15a illustrant une éprouvette munie d'une armature longitudinale, mais pas d'étriers, qui subit un raccourcissement ϵ croissant de 0 jusqu'à la valeur $\epsilon_{cu} = 30/100$, correspondant à la rupture du béton non fretté.

Le travail de déformation effectué pour raccourcir l'éprouvette de la grandeur $\lambda \cdot \epsilon_{cu}$ est donné par:

$$U_{tot} = U_C + U_S \quad (2.4) \quad \text{où } U_C : \text{travail de déformation du béton}$$

$$U_C = V_C \cdot \int_0^{\epsilon_{CU}} \sigma_C \cdot d\epsilon \quad (2.5)$$

$$U_S = V_S \cdot \int_0^{\epsilon_{CU}} \sigma_S \cdot d\epsilon \quad (2.6)$$

U_S : travail de déformation de l'armature longitudinale

ϵ_{CU} : déformation relative maximale du béton non-fretté ($\epsilon_{CU} = 3\text{‰}$)

V_C et V_S étant les volumes respectifs du béton et de l'armature longitudinale. Les intégrales $\int_0^{\epsilon_{CU}} \sigma_C \cdot d\epsilon$ et $\int_0^{\epsilon_{CU}} \sigma_S \cdot d\epsilon$ représentent les surfaces hachurées délimitées par les relations σ - ϵ des deux matériaux (fig. 2.15b et 2.15c).

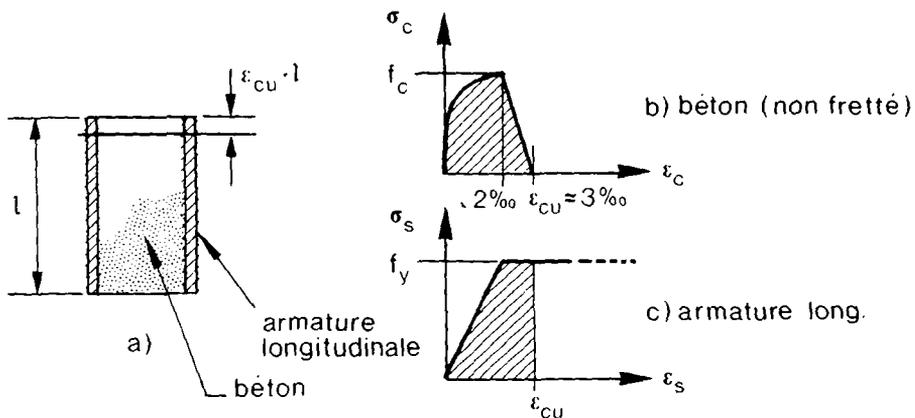


Fig. 2.15 Travail de déformation et diagrammes σ - ϵ des matériaux (éprouvette non-frettée)

La figure 2.16a illustre une éprouvette semblable, mais munie d'une armature transversale. Elle est soumise à une déformation relative croissante dont le maximum ϵ_{CU} est atteint lors de la rupture des étriers.

Le travail de déformation U'_{tot} effectué pour raccourcir l'éprouvette d'une longueur $l \cdot \epsilon_{CU}$ vaut dans ce cas:

$$U'_{tot} = U'_C + U'_S \quad (2.7) \quad \text{où } U'_C : \text{travail de déformation du béton fretté}$$

$$U'_C = V_C \cdot \int_0^{\epsilon_{CU}} \sigma'_C \cdot d\epsilon \quad (2.8)$$

$$U'_S = V_S \cdot \int_0^{\epsilon_{CU}} \sigma_S \cdot d\epsilon \quad (2.9)$$

U'_S : travail de déformation de l'armature longitudinale

Les intégrales $\int_0^{\epsilon_{CU}} \sigma'_C \cdot d\epsilon$ et $\int_0^{\epsilon_{CU}} \sigma_S \cdot d\epsilon$ correspondent aux aires hachurées déterminées par les diagrammes σ - ϵ des matériaux représentés aux figures 2.16b et 2.16c.

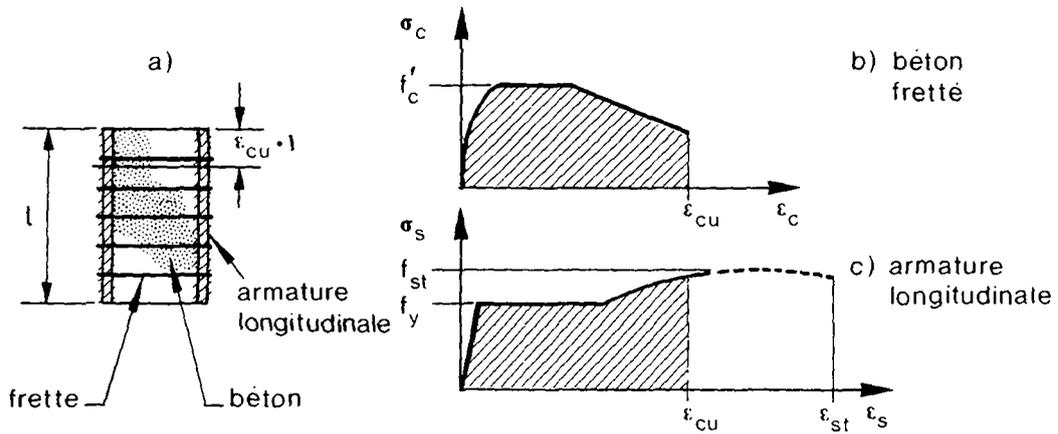


Fig. 2.16 Travail de déformation et diagrammes σ - ϵ des matériaux (épreuve frettée)

En admettant que la différence des énergies U'_{tot} et U_{tot} , nécessaires pour la rupture des éprouvettes frettées et non-frettées, est due à la présence de l'armature transversale, on peut écrire:

$$\Delta U = U'_{tot} - U_{tot} = U_h \quad (2.10) \quad U_h: \text{travail de déformation effectué par la frette jusqu'à sa rupture}$$

$$U_h = U'_c - U_c + U'_s - U_s \quad (2.11) \quad V_h: \text{volume de l'armature transversale présente dans l'éprouvette}$$

$$U_h = V_h \cdot \int_0^{\epsilon_{st}} \sigma_{sh} \cdot d\epsilon_{sh} \quad (2.12)$$

L'intégrale $\int_0^{\epsilon_{st}} \sigma_{sh} \cdot d\epsilon_{sh}$ constitue l'aire de la surface hachurée représentée à la figure 2.17. Elle est constante pour une qualité d'armature donnée.

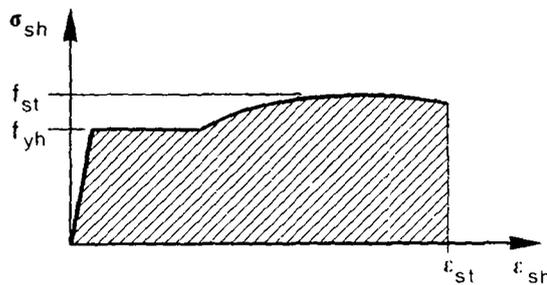


Fig. 2.17 Calcul de l'intégrale $\int_0^{\epsilon_{st}} \sigma_{sh} \cdot d\epsilon_{sh}$ (armature transversale)

Pour une éprouvette de longueur unitaire, l'équation (2.11) s'écrit:

$$\rho_h \cdot A_c \cdot \int_0^{\epsilon_{st}} \sigma_{sh} \cdot d\epsilon_{sh} = A_c \cdot \int_0^{\epsilon_{cu}} \sigma'_c \cdot d\epsilon - A_c \cdot \int_0^{3\text{‰}} \sigma_c \cdot d\epsilon + \rho \cdot A_c \cdot \int_0^{\epsilon_{cu}} \sigma_s \cdot d\epsilon - \rho \cdot A_c \cdot \int_0^{3\text{‰}} \sigma_s \cdot d\epsilon \quad (2.13)$$

d'où:

$$\int_0^{\epsilon_{cu}} \sigma'_c \cdot d\epsilon + \rho \cdot \int_0^{\epsilon_{cu}} \sigma_s \cdot d\epsilon = \int_0^{3\text{‰}} \sigma_c \cdot d\epsilon + \rho \cdot \int_0^{3\text{‰}} \sigma_s \cdot d\epsilon + \rho_h \cdot \int_0^{\epsilon_{st}} \sigma_{sh} \cdot d\epsilon_{sh} \quad (2.14)$$

$$\text{où: } \rho = \frac{A_s}{A'_c} : \text{taux d'armature longitudinale}$$

$$\rho_h = \frac{V_h}{V_c} : \text{taux d'armature transversale}$$

Le terme de droite est formé de constantes dépendant des relations σ - ϵ des matériaux (surfaces hachurées des figures 2.15b, 2.15c et 2.17) ainsi que des taux d'armature ρ et ρ_h , tandis que le terme de gauche contient l'inconnue ϵ_{cu} .

Au moyen d'un procédé numérique, il est possible de calculer la valeur de la déformation spécifique maximale ϵ_{cu} .

En comparant l'équation (2.14) à la formule approchée (2.3), on constate que le taux d'armature longitudinale ρ n'apparaît que dans la première.

L'application de l'équation (2.14) n'est pas aisée et les valeurs de ϵ_{cu} qu'elle livre dépendent fortement du diagramme σ - ϵ de l'armature transversale et en particulier de la grandeur de l'allongement à la rupture ϵ_{st} .

La formule (2.3) livre des valeurs de ϵ_{cu} équivalente à celles obtenues au moyen de l'équation (2.14) si ϵ_{st} vaut environ 40-50 ‰; ceci constitue généralement la limite inférieure pour les aciers disponibles sur le marché, y compris ceux écrouis à froid (§ 2.4).

L'utilisation de la formule (2.3) pour estimer la déformation relative maximale ϵ_{cu} du béton fretté semble donc appropriée, bien qu'elle démontre un caractère nettement conservateur.

2.3 Modélisation et représentation analytique du comportement $\sigma_c - \epsilon_c$ du béton fretté

2.3.1 Généralités

Les études expérimentales mentionnées au paragraphe 2.2.1 ont pour la plupart d'entre elles, abouti à l'établissement d'équations censées décrire la courbe contrainte-déformation spécifique du matériau "béton fretté" ([2.23], [2.31], [2.32], [2.33], [2.34], [2.36] et [2.40]).

Le nombre de paramètres pris en compte dans la majorité de ces études est souvent limité et les lois constitutives idéalisées qui en résultent livrent parfois des résultats contradictoires.

Le paramètre le plus important pour une armature circulaire est le taux d'armature transversale qui exprime le rapport entre le volume de la frette et celui du noyau de béton qu'elle délimite, par unité de longueur de l'élément considéré. Un rôle important est également joué par la limite d'écoulement f_{yh} de la frette et par la classe du béton utilisé. Pour un taux d'armature transversale ρ_h égal, une armature de forme circulaire (étriers ou spirale) assure en général un frettage plus efficace que des étriers quadratiques (voir § 2.2.2). Ce type d'armature exerce une pression quasi-uniforme, son mécanisme est mieux compris et ne suscite pas de controverses. La loi $\sigma_c - \epsilon_c$ donnant les meilleurs résultats pour les sections circulaires est celle proposée par Shah et Fafitis [2.36]. Elle est présentée au paragraphe 2.3.3.

Dans le cas de sections carrées ou rectangulaires, le nombre de paramètres qui influencent le comportement du béton fretté sont beaucoup plus nombreux.

Dans une étude comparative des différents modèles publiés [2.37], il apparaît que le modèle proposé par Sheikh et Uzumeri ([2.34], [2.38]) se révèle être le plus précis et le plus complet. Il est en effet le seul à tenir compte, en plus des paramètres classiques comme la classe de béton, la limite d'élasticité et le taux d'armature transversale, de la position de l'armature longitudinale dans la section et de la configuration des étriers dont la grande importance est mise en évidence au paragraphe 2.2.2.

Par "configuration", on définit ici la forme et le nombre d'étriers présents dans une section (voir figure 2.9). Ce modèle montre une excellente concordance avec les essais effectués par différents chercheurs [2.37]. Il est présenté en détail au paragraphe suivant.

2.3.2 Loi $\sigma_c - \epsilon_c$ idéalisée pour les sections carrées ou rectangulaires

La loi proposée par Sheikh et Uzumeri pour décrire le comportement uniaxial $\sigma_c - \epsilon_c$ du béton fretté dans les pièces prismatiques est représentée schématiquement à la figure ci-après:

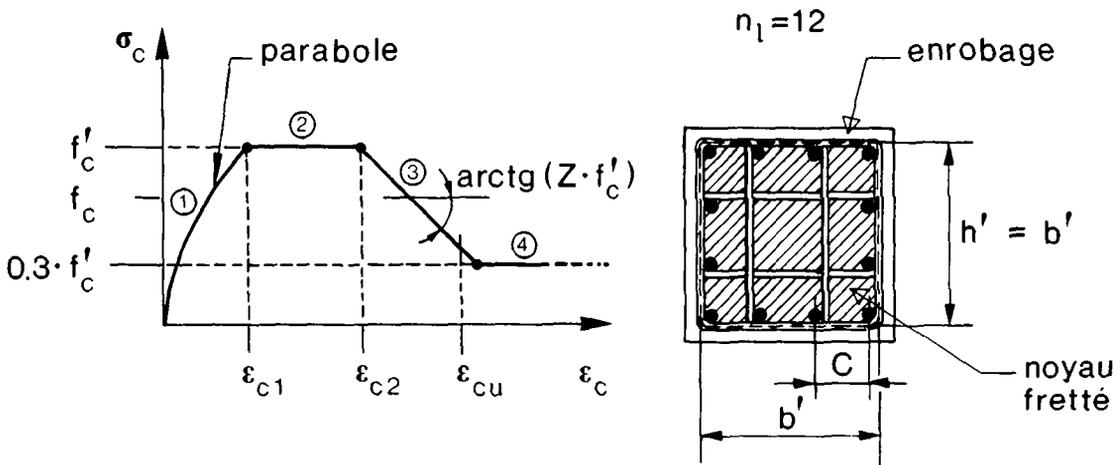


Fig. 2.18 Loi $\sigma_c - \epsilon_c$ idéalisée pour le béton fretté par des étriers quadratiques ([2.34])

$$(a) \quad f'_c = K_S \cdot f_c$$

$$(b) \quad K_S = 1 + \frac{b'^2}{140P_{occ}} \cdot \left[\left(1 - \frac{n_l \cdot C^2}{5,5 \cdot h'^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{s}{2b'} \right)^2 \right] \cdot \sqrt{\rho_h \cdot f_{sh}}$$

$$\text{avec } P_{occ} = f_c \cdot (b' \cdot h' - A_{s,tot}) \quad \text{en [kN]} \quad (2.15)$$

$$(c) \quad \epsilon_{c1} = 94 \cdot K_S \cdot f_c \cdot 10^{-6}$$

$$(d) \quad \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{00}} = 1 + \left[\frac{229}{C} \cdot \left(1 - 5 \cdot \left(\frac{s}{b'} \right)^2 \right) \right] \cdot \frac{\rho_h \cdot f_{sh}}{\sqrt{f_c}}$$

$$(e) \quad Z = \frac{2}{3 \rho_h \cdot \frac{b'}{s}}$$

avec:

- f_c : résistance à la compression du béton non-fretté
- f'_c : résistance à la compression du béton fretté ($K_S \cdot f_c$) [N/mm^2]
- b', h' : largeur, resp. hauteur de la section frettée délimitée par l'axe de l'étrier périphérique [mm]
- C : entr'axe des barres longitudinales [mm]
- n_l : nombre de barres longitudinales tenues latéralement
- s : espacement des étriers [mm]
- ρ_h : $\frac{\text{volume armature transversale}}{\text{volume noyau frette}}$ = taux d'armature transversale
- f_{sh} : contrainte étriers = limite d'écoulement f_{yh} [N/mm^2]
- ϵ_{00} : déformation spécifique correspondant à la contrainte maximale du béton non fretté ($\approx 0,0022$)
- $A_{s,tot}$: aire totale de l'armature longitudinale

La relation $\sigma_c - \epsilon_c$ complète est formée de quatre zones distinctes. La première est une parabole, jusqu'à $\epsilon_c = \epsilon_{c1}$, puis un segment de droite horizontal entre ϵ_{c1} et ϵ_{c2} et ensuite une branche descendante rectiligne dont la pente est donnée par le paramètre Z (équation 2.15e). Lorsque la contrainte σ_c est égale à $0,3 \cdot f'_c$, la relation $\sigma_c - \epsilon_c$ devient une droite horizontale.

La déformation relative maximale ϵ_{cu} , donnée par l'équation (2.3) et correspondant à la rupture du premier étrier, se situe généralement dans la troisième ou quatrième zone selon l'importance de l'armature transversale.

Le modèle décrit ci-dessus a été élaboré sur la base d'essais sur des prismes frettés sollicités en compression centrée.

L'influence favorable d'un gradient de déformation (flexion composée), mentionnée au § 2.2.4, se concrétise par une augmentation de la ductilité. Sur le diagramme de la figure 2.18, cela équivaut à prolonger le segment de droite horizontal, en accroissant ϵ_{c2} , et en maintenant la pente de la branche descendante égale à Z .

Cet accroissement dépend de la position de l'axe neutre dans la section (voir fig. 2.13) et donc des sollicitations. Il est par conséquent très difficile de quantifier cet effet favorable; on renonce donc à le prendre en compte en se plaçant ainsi du côté de la sécurité.

2.3.3 Loi $\sigma_c - \epsilon_c$ idéalisée pour les sections circulaires

Le modèle de Sheikh et Uzumeri, décrit au paragraphe précédent, est établi pour des sections frettées par des étriers quadratiques et ne peut donc pas être appliqué pour les sections circulaires.

Comme mentionné au paragraphe 2.3.1, le modèle le plus approprié pour ce type de sections est celui proposé par Shah et Fafitis. Dans la référence [2.36], la relation $\sigma_c - \epsilon_c$ qui en résulte est comparée à celle mesurée dans des essais de provenance différentes ([2.18], [4.3]). La concordance est bonne et justifie l'utilisation du modèle.

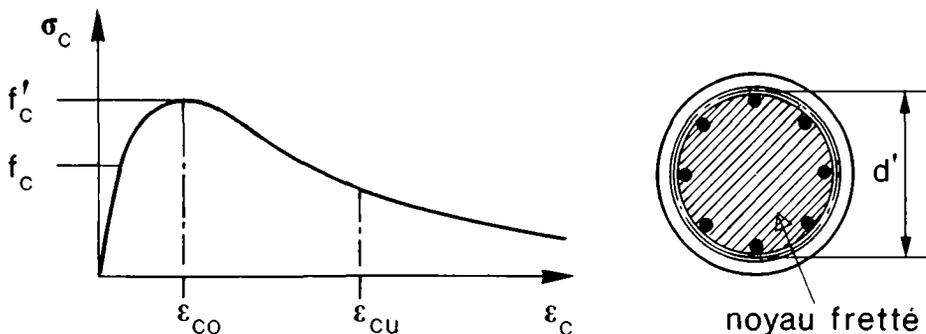


Fig. 2.19 Loi $\sigma_c - \epsilon_c$ pour le béton fretté par des étriers ou une spirale circulaires

La relation $\sigma_c - \epsilon_c$ complète est décrite par les deux équations suivantes:

$$\text{pour } \epsilon_c \leq \epsilon_{co} : \quad \sigma_c = f'_c \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{co}}\right)^A\right) \quad (2.16)$$

$$\epsilon_c > \epsilon_{co} : \quad \sigma_c = f'_c \cdot e^{-k \cdot (\epsilon_c - \epsilon_{co})^{1,15}} \quad (2.17)$$

$$\text{avec:} \quad \epsilon_{co} = 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot f_c + 0,015 \cdot \frac{f_{yh}}{f_c} \cdot \rho_h + 0,002 \quad (2.18)$$

$$K_S = \frac{f'_c}{f_c} = 1 + \left(0,58 + \frac{10,5}{f_c}\right) \cdot \frac{f_{yh}}{f_c} \cdot \rho_h \quad (2.19)$$

$$A = \frac{E_c \cdot \epsilon_{co}}{f'_c} \quad (2.20)$$

$$k = 24,7 \cdot f_c \cdot e^{-0,73 \cdot \rho_h \cdot f_{yh}} \quad (2.21)$$

- d' : diamètre de la section frettée délimitée par l'axe de l'étrier [mm]
- ρ_h : taux d'armature transversale $\left(= \frac{\pi \cdot \phi h^2}{d' \cdot s} \right)$
- s : espacement des étriers, respectivement pas de la spirale [mm]
- f_{yh} : limite d'écoulement de l'armature transversale [N/mm²]

Comme pour les sections frettées par des étriers quadratiques, la déformation relative maximale ϵ_{cu} est admise égale à celle obtenue au moyen de l'équation (2.3), et l'effet favorable de la flexion composée n'est pas pris en compte.

2.4 Acier d'armature

Les aciers d'armature sont essentiellement divisés en deux groupes:

- aciers à dureté naturelle,
- aciers écrouis à froid.

Les caractéristiques mécaniques de chacun d'entre eux sont rappelés brièvement ci-après.

2.4.1 Aciers à dureté naturelle

Le diagramme contrainte-déformation typique d'un acier à dureté naturelle est représenté à la figure 2.20. Il se caractérise généralement par un palier d'écoulement très marqué, suivi d'un écrouissage dès que la déformation relative dépasse ϵ_{sv} .

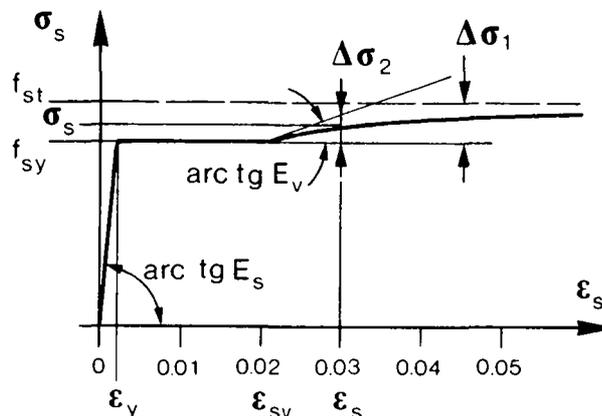


Fig. 2.20 Diagramme σ_s - ϵ_s d'un acier à dureté naturelle

- E_s : module d'élasticité
- E_v : module d'écroutissage
- f_{sy} : limite élastique, limite d'écoulement
- f_{st} : résistance à la traction
- ϵ_{sv} : allongement au début de l'écroutissage
- ϵ_g : allongement uniforme
- ϵ_{su} : allongement de rupture

L'allongement ϵ_{sv} varie avec la qualité de l'acier, mais son ordre de grandeur est d'environ 20 ‰. L'allongement uniforme ϵ_g représente la déformation relative maximale en dehors de la zone de rupture et correspond ainsi à la résistance à la traction f_{st} .

Dans le domaine de l'écroutissage, le diagramme $\sigma_s - \epsilon_s$ peut être approximativement décrit par l'équation suivante [1.3]:

$$(f_{sy} < \sigma_s \leq f_{st}) \quad \sigma_s = f_t - \frac{\Delta\sigma_1^2}{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2} \quad (2.22)$$

avec $\Delta\sigma_1 = f_{st} - f_{sy}$
 $\Delta\sigma_2 = E_{sv} \cdot (\epsilon_s - \epsilon_{sv})$

2.4.2 Aciers écrouis à froid

Contrairement aux aciers à dureté naturelle, il n'y a pas de palier d'écoulement pour ceux écrouis à froid.

A partir de la contrainte σ_p , la relation $\sigma_s - \epsilon_s$ s'écarte de la droite donnée par la loi de Hook. Afin de pouvoir déterminer une contrainte limite pour le début des grandes déformations permanentes, on définit la limite élastique f_y par la contrainte $\sigma_{2,0}$, qui provoque une déformation relative non-réversible de 2 ‰.

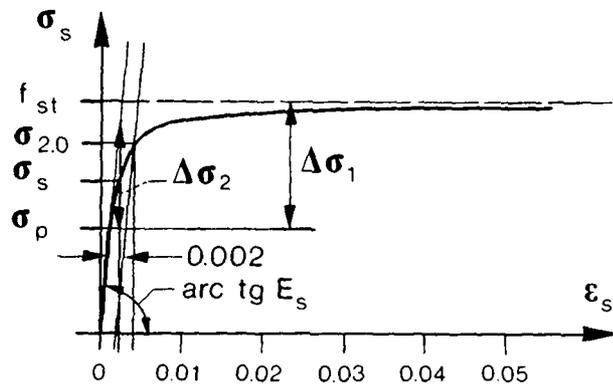


Fig. 2.21 Diagrammes σ_s - ϵ_s d'un acier écroui à froid

Lorsque σ_s est comprise entre σ_p et f_{st} , la relation σ_s - ϵ_s peut être décrite par l'équation (2.22) mais dans laquelle:

$$\Delta\sigma_1 = f_{st} - \sigma_p$$

$$\Delta\sigma_2 = E_s \cdot \epsilon_s - \sigma_p$$

3. CAPACITE DE ROTATION DES SECTIONS FRETTEES

3.1 Relations moment-courbure

3.1.1 Introduction

Le calcul des déformations d'une colonne se fait sur la base de la relation propre à sa section, entre le moment, l'effort normal et la courbure (désignée ci-après relation moment-courbure, pour alléger l'écriture). Pour estimer par le calcul la déformabilité d'une colonne en béton armé, il est nécessaire de connaître cette relation dans son intégralité, en particulier dans le domaine post-élastique et à l'approche de la rupture.

La relation $M-\frac{1}{r}$ dépend fortement du comportement contrainte-déformation des matériaux constituant la section (béton d'enrobage, béton fretté et armature longitudinale), et notamment de la déformation spécifique maximale que peut atteindre chacun d'entre eux.

La définition de ce comportement au moyen de modèles plus ou moins sophistiqués fait l'objet du chapitre 2; elle peut se révéler extrêmement ardue à cause du grand nombre de paramètres à prendre en compte.

La procédure de détermination de la relation moment-courbure est basée sur l'hypothèse simplificatrice de la conservation des sections planes jusqu'à la rupture. Au voisinage de cette dernière, cette hypothèse est difficile à vérifier, mais une comparaison du calcul avec des résultats expérimentaux est toutefois effectuée au § 3.1.4, afin de juger la précision globale de la procédure.

3.1.2 Détermination de la relation moment-courbure

Soit la colonne en béton armé soumise à un effort normal N constant et à une déformation angulaire imposée (fig. 1.4). Au fur et à mesure que la courbure augmente dans la section la plus sollicitée A-A, l'état de contrainte de celle-ci change, et le moment de flexion M également.

Pour analyser le comportement de cette section, on admet les hypothèses suivantes:

- la résistance du béton à la traction est négligée,
- la section reste plane jusqu'à la rupture,
- le glissement relatif entre le béton et l'acier est nul.

D'autre part, on attribue à chacun des matériaux composant la section, à savoir: béton d'enrobage, béton situé à l'intérieur du périmètre délimité par l'axe des étriers et armature longitudinale, un comportement σ - ϵ qui leur est propre (fig. 3.1).

En ce qui concerne le béton, il est primordial de différencier le premier du second nommé, car leurs caractéristiques mécaniques sont fondamentalement différentes dès que l'armature transversale agit (voir chapitre 2).

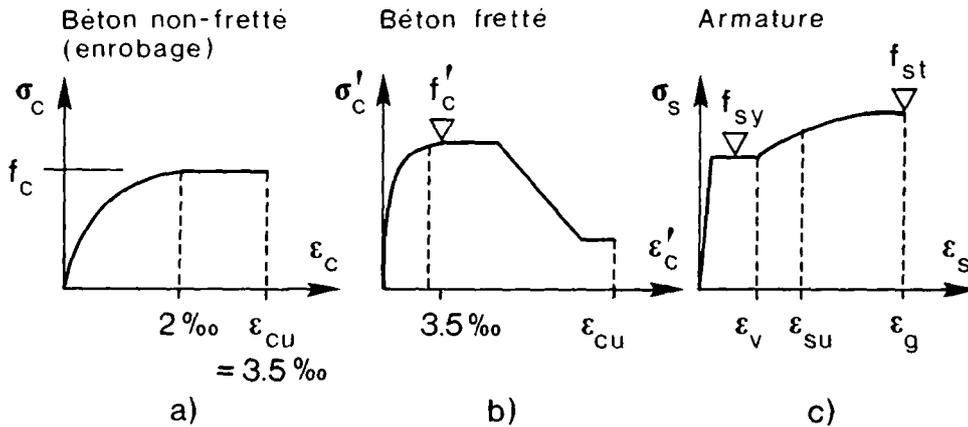


Fig. 3.1 Exemples de diagrammes σ - ϵ pour les différents matériaux de la section

A la figure 3.2, on représente l'état de déformation de la section lorsque le béton d'enrobage atteint sa déformation relative de rupture $\epsilon_{CU} = 3,5 \text{ ‰}$ à l'arête comprimée.

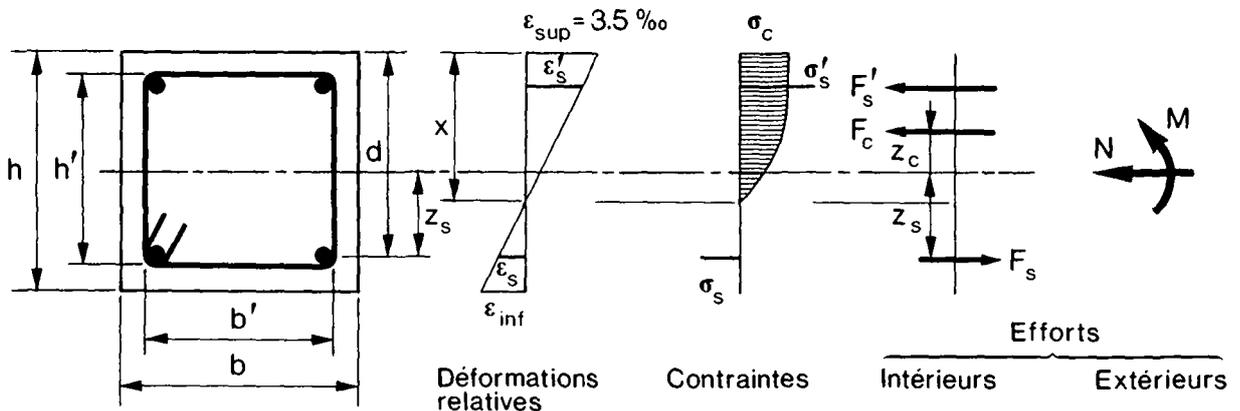


Fig. 3.2 Déformations relatives, contraintes et efforts dans la section totale ($|\epsilon_{sup}| \leq 3,5 \text{ ‰}$)

Les conditions d'équilibre $\Sigma H = 0$ et $\Sigma M = 0$ permettent d'établir les expressions pour N et M:

$$N = F_C + F'_S - F_S \quad (3.1) \quad (N \text{ positif: compression})$$

$$M = F_C \cdot z_C + F'_S \cdot z'_S + F_S \cdot z_S \quad (3.2)$$

où: $F_C = \int_{A_C} \sigma_C \cdot dA \quad (3.3) \quad \text{effort dans le béton comprimé}$

$$F'_S = A'_S \cdot \sigma_S \quad (3.4) \quad \text{effort dans l'armature comprimée}$$

$$F_S = A_S \cdot \sigma_S \quad (3.5) \quad \text{effort dans l'armature tendue}$$

Lorsque ϵ_{sup} dépasse la déformation spécifique de rupture du béton non fretté, l'enrobage perd peu à peu sa résistance avec l'augmentation de la courbure. Dès ce moment, l'armature transversale entre en action et confère au béton qu'elle délimite un comportement σ - ϵ correspondant à la figure 3.1b .

L'état de déformation et de contrainte de la section, lorsqu'une partie de l'enrobage a perdu sa résistance, sont illustrés à la figure 3.3.

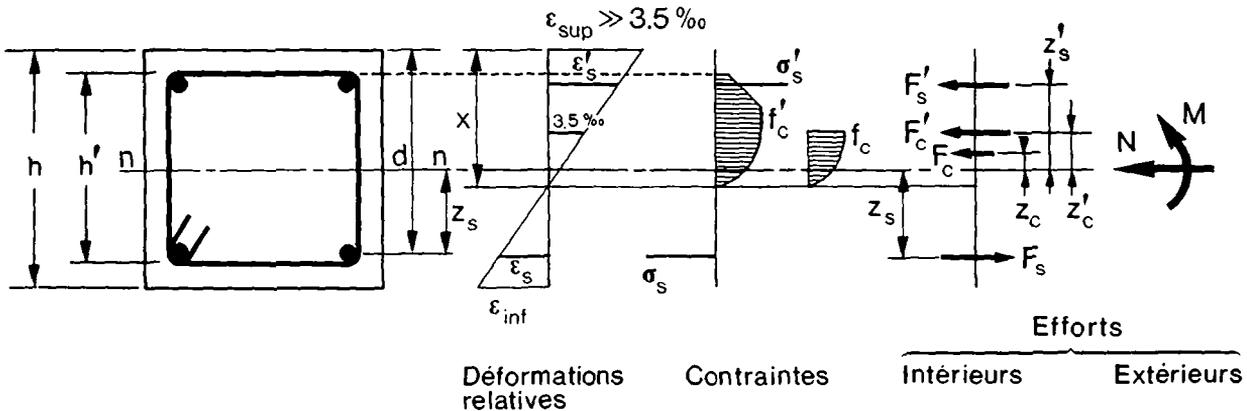


Fig. 3.3 Déformations relatives, contraintes et efforts dans la section ($\epsilon_{sup} \gg 3,5\text{‰}$)

En appliquant les conditions d'équilibre, les expressions pour l'effort normal et le moment deviennent:

$$N = F_C + F'_C + F'_S - F_S \quad (3.6) \quad (N \text{ positif: compression})$$

$$M = F_C \cdot z_C + F'_C \cdot z'_C + F'_S \cdot z'_S + F_S \cdot z_S \quad (3.7)$$

où: $F_C = \int_{A_C} \sigma_C \cdot dA \quad (3.8) \quad \text{effort dans le béton d'enrobage}$

$$F'_C = \int_{A'_C} \sigma'_C \cdot dA \quad (3.9) \quad \text{effort dans le béton fretté}$$

$$F'_S = A'_S \cdot \sigma_S \quad (3.10) \quad \text{effort dans l'armature comprimée}$$

$$F_S = A_S \cdot \sigma_S \quad (3.11) \quad \text{effort dans l'armature tendue}$$

La position de l'axe neutre est donnée par la condition de compatibilité:

$$x = \frac{\epsilon_{sup}}{\epsilon_{inf} - \epsilon_{sup}} \cdot h \quad (3.12)$$

et la courbure s'obtient par la formule:

$$\frac{1}{r} = \frac{\epsilon_{sup} + \epsilon_{inf}}{h} \quad (3.13)$$

Lorsque les diagrammes $\sigma - \epsilon$ des matériaux sont relativement simples, il n'est pas trop ardu, connaissant la valeur de l'effort normal et celle de la courbure, de calculer à la main la valeur du moment M. Toutefois, s'il s'agit de décrire une relation moment-courbure dans son intégralité, c'est-à-dire d'en calculer un grand nombre de points, et s'il faut tenir compte de l'effet des étriers sur le béton ou de l'écrouissage de l'acier, le volume de calcul devient considérable.

Dans le but d'étudier de façon détaillée la capacité de rotation des sections, en tenant compte des nombreux paramètres qui l'influencent, un programme d'ordinateur permettant d'accomplir cette tâche est conçu. Une description en est donnée au § 3.1.3.

Effort normal N_R

On introduit ici une valeur de référence pour l'effort normal, afin de pouvoir procéder aisément à des comparaisons dans l'étude des sections.

$$N_R = (A'_C - A_{s,tot}) \cdot f_c + A_{s,tot} \cdot f_y \quad (3.14)$$

A'_C : aire délimitée par l'axe des étriers

$A_{s,tot}$: aire de l'armature longitudinale

f_c : valeur de calcul de la résistance du béton

f_y : valeur de calcul de la limite d'écoulement de l'acier

Il s'agit là de la résistance conventionnelle d'une section, sollicitée par un effort normal centré, et pour laquelle on néglige la participation de l'enrobage.

Dans les calculs et les comparaisons des §§ 3.1.4 et 3.1.5, l'effort normal agissant dans la section est exprimé par le rapport $\frac{N}{N_R}$.

Cette grandeur N_R sert également de base au dimensionnement des colonnes soumises aux déformations imposées.

La justification de négliger la contribution de l'enrobage est apportée au chapitre 5, consacré au dimensionnement et à la vérification de la sécurité à la rupture.

3.1.3 Description du programme de calcul

Le programme [3.1] permet de déterminer la relation moment-courbure d'une section sollicitée par un effort normal constant. Il est basé sur les hypothèses générales et les principes énoncés au § 3.1.2.

La section à analyser peut être de forme rectangulaire ou circulaire et elle est divisée en différentes zones: zone d'enrobage, zone frettée et armature (fig. 3.4).

Les barres d'armature sont considérées comme des points de matière et le programme tient compte de leur position effective dans la section. Aux différentes zones de béton sont attribuées les lois $\sigma_c - \epsilon_c$ différenciées indiquées à la figure 3.1. Pour le béton d'enrobage, on admet en général le diagramme $\sigma_c - \epsilon_c$ de la norme SIA 162 [1.8] (fig. 3.1a), avec une perte de résistance immédiate lorsque $\epsilon_c > \epsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$.

La relation $\sigma_c - \epsilon_c$ du béton situé à l'intérieur des étriers est déterminée au moyen du modèle décrit au § 2.3.2 pour les sections carrées et 2.3.3 pour celles de forme circulaire, tandis que la déformation spécifique maximale ϵ_{cu} du béton fretté est donnée par l'équation (2.3):

$$\epsilon_{cu} = 4 \text{ ‰} + 0,03 \cdot \rho_h \cdot f_{yh} \quad \left[\begin{array}{l} \epsilon_{cu} \text{ en } [‰] \\ f_{yh} \text{ en } [N/mm^2] \\ \rho_h \text{ en } [\%] \end{array} \right]$$

En ce qui concerne l'armature, on admet que sa déformation maximale en compression ϵ_{su} est atteinte lorsque la déformation spécifique dans le béton adjacent vaut ϵ_{cu} . Ceci se justifie par le fait que les barres d'armature fortement comprimées risquent de flamber lorsqu'elles ne sont plus assurées par les étriers.

Pour l'armature tendue, la déformation maximale ϵ_{su} doit être admise égale à l'allongement uniforme ϵ_g . Dans le programme, cette valeur a été fixée à la valeur indicative $\epsilon_g = 50 \text{ ‰}$.

Pour le reste, l'acier d'armature peut suivre une loi $\sigma_s - \epsilon_s$ quelconque avec, si nécessaire, une prise en compte de l'érouissage, conformément aux indications du § 2.4.1.

La section active de béton, comprend deux zones distinctes (enrobage et noyau) et est divisée en n lamelles de largeur d_l . Ceci permet de calculer les valeurs de F_c et F'_c au moyen d'une intégration numérique (équations (3.8) et (3.9)).

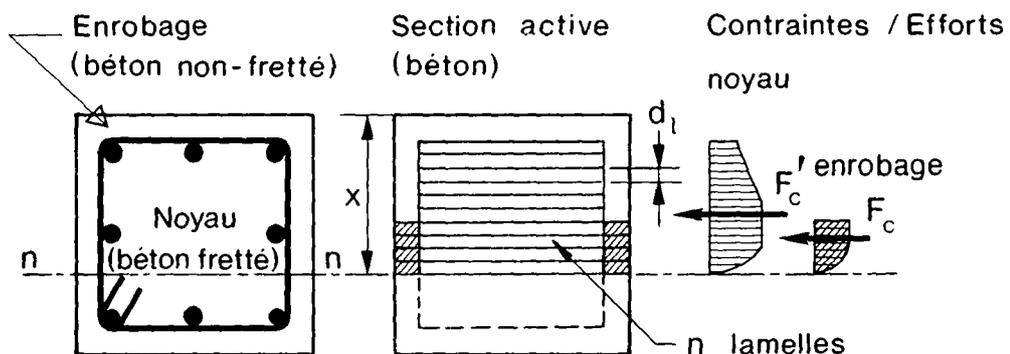


Fig. 3.4 Définition des zones de béton et division en lamelles pour le programme de calcul

Le schéma général du programme est représenté à l'annexe A1. Le processus de calcul est dirigé par la courbure $\frac{1}{r}$. L'effort normal est tout d'abord augmenté de zéro jusqu'à une valeur déterminée N_0 , en donnant aux déformations ε_{sup} et ε_{inf} , initialement nulles, le même accroissement $\Delta\varepsilon$, de façon à ne pas avoir de courbure dans la section (fig. 3.5a).

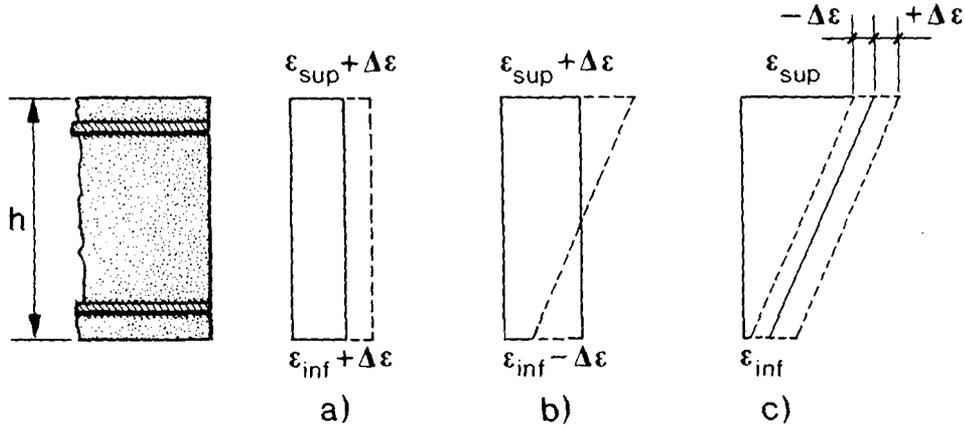


Fig. 3.5 Variation de l'état de déformation durant le processus de calcul

Après chaque augmentation de $\Delta\varepsilon$, l'effort intérieur N est calculé au moyen des équations (3.1) ou (3.6), puis comparé à N_0 . L'opération se répète ainsi jusqu'à l'obtention de l'égalité $N = N_0$.

Dès lors, on augmente la courbure en accroissant ε_{sup} d'une valeur $\Delta\varepsilon$ et en diminuant ε_{inf} d'autant (fig. 3.5b). Ensuite, le plan de déformation subit des translations successives jusqu'à ce que l'égalité $N = N_0$ soit atteinte (fig. 3.5c). Le moment intérieur M est alors calculé (équations (3.2) ou (3.7)) pour former avec la courbure $\frac{1}{r}$ présente dans la section, le premier couple de points de la relation cherchée.

Les parts prises par les différents matériaux dans le moment intérieur M sont définies par les équations suivantes:

$$M_C = F_C \cdot z_C \quad (3.15) \quad (\text{béton d'enrobage})$$

$$M'_C = F'_C \cdot z'_C \quad (3.16) \quad (\text{béton fretté})$$

$$M_S = F'_S \cdot z'_S + F_S \cdot z_S \quad (3.17) \quad (\text{armature})$$

$$M = M_C + M'_C + M_S \quad (3.18) \quad (\text{moment total})$$

Elles peuvent être mises en évidence par le programme afin de déceler l'importance de chaque matériau dans la capacité de rotation de la section.

3.1.4 Comparaison avec des résultats expérimentaux

Le programme décrit au § 3.1.3 est tout d'abord utilisé pour analyser le comportement d'éléments testés lors de différentes études expérimentales. Par la comparaison entre les relations moment-courbure mesurées sur des éléments d'essai, fort différents les uns des autres, et celles livrées par le programme de calcul, on cherche à évaluer la validité de cette procédure. Celle-ci est basée sur des hypothèses simplificatrices (sections demeurant planes, etc...) et fait appel à la modélisation du comportement σ - ϵ des matériaux. Les relations σ_c - ϵ_c qui en résultent pour les colonnes testées sont représentées à la figure 3.6.

Il n'est pas possible de différencier la responsabilité de l'un ou de l'autre de ces éléments dans une éventuelle imprécision de calcul.

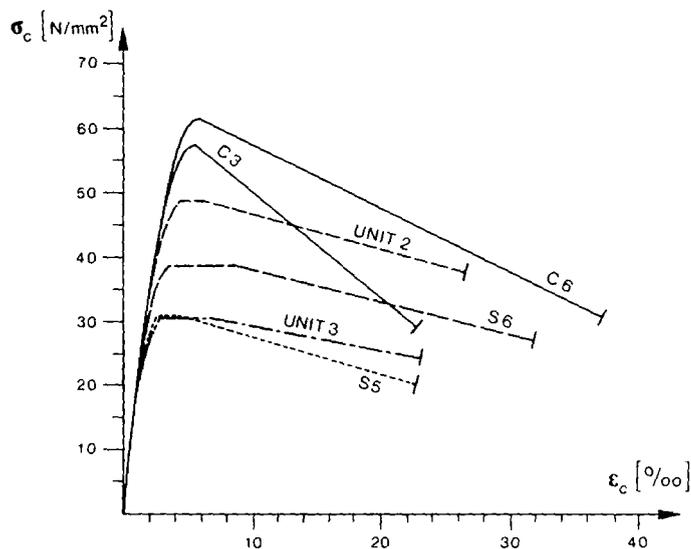


Figure 3.6 Relations σ_c - ϵ_c calculées pour les colonnes d'essai

Dans l'étude expérimentale effectuée dans le cadre de ce travail [1.2] et qui fait l'objet du chapitre 6, la relation moment-courbure moyenne sous effort normal constant est mesurée pour les colonnes C3 et C6 dans la zone la plus sollicitée.

Ces éléments sont de section identique, mais leur armature est différente, car formée de 8 \emptyset 16 mm pour la colonne C3 et 8 \emptyset 30 mm pour la C6; elles sont bétonnées par centrifugation et comportent, en leur milieu, un évidement cylindrique d'environ 90 mm de diamètre.

Ces colonnes, d'une longueur égale à 3000 mm, sont soumises au cas de déformation B (fig. 1.6), avec une augmentation graduelle de l'angle jusqu'à la rupture, ainsi qu'à un effort normal constant égal à $0,77 \cdot N_R$. Aux figures 3.8a et 3.8b, on représente dans le même diagramme la relation mesurée dans la section la plus sollicitée de chaque colonne et celle calculée au moyen du programme. Pour cette dernière, les parts respectives de chaque matériau sont indiquées.

La courbure y est portée en abscisse dans sa forme non-dimensionnelle $h' \cdot \frac{1}{r}$ et le moment de flexion $m = \frac{M}{b' \cdot h'^2 \cdot f_c}$ en ordonnée.

Dans la première phase de l'essai C3, le comportement réel est bien décrit par le calcul (fig. 3.8a). La diminution brutale du moment, lorsque la courbure $h' \cdot \frac{1}{r} = 0,005$ est atteinte, correspond à l'éclatement du béton d'enrobage.

Ce phénomène est bien appréhendé par le calcul si on admet que le béton situé à l'extérieur des étriers perd sa résistance lorsque la déformation relative $\epsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$ est dépassée (fig. 3.1a).

Le comportement de la section après l'éclatement est également bien simulé par le calcul, celui-ci fournissant une valeur inférieure d'environ 5% à celle mesurée.

En continuant à augmenter la courbure, on remarque que le moment mesuré reste constant jusqu'à une courbure valant $h' \cdot \frac{1}{r} = 0,015$. A partir de là, la résistance flexionnelle chute brusquement et la rupture a lieu sous une courbure égale à la moitié de celle prévue par le calcul. La raison de cette rupture "prématurée" est due à l'ouverture d'un étrier incorrectement ancré comme l'indique la figure 3.7a.

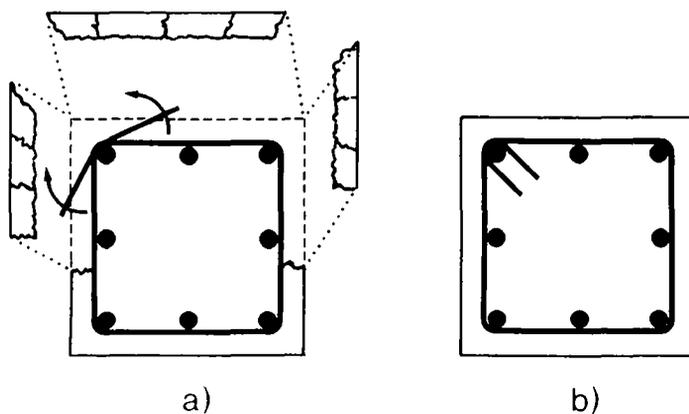


Fig. 3.7 Ouverture d'un étrier de la colonne C3 et ancrage préconisé

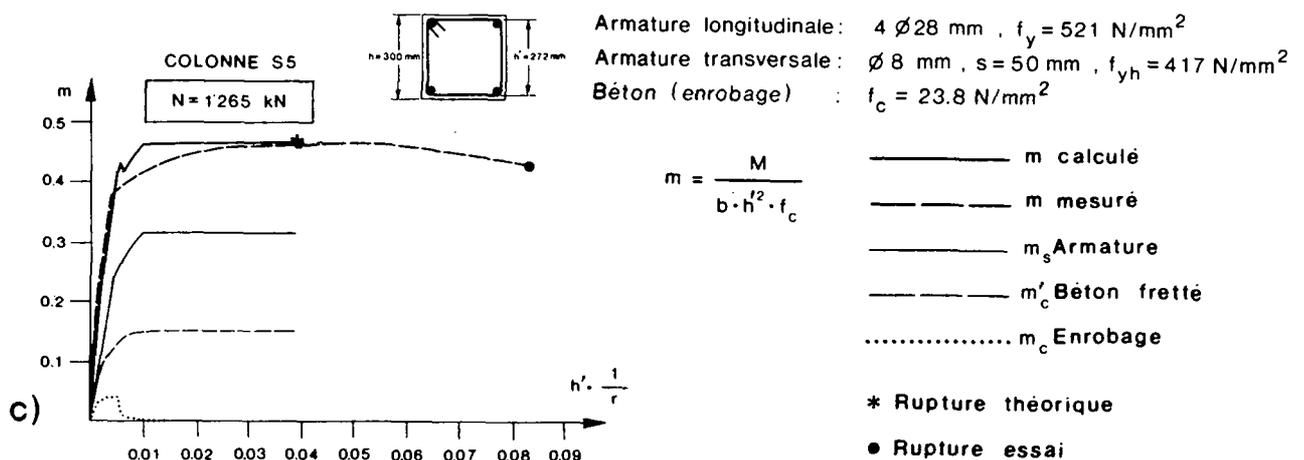
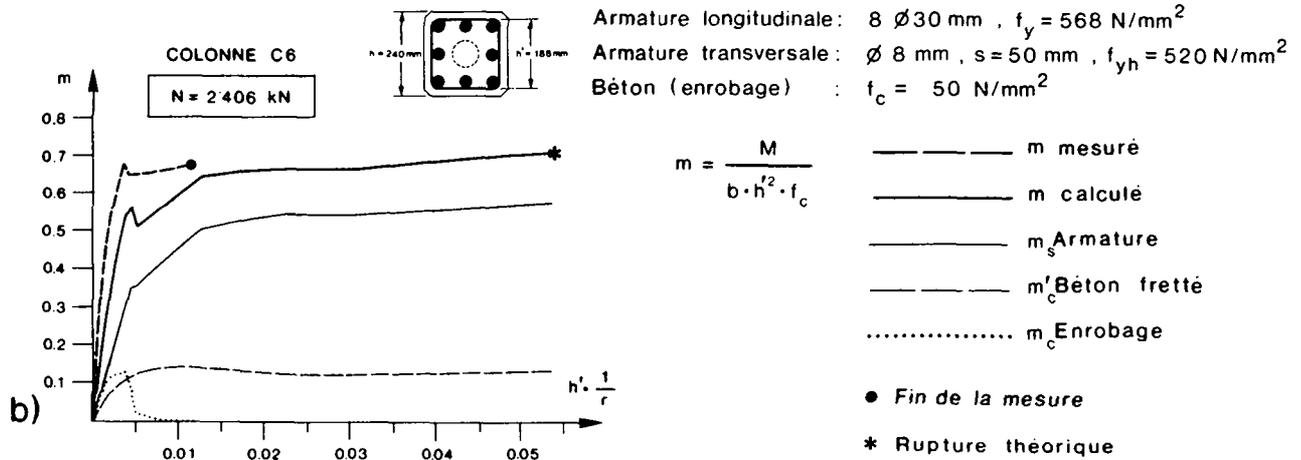
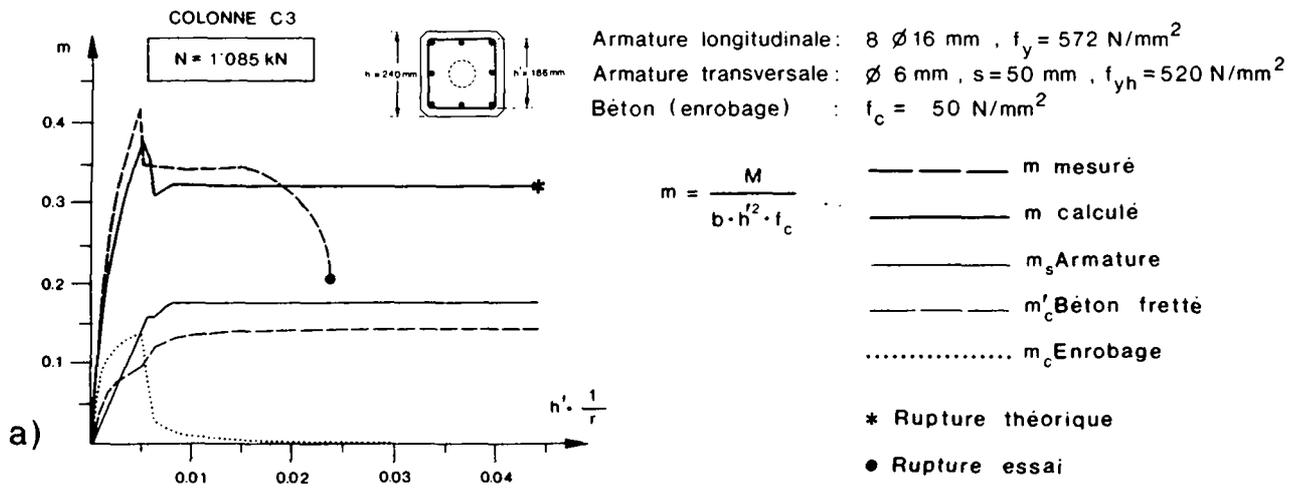


Fig. 3.8 Comparaison relations $M - \frac{1}{r}$ calculées et mesurées

La conséquence de cette ouverture est la disparition de l'"effet de frette", et donc la perte quasi-instantanée de la résistance et de la ductilité du béton. Cette rupture illustre parfaitement l'extrême importance de l'ancrage des étriers, qui doit être assuré par le béton fretté lui-même, car ce dernier ne risque pas d'éclater comme l'enrobage. La figure 3.7b montre un tel ancrage. D'autres indications à ce sujet sont données au § 8.2.

L'analyse des parts prises par les différents matériaux à la résistance m est très explicite pour la colonne C3. Lorsque l'enrobage éclate, la part de l'effort normal N qu'il reprend est transférée sur le noyau fretté et sur l'armature, ce qui, dans ce cas, a pour conséquence une plastification de cette dernière.

L'essai de la colonne fortement armée C6 (fig. 3.8b) ne permet pas d'atteindre une grande courbure $h \cdot \frac{1}{r}$, à cause d'une limitation inhérente à l'installation d'essai.

Bien que la section déterminante soit faiblement sollicitée, la perte de résistance du béton d'enrobage peut être mise en évidence; la chute du moment m qu'elle provoque est correctement évaluée par le calcul et les valeurs calculées sont inférieures à celles mesurées.

Les comparaisons effectuées aux figures 3.8c et 3.9a se rapportent à des éléments d'une étude expérimentale effectuée en Allemagne [4.7], [4.8]. Ces colonnes sont sollicitées de manière analogue à celle des éléments C3 et C6, quoique l'installation d'essai soit différente (voir § 4.2). Leur longueur est de 1350 mm et l'effort normal agissant sur chacune d'entre elles est égal à $0,35 \cdot N_R$ pour l'élément S5 et $0,65 \cdot N_R$ pour le spécimen S6.

En ce qui concerne la colonne S5 (fig. 3.8c), la concordance entre les relations moment-courbure moyenne mesurée et calculée est excellente. Le "saut" dû à l'éclatement de l'enrobage n'apparaît pas sur la courbe mesurée, probablement parce qu'il est très faible et difficile à déceler par le dispositif de mesure utilisé. La courbure maximale obtenue à la rupture vaut plus du double de celle calculée, ce qui est dû au fait que les étriers sont correctement ancrés et que les critères de rupture adoptés au § 3.1.3 ont un caractère conservateur.

La concordance entre essai et calcul est également excellente pour la colonne S6 (fig. 3.9a). Les remarques concernant l'élément S5 sont aussi valables dans ce cas, sauf en ce qui concerne la courbure maximale, qui atteint la même valeur dans le calcul et dans l'essai.

La validité de la procédure est encore testée sur des éléments provenant d'une troisième étude expérimentale, effectuée en Nouvelle-Zélande [4.4]. Ces colonnes, longues de 1200 mm, ont des sections plus grandes que celles des éléments précédents. L'installation d'essai est analogue à celle utilisée en Allemagne ([4.7], [4.8]). L'effort normal est maintenu constant durant tout l'essai, mais l'imposition de la déformation a lieu de manière cyclique (voir § 4.2). Les comparaisons entre le calcul et les valeurs expérimentales sont illustrées aux figures 3.9b et 3.9c. La courbe "mesurée" représente en fait l'enveloppe de celles résultant de différents cycles de déformation.

Dans les deux cas (unit 2 et unit 3), l'essai est arrêté avant la rupture. Il n'est donc pas possible d'effectuer une comparaison des courbures maximales mesurées et calculées. Pour les deux colonnes, la simulation par le calcul est qualitativement bonne. Les valeurs calculées sont dans les deux cas inférieures d'environ 10 à 15% à celles mesurées.

En conclusion, les comparaisons effectuées sur six essais dont les caractéristiques sont très différentes (dimensions, armature transversale et longitudinale, matériaux, sollicitations, etc...) montrent que la procédure choisie, associée aux modèles admis pour le comportement des matériaux, livre des résultats dont la précision est bonne, surtout en ce qui concerne l'aspect qualitatif.

Sur le plan des valeurs numériques, les résultats du calcul sont toujours inférieurs ou égaux à ceux des essais pour autant que certaines dispositions constructives soient prises, comme l'ancrage correct des étriers. Les résultats sont donc du côté de la sécurité. En conséquence, la procédure et les modèles de comportement des matériaux peuvent être utilisés pour l'étude des sections et de leur capacité de rotation.

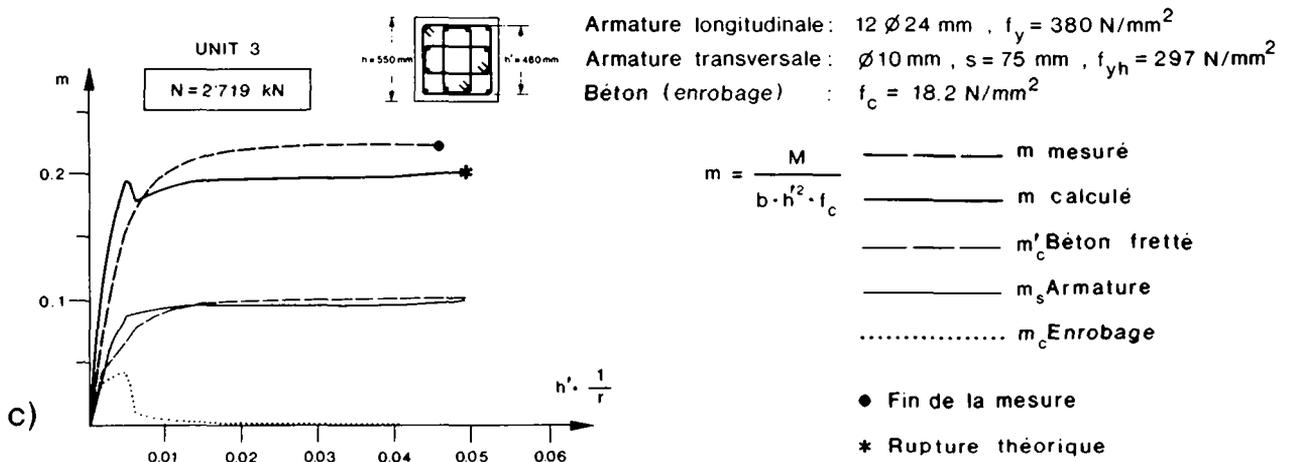
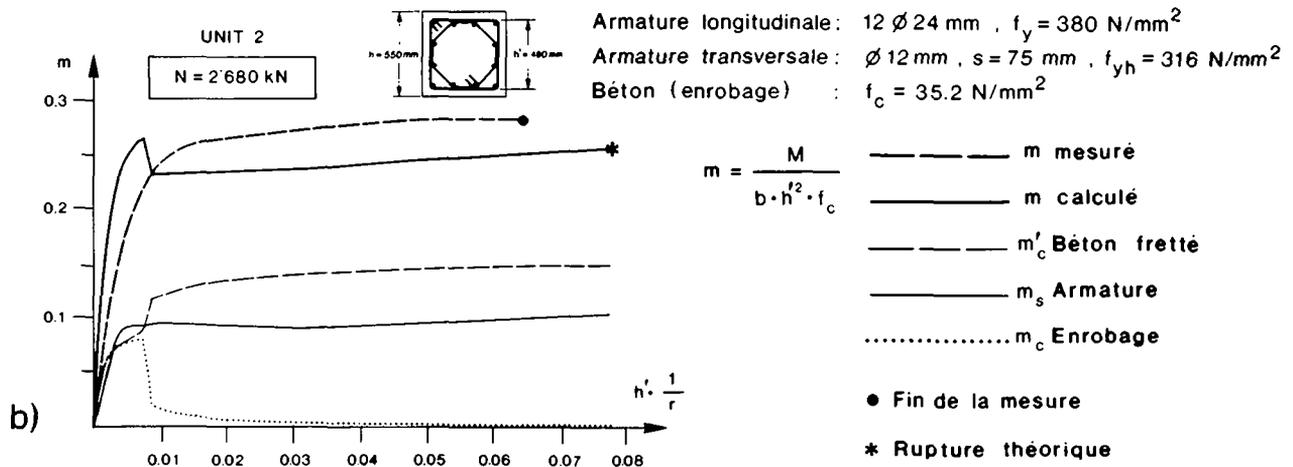
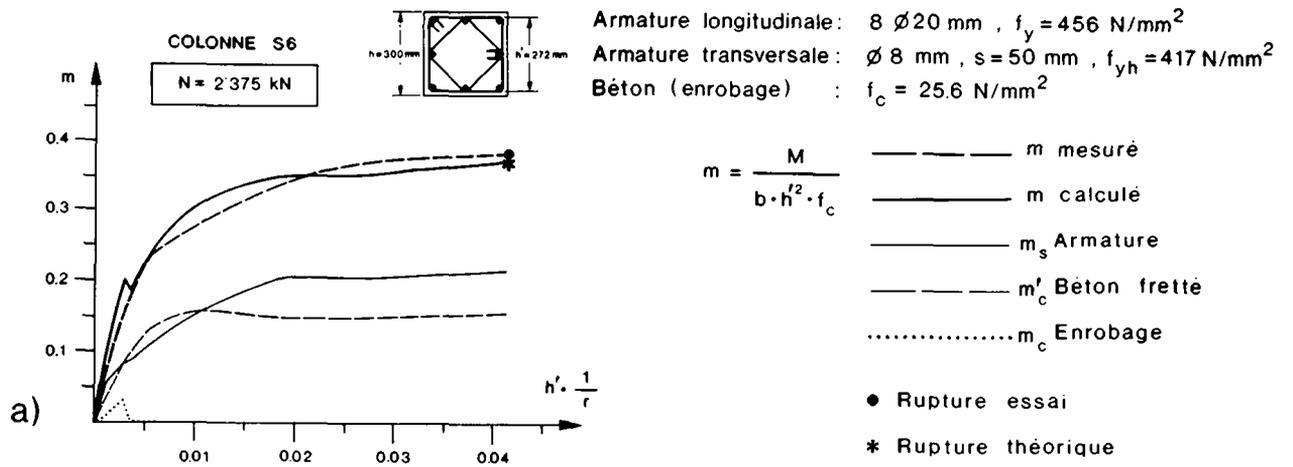


Fig. 3.9 Comparaison relations $M - \frac{1}{r}$ calculées et mesurées

3.1.5 Influence de différents paramètres sur la relation moment-courbure

Le programme de calcul permet d'étudier en détail l'influence des nombreux paramètres que sont: l'effort normal, la forme de la section, l'espacement, le diamètre et la forme des étriers, ainsi que les caractéristiques mécaniques des matériaux.

Pour procéder à cette étude, on choisit quatre sections dont la géométrie est la suivante:

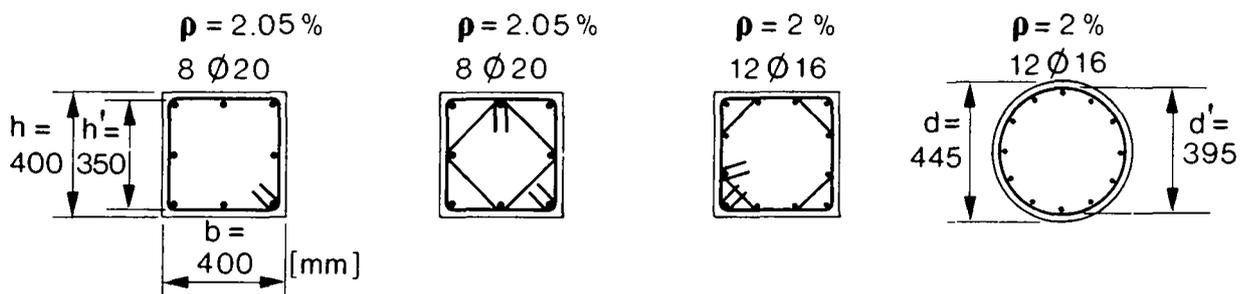


Fig. 3.10 Caractéristiques des sections utilisées dans le calcul comparatif

Ces sections sont également utilisées au § 3.2. L'armature transversale est variable par le diamètre des étriers et leur espacement.

Sauf indication particulière, les caractéristiques des matériaux sont celles illustrées à la figure 3.11.

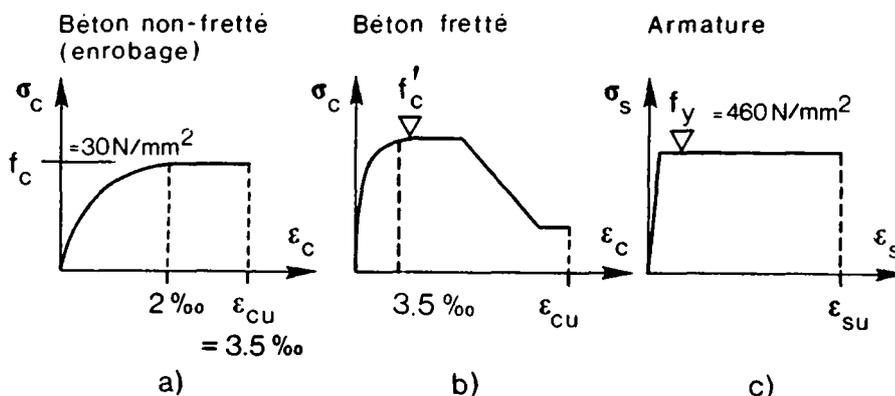


Fig. 3.11 Diagrammes σ - ϵ des matériaux utilisés par le programme

La résistance du béton non-fretté est admise égale à $f_c = 30 \text{ N/mm}^2$ et la limite élastique de l'armature longitudinale et transversale à $f_y = f_{yh} = 460 \text{ N/mm}^2$.

D'éventuelles modifications de ces valeurs sont indiquées sur les différents diagrammes moment-courbure, comme le sont les courbes $\sigma_c - \varepsilon_c$ pour le béton fretté, établies sur la base des modèles décrits aux § 2.3.2 et 2.3.3.

3.1.5.1 Influence de l'effort normal, contribution des différents matériaux

L'allure de la relation moment-courbure d'une section donnée est très sensible à l'intensité de l'effort normal de compression.

Aux figures 3.12a à 3.12c, on représente les diagrammes $M - \frac{1}{r}$ obtenus pour trois sections différentes, en faisant varier le niveau d'effort normal $\frac{N}{N_R}$.

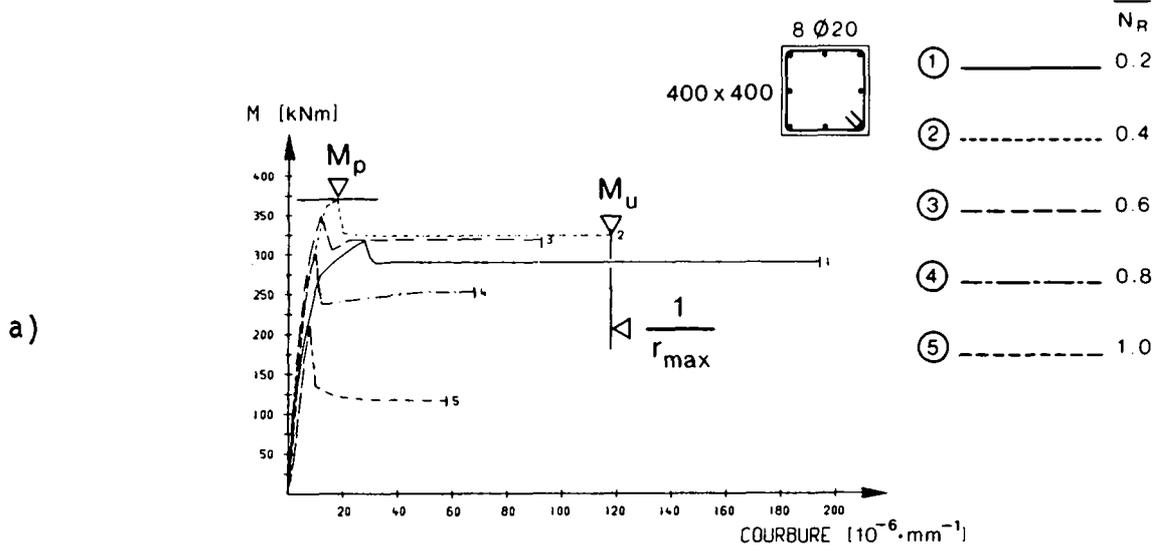
Sur les deux sections possédant une armature transversale peu importante (fig. 3.12a et 3.12c), l'effet de la perte de résistance du béton d'enrobage est très visible. La chute de moment M qui en résulte est d'autant plus importante que l'effort normal est élevé, environ 10% si $\frac{N}{N_R} = 0,2$ et 40% si $\frac{N}{N_R} = 1,0$.

Le phénomène est très différent pour la section dont l'armature transversale est plus importante (fig. 3.12b). La perte de résistance du béton d'enrobage ne provoque une chute du moment que si l'effort normal est bas ($\frac{N}{N_R} = 0,2 \div 0,4$). Avec un rapport $\frac{N}{N_R}$ plus élevé, on constate en revanche que le moment continue à augmenter lorsque la courbure $\frac{1}{r}$ croît. Ceci provient du fait que la perte de résistance du béton d'enrobage est dans ce cas largement compensée par la forte augmentation de celle du béton situé à l'intérieur des étriers, grâce à l'action de ces derniers.

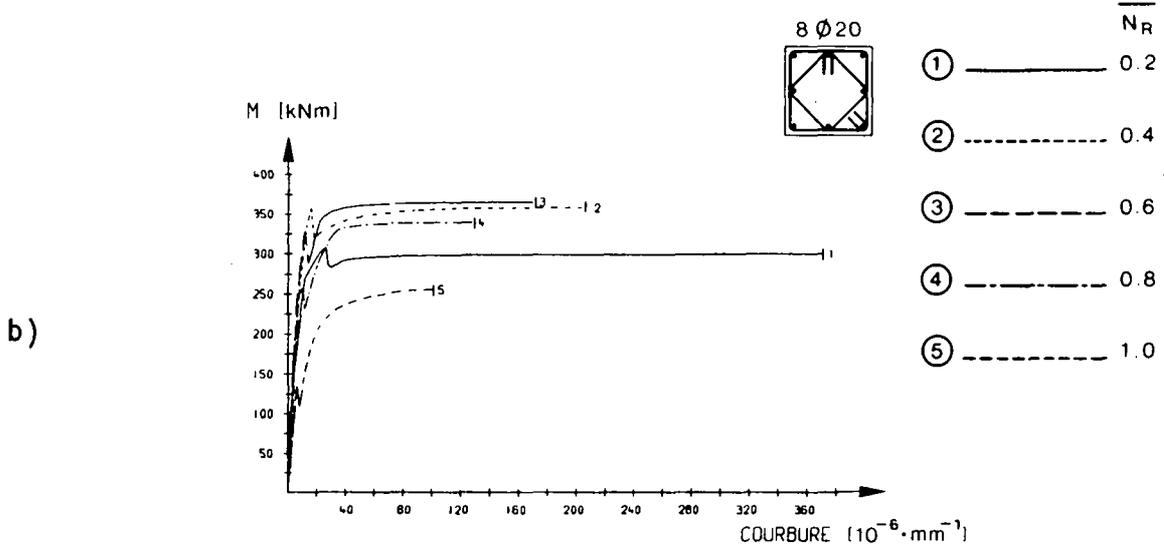
La courbure maximale $\frac{1}{r_{\max}}$ que peut atteindre la section est très dépendante du niveau d'effort normal $\frac{N}{N_R}$.

Des deux critères choisis pour définir l'épuisement de la capacité de rotation (§ 3.1.3), la déformation spécifique maximale ε_{cu} du béton fretté est déterminante si le rapport $\frac{N}{N_R}$ est élevé, tandis que la déformation maximale de l'armature tendue ε_{su} , égale à l'allongement uniforme $\varepsilon_g = 50 \text{ ‰}$, est le critère limitant lorsque $\frac{N}{N_R}$ est bas.

Étriers : ϕ 8 mm , s = 50 mm , $\rho_h = 1.18\%$



Étriers : ϕ 8 mm , s = 50 mm , $\rho_h = 2.02\%$



Étriers : ϕ 8 mm , s = 150 mm , $\rho_h = 0.67\%$

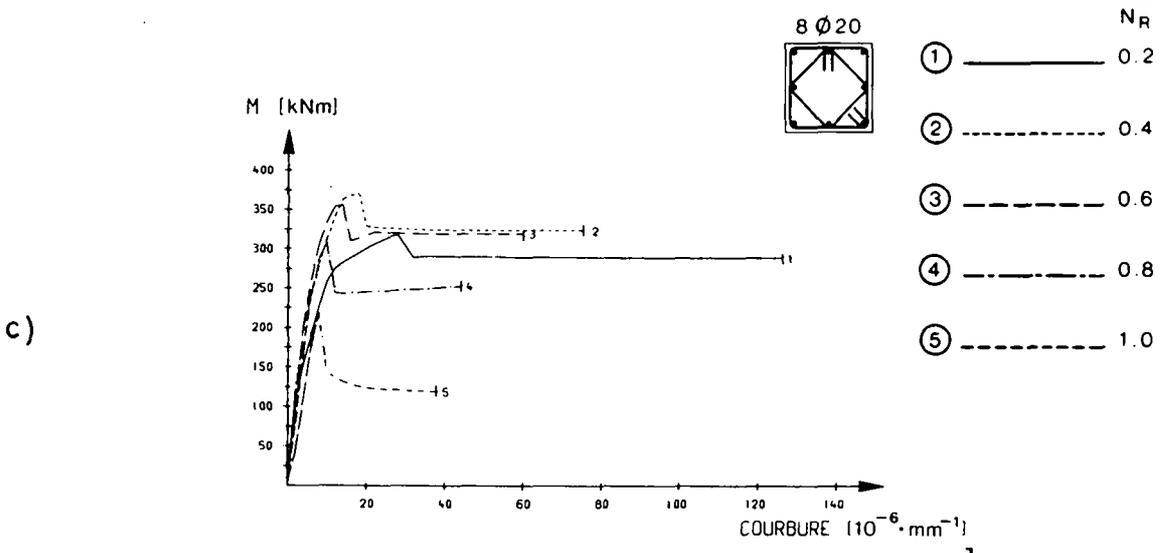


Fig. 3.12 Influence de l'effort normal sur la relation $M - \frac{1}{r}$

Les figures 3.13a à 3.13c montrent la contribution des différents matériaux dans l'évolution du moment en fonction de la courbure.

Les sections sont toutes sollicitées par un effort normal constant défini par $\frac{N}{N_R} = 0,8$. Dans chacune des figures, on trouve le diagramme $\sigma_c - \varepsilon_c$ du béton situé à l'intérieur des étriers.

Les sections des figures 3.13a et 3.13c, de forme carrée et circulaire mais dont les étriers ont le même diamètre et espacement, révèlent des relations $M - \frac{1}{r}$ semblables.

Dans les deux cas, la perte de résistance du béton d'enrobage conduit à une chute du moment, car l'armature transversale n'est pas suffisamment importante pour permettre un fort transfert de contraintes vers le béton fretté.

Dans la section carrée (fig. 3.13a), la part de résistance flexionnelle imputable au béton fretté atteint son maximum lorsque l'enrobage voit la sienne chuter brusquement et décroît lentement si la courbure augmente. Cette diminution est cependant compensée par l'armature, dont la nappe comprimée se plastifie au moment de l'éclatement de l'enrobage, mais dont la contribution augmente jusqu'à la plastification de la nappe tendue.

Le béton fretté de la colonne circulaire (fig. 3.13c) ne voit sa résistance diminuer que lentement; ceci a pour conséquence que sa contribution à la résistance flexionnelle reste quasiment constante. La plastification progressive de l'armature fait croître sa propre contribution avec, pour répercussion, une augmentation du moment total avec la courbure.

La section dotée d'une frette plus importante (fig. 3.13b) montre un comportement sensiblement différent, car la résistance du béton fretté f_c est censée augmenter de 40% par rapport à celle du béton d'enrobage. Lorsque celui-ci perd sa résistance ($\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$), le béton situé à l'intérieur des étriers est loin d'atteindre sa résistance maximale et l'augmentation de la courbure, donc de ε_c , provoque un accroissement de la résistance totale et l'éclatement du béton d'enrobage correspond dans ce cas à un maximum relatif de la relation moment-courbure.

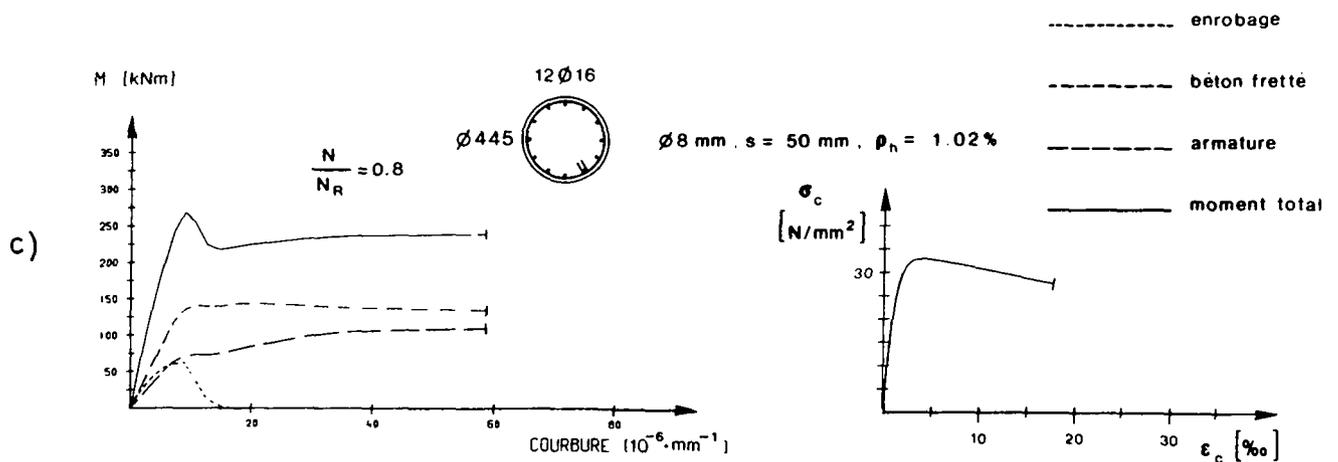
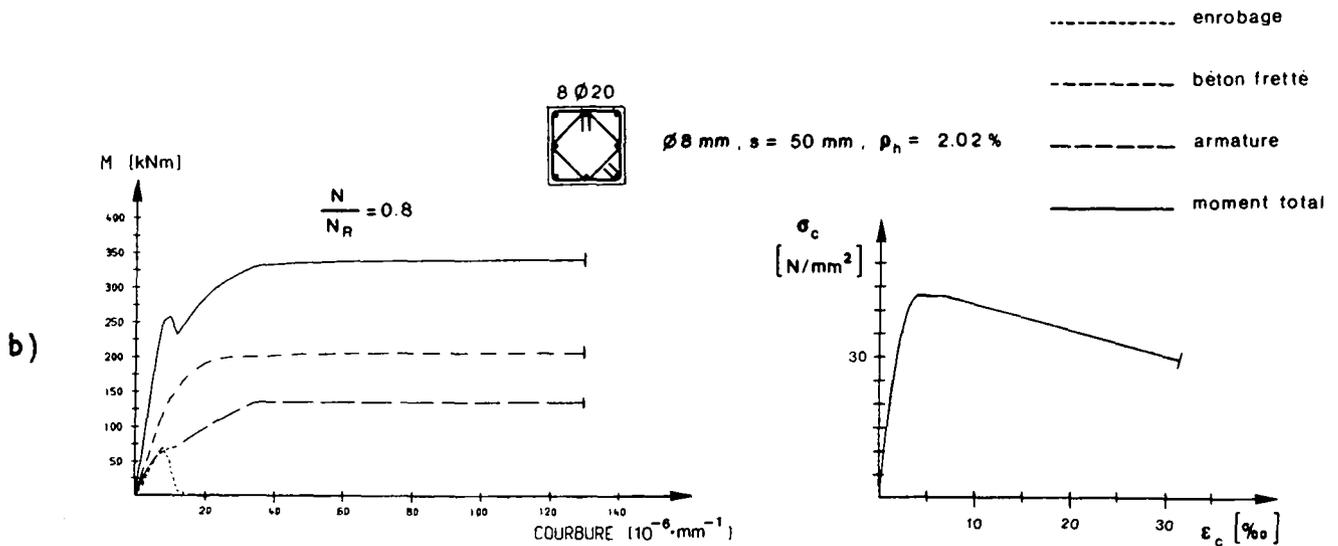
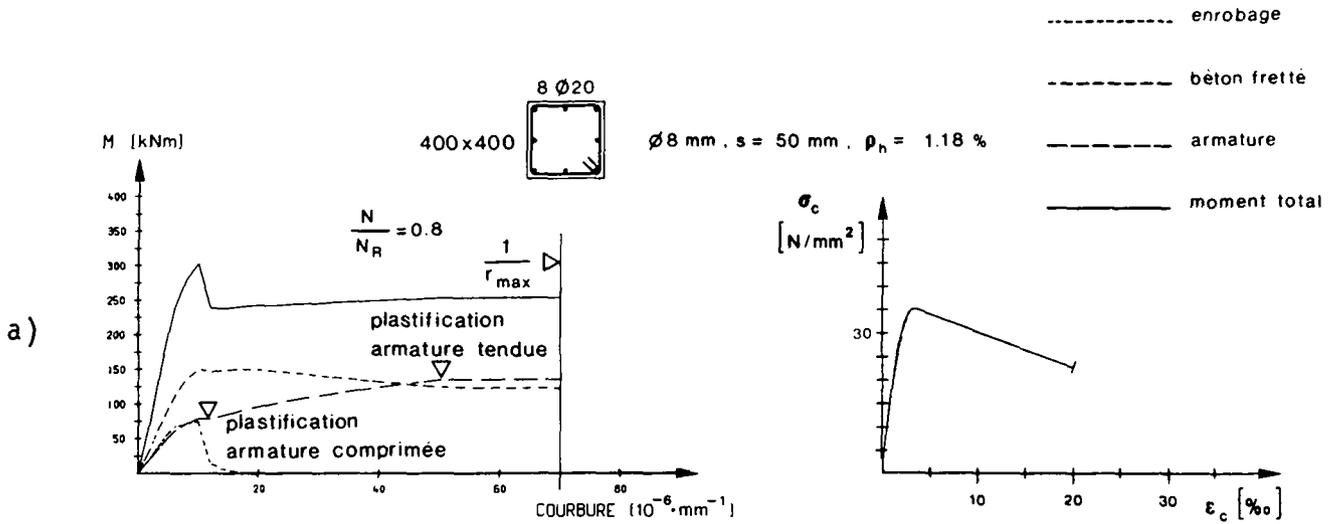


Fig. 3.13 Contribution des différents matériaux (béton d'enrobage, béton fretté et armature) dans la relation $M - \frac{1}{r}$

3.1.5.2 Influence de la configuration, du diamètre et de l'espacement des étriers

La figure 3.14 illustre l'influence exercée par la configuration des étriers.

Les trois sections présentées ont des étriers d'un diamètre $\varnothing 10$ mm dont l'espacement est varié de façon à obtenir un taux d'armature transversale identique $\rho_h = 2,22\%$; le niveau d'effort normal est défini par $\frac{N}{N_R} = 1,0$.

L'allure des courbes $M - \frac{1}{r}$ obtenues impose les mêmes remarques qu'au § 3.1.5.1 en ce qui concerne l'augmentation de la résistance du béton fretté et sa conséquence sur la relation moment-courbure.

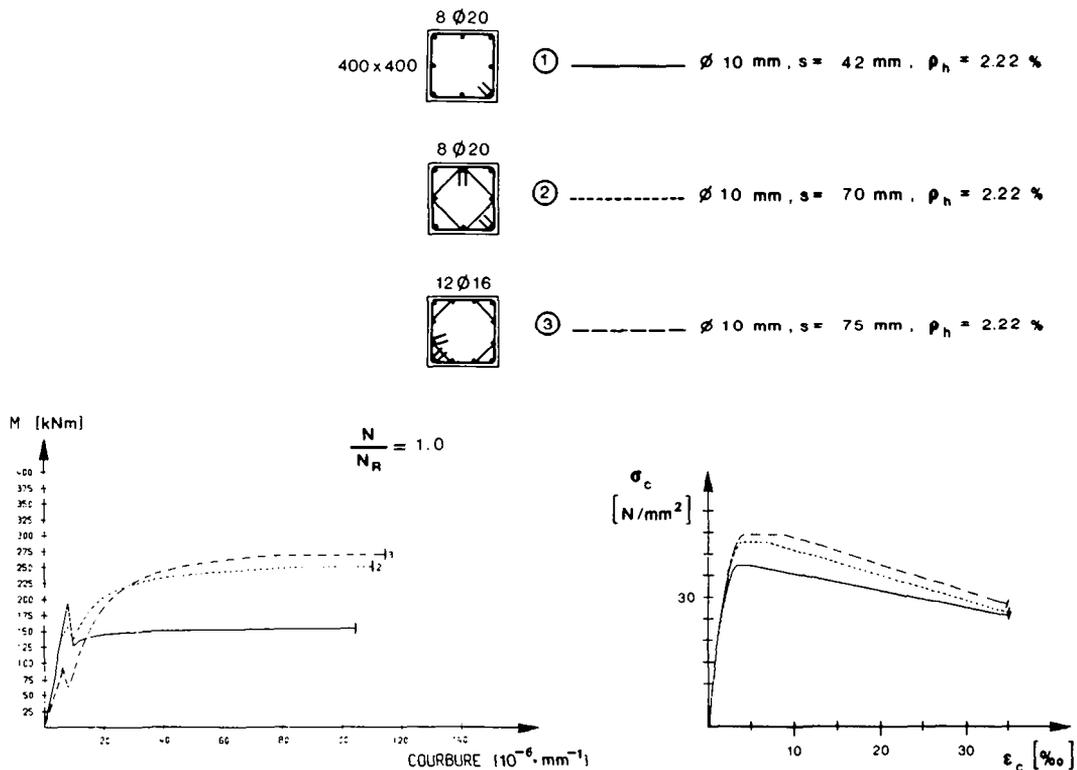


Fig. 3.14 Influence de la configuration d'étriers sur la relation $M - \frac{1}{r}$

Pour la section ①, munie d'un seul étrier périphérique, la perte de résistance du béton d'enrobage correspond au maximum absolu de la résistance flexionnelle M, tandis que dans le cas des autres sections, la présence d'étriers supplémentaires permet de compenser cette perte (section ②) et même très largement (section ③).

La déformation spécifique maximale ϵ_{CU} du béton fretté est censée être la même pour les trois configurations d'étriers, cette grandeur dépendant de ρ_h (équation (2.3)). La résistance du béton f_c est toutefois nettement accrue si des étriers secondaires sont disposés et cela a pour conséquence que la courbure maximale $\frac{1}{r_{max}}$ se voit légèrement augmentée.

Les figures 3.15 et 3.16 montrent l'effet de l'espacement des étriers d'une section donnée, respectivement l'influence d'une variation de leur diamètre.

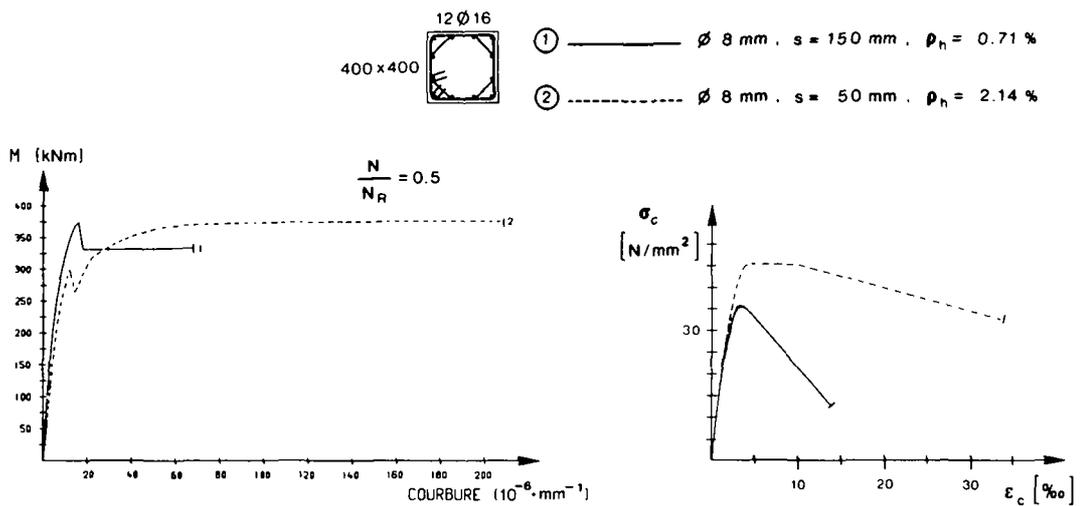


Fig. 3.15 Effet de l'espacement des étriers (ρ_h variable)

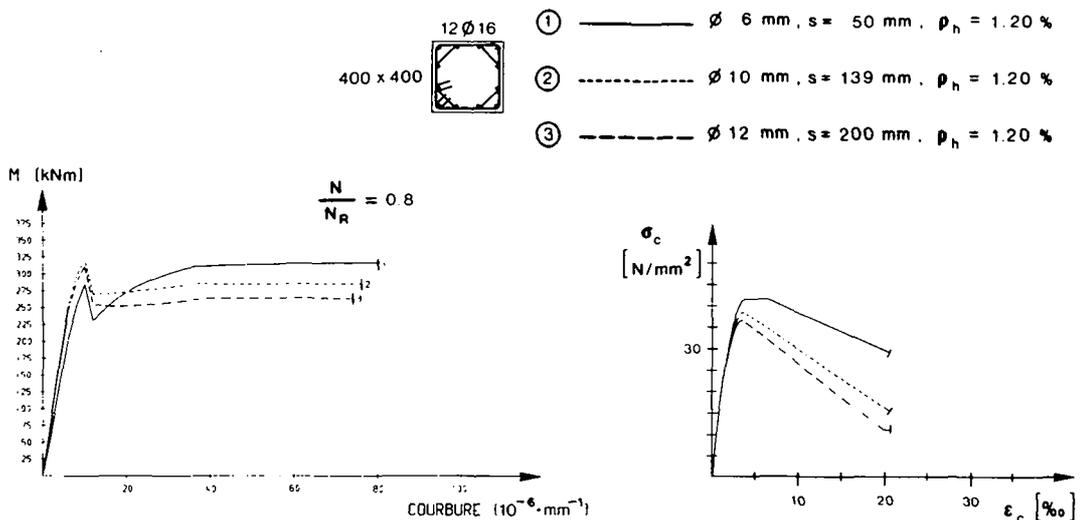


Fig. 3.16 Effet du diamètre et de l'espacement des étriers (ρ_h constant)

En ce qui concerne la colonne circulaire (fig. 3.17), l'influence de l'espacement des étriers est illustrée pour les deux niveaux d'effort normal $\frac{N}{N_R} = 0,4$ et $\frac{N}{N_R} = 0,8$.

On remarque que la perte de résistance du béton d'enrobage n'est pas compensée par le béton fretté, même lorsque les étriers sont peu espacés ($s = 50$ mm); ce serait le cas pour une colonne de plus grandes dimensions.

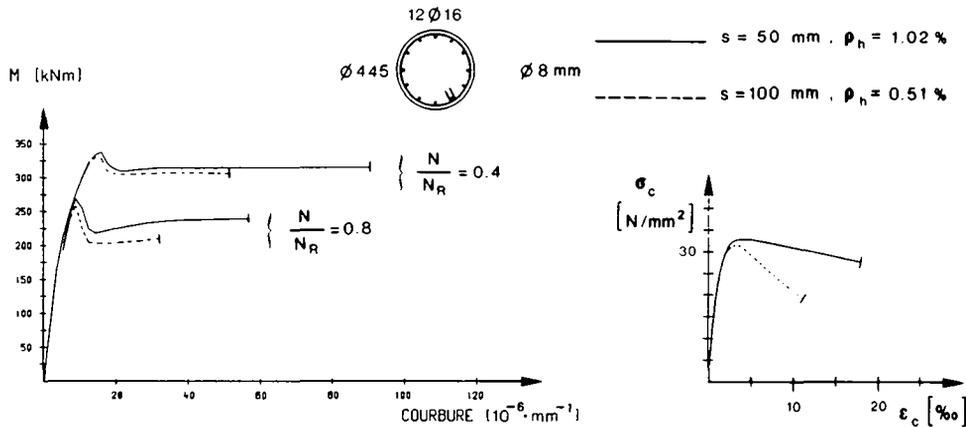


Fig. 3.17 Effet de l'espacement des étriers, respectivement de la spirale (ρ_h variable)

L'effet favorable des étriers faiblement espacés est d'autant plus visible que l'effort normal est élevé.

3.1.5.3 Influence des caractéristiques de l'armature

Les diagrammes $M - \frac{1}{r}$ présentés aux paragraphes 3.1.5.1 et 3.1.5.2 sont calculés en admettant un comportement élastique-plastique de l'armature longitudinale (fig. 3.11).

A la figure 3.18, on met en évidence l'influence de la prise en compte de l'écrouissage des barres à dureté naturelle. On remarque que cela entraîne une augmentation de la résistance flexionnelle, mais seulement lorsque la courbure atteint une valeur élevée. Lorsque l'effort normal est grand, l'écrouissage n'a un effet bénéfique marqué que si l'armature transversale est suffisamment importante pour permettre à ϵ_{cu} d'atteindre une valeur supérieure à $\epsilon_{sv} \approx 20$ ‰.

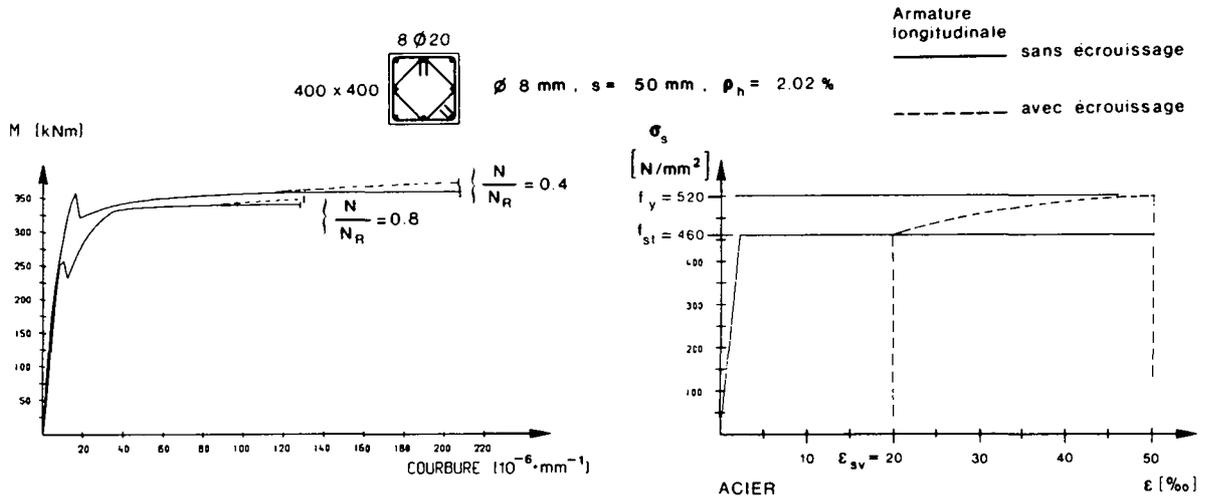


Fig. 3.18 Effet de l'écrouissage de l'armature longitudinale

En ce qui concerne l'armature transversale, la prise en compte d'un écoulement n'a pas de sens, car la déformation plastique qui le précède provoque une forte dilatation transversale et par conséquent une dégradation de l'effet de frette.

Le paramètre déterminant, en ce qui concerne l'armature transversale, est donc la limite d'écoulement f_{yh} .

L'effet d'une variation de celle-ci est indiqué à la figure 3.19. Si le passage de la nuance S500 à S550 n'a pas une grande influence sur la résistance flexionnelle M , la courbure maximale $\frac{1}{r_{max}}$ est quant à elle légèrement augmentée.

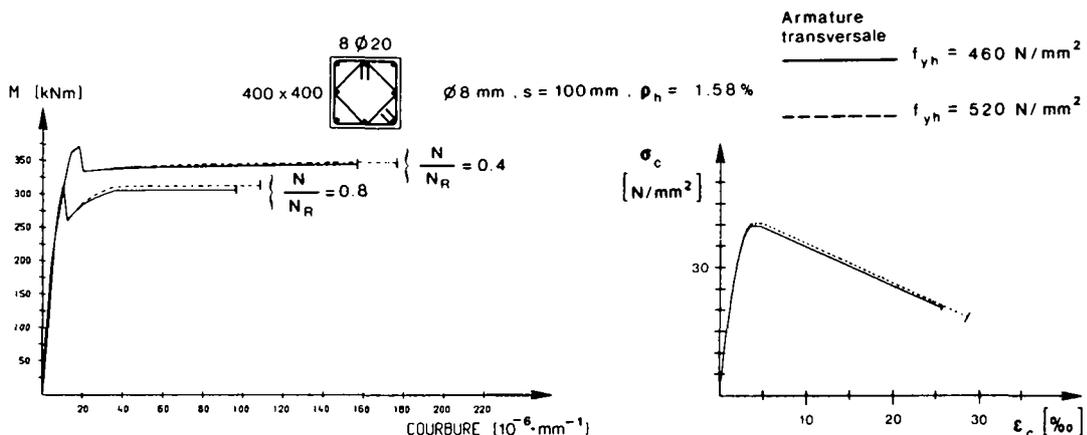


Fig. 3.19 Influence de la limite d'écoulement f_{yh} de l'armature transversale

3.2 Interaction entre l'effort normal et la courbure maximale

3.2.1 Principes

L'influence de l'effort normal sur la relation entre le moment et la courbure d'une section donnée est mise en évidence au § 3.1.5.1. Elle se traduit, d'une part, par une variation des moments M_p , résistance flexionnelle maximale, et M_u , résistance flexionnelle à l'épuisement de la capacité de rotation et, d'autre part, par celle de la courbure maximale $\frac{1}{r_{\max}}$. Cette courbure représente la capacité de rotation de la section; elle est atteinte lorsque l'un ou l'autre des critères signifiant son épuisement est vérifié.

Ces critères, énoncés au § 3.1.3, sont rappelés ici:

$$\begin{array}{l} \text{Compression: - béton fretté: } \varepsilon_{cu} = 4 \text{ ‰} + 0,03 \cdot \rho_h \cdot f_{yh} \\ \text{Traction : - armature : } \varepsilon_{su} = \varepsilon_g = 50 \text{ ‰} \end{array} \left[\begin{array}{l} \varepsilon_{cu} \text{ en [‰]} \\ \rho_h \text{ en [\%]} \\ f_{yh} \text{ en [N/mm}^2\text{]} \end{array} \right]$$

D'autre part, on admet que l'armature comprimée perd sa résistance lorsque la déformation spécifique du béton adjacent atteint ε_{cu} .

En calculant, pour une section donnée, les relations $M - \frac{1}{r}$ pour différents rapports $\frac{N}{NR}$ compris entre 0 et 1,0, on obtient la courbure maximale et la résistance flexionnelle M_u qui correspondent à chacun d'entre eux.

Les résultats peuvent être représentés sous la forme d'un diagramme comme celui de la figure 3.20.

La courbure est indiquée dans sa forme non-dimensionnelle $h' \cdot \frac{1}{r_{\max}}$ et il en est de même pour la résistance flexionnelle:

$$m_u = \frac{M_u}{b' \cdot h'^2 \cdot f_c} \quad (3.19)$$

Une telle figure est très explicite et permet de juger la capacité de rotation des sections en fonction de l'armature transversale et du niveau de l'effort normal.

Le critère ε_{cu} est déterminant pour des efforts normaux élevés. Si l'armature transversale est peu importante, il peut également l'être pour des rapports $\frac{N}{NR}$ bas.

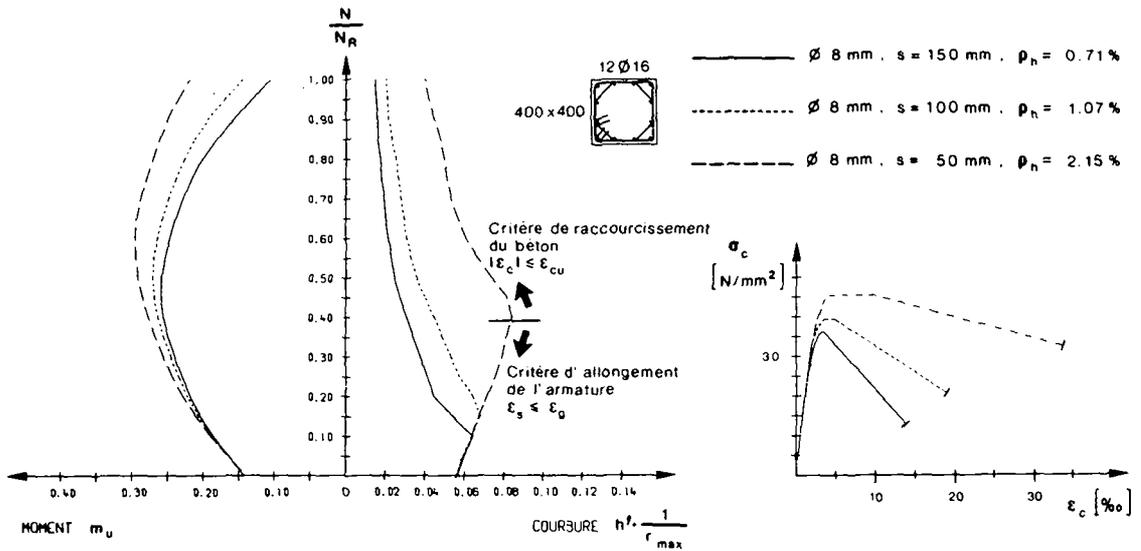


Fig. 3.20 Diagramme $\frac{N}{N_R} - h' \cdot \frac{1}{r_{max}} - m_U$

En ce qui concerne le moment M_U présent dans la section lorsque la courbure est atteinte, sa variation en fonction du rapport $\frac{N}{N_R}$ est semblable à celle d'un abaque M-N habituel basé sur des critères de rupture conventionnels.

Selon la section considérée, il peut exister un niveau d'effort normal "optimal" sous lequel on atteint, soit le maximum de la capacité de rotation, soit celui de la résistance flexionnelle, soit des deux à la fois. Cette propriété est analysée au § 3.2.2, en passant en revue les différents paramètres pouvant influencer l'allure de ces diagrammes.

3.2.2 Influence de différents paramètres sur les interactions effort normal-courbure et effort normal-moment

Les sections utilisées dans cette étude paramétrique sont, sauf indication particulière, celles représentées à la figure 3.10. Elles ont cependant toutes le même taux d'armature longitudinale $\rho = 2,05\%$ et les caractéristiques des matériaux sont celles illustrées à la figure 3.11.

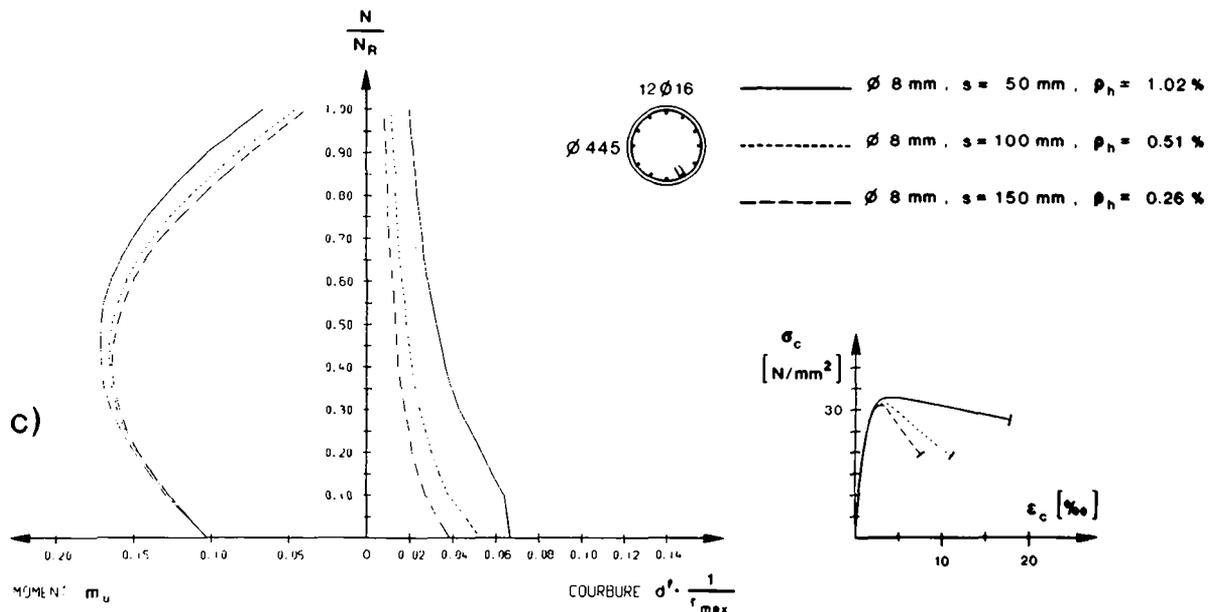
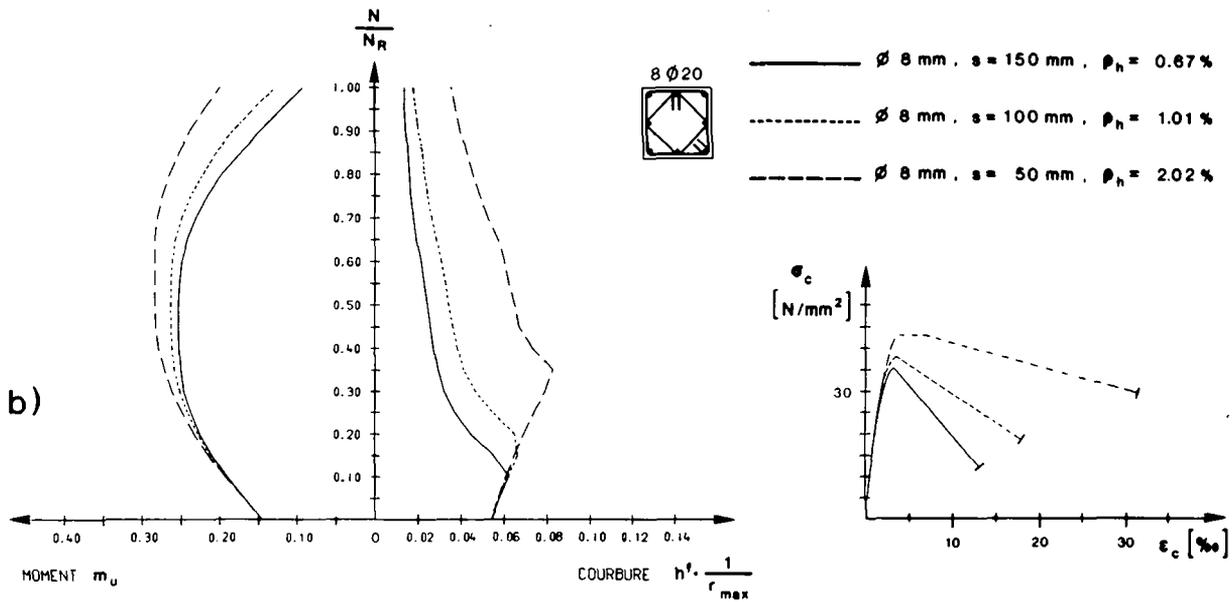
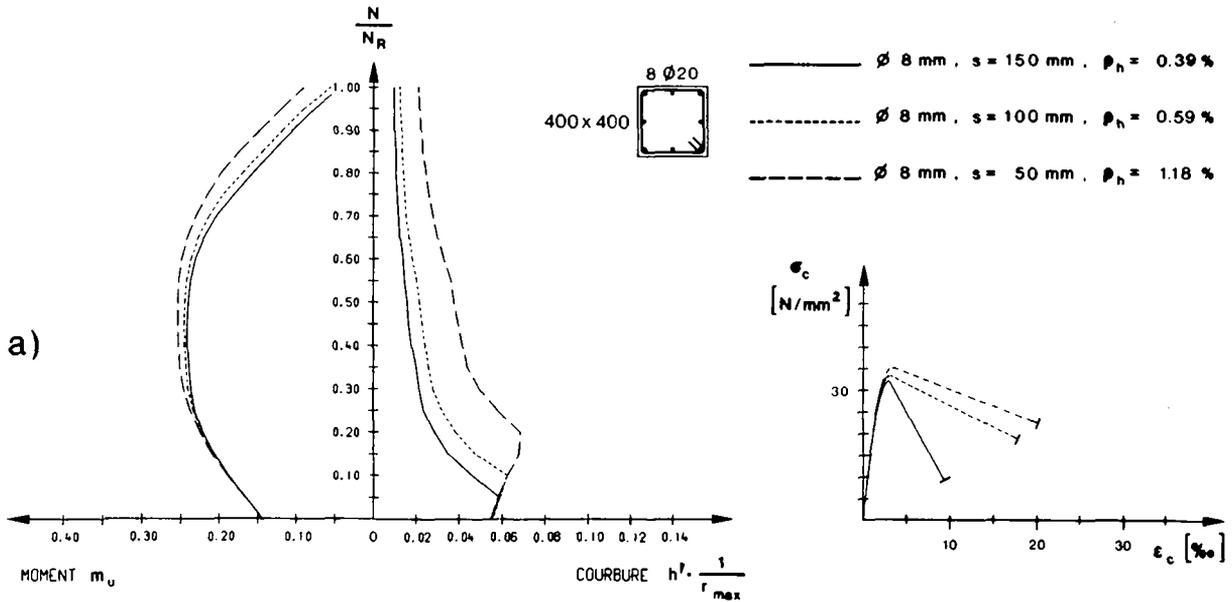


Fig. 3.21 Influence de l'espacement des étriers

3.2.2.1 Espacement des étriers

Les figures 3.21a à 3.21c montrent dans quelles proportions sont modifiées les caractéristiques de ductilité et de résistance de trois sections différentes, lorsque l'espacement des étriers est varié.

On remarque que le critère d'allongement de l'armature tendue ($\epsilon_{su} = \epsilon_g = 50 \text{ ‰}$, voir figure 3.20) n'est déterminant, pour les sections carrées (figures 3.21a et 3.21b), que lorsque le rapport $\frac{N}{N_R}$ est peu élevé, alors que quand la section est fortement comprimée, la capacité de rotation de la section est limitée par le critère de raccourcissement du béton fretté ϵ_{cu} .

La capacité de rotation maximale est obtenue lorsque les deux critères sont atteints simultanément, sous un niveau "optimal" d'effort normal dont la valeur augmente avec la quantité d'armature transversale. Il est intéressant de remarquer, pour les deux sections carrées, que l'augmentation de ductilité obtenue en réduisant l'espacement de 150 à 100 mm n'est pas très importante si on la compare à celle résultant du passage de $s = 100 \text{ mm}$ à $s = 50 \text{ mm}$. Ceci est également valable pour la section circulaire (fig. 3.21c) pour laquelle on constate cependant que le critère de raccourcissement du béton fretté est déterminant quel que soit le rapport $\frac{N}{N_R}$.

Sur la partie gauche des diagrammes, on peut relever la valeur de la résistance flexionnelle m_u développée par la section lorsque la capacité de rotation est épuisée ($\frac{1}{r} = \frac{1}{r_{\max}}$). La réduction de l'espacement des étriers n'est pas sans conséquences favorables. A la figure 3.21b, on voit que m_u double de valeur si l'espacement des étriers est ramené de $s = 150 \text{ mm}$ à $s = 50 \text{ mm}$ ($\frac{N}{N_R} = 1,0$).

3.2.2.2 Diamètre des étriers

L'influence du diamètre des étriers sur la résistance et la ductilité des sections, lorsque leur espacement est maintenu constant, est illustrée aux figures 3.22a à 3.22c. Le diagramme $\sigma_c - \epsilon_c$ du béton situé à l'intérieur des étriers est montré pour chaque configuration de ceux-ci.

La figure 3.22a se rapporte à une section dont l'armature transversale est constituée d'étriers périphériques espacés de 100 mm. En augmentant leur diamètre de 6 à 12 mm, on obtient un accroissement de la courbure maximale $h' \cdot \frac{1}{r_{\max}}$ de plus de 100% pour les rapports $\frac{N}{N_R}$ élevés. La résistance m_u n'est quant à elle que peu sensible à cette variation.

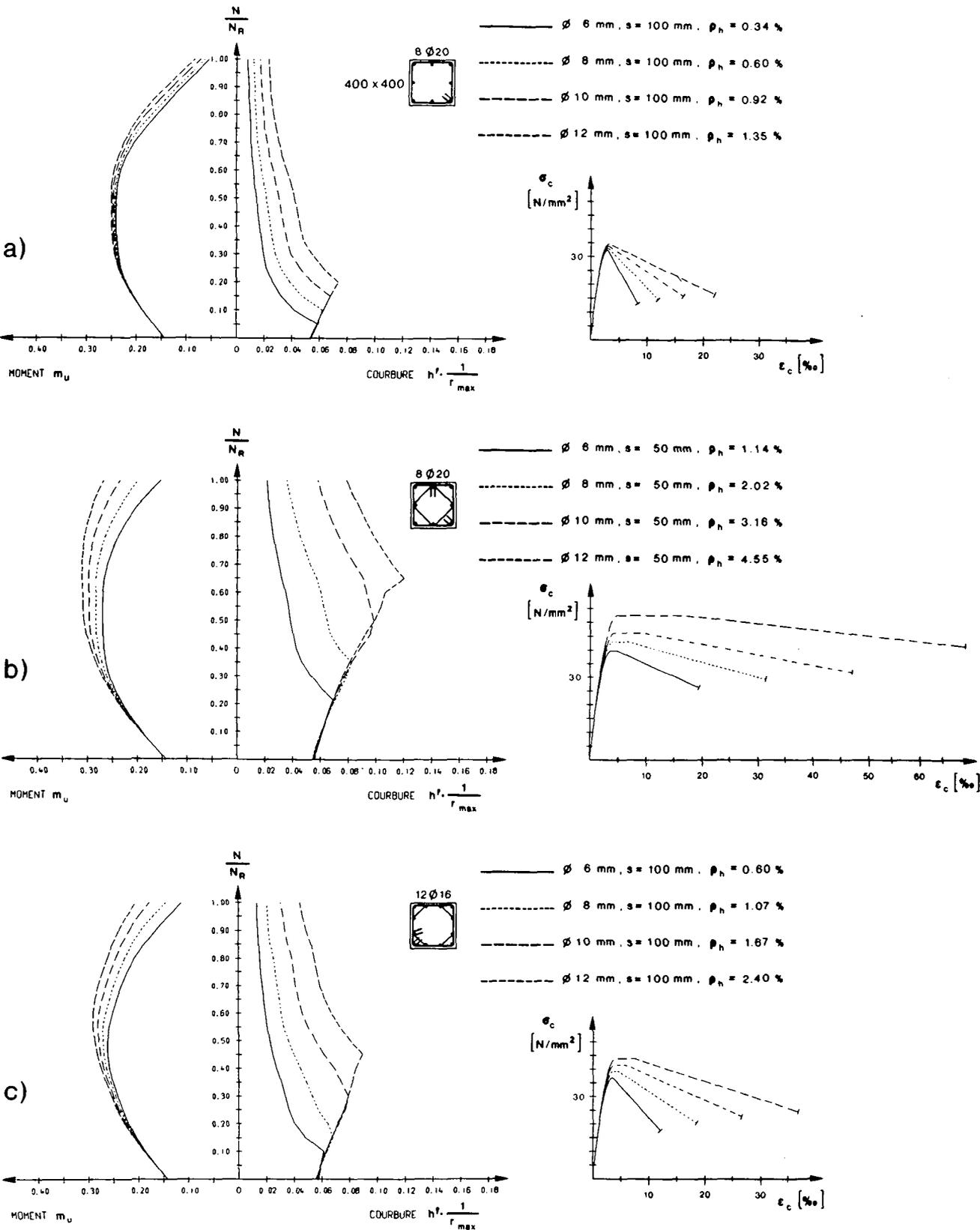


Fig. 3.22 Influence du diamètre des étriers

Avec une telle configuration et un tel espacement d'étriers, l'augmentation de leur diamètre ne permet cependant pas d'atteindre des capacités de rotation $h' \cdot \frac{1}{r_{\max}}$ très élevées. Il en va autrement lorsque l'espacement est réduit, par exemple à 50 mm, et que des étriers secondaires sont utilisés (fig. 3.22b).

Le facteur d'accroissement de la courbure maximale, en fonction du diamètre des étriers, γ est du même ordre de grandeur que dans la figure 3.22a. Avec un diamètre \varnothing 12 mm, le taux d'armature transversale $\rho_h = 4,55\%$ constitue cependant la limite supérieure de ce qui est possible du point de vue constructif. Avec une armature transversale d'une telle importance, le critère d'allongement de l'armature tendue ($\epsilon_{su} = \epsilon_g = 50 \text{ ‰}$) n'est déterminant lorsque $\frac{N}{NR}$ est inférieur à 0,65.

La résistance flexionnelle m_u est sensiblement augmentée si des étriers de fort diamètre sont utilisés; ceci revêt une certaine importance en ce qui concerne l'élançement admissible des colonnes (§§ 4.5)

La section qui fait l'objet de la figure 3.22c comprend 12 barres longitudinales. Son armature transversale, formée d'un étrier périphérique et d'un étrier secondaire hexagonal, a le même espacement que celui de la section à la figure 3.22a. L'amélioration par rapport à cette dernière est cependant très sensible, que ce soit pour la courbure $h' \cdot \frac{1}{r_{\max}}$ ou la résistance flexionnelle m_u .

3.2.2.3 Configuration des étriers

Les figures 3.23a à 3.23c permettent des comparaisons directes de sections dont les configurations d'étriers sont différentes, mais dont l'espacement et le diamètre sont les mêmes.

Les étriers des sections représentées à la figure 3.23a sont espacés de 50 mm et leur diamètre est de 8 mm. L'augmentation de la courbure maximale $h' \cdot \frac{1}{r_{\max}}$ apportée par l'adjonction d'étriers secondaires intérieurs est très sensible, comme l'est l'accroissement de la résistance m_u .

Le passage d'une section formée de 8 barres longitudinales, avec un étrier intérieur carré, à celle comprenant 12 barres et un étrier intérieur de forme hexagonale n'apporte cependant qu'une amélioration très faible, tant du point de vue de la ductilité que de celui de la résistance. S'agissant

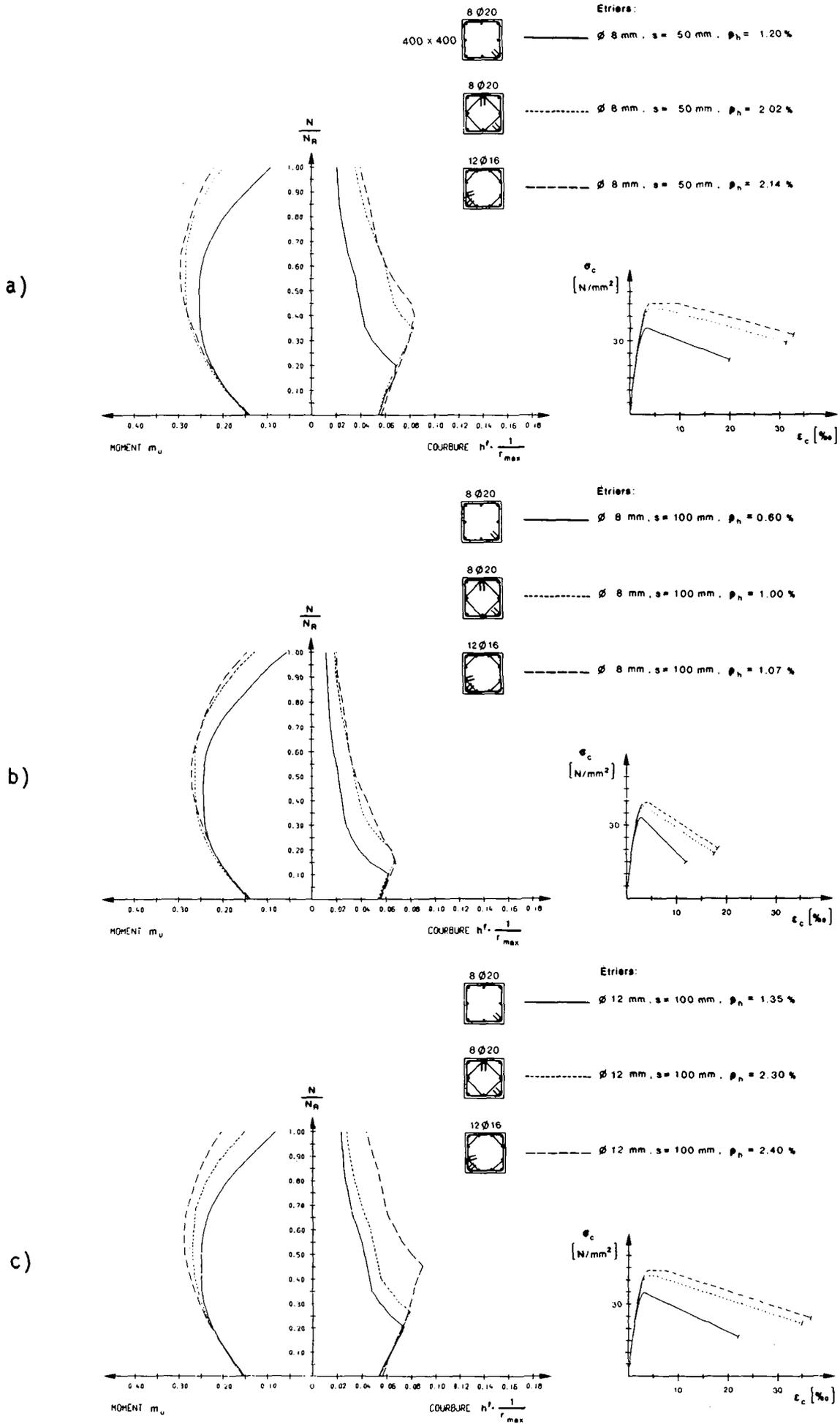


Fig. 3.23 Influence de la configuration des étriers

ici de sections de dimensions relativement petites ($h' = 350$ mm), les avantages de la configuration avec 12 barres n'apparaissent pas dans les mêmes proportions que dans le cas d'une section plus grande.

Si l'espacement des étriers est augmenté à $s = 100$ mm (fig. 3.23b), les remarques précédentes sont encore valables, alors que si le diamètre est porté à 12 mm (fig. 3.23c), la différence de comportement entre la deuxième et la troisième configuration est plus visible.

L'effet favorable engendré par un étrier secondaire intérieur est donc évident; la forme de celui-ci nécessite d'être adaptée au nombre de barres longitudinales et donc aux dimensions de la section. La configuration ne comportant qu'un seul étrier périphérique est à déconseiller dans les zones où une grande capacité de rotation est nécessaire pour la formation de rotules plastiques. Elle peut être admise si la section est de faibles dimensions ($h' \approx 200$ mm).

3.2.2.4 Caractéristiques mécaniques de l'armature transversale

Par caractéristiques mécaniques, on entend avant tout la limite d'écoulement f_{yh} , qui est prise en compte dans les modèles de comportement décrits aux § 2.3.2 et 2.3.3 ainsi que dans l'équation (2.3) définissant la déformation spécifique maximale ϵ_{cu} du béton fretté. Les modifications apportées au comportement des sections par l'utilisation du type d'acier S550 ($f_{yh} = 520$ N/mm²) à la place du type S500 ($f_{yh} = 460$ N/mm²) sont illustrées aux figures 3.24a à 3.24c.

Si le taux d'armature transversale ρ_h est faible (fig. 3.24a) ou moyen (fig. 3.24b), l'influence du type d'acier ne se fait sentir que très modérément. Pour un taux beaucoup plus élevé ($\rho_h = 3,2\%$, fig. 3.24c), le gain en capacité de rotation $h' \cdot \frac{1}{r_{max}}$ est sensible sans être toutefois très important. La résistance m_u n'est, quant à elle, que très faiblement influencée par les types d'aciers d'armature usuels.

Pour l'établissement des abaques, présenté au § 3.2.4, on propose de n'utiliser que l'acier de type S500 ($f_{yh} = 460$ N/mm²).

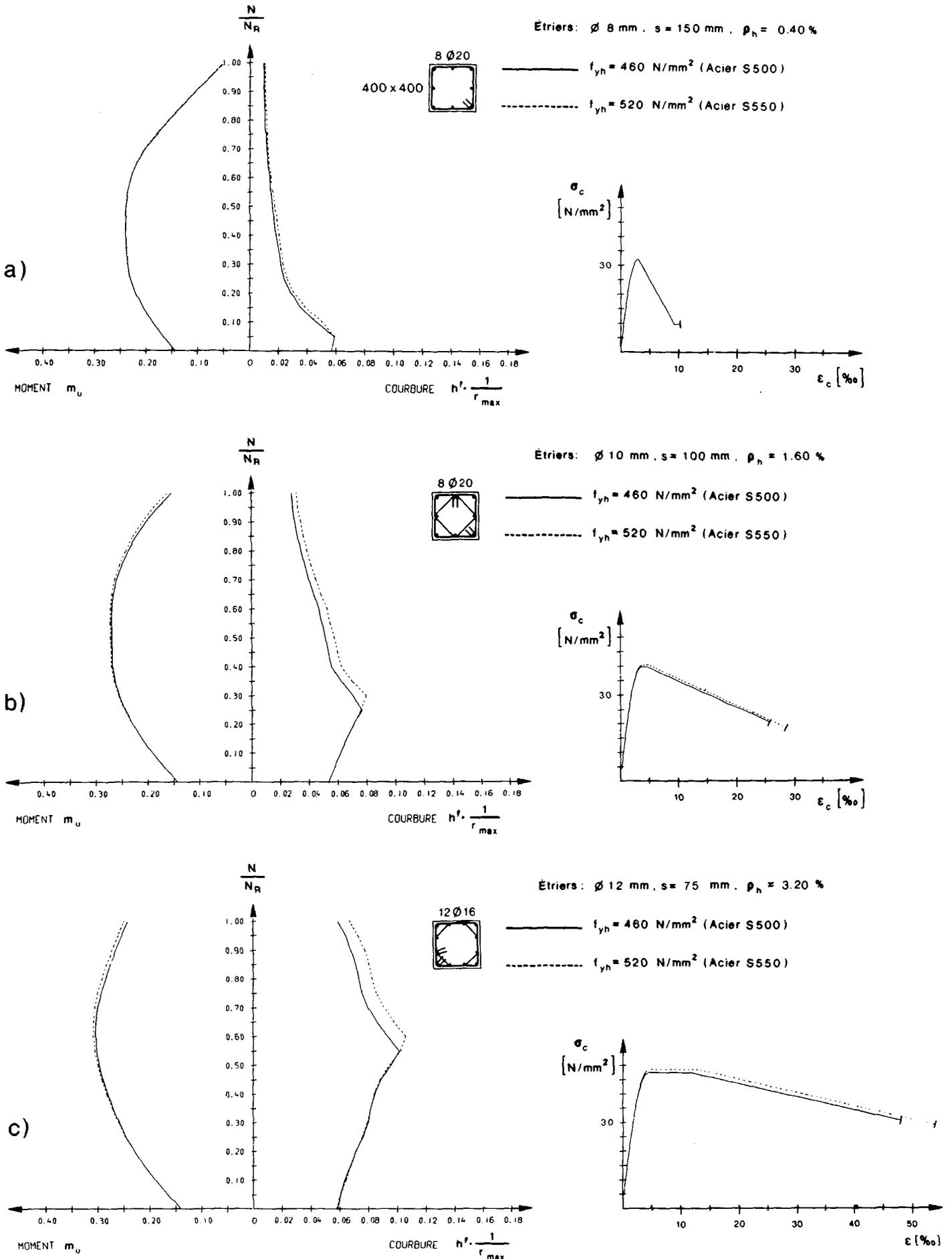


Fig. 3.24 Influence de la limite d'écoulement f_{yh} des étriers

3.2.2.5 Caractéristiques mécaniques de l'armature longitudinale

Au § 3.1.5.3, on montre l'effet de la prise en compte de l'écroissage d'un acier à dureté naturelle dans le calcul de la relation moment-courbure. Cette influence, bénéfique puisqu'elle accroît légèrement la résistance flexionnelle et la courbure maximale, ne peut être prise en compte que lorsque l'armature transversale est suffisamment importante pour permettre des déformations relatives des barres comprimées au-delà de $\epsilon_{sv} = 20 \text{ ‰}$.

Il est par conséquent préférable d'admettre, pour l'armature longitudinale, un comportement élastique - parfaitement plastique (fig. 3.11) .

Il apparaît par contre judicieux d'évaluer l'influence de la limite d'élasticité de l'armature longitudinale sur les diagrammes $\frac{N}{N_R} - \frac{1}{r_{\max}}$ et $\frac{N}{N_R} - m_u$. Ce paramètre est d'autant plus important qu'il intervient directement dans le calcul de N_R (équation (3.14)). En choisissant trois sections dont le taux d'armature longitudinale ($\rho = 2,05\%$) est le même (ce paramètre est traité au § 3.2.2.6), mais dont les caractéristiques de l'armature transversale sont différentes, on constate aux figures 3.25a à 3.25c que le passage du type d'acier S500 ($f_y = 460 \text{ N/mm}^2$) à S550 ($f_y = 520 \text{ N/mm}^2$) n'a quasiment aucun effet sur la courbure maximale $h' \cdot \frac{1}{r_{\max}}$. Ce n'est pas le cas pour la résistance flexionnelle m_u , bien que la différence soit relativement faible.

On a constaté précédemment que le critère d'allongement de l'armature tendue est déterminant lorsque le rapport $\frac{N}{N_R}$ n'est pas élevé, et le critère utilisé dans le calcul de ces diagrammes est, conformément au § 3.1.3, l'allongement uniforme ϵ_g admis égal à 50 ‰ .

Cette valeur, choisie de façon arbitraire, constitue une limite inférieure pour des aciers du type S500 écrouis à froid ou à dureté naturelle. Les seconds nommés admettent en général des valeurs supérieures. A la figure 3.26, on peut constater l'effet d'une variation de l'allongement uniforme ϵ_g entre 40 ‰ et 130 ‰ .

La capacité de rotation est augmentée considérablement, pour les bas niveaux d'effort normal, par l'utilisation d'aciers très ductiles.

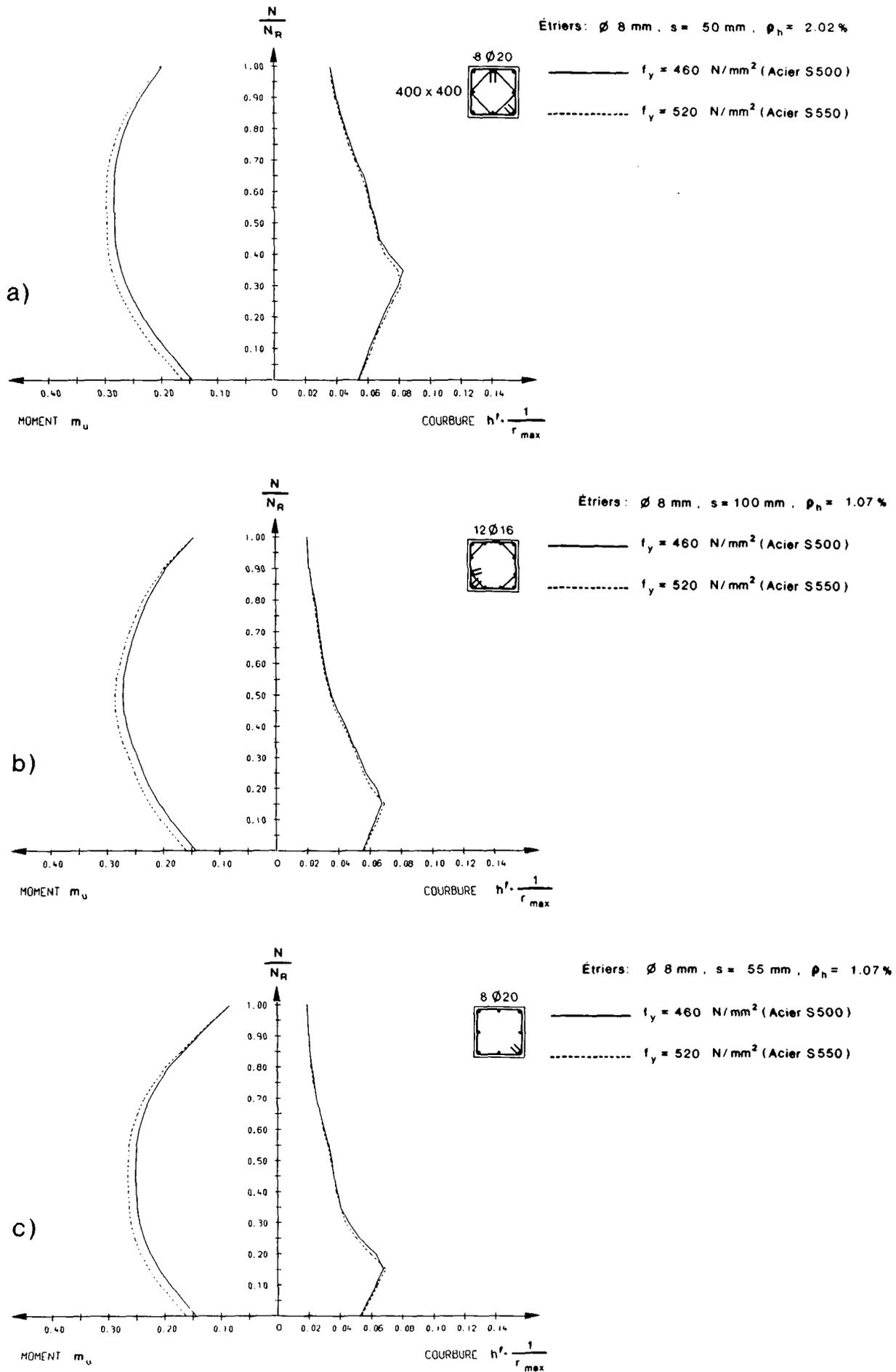


Fig. 3.25 Influence de la limite d'écoulement f_y de l'armature longitudinale

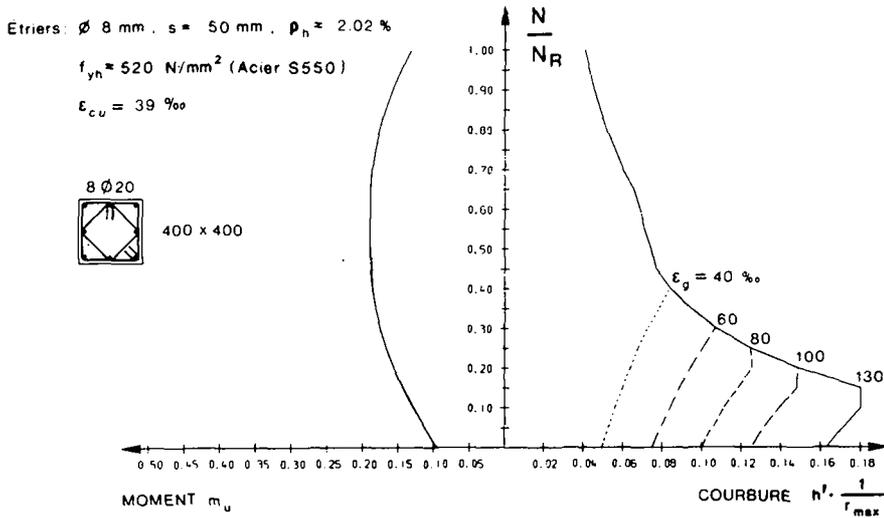


Fig. 3.26 Influence de l'allongement uniforme ϵ_g

3.2.2.6 Taux d'armature longitudinale

Contrairement aux valeurs usuelles de la limite d'élasticité f_y de l'armature longitudinale, la variation de son taux ρ , calculé ici par rapport à la section frettée A'_c , n'est pas sans effets sur la courbure maximale $h' \cdot \frac{1}{r_{max}}$, comme on peut le voir aux figures 3.27a à 3.27c.

Les sections présentées ont des caractéristiques différentes en ce qui concerne l'armature transversale mais démontrent le même comportement face à l'augmentation de ρ . Il en résulte une diminution de la courbure $h' \cdot \frac{1}{r_{max}}$ pour des rapports $\frac{N}{N_R}$ élevés et un accroissement substantiel de la résistance flexionnelle m_U . Des abaques de dimensionnement devraient tenir compte de ce fait et introduire le taux ρ comme paramètre principal.

3.2.2.7 Résistance du béton

Comme le taux d'armature longitudinale ρ , la résistance f_c du béton intervient dans le calcul de N_R . Les effets de sa variation sont évalués aux figures 3.28a à 3.28c ($f_c = 20, 30, 40$ N/mm²) en étudiant le comportement de sections dont le taux d'armature longitudinal est différent, comme le sont leurs configurations d'étriers. Il s'agit donc d'exemples représentatifs.

Il est intéressant de constater que la courbure maximale n'est pas sensible à un changement de f_c , mais que ce n'est évidemment pas le cas pour la résistance m_U .

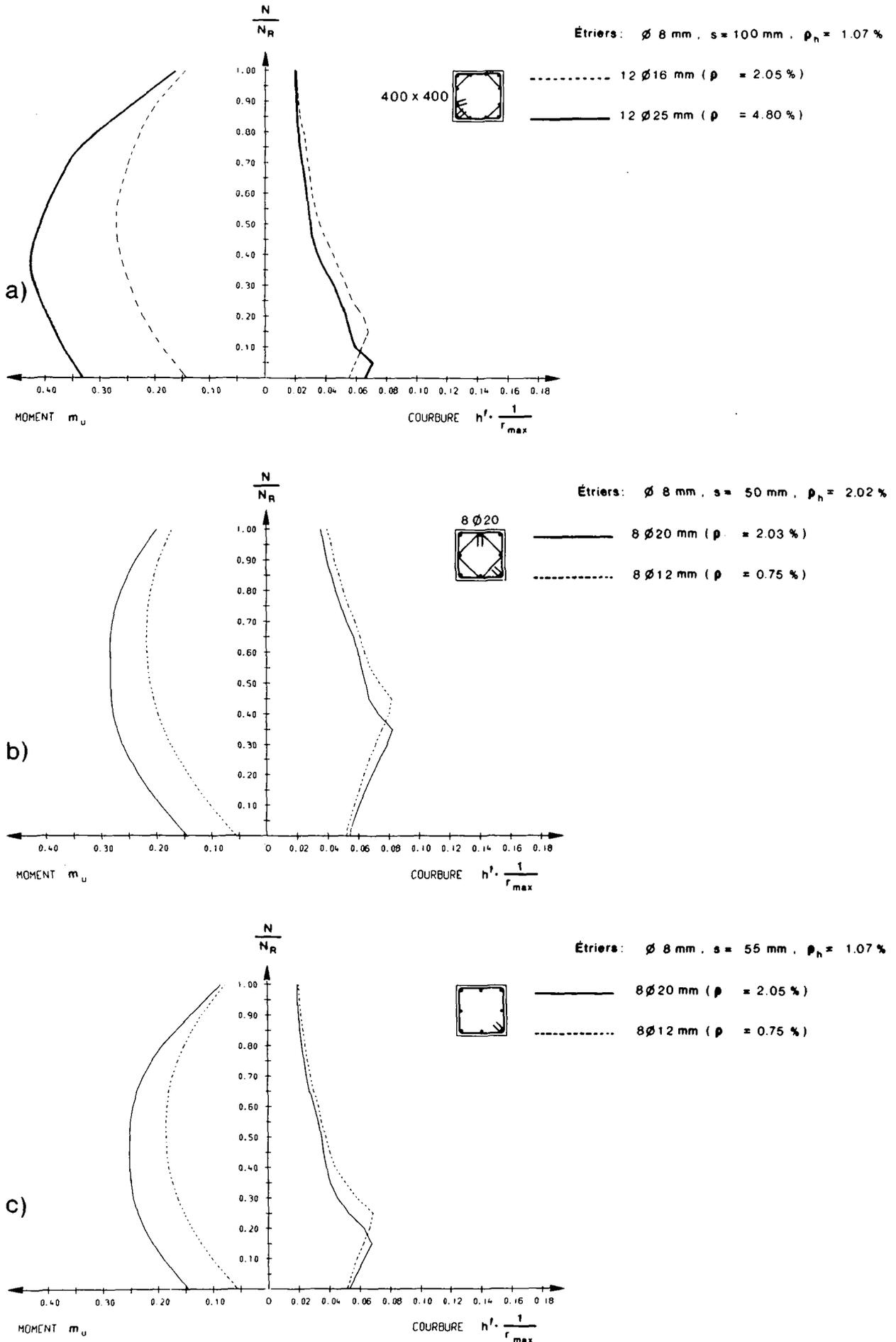


Fig. 3.27 Influence du taux d'armature longitudinale ρ

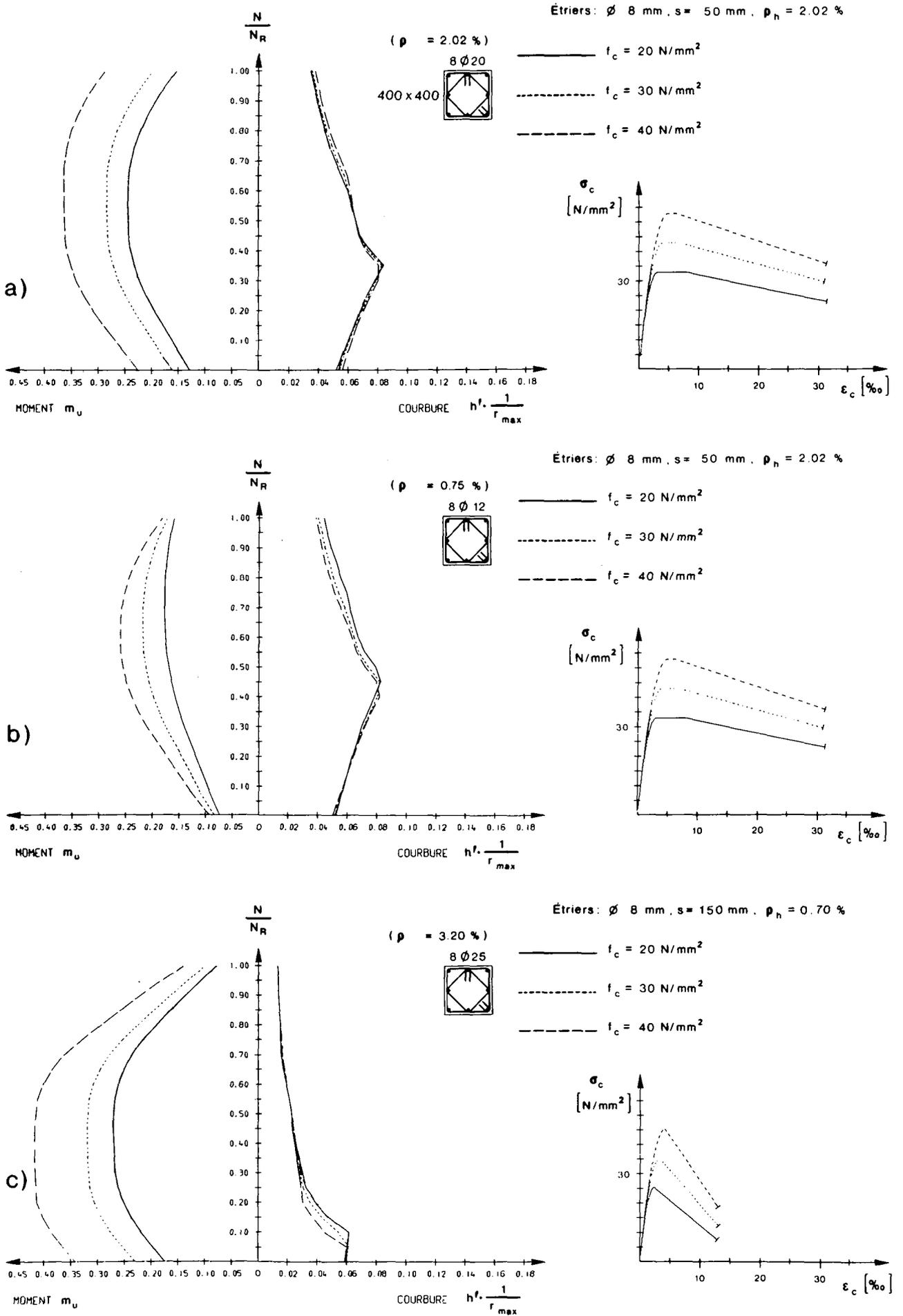


Fig. 3.28 Influence de la résistance du béton f_c

3.2.3 Etablissement de lois $\sigma_c - \varepsilon_c$ simplifiées pour le béton fretté

3.2.3.1 Sections carrées

Le modèle décrit au paragraphe 2.3.2 permet de déterminer avec une bonne précision les diagrammes moment-effort normal-courbure des sections carrées (voir § 3.1.4).

Le grand nombre de paramètres pris en compte dans ce modèle témoigne cependant de la complexité du mécanisme de frettage. Son application pratique est difficile car elle implique en fait la détermination d'une loi $\sigma_c - \varepsilon_c$ différente pour chaque section à analyser.

Il est toutefois possible de procéder à un certain nombre de simplifications et, moyennant l'introduction d'un concept de "classes de ductilité", d'élaborer des abaques permettant le traitement des cas courants de la pratique. Le but final de la procédure de simplification est de déterminer une famille de lois $\sigma_c - \varepsilon_c$ caractéristiques décrivant le comportement du béton fretté avec une précision suffisante, tout en étant du côté de la sécurité.

Soit les équations originales du modèle (2.15a) à (2.15e); on se propose d'y apporter les simplifications suivantes:

- équation (2.15b): n_ℓ étant le nombre de barres longitudinales considérées comme "maintenues latéralement" et C la distance entre celles-ci, on obtient $C \cong \frac{4 \cdot h'}{n_\ell}$

$$\text{d'où: } \frac{n_\ell \cdot C^2}{5,5 \cdot h'^2} \cong \frac{2,9}{n_\ell}$$

En introduisant $P_{occ} = f_c \cdot (b' \cdot h' - A_{s,tot})$ (en [kN])
et $b' = h'$ dans

$$\frac{b'^2}{140P_{occ}}, \text{ on trouve: } \frac{b'^2}{140P_{occ}} = \frac{7,14}{f_c \cdot (1-\rho)}$$

L'équation (2.15b) devient alors:

$$K_s = 1 + \frac{7,14}{f_c \cdot (1-\rho)} \cdot \left[\left(1 - \frac{2,9}{n_\ell}\right) \cdot \left(1 - 0,5 \frac{s}{h'}\right)^2 \right] \cdot \sqrt{\rho_h \cdot f_{yh}} \quad (3.20)$$

Pour éliminer l'influence déjà très faible du taux d'armature longitudinale $\rho = \frac{A_{s,tot}}{b \cdot h}$ sur la valeur de K_S , on adopte une valeur moyenne $\rho = 3\%$ si bien que l'équation (3.20) peut s'écrire:

$$K_S = 1 + 7,36 \cdot \left[\left(1 - \frac{2,9}{n_l}\right) \cdot \left(1 - 0,5 \frac{s}{h}\right)^2 \right] \cdot \frac{\sqrt{\rho h \cdot f_{yh}}}{f_c} \quad (3.21)$$

- équation(2.15d): $\frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{00}} = 1 + \left[\frac{229}{C} \cdot \left[1 - 5 \cdot \left(\frac{s}{h}\right)^2\right] \right] \cdot \frac{\rho h \cdot f_{yh}}{\sqrt{f_c}}$

Afin de rendre ϵ_{c2} indépendant des dimensions de la section, autrement que par le rapport $\frac{s}{h}$, on remplace C par une valeur fixe représentant l'espacement maximal entre les barres d'armature longitudinales, à savoir:

$$C_{max} = 150 \text{ mm}$$

et l'équation (2.15d) peut s'écrire:

$$\frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{00}} = 1 + 1,53 \cdot \left[1 - 5 \cdot \left(\frac{s}{h}\right)^2\right] \cdot \frac{\rho h \cdot f_{yh}}{\sqrt{f_c}} \quad (3.22)$$

Avec ces simplifications, il sera possible d'établir une famille de cinq courbes $\sigma_c - \epsilon_c$ caractéristiques (fig. 3.31). En fixant pour chacune d'entre elles une valeur ϵ_{c2} différente, on définit des classes de ductilité.

Les valeurs de ϵ_{c2} , choisies pour chaque classe, sont:

classe	I	II	III	IV	V
ϵ_{c2} [‰]	3	4,5	6	8	10

Tableau 3.1

L'armature transversale résultant de la classe I correspond environ à l'armature minimale prescrite dans les normes (SIA, CEB) et à la limite de ce qui est possible du point de vue constructif (densité d'armature) pour la classe V. Les classes II à IV permettent quant à elles de couvrir la plage intermédiaire.

Au moyen de l'équation (3.22), on peut calculer pour chacune de ces classes, indépendamment de la configuration des étriers, le taux d'armature transversale ρ_h en fonction de l'espacement des étriers $\frac{s}{h'}$. Les courbes obtenues avec $f_c = 30 \text{ N/mm}^2$ et $f_{yh} = 460 \text{ N/mm}^2$ sont représentées à la figure 3.29.

On peut constater que ρ_h varie peu pour des valeurs $\frac{s}{h'}$ situées dans le domaine le plus utilisé compris entre 0 et 0,30.

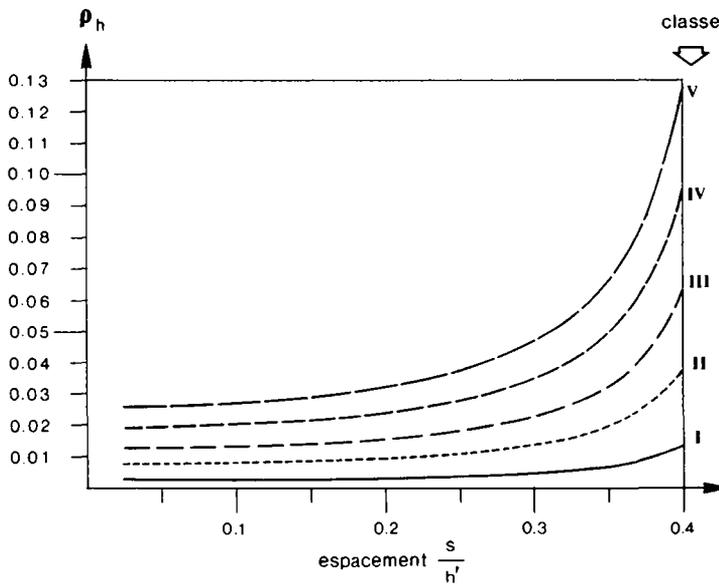


Fig. 3.29 Variation du taux ρ_h en fonction de l'espacement des étriers $\frac{s}{h'}$ ($f_c = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_{yh} = 460 \text{ N/mm}^2$)

Pour chacune des classes de ductilité et pour chaque configuration d'étriers, il est possible de calculer le facteur d'augmentation de résistance $K_s = \frac{f_{c'}}{f_c}$ en fonction de l'espacement des étriers (fig. 3.30) au moyen de l'équation (3.21). En raison de la manière dont les classes de ductilité ont été définies (en fixant ϵ_{c2}), le facteur K_s ne dépend que peu de l'espacement $\frac{s}{h'}$, mais beaucoup plus de la résistance du béton non-fretté f_c .

Pour les autres configurations d'étriers, l'allure des courbes est analogue à celles représentées à la figure 3.30.

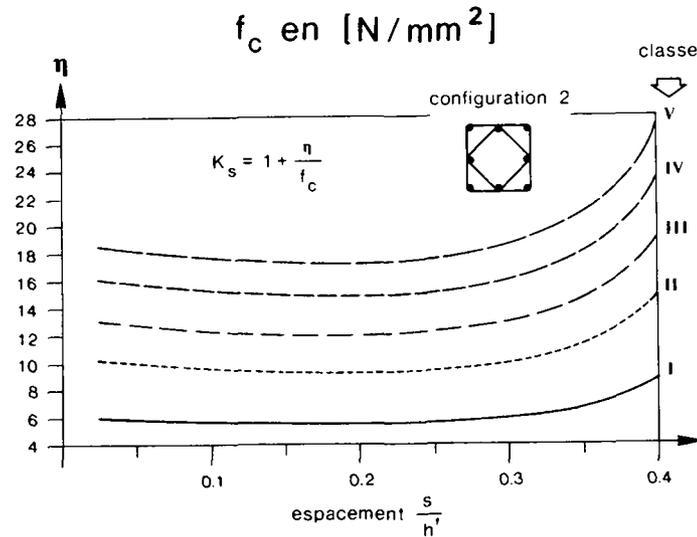


Fig. 3.30 Variation de K_s en fonction de $\frac{s}{h'}$ (configuration d'étriers ② (figure 3.34))

La pente Z de la branche descendante du diagramme $\sigma_c - \epsilon_c$ peut être calculée au moyen de la formule (2.15e).

Elle ne dépend pas de la configuration d'étriers et elle atteint sa valeur maximale pour toutes les classes considérées lorsque $\frac{s}{h'}$ est égal à 0,2.

L'équation (2.3) permet de déterminer de façon approchée la déformation relative maximale du béton fretté ϵ_{cu} , au-delà de laquelle il perd sa résistance par suite de la rupture d'un étrier.

En introduisant pour ρ_h la valeur minimale relevée sur le graphique de la figure 3.29, on obtient pour chaque classe de ductilité les déformations maximales ϵ_{cu} suivantes ($f_{yh} = 460 N/mm^2$)

Classe	I	II	III	IV	V
$\rho_{h,min} [\%]$	0,26	0,75	1,25	1,90	2,56
$\epsilon_{cu} [‰]$	7,5	14,5	21,5	30	39

Tableau 3.2 Déformation relative maximale ϵ_{cu} pour chaque classe de ductilité

Le taux d'armature transversale ρ_h est calculé au moyen de l'équation (3.22) avec $f_c = 30 \text{ N/mm}^2$. Les déformations relatives ϵ_{cu} qui en découlent sont donc également basées sur cette résistance. Compte tenu de l'approximation que représente l'équation (2.3) et de son caractère conservateur, on propose que les valeurs du tableau 3.2 soient valables quelle que soit la résistance du béton f_c .

La pente Z maximale est atteinte pour chaque classe de ductilité avec un espacement $\frac{s}{h} = 0,2$. Elle est indiquée dans le tableau ci-après.

Classe	I	II	III	IV	V
Z	91	32	19	13	9

Tableau 3.3 Pentas Z de la branche descendante pour chaque classe de ductilité

Il est finalement possible de tracer la famille de courbes $\sigma_c - \epsilon_c$ caractéristiques utilisables pour l'application pratique (fig. 3.31), en utilisant les valeurs des tableaux 3.1 à 3.3.

L'allure de ces courbes est la même quelle que soit la configuration des étriers. Cette dernière intervient cependant dans le calcul du facteur d'augmentation de résistance K_s (équation (3.21)); il en va de même pour la résistance f_c du béton non-fretté et pour la limite d'écoulement f_{yh} de l'armature de freinage.

Cette procédure simplificatrice est relativement conservatrice dans la mesure où la grandeur de la déformation relative ϵ_{cu} est basée sur les valeurs minimales du taux d'armature transversale ρ_h correspondant à chaque classe de ductilité. Cependant, dans le domaine usuel compris entre $\frac{s}{h} = 0,1$ et $0,25$, le taux ρ_h ne varie que très modérément (fig. 3.29).

Ce raisonnement est également valable en ce qui concerne la pente Z de la branche descendante des diagrammes $\sigma_c - \epsilon_c$.

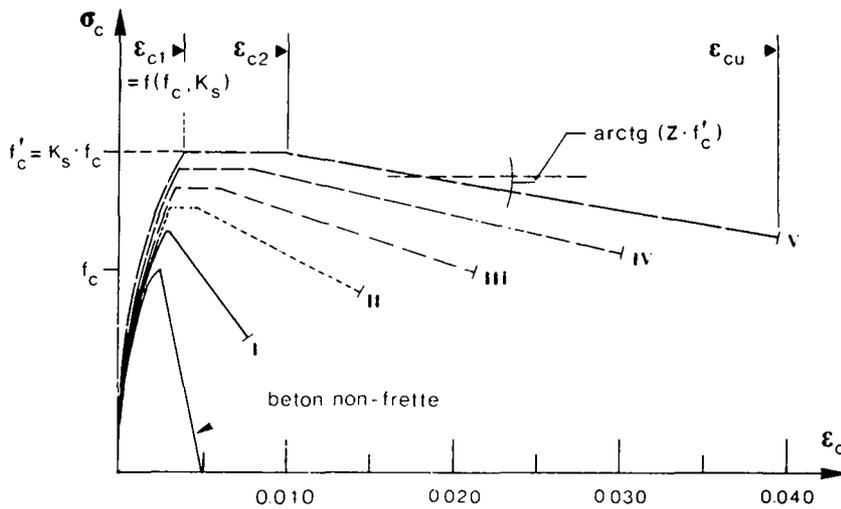


Fig. 3.31 Diagrammes $\sigma_c - \epsilon_c$ caractéristiques pour chaque classe de ductilité (étriers quadratiques)

3.2.3.2 Sections circulaires

Le modèle adopté pour les sections circulaires est présenté au paragraphe 2.3.3 [2.36].

Comme pour les sections carrées, il est nécessaire de déterminer une famille de lois $\sigma_c - \epsilon_c$ simplifiées afin de rendre l'application pratique plus aisée.

Le modèle pour les sections circulaires fait intervenir un nombre de paramètres inférieur à celui pour les sections carrées. La frette peut être formée d'une spirale continue ou d'étriers isolés, de forme circulaire. Des étriers intérieurs ne sont en principe pas disposés car ils n'apportent pas de contribution à la résistance ou à la ductilité.

En outre, l'importance de la frette n'est prise en compte dans le modèle qu'au moyen du taux d'armature transversale ρ_h et de la limite d'élasticité f_{yh} , tandis que l'espacement et la configuration des étriers constituent des paramètres supplémentaires dans le cas des colonnes carrées.

Les équations décrivant le comportement du béton fretté par une armature circulaire sont:

$$\text{pour } \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c0} \quad \sigma_c = f'_c \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}\right)^A\right) \quad (3.23)$$

$$\varepsilon_c > \varepsilon_{c0} \quad \sigma_c = f'_c \cdot e^{-k \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c0})^{1,15}} \quad (3.24)$$

On se propose de procéder à une simplification en linéarisant la branche descendante du diagramme $\sigma_c - \varepsilon_c$ (fig. 3.32), avec pour conséquence une légère sous-estimation de la ductilité.

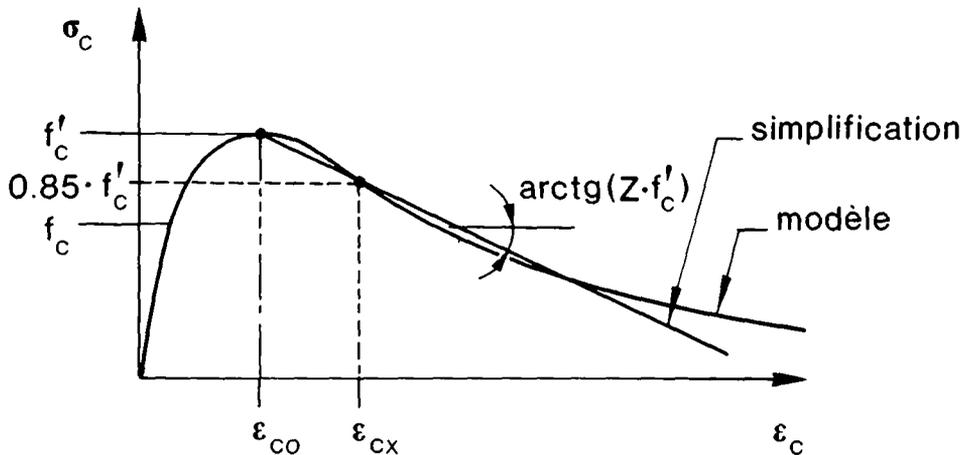


Fig. 3.32 Simplification du diagramme $\sigma_c - \varepsilon_c$ pour les sections circulaires

La valeur de ε_{cx} peut être calculée au moyen de l'équation (3.24):

$$\sigma_c = f'_c \cdot e^{-k \cdot (\varepsilon_{cx} - \varepsilon_{c0})^{1,15}} = 0,85 \cdot f'_c$$

d'où:

$$\varepsilon_{cx} = \frac{0,206}{1,15 \sqrt{k}} + \varepsilon_{c0} \quad (3.25)$$

La pente de la droite peut donc être calculée:

$$Z \cdot f'_c = \frac{0,15 \cdot f'_c}{0,206} \cdot 1,15 \sqrt{k} \quad (3.26)$$

$$Z = 0,728 \cdot 1,15 \sqrt{k} \quad (3.27)$$

Les valeurs des variables ϵ_{CO} , A et k contenues dans les équations (3.23), (3.24) et (3.27) sont obtenues en appliquant les équations originales (§ 2.3.3):

$$\epsilon_{CO} = 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot f_c + 0,015 \cdot \frac{f_{yh}}{f_c} \cdot \rho_h + 0,002 \quad (3.28)$$

$$K_s = \frac{f'_c}{f_c} = 1 + (0,58 + \frac{10,5}{f_c}) \cdot \frac{f_{yh}}{f_c} \cdot \rho_h \quad (3.29)$$

$$A = \frac{E_c \cdot \epsilon_{CO}}{f'_c} \quad (3.30)$$

$$k = 24,7 \cdot f_c \cdot e^{(-0,73 \cdot \rho_h \cdot f_{yh})} \quad (3.31)$$

$$\rho_h = \frac{\pi \cdot \phi^2}{d' \cdot s} \quad (3.32)$$

Grâce à la linéarisation du diagramme $\sigma_c - \epsilon_c$ dans le domaine $\epsilon_c > \epsilon_{CO}$, il est possible, en définissant différentes classes de ductilité, de déterminer une famille de courbes $\sigma_c - \epsilon_c$ caractéristiques.

Ces classes sont établies en attribuant un taux d'armature ρ_h différent à chacune d'elles, dont la valeur est indiquée dans le tableau 3.4. La déformation relative maximale ϵ_{cu} se calcule de façon approchée comme pour les colonnes carrées au moyen de la formule (2.3), en admettant $f_{yh} = 460 \text{ N/mm}^2$. Les résultats qu'elle livre sont également contenus dans le tableau ci-après.

Classe	I	II	III	IV	V
ρ_h [%]	0,8	1,2	1,5	2,0	3,0
ϵ_{cu} [%]	11	20,5	25	31,5	45,4

Tableau 3.4 Taux d'armature transversale ρ_h et déformation relative maximale ϵ_{cu} pour chaque classe de ductilité

En introduisant (3.31) dans (3.27), on constate que la pente Z de la branche descendante ne dépend que de la résistance f_c du béton non-fretté, pour une classe de ductilité et une limite d'élasticité f_{yh} données.

Comme pour les colonnes carrées, on propose de déterminer une pente Z maximale dont la valeur ne dépend que de la classe de ductilité, respectivement de ρ_h et non plus de f_c .

En introduisant $f_c = 30 \text{ N/mm}^2$ et $f_{yh} = 460 \text{ N/mm}^2$ dans les équations (3.31) et (3.27), on obtient la grandeur de Z pour chaque classe.

Classe	I	II	III	IV	V
Z	29	9	4	1	0,05

Tableau 3.5 Pentas Z de la branche descendante
($f_c = 30 \text{ N/mm}^2$, $f_{yh} = 460 \text{ N/mm}^2$)

La famille de courbes $\sigma_c - \varepsilon_c$ caractéristiques peut donc être tracée (figure 3.33 et une application pratique devient alors relativement aisée. Les grandeurs inconnues ε_{c0} et K_s se calculent au moyen des équations (3.28) et (3.29).

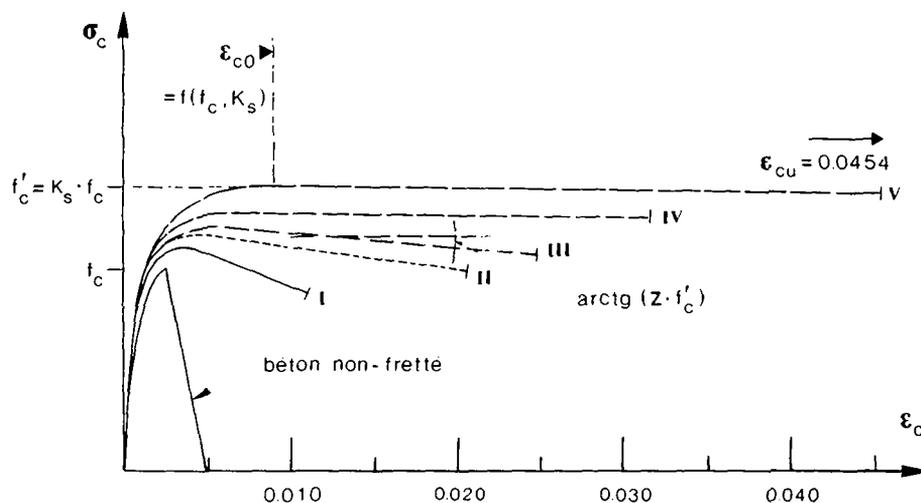


Fig. 3.33 Diagrammes $\sigma_c - \varepsilon_c$ caractéristiques pour chaque classe de ductilité (étriers circulaires ou spirale)

3.2.4 Etablissement de diagrammes effort normal - courbure maximale - moment pour sections-type

Grâce à la définition de relations $\sigma_C - \epsilon_C$ simplifiées pour le béton fretté et à l'introduction de la notion de classes de ductilité (§ 3.2.3.1 et 3.2.3.2), il est possible d'établir des abaques utilisables pour toutes les colonnes de section carrée et circulaire.

A la figure 3.34, on représente les configurations d'étriers préconisées pour assurer le frettage de ces sections. Elles sont adaptées à leurs dimensions et le nombre de barres longitudinales conseillé est celui indiqué.

Il est toutefois possible, si le taux d'armature est élevé, d'en disposer un plus grand nombre pour autant qu'au moins une barre sur deux soit tenue latéralement par un étrier.

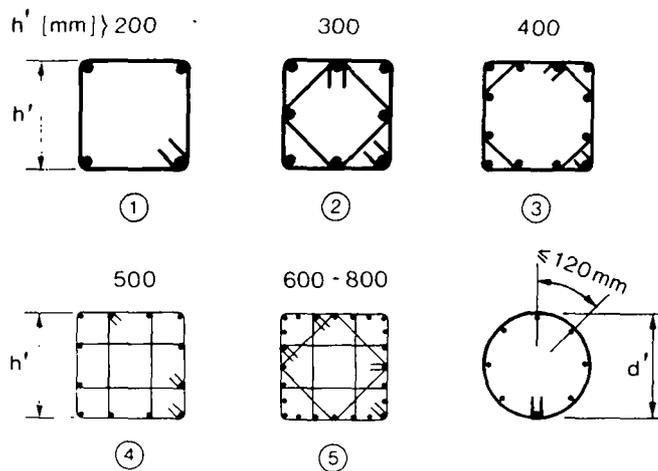


Fig. 3.34 Configuration d'étriers préconisées et nombre de barres longitudinales en fonction des dimensions de la section

Dans les colonnes circulaires, l'adjonction d'étriers secondaires intérieurs n'est guère envisageable, d'une part, parce que cela crée des difficultés d'ordre constructif, et d'une autre, parce que leur efficacité n'est pas prouvée sur le plan expérimental.

L'armature longitudinale est admise répartie uniformément sur le pourtour de la section et son taux est défini par:

$$\rho = \frac{A_{s,tot}}{A'_C} \quad (3.33) \quad \begin{array}{l} A_{s,tot}: \text{ aire totale de l'armature longitudinale} \\ A'_C : \text{ aire de la section frettée (située à} \\ \text{ l'intérieur de l'axe des étriers)} \end{array}$$

Pour prendre en compte les résistances des matériaux, on introduit le degré mécanique d'armature longitudinale:

$$\omega = \frac{A_s}{A_c} \cdot \frac{f_y}{f_c} \quad (3.34)$$

f_y : limite d'écoulement de l'armature longitudinale
 f_c : résistance du béton à la compression

Les abaques sont établis pour les valeurs de ω suivantes:

$$\omega = 0,15 / 0,45 / 0,75 / 1,5$$

ce qui correspond approximativement aux taux d'armature:

$$\rho = 1\% / 3\% / 5\% / 10\%, \text{ si } f_y = 460 \text{ N/mm}^2 \text{ et } f_c = 30 \text{ N/mm}^2$$

Les lois $\sigma_c - \varepsilon_c$ introduites dans le programme de calcul pour décrire le comportement du béton situé à l'intérieur des étriers sont celles présentées aux figures 3.31 pour les sections carrées et 3.33 pour les circulaires.

Les abaques obtenus sont du même type que celui représenté à la figure 3.35 ci-après; ils sont rassemblés aux annexes A3.1 à A3.6.

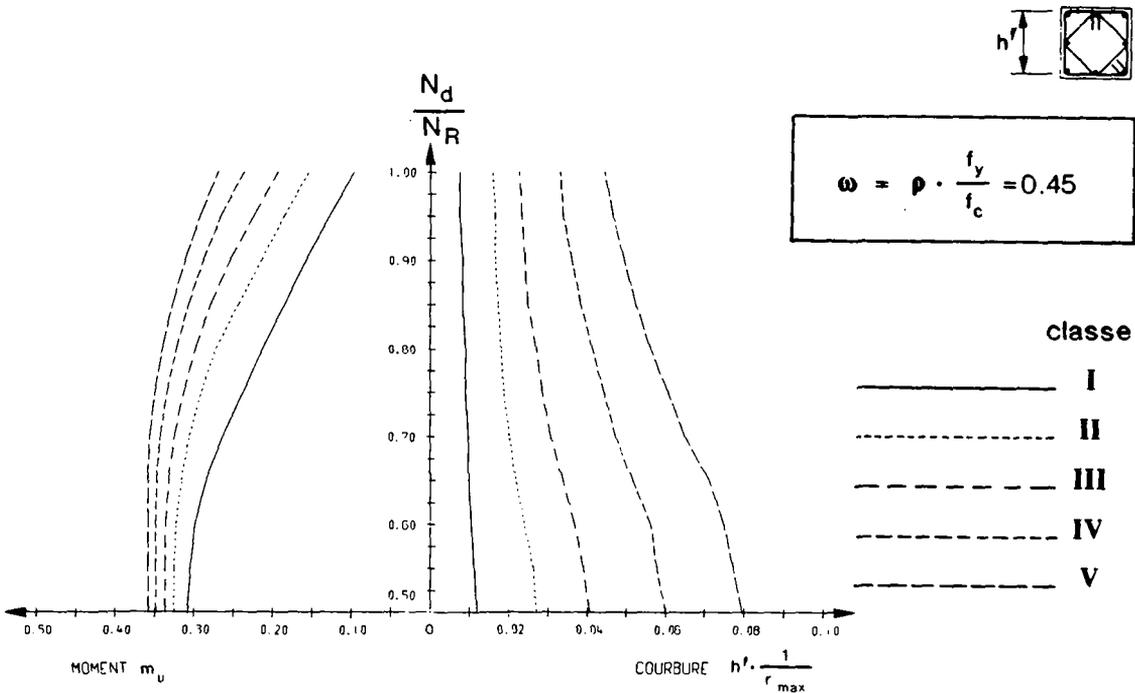


Fig. 3.35 Exemple d'abaque $\frac{N}{N_R} - m_u$ et $\frac{N}{N_R} - h' \cdot \frac{1}{r_{max}}$ pour une section-type ($\omega = 0,45$, configuration ②)

Chaque abaque est valable pour une section-type donnée, respectivement une configuration d'étriers et un degré mécanique d'armature constant.

La courbure maximale $\frac{1}{r_{\max}}$ et la résistance M_u sont indiquées sous leur forme non-dimensionnelle, ce qui rend les diagrammes indépendants de la taille des sections, autrement que par la configuration d'étriers.

Les abaques sont utilisés pour déterminer l'armature transversale nécessaire dans une section afin qu'elle puisse atteindre une courbure $h' \cdot \frac{1}{r_{\max}}$ tout en étant sollicitée par un effort normal donné et défini par le rapport $\frac{N}{N_R}$.

Les dimensions et la forme de la section imposent une certaine configuration d'étriers (fig. 3.34); l'abaque approprié est choisi en fonction de celle-ci et du taux d'armature longitudinale. Il permet de déterminer aisément la classe de ductilité nécessaire (fig. 3.35).

On remarque qu'il est possible, si $\frac{N}{N_R}$ est élevé, de se contenter d'une classe de ductilité inférieure pour atteindre la courbure $h' \cdot \frac{1}{r_{\max}}$ désirée pour autant qu'on réduise le rapport $\frac{N}{N_R}$.

Après avoir obtenu la classe de ductilité nécessaire, il faut encore déterminer le diamètre \emptyset et l'espacement s des étriers à disposer.

Soit l'équation (3.22) utilisée pour la description du comportement $\sigma_c - \epsilon_c$ du béton fretté dans les sections carrées:

$$\frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{00}} = 1 + 1,53 \cdot [1 - 5 \cdot (\frac{s}{h'})^2] \cdot \frac{\rho_h \cdot f_{yh}}{\sqrt{f_c}}$$

s : espacement des étriers

h' : hauteur de la section frettée

f_{yh} : limite d'écoulement de l'armature transversale

f_c : résistance du béton à la compression

$\epsilon_{00} = 2,2\text{‰}$ (voir équations (2.15))

Les classes de ductilité I à V sont fixées en attribuant des valeurs ϵ_{c2} différentes à chacune d'elles et le taux d'armature transversale est défini par la formule suivante:

$$\rho_h = \frac{\ell_h \cdot A_{s,h}}{b' \cdot h' \cdot s} \quad (3.35)$$

ℓ_h : longueur développée des étriers dans une section
 $A_{s,h}$: aire de la section d'un étrier
 b', h' : largeur, hauteur de la section frettée ($b' = h'$)

La longueur développée des étriers dans une section peut être exprimée par

$$\ell_h = m_1 \cdot h'$$

où m_1 est un facteur qui dépend de la configuration d'étriers choisie. En admettant une valeur constante pour le rapport $\frac{f_{yh}}{\sqrt{f_c}}$ ($f_{yh} = 460 \text{ N/mm}^2$, $f_c = 30 \text{ N/mm}^2$), on obtient, en combinant les équations (3.22) et (3.35) la relation suivante entre les rapports $\frac{\emptyset}{s}$ et $\frac{s}{h'}$:

$$\frac{\emptyset}{s} = \sqrt{\frac{\frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{00}} - 1}{100 \cdot [1 - 5 \cdot (\frac{s}{h'})^2] \cdot \frac{s}{h'} \cdot m_1}} \quad (3.36)$$

En ce qui concerne les sections circulaires, les cinq classes de ductilité sont obtenues par le choix de taux d'armature transversale ρ_h différents (voir tableau 3.4). A partir de l'équation (3.32) définissant ρ_h

$$\rho_h = \frac{\pi \cdot \emptyset^2}{s \cdot d'}$$

on tire

$$\frac{\emptyset}{s} = \sqrt{\frac{\rho_h}{\pi \cdot \frac{s}{d'}}} \quad (3.37)$$

ρ_h : taux d'armature transversale fixé pour chaque classe de ductilité (tableau 3.4)
 s : espacement des étriers, resp. pas de la spirale
 d' : diamètre de la section frettée

Il est par conséquent possible, au moyen des formules (3.36) et (3.37) d'établir des diagrammes permettant le dimensionnement de l'armature transversale (\emptyset, s) en fonction de la classe de ductilité choisie.

Un exemple d'un tel diagramme est représenté ci-après à la figure 3.36.

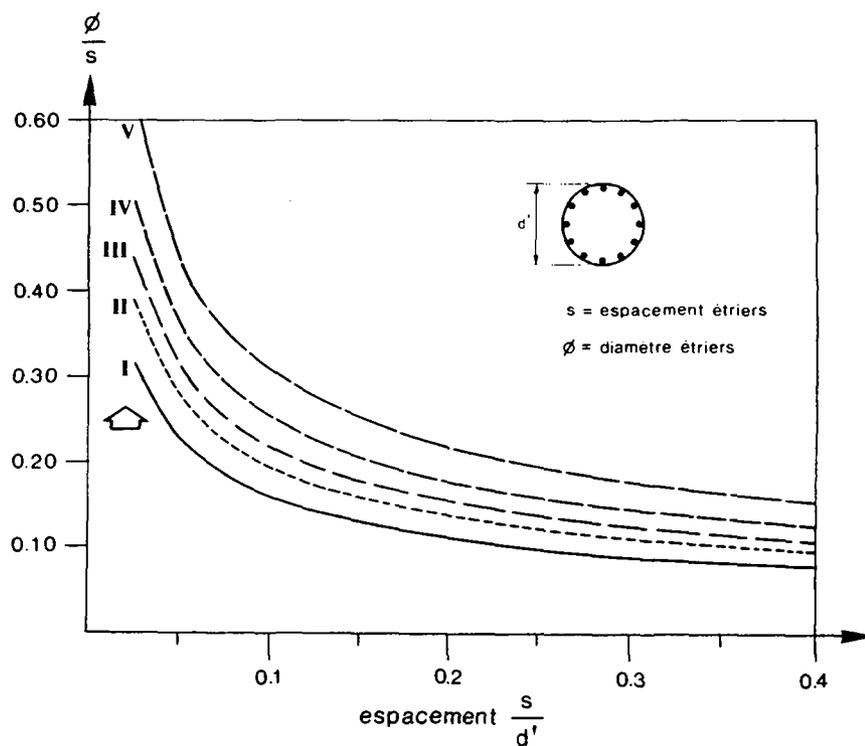


Fig. 3.36 Diagramme $\frac{\phi}{s} - \frac{s}{d'}$ pour une configuration d'étriers donnée

Les diagrammes pour les autres configurations sont représentés aux annexes A4.1, A4.2 et A4.3.

4. CAPACITE DE DEFORMATION D'UNE COLONNE EN BETON ARME

4.1 Généralités

La capacité de déformation d'une colonne en béton armé dépend directement de la ductilité des matériaux qui la composent. Il faut rappeler ici qu'on entend par ductilité d'un matériau sa capacité d'être fortement déformé sans pour autant perdre complètement sa résistance.

Un tel comportement est mis en évidence pour le béton fretté par une armature transversale, puis quantifié au moyen de modèles afin d'en tenir compte dans le dimensionnement des structures (chapitre 2).

Le comportement ductile des matériaux est ensuite pris en compte dans l'étude des sections, d'abord dans l'établissement de relations entre la courbure et la résistance flexionnelle (§ 3.1), puis dans l'interaction entre l'effort normal et la courbure maximale à laquelle peut être soumise une section (§ 3.2).

Le but du présent chapitre est de passer de l'analyse de la section soumise à une courbure à celle d'un élément réel, en l'occurrence une colonne, auquel des angles θ sont imposés.

La connaissance de la répartition de la courbure le long d'une colonne est impérative pour déterminer l'angle de rotation à son (ses) extrémité(s).

Cet angle θ est obtenu par l'intégration des courbures présentes sur l'élément.

Soit le cas de déformation B (fig. 4.1) où une colonne, articulée à une de ses extrémités, est soumise à un angle de rotation θ à l'autre, et la relation moment-courbure propre à la section située à la base (fig. 4.2).

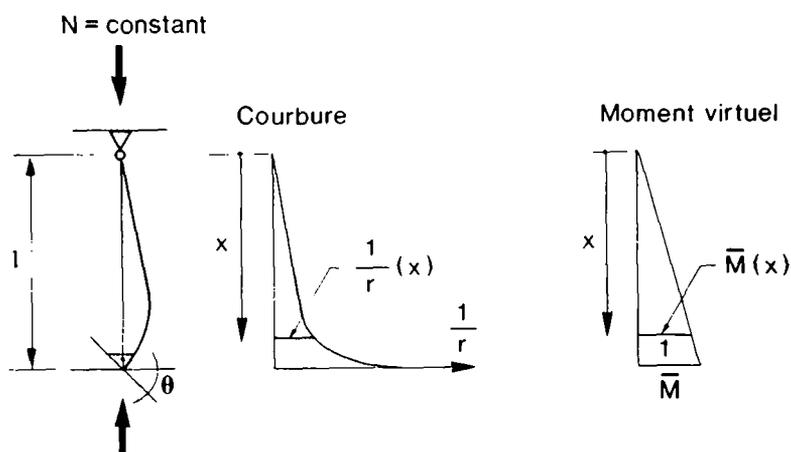


Fig. 4.1 Répartition théorique de la courbure et du moment virtuel

Le procédé exact consiste tout d'abord à calculer les relations moment-courbure pour différentes sections de la colonne. Ensuite, connaissant le moment à l'extrémité inférieure et sa valeur le long de l'élément, il est possible de déterminer la répartition de la courbure (figure 4.1).

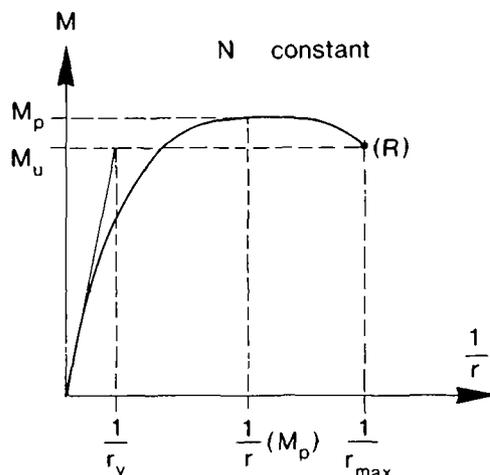


Fig. 4.2 Relation $M - \frac{1}{r}$ caractéristique de la section située à la base (N constant)

La rotation imposée à l'extrémité inférieure de la colonne peut donc être calculée par l'intégrale:

$$\theta = \int_0^{\ell} \frac{1}{r}(x) \cdot \bar{M}(x) \cdot dx \quad (4.1)$$

Cette procédure est parfaitement applicable tant que le maximum M_p de la courbe $M - \frac{1}{r}$ (fig. 4.2) n'est pas atteint, par exemple pour le calcul de la rotation imposable à l'état de service (chapitre 7).

L'étude de la capacité de déformation à l'état ultime nécessite cependant de faire appel à la branche descendante de la relation $M - \frac{1}{r}$ ($\frac{1}{r} > \frac{1}{r}(M_p)$). Lorsque le moment de flexion M_p est atteint dans la section la plus sollicitée, toute augmentation ultérieure de la rotation imposée provoque un accroissement substantiel de la courbure dans cette seule section plastifiée. Le moment diminue alors dans la colonne et la plastification d'autres sections n'est guère possible.

Les observations faites lors d'essais (§ 4.2) montrent cependant que la plastification n'est pas localisée dans une seule section, mais qu'elle s'étend sur une certaine zone, ce qui contribue évidemment à augmenter la déformabilité de la colonne.

L'approche "exacte" décrite précédemment montre ainsi ses limites pour appréhender le domaine plastique, c'est pourquoi on utilise l'approximation élasto-plastique, dont il est question au § 4.3.

4.2 Répartition réelle de la courbure à l'état ultime, observations expérimentales

Dans le cadre de ce travail, des essais ont été entrepris sur des colonnes à l'échelle 1:1 afin d'étudier leur déformabilité à l'état ultime [1.1], [1.2]. Les éléments sont sollicités par un effort normal et un angle de rotation est appliqué à une extrémité ou aux deux (fig. 4.3a et 4.3b). Une description détaillée de cette étude expérimentale fait l'objet du chapitre 6.

D'autres essais dans ce domaine ont eu lieu en Allemagne et aux Etats-Unis ([4.7] à [4.10]), avec un dispositif quelque peu différent (fig. 4.3c), au moyen duquel la colonne subit un déplacement à une extrémité. Dans le cadre plus particulier de l'étude des structures sollicitées par des séismes, des essais ont également eu lieu en Nouvelle-Zélande et aux Etats-Unis ([4.3] à [4.6]) au moyen d'un dispositif analogue à celui décrit schématiquement à la figure 4.3c, mais par lequel le déplacement est imposé de manière cyclique.

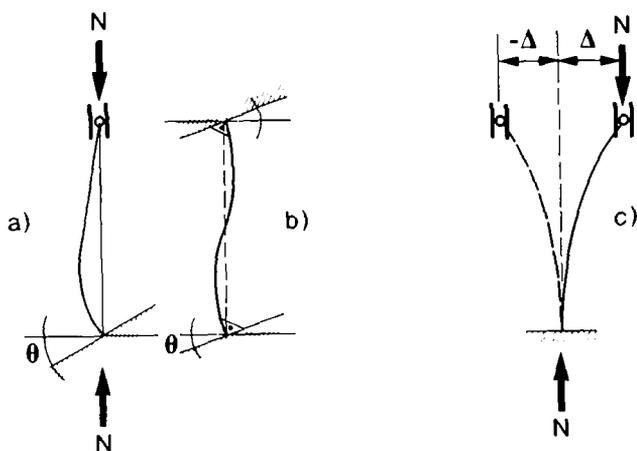


Fig. 4.3 Représentation schématique d'essais de déformabilité

Dans tous les essais où la colonne subit un déplacement Δ de son extrémité, l'effort normal N est maintenu constant.

La mesure de la répartition de la courbure le long de l'élément est un élément particulièrement intéressant dans ces essais, car elle illustre parfaitement la capacité de déformation.

A la figure 4.4a, on montre la répartition mesurée sur deux colonnes de l'étude expérimentale [4.4]. Ces deux éléments sont ceux dont la relation $M - \frac{1}{r}$, mesurée dans la section la plus sollicitée, est représentée aux figures 3.9b et 3.9c.

Cette répartition, obtenue au voisinage de la ruine après que le béton d'enrobage ait éclaté dans la région comprimée la plus sollicitée, démontre que les sections se plastifient sur une certaine zone qu'on peut appeler rotule plastique. Grâce à la présence d'une forte armature transversale, la courbure y atteint une valeur très élevée.

Dans ces diagrammes, les segments de droite relient les valeurs de la courbure moyenne mesurée sur une longueur de 100 mm.

En dehors de la zone plastifiée, la courbure, demeurée très faible, peut être qualifiée d'"élastique", car quasiment réversible.

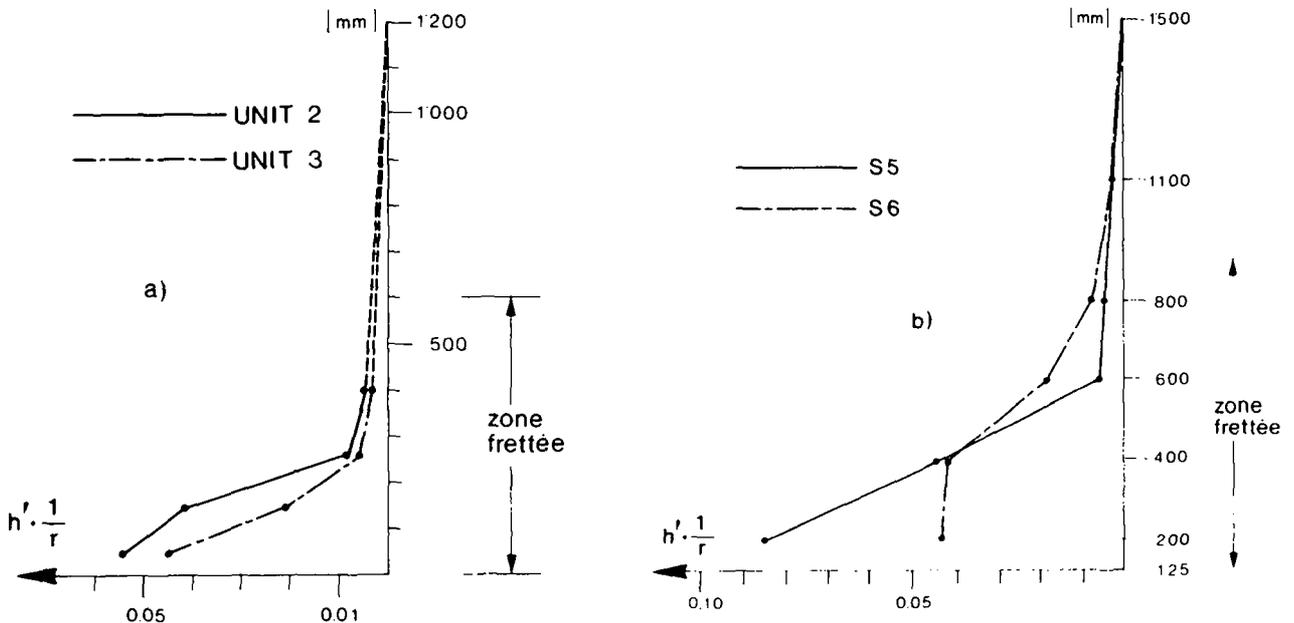


Fig. 4.4 Répartition de la courbure moyenne et formation de rotule plastique ([4.4], [4.7],[4.8])

Dans les essais rapportés aux références [4.7] et [4.8], la répartition de la courbure est également mesurée. La figure 4.4b représente cette répartition sur les spécimens S5 et S6 (voir diagrammes $M - \frac{1}{r}$ aux figures 3.8c et 3.9a).

On retrouve le même phénomène que sur les essais décrits précédemment, à savoir forte concentration de la courbure dans la zone plastifiée à l'extrémité de l'élément.

Dans l'étude [1.2], qui constitue une partie expérimentale du présent travail (voir chapitre 6), la répartition de la courbure moyenne est mesurée avec précision.

Deux spécimens C3 et C6 sont soumis à un effort normal constant durant l'essai, tandis que l'angle de rotation θ (fig. 4.3a) est augmenté de zéro jusqu'à la ruine de la colonne. La répartition de la courbure sur la moitié inférieure des éléments est illustrée aux figures 4.5 et 4.6.

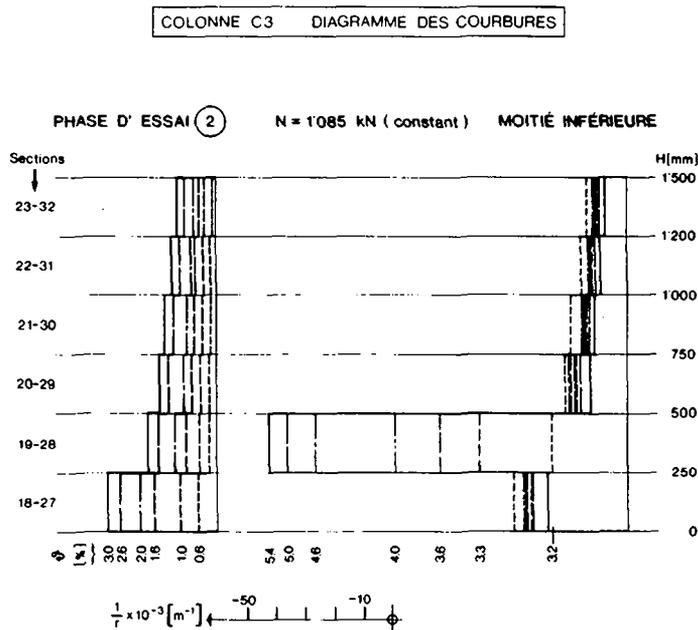


Fig. 4.5 Colonne C3: répartition de la courbure moyenne

Sur la partie gauche de ces diagrammes, on trouve la répartition de la courbure moyenne jusqu'à ce que la résistance flexionnelle M_p soit atteinte dans la section la plus sollicitée (voir fig. 3.8a et 3.8b), ce qui correspond pour ces éléments à l'éclatement du béton d'enrobage qui a lieu sous un angle $\theta = 3,2\%$ pour la colonne C3 et $\theta = 2,6\%$ pour la colonne C6.

La répartition est quasiment linéaire, avec toutefois une augmentation légèrement plus forte à la base. La manière dont est répartie la courbure après le début de la plastification, respectivement après l'éclatement de l'enrobage, est illustrée sur la partie droite des figures.

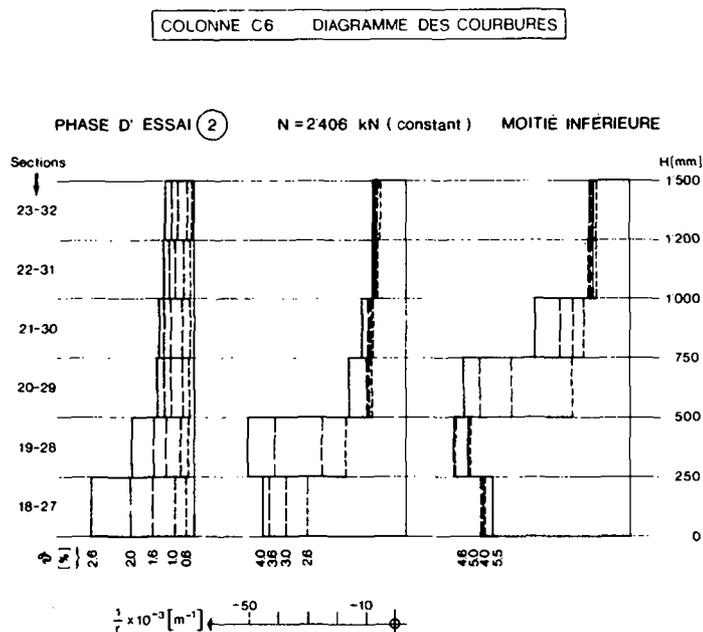


Fig. 4.6 Colonne C6: répartition de la courbure moyenne

A chaque augmentation de l'angle imposé θ , la courbure n'augmente plus que dans la zone plastifiée, alors que partout ailleurs elle diminue, le moment à l'extrémité inférieure décroissant progressivement (voir § 6.2.4). Il y a donc formation d'une rotule plastique dont la grandeur n'est cependant pas la même sur les deux éléments C3 et C6. Ceux-ci se différenciant par le diamètre de leurs barres longitudinales (C3: 8 \varnothing 16 mm; C6: 8 \varnothing 30 mm), ce paramètre semble avoir une influence sur la longueur de plastification.

Les essais des spécimens C1, C2 et C5 se déroulent en trois phases. Après une mise en charge analogue à celle des colonnes C3 et C6, l'angle est tout d'abord augmenté jusqu'à $\theta = 2\%$ dans une seconde phase, puis la

rupture est provoquée, soit en accroissant l'effort normal N seul (colonnes C1 et C5), soit simultanément N et l'angle θ (C2).

La répartition de la courbure moyenne est représentée aux figures 4.7 et 4.8 pour les spécimens C1, respectivement C2, sur la partie gauche pour la phase d'augmentation de l'angle θ de 0 à 2% et sur la droite pour la phase conduisant à la rupture.

Durant la phase d'imposition de θ , sous l'effort normal N constant, les courbures mesurées sont quasiment identiques à celles enregistrées sur la colonne C3 de section correspondante (fig. 4.5). La résistance maximale à la flexion M_p n'est atteinte dans aucune section et, par conséquent, les courbures croissent de manière régulière dans toutes les zones de mesure.

Lors de la phase conduisant à la rupture, les éléments C1 et C2 se comportent différemment car les modes de sollicitation ne sont pas les mêmes.

La colonne C1 est soumise à une augmentation de l'effort normal N sous angle constant. Cette augmentation n'a, dans un premier temps, pas de répercussions sur la courbure. Elle reste stationnaire, même à la base de la colonne. Lorsque N vaut environ 80% de la charge de rupture, la résistance maximale M_p est atteinte (éclatement de l'enrobage) dans une région comprise entre 300 et 500 mm de distance de la base. Dès lors, toute augmentation de N a pour conséquence un fort accroissement de la courbure dans cette zone plastifiée et une diminution dans toutes les autres.

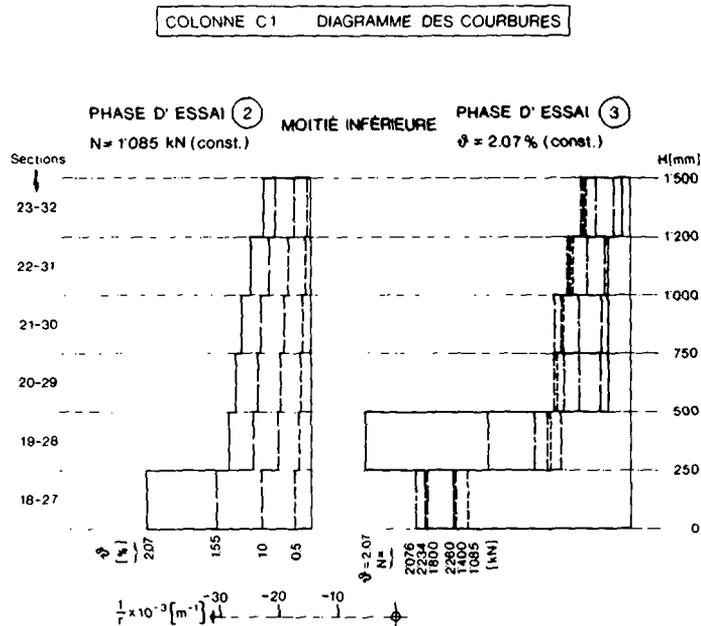


Fig. 4.7 Colonne C1: répartition de la courbure moyenne

Sur la colonne C2, la phase conduisant à la rupture se déroule différemment car l'augmentation de l'effort normal N est associée à celle de l'angle θ . L'évolution de la courbure est semblable à celle du spécimen C1, sauf en ce qui concerne la formation de la rotule plastique qui a lieu sous un effort normal inférieur et un angle égal à 2,3%.

En comparant la répartition de la courbure des colonnes C1, C2 et C3 au voisinage de la ruine, on remarque que la courbure "élastique", présente dans la colonne après la formation de la rotule plastique, est d'autant plus faible que l'effort normal est élevé.

La différence de comportement entre la zone plastifiée et celle qui ne l'est pas est évidente; la transition entre l'une et l'autre n'est cependant pas très bien délimitée surtout si l'éclatement du béton d'enrobage ne provoque qu'une faible diminution de la résistance à la flexion.

Ces observations expérimentales servent de base à l'élaboration du modèle élasto-plastique qui fait l'objet du § 4.3.

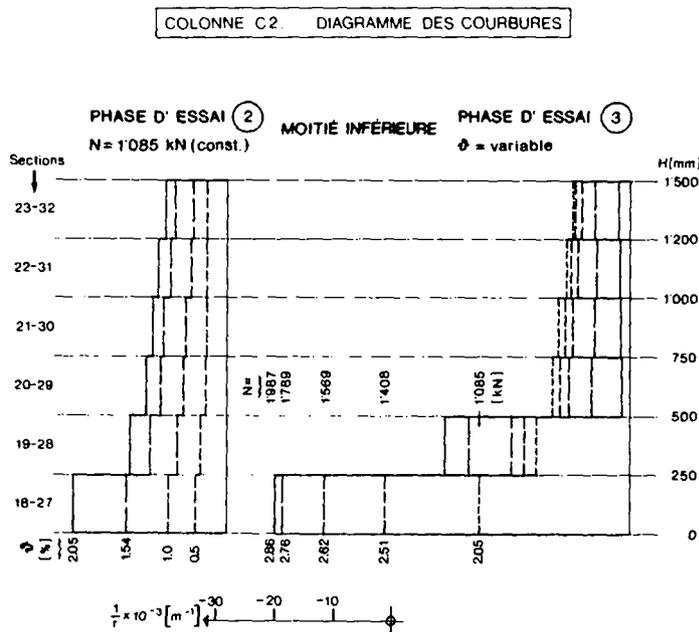


Fig. 4.8 Colonne C2: répartition de la courbure moyenne

4.3 Répartition idéalisée de la courbure, rotule plastique

On constate deux zones dans la répartition de la courbure lorsqu'une colonne est sollicitée au voisinage de la ruine par un effort normal et une déformation imposée.

La transition entre celles-ci n'est cependant pas toujours très marquée, comme cela peut être observé dans les essais (§ 4.2).

Pour permettre le calcul de l'angle θ ou du déplacement Δ imposés, il est cependant nécessaire d'admettre la division de l'élément en deux zones distinctes bien délimitées, comme illustré à la figure 4.9.

Le comportement de la matière est admis parfaitement élastique dans l'une de ces zones et plastique dans l'autre. Il s'agit de l'approximation élasto-plastique suggérée au § 4.1.

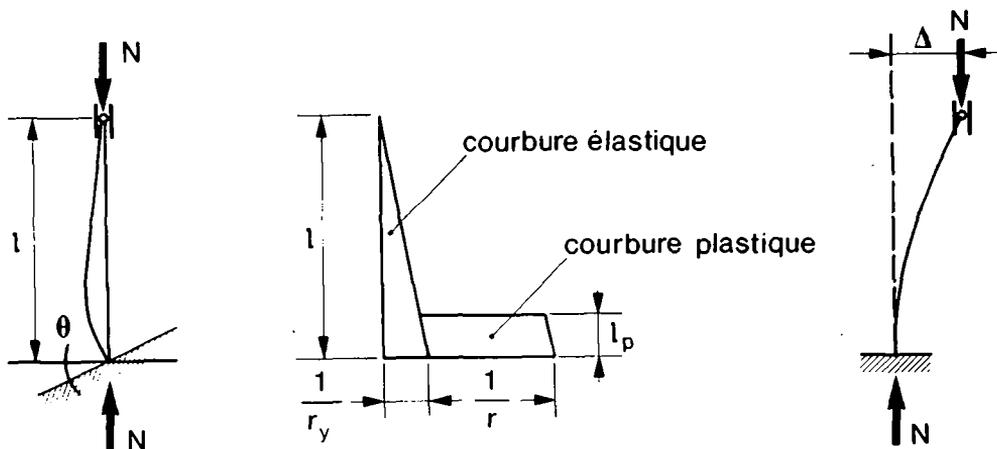


Fig. 4.9 Répartition idéalisée de la courbure pour le calcul de l'angle θ ou du déplacement Δ

La courbure élastique est répartie linéairement le long de la colonne et la courbure plastique est admise comme ayant une valeur constante dans une zone appelée rotule plastique.

La grandeur de cette rotule est donnée par la longueur plastique l_p .

Pour le cas représenté à la figure 4.9, l'intégration de la courbure idéalisée donne la valeur de l'angle θ imposé (4.2), respectivement celle du déplacement Δ (4.3).

$$\theta = \frac{\ell}{3} \cdot \frac{1}{r_y} + \left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_y} \right) \cdot \ell_p \cdot \left(1 - 0,5 \frac{\ell_p}{\ell} \right) \quad (4.2)$$

$$\Delta = \frac{\ell^2}{3} \cdot \frac{1}{r_y} + \left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_y} \right) \cdot \ell_p \cdot (\ell - 0,5\ell_p) \quad (4.3)$$

L'application de cette procédure nécessite évidemment de connaître la grandeur de ℓ_p , ainsi que celle de la courbure élastique $\frac{1}{r_y}$.

En ce qui concerne la longueur de la rotule plastique à introduire dans les équations (4.2) et (4.3), il faut bien être conscient que ℓ_p n'est en fait qu'une grandeur nécessitée pour des raisons de calcul, sans signification physique réelle.

En comparant systématiquement le déplacement Δ , mesuré durant les essais ([4.3], [4.4]) pour une certaine courbure $\frac{1}{r_p}$ dans la rotule plastique, avec celui calculé au moyen de l'équation (4.3), il est possible de déterminer la grandeur de ℓ_p .

Avant de procéder à ce calcul, les paramètres influençant ℓ_p ont été mis en évidence.

Le premier est la variation du moment de flexion le long de la colonne. En effet, l'étendue de la plastification est plus faible si le moment décroît rapidement, par exemple si la colonne est courte ou si elle est déformée en S (cas de déformation D, fig. 4.3b) que dans le cas d'un élément plus élancé ou soumis au cas de déformation B (fig. 4.3a).

Le second paramètre tient compte du glissement relatif qui est susceptible de se produire dans la rotule plastique entre le béton et l'armature.

On admet en général que l'encastrement d'une colonne dans une dalle est parfaitement rigide et, par conséquent, que la courbure passe d'une valeur maximale à la base de la colonne à une valeur nulle à la surface de la dalle.

En fait, le glissement relatif a pour effet une plastification des barres d'armature à l'intérieur de la dalle et par conséquent un "débordement" de

la rotule plastique en sa direction. Ce phénomène semble être dépendant de l'armature elle-même, en particulier du diamètre de ses barres.

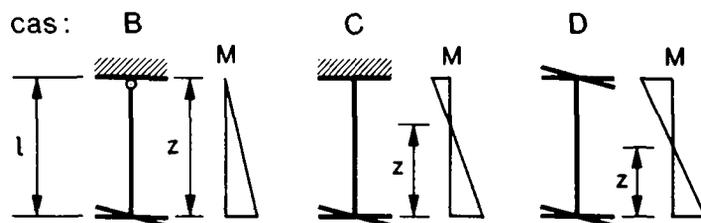


Fig. 4.10 Répartition du moment de flexion et définition de la distance z

Le troisième facteur est dû à la présence de l'effort tranchant. Lorsque l'armature est plastifiée, il apparaît des fissures obliques dans la rotule plastique.

Pour équilibrer l'effort des bielles de compression ainsi formées et l'effort tranchant, il se développe un effort de traction supplémentaire dans l'armature qui provoque une augmentation de la longueur plastique apparente l_p . L'influence de l'effort tranchant, lorsqu'elle se manifeste, doit donc être proportionnelle à la hauteur de la section h .

En se basant sur ces considérations, la formule permettant de calculer la longueur plastique l_p doit être de la forme:

$$l_p = k_1 \cdot z + k_2 \cdot \varnothing_{long} + k_3 \cdot h \quad (4.4)$$

La comparaison systématique effectuée dans [4.5] entre les déplacements mesurés et calculés permet de déterminer les valeurs des coefficients k_1 , k_2 et k_3 et l'équation (4.4) devient alors:

$$l_p = 0,08 \cdot z + 6 \varnothing_{long} \quad (4.5)$$

où: l_p : longueur plastique fictive

z : distance entre l'extrémité de la colonne et le point d'inflexion de la déformée (fig. 4.10)

\varnothing_{long} : diamètre des barres d'armature longitudinales

On remarque que l'influence de l'effort tranchant comptabilisée dans le terme $k_3 \cdot h$ de l'équation (4.4) est nulle. Cela ne veut pas dire qu'elle le soit réellement, car elle est en fait prise en compte de façon forfaitaire dans les deux autres coefficients k_1 et k_2 .

L'application de la formule (4.5) donne des résultats satisfaisants. Elle ne montre aucune dépendance, ni vis-à-vis du niveau d'effort normal, ni même vis-à-vis du taux d'armature longitudinale ou de sa limite d'élasticité.

Il ne faut pas perdre de vue que ℓ_p est utilisée pour estimer la grandeur de l'angle imposable à l'état ultime. Sa précision est donc suffisante.

La détermination de la courbure élastique maximale $\frac{1}{r_y}$, présente dans la colonne lorsque la rotule plastique s'est formée, se fait sur la base d'un diagramme moment-courbure comme celui représenté à la figure 4.2.

En idéalisant la relation réelle par une fonction bilinéaire élastique-plastique, on obtient la valeur de $\frac{1}{r_y}$ à introduire dans les équations (4.2) et (4.3). Au paragraphe 4.4, une étude paramétrique permet d'évaluer $\frac{1}{r_y}$.

4.4 Influence de l'effort normal et de l'élancement sur la formation de la rotule plastique

La formation d'une rotule plastique a lieu dans la zone où la résistance à la flexion atteint sa valeur maximale M_p .

Pour les cas de déformation B, C et D (voir figure 1.6), cette zone est en principe située aux extrémités où l'angle θ est imposé, pour autant que l'élancement soit modéré et que l'effort normal ne soit pas trop élevé.

Le moment de flexion M se compose du moment du premier ordre M_1 (fig. 4.11), réparti linéairement le long de l'élément, dont la valeur à l'extrémité vaut pour le cas de déformation B:

$$M_1 = \theta \cdot \frac{3EI_m}{\ell} \quad (4.6) \quad EI_m: \text{rigidité moyenne de la colonne}$$

ainsi que d'un moment du second ordre provenant de l'état déformé et dont l'intensité maximale est égale à :

$$M_2 = N \cdot w \quad (4.7)$$

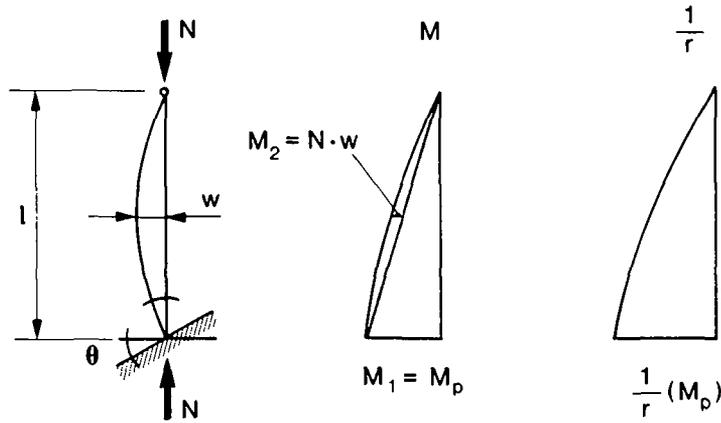


Fig. 4.11 Répartition du moment et de la courbure lorsque $M = M_p$
(cas de déformation B, élancement modéré)

Lorsque l'élancement, exprimé par le rapport $\frac{l}{h'}$ est élevé ou si l'effort normal est grand, le diagramme des moments peut prendre une forme différente (fig. 4.12). La résistance flexionnelle maximale M_p est alors atteinte dans une section située à une certaine distance de l'extrémité et la formation de la rotule a lieu dans cette zone.

Avec l'augmentation de l'élancement, le moment du premier ordre M_1 diminue et celui du second ordre M_2 croît.

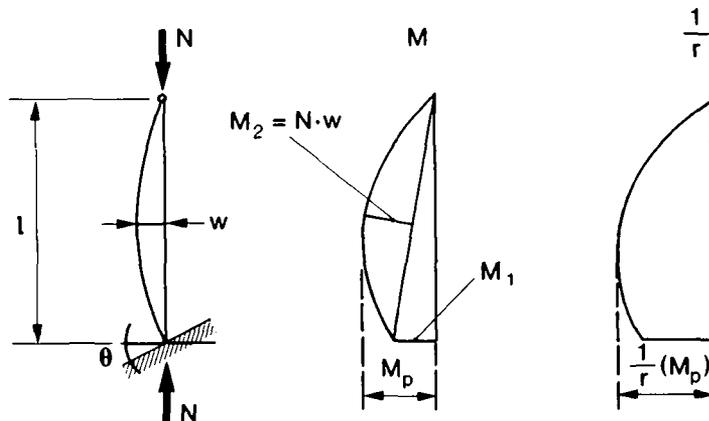


Fig. 4.12 Répartition du moment et de la courbure lorsque $M = M_p$
(cas de déformation B, élancement élevé)

Par des considérations géométriques, on constate que la distance entre la rotule plastique et l'extrémité encastrée ne peut toutefois pas être supérieure à $\frac{l}{2}$, même dans le cas le plus défavorable.

Estimation de l'élanement limite pour la formation de rotules aux extrémités

Il est nécessaire de localiser la zone dans laquelle une rotule plastique se forme afin d'y disposer une armature transversale adéquate.

Lorsque l'élanement est inférieur à une certaine limite, cette zone est située à proximité des extrémités encastrées pour les cas de déformations B, C et D; il importe donc d'estimer la valeur de cette limite.

A la figure 4.13, en admettant pour simplifier que la déformée décrit une courbe du second degré, on constate que le moment du second ordre $M_2 = N \cdot w$ doit être inférieur au quart de M_p pour que la plastification ait lieu à l'extrémité.

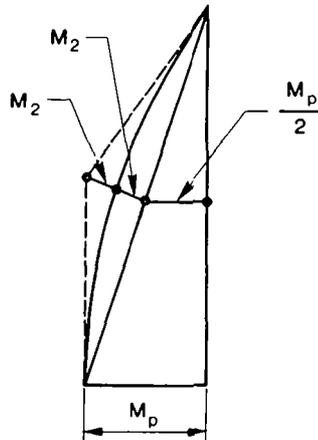


Fig. 4.13 Répartition limite du moment pour la formation de la rotule à l'extrémité (cas de déformation B)

La condition pour l'élanement limite s'énonce de la manière suivante:

$$M_2 = N \cdot w \leq \frac{M_p}{4} \quad (4.8)$$

On détermine la grandeur de la déformation horizontale w au moyen du principe des travaux virtuels. Afin de faciliter le calcul, on utilise la simplification, proposée dans [1.4], que constitue une répartition rectangulaire de la courbure (fig. 4.14); elle conduit à une surestimation de la déformation w et se situe ainsi du côté de la sécurité.

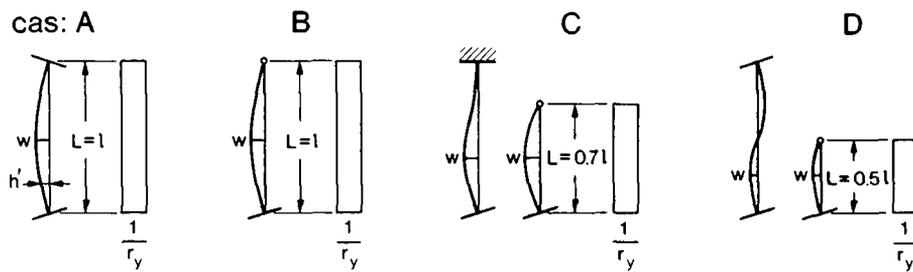


Fig. 4.14 Répartition de la courbure pour le calcul de la déformation horizontale w

La courbure présente dans la section la plus sollicitée, lorsque celle-ci atteint sa résistance maximale M_p , peut être admise égale à la courbure $\frac{1}{r_y}$ définie à la figure 4.2 (§ 4.3). Sa valeur dépend toutefois de nombreux paramètres tels que les dimensions et la forme de la section, la résistance du béton, les taux d'armature ρ et ρ_h ainsi que l'effort normal N . De plus, si les déformations sont imposées lentement, la grandeur de $\frac{1}{r_y}$ augmente légèrement à cause du fluage, comme mentionné dans la référence [1.4].

Il n'est pas possible de calculer cette courbure de cas en cas, mais on peut par contre en indiquer la plage des valeurs lorsque les paramètres usuels sont variés.

Parallèlement au calcul des diagrammes $\frac{N}{NR} - \frac{1}{r_{max}}$ pour sections-type du § 3.2.4, une étude paramétrique utilisant les mêmes sections est effectuée. Les différentes variables sont:

- les dimensions et la forme des sections ($h', d' = 300 \text{ mm à } 800 \text{ mm}$),
- la configuration et le taux d'armature transversale ρ_h ,
- le taux d'armature longitudinale ($\rho = 1 \text{ à } 5\%$),
- la résistance du béton ($f_c = 20 \text{ à } 40 \text{ N/mm}^2$),
- l'effort normal.

Une soixantaine de sections sont calculées, et la courbure $h' \cdot \frac{1}{r_y}$ déterminée pour chacune d'elles.

Les résultats sont représentés schématiquement à la figure 4.15, en fonction du niveau de l'effort normal $\frac{N}{N_R}$.

On observe qu'ils sont répartis sur une plage assez étendue, variant légèrement avec l'effort normal.

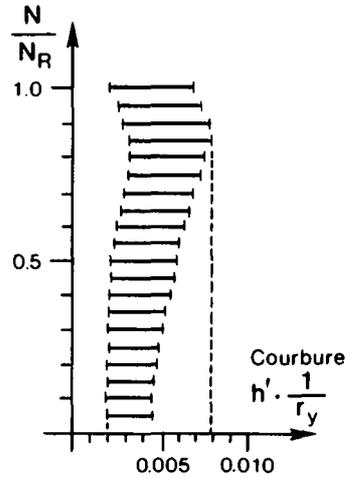


Fig. 4.15 Plage de valeurs de la courbure $h' \cdot \frac{1}{r_y}$

Pour l'estimation de la déformation horizontale w , on propose d'adopter une valeur constante, correspondant au maximum relevé:

$$h' \cdot \frac{1}{r_y} = 0,0080 \quad (4.9)$$

L'intégration de la courbure illustrée à la figure 4.14 permet donc de calculer la valeur du déplacement horizontal:

$$\frac{w}{h'} = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{L}{h'}\right)^2 \cdot h' \cdot \frac{1}{r_y} \quad (4.10)$$

L'élanement limite $\frac{\ell}{h'}$ pour la formation de la rotule à l'extrémité est déterminé au moyen de la condition (4.8), en remplaçant M_p par la résistance flexionnelle à l'état ultime M_u (fig. 4.2).

Avec $n = \frac{N}{b \cdot h' \cdot f_c}$ et $m_u = \frac{M_u}{b \cdot h'^2 \cdot f_c}$, la condition (4.8) peut s'écrire sous la forme non-dimensionnelle:

$$n \cdot \frac{w}{h'} \leq \frac{m_u}{4} \quad (4.11)$$

ou encore, en introduisant (4.9) et (4.10) dans (4.11):

$$\frac{L}{h'} \leq \sqrt{\frac{250 \cdot m_u}{(1+\omega) \cdot \frac{N}{NR}}} \quad (4.12) \text{ où: } \begin{aligned} L &= 1,0 \cdot \ell && \text{cas B} \\ &= 0,7 \cdot \ell && \text{cas C} \\ &= 0,5 \cdot \ell && \text{cas D} \end{aligned}$$

$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} \text{ : degré mécanique d'armature}$$

La condition (4.12) doit en principe être vérifiée dans chaque cas, en utilisant pour m_u les valeurs appropriées tirées des diagrammes établis au § 3.2.4 et représentés aux annexes A3.1 à A3.6.

Toutefois, dans les cas courants de la pratique, cette vérification n'est pas nécessaire si l'élanement est limité à:

$$\lambda_{cr} \leq 30 \quad (4.13) \text{ où: } \lambda_{cr} = \frac{\ell_{cr}}{i_c}$$

ℓ_{cr} : longueur critique de flambage

i_c : rayon de giration de la section de béton

Cette limite correspond à celle indiquée dans la norme SIA 162 [1.8] au-delà de laquelle le calcul des pièces comprimées doit être effectué selon la théorie du second ordre.

En considérant les valeurs suivantes pour la longueur de flambage:

$$l_{cr} = 0,7 \cdot l \text{ pour une colonne articulée à une extrémité et encastrée à l'autre (cas de déformation B)}$$

$$l_{cr} = 0,5 \cdot l \text{ pour une colonne bi-encastrée (cas de déformation C et D)}$$

Les rapports $\frac{l}{h}$ et $\frac{l}{d}$ maximaux résultant de la condition (4.13) sont:

$\lambda_{cr} \leq 30$	cas B	cas C + D
Section carrée ou rectangulaire $\frac{l}{h} \leq$	12,5	17
Section circulaire $\frac{l}{d} \leq$	10,5	15

Tableau 4.1 Elancements limite pour la formation de rotules à l'extrémité, sans vérification de la condition (4.12)

Dans le cas d'un élancement supérieur à ceux indiqués dans le tableau ci-dessus, il convient de vérifier la condition (4.12). Si cette dernière n'est pas remplie, la plastification risque de se produire ailleurs qu'aux extrémités. Ceci peut avoir pour conséquence une diminution de la déformabilité de la colonne et il est nécessaire de disposer une armature de frettage dans une zone plus étendue.

Pour ce qui est du cas de déformation A (fig. 1.6), si l'on admet qu'une rotule plastique peut se former, il n'est pas possible d'en localiser l'emplacement, car les angles θ imposés aux extrémités ne sont pas forcément de grandeur égale. Il faudrait donc dans ce cas disposer une armature de frettage importante sur toute la longueur de la colonne, ce qui se révèle sans doute peu économique.

Au § 8.3, on constate cependant que les rotations imposées selon le cas de déformation A sont en général faibles, car celui-ci ne peut survenir sur une colonne de bord ou d'angle.

Ces rotations sont habituellement absorbées par la colonne sans que la formation d'une rotule plastique ne soit réellement nécessaire.

4.5 Relations entre l'angle θ_{\max} et la courbure maximale

L'angle θ_{\max} , que peut subir une colonne à l'état ultime, est calculé pour les différents cas de déformation en admettant le principe de répartition de la courbure décrit au § 4.3.

Cette répartition est illustrée à la figure 4.16 pour tous les cas de déformation.

La formation d'une rotule plastique n'est pas souhaitable pour le cas A, à cause de la nécessité de frotter la colonne sur toute sa longueur. L'estimation de la capacité de déformation d'une telle colonne est abordée à la fin de ce paragraphe.

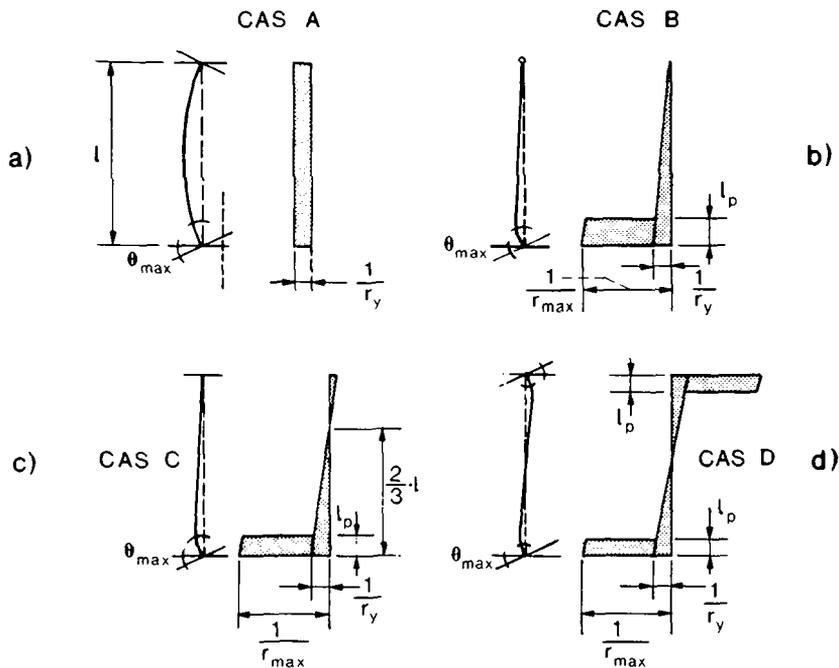


Fig. 4.16 Répartition de la courbure à l'état-limite ultime pour les différents cas de déformation (formation de rotule à l'extrémité, excepté cas A)

La valeur de l'angle θ_{\max} est obtenue au moyen de l'intégrale (4.1), ce qui donne pour les cas de déformation B à D:

$$\text{cas B: } \theta_{\max} \cdot \frac{h'}{\ell} = \frac{1}{3} \cdot h' \cdot \frac{1}{r_y} + (h' \cdot \frac{1}{r_{\max}} - h' \cdot \frac{1}{r_y}) \cdot (1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell_p}{\ell}) \cdot \frac{\ell_p}{\ell} \quad (4.14)$$

$$\text{cas C: } \theta_{\max} \cdot \frac{h'}{\ell} = \frac{1}{4} \cdot h' \cdot \frac{1}{r_y} + (h' \cdot \frac{1}{r_{\max}} - h' \cdot \frac{1}{r_y}) \cdot (1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{\ell_p}{\ell}) \cdot \frac{\ell_p}{\ell} \quad (4.15)$$

$$\text{cas D: } \theta_{\max} \cdot \frac{h'}{\ell} = \frac{1}{6} \cdot h' \cdot \frac{1}{r_y} + (h' \cdot \frac{1}{r_{\max}} - h' \cdot \frac{1}{r_y}) \cdot (1 - \frac{\ell_p}{\ell}) \cdot \frac{\ell_p}{\ell} \quad (4.16)$$

Les formules (4.14), (4.15) et (4.16) sont applicables quand la rotule plastique se forme à l'extrémité. C'est le cas si les limites indiquées dans le tableau 4.1, respectivement la condition (4.12), sont respectées.

Dans le cas contraire, il convient de calculer la valeur de θ_{\max} en admettant une répartition de la courbure à l'état ultime qui prenne en compte une plastification dans une autre zone que celle d'extrémité (figure 4.17).

Comme le montre la figure 4.13, cette plastification ne peut guère se produire à une distance de l'extrémité supérieure à $\frac{\ell}{2}$ pour les cas de déformation B et C et $\frac{\ell}{4}$ pour le cas D. Les répartitions de la courbure illustrées à la figure 4.17 correspondent donc aux cas les plus défavorables.

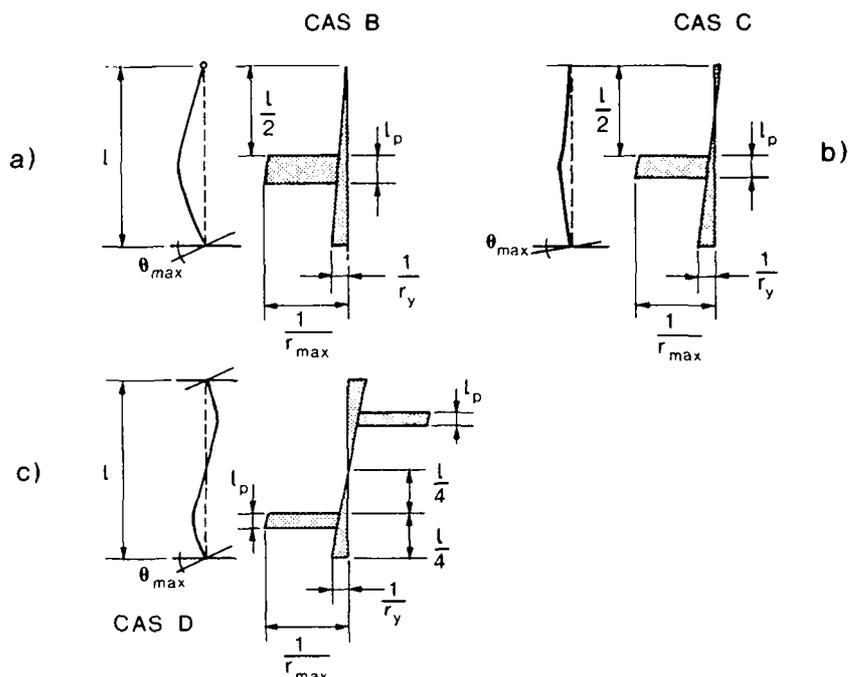


Fig. 4.17 Répartition modifiée de la courbure pour les cas B, C et D (condition (4.12) non respectée)

L'intégration de ces courbures aboutit aux relations suivantes entre l'angle θ_{\max} et la courbure maximale $\frac{1}{r_{\max}}$.

$$\text{cas B: } \theta_{\max} \cdot \frac{h'}{\ell} = \frac{1}{3} \cdot h' \cdot \frac{1}{r_y} + \frac{1}{2} \cdot \left(h' \cdot \frac{1}{r_{\max}} - \left(\frac{\ell_p}{\ell} + \frac{1}{2} \right) \cdot h' \cdot \frac{1}{r_y} \right) \cdot \left(1 + \frac{\ell_p}{\ell} \right) \cdot \frac{\ell_p}{\ell} \quad (4.17)$$

$$\text{cas C: } \theta_{\max} \cdot \frac{h'}{\ell} = \frac{1}{4} \cdot h' \cdot \frac{1}{r_y} + \frac{1}{2} \cdot \left(h' \cdot \frac{1}{r_{\max}} - \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{\ell_p}{\ell} + \frac{1}{4} \right) \cdot h' \cdot \frac{1}{r_y} \right) \cdot \left(1 + \frac{\ell_p}{\ell} \right) \cdot \frac{\ell_p}{\ell} \quad (4.18)$$

$$\text{cas D: } \theta_{\max} \cdot \frac{h'}{\ell} = \frac{1}{6} \cdot h' \cdot \frac{1}{r_y} + \left(h' \cdot \frac{1}{r_{\max}} - \left(2 \cdot \frac{\ell_p}{\ell} + \frac{1}{2} \right) \cdot h' \cdot \frac{1}{r_y} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\ell_p}{\ell} \right) \cdot \frac{\ell_p}{\ell} \quad (4.19)$$

Les équations (4.14) à (4.19) permettent de déterminer, pour chaque cas de déformation, l'angle de rotation θ_{\max} auquel peut être soumise une colonne avant que la ruine ne soit atteinte, en fonction des rapports $\frac{h'}{\ell}$ et $\frac{\ell_p}{\ell}$.

Les paramètres sont:

- h' : hauteur de la section frettée (colonnes circulaires: $h'=d'$)
- ℓ_p : longueur plastique (selon équation (4.5))
- ℓ : longueur de la colonne, hauteur d'étage

ainsi que la courbure élastique maximale $h' \cdot \frac{1}{r_y}$ dont le rôle n'est pas négligeable, surtout si le rapport $\frac{\ell_p}{\ell}$ est grand.

En admettant une valeur élevée pour $h' \cdot \frac{1}{r_y}$, on risque de sur-estimer θ_{\max} , et par conséquent la déformabilité de la colonne.

Sur la base de l'étude paramétrique décrite au § 4.4, on propose cependant d'adopter une valeur constante susceptible d'être atteinte sur la grande majorité des colonnes quels que soient leur élancement, leur section ou le cas de déformation:

$$h' \cdot \frac{1}{r_y} = 0,0020 \quad (4.20)$$

Il s'agit là d'une approximation assez grossière, correspondant au minimum relevé à la figure 4.15, mais qui est toutefois suffisante pour estimer l'angle θ_{\max} de manière raisonnable.

Les équations établies plus haut permettent la construction des diagrammes $\theta_{\max} \cdot \frac{h'}{l} = h' \cdot \frac{1}{r_{\max}}$.

A titre d'exemple, on représente à la figure 4.19 celui relatif au cas de déformation D, avec formation de rotules aux extrémités.

Les diagrammes concernant les autres cas de déformation sont représentés aux annexes A2.1 à A2.3.

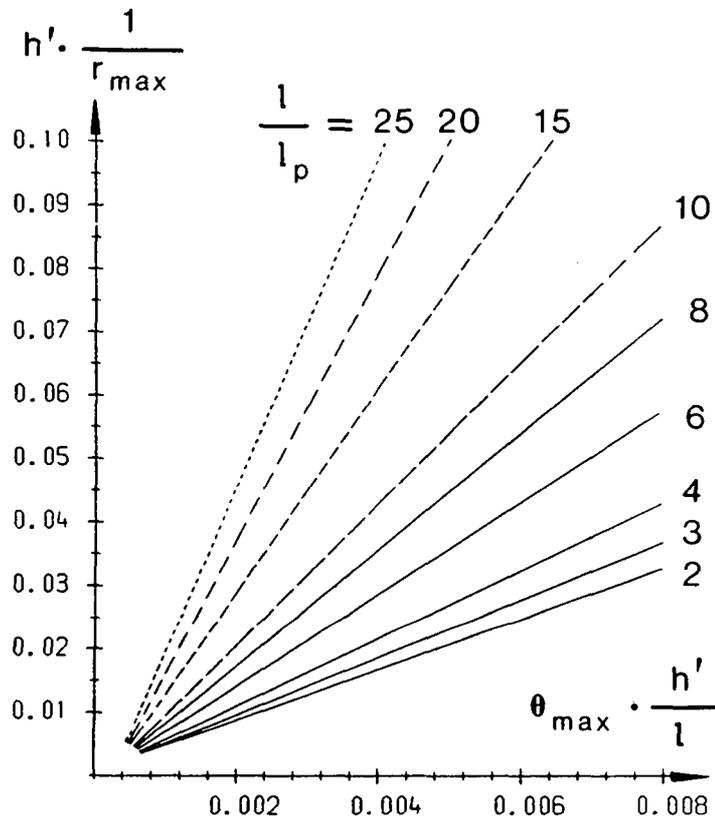


Fig. 4.19 Diagramme angle maximal - courbure maximale pour le cas de déformation D, avec formation de rotules aux extrémités ($h' \cdot \frac{1}{r_y} = 0,0020$)

Si on admet que le cas de déformation A ne doit pas conduire à la formation d'une rotule plastique, la capacité de déformation d'une colonne ainsi sollicitée est limitée par l'atteinte de sa résistance flexionnelle maximale.

L'angle θ_{\max} possible pour une telle colonne peut être estimé au moyen de l'équation (4.1), en admettant la répartition de courbure illustrée à la figure 4.16a.

On obtient donc:

$$\theta_{\max} \cdot \frac{h'}{\ell} = \frac{1}{2} \cdot h' \cdot \frac{1}{r_y}$$

et avec $h' \cdot \frac{1}{r_y} = 0,0020$ (équation (4.20)):

$$\theta_{\max} = 0,001 \cdot \frac{\ell}{h'} \quad (4.21)$$

Il s'agit là d'une approximation grossière, qui est néanmoins suffisante, car les angles imposés selon le cas de déformation A sont en général très faibles (voir § 8.3).

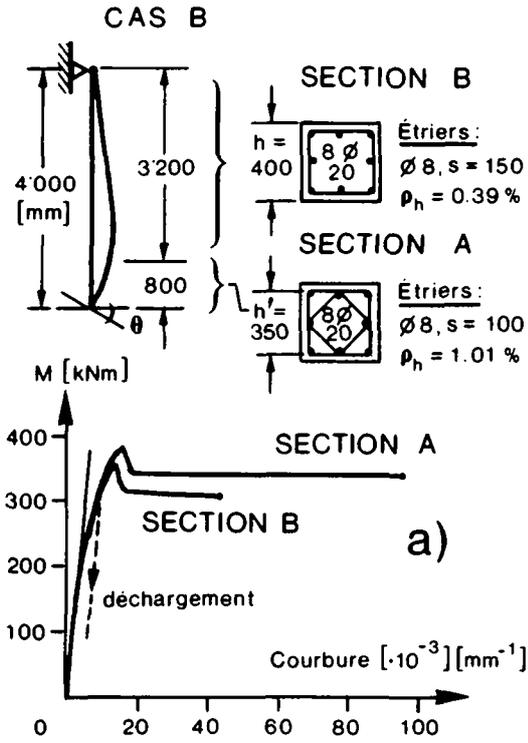
Si l'on dispose, pour une section donnée, de sa relation moment-courbure, sous effort normal N constant, calculée selon les principes du § 3.1, il est possible d'obtenir l'angle maximal à l'état ultime θ_{\max} de façon plus précise. Cela peut être effectué par un programme de calcul utilisant la valeur réelle de la courbure élastique $h' \cdot \frac{1}{r_y}$, au lieu de la grandeur constante $h' \cdot \frac{1}{r_y} = 0,0020$, et qui fonctionne selon le schéma décrit ci-après.

A l'extrémité où l'angle θ est imposé, la courbure $\frac{1}{r}$ est augmentée de 0 jusqu'à $\frac{1}{r_{\max}}$. Après chaque accroissement de celle-ci, le moment correspondant est obtenu à partir de la relation moment-courbure; sa répartition le long de la colonne est fonction du cas de déformation considéré et la valeur de la courbure est ainsi connue dans chaque section. Finalement, son intégration permet d'obtenir θ .

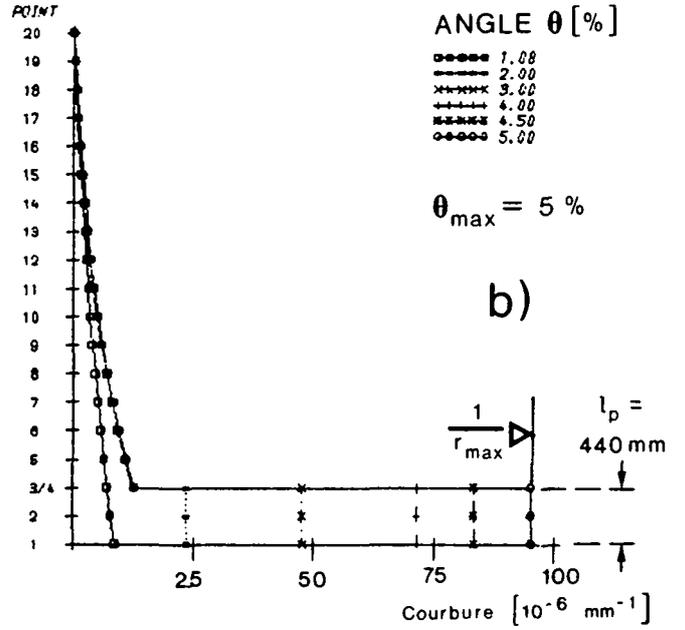
Lorsque la résistance flexionnelle M_p est atteinte dans la section la plus sollicitée, il s'y forme une rotule plastique dont la longueur ℓ_p est calculée par l'équation (4.5). Dès lors, le processus de calcul est poursuivi jusqu'à ce que $\frac{1}{r_{\max}}$ soit atteinte, en attribuant à la rotule un comportement plastique et au reste de la colonne un comportement élastique selon la loi de déchargement indiquée à la figure 4.20a.

Les résultats d'un tel calcul pour une colonne donnée sont illustrés aux figures 4.20b à 4.20d, notamment la variation de la répartition de la courbure, ainsi que celle du moment fléchissant total et de la déformée de l'élément.

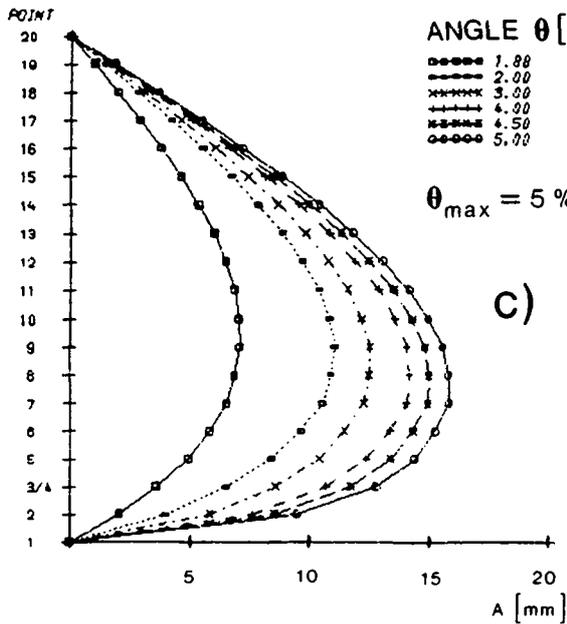
$$\frac{N}{N_R} = 0.5 \quad N = 2'356 \text{ kN}$$



REPARTITION DE LA COURBURE



DEFORMEE DE LA COLONNE



REPARTITION DU MOMENT TOTAL

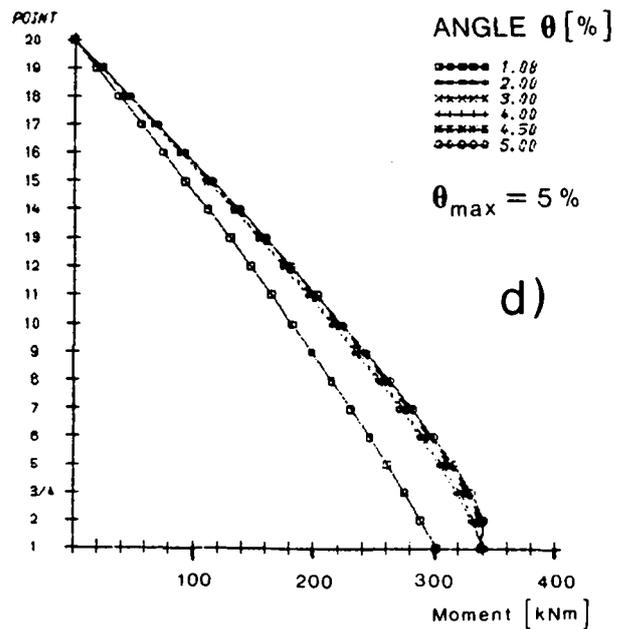


Fig. 4.20 Calcul de l'angle maximal θ_{\max} par intégration numérique de la courbure ($f_c = 30 \text{ N/mm}^2$, $\rho = 2,05\%$, $f_y = 460 \text{ N/mm}^2$)

A l'opposé de cette procédure très complexe, l'angle maximal θ_{\max} peut être estimé de manière encore plus simple qu'en utilisant les formules (4.14) à (4.19), en négligeant complètement la courbure élastique, comme représenté à la fig. 4.21.

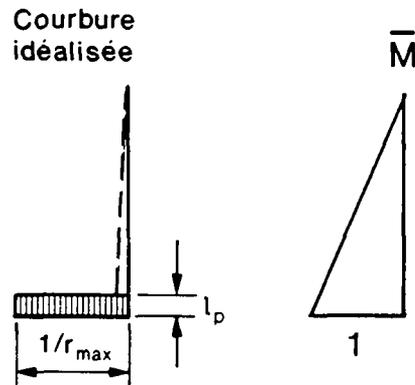


Fig. 4.21 Répartition de la courbure et moment virtuel pour le calcul simplifié de θ_{\max}

Dans ce cas, l'angle maximal θ_{\max} s'obtient par:

$$\theta_{\max} \cong \frac{1}{r_{\max}} \cdot l_p \quad (4.22)$$

où l_p se calcule selon l'équation (4.5).

Cette façon de procéder peut toutefois se révéler trop conservatrice, surtout dans le cas de colonnes relativement élancées et conduire ainsi à une armature transversale d'importance exagérée.

A titre de comparaison, les résultats provenant des trois approches différentes pour calculer θ_{\max} sont représentés ci-après à la figure 4.22.

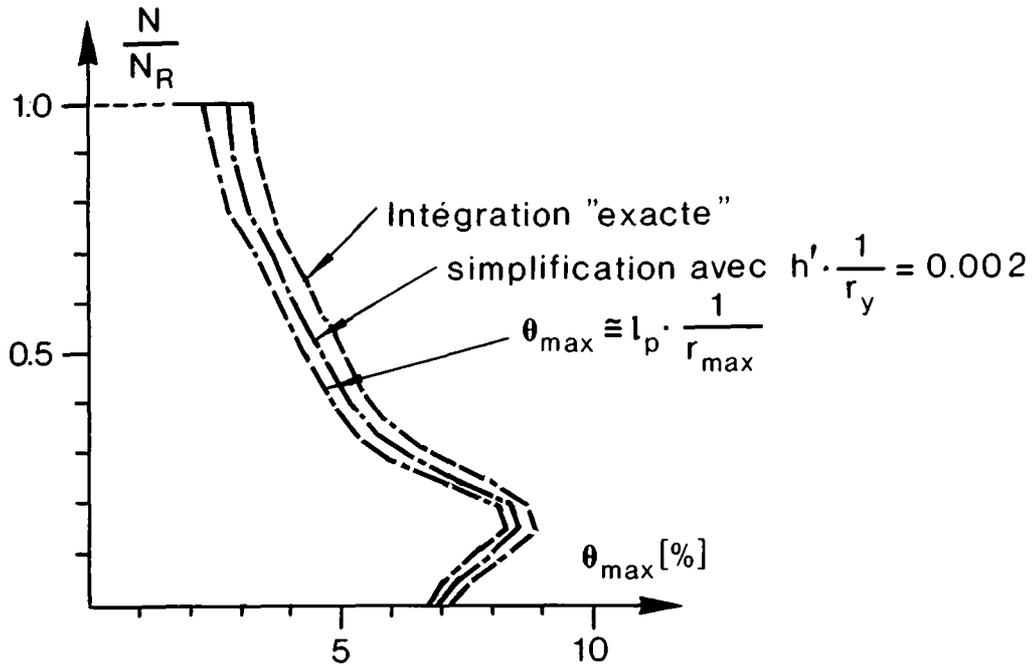


Fig. 4.22 Comparaison des méthodes de calcul de l'angle θ_{\max} (caractéristiques de la colonne, voir fig. 4.20)

L'application des formules (4.14) à (4.19) conduit généralement à des valeurs raisonnables et est facilitée par l'utilisation des diagrammes présentés aux annexes A2.1 à A2.3

L'angle de rotation θ_{\max} que peut subir une colonne à l'état ultime est estimé en évaluant la grandeur de la courbure maximale $\frac{1}{r_{\max}}$. Lorsque celle-ci est atteinte dans la section la plus sollicitée, la capacité de rotation de cette dernière est épuisée.

Il s'agit là du mode de rupture habituel si la formation de rotules plastiques a lieu aux extrémités et si θ_{\max} n'excède pas environ 2,5 à 3%; la déformabilité généralement requise à une colonne étant inférieure à ces valeurs (cf § 5.3), ceci concerne donc la grande majorité des cas pratiques.

Dans tous les autres cas, lorsque θ_{\max} doit être supérieur à ces valeurs et que l'élanement est relativement grand, il se peut que la capacité de rotation "intrinsèque" de la section, définie par $\frac{1}{r_{\max}}$, ne puisse pas être totalement exploitée.

Lorsque l'imposition d'une rotation θ provoque la formation d'une rotule plastique, la colonne se déforme comme indiqué à la figure 4.23a.

Le maximum du déplacement horizontal w de l'axe de la colonne est mesuré à la limite de la rotule plastique et peut être estimé par la formule suivante provenant de considérations géométriques.

$$w_{\max} = 0,6 \cdot \theta \cdot l_p \quad (4.23)$$

Il en résulte un moment du second ordre $M_2 = N \cdot w_{\max}$ dont l'intensité dépend de θ et l_p . Si ce moment dépasse la résistance flexionnelle disponible dans la rotule plastique, la ruine peut être atteinte sous une courbure $\frac{1}{r}$ inférieure à $\frac{1}{r_{\max}}$ et la déformabilité réelle est ainsi plus faible que celle escomptée (point (E), fig. 4.23b).

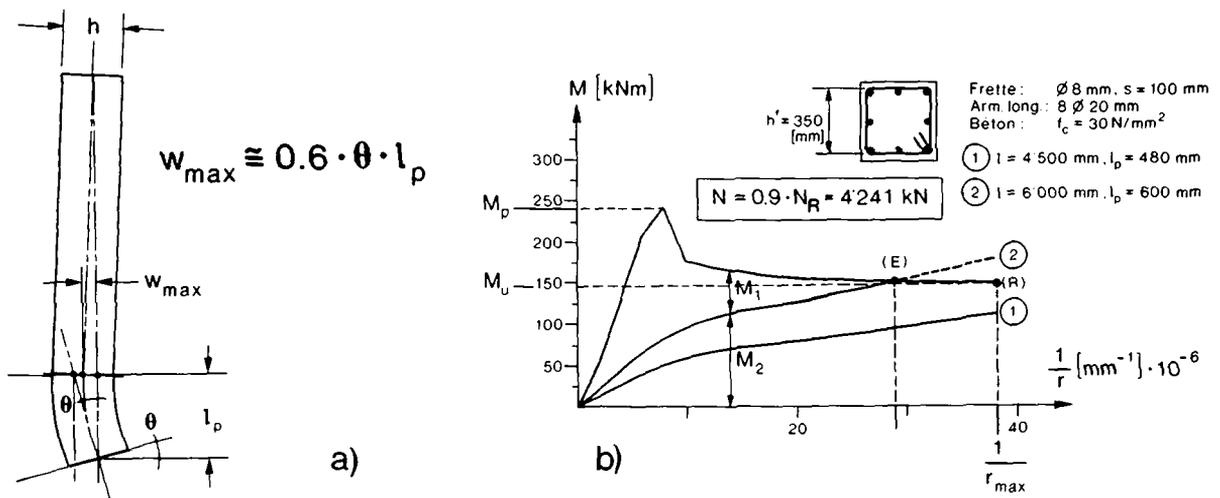


Fig. 4.23 a) Estimation de w par des considérations géométriques
b) Réduction de la capacité de rotation due au moment $M_2 = N \cdot w$

Pour se prémunir contre cette éventualité, la condition suivante devra être vérifiée si la déformabilité requise à l'état ultime excède $\theta_{\max} = 2,5\%$.

$$M_2 = N \cdot w_{\max} \leq M_u \quad (4.24)$$

où:

N : effort normal

w_{\max} : déformation horizontale maximale lorsque θ_{\max} est atteint
(équation (4.23))

M_u : résistance flexionnelle de la rotule plastique sous N et θ_{\max}
(abaques A3.1 à A3.6)

5. ETAT-LIMITE DE RESISTANCE

5.1 Concept de dimensionnement

Le rôle d'une colonne est de transmettre l'effort normal qui la sollicite avec une sécurité suffisante, tout en étant capable de faire face aux déformations qui lui sont éventuellement imposées.

Le concept de dimensionnement proposé ici établit une distinction entre les deux propriétés des sections que sont la résistance et la ductilité. Il fait appel à la résistance pour la reprise de l'effort normal et à la ductilité pour les déformations imposées.

Les conditions pour la vérification de la sécurité à la rupture sont donc les suivantes:

- Condition de résistance:

$$N_d \leq \frac{N_R}{\gamma_R}$$

(5.1) N_d : valeur de dimensionnement de la sollicitation

N_R : valeur de calcul de la résistance

γ_R : coefficient de sécurité partiel relatif à la section

- Condition de ductilité:

$$\theta_d \leq \frac{\theta_{\max}}{\gamma_R}$$

(5.2) θ_d : valeur de dimensionnement de l'angle de rotation imposé

θ_{\max} : angle maximal que la colonne peut subir à l'état ultime sous l'effort normal N_d

Dans le cas où une grande déformabilité de la colonne est requise à l'état ultime (§ 4.5), c'est-à-dire lorsque $\theta_{\max} \geq 2,5\%$, il est nécessaire de vérifier la condition supplémentaire (5.3) afin que la courbure $\frac{1}{r_{\max}}$, et par conséquent θ_{\max} , puisse être effectivement atteint dans la rotule plastique.

$$N_d \cdot w_{\max} \leq \frac{M_u}{\gamma_R} \quad (5.3) \quad w_{\max}: \text{déformation horizontale maximale de la colonne dans la rotule plastique (équation (4.23))}$$

M_u : résistance flexionnelle de la rotule plastique sous N_d et θ_{\max}

Pour le calcul de la résistance N_R , on propose de ne pas tenir compte du béton d'enrobage car il n'apporte pas de contribution fiable à la résistance, vu son éclatement partiel.

La valeur de calcul de la résistance N_R est donnée par:

$$N_R = (A'_c - A_{s,tot}) \cdot f_c + A_{s,tot} \cdot f_y \quad (5.4)$$

A'_c : aire de la section délimitée par l'axe des étriers

$A_{s,tot}$: aire totale de l'armature longitudinale

f_c : valeur de calcul de la résistance du béton

f_y : valeur de calcul de la limite d'écoulement de l'acier

La condition (5.1), et dans certains cas (5.3), permet le dimensionnement de la section (b', h' , taux d'armature ρ) tandis que l'inégalité (5.2) conduit à l'estimation de l'armature transversale nécessaire pour assurer la ductilité.

La procédure générale qui découle de (5.2) est basée sur l'utilisation des abaques effort normal - courbure - moment établis au § 3.2.4 et son application engendre un volume de calcul relativement important.

L'utilisation de cette méthode générale, qui ne se justifie que dans les cas où une ductilité importante est requise, est présentée au moyen d'exemples au § 5.2.

Pour traiter les cas courants de la pratique, le respect de règles constructives simples concernant l'armature transversale est en principe suffisant pour assurer la déformabilité nécessaire. Ces règles, ainsi que les considérations ayant servi à leur établissement, font l'objet du § 5.3.

Ce concept de dimensionnement, basé sur la prise en compte de la ductilité, n'est pas applicable à des éléments dont l'élanement est supérieur à $\lambda_{cr} = 50$, leur capacité de déformation ne pouvant guère être exploitée complètement à cause de phénomènes d'instabilité. Pour traiter de tels cas, il y a lieu d'appliquer des méthodes de calcul usuelles pour les pièces élancées [5.1], [5.2].

. Déformée initiale de la colonne

Dans la plupart des règlements et normes nationaux ou internationaux ([1.7], [1.8]), on impose, pour les éléments comprimés, la prise en compte d'une excentricité ou d'une déformée initiale, pour considérer l'imperfection de rectitude de la pièce ou de la cage d'armature.

Dans la norme SIA 162 [1.8], on admet une déformée initiale w_0 affine à la déformée de flambage dont la flèche maximale vaut:

$$w_{0,max} = \frac{\lambda_{cr}}{300}, \text{ dans les limites } \frac{h}{15} \leq w_{0,max} \leq 0,10 \text{ m} \quad (5.5)$$

Si l'élanement λ_{cr} est inférieur à 30, le dimensionnement de la section se fait en n'admettant que l'effort normal N_d et le moment M_d dû à la déformée initiale w_0 comme représenté à la figure 5.1 pour une colonne bi-encastée.

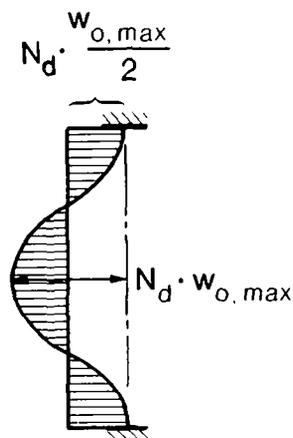


Fig. 5.1 Moment M_d dû à w_0 et N_d

Lorsque $\lambda_{cr} \geq 30$, l'augmentation du moment résultant de la déformation de la colonne, c'est-à-dire l'effet du second ordre, doit être prise en compte.

Dans le Code-Modèle du CEB [1.7], on indique qu'un procédé sensiblement équivalent à la prise en compte d'une déformée initiale w_0 consiste, dans le cas d'éléments de faible élancement ($\lambda_{cr} < 30$), à introduire un coefficient partiel de sécurité supplémentaire défini par:

$$\gamma_n = \frac{a_{min} + 60}{a_{min}} \leq 1,1 \quad (5.6) \quad \begin{array}{l} a_{min}: \text{dimension minimale} \\ \text{de la section en [mm]} \\ \\ \gamma_n : \text{coefficient partiel} \\ \text{de sécurité} \end{array}$$

Pour tenir compte de l'effet du second ordre dans le cas des éléments dont l'élancement λ_{cr} est compris entre 30 et 50, on propose de modifier la définition de γ_n de la manière suivante:

$$\gamma_n = \left(\frac{\lambda_{cr}}{200} + 0,85 \right) \cdot \frac{a_{min} + 60}{a_{min}} \leq 1,1 \quad (5.7) \quad \lambda_{cr} = \frac{l_{cr}}{i_c}$$

En tenant compte de ce coefficient γ_n , la formule de dimensionnement (5.1) devient:

$$N_d \leq \frac{N_R}{\gamma_n \cdot \gamma_R} \quad (5.8)$$

La valeur de dimensionnement N_d de la sollicitation se calcule à partir des valeurs moyennes ou caractéristiques, combinées avec des coefficients partiels de charge indiqués par les normes. Par exemple, selon le Code-Modèle du CEB, cela donne pour les colonnes de bâtiment:

$$N_d = \gamma_g \cdot N_g + \gamma_q \cdot N_q \quad (5.9)$$

avec: N_g : effort normal provenant du poids propre et des charges permanentes;

$\gamma_g = 1,35$: coefficient de sécurité partiel relatif à N_g ;

N_q : effort normal provenant des charges utiles (non-permanentes);

$\gamma_q = 1,5$: coefficient de sécurité partiel relatif à N_q .

Les efforts N_g et N_q sont obtenus par une descente des charges. Pour dimensionner les colonnes des bâtiments d'habitation et de bureaux, on tient également compte de la faible probabilité que les charges utiles soient égales à leur valeur maximale simultanément sur toute la surface des planchers. La manière dont N_q peut être réduit est indiquée dans les normes et règlements, tels que la référence [5.3]. Cette réduction n'est en principe pas admise dans certains bâtiments tels que salles de spectacles et surfaces de vente ou de stockage.

En combinant la formule (5.4) et la condition (5.8), on obtient:

$$\gamma_n \cdot \gamma_R \cdot N_d \leq (A'_C - A_{s,tot}) \cdot f_c + A_{s,tot} \cdot f_y \quad (5.10)$$

et en posant $\rho = \frac{A_{s,tot}}{A'_C}$, on tire la formule suivante pour le calcul de l'armature longitudinale:

$$\rho \geq \frac{\gamma_n \cdot \gamma_R \cdot N_d - A'_C \cdot f_c}{A'_C \cdot (f_y - f_c)} \quad (5.11)$$

- avec:
- A_C : aire de la section frettée (située à l'intérieur du périmètre délimité par l'axe des étriers);
 - $A_{s,tot}$: aire totale de la section d'armature longitudinale;
 - f_c : résistance du béton à la compression (valeur de calcul);
 - f_y : limite d'écoulement de l'armature longitudinale (valeur de calcul);
 - γ_R : facteur de sécurité partiel relatif à la section;
 - ρ : taux d'armature par rapport à la section frettée.

Bien que cette procédure soit basée sur la norme SIA 162, en ce qui concerne les principes, les coefficients et les notations, elle peut aisément être utilisée en appliquant un autre code.

5.2 Méthode générale de dimensionnement

La condition de ductilité (5.2) conduit au dimensionnement de l'armature transversale nécessaire à l'obtention de la déformabilité requise.

L'évaluation de cette dernière consiste en un choix d'une valeur de dimensionnement θ_d de l'angle imposé à l'état ultime.

Dans le cas d'un bâtiment, le choix de cette valeur dépend de la position de la colonne dans celui-ci ainsi que des caractéristiques des sections des colonnes et des porteurs horizontaux.

Toutes les colonnes ne sont pas susceptibles de former des rotules plastiques, car celles-ci peuvent également apparaître dans les porteurs horizontaux. L'ordre d'apparition des rotules dépend de la résistance flexionnelle des différents éléments.

Pour déterminer quelles sont les colonnes plastifiées, il est nécessaire d'analyser le comportement de la structure sous l'augmentation graduelle des charges et des déformations imposées jusqu'à l'obtention de mécanismes signifiant son écroulement. Une telle analyse nécessite cependant l'emploi d'un programme de calcul tenant compte du comportement non-linéaire des matériaux. De manière très générale, on peut toutefois penser que des rotules plastiques peuvent se former aux extrémités de colonnes de bord, si la résistance flexionnelle de ces dernières est inférieure à celle des planchers auxquels elles sont liées, tandis qu'une formation de rotules dans les colonnes intérieures est nettement plus improbable.

Cette méthode générale basée sur la condition (5.2) peut surtout être appliquée dans certains cas particuliers lorsqu'une très forte déformabilité des colonnes est nécessaire, par exemple pour absorber l'énergie lors d'un séisme.

L'angle maximal θ_{\max} que peut subir une colonne à l'état ultime sous l'effort normal N_d se calcule au moyen des formules (4.14) à (4.16), respectivement (4.17) à (4.19), ou encore très aisément avec les diagrammes des annexes A2.1 à A2.3, en y introduisant la courbure $\frac{1}{r_{\max}}$ pouvant être atteinte dans la rotule plastique.

Cette courbure est dépendante de l'effort normal N_d , de la configuration des étriers, de la classe de ductilité et du taux d'armature longitudinale; elle peut être obtenue à partir des diagrammes représentés aux annexes A3.1 à A3.6. Finalement, les caractéristiques de l'armature transversale (diamètre et espacement des étriers), correspondant à la classe de ductilité et à la configuration choisie, sont déterminées au moyen des annexes A4.1, A4.2 et A4.3.

5.2.1 Dispositions constructives générales

5.2.1.1 Armature longitudinale

En ce qui concerne l'armature longitudinale, l'application de ce nouveau concept de dimensionnement n'implique pas de dispositions constructives particulières, si ce n'est celles déjà prescrites par les normes.

Celles-ci fixent en général des limites pour la quantité d'armature longitudinale; la norme SIA 162 [1.8] limite le taux d'armature longitudinale ρ_{tot} par rapport à la section totale, aux valeurs:

$$0,6\% \leq \rho_{tot} \leq 8\% \quad (5.12)$$

La limite supérieure $\rho_{tot,max} = 8\%$ provient du fait qu'une trop grande densité d'armature peut entraver la mise en place correcte du béton lorsque celui-ci est vibré de manière conventionnelle, en particulier dans les zones de joints des barres (figures 5.2a et 5.2b).

Dans le cas de colonnes préfabriquées, lorsqu'un bon compactage du béton est assuré, soit par centrifugation, soit au moyen d'un coffrage vibrant, le taux ρ_{tot} peut dépasser la limite prescrite.

Le nombre de barres d'armature doit être adapté aux dimensions des sections, comme illustré à titre indicatif à la figure 3.34. Un diamètre des barres inférieur à 12 mm doit être proscrit en raison du danger de flambement de celles-ci dans les rotules plastiques.

5.2.1.2 Armature transversale

Les exigences en matière d'armature transversale sont très différentes selon qu'une rotule plastique peut se former dans la zone considérée ou pas.

a) Zones de formation de rotules plastiques

Il faut vouer une attention très particulière aux zones d'une colonne où des rotules plastiques sont susceptibles de se former pour absorber les déformations imposées. C'est le cas aux extrémités encastrées pour les cas de déformation B, C et D (voir figure 4.16), si l'élançement est modéré ($\lambda_{cr} < 30$).

Dans ces zones, la configuration des étriers est adaptée à la forme et aux dimensions de la section, en ajoutant, selon les cas, un ou plusieurs étriers secondaires, comme indiqué à la figure 3.34. Ceci se justifie par le fait que pour une configuration, un diamètre et un espacement d'étriers donnés, la ductilité est d'autant plus grande que la section est petite.

Certaines configurations comme la no ③, pouvant conduire à des difficultés pratiques lors du ferrailage, peuvent être avantageusement remplacées par les dispositions plus simples de la configuration ④.

Afin d'éviter le flambement des barres d'armature longitudinales fortement comprimées, l'espacement des étriers dans la zone de formation de la rotule doit être limité. Dans [1.3], il est montré que ce danger peut être écarté si l'espacement est inférieur à 6 fois leur diamètre.

En cas de forte armature longitudinale, il faut veiller à ce qu'au moins une barre longitudinale sur deux soit tenue latéralement par un étrier. Il est ainsi possible d'ajouter une barre longitudinale supplémentaire entre celles des sections ① à ④ représentées à la figure 3.34.

Dans les colonnes circulaires, l'armature transversale est constituée d'étriers isolés ou d'une spirale continue; le façonnage d'une telle spirale n'est cependant pas aisé si son diamètre excède environ $\varnothing 8$ mm. Pour assurer une ductilité suffisante aux sections circulaires de moyenne et de grande dimensions, il convient de limiter l'espacement des barres longitudinales à 120 mm (figure 3.34).

La longueur de la zone devant être frettée selon ces principes peut être calculée par la formule suivante, valable pour les colonnes encastrees à une seule ou deux extrémités, et dont l'élanement est modéré ($\lambda_{cr} \leq 30$).

$$\ell_0 = 0,12 \cdot \ell + 300 \text{ [mm]} \quad (5.13) \quad \ell : \text{longueur de la colonne}$$

Elle est obtenue en multipliant la longueur plastique ℓ_p , donnée par l'équation (4.5), par un coefficient de sécurité valant 1,5 et en admettant un diamètre maximal des barres longitudinales égal à $\varnothing_{long} = 34 \text{ mm}$.

Pour se situer davantage du côté de la sécurité, la formule (5.13) néglige l'effet du gradient de moment dans les cas de déformation C et D en utilisant le paramètre ℓ au lieu de z (voir figure 4.10).

Lorsque l'élanement est compris entre $\lambda_{cr} = 30$ et $\lambda_{cr} = 50$, le frettage doit être réalisé sur la longueur:

$$\ell_0 = \frac{z}{2} + 300 \text{ [mm]} \quad (5.14) \quad z : \text{distance entre l'extrémité de la colonne et le point d'inflexion de la déformée (fig. 4.10)}$$

A la figure 5.2, on représente les dispositions constructives typiques d'une colonne en béton armé.

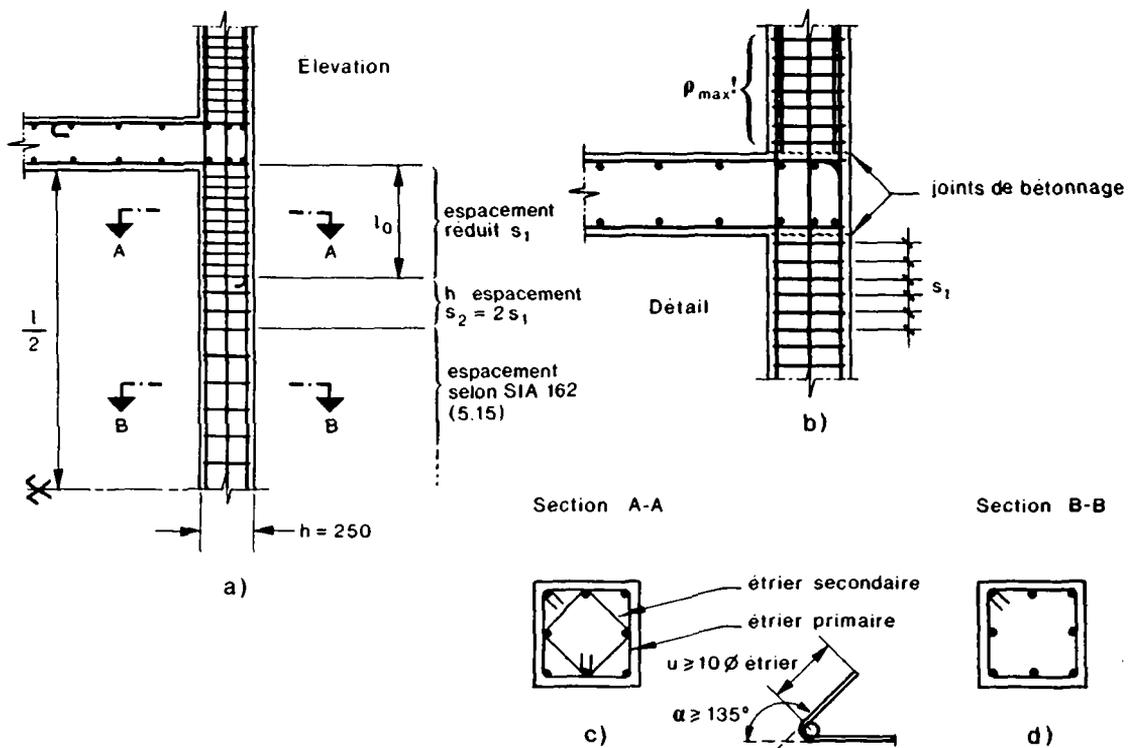


Figure 5.2 Dispositions constructives

Pour pouvoir remplir pleinement leur rôle, tous les étriers d'une colonne doivent être correctement ancrés comme indiqué à la figure 5.2c et 5.2d. Cette disposition est primordiale pour que les fonctions de l'étrier, frotter le béton et empêcher le flambement des barres longitudinales, soient assurées même lorsque l'enrobage éclate sous l'effet de fortes courbures.

b) Zones non-plastifiées

Comme cela est mis en évidence au chapitre 4, une très forte proportion des déformations imposées est absorbée à l'état ultime par la formation de rotule(s) plastique(s). En dehors de celle(s)-ci, la courbure reste faible et les sections sont essentiellement sollicitées par l'effort normal.

Il n'est dans ce cas pas nécessaire de frotter cette partie de la colonne avec une armature transversale très importante et les dispositions habituelles contenues à ce sujet dans les normes sont généralement suffisantes.

En dehors des zones d'extrémités, on propose d'appliquer les règles de la norme SIA 162 [1.8] qui préconise, pour l'espacement des étriers, la plus petite des valeurs suivantes:

$$\left. \begin{array}{l} s = 15 \varnothing_{\text{long,min}} \\ s = a_{\text{min}} \\ s = 300 \text{ mm} \end{array} \right\} \quad (5.15)$$

$\varnothing_{\text{long,min}}$: diamètre de la barre longitudinale la plus faible
 a_{min} : dimension minimale de la section

et pour leur diamètre minimal:

$$\varnothing_{\text{min}} = \frac{\varnothing_{\text{long,max}}}{3} \quad (5.16)$$

$\varnothing_{\text{long,max}}$: diamètre de la barre longitudinale la plus grosse

Un étrier périphérique est en principe suffisant pour les colonnes carrées, mais il y a toutefois lieu d'assurer, au moyen de crochets, une barre d'armature sur deux (figure 5.3), excepté celles situées dans les angles, afin d'en éviter le flambement.

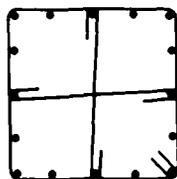


Fig. 5.3 Disposition de l'armature transversale hors des zones de formation de rotules plastiques

Si le rapport des espacements d'étriers, entre la zone frettée aux extrémités et celle qui ne l'est pas, est supérieur à 2, il faut varier progressivement cet espacement sur une longueur égale à h , comme indiqué à la figure 5.2a, afin d'éviter une rupture à la limite entre les deux zones.

5.2.2 Exemple de dimensionnement, méthode générale

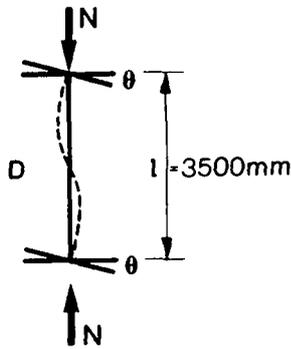
On présente ci-après deux exemples concrets de dimensionnement de l'armature longitudinale et transversale au moyen de la méthode générale. Le premier illustre la procédure à suivre lorsque l'élançement est modéré ($\lambda_{cr} < 30$) et que les effets du second ordre ne sont pas à prendre en compte, ce qui correspond à la majorité des cas rencontrés dans le bâtiment.

Le second exemple traite le problème d'une colonne plus élancée ($30 \leq \lambda_{cr} \leq 50$), où les rotules plastiques risquent de ne pas se former aux extrémités.

Lorsque l'élançement λ_{cr} est supérieur à 50, la méthode n'est pas applicable. Les rotations, les coefficients de sécurité et les résistances des matériaux sont, sauf indication contraire, ceux de la norme SIA 162 [1.8].

5.2.2.1 Colonne à élançement modéré ($\lambda_{cr} < 30$)

Soit la colonne représentée à la figure 5.4 soumise à un effort normal N et à des rotations imposées selon le cas de déformation fondamental D .



Section colonne: $h \times b = 350 \times 350 \text{ mm}^2$

Béton : B40/30

Acier : S500

Effort normal:

Charges permanente: $N_g = 1000 \text{ kN}$

Charge utile : $N_q = 400 \text{ kN}$

Valeur de dimensionnement
de l'angle de rotation: $\theta_d = 2\%$

Fig. 5.4 Sollicitations et caractéristiques de la colonne

- Contrôle de l'élanement (tableau 4.1): $\frac{l}{h} = 10 \leq 17$, ce qui correspond à $\lambda_{cr} = 24 \rightarrow$ les rotules plastiques se forment aux extrémités.

a) Armature longitudinale

formule (5.11) $\rho \geq \frac{\gamma_n \cdot \gamma_R \cdot N_d - A'_c \cdot f_c}{A'_c \cdot (f_y - f_c)}, \quad \rho = \frac{A_s}{A'_c}$

- Dimensions section frettée:

$$h' = b' = h - \underbrace{2 \cdot 20}_{\text{enrobage}} - \varnothing_{\text{étrier}} = 300 \text{ mm} \quad A'_c = 300^2 = 90000 \text{ mm}^2$$

- Selon SIA 162:

Béton B40/30	:	$f_{cw, \min} = 30 \text{ N/mm}^2$
Valeur de calcul	:	$f_c = 0,65 \cdot f_{cw, \min} = 19,5 \text{ N/mm}^2$
Acier S500	:	$f_y = 460 \text{ N/mm}^2$

Coefficients de sécurité: $\gamma_R = 1,2$

$$(5.6) : \gamma_n = \frac{a_{\min} + 60}{a_{\min}} = \frac{350 + 60}{350} = 1,17$$

$$(5.9) : N_d = \gamma_g \cdot N_g + \gamma_q \cdot N_q$$

$$\gamma_g = 1,35, \quad \gamma_q = 1,5$$

$$N_d = 1,35 \cdot 1000 + 1,5 \cdot 400 = 1950 \text{ kN}$$

• Taux d'armature nécessaire:

$$(5.11): \quad \rho \geq \frac{1,17 \cdot 1,2 \cdot 1950 \cdot 10^3 - 90 \cdot 10^3 \cdot 19,5}{90 \cdot 10^3 \cdot (460 - 19,5)} = 2,5\%$$

$$A_{s,tot} \geq \rho \cdot A'_c = 2250 \text{ mm}^2 \rightarrow \text{choix: } 8 \text{ } \emptyset \text{ } 20 \text{ mm } (A_{s,tot} = 2510 \text{ mm}^2 \\ \rho \cong 2,8\%)$$

• Calcul du rapport $\frac{N_d}{N_R}$

$$(5.4): N_R = (A'_c - A_{s,tot}) \cdot f_c + A_{s,tot} \cdot f_y = (90 \cdot 10^3 - 2510) \cdot 19,5 + 2510 \cdot 460 = \underline{2860 \text{ kN}} \\ \rightarrow \frac{N_d}{N_R} = 0,68$$

b) Armature transversale

La longueur théorique de la rotule plastique est obtenue par l'équation (4.5).

$$(4.5): \ell_p = 0,08 \cdot z + 6 \cdot \emptyset_{\text{long}} = 0,08 \cdot \frac{3500}{2} + 6 \cdot 20 = 260 \text{ mm} \rightarrow \frac{\ell}{\ell_p} = 13,5$$

Les extrémités de la colonne doivent être frettées sur la longueur calculée au moyen de l'équation (5.13):

$$(5.13): \ell_0 = 0,12 \cdot \ell + 300 \text{ [mm]} = 0,12 \cdot 3500 + 300 = 720 \text{ mm}$$

La configuration la plus adaptée aux dimensions de la section est indiquée par la figure 3.34, à savoir configuration (2) (1 étrier périphérique et 1 intérieur).

L'angle θ_{\max} , que la colonne doit être en mesure de supporter à l'état ultime, vaut:

$$(5.2): \theta_{\max} \geq \theta_d \cdot \gamma_R = 2 \cdot 1,2\% = 2,4\%$$

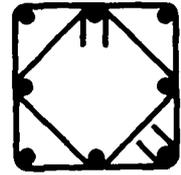
La courbure maximale $h' \cdot \frac{1}{r_{\max}}$, qui doit être atteinte dans les rotules plastiques, s'obtient au moyen du diagramme a) de l'annexe A2.3, avec:

$$\theta_{\max} \cdot \frac{h'}{\ell} = 0,0020 \quad \text{et} \quad \frac{\ell}{\ell_p} = 13,5$$

$$\text{on a: } h' \cdot \frac{1}{r_{\max}} = 0,0263$$

L'étape suivante consiste à déterminer la classe de ductilité nécessaire, avec $\frac{N_d}{N_R} = 0,68$, pour la configuration ② et le degré mécanique d'armature $\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0,028 \cdot \frac{460}{19,5} = 0,66$, en interpolant entre les abaques B) et C) de l'annexe A3.2.

Pour $h' \cdot \frac{1}{r_{\max}} = 0,0263$ et $\frac{N_d}{N_R} = 0,68$, on obtient:



classe de ductilité: II à III

En utilisant le diagramme B) de l'annexe A4.1, il est alors possible, en choisissant l'espacement $s = 75$ mm, de trouver le diamètre nécessaire des étriers:

$$\frac{s}{h'} = \frac{75}{300} = 0,25$$

$$\text{interpolation entre II et III: } \frac{\emptyset}{s} = 0,105$$

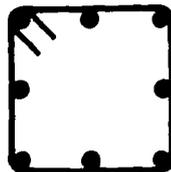
$$\rightarrow \emptyset 8 \text{ mm, } s = 75 \text{ mm}$$

En dehors des zones frettées, l'espacement maximal des étriers est obtenu par la formule (5.15):

$$s = 15 \cdot \emptyset_{\text{long,min}} = 15 \cdot 20 = 300 \text{ mm}$$

Afin d'éviter une trop grande différence avec la zone frettée, on choisit $s = 150$ mm et leur diamètre par (5.16): $\emptyset_{\text{min}} = \frac{\emptyset_{\text{long,max}}}{3} = 6,7 \rightarrow \text{choix: } \emptyset 8 \text{ mm}$

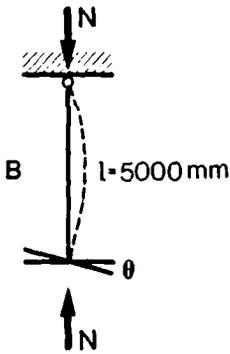
La présence d'un seul étrier périphérique est dans ce cas suffisante.



5.2.2.2 Colonne à élancement moyen ($30 \leq \lambda_{cr} \leq 50$)

Soit une colonne de section identique à celle traitée au § 5.2.2.1 sollicitée par le même effort normal mais dont la longueur est $l = 5000$ mm. Cette colonne est articulée à une de ses extrémités et subit un angle de rotation θ à l'autre selon le cas de déformation B (fig. 5.5). La valeur de dimensionnement θ_d est estimée à $\theta_d = 2\%$.

L'élancement $\frac{l}{h}$, atteint 16,7, ce qui correspond à $\lambda_{cr} = 35$ si l'on admet $\lambda_{cr} = 0,7 \cdot l$.



Section colonne: $h \times b = 350 \times 350 \text{ mm}^2$

$h' \times b' \cong 300 \times 300 \text{ mm}^2$

Acier : S500

Béton : B40/30

Effort normal :

Charge permanente: $N_g = 1000 \text{ kN}$

Charge utile : $N_q = 400 \text{ kN}$

$N_d = 1950 \text{ kN}$

Fig. 5.5 Sollicitations et caractéristiques de la colonne

Conformément aux limites du tableau 4.1, il faut admettre que la rotule plastique risque de ne pas se former à l'extrémité encastree, mais à une certaine distance de celle-ci.

Le dimensionnement s'effectue tout de même en supposant une plastification à l'extrémité et il faudra ensuite encore vérifier que c'est bien le cas, au moyen de la condition (4.12).

a) Armature longitudinale

Compte tenu de l'élancement supérieur à $\lambda_{cr} = 30$, le coefficient γ_n doit être calculé au moyen de l'équation (5.7):

$$(5.7) \quad \gamma_n = \left(\frac{\lambda_{cr}}{200} + 0,85 \right) \cdot \frac{a_{min} + 60}{a_{min}} = \left(\frac{35}{200} + 0,85 \right) \cdot \frac{350 + 60}{350} = 1,2.$$

Le taux d'armature longitudinale, par rapport à la section frettée, s'obtient par la formule (5.11):

$$(5.11): \rho \geq \frac{\gamma_n \cdot \gamma_R \cdot N_d - A'_C \cdot f_c}{A'_C \cdot (f_y \cdot f_c)}, \quad \rho = \frac{A_s}{A'_C}$$

Avec $N_d = 1950 \text{ kN}$, $f_c = 19,5 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 460 \text{ N/mm}^2$, $A'_C = 90 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$, $\gamma_R = 1,2$

$$\rho \geq \frac{1,2 \cdot 1,2 \cdot 1950 \cdot 10^3 - 90 \cdot 10^3 \cdot 19,5}{90 \cdot 10^3 \cdot (460 - 19,5)} = 2,66\%$$

$A_{s,tot} \geq \rho \cdot A'_C = 2390 \text{ mm}^2 \rightarrow$ choix: 8 \emptyset 20 mm ($A_{s,tot} = 2510 \text{ mm}^2$, $\rho \approx 2,8\%$)

. Calcul du rapport $\frac{N_d}{N_R}$

$$(5.4): N_R = (A'_C - A_{s,tot}) \cdot f_c + A_{s,tot} \cdot f_y = \underline{2860 \text{ kN}}$$

$$\rightarrow \frac{N_d}{N_R} = 0,68$$

b) Armature transversale

La longueur théorique de la rotule plastique est obtenue par l'équation (4.5).

$$(4.5): \ell_p = 0,08 \cdot z + 6 \cdot \emptyset_{long} = 0,08 \cdot \underline{0,7 \cdot \ell} + 6 \cdot \emptyset_{long} = \underline{400 \text{ mm}} \rightarrow \frac{\ell}{\ell_p} = \frac{5000}{400} = 12,5$$

(fig.4.10)

L'angle de rotation θ_{max} que la colonne doit supporter à l'état-limite ultime atteint:

$$(5.2): \theta_{max} \geq \theta_d \cdot \gamma_R = 2 \cdot 1,2 = \underline{2,4\%}$$

et la courbure maximale nécessaire $h' \cdot \frac{1}{r_{\max}}$ s'obtient au moyen du diagramme A) de l'annexe A2.1, avec:

$$\theta_{\max} \cdot \frac{h'}{\ell} \cong 0,00144 \quad \text{et} \quad \frac{\ell}{\ell_p} = 12,5$$

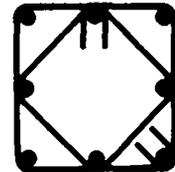
on trouve:

$$h' \cdot \frac{1}{r_{\max}} = 0,0121$$

En interpolant entre les abaques B) et C) de l'annexe A3.2 (configuration ②), $\omega = 0,66$, on trouve la classe de ductilité requise. Pour $h' \cdot \frac{1}{r_{\max}} = 0,0121$ et $\frac{N_d}{N_R} = 0,68$, on se contente de la classe de ductilité I.

Le diagramme B) de l'annexe A4.1 permet alors, en choisissant l'espacement $s = 100 \text{ mm}$, de trouver le diamètre nécessaire des étriers:

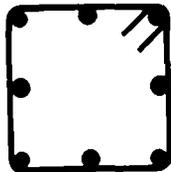
$$\frac{s}{h'} = \frac{100}{300} \cong 0,33 \quad \rightarrow \quad \text{pour la classe I: } \frac{\emptyset}{s} \cong 0,06$$
$$\rightarrow \quad \emptyset 6 \text{ mm, } \quad s = \underline{100 \text{ mm}}$$



Ces étriers doivent être disposés à l'extrémité encastrée sur une longueur donnée par la formule (5.13):

$$(5.13): \ell_0 = 0,12 \cdot \ell + 300 \text{ [mm]} = 0,12 \cdot 5000 + 300 = \underline{900 \text{ mm}}$$

En dehors de cette zone, l'armature transversale peut être formée par des étriers périphériques $\emptyset 6 \text{ mm}$, espacés de 200 mm, comme indiqué dans la figure ci-après.



. Vérification finale

Il faut encore contrôler que l'hypothèse initiale de la formation de la rotule plastique à l'extrémité est effectivement vérifiée, à cause de l'élanement λ_{cr} supérieur à 30. Pour ce faire, la condition (4.12) doit être remplie:

$$(4.12): \quad \frac{\ell}{h'} \leq \sqrt{\frac{250 \cdot m_u}{0,7 \cdot (1+\omega) \cdot \frac{N}{N_R}}}$$

En interpolant entre les abaques B) et C) de l'annexe A3.2, pour $\omega = 0,66$, on trouve avec $\frac{N}{N_R} = \frac{N_d}{N_R} = 0,68$ et la classe I; $m_u \approx 0,30$, d'où:

$$\frac{\ell}{h'} \leq \sqrt{\frac{250 \cdot 0,30}{0,7 \cdot 0,66 \cdot 0,68}} = 16,9 \quad \text{et l'hypothèse est ainsi vérifiée.}$$

5.3 Méthode simplifiée pour les cas courants du bâtiment ($\theta_{\max} = 1\%$)

Le dimensionnement de l'armature longitudinale s'effectue de la même manière qu'avec la procédure générale (§ 5.2) au moyen de la formule (5.11). L'application de la méthode générale pour le calcul de l'armature transversale ne se justifie cependant pas dans les cas courants, d'une part à cause du volume de calcul assez élevé et, d'autre part, en raison de la nécessité de faire appel à une analyse plastique globale de la structure, afin de localiser les endroits où se forment des rotules plastiques.

Pour traiter les cas courants, on propose une démarche simplificatrice qui consiste à attribuer une capacité de rotation identique aux colonnes et aux porteurs horizontaux. Pour ces derniers, on assure une certaine ductilité en limitant habituellement la hauteur de la zone comprimée à $0,5 \cdot d$ (d : hauteur statique du porteur horizontal), la déformation spécifique maximale ϵ_{cu} du béton étant dans ce cas limitée à $3,5 \text{ ‰}$. La capacité de rotation de ces porteurs horizontaux est ainsi de l'ordre de 1% si l'on admet une longueur de plastification ℓ_p , égale à $(1,0 \div 1,5) \cdot d$.

L'idée consiste donc à attribuer à toutes les colonnes une capacité de rotation équivalente égale à $\theta_{\max} = 1\%$ selon le cas de déformation le plus sévère, c'est-à-dire le cas D (déformation en S). Les colonnes étant des éléments essentiellement comprimées, la ductilité nécessaire ne peut être obtenue que par l'augmentation de ϵ_{cu} au moyen d'une armature transversale adéquate.

Le but est l'établissement de règles constructives simples concernant la configuration d'étriers à adopter, ainsi que leur espacement et leur diamètre. Ceci peut être obtenu en appliquant systématiquement, au moyen d'un programme informatique, les opérations nécessitées par la méthode générale, telles qu'elles sont présentées dans les exemples du § 5.2, en cherchant à atteindre un angle de rotation $\theta_{\max} = 1\%$ pour toutes les colonnes, quels que soient leur élancement et leur section. Le calcul s'effectue en admettant le cas de déformation D, le plus sévère en ce qui concerne les exigences pour les étriers car la longueur plastique ℓ_p y est la plus petite (formule (4.5)). Les règles obtenues peuvent donc s'appliquer aux autres cas en étant du côté de la sécurité.

Les exigences concernant les étriers dépendent de la zone de la colonne considérée; des dispositions plus sévères, essentiellement en ce qui concerne leur espacement et leur configuration doivent être respectées aux extrémités des éléments sur la longueur l_0 définie par l'équation (5.13), comme illustré à la figure 5.2.

$$l_0 = 0,12 \cdot l + 300 \text{ [mm]}$$

La configuration des étriers doit être adaptée aux dimensions de la section et par conséquent au nombre de barres longitudinales, selon les indications de la figure 5.6 illustrée ci-après.

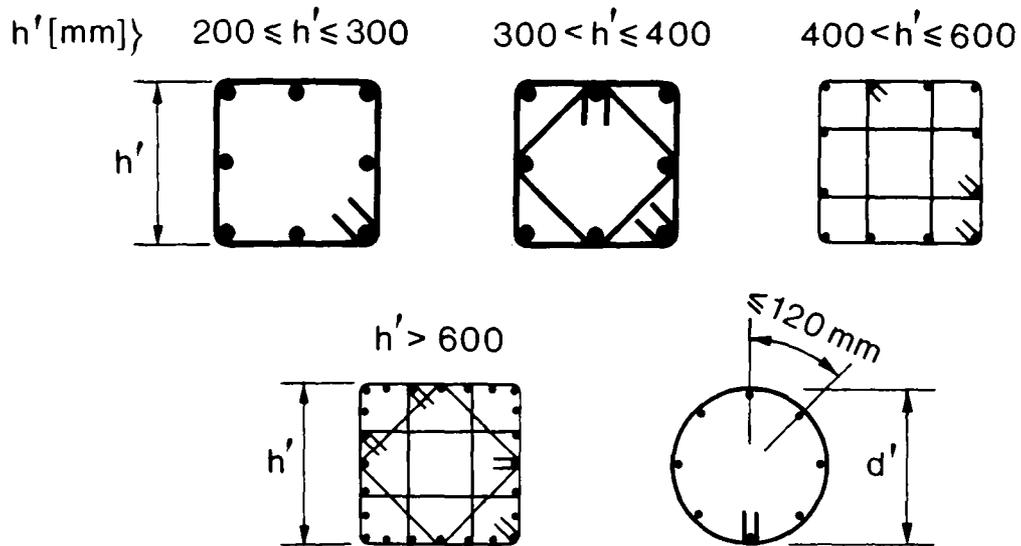


Fig. 5.6 Configuration d'étriers préconisée en fonction des dimensions de la section

Des barres longitudinales supplémentaires peuvent être ajoutées pour autant qu'au moins une sur deux soit tenue latéralement par un étrier.

En dehors des zones d'extrémités, une armature transversale formée d'un seul étrier périphérique est en principe suffisante, pour autant qu'ici également une barre sur deux soit tenue, excepté celles situées dans les angles, par exemple au moyen de crochets comme indiqué à la figure 5.3.

L'espacement des étriers est indiqué dans le tableau 5.1 pour les deux zones.

Espacement des étriers ($\theta_{\max} = 1\%$)	
Aux extrémités	Ailleurs
$s_1 = \min (6 \phi_{\text{long}}, \frac{h'}{4}, 125 \text{ mm})$	$s_2 = 2 \cdot s_1$

Tab. 5.1 Espacement des étriers dans les différentes zones de la colonne

Le diamètre de ces étriers est en principe le même sur toute la colonne et dépend du niveau de l'effort normal $\frac{N_d}{N_R}$ et de l'élançement $\frac{\ell}{h'}$, respectivement $\frac{\ell}{d'}$ (fig. 5.7).

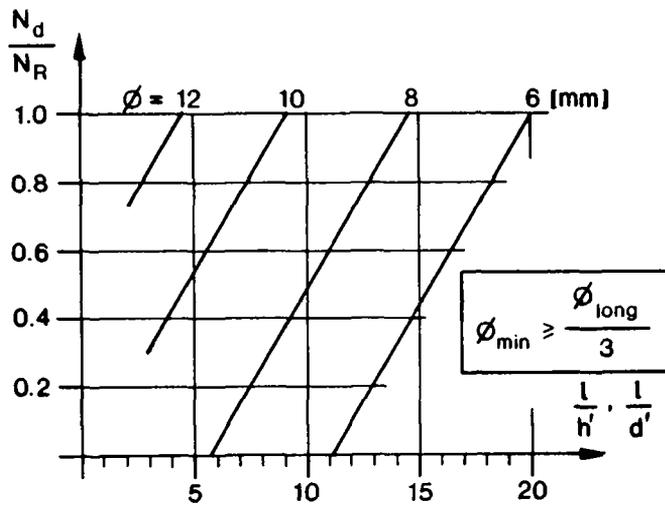


Fig. 5.7 Diamètre des étriers en fonction de $\frac{N_d}{N_R}$ et de $\frac{\ell}{h'}$, respectivement $\frac{\ell}{d'}$

6. ETUDES EXPERIMENTALES SUR LE COMPORTEMENT A L'ETAT LIMITE ULTIME

Dans le cadre de la recherche générale sur le dimensionnement des colonnes en béton armé, de nombreux essais ont été exécutés, tant sur le plan du comportement à l'état de service [1.3], que de celui à l'état ultime [1.1], [1.2].

En ce qui concerne ce second volet, les essais sont très différents, soit par le type de colonnes utilisées, soit par les particularités des installations d'essai. Le contenu de ce chapitre constitue une brève description de cette étude expérimentale et une mise en évidence des résultats obtenus les plus significatifs. Certains d'entre eux sont mentionnés précédemment dans différents chapitres de ce travail, en particulier au § 3.1.4 (relations moment-courbure) et § 4.2 (répartition de la courbure).

Des indications plus précises concernant ces essais peuvent être trouvées dans les rapports détaillés [1.1], [1.2] établis à cet effet.

6.1 Essais séries A et B

Ces deux premières séries d'essai ont eu lieu dans le cadre d'une collaboration entre l'Institut et une entreprise de préfabrication spécialisée dans les colonnes centrifugées à très haut pourcentage d'armature.

Les buts qui leur sont assignés peuvent approximativement être divisés en deux groupes:

- 1) étude de la déformabilité des éléments et de leur aptitude à transmettre l'effort normal sous déformations imposées (essais type I);
- 2) vérification de la résistance ultime des colonnes sollicitées par un moment et un effort normal, avec prise en compte des effets du second ordre (essais type II).

Les essais sont partagés en deux séries expérimentales A et B. La première, considérée comme préliminaire et constituée de deux colonnes, sert en particulier à tester l'installation d'essai et à dimensionner la frette, tandis que la seconde comprend les essais principaux.

6.1.1 Description des essais

Les deux colonnes de la série A ont une longueur de 4000 mm, un diamètre de 290 mm et une armature longitudinale 8 Ø 34 mm. La seule différence entre elles est due à l'armature transversale (frette) constituée d'une spirale continue, dont le diamètre est de 4 mm pour la colonne A1 et de 8 mm pour l'élément A2.

Les colonnes de la série B sont de deux types (fig. 6.1):

- colonnes en béton armé (B1 à B4);
- colonnes en béton armé avec profilé métallique noyé (B5 à B8).

Les caractéristiques des éléments B1 à B4 sont identiques à celles des colonnes de la série A, sauf en ce qui concerne la frette dont le diamètre est fixé à 6 mm (acier S550).

L'armature longitudinale des colonnes B5 à B8 est formée d'un profilé métallique HEM 140 (acier Fe510) entouré de 8 barres de diamètre Ø 20 mm, l'armature transversale étant la même que sur les colonnes B1 à B4.

Les taux d'armature, par rapport à la section totale de béton, sont donc:

- $\rho_{tot} = 12,4\%$ pour les colonnes en béton armé;
- $\rho_{tot} = 18,0\%$ pour celles avec profilé métallique.

Les éléments d'essai sont préfabriqués en usine. Malgré la très haute densité d'armature, un excellent compactage du béton est assuré grâce à la centrifugation du coffrage.

Les caractéristiques mécaniques du béton sont déterminées par des essais de compression sur cubes de 200 x 200 x 200 mm et sur des cylindres Ø 290 mm, de section identique à celle des éléments d'essai.

Des essais de traction des aciers sont effectués sur des tronçons de barres d'armature.

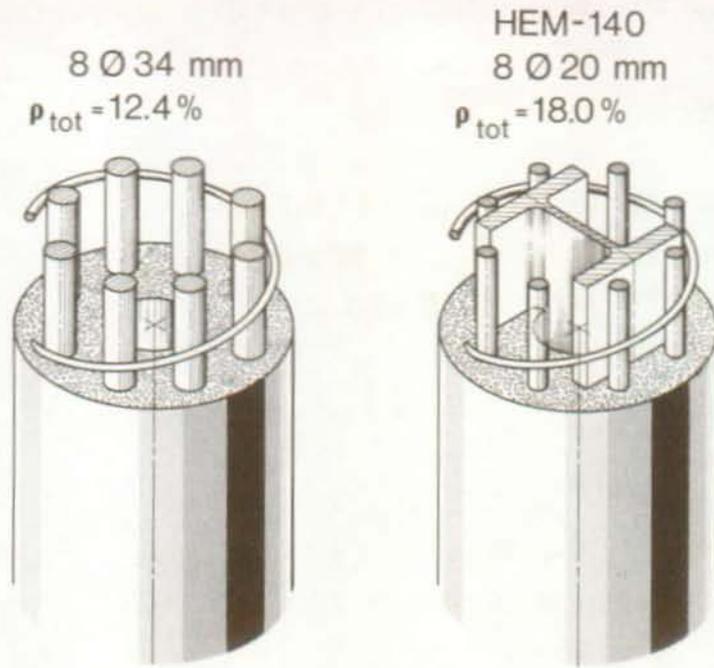


Fig. 6.1 Colonnes d'essai (séries A et B)

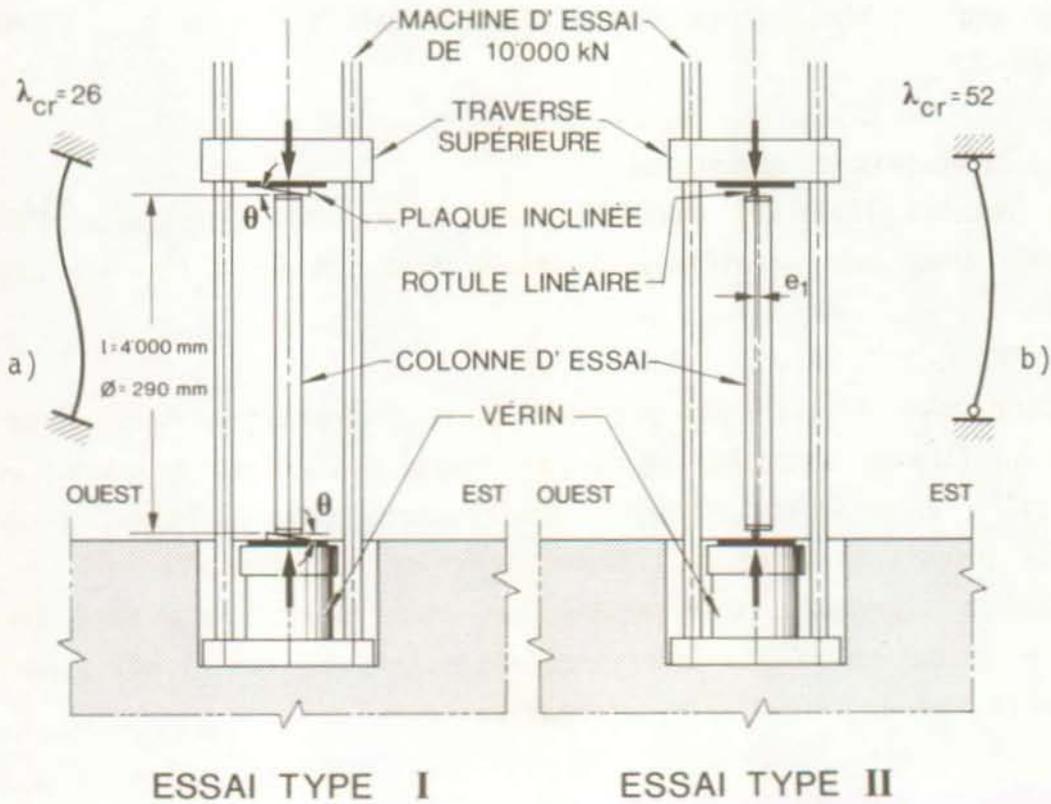


Fig. 6.2 Dispositifs d'essai (séries A et B)

Les principaux résultats sont résumés ci-après (valeurs moyennes):

. Béton (à 35 jours):

- résistance sur cube : $f_{cwm} = 67,5 \text{ N/mm}^2$
- résistance sur cylindre: $f_{cm} = 56,9 \text{ N/mm}^2$
- module d'élasticité selon RILEM [6.1]:
 $E_{cm} = 31200 \text{ N/mm}^2$

. Acier:

- armature longitudinale $\emptyset 34 \text{ mm}$: $f_y = 525 \text{ N/mm}^2$
- armature longitudinale $\emptyset 20 \text{ mm}$: $f_y = 510 \text{ N/mm}^2$
- frette $\emptyset 6 \text{ mm}$ (acier S550) : $f_y = 579 \text{ N/mm}^2$

Les dispositifs d'essai sont installés dans le bâti d'une presse de 10'000 kN qui applique la charge verticale sur l'élément (fig. 6.2 et 6.8). En accord avec les buts visés, on effectue deux types d'essai:

1) Type I: essais de déformabilité

Les plaques d'extrémités, faisant office d'encastrement, sont inclinées d'un angle θ fixe par rapport à l'horizontale (colonnes A1, A2, B1, B2 et B5).

2) Type II: essais de résistance

Les rotules linéaires aux extrémités permettent d'appliquer l'effort normal avec une excentricité initiale fixe (colonnes B3, B4, B6, B7, B8).

Le second type d'essai est habituel pour déterminer la résistance des pièces en flexion composée, en tenant compte des effets du second ordre. Bien qu'il apporte des éléments intéressants comme l'évolution de la rigidité jusqu'à la ruine ou l'augmentation de la résistance de la section imputable à l'armature transversale, ce genre d'essai n'a pas, dans le contexte de ce travail, l'importance des essais du type I qui permettent l'évaluation de la capacité de déformation.

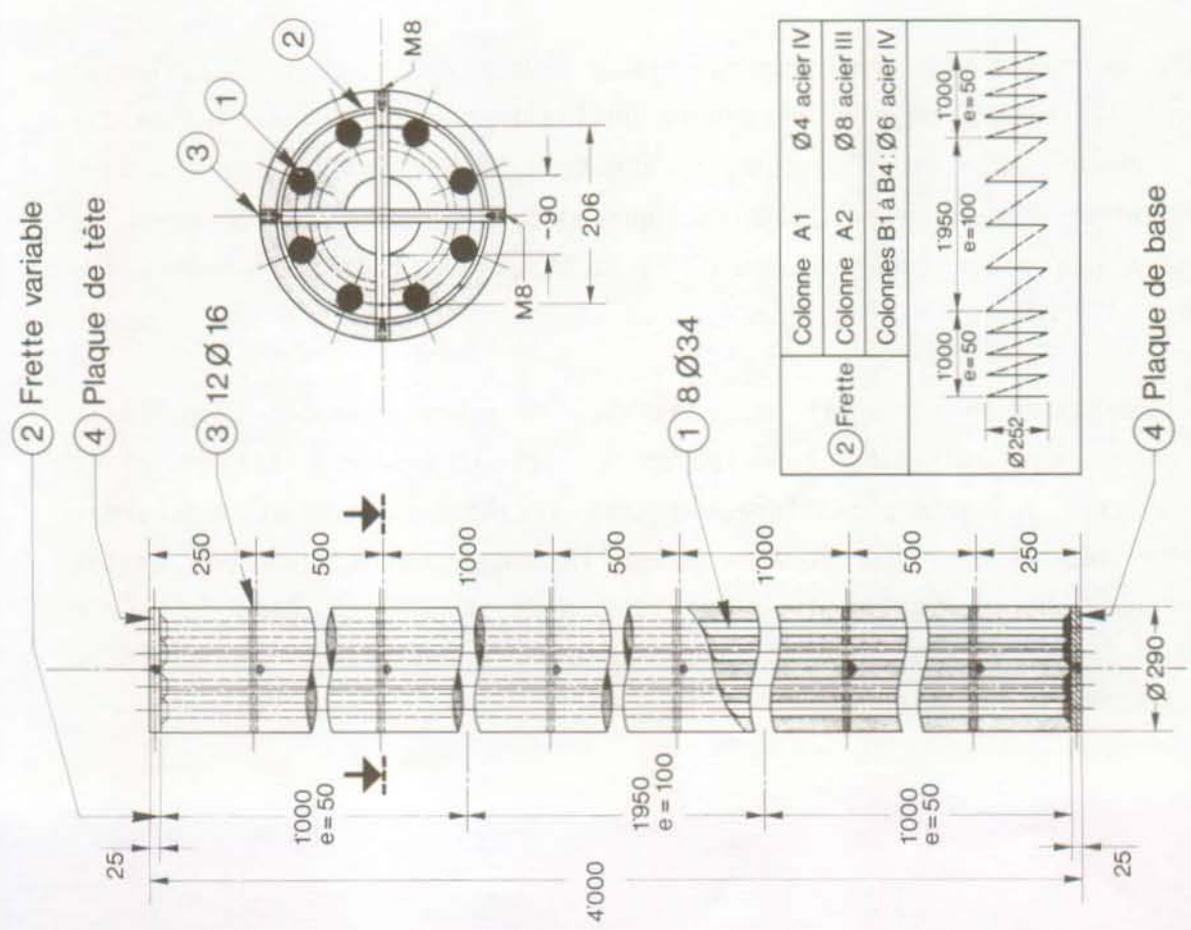


Fig. 6.3 Schéma de construction colonnes en béton armé (A1, A2, B1, B2, B3 et B4)

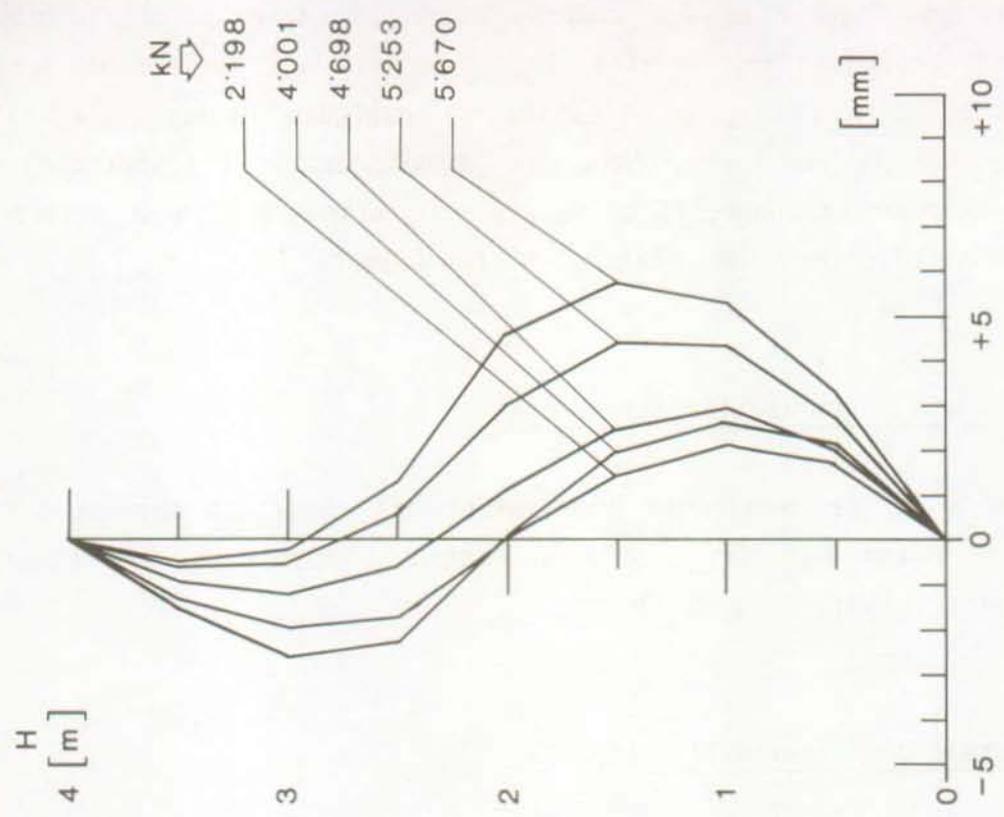


Fig. 6.4 Déplacements horizontaux colonne B2

Les essais ont lieu à un âge compris entre 24 et 40 jours. La mise en charge est analogue pour toutes les colonnes, en augmentant l'effort normal jusqu'à la ruine, en l'espace de quelques heures. L'essai est d'abord dirigé par la force, puis par la déformation à l'approche de la rupture. De nombreux appareils de mesure sont disposés afin de mesurer les déformations relatives, les rotations et les efforts.

6.1.2 Résultats significatifs des essais

On se limite ici à mentionner l'essentiel des résultats obtenus sur les colonnes en béton armé (fig. 6.3) en mettant l'accent sur les essais de déformabilité (essais de type I).

6.1.2.1 Essais de déformabilité (type I)

L'inclinaison des plaques d'extrémités (fig. 6.2a) est $\theta = 1,2\%$ pour la colonne B1 et $\theta = 2\%$ pour l'élément B2. Les surfaces de contact supérieure et inférieure sont parallèles, obligeant ainsi les colonnes à suivre une déformation en S.

Ce genre de dispositif implique que la grandeur des angles θ réellement imposés à la colonne dépende du niveau de l'effort normal. L'évolution des angles θ mesurés sur la colonne B2 en fonction de N (fig. 6.5) montre bien que la valeur finale n'est atteinte que vers $N = 2000$ kN. Celle-ci se situe dans une plage comprise entre $\theta = 0,9\%$ et $\theta = 1,2\%$ pour toutes les colonnes.

On peut constater qu'il n'est pas possible, au moyen d'un tel dispositif, de provoquer des rotations supérieures à $1,2\%$. L'excédent est en effet plutôt absorbé par une plastification très locale du béton et de l'armature comprimée (fig. 6.9). Pour observer le comportement sous des angles plus grands, on a recours au dispositif d'essai utilisé pour la série expérimentale C et qui permet l'application indépendante de l'effort normal N et de la rotation θ .

Evolution des angles aux extrémités. Colonne B2.

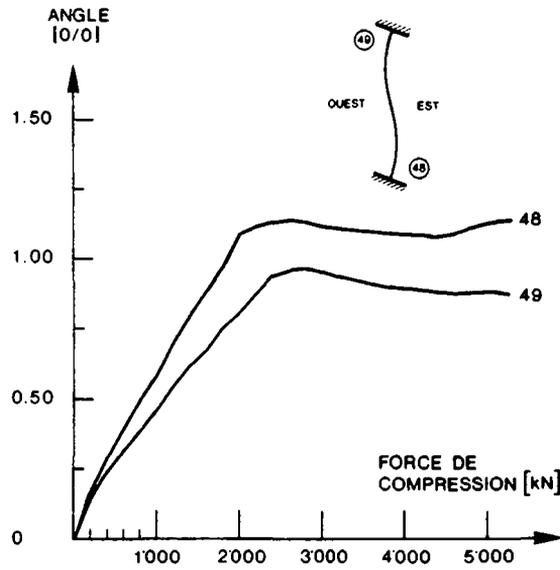


Fig. 6.5

Déformations horizontales. Colonne B4.

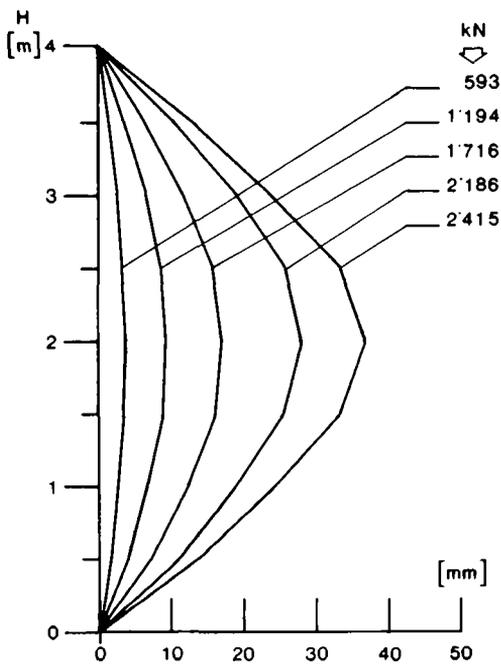


Fig. 6.6

Diagramme d'interaction N/M. Colonne en béton armé.

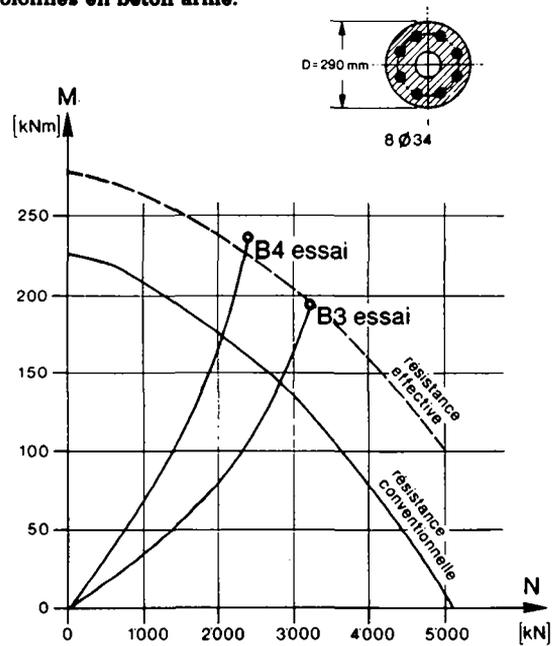


Fig. 6.7

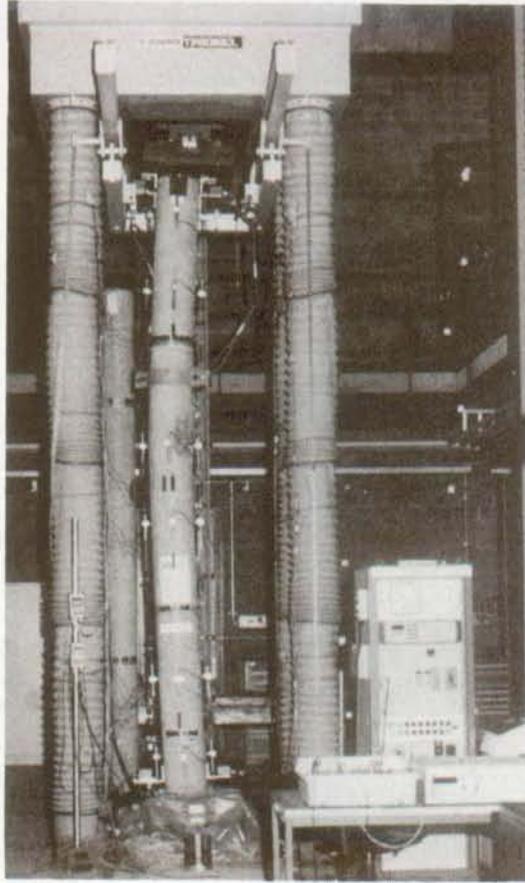


Fig. 6.8 Vue générale des essais séries A et B



Fig. 6.9 Essais type I: écrasement aux extrémités

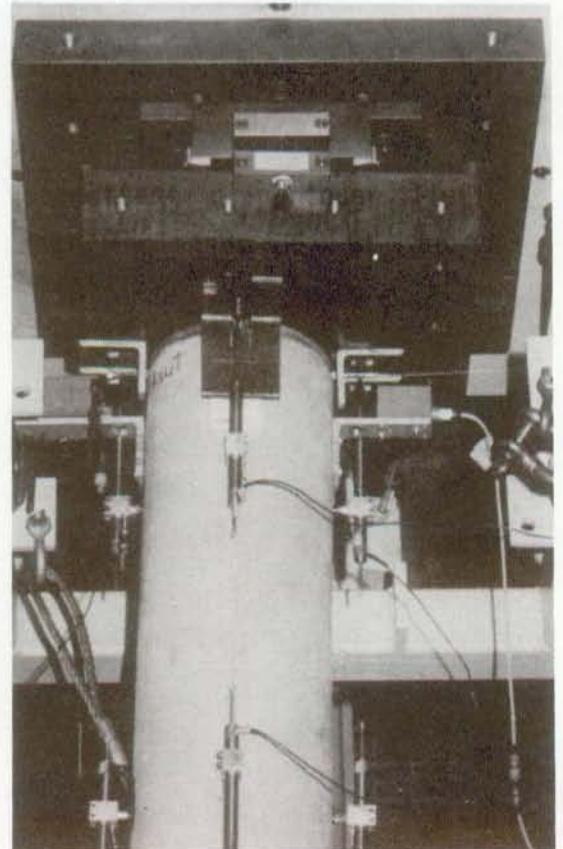


Fig. 6.10 Essais type II: rotules linéaires avec excentricité

En ce qui concerne les déplacements horizontaux (flèches), les colonnes A1, A2, B1 et B2 ont un comportement fort semblable. Il est illustré par les mesures effectuées sur la colonne B2 (fig 6.4).

Pour des niveaux d'effort normal jusqu'à environ 4500 kN, la déformée décrit un S de forme légèrement asymétrique car les angles aux extrémités ne peuvent pas être corrigés durant l'essai. En continuant à augmenter la charge, la déformée se rapproche de celle du flambage d'un élément bi-encasté.

Les déplacements horizontaux restent très faibles et atteignent au maximum 6 mm. Ceci est dû au fait que la quasi-totalité de l'angle est absorbée par la colonne sous un effort normal faible. La formation des rotules plastiques aux extrémités est donc précoce, et cela contribue à réduire sensiblement les déplacements du second ordre.

Dans le plan orthogonal à celui des angles imposés, les déplacements sont négligeables.

La charge ultime atteinte pour chacun des éléments d'essai est la suivante:

Colonne A1: $N_{\max} = 5160 \text{ kN}$

Colonne A2: $N_{\max} = 5770 \text{ kN}$

Colonne B1: $N_{\max} = 5740 \text{ kN}$

Colonne B2: $N_{\max} = 5670 \text{ kN}$

La rupture des colonnes A2, B1 et B2 est obtenue sous des efforts normaux quasi identiques, malgré les angles imposés différents, tandis que la ruine de la colonne A1 est atteinte prématurément en raison d'une frette trop faible.

L'observation visuelle de la rupture laisse penser qu'à son voisinage, il y a un recentrage de l'effort normal. On remarque en effet que le béton d'enrobage éclate presque uniformément sur le pourtour de la section et que la rupture a lieu en dehors de la rotule plastique où la plus grande partie de l'angle est absorbée.

En se basant sur ces constatations, on peut calculer l'effort normal de ruine de la façon suivante, en ne prenant en compte, pour le béton, que la section délimitée par l'axe de la frette (le béton d'enrobage est négligé) et en admettant les résistances des matériaux mesurées sur éprouvettes:

$$N_u = (A'_C - A_{s,tot}) \cdot f_C + A_s \cdot f_y$$

$$A'_C = 38'860 \text{ mm}^2 \quad f_C = 52 \text{ N/mm}^2 \text{ (cylindres à 28 jours)}$$

$$A_{s,tot} = 7260 \text{ mm}^2 \quad f_y = 525 \text{ N/mm}^2$$

$$N_u = 3812 \text{ kN} + 1643 \text{ kN} = 5455 \text{ kN}$$

La moyenne $N_{max,m}$ des charges de ruine obtenues sur les colonnes A2, B1 et B2 est donc supérieure à cette valeur calculée N_u .

En admettant que cette augmentation est due à l'effet de la frette sur la résistance du béton, on peut quantifier cet accroissement Δf_C :

$$\Delta f_C = \frac{N_{max,m} - N_u}{A'_C - A_{s,tot}}$$

$$\text{d'où: } f'_C = f_C + \Delta f_C = 60 \text{ N/mm}^2$$

Cela représente une augmentation de l'ordre de 15%, alors que l'application du modèle de comportement du béton fretté par des étriers circulaires (§ 2.3.3) indique une augmentation de 9%.

Le modèle de calcul le mieux adapté paraît donc être celui où l'on néglige le béton d'enrobage pour calculer la résistance de la section.

L'armature transversale des colonnes A2, B1 et B2 est suffisante pour former des rotules plastiques capables d'absorber des angles de rotation de l'ordre de 1,2%. On constate par contre avec la colonne A1 que sa ductilité n'est pas suffisante, à cause du sous-dimensionnement de la frette. Elle atteint donc la rupture sous des angles, respectivement un effort normal, inférieurs à ceux des autres éléments d'essai.

6.1.2.2 Essais de résistance (type II)

Dans ce type d'essai, l'effort normal est introduit, avec une excentricité initiale, au moyen de rotules linéaires (fig. 6.2b). Pour les colonnes B3 et B4, cette excentricité vaut respectivement $e_1 = 30$ mm et $e_1 = 60$ mm.

Sur chacune des colonnes, les déformations horizontales sont mesurées afin de déterminer les sollicitations totales du premier et du second ordre (fig. 6.6).

L'excentricité totale de l'effort normal au droit de la section la plus sollicitée vaut 59,0 mm pour la colonne B3 et 96,8 mm pour la colonne B4. On a donc un moment maximal $M_{\max} = 191$ kNm pour un effort normal $N_{\max} = 3240$ kN sur la colonne B3 et sur l'élément B4, un moment $M_{\max} = 234$ kNm sous l'effort normal $N_{\max} = 2415$ kN.

A la figure 6.7, on représente le cheminement à la ruine des colonnes B3 et B4, en relation avec le diagramme d'interaction M-N conventionnel de la section utilisée ([6.2], [6.3]). Les résistances obtenues sont nettement supérieures à celles des abaques, ce qui est essentiellement dû à des résistances de matériaux supérieures et à l'effet de frette.

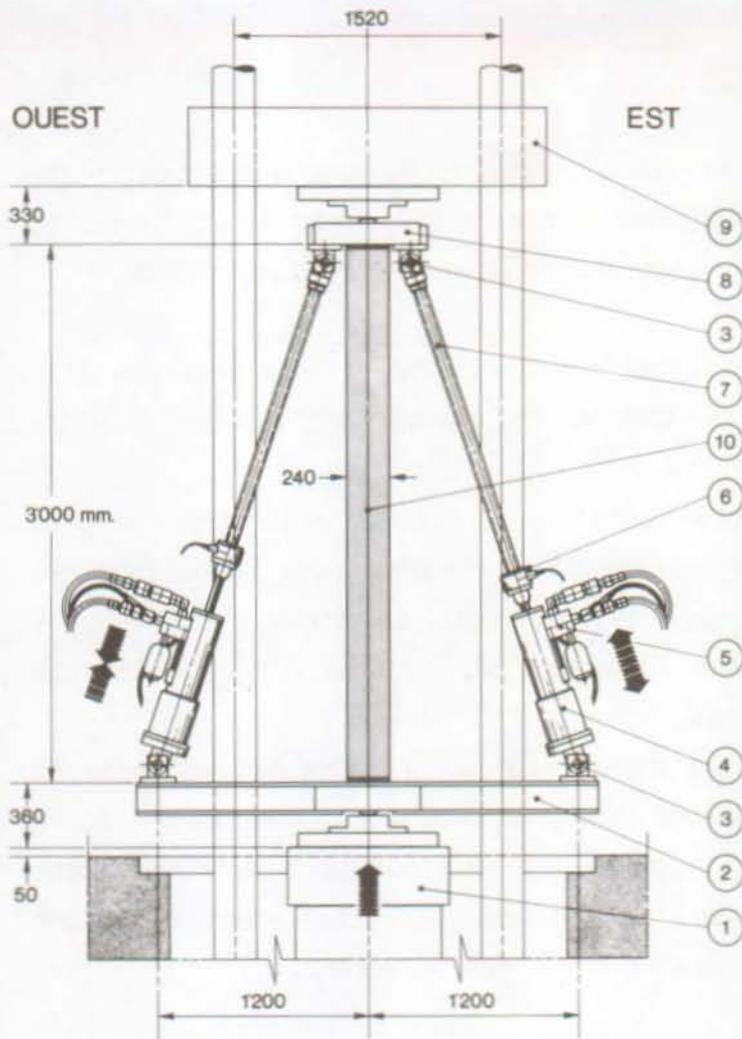
6.2 Essais série C

Pour permettre l'étude du comportement sous des angles imposés plus grands, un dispositif d'essai plus complexe est installé dans la presse de 10'000 kN. Il permet d'imposer, au moyen de bras de levier, des angles de rotation à l'extrémité inférieure d'une colonne, sans que l'effort normal agissant ne soit perturbé.

Ce dispositif permet la simulation directe du cas de déformation B (fig. 1.6) et, par symétrie, celui du cas D où les déformations angulaires sont imposées aux deux extrémités.

6.2.1 Dispositif des essais

L'installation de mise en charge est en fait composée de deux systèmes totalement indépendants. Une élévation de celle-ci est représentée à la figure 6.11 et des photographies aux figures 6.25a et 6.25b.



Légendes:

- 1 Vérin 10000 kN
- 2 Bras de levier vissé sur rotule W + B
- 3 Rotule
- 4 Vérin RDP 100 kN à double effet
- 5 Servovalve
- 6 Cellule de mesure de force RUMUL 100 kN
- 7 Tube 75/50
- 8 Rotule linéaire W + B
- 9 Traverse supérieure machine d'essai Schenk
- 10 Colonne testée

Fig. 6.11 Elévation de l'installation d'essai (série C)

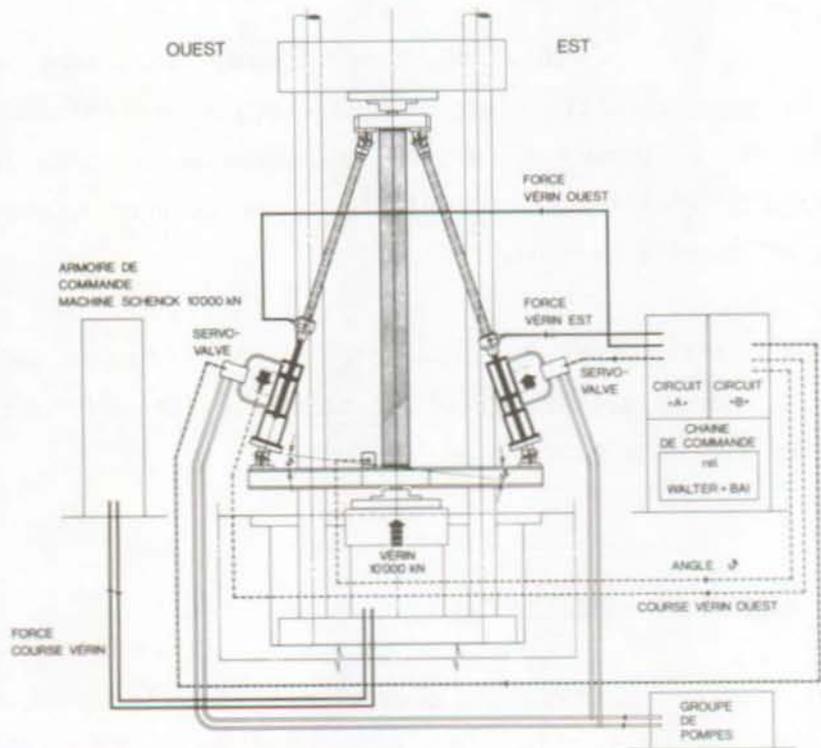


Fig. 6.12 Principe de fonctionnement de l'installation d'essai (série C)

Le système primaire est formé par la presse de 10'000 kN, qui est constituée d'un vérin (1) et d'un bâti formé de quatre colonnes le long desquelles on positionne la traverse supérieure (9). Ce système primaire permet d'appliquer une charge verticale à la colonne, au travers des rotules linéaires (8). Le vérin (1) est commandé électroniquement avec la possibilité de diriger l'essai par la force ou la déformation.

Le système secondaire est constitué de différents éléments fixés sur le système primaire, mais son action n'est pas influencée par ce dernier.

Son rôle est d'imposer une rotation à la rotule inférieure par le jeu concerté de deux vérins à double effet de 100 kN chacun (4).

Le principe de fonctionnement est décrit schématiquement à la figure 6.12.

Ce dispositif permet donc de soumettre une colonne à un effort normal N quelconque et de lui imposer un angle de rotation θ compris entre $- 5,5\%$ et $+ 5,5\%$ (limitation due à des raisons mécaniques), sans que N ne soit perturbé.

Un grand nombre d'appareils de mesure sont disposés sur l'installation et sur chaque élément d'essai. Les grandeurs essentielles, telles que la force exercée par le vérin principal, son déplacement, le moment de flexion développé par le système secondaire ainsi que la grandeur de l'angle de rotation θ (fig. 6.26a) sont mesurées et enregistrées en continu.

Sur l'élément d'essai, un réseau de capteurs inductifs est installé pour mesurer les déformations relatives, sur des bases de mesure variant de 230 à 500 mm (fig. 6.14 et 6.26c) avec une densification de l'appareillage dans la région de formation potentielle d'une rotule plastique.

Ce système permet de déterminer la courbure, ainsi que la déformation relative d'une fibre quelconque, dans la zone de mesure considérée.

D'autres capteurs sont utilisés pour mesurer les déplacements horizontaux, comme dans les séries expérimentales A et B (fig. 6.26b). L'acquisition des données est automatisée au moyen d'une chaîne de mesure dirigée par ordinateur.

SCHÉMA DE CONSTRUCTION
COLONNES C5 ET C6

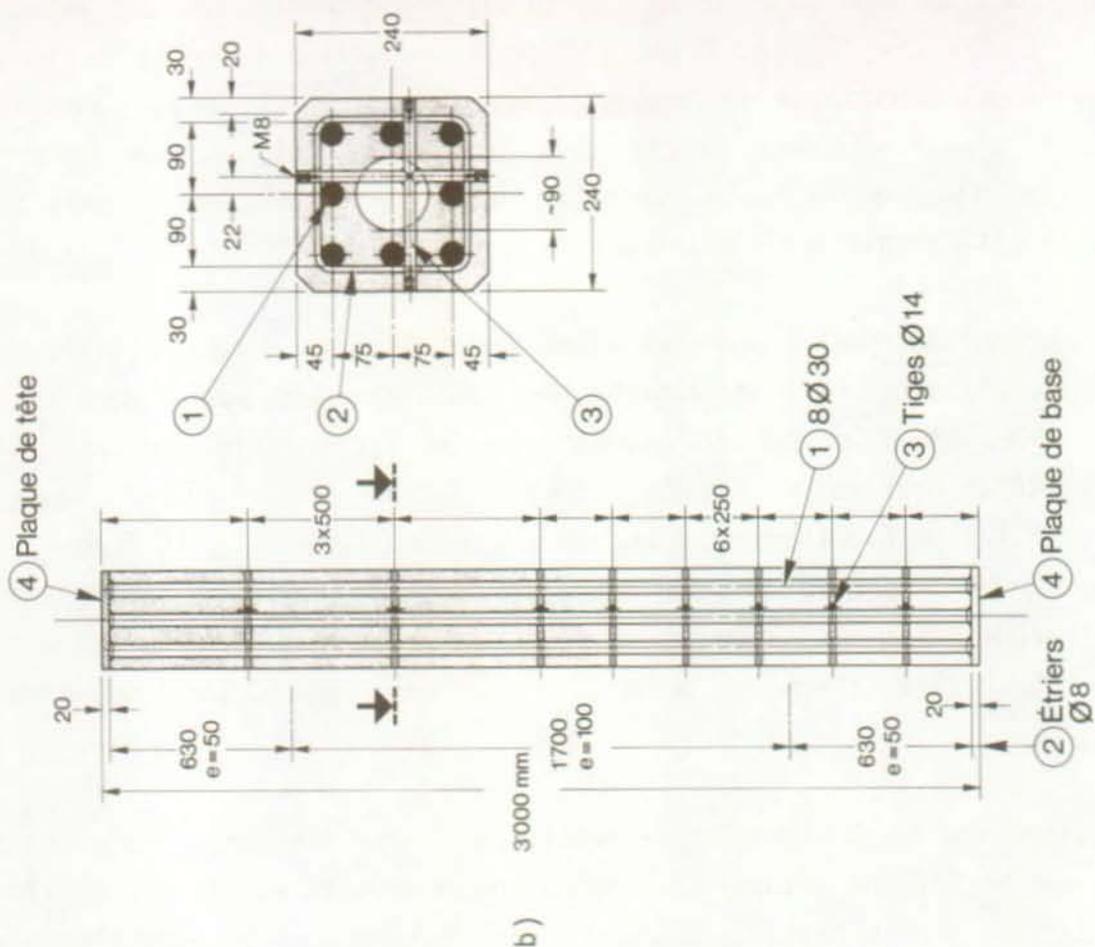


SCHÉMA DE CONSTRUCTION
COLONNES C1, C2, C3 ET C4

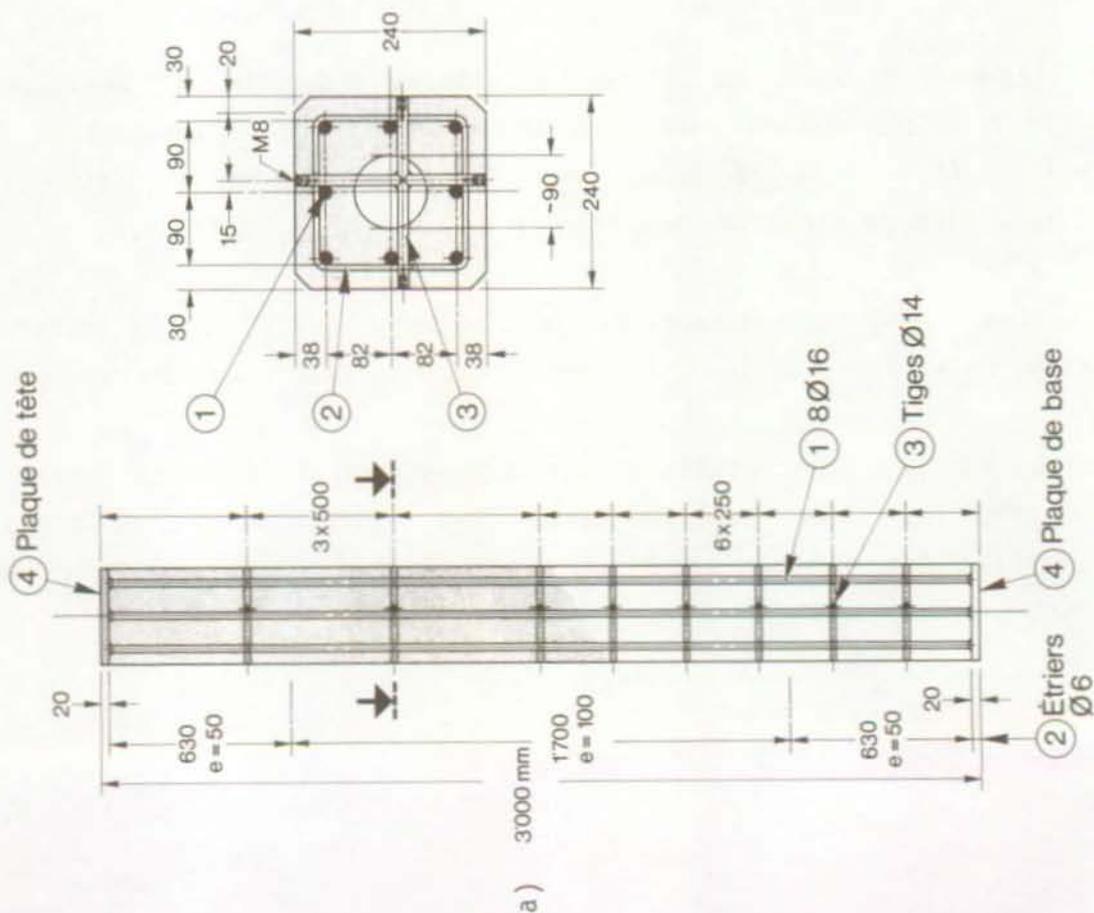


Fig. 6.13 Schémas de construction des colonnes de la série C

6.2.2 Eléments d'essai

La série d'essai se compose de 6 colonnes en béton armé centrifugé, de section carrée de 240 mm de côté et de 3000 mm de longueur. Tous les éléments ont une armature longitudinale formée de 8 barres et une armature transversale composée d'étriers.

Par suite de la centrifugation, un évidement d'environ 90 mm de diamètre se forme au milieu de la section.

Le diamètre des barres longitudinales est choisi de façon à obtenir deux taux d'armature, l'un moyen et l'autre très élevé: (ρ_{tot} : taux par rapport à la section totale, ρ par rapport à la section délimitée par l'axe des étriers).

- Colonnes C1 à C4: 8 \emptyset 16 mm, $\rho_{tot} = 3,14\%$, $\rho = 5,6\%$

- Colonnes C5 à C6: 8 \emptyset 30 mm, $\rho_{tot} = 11,04\%$, $\rho = 19,0\%$

Les barres d'armature longitudinale sont soudées sur des plaques d'extrémité d'une épaisseur de 20 mm.

L'armature transversale est composée d'étriers espacés de 100 mm. L'espacement est réduit à 50 mm dans les zones d'extrémités, sur une longueur de 600 mm; leur diamètre est de 6 mm pour les colonnes C1 à C4 et 8 mm pour les deux autres et leur forme correspond à la configuration ① (fig. 3.34, §3.2.4), avec un seul étrier périphérique. En ce qui concerne l'ancrage, les extrémités des étriers ne sont toutefois pas recourbées vers l'intérieur du noyau fretté (comme préconisé au §3.1.4, figure 3.7).

Des schémas de construction des colonnes d'essai sont représentés à la figure 6.13.

Les caractéristiques mécaniques du béton sont déterminées par des essais de compression sur cubes 200 x 200 x 200 mm et sur des tronçons prismatiques ayant une section identique à celle des colonnes, et une longueur de 400 mm.

Les principaux résultats sont indiqués ci-après (valeurs moyennes):

. Béton:

- résistance sur cube (28 jours): $f_{cwm} = 51,0 \text{ N/mm}^2$
- résistance sur prismes :
- à 32 jours: $f_{cm} = 48,4 \text{ N/mm}^2$
- à 60 jours: $f_{cm} = 51,6 \text{ N/mm}^2$

. Acier:

- armature longitudinale $\emptyset 16 \text{ mm}$: $f_y = 572 \text{ N/mm}^2$
- armature longitudinale $\emptyset 30 \text{ mm}$: $f_y = 568 \text{ N/mm}^2$

6.2.3 Programme des essais

Le principe général des essais consiste à appliquer un effort normal N_{essai} déterminé puis, en le maintenant constant, à soumettre l'élément à une rotation θ agissant à son extrémité inférieure.

Cet effort normal est défini, pour toutes les colonnes d'essai, de la façon suivante:

$$N_{essai} = \frac{N_R}{\gamma_R} = \frac{1}{\gamma_R} \cdot ((A'_C - A_{s,tot}) \cdot f_c + A_{s,tot} \cdot f_y)$$

où

N_R : valeur de calcul de la résistance (selon équ. (3.14), § 3.1.2)

γ_R : coefficient de sécurité relatif à la section

En appliquant les valeurs indiquées dans la directive SIA 162/34 [6.4], en vigueur en Suisse au moment de l'étude expérimentale, on obtient:

- . béton: $f_c = 0,6 \cdot f_{cw28} = 0,6 \cdot 50 = 30 \text{ N/mm}^2$ f_{cw28} : résistance nominale à la compression sur cube à 28 jours
- . acier: $f_y = 460 \text{ N/mm}^2$ (acier III)
- . $\gamma_R = 1,3$

POINTS DE MESURE DES DÉFORMATIONS RELATIVES

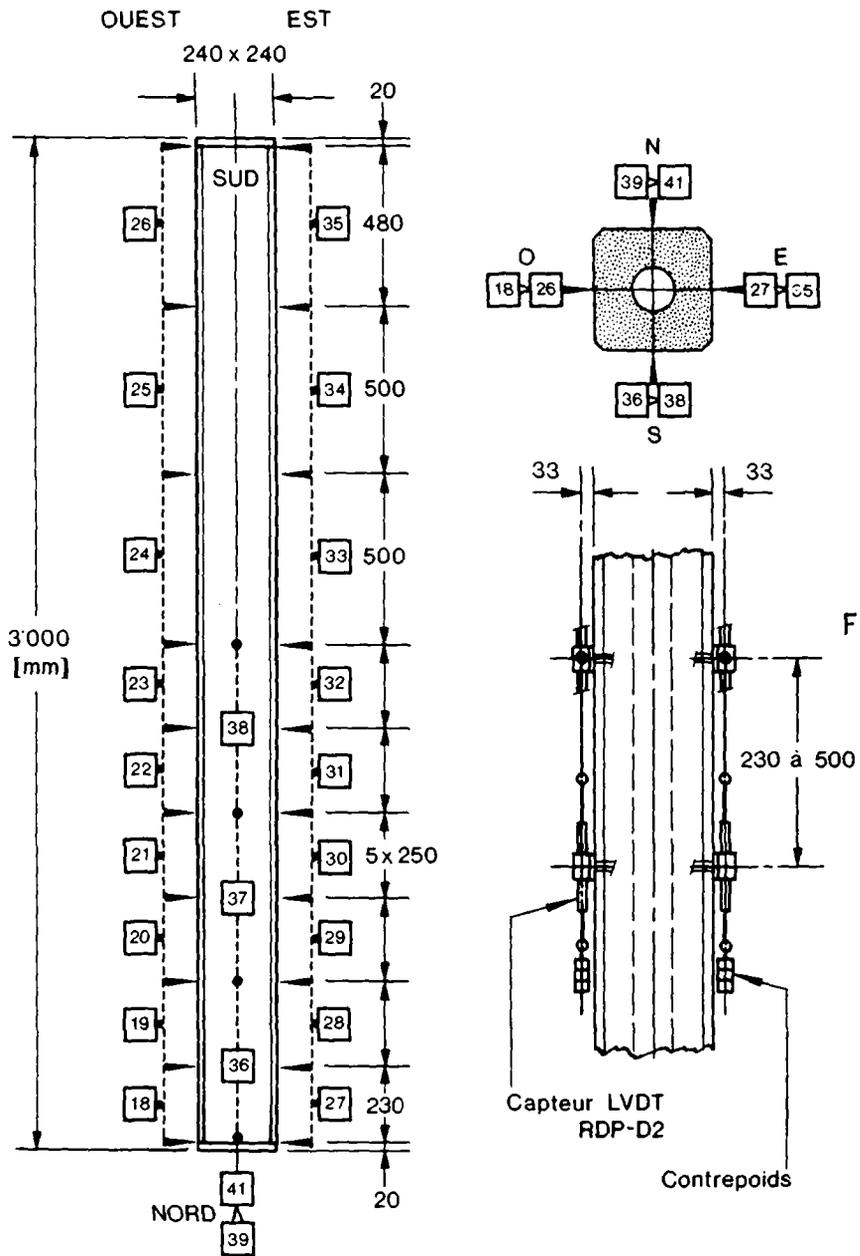


Fig. 6.14

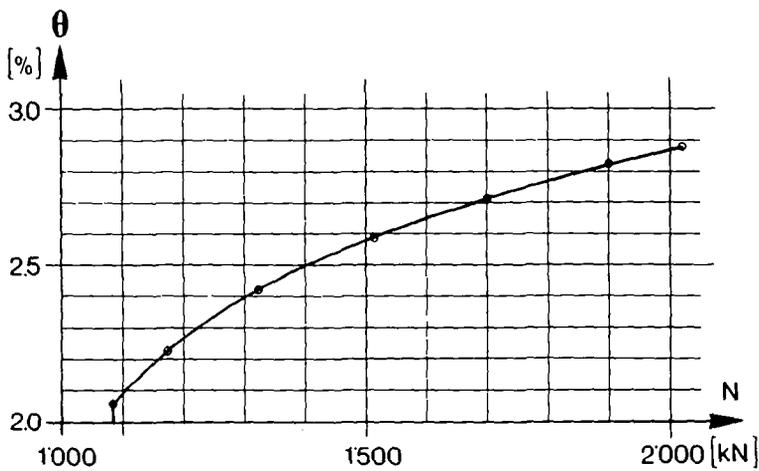


Fig. 6.15 Colonne C2 : augmentation de N et θ

- Colonnes C1, C2, C3 et C4

Armature longitudinale 8 Ø 16 mm : $A_S = 1609 \text{ mm}^2$

Aire de la section frettée : $A'_C = 23'900 \text{ mm}^2$

$N_R = 669 \text{ kN} + 741 \text{ kN} = 1410 \text{ kN}$

$N_{\text{essai}} = 0,77 \cdot N_R = \underline{1085 \text{ kN}}$

- Colonnes C5 et C6

Armature longitudinale 8 Ø 30 mm: $A_S = 5655 \text{ mm}^2$

Aire de la section frettée : $A'_C = 23'200 \text{ mm}^2$

$N_R = 527 \text{ kN} + 2601 \text{ kN} = 3128 \text{ kN}$

$N_{\text{essai}} = 0,77 \cdot N_R = \underline{2406 \text{ kN}}$

Sur la base de l'effort N_{essai} , on conduit les colonnes à la ruine en procédant de deux manières différentes, l'essai se déroulant en deux ou trois phases selon celle qui est choisie:

- phase ① : augmentation de l'effort normal N de 0 à N_{essai} , par paliers, en maintenant l'angle θ égal à 0 (toutes les colonnes);
- phase ② : maintien de l'effort normal N_{essai} et augmentation de l'angle θ , par paliers de 0,1%, à la vitesse de 1,3% par heure:
 - . jusqu'à la ruine (C3 et C6),
 - . jusqu'à une valeur fixe $\theta = 2\%$ (C1, C2 et C5).

Pour les colonnes C1, C2 et C5, il y a une phase d'essai supplémentaire:

- phase ③ : provocation de la ruine par:
 - . augmentation de l'effort normal N en maintenant $\theta = 2\%$ constant (C1 et C5)
 - . augmentation simultanée de N de θ (C2) (fig. 6.15).

6.2.4 Résultats significatifs des essais

6.2.4.1 Colonnes C3 et C6

Les essais de ces colonnes se déroulent en deux phases, à savoir une phase de mise en charge jusqu'à N_{essai} , puis une phase d'augmentation de la rotation θ jusqu'à la ruine.

Le moment agissant à l'extrémité subissant la rotation est égal à celui développé par les vérins. L'évolution de celui-ci en fonction de l'angle imposé θ , est illustrée aux figures 6.16 et 6.17 pour les deux éléments C3 et C6.

Sur chacune des courbes, on remarque une chute du moment due à une brusque diminution de la rigidité de la colonne. Cette diminution provient de l'éclatement du béton d'enrobage et est d'autant moins marquée que la colonne est fortement armée; elle survient lorsque $\theta = 3,2\%$ sur la colonne C3 et $\theta = 2,7\%$ sur la C6.

La mesure des déplacements horizontaux (fig. 6.18) permet de déterminer le diagramme du moment total (premier et second ordre) agissant tout au long de l'essai (fig. 6.19).

Par suite de l'éclatement du béton d'enrobage et de la plastification des sections ainsi affaiblies, le moment du premier ordre diminue et celui du second ordre augmente avec l'accroissement de l'angle θ . Lorsque celui-ci est très grand, le moment total $M = M_1 + M_2$ n'est pas atteint à l'extrémité de la colonne, mais à une certaine distance de celle-ci.

La relation entre le moment et la courbure moyenne, mesurée dans la zone la plus sollicitée, est représentée aux figures 3.8a et 3.8b pour les deux colonnes. Comme mentionné au §3.1.4, la rupture de la colonne C3 est due à l'ouverture d'un étrier dont l'ancrage est insuffisant, tandis qu'elle ne peut pas être atteinte sur la colonne C6, à cause des limites de l'installation d'essai.

Avec les diagrammes de répartition de la courbure le long de la colonne (fig. 4.5 et 4.6), on constate que si l'angle θ augmente, la courbure ne croît plus que dans la zone plastifiée. Il y a donc formation d'une rotule plastique qui absorbe la plus grande partie de l'angle (fig. 6.27); ce phénomène est étudié en détail au §§ 4.2 et 4.3.

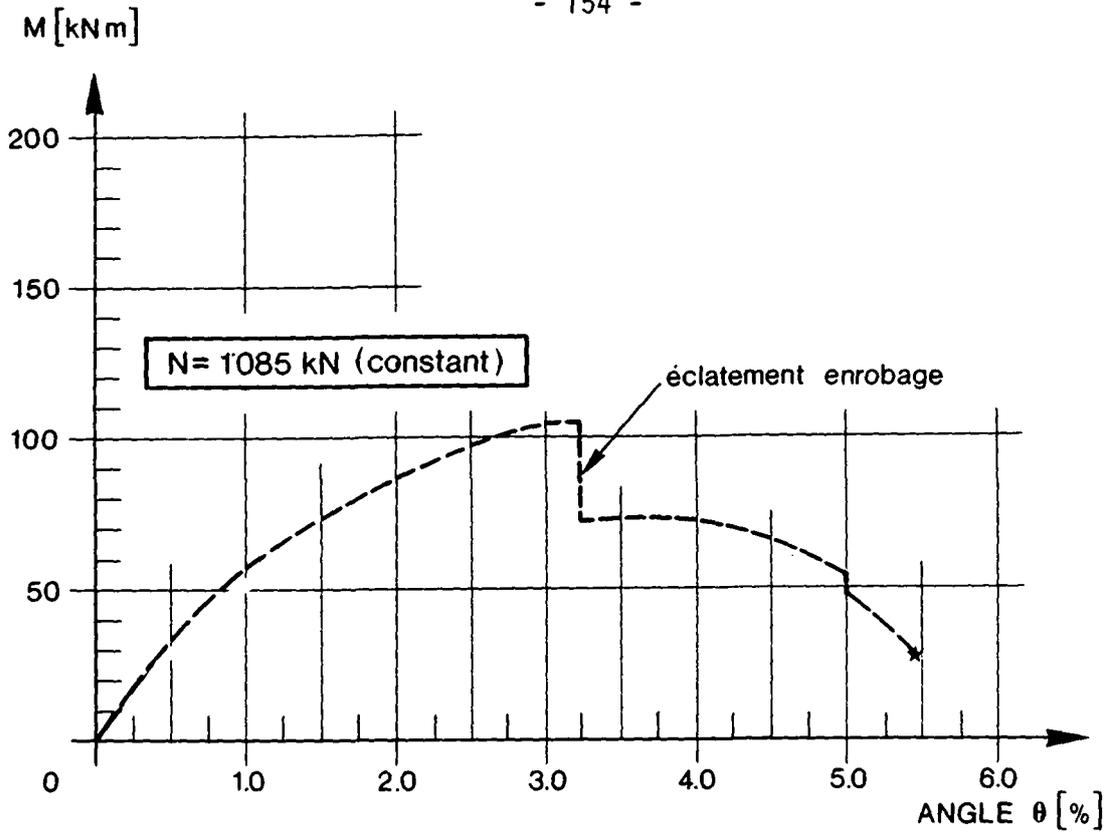


Fig. 6.16 Colonne C3 : évolution de M à l'extrémité inférieure en fonction de θ

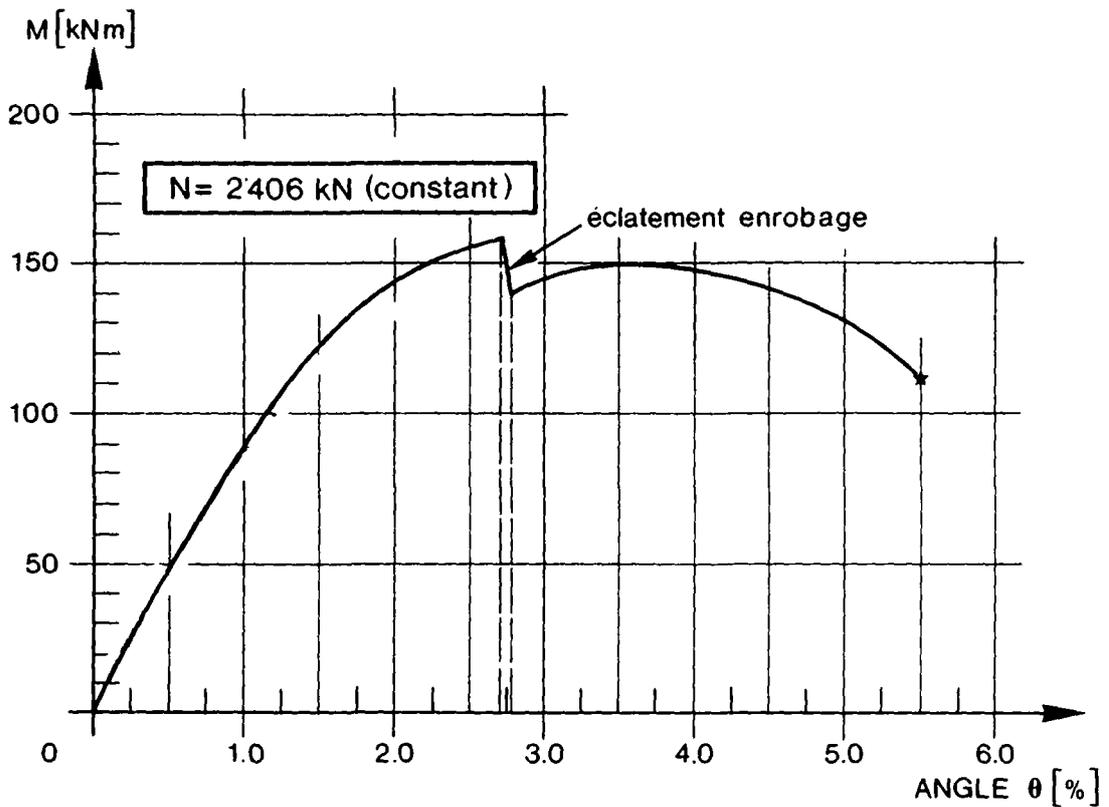
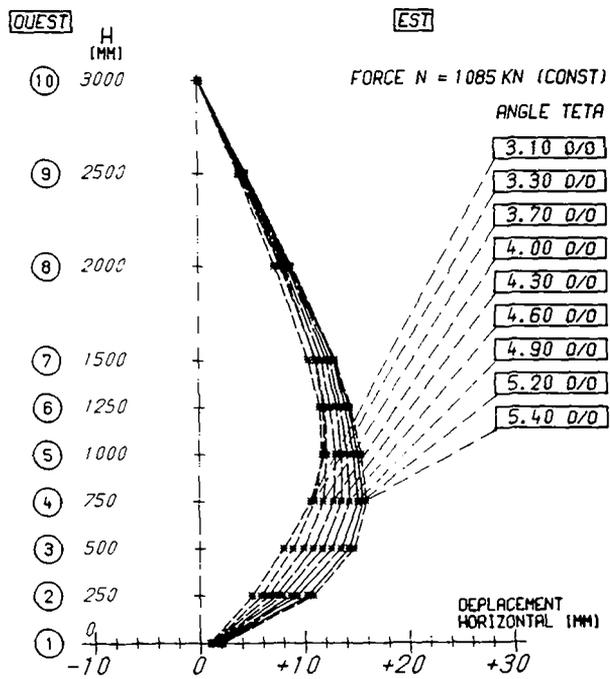


Fig. 6.17 Colonne C6 : évolution de M à l'extrémité inférieure en fonction de θ

COLONNE C3: DEPLACEMENTS HORIZONTAUX PLAN O-E



COLONNE C6: DEPLACEMENTS HORIZONTAUX PLAN O-E

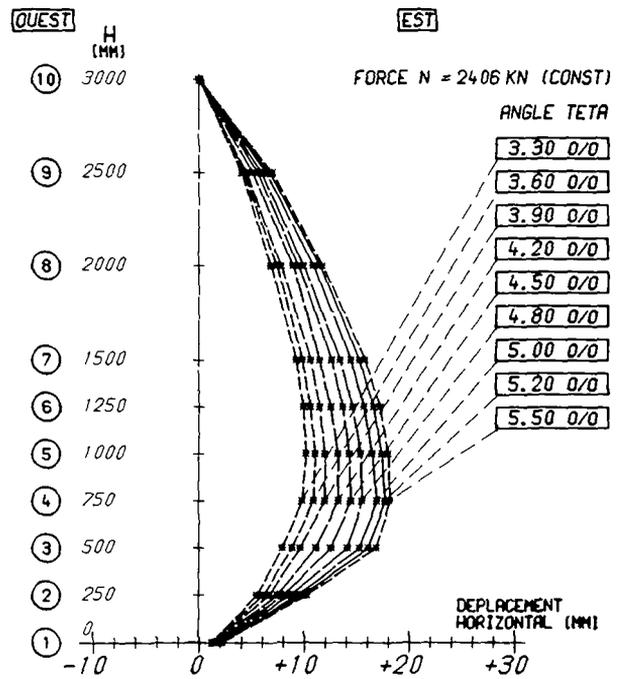
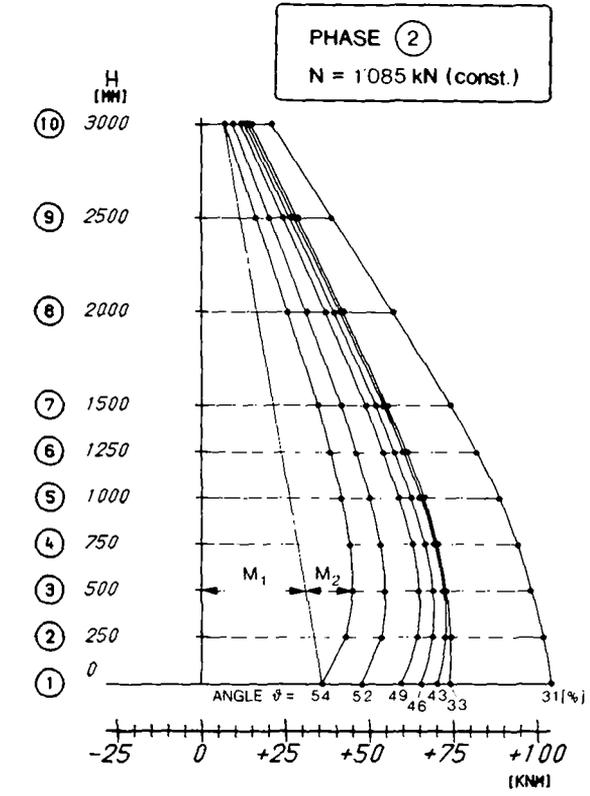


Fig. 6.18 Colonnes C3 et C6 : déplacements horizontaux en fonction de θ

COLONNE C3: MOMENTS DU 1ER ET DU 2EME ORDRE



COLONNE C6: MOMENTS DU 1ER ET DU 2EME ORDRE

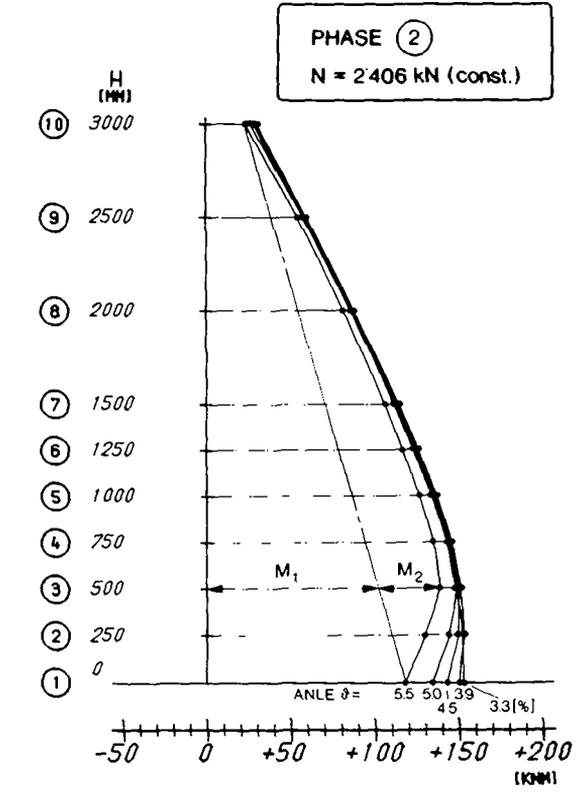


Fig. 6.19 Colonnes C3 et C6 : répartition du moment ($M = M_1 + M_2$) en fonction de θ

Les déformations relatives mesurées dans le béton tout au long de la phase d'augmentation de θ sont représentées aux figures 6.20a et 6.20b. Il s'agit ici des déformations dans la fibre extrême de la section frettée (ϵ_{cf}), à l'axe de l'étrier.

La zone plastifiée est beaucoup plus étendue sur la colonne fortement armée C6, comme cela est également visible dans les diagrammes de répartition de la courbure. La valeur maximale de ϵ_{cf} atteint $-8,9\%$ sur la colonne C6 et de $-15,8\%$ sur l'élément C3, dont la zone plastifiée est moins étendue.

6.2.4.2 Colonnes C1, C2 et C5

Pour ces éléments, l'essai se déroule en trois phases (voir § 6.2.3), à savoir une phase de mise en charge jusqu'à N_{essai} , puis celle d'augmentation de l'angle jusqu'à $\theta = 2\%$ et enfin provocation de la rupture en augmentant soit N seul (C1 et C5), soit N et l'angle θ (C2) (fig. 6.15).

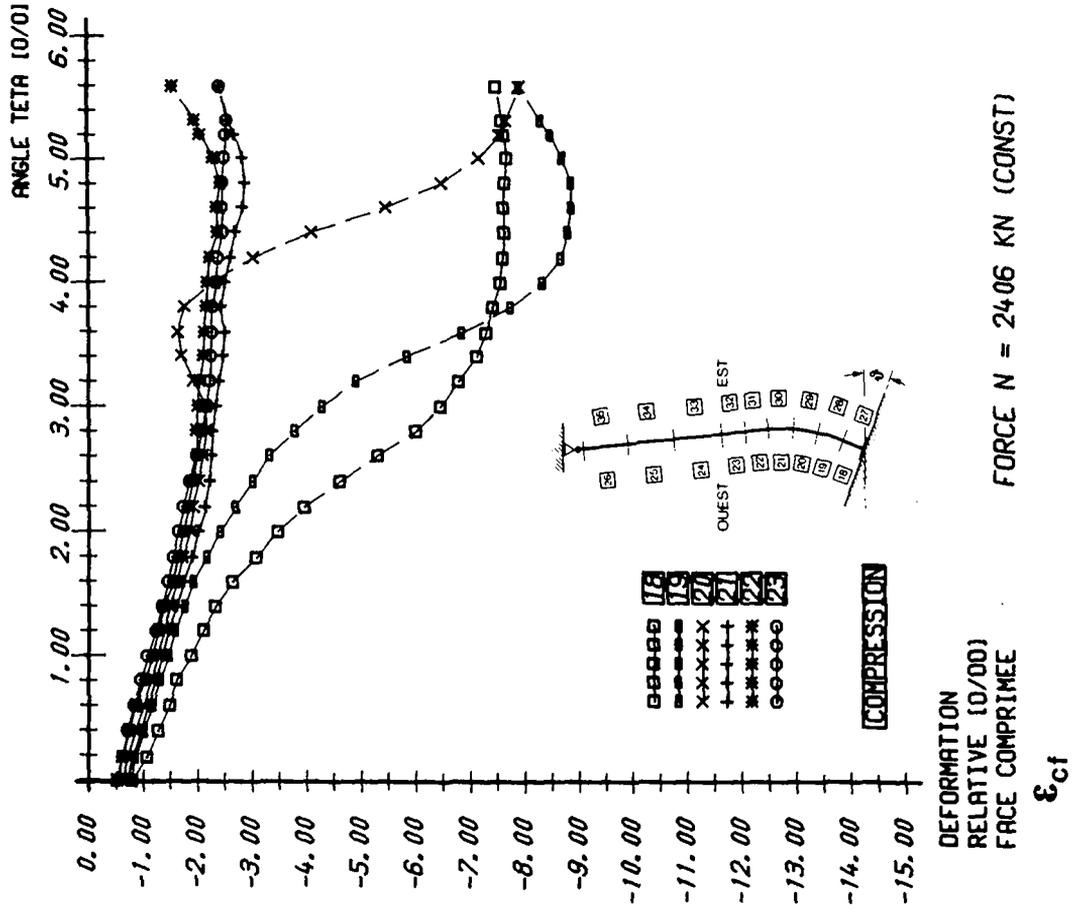
Durant la phase d'augmentation de θ de 0 à 2% , l'évolution du moment développé par les vérins est semblable à celle relevée sur les colonnes C3 et C6, avant que le béton d'enrobage n'éclate.

Au moyen des déplacements horizontaux mesurés sur les colonnes C1 et C5 durant la phase d'augmentation de N, sous $\theta = 2\%$ constant (fig. 6.21a et 6.21b), on peut déterminer le diagramme du moment total $M = M_1 + M_2$ et sa variation durant l'essai (fig. 6.22a et 6.22b).

L'augmentation de N a pour effet une diminution très rapide du moment du premier ordre M_1 . En d'autres termes, les vérins du système secondaire développent des forces inférieures pour maintenir l'angle constant. A l'extrémité où θ est imposé, il y a donc recentrage de l'effort normal. Partout ailleurs sur l'élément subsiste le moment dû à la déformée $M_2 = N \cdot w$. Ce phénomène est encore plus marqué si l'effort normal et l'angle sont augmentés simultanément, comme pour la colonne C2 (fig. 6.23a et 6.23b).

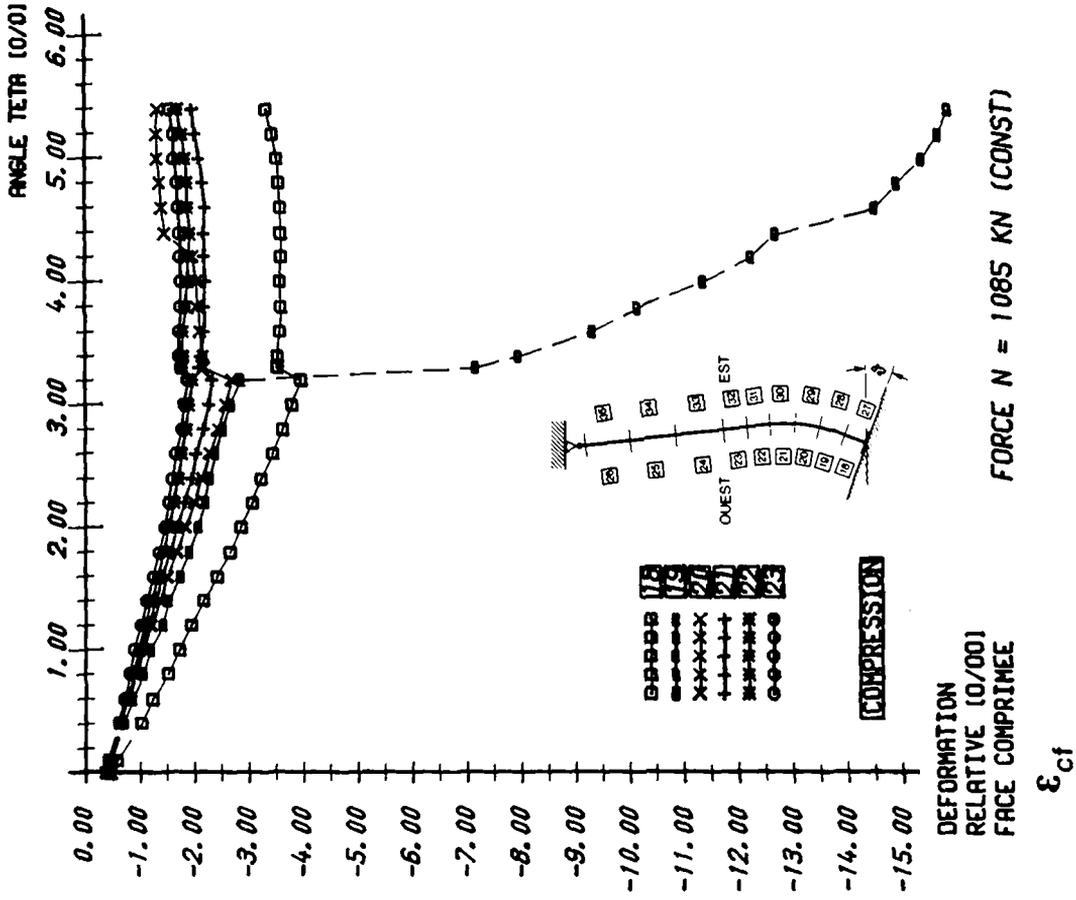
Pour ce qui est des déplacements horizontaux durant la dernière phase d'essai, on remarque qu'ils n'augmentent que très peu avec l'accroissement de N, si θ est maintenu constant (colonne C1, fig. 6.21a).

COLONNE C6: DEFORMATIONS RELATIVES BETON



b)

COLONNE C3: DEFORMATIONS RELATIVES BETON



a)

Fig. 6.20 Colonnes C3 et C6 : déformations relatives dans le béton en fonction de θ

COLONNE C1 : DEPLACEMENTS HORIZONTAUX PLAN O-E

COLONNE C5 : DEPLACEMENTS HORIZONTAUX PLAN O-E

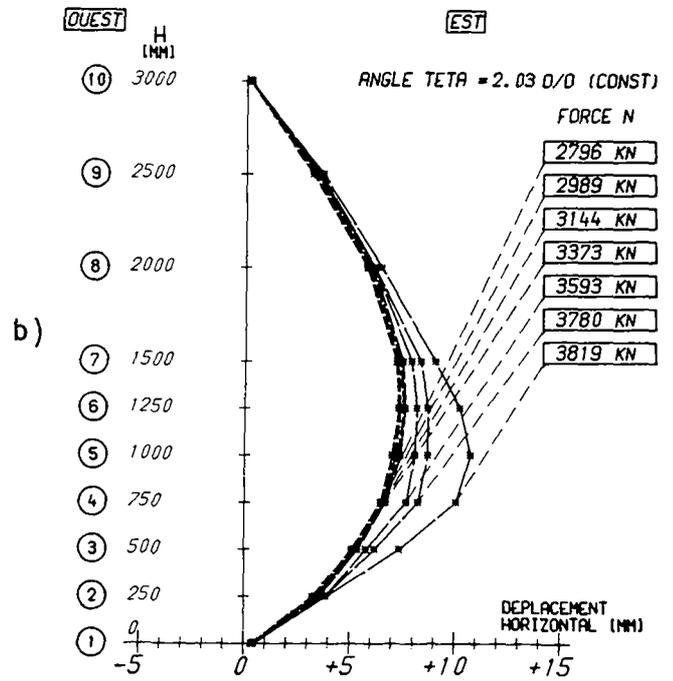
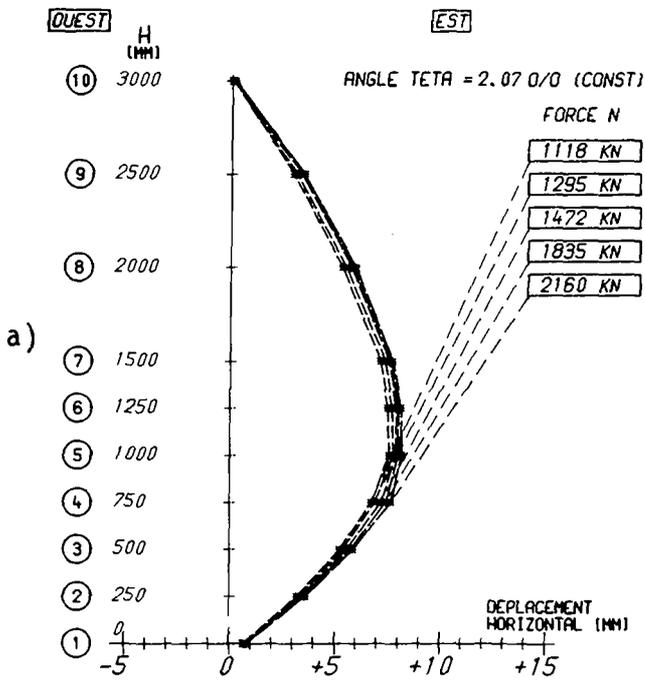


Fig. 6.21 Colonnes C1 et C5 : déplacements horizontaux en fonction de N

COLONNE C1 : MOMENTS DU 1ER ET DU 2EME ORDRE

COLONNE C5 : MOMENTS DU 1ER ET DU 2EME ORDRE

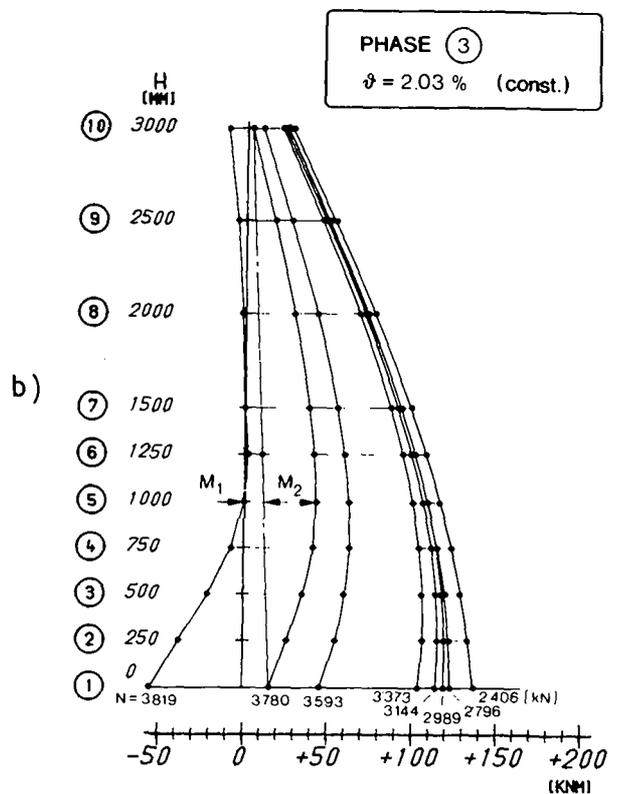
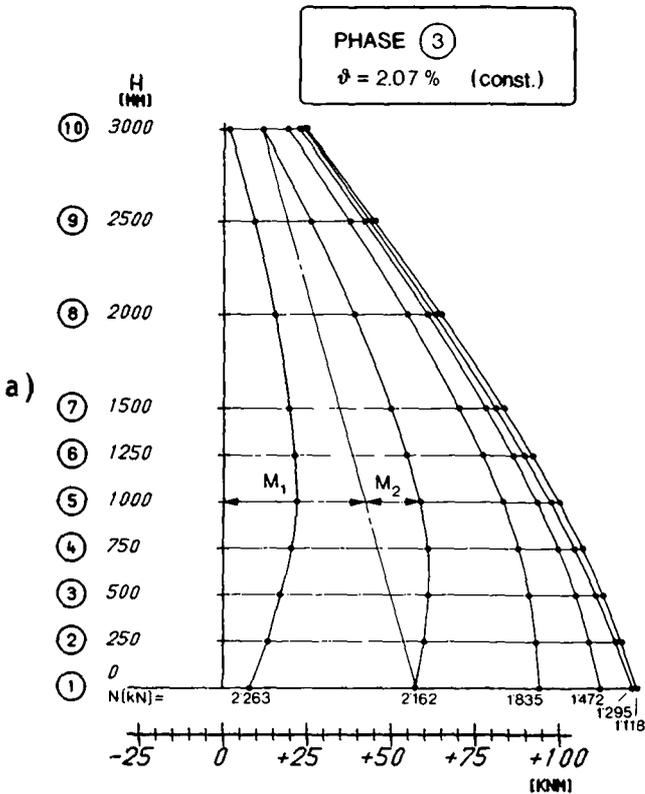


Fig. 6.22 Colonnes C1 et C5 : répartition du moment ($M = M_1 + M_2$) en fonction de N

Lorsqu'il y a augmentation simultanée de N et de θ , comme sur l'élément C2, les déplacements horizontaux ont même tendance à diminuer (fig. 6.23a). Ceci s'explique en considérant les diagrammes de répartition de la courbure moyenne représentés aux figures 5.7 et 5.8. La formation de la rotule plastique y est bien visible, comme l'est la diminution de la courbure dans les zones non plastifiées.

Les efforts normaux N_{\max} , les angles θ_{\max} et les déformations relatives maximales du béton fretté ϵ_{cf} , dans la section la plus sollicitée, sont:

Colonne	θ_{\max} [%]	N_{\max} [kN]	ϵ_{cf} [%]
C1	2,07	2400	9,9
C2	2,90	2020	13,4
C5	2,03	3990	11,0

Tableau 6.1

Sur les colonnes C1 et C2, la charge maximale est atteinte lors de l'ouverture d'un étrier dans la zone plastifiée (phénomène analogue à celui de l'élément C3).

L'évolution des déformations relatives mesurées sur ces deux éléments à l'approche de la rupture (phase ③) montre bien la localisation de la plastification (fig. 6.24a, 6.24b et 6.28).

En revanche, la colonne fortement armée C5 ne subit pas d'ouverture des étriers. La charge maximale y est atteinte lorsqu'un flambement de la cage d'armature se produit au tiers de la hauteur, dans la zone où le moment total atteint son maximum (fig. 6.22b).

Comme pour les éléments des séries A et B, on calcule, à titre de comparaison, la charge ultime en introduisant les résistances des matériaux mesurées sur éprouvettes et en négligeant la contribution du béton d'enrobage:

$$N_u = (A'_c - A_{s,tot}) \cdot f_c + A_{s,tot} \cdot f_y$$

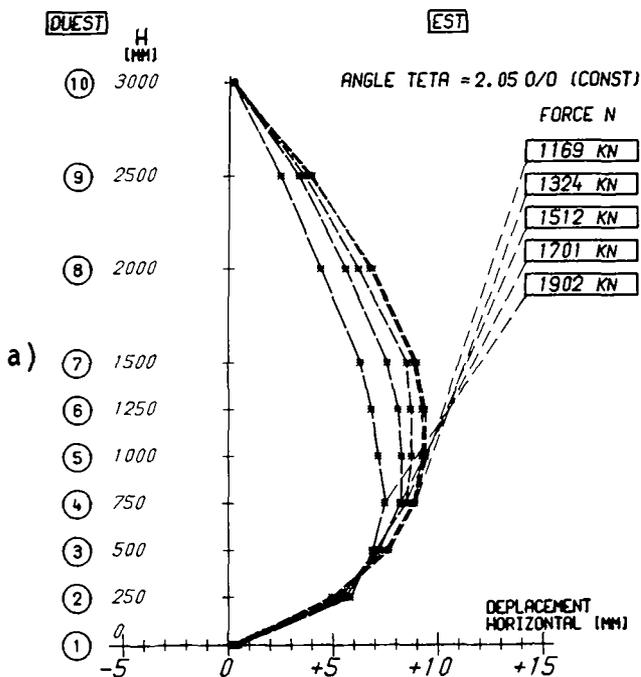
A'_c : aire de la section frettée

$A_{s,tot}$: aire armature longitudinale

$f_c = 51,6 \text{ N/mm}^2$ (prismes)

$f_y = 570 \text{ N/mm}^2$

COLONNE C2 : DEPLACEMENTS HORIZONTAUX PLAN O-E



COLONNE C2 : MOMENTS DU 1ER ET DU 2EME ORDRE

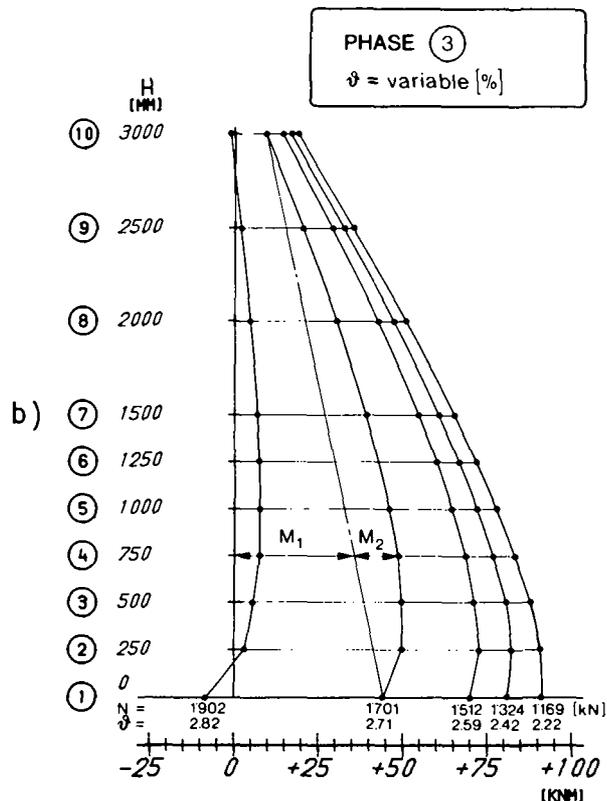
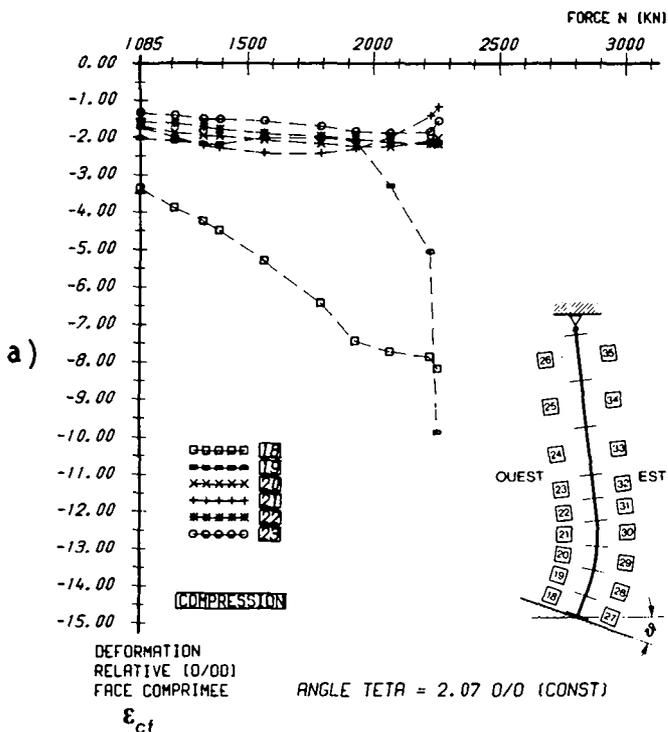


Fig. 6.23 Colonne C2 : déplacements horizontaux et répartition du moment (M = M₁ + M₂) en fonction de N et θ

COLONNE C1 : DEFORMATIONS RELATIVES BETON



COLONNE C2 : DEFORMATIONS RELATIVES BETON

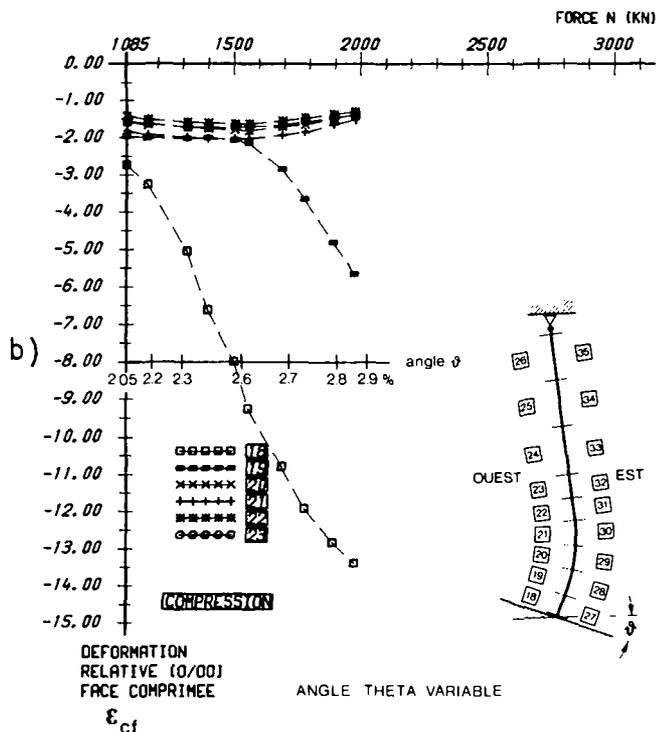


Fig. 6.24 Colonnes C1 et C2 : déformations relatives dans le béton en fonction de N, respectivement de N et θ

Colonnes C1 et C2

$$A_{s,tot} = 1609 \text{ mm}^2$$

$$A'_C = 23'900 \text{ mm}^2$$

$$N_U = 918 \text{ kN} + 1151 \text{ kN} = 2069 \text{ kN}$$

Colonne C5

$$A_{s,tot} = 5655 \text{ mm}^2$$

$$A'_C = 23'200 \text{ mm}^2$$

$$N_U = 3223 \text{ kN} + 907 \text{ kN} = 4130 \text{ kN}$$

La charge maximale obtenue sur la colonne C1 est donc supérieure à celle calculée; en admettant que cette différence est due à l'effet de frette sur la résistance du béton, l'accroissement Δf_c peut être calculé:

$$\Delta f_c = \frac{N_{max} - N_U}{A'_C - A_{s,tot}} = 14,4 \text{ N/mm}^2$$

d'où: $f'_c = f_c + \Delta f_c = 66 \text{ N/mm}^2$, c'est-à-dire une augmentation de 28%.

Sur la colonne C2, l'angle imposé plus grand cause à sa base des courbures supérieures à celles de l'élément C1. Associées à un effort normal pourtant légèrement plus faible, elles sont cependant suffisantes pour provoquer l'ouverture d'un étrier et par conséquent la perte de résistance du béton.

En ce qui concerne la colonne fortement armée C5, l'effort calculé N_U est supérieur à N_{max} en raison de l'instabilité mentionnée précédemment. Si on calcule N_U en tenant compte de l'augmentation de résistance du béton due à la frette ($f'_c = 66 \text{ N/mm}^2$), on obtient:

$$N_U = 3223 \text{ kN} + 1160 \text{ kN} = 4383 \text{ kN}$$

Ceci permet de conclure que l'instabilité conduit donc à une diminution de 9% de la capacité portante.

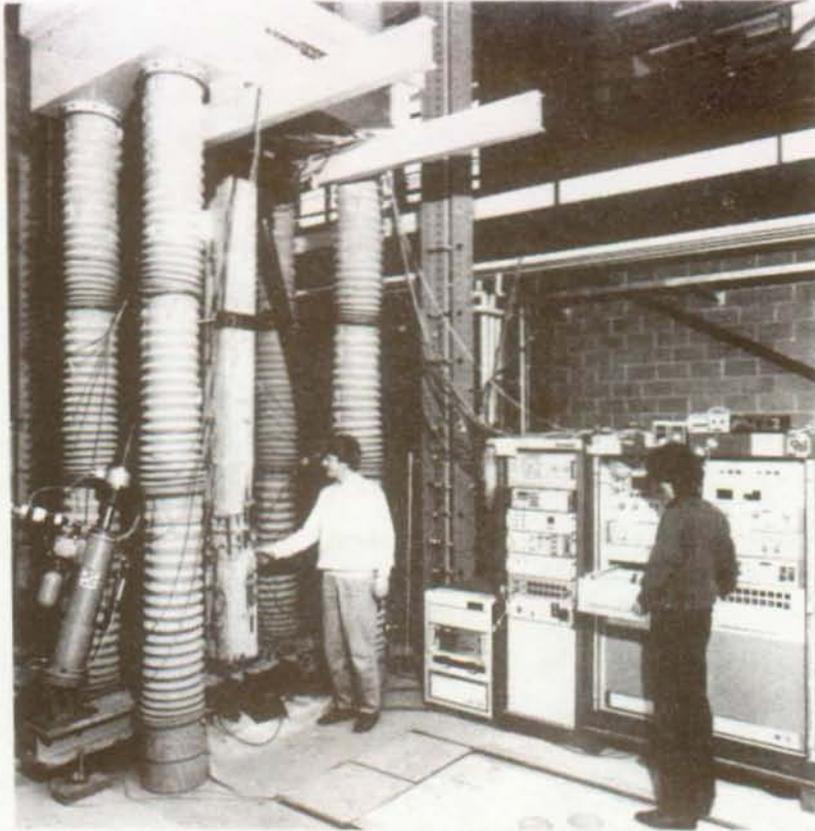


Photo 6.25a Installation d'essai, vue antérieure

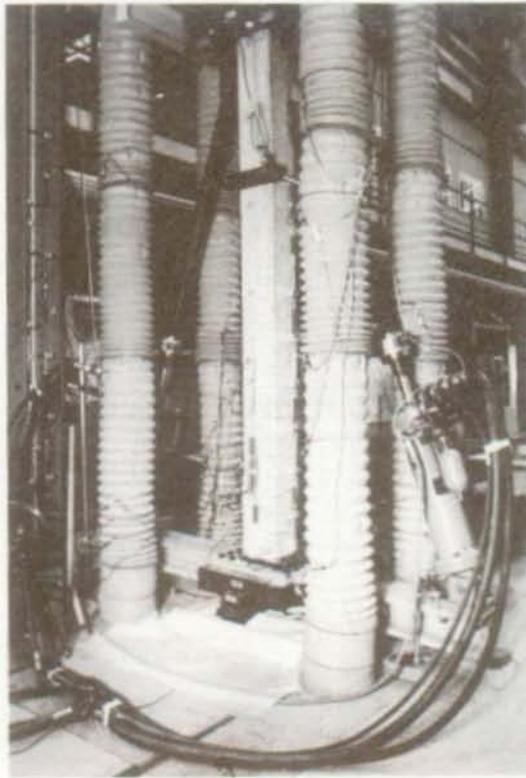


Photo 6.25b Installation d'essai, vue postérieure

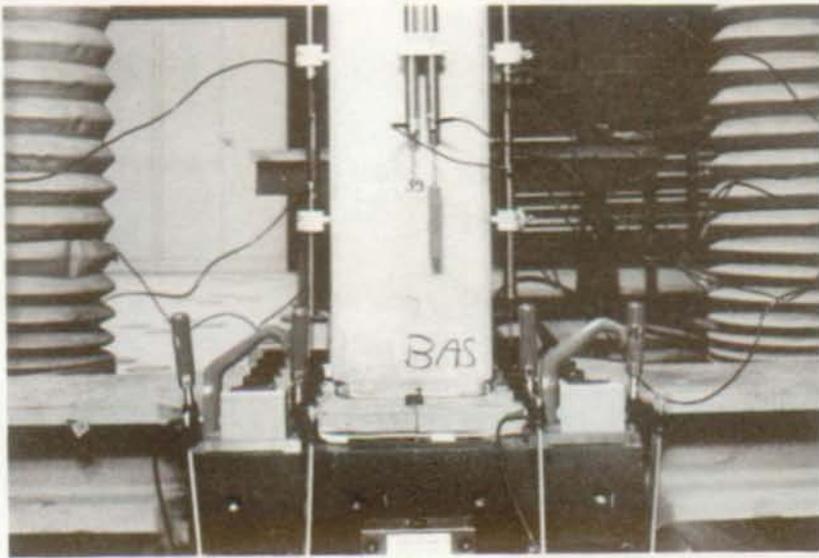


Fig. 6.26a Mesure de l'angle de rotation θ

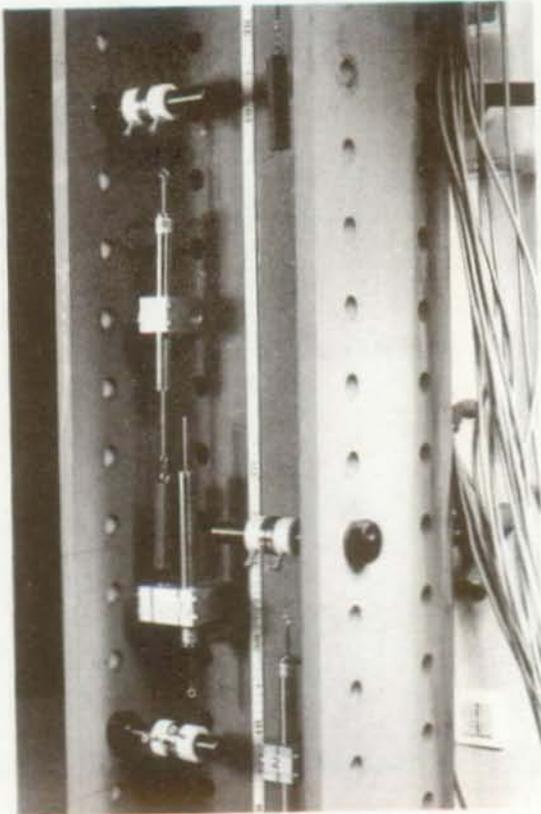


Fig. 6.26b Mesure déplacements horizontaux au moyen de capteurs

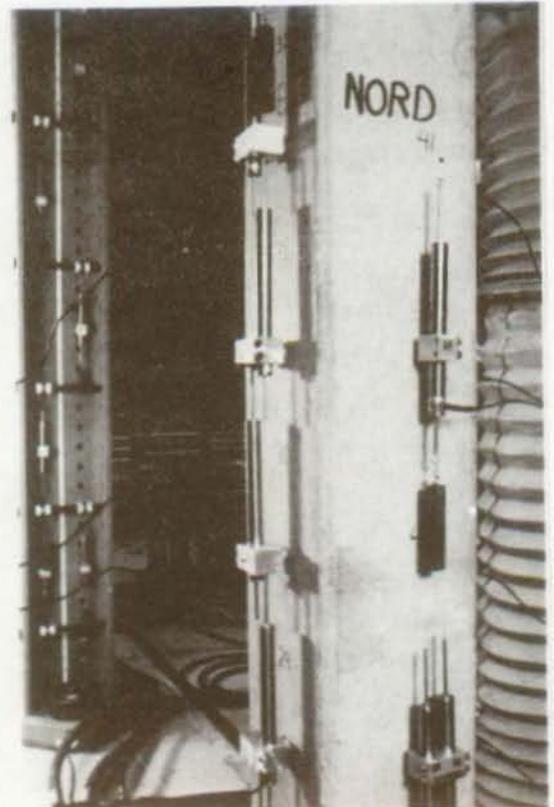


Fig. 6.26c Mesure de déformations relatives sur la colonne

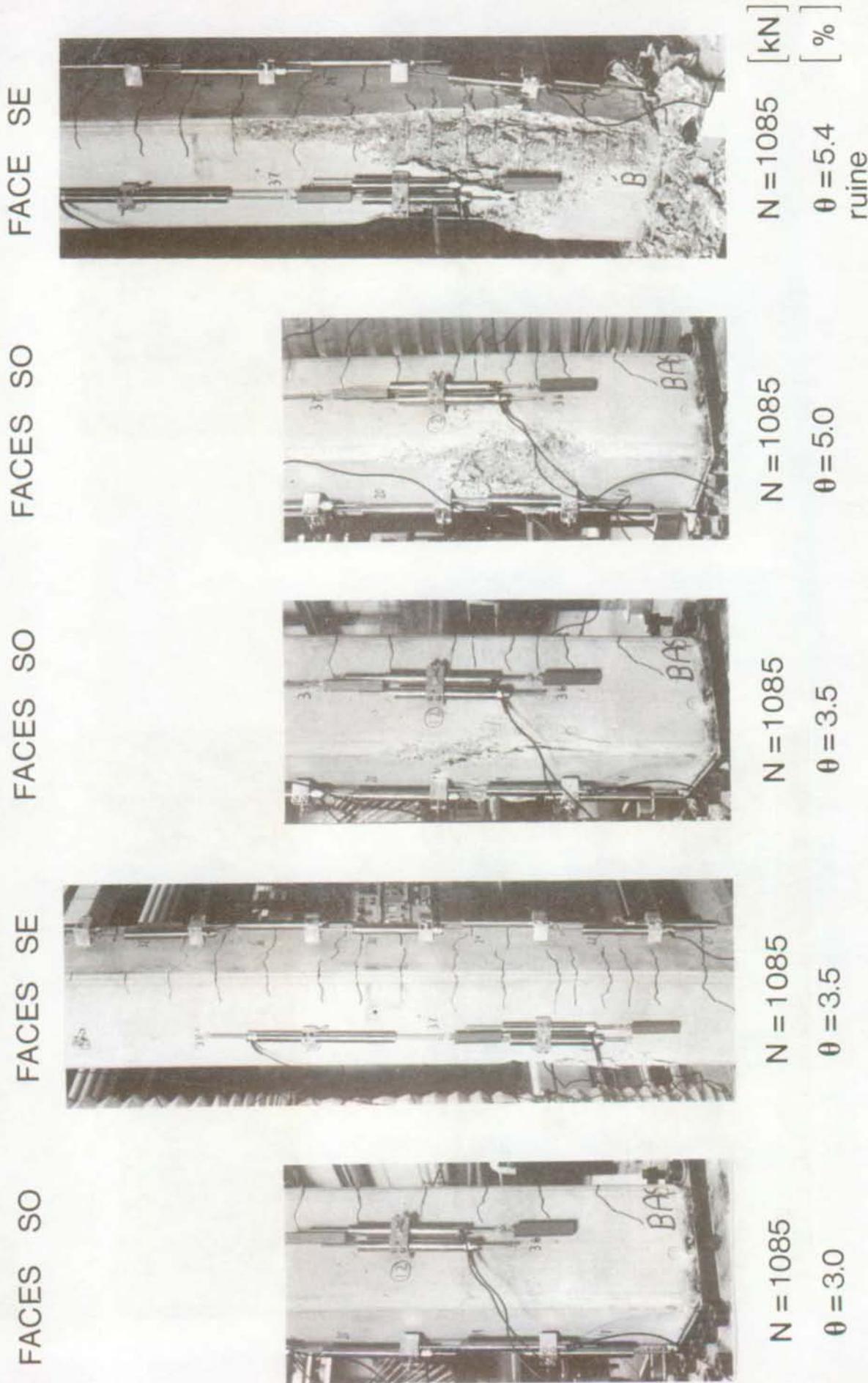


Fig. 6.27 Colonne C3: Evolution de la plastification

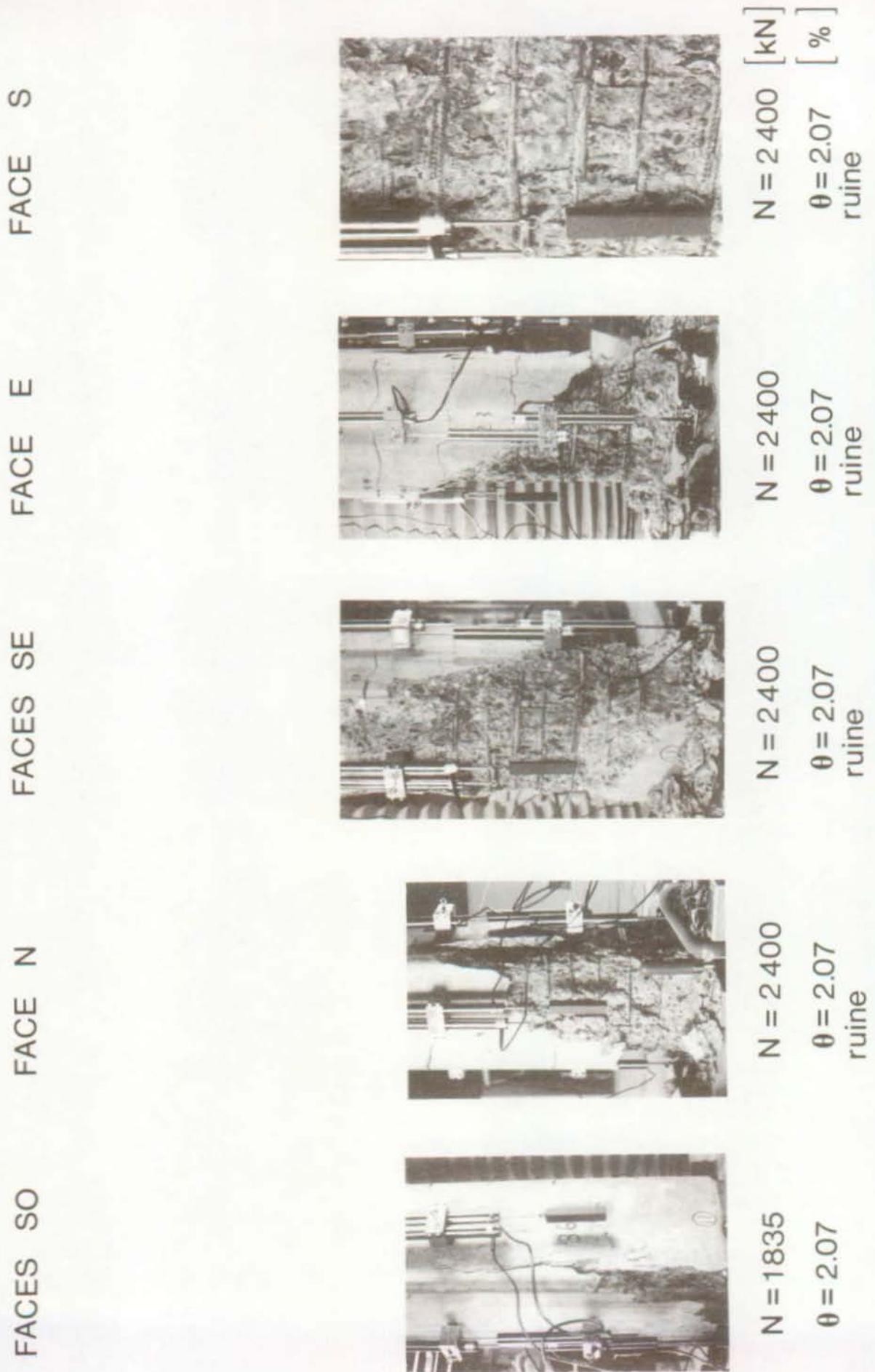


Fig. 6.28 Colonne C1: Evolution de la plastification

7. ETAT-LIMITE D'UTILISATION

7.1 Généralités, hypothèses simplificatrices

Dans la première partie de ce travail, il est montré que les colonnes en béton armé peuvent transmettre, à l'état ultime, un effort normal élevé indépendamment des déformations qui leur sont imposées, pour autant que des dispositions constructives particulières relatives à l'armature transversale soient adoptées et que certaines limites concernant l'élanement et la grandeur de la déformation imposée soient respectées.

Par des raisonnements à la rupture, il n'est toutefois pas possible de porter un jugement sur le comportement effectif d'une colonne à l'état d'utilisation. Sous les déformations imposées et les charges de service, l'ouverture des fissures à la face tendue du béton peut être excessive et il est également concevable qu'un éclatement du béton d'enrobage situé à l'extérieur des étriers se produise.

En conséquence, il faut pouvoir estimer les valeurs extrêmes des déformations imposables aux extrémités des colonnes, sans que l'état-limite d'utilisation ne soit dépassé, et vérifier ensuite que les déformations réellement imposées leur soient inférieures.

La méthode générale permettant la détermination de ces valeurs extrêmes est établie par Najdanovic [1.5]. Le présent chapitre constitue un bref rappel de ces bases théoriques.

Pour cerner les problèmes relatifs à l'aptitude au service des colonnes sous déformations imposées, il est nécessaire d'utiliser des méthodes tenant compte du comportement non-linéaire provenant de la fissuration et des effets différés. Le facteur temps, et par conséquent tout le comportement rhéologique d'une structure, doit être pris en considération.

L'histoire réelle de la construction n'est généralement pas connue au stade du projet et cela accroît la complexité du problème.

Afin d'aboutir à une méthode générale utilisable pour les applications pratiques, on a recours, dans [1.5], à des hypothèses simplificatrices conduisant à des résultats proches du comportement réel.

La démarche et le modèle de calcul proposés sont les suivants:

- Le problème d'une colonne soumise à un effort normal et à des déformations imposées, dues à des déplacements Δ ou à des rotations θ (figure 7.1a), est simplifié en le ramenant à celui d'une colonne isolée sollicitée par des efforts N et M de longue durée, constants et agissant à partir d'un âge conventionnel t_0 (figure 7.1b).
- Des critères simples sont établis pour la vérification de l'état d'utilisation (§ 7.2).

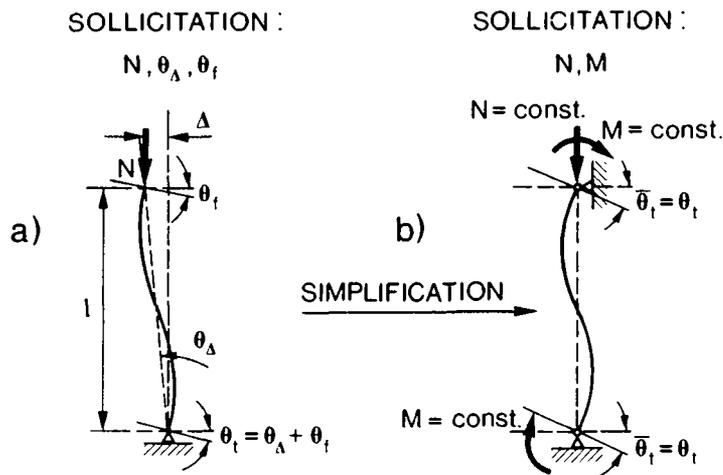


Fig. 7.1 Déformations imposées réelles et modèle de calcul

Il est vain de prétendre connaître l'histoire de la construction, c'est-à-dire les conditions climatiques, l'âge au moment du décoffrage et la variation des sollicitations dans le temps. En outre, dans une structure hyperstatique, l'effet du fluage du béton et la présence de l'armature provoque une redistribution des efforts.

L'évolution des déformations imposées aux extrémités est donc très incertaine, mais en admettant que la colonne est sollicitée par des efforts N et M constants, il est tout de même possible d'en estimer les valeurs finales.

Ainsi, quelle que soit la nature des déformations imposées, déplacement Δ dû au retrait ou à la température ou rotation θ_f imputable à la flexion des éléments horizontaux provenant des charges, l'évolution des angles imposés θ_t réels d'une colonne est remplacée par celle obtenue sur une colonne isolée sollicitée au temps $t=t_0$ par des efforts M et N constants, qui provoquent au temps $t=\infty$ des angles de rotation θ_t identiques à ceux imposés (figure 7.2).

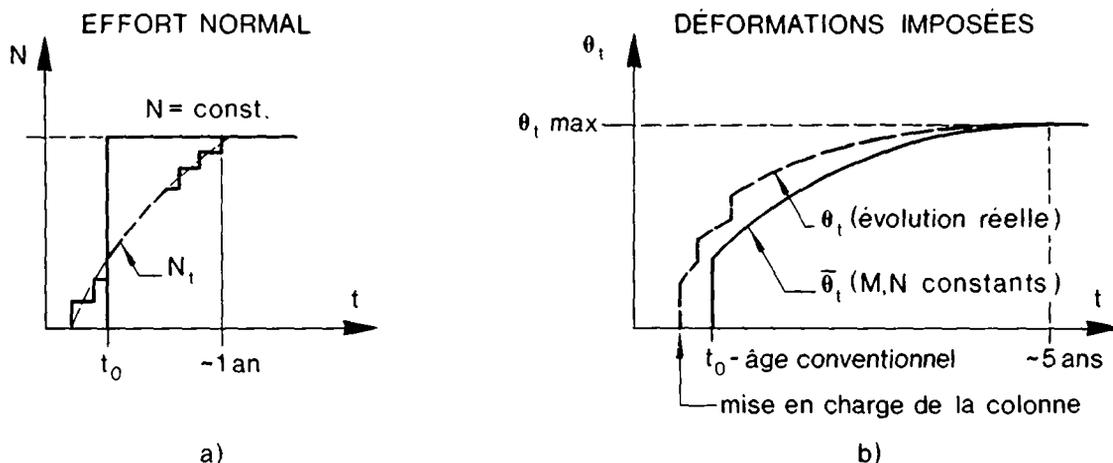


Fig. 7.2 Evolutions réelles et simplifiées des efforts et des déformations imposées

Les imprécisions qui résultent de cette simplification restent dans des limites tolérables, notamment dans le cas des déformations imposées dues aux charges. Dans le cas des déformations imposées dues au retrait des éléments horizontaux, on suppose que celui-ci évolue de façon affine au fluage.

Si les déformations sont imputables aux variations de température, on propose de ne prendre en compte que la variation saisonnnière, qui est lente, tandis que l'on néglige la partie qui varie rapidement (variation journalière) car celle-ci n'entrave généralement pas l'aptitude au service, vu son caractère réversible.

La variation saisonnière peut être traitée de la même façon que le retrait, en introduisant un coefficient de fluage très faible (voir § 7.3.2).

Une étude expérimentale étendue a été entreprise pour vérifier certains aspects relatifs à la fissuration et à la déformation des colonnes sous charges de longue durée. Conformément à la simplification adoptée, les colonnes d'essai sont sollicitées pendant plus d'une année, en atmosphère contrôlée, par un effort normal et un moment constants. Tous les résultats et les indications concernant ces essais sont contenus dans la référence [1.3].

. Courbure et états de contrainte

Le calcul des angles de rotation aux extrémités d'une colonne au temps $t=t$ s'effectue par intégration numérique de la courbure moyenne le long de la colonne. Le procédé est analogue à celui utilisé pour le calcul de l'angle de rotation θ_{max} à l'état ultime, présenté au chapitre 4 (équation (4.1)). En considérant que la colonne est sollicitée par des efforts M et N constants dans le temps, selon l'hypothèse énoncée précédemment (fig. 7.1), il est possible d'établir une relation entre le moment agissant dans une section et la courbure moyenne de celle-ci, pour un effort normal et un temps t donnés (fig. 7.3a).

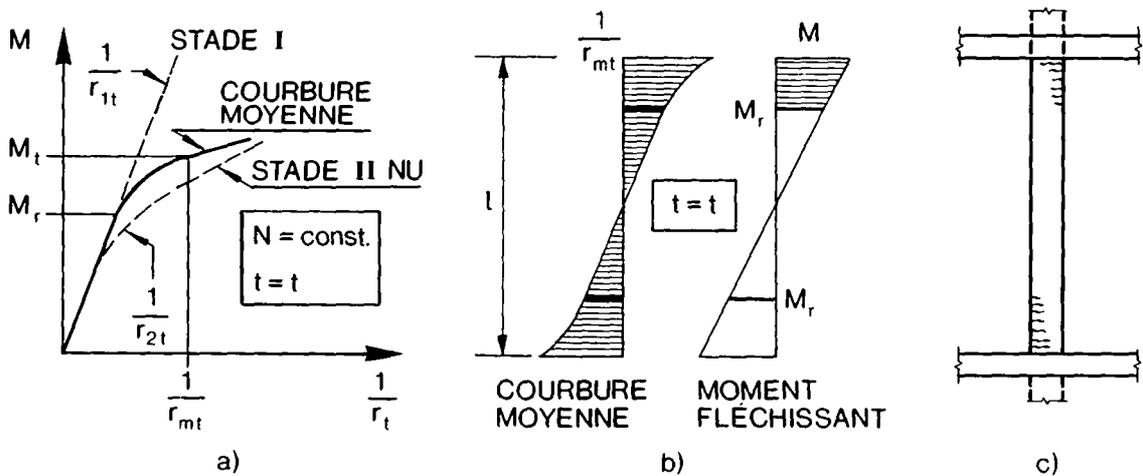


Fig. 7.3 Relation moment-courbure moyenne, répartition le long de la colonne

Lorsque la section est sollicitée par un moment inférieur au moment de fissuration M_r , sa courbure moyenne $\frac{1}{r_{mt}}$ est égale à celle calculée dans le stade I (stade homogène, non-fissuré). Quand $M > M_r$, la courbure moyenne se trouve comprise entre $\frac{1}{r_{1t}}$ (stade I) et $\frac{1}{r_{2t}}$ (stade II-nu, fissuré), à

cause de l'effet rigidifiant du béton tendu entre les fissures (tension stiffening). Cet effet est quantifiable au moyen d'un coefficient de répartition ([1.5], [7.1]), mais pour simplifier le calcul, on le néglige et on admet ainsi que:

$$\frac{1}{r_{mt}} \cong \frac{1}{r_{2t}} \quad \text{si } M > M_r$$

Cette approximation se justifie par le fait que les zones dans lesquelles peuvent apparaître des fissures sont très localisées, aux extrémités de la colonne (fig. 7.3c).

Les critères pour la vérification de l'état d'utilisation, présentés au § 7.2, conduisent en fait à limiter la courbure dans la section déterminante à une valeur admissible $\frac{1}{r_{adm}}$.

Il faut préciser que cette notion de courbure admissible est uniquement introduite ici pour illustrer la procédure de calcul.

Au moyen de la relation moment-courbure, il est donc possible de déterminer le moment de flexion M_t agissant lorsque la courbure de la section déterminante est égale à $\frac{1}{r_{adm}}$. La répartition du moment, dépendant du cas de déformation, est à priori connue car les effets du second ordre sont négligés et la répartition de la courbure $\frac{1}{r_{mt}}$ peut être trouvée.

L'angle admissible $\theta_{adm,t}$, satisfaisant les critères de l'état-limite d'utilisation, est alors obtenu en intégrant la courbure $\frac{1}{r_{mt}}$ le long de l'élément.

L'établissement de la relation moment-courbure nécessite la connaissance de l'état de contraintes et de déformations relatives de la section, qui changent dans le temps sous l'effet du fluage et du retrait du béton.

Le problème principal est donc d'estimer la relation contrainte-déformation du béton en fonction du temps.

Les différentes méthodes approximatives permettant de traiter ce problème sont résumées dans [1.5]. La méthode choisie est celle du module ajusté effectif (AAEM) qui permet d'obtenir une équation algébrique de la forme:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} \cdot [1 + \varphi(t, t_0)] + \frac{\Delta\sigma_c(t)}{E_c(t_0)} \cdot [1 + \chi(t, t_0) \cdot \varphi(t, t_0)] + \varepsilon_{cs} \quad (7.1)$$

En posant: $\sigma_c(t) = \sigma_c(t_0) + \Delta\sigma_c(t)$ (7.2)

où: $\Delta\sigma_c(t)$: variation graduelle de la contrainte σ_c
entre le temps $t = t$ et $t = t_0$

on obtient:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} \cdot \varphi(t, t_0) \cdot (1 - \chi(t, t_0)) + \frac{\sigma_c(t)}{E_c(t_0)} \cdot [1 + \chi(t, t_0) \cdot \varphi(t, t_0)] + \varepsilon_{cs} \quad (7.3)$$

où: $\varphi(t, t_0)$: coefficient de fluage
 $\chi(t, t_0)$: coefficient de vieillissement
 $E_c(t_0)$: module de déformation du béton
 ε_{cs} : retrait spécifique

Les valeurs de $\chi(t, t_0)$ pour les conditions usuelles sont présentées sous forme de diagrammes dans la référence [7.1]; toutefois, pour la plupart des cas de la pratique, on peut adopter la valeur constante $\chi(t, t_0) = 0,8$.

L'équation (7.3) permet de déterminer les états de contraintes et de déformations relatives d'une section, au temps $t = t$, dans les stades I et II-nu.

Sans trop entrer dans les détails, on explique ici brièvement les principes de ce calcul qui est exposé de manière étendue à la référence [1.5].

• Stade I

Soit la figure 7.4 représentant une section rectangulaire, sollicitée en flexion composée par M et N supposés constants dans le temps considéré. La section active en stade I est l'aire totale de la section de béton et d'armature.

Les hypothèses de base sont:

1. Les sections restent planes dans le temps.
2. Les déformations relatives instantanées et de longue durée sont liées linéairement aux contraintes.
3. Le glissement relatif entre l'armature et le béton adjacent est nul.

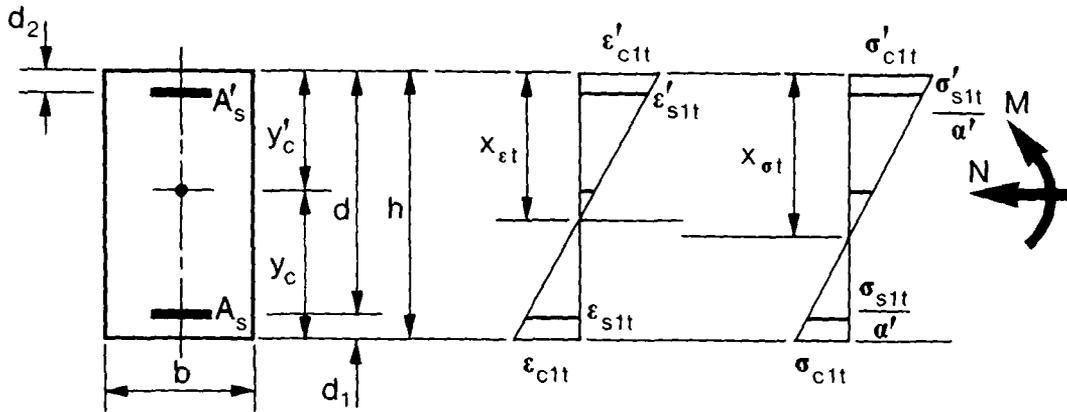


Fig. 7.4 Stade I: états de contraintes et de déformations relatives au temps $t = t$ et caractéristiques géométriques de la section

Les conditions de compatibilité des déformations relatives et celles d'équilibre des efforts permettent, en y ajoutant l'équation (7.3), de trouver les valeurs des contraintes σ_{c1t} , σ'_{c1t} , σ_{s1t} et σ'_{s1t} et des déformations relatives correspondantes, en fonction de M , N , φ , χ et ϵ_{cs} , ainsi que des caractéristiques géométriques de la section.

. Stade II-nu

Des hypothèses supplémentaires sont ajoutées à celles de base du stade I, qui restent valables.

1. La partie active de la section est constituée par l'armature longitudinale et la zone comprimée du béton (fig. 7.5).
2. Les axes neutres des contraintes et des déformations coïncident dans le temps et se rapprochent de l'armature tendue.

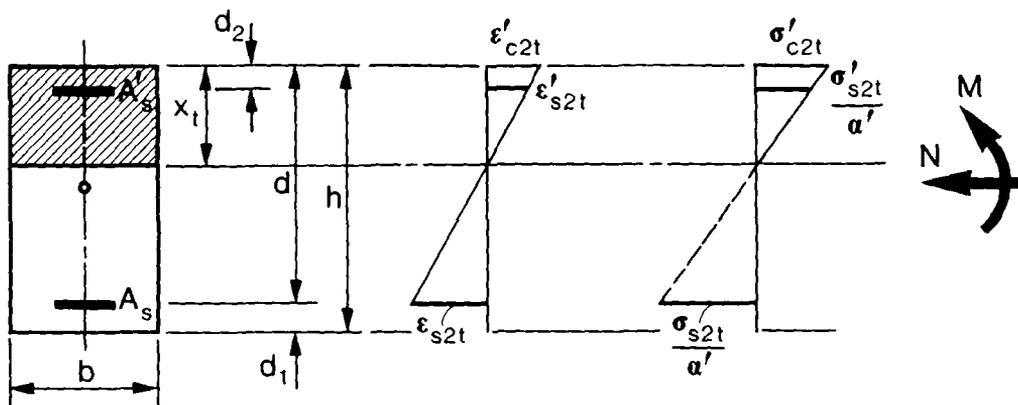


Fig. 7.5 Stade II-nu: états de contraintes et de déformations relatives au temps $t = t$ et caractéristiques géométriques de la section

En utilisant les mêmes conditions que pour le stade I (compatibilité, équilibre et équation (7.3)), les valeurs des contraintes σ_{c2t} , σ_{s2t} et σ_{s2t} sont calculées ainsi que celles des déformations relatives correspondantes.

Les expressions obtenues pour la section des figures 7.4 et 7.5 sont relativement simples [1.5], mais deviennent beaucoup plus complexes dans le cas de sections avec une armature uniformément répartie sur le pourtour, ou de forme circulaire.

Les courbures dans les stades I et II-nu s'obtiennent donc à partir des équations suivantes:

$$\text{stade I} \quad : \quad \frac{1}{r_{1t}} = \frac{\epsilon_{s1t} - \epsilon'_{c1t}}{d} \quad (7.4)$$

$$\text{stade II-nu} \quad : \quad \frac{1}{r_{2t}} = \frac{\epsilon_{s2t} - \epsilon'_{c2t}}{d} \quad (7.5)$$

. Justification de la méthode

L'hypothèse simplificatrice principale émise au § 7.1 (colonne isolée sollicitée par M et N constants) est justifiée dans [1.5] en analysant d'une part le comportement des colonnes sous déformations imposées dues au retrait et à la variation saisonnière de la température et, d'autre part, sous l'action des charges sur les éléments horizontaux.

Lorsque les angles de rotation imposés aux extrémités d'une colonne croissent de manière lente et affine au fluage, par exemple lorsqu'ils sont dus au retrait, à partir de $t = t_0$ jusqu'à $t = t$, on peut montrer que le moment agissant au temps $t = t$ est très proche du moment de remplacement M qu'il faudrait appliquer au temps $t = t_0$ à une colonne isolée pour obtenir les mêmes angles de rotation que ceux imposés.

Dans le cas des déformations imposées dues aux charges, on peut constater, dans les conditions de construction et d'utilisation habituelles, que la différence entre les angles calculés au temps $t = t$ de la colonne isolée sollicitée par M et N constants et ceux d'une colonne faisant partie d'un cadre, n'excède pas 20%.

Pour les applications pratiques, il y a lieu de choisir un âge conventionnel de mise en charge t_0 adapté aux conditions climatiques et à celles de construction, duquel on déduit le coefficient de fluage φ et le retrait spécifique ε_{cs} (§ 7.3.2).

7.2 Critères pour la vérification à l'état d'utilisation

7.2.1 Choix des critères

Pour pouvoir calculer les valeurs maximales des angles de rotation imposables à une colonne sans que l'état-limite d'utilisation ne soit dépassé, ce dernier doit être défini par des critères simples.

On admet que ce dépassement a lieu lorsque:

- l'ouverture des fissures est supérieure à une certaine limite spécifiée;
- l'éclatement du béton d'enrobage se produit dans la zone la plus comprimée.

Dans la grande majorité des cas, on peut se prémunir contre ces phénomènes en adoptant des critères de limitation des déformations relatives de l'armature tendue et comprimée au temps $t = t$. Le choix des valeurs appropriées est effectué dans les paragraphes suivants.

Les valeurs maximales des angles de rotation qui résultent du respect de ces critères sont appelés angles limite admissibles θ_{adm} .

7.2.2 Limitation de l'allongement relatif de l'armature tendue

La répartition du moment le long de la colonne implique que les fissures apparaissent en général à sa base et à sa tête, comme représenté à la figure 7.3c.

Pour que l'ouverture d'une fissure ne soit pas trop grande, les contraintes dans l'armature, y compris leur accroissement dans le temps à cause des effets différés, doivent être limitées.

A cet effet, il est proposé dans [1.5] de limiter l'allongement de l'armature tendue au temps $t = t$ à :

$$\epsilon_{st} \leq + 1,5 \text{ ‰} \quad (7.6)$$

En limitant l'allongement ϵ_{st} , à cette valeur, on parvient à maintenir l'ouverture maximale des fissures inférieure à environ 0,4 mm, ce qui constitue une limite raisonnable pour des conditions d'ambiance normales.

Une telle approche est justifiée en considérant la figure 7.6 où on représente l'ouverture moyenne des fissures w_m mesurée en fonction de l'allongement moyen ϵ_{sm} de l'armature tendue. Les valeurs de w_m et de ϵ_{sm} représentées sur ce diagramme sont celles obtenues sur toutes les colonnes de l'étude expérimentale [1.3], immédiatement après la mise en charge ($t=t_0$) et après une année ($t-t_0 = 1 \text{ an}$).

Dans le cas des éléments étudiés, il semble qu'il existe une relation quasi-linéaire entre ces deux grandeurs, indépendamment du facteur temps.

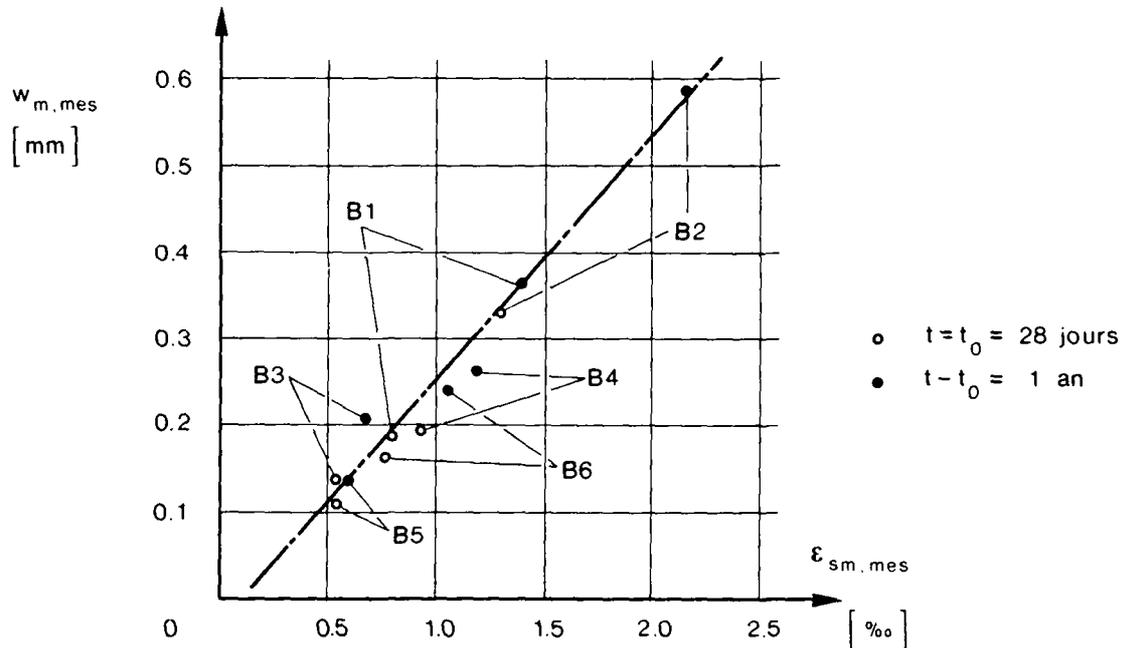


Figure 7.6 Valeur moyenne mesurée de l'ouverture de fissure w_m en fonction de l'allongement moyen de l'armature ϵ_{sm} (d'après [1.3])

L'allongement moyen ϵ_{sm} est mesuré sur une zone de 900 mm de longueur, à l'intérieur de laquelle il y a formation de plusieurs fissures; on relève que leur ouverture moyenne vaut 0,4 mm si $\epsilon_{sm} = + 1,5 \text{ ‰}$.

En limitant l'allongement ϵ_{st} au droit d'une fissure au moyen du critère (7.6), on estime que son ouverture maximale reste inférieure à 0,4 mm.

Lorsqu'une limitation plus sévère de l'ouverture des fissures est requise, par exemple quand les conditions d'ambiance sont sévères ou que les exigences relatives à l'aspect sont très élevées, il y a lieu de modifier le critère (7.6) en conséquence, en admettant une proportionnalité entre w_m et ϵ_{sm} .

7.2.3 Limitation du raccourcissement relatif de l'armature comprimée

En plus d'une fissuration excessive, le second phénomène à éviter sur une colonne à l'état d'utilisation est l'éclatement du béton d'enrobage.

Un tel désagrément ne se produit toutefois que très rarement, et seulement dans le cas où les sollicitations sont appliquées immédiatement au temps $t = t_0$, car dans le cas contraire, le fluage non linéaire dès que $\sigma_c > 0,4f_c$ induit une forte diminution des contraintes dans le béton et par conséquent une diminution du danger d'éclatement.

Dans les essais précités [1.3], des raccourcissements moyens du béton comprimé de l'ordre de $\epsilon_{cm} = - 4$ ‰ peuvent être observés, après une année sous charges de service, sans dégradation apparente bien que cela implique une plastification de l'armature comprimée adjacente.

Le passage de l'armature comprimée de la phase élastique à la phase plastique peut bien entendu augmenter considérablement la déformabilité d'une colonne. Compte tenu du fait que la vérification à l'état d'utilisation se fait en ne considérant que les charges permanentes (voir § 8.3.2), il est prudent de limiter le raccourcissement de l'armature comprimée à :

$$|\epsilon'_{st}| \leq 2,3 \text{ ‰} \quad (7.7)$$

La plastification sous les charges permanentes est ainsi empêchée, mais un certain dépassement de la limite d'élasticité de l'armature est possible sous les charges utiles non-permanentes.

7.2.4 Inversion du signe de l'angle imposé

Soit la figure 7.7a représentant une colonne subissant des angles de rotation, dus au raccourcissement du porteur horizontal (retrait, abaisse-

ment de la température) tels que l'armature comprimée est sollicitée au niveau de sa limite d'écoulement (section considérée: base de la colonne). Une hausse de température est susceptible de provoquer un allongement de l'élément horizontal, et par conséquent, une diminution, voire un changement de signe de l'angle imposé à l'extrémité inférieure (fig. 7.7b). Cette possibilité ne doit cependant pouvoir être admise que dans la mesure où l'armature comprimée n'atteint pas l'état de décompression ($\epsilon'_{st} = 0$), afin d'éviter l'apparition de fissures largement ouvertes. De plus, la compression de l'armature précédemment tendue ne doit pas dépasser $\epsilon_{st} = -1,5 \text{ ‰}$.

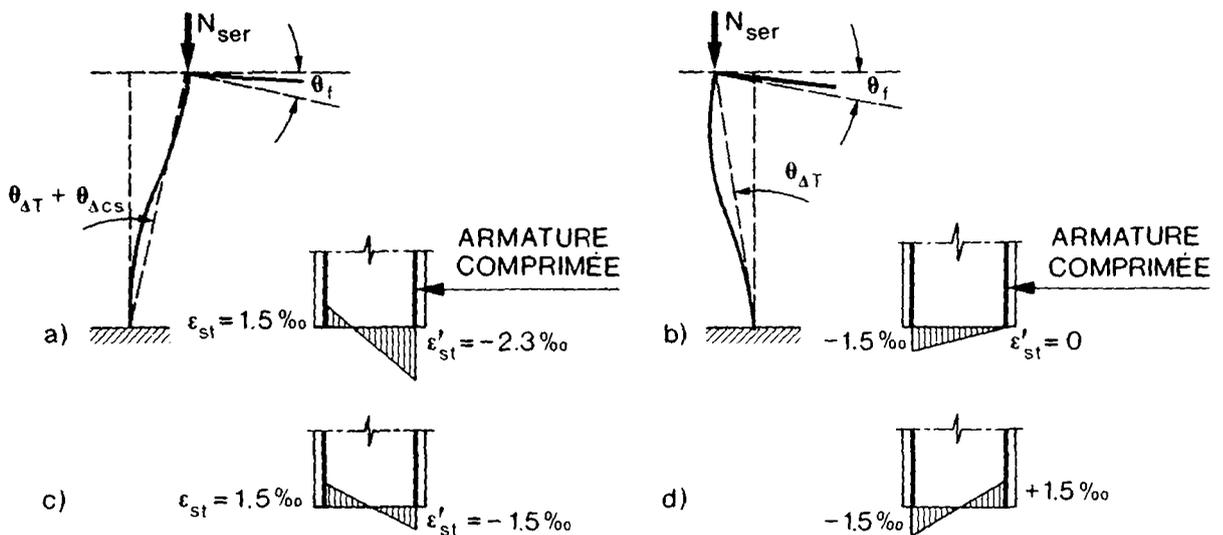


Figure 7.7 Limitation des déformations relatives de l'armature dans les cas d'une inversion du signe de l'angle imposé

Lorsque l'armature comprimée est sollicitée très en-dessous de sa limite d'écoulement, avec une déformation relative $|\epsilon'_{st}|$ inférieure à $1,5 \text{ ‰}$ (fig. 7.7c), elle peut, dans le cas d'une inversion de température, être ultérieurement tendue jusqu'à $\epsilon'_{st} = 1,5 \text{ ‰}$ (fig. 7.7d).

7.3. Etablissement d'abaques pour l'application pratique

7.3.1 Description de l'abaque et programme de calcul

A partir des critères choisis au § 7.2, il est possible d'établir des abaques permettant d'obtenir l'angle admissible θ_{adm} en fonction du rapport $\frac{N_{ser}}{N_R}$, où N_{ser} est l'effort normal à l'état de service dû aux

charges permanentes et N_R la valeur de calcul de la résistance définie par l'équation (3.14). Un exemple d'un tel abaque est représenté ci-après à la figure 7.8.

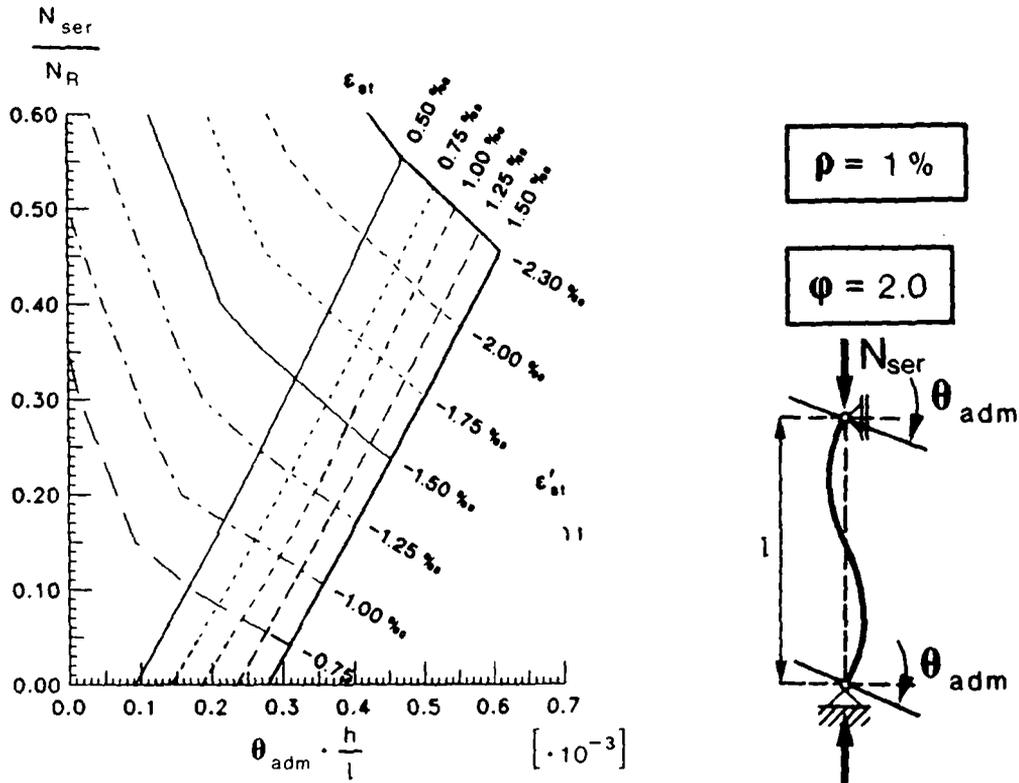


Fig. 7.8 Exemple d'abaque pour la détermination de l'angle admissible θ_{adm}

A chaque valeur de ϵ_{st} ou ϵ'_{st} , choisie comme critère, et à chaque rapport $\frac{N_{ser}}{N_R}$ correspond un angle de rotation $\theta_{adm} \cdot \frac{h}{l}$ différent. Il en résulte deux familles de courbes, l'une représentant les déformations relatives de l'armature tendue (ϵ_{st}) et l'autre celles de l'armature comprimée (ϵ'_{st}).

L'angle admissible maximal est évidemment obtenu lorsque les critères les moins sévères $\epsilon_{st} = 1,5 \text{ ‰}$ et $\epsilon'_{st} = -2,3 \text{ ‰}$ sont vérifiés simultanément dans la section déterminante.

Un tel abaque, valable pour un taux d'armature ρ et pour des caractéristiques rhéologiques ϕ et ϵ_{cs} données, dépend du cas de déformation considéré.

Il est établi à l'aide d'un programme de calcul non-linéaire fonctionnant selon les principes suivants.

Pour un niveau d'effort normal $\frac{N_{ser}}{N_R}$ donné et en admettant que le critère choisi (ϵ'_{st} ou ϵ_{st}) est vérifié dans la section déterminante, il est possible, dans un processus itératif, de déterminer la valeur du moment fléchissant agissant dans celle-ci (voir § 7.1). En connaissant la répartition de ce moment le long de la colonne (cas de déformation donné) et moyennant les équations (7.4) et (7.5), on peut déterminer la répartition de la courbure, dont l'intégration permet d'obtenir l'angle admissible θ_{adm} .

On constate ainsi que le moment de flexion n'est qu'une grandeur "intermédiaire" entre les critères définissant l'état d'utilisation et l'angle admissible θ_{adm} , il n'apparaît donc pas dans les abaques en tant que paramètre.

7.3.2 Choix des paramètres

Afin de pouvoir couvrir la majorité des cas de la pratique, les abaques sont établis avec les paramètres suivants:

a) Caractéristiques géométriques et armature (fig. 7.9)

La colonne a une longueur l (hauteur d'étage) et une section carrée ou rectangulaire de hauteur h . On considère que l'armature est répartie sur le pourtour de la section, à raison de $\frac{A_{s,tot}}{4}$ sur chaque côté. La distance entre la fibre extrême du béton et l'armature est choisie égale à $0,1 \cdot h$. Les abaques sont établis pour des taux d'armature longitudinale ρ valant:

$$\rho = 1, \quad 3, \quad 5 \quad \text{et} \quad 10\%$$

et calculés par rapport à la section frettée. Les dimensions de cette dernière sont admises égales à $h' = 0,85 \cdot h$ et $b' = 0,85 \cdot b$. Ces abaques peuvent également être utilisés pour des colonnes de section circulaire (§ 7.3.3).

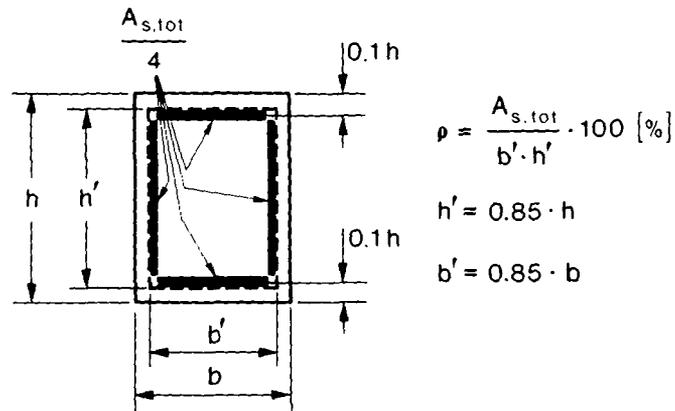


Fig. 7.9 Caractéristiques géométriques et armature

b) Effort normal $\frac{N_{ser}}{N_R}$ compris entre 0,05 et 0,6

N_R dépend de la résistance de calcul f_c du béton (équation (3.14)) et les abaques sont par conséquent également dépendants de cette grandeur. Ceux établis ici sont obtenus avec une valeur $f_c = 19,5 \text{ N/mm}^2$ correspondant à un béton de la classe B40/30 selon la norme SIA 162 [1.8].

c) Cas de déformation

Les abaques se rapportent au cas D (déformation en "S") le plus fréquent; ils peuvent être facilement utilisés pour les autres cas de déformation en multipliant les angles θ_{adm} par les facteurs suivants:

cas A: 3,0 cas B: 2,0 cas C: 1,5

d) Caractéristiques rhéologiques du béton

Elles dépendent de la composition du béton, du procédé d'exécution, de l'histoire de la construction ainsi que des conditions atmosphériques. Au stade du projet, il est difficile d'indiquer des valeurs précises pour le coefficient de fluage ϕ ainsi que pour le retrait ϵ_{CS} , bien que des indications à ce sujet soient contenues dans les normes.

Afin de couvrir la majorité des cas courants selon la nature des déformations imposées, déformations lentes dues au retrait et aux charges, ou déformations plus rapides causées par la température, les abaques sont établis pour cinq coefficients de fluage φ , auxquels sont associées les valeurs de retrait spécifique suivantes:

- $\varphi = 0,5$; $\epsilon_{CS} = 0$
- $\varphi = 1,0$; $\epsilon_{CS} = 100 \cdot 10^{-6}$
- $\varphi = 1,5$; $\epsilon_{CS} = 200 \cdot 10^{-6}$
- $\varphi = 2,0$; $\epsilon_{CS} = 275 \cdot 10^{-6}$
- $\varphi = 2,5$; $\epsilon_{CS} = 350 \cdot 10^{-6}$

Le module d'élasticité de l'acier d'armature est admis égal à $E_s = 210'000$ N/mm² et le module de déformation instantané du béton à $E_{CO} = 30'000$ N/mm². Les principes de la vérification de l'aptitude au service des colonnes au moyen de ces abaques sont présentés au § 8.3.2 et les abaques eux-mêmes sont rassemblés au § 8.3.3.

8. APPLICATION AUX CAS COURANTS

8.1 Introduction et définition du domaine d'application

Ce chapitre est consacré à l'application dans les cas courants de ce concept basé sur la déformabilité des éléments comprimés en béton armé. Par cas courants, on entend ici les colonnes en béton armé de la majorité des bâtiments modernes stabilisés dans le sens horizontal par des contre-ventements appropriés (refends, noyaux), mais également d'autres cas de pièces linéaires comprimées dans le domaine des ponts et des fondations, comme les pieux.

L'analyse d'une structure doit toujours aboutir à un choix de dimensions tel qu'elle possède une sécurité suffisante vis-à-vis de la ruine et qu'elle se comporte de manière satisfaisante à l'état d'utilisation. En ce qui concerne une colonne de bâtiment, il faut vérifier que celle-ci :

- a) puisse transmettre l'effort normal N avec une sécurité suffisante lorsqu'elle se trouve soumise à une déformation angulaire θ_{\max} ;
- b) ne se fissure pas au-delà de certaines ouvertures acceptables et ne subisse aucun éclatement du béton d'enrobage, situé en dehors des étriers, sous les sollicitations de service N_{ser} et θ_{ser} .

Le premier volet, concernant la sécurité structurale, est abordé au chapitre 5. Une méthode générale permettant le dimensionnement de l'armature longitudinale et transversale y est exposée (§ 5.2) et illustrée au moyen d'exemples. Il est cependant montré que l'application de cette méthode en ce qui concerne le calcul des étriers conduit à des calculs relativement longs. C'est la raison pour laquelle on indique au § 5.3 la manière de dégager des règles constructives simples permettant de conférer, à toutes les colonnes d'un bâtiment, une ductilité équivalente à celle requise pour les porteurs horizontaux. Cette ductilité doit leur permettre de subir des angles $\theta_{\max} = 1\%$ imposés selon le cas D (déformation en S).

Le second volet concerne l'aptitude au service et fait l'objet du chapitre 7. La méthode de vérification proposée est basée sur la limitation des déformations relatives de l'armature tendue et comprimée, en tenant compte du fluage et du retrait du béton.

Cette méthode découle d'hypothèses fondamentales qui sont fortement simplificatrices d'une réalité très complexe, notamment en ce qui concerne l'évolution réelle des efforts dans le temps.

Aux §§ 8.2 et 8.3 du présent chapitre, on dégage donc les procédures de calcul simplifiées permettant le traitement des cas courants définis plus haut.

Si l'on est confronté à des structures spéciales dont la complexité ou le degré d'exigences sont nettement au-dessus de la moyenne, il y a lieu de procéder à une analyse plus détaillée, en appliquant la procédure générale du § 5.2.

8.2 Résistance et sécurité structurale

La vérification de la sécurité à la rupture vis-à-vis de l'effort normal s'effectue selon les principes du § 5.1 et la déformabilité nécessaire pour atteindre $\theta_{\max} = 1\%$ est obtenue au travers des règles du § 5.3.

a) Armature longitudinale

La condition de résistance (5.8) s'énonce de la manière suivante:

$$N_d < \frac{N_R}{\gamma_n \cdot \gamma_R} \quad (8.1)$$

N_R : valeur de calcul de la résistance

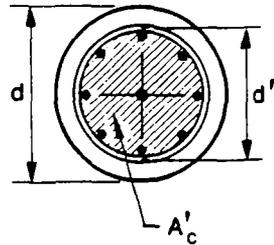
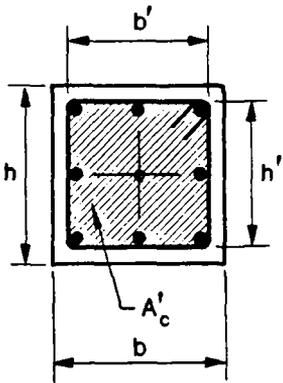
N_d : valeur de dimensionnement de l'effort normal

γ_R : facteur de sécurité partiel relatif à la section

γ_n : facteur de sécurité partiel tenant compte d'une excentricité initiale accidentelle

La valeur de calcul de la résistance s'obtient en négligeant le béton d'enrobage et est définie comme suit:

$$N_R = (A'_c - A_{s,tot}) \cdot f_c + A_{s,tot} \cdot f_y \quad (8.2)$$



A'_c : aire de la section délimitée par l'axe des étriers

$A_{s,tot}$: aire totale de l'armature longitudinale

f_c : valeur de calcul de la résistance du béton

f_y : valeur de calcul de la limite d'écoulement de l'acier

Le facteur de sécurité partiel γ_n , permettant de prendre en compte l'effet d'une excentricité initiale accidentelle, est défini de la manière suivante:

$$\gamma_n = \frac{a_{min} + 60}{a_{min}} \leq 1,1 \quad \text{si } \lambda_{cr} < 30 \quad (8.3)$$

$$\gamma_n = \left(\frac{\lambda_{cr}}{200} + 0,85 \right) \cdot \frac{a_{min} + 60}{a_{min}} \quad \text{si } 30 \leq \lambda_{cr} \leq 50 \quad (8.4)$$

avec :

a_{min} : dimension minimale de la section en [mm]

$$\lambda_{cr} = \frac{l_{cr}}{i_c}$$

i_c : rayon de giration de la section de béton

$l_{cr} = 0,7 \cdot l$: longueur de flambage d'une colonne munie d'une articulation

$l_{cr} = 0,5 \cdot l$: longueur de flambage d'une colonne bi-encastée.

Le coefficient partiel γ_R relatif à la section, ainsi que les valeurs de calcul des résistances des matériaux sont ceux définis par la norme SIA 162 [1.8]:

$$\gamma_R = 1,2$$

$$f_c = 0,65 \cdot f_{cw,min}$$

$$f_y = 460 \text{ N/mm}^2$$

pour un acier de la classe S500

$f_{cw,min}$: valeur minimale de la résistance à la compression sur cubes

La valeur de dimensionnement de la sollicitation N_d se calcule à partir de valeurs moyennes ou caractéristiques, combinées avec des coefficients partiels de charge indiqués dans les normes.

Par exemple, selon le Code-Modèle du CEB [1.7], on obtient pour des colonnes de bâtiment:

$$N_d = \gamma_g \cdot N_g + \gamma_q \cdot N_q \quad (8.5)$$

avec: N_g : effort normal provenant du poids propre et des charges permanentes;

$\gamma_g=1,35$: coefficient de sécurité partiel relatif à N_g ;

N_q : effort normal provenant des charges utiles non-permanentes;

$\gamma_q=1,5$: coefficient de sécurité partiel relatif à N_q .

Pour la combinaison de (8.1) et (8.2), on trouve la formule suivante pour le taux ρ d'armature longitudinale:

$$\rho \geq \frac{\gamma_n \cdot \gamma_R \cdot N_d - A'_c \cdot f_c}{A'_c \cdot (f_y - f_c)} \quad (8.6)$$

avec:

A'_c : aire de la section frettée (située à l'intérieur du périmètre délimité par l'axe des étriers) ;

$A_{s,tot}$: aire totale de la section d'armature longitudinale;

f_c : valeur de calcul de la résistance du béton à la compression;

f_y : valeur de calcul de la limite d'écoulement de l'armature longitudinale;

γ_R : facteur de sécurité partiel relatif à la section ($\gamma_R = 1,2$ selon SIA 162) ;

γ_n : facteur de sécurité partiel tenant compte de l'effet d'une excentricité initiale accidentelle;

ρ : taux d'armature longitudinale par rapport à la section frettée.

Les normes fixent habituellement des limites pour la quantité d'armature longitudinale. Selon la norme SIA 162, elle est exprimée par ρ_{tot} , le taux d'armature par rapport à la section totale, dont les valeurs doivent être comprises entre:

$$0,6\% \leq \rho_{tot} \leq 8\% \quad (8.7)$$

La limite supérieure $\rho_{tot,max} = 8\%$ provient du fait qu'une trop grande densité d'armature peut entraver la mise en place correcte du béton lorsque celui-ci est vibré de façon conventionnelle. Dans le cas de colonnes préfabriquées, un bon compactage du béton est assuré, soit par centrifugation, soit en utilisant un coffrage vibrant, et le taux d'armature longitudinale peut dans ce cas dépasser la limite prescrite.

b) Armature transversale

L'armature transversale requise pour qu'une colonne ait une déformabilité à l'état ultime correspondant à $\theta_{max} = 1\%$ (selon le cas de déformation D) est définie par les règles du § 5.3.

Aux extrémités encastrées d'une colonne, dans une zone de longueur ℓ_0 définie par:

$$\ell_0 = 0,12 \cdot \ell + 300 \text{ [mm]} \quad (8.8) \quad \ell : \text{longueur de la colonne}$$

L'efficacité de l'armature transversale doit être augmentée par le choix d'une configuration d'étriers adaptée aux dimensions de la section et au nombre de barres longitudinales comme illustré à la figure 8.1. Le nombre de ces dernières peut être augmenté, mais au moins une sur deux doit être tenue latéralement par un étrier.

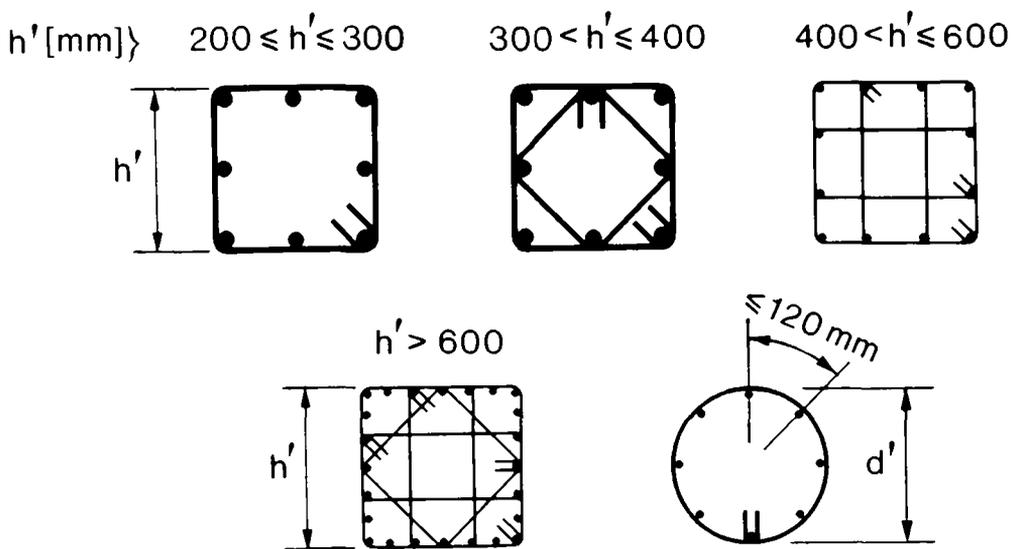


Fig. 8.1 Configurations d'étriers recommandées aux extrémités encastrées, en fonction de la hauteur h' , respectivement du diamètre d' , de la section

Dans cette zone, l'espacement des étriers doit être réduit par rapport au reste de la colonne. Dans le cas d'une section circulaire, les étriers peuvent être remplacés par une spirale continue. Le tableau 8.1 ci-après indique l'espacement s_1 à choisir dans cette zone, ainsi que l'espacement $s_2 = 2 \cdot s_1$ pour le reste de l'élément.

Espacement des étriers ($\theta_{\max} = 1\%$)	
Aux extrémités	Ailleurs
$s_1 = \min (6 \phi_{\text{long}}, \frac{h'}{4}, 125 \text{ mm})$	$s_2 = 2 \cdot s_1$

Tableau 8.1 Espacement des étriers

Le diamètre des étriers se détermine quant à lui au moyen de diagramme de la figure 8.2. Il dépend du niveau d'effort normal $\frac{N_d}{N_R}$ ainsi que de l'élanement $\frac{l}{h'}$, respectivement $\frac{l}{d'}$, de la colonne.

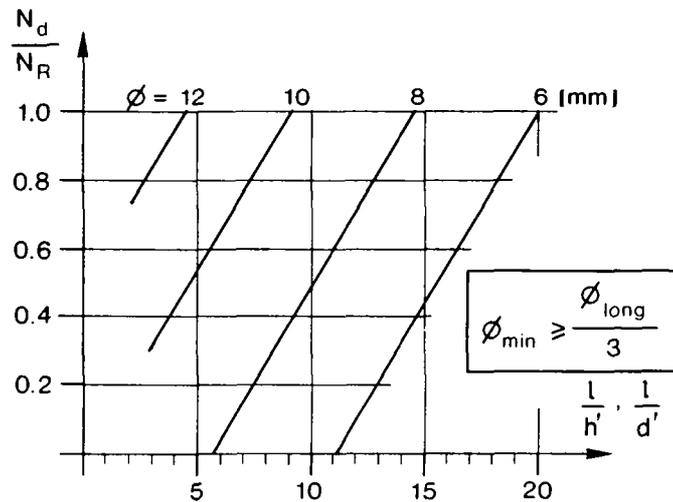


Fig. 8.2 Diamètre ϕ des étriers en fonction de $\frac{N_d}{N_R}$ et de $\frac{l}{h'}$, resp. $\frac{l}{d'}$

Si la section est de forme rectangulaire, les règles concernant l'espacement et le diamètre des étriers sont maintenues, mais la configuration de ceux-ci doit être adaptée en conséquence.

En dehors des zones d'extrémités, où la ductilité requise aux sections est moindre, la configuration formée d'un seul étrier périphérique est en

principe suffisante, pour autant qu'une barre d'armature sur deux, excepté celles situées dans les angles, soit assurée par exemple au moyen de crochets, afin d'en éviter le flambement (fig. 8.3).

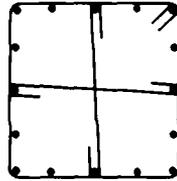


Fig. 8.3 Configuration de l'armature transversale hors des zones d'extrémités

Les dispositions constructives typiques d'une colonne de bâtiment sont celles illustrées à la figure 8.4.

Pour pouvoir remplir pleinement leur rôle, tous les étriers d'une colonne doivent être correctement ancrés (fig. 8.4b et 8.4c). Cette disposition est primordiale pour que les fonctions de l'étrier, frotter le béton et empêcher le flambement des barres longitudinales, soient assurées même lorsque l'enrobage éclate.

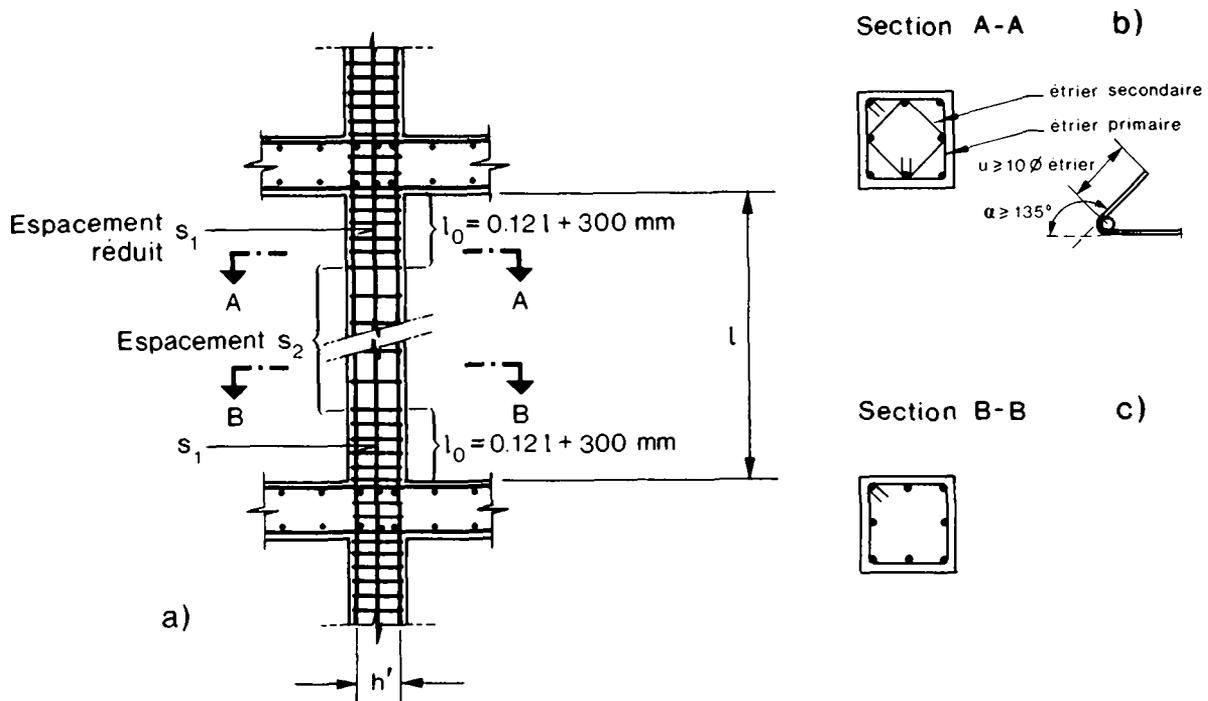


Figure 8.4 Dispositions constructives

8.3 Aptitude au service

8.3.1 Estimation des angles imposés

La méthode de vérification de l'aptitude au service présentée au chapitre 7 n'est effectivement applicable que dans la mesure où les rotations imposées aux colonnes peuvent être estimées facilement et avec une précision suffisante.

Ces rotations imposées ont deux causes: la première est la variation de longueur Δ des porteurs horizontaux due au retrait, à la température et à l'effet de la précontrainte, comme illustré à la figure 8.5 pour une colonne bi-encastée.

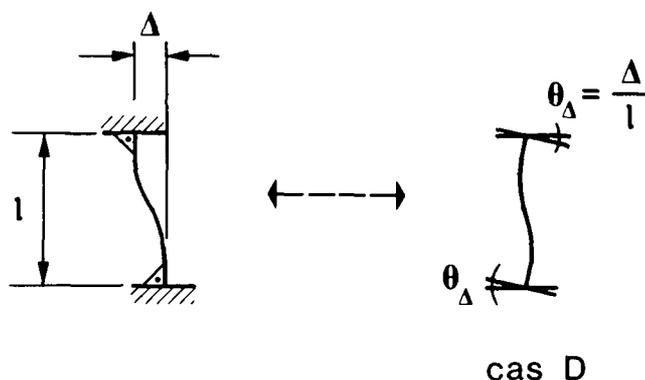
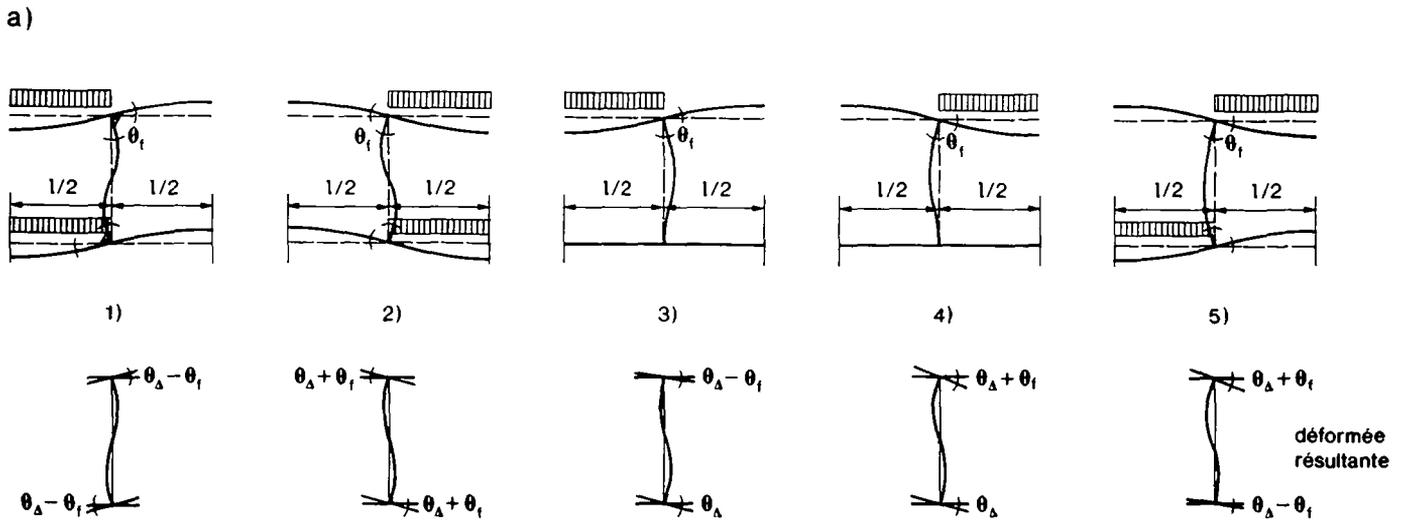


Fig. 8.5 Angles de rotation θ_D provenant de variations de longueur des porteurs horizontaux

La seconde cause est la flexion de ces mêmes porteurs provoquée par les charges (angles θ_f , figure 8.6a).

La déformée n°5 ne peut pas être obtenue avec une colonne de bord, tandis que pour une colonne intérieure, elle ne peut être provoquée que par une disposition particulière de la charge utile mobile. Toutes les autres déformées peuvent par contre également être dues à des portées différentes.



b)

Fig. 8.6 a) Rotations θ_f provenant de la flexion des porteurs horizontaux
 b) Combinaisons de θ_f et θ_Δ

En combinant ces déformées avec celles provoquées par les variations de longueur Δ (fig. 8.5), on obtient les déformées résultantes représentées à la figure 8.6b.

On admet en général que les colonnes sont liées monolithiquement aux porteurs horizontaux, sauf évidemment aux extrémités munies d'articulations.

8.3.1.1 Flexion des porteurs horizontaux

En ce qui concerne les angles de rotation θ_f , il ne faut considérer, pour la vérification de l'aptitude au service des colonnes de bâtiment, que ceux provenant des charges permanentes ou quasi-permanentes (voir § 7.3).

La détermination de ces angles est un problème fort difficile, d'une part parce que le système statique est très complexe (interaction entre les colonnes et les planchers) et, d'autre part, du fait du comportement réel des matériaux (fissuration, effets différés).

Dans le cas d'une interaction entre des colonnes et des porteurs horizontaux, la structure doit être modélisée par une dalle dans laquelle sont encastrées les colonnes. Le volume de calcul nécessaire pour estimer les rotations imposées aux colonnes nécessite l'emploi de l'ordinateur, dont l'utilisation se généralise pour des calculs élastiques.

On propose cependant ici d'estimer les rotations θ_f au moyen d'une approximation basée sur la flèche admissible w_{\max} des planchers ou sommiers.

Un tel procédé peut se justifier par le fait que le calcul des déformations w des porteurs horizontaux est prescrit par la plupart des codes et normes actuels [8.2], [1.8], afin de vérifier qu'une certaine flèche admissible w_{\max} n'est pas dépassée à l'état d'utilisation. Dans les cas courants de bâtiments, cette valeur limite est admise égale à $\frac{l_d}{300}$ [5.3] (l_d : portée de la dalle ou du sommier), pour autant qu'il s'agisse de constructions sans cloisons intermédiaires fragiles. Dans ce cas, des valeurs limite de flèche plus sévères sont adoptées et il en va en général de même dans le cas des ponts.

Le procédé proposé nécessite de considérer séparément les colonnes de bord et les colonnes intérieures d'un bâtiment.

. Colonnes de bord

Si l'on admet que la rigidité des porteurs horizontaux est très supérieure à celle des colonnes, la rotation imposée à un élément de bord peut être estimée au moyen du modèle suivant, en admettant une charge p uniformément répartie. En réalité, l'appui B n'est pas un encastrement parfait mais, pour une déformation verticale w donnée, une telle hypothèse cause un angle θ_{fo} maximal.

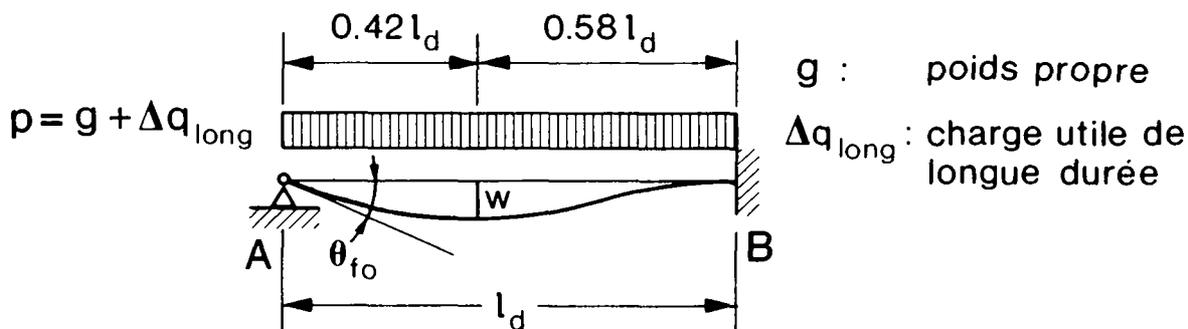


Fig. 8.7 Calcul de la rotation θ_{fo} pour une colonne de bord

Avec $\theta_{fo} = \frac{p \cdot \ell_d^3}{48EI}$ et $w = \frac{p \cdot \ell_d^4}{184,6EI}$

on obtient $\theta_{fo} = 3,85 \cdot \frac{w}{\ell_d}$ (8.9)

En introduisant $w = w_{max} = \frac{\ell_d}{300}$, on trouve:

w_{max} : déformation verticale maximale à long terme
 $\theta_{fo} = 0,0128$ (8.10) θ_{fo} : rotation de base pour une colonne de bord

Avec un tel modèle, la rigidité de la colonne de bord n'est pas prise en compte. En réalité, cette dernière est loin d'être négligeable car cette colonne représente un encastrement partiel pour le porteur horizontal. L'angle de rotation θ_f réellement imposé est donc souvent très inférieur à la rotation de base θ_{fo} , comme cela est illustré à la figure 8.8.

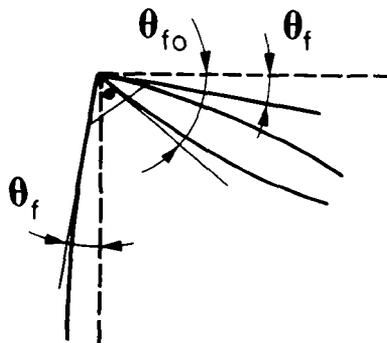


Fig. 8.8 Angle imposé θ_f et rotation de base θ_{fo}

On propose donc d'estimer l'angle effectif θ_f en multipliant la rotation de base θ_{fo} par un facteur de correction k_f .

$$\theta_f = k_f \cdot \theta_{fo} \quad (8.11)$$

En admettant un comportement élastique, le facteur k_f dépend du paramètre η_2 exprimant les rapports de rigidité entre les colonnes et le porteur horizontal.

$$\eta_2 = \frac{\frac{I_d}{\ell_d}}{n_c \cdot \frac{I_c}{\ell}} \quad (8.12)$$

I_d : moment d'inertie du porteur horizontal, calculé selon fig. 8.10;

I_c : moment d'inertie des colonnes;

ℓ_d : portée du porteur horizontal;

ℓ : longueur de la colonne;

n_c : nombre de colonnes liées au noeud considéré

(dernier étage: $n_c = 1$)

(autres étages: $n_c = 2$)

Au moyen d'un programme de calcul de cadres, ou de tabelles paramétriques appropriées [8.1], on peut montrer que la relation entre η_2 et k_f est donnée par la courbe suivante.

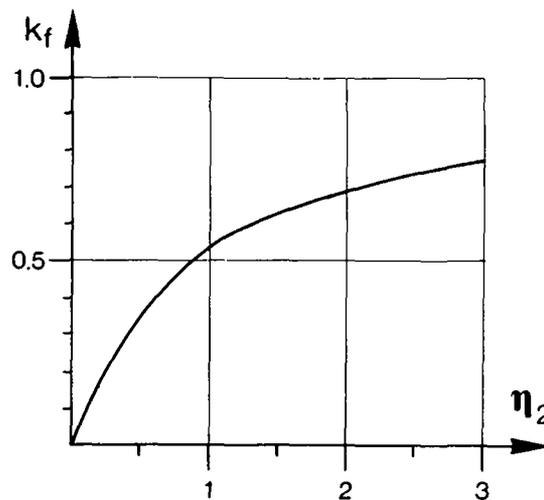
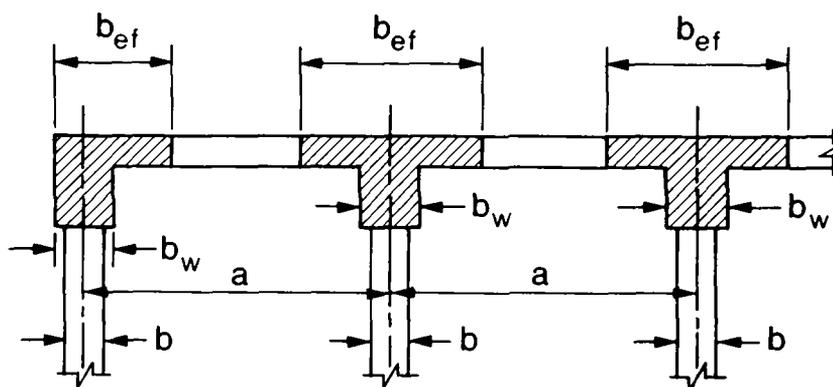


Fig. 8.9 Valeur de k_f en fonction de η_2

Pour l'estimation des moments d'inertie I_c et I_d , on peut en général négliger l'armature et admettre pour le porteur horizontal la largeur participante définie par la norme SIA 162 [1.8] au moyen des figures et formules données ci-après.

Plancher avec sommiers:



$$\text{sommier de bord : } b_{ef} = b_w + \frac{1}{3} \cdot 0,2 \cdot \alpha \cdot \ell_d \leq \frac{1}{2} \cdot a \quad (8.13)$$

$$\text{sommier intérieur: } b_{ef} = b_w + 0,2 \cdot \alpha \cdot \ell_d \leq a \quad (8.14)$$

Fig. 8.10 Largeur participante d'un plancher avec sommiers

avec a : espacement des sommiers

b_w : largeur des sommiers

b : largeur des colonnes

ℓ_d : portée du plancher

$\alpha = 0,8$ pour un champ de bord

$\alpha = 0,6$ pour un champ intérieur

En l'absence de sommiers, on peut utiliser les formules (8.13) et (8.14) en y introduisant la largeur b de la colonne à la place de b_w .

. Colonnes intérieures

Dans le cas des colonnes intérieures, le procédé décrit ci-dessus pour les colonnes de bord reste valable. L'angle effectif θ_f se calcule aussi par le produit de k_f et θ_{f0} (équation (8.11)), en utilisant le même facteur de correction k_f que pour les colonnes de bord (fig. 8.9). La rotation de base θ_{f0} doit cependant être définie différemment qu'à la figure 8.7 car il y a lieu de tenir compte des champs adjacents et de la nature de la charge provoquant la rotation.

On choisit donc comme modèle une poutre continue de longueur infinie, avec une disposition de la charge utile q_{long} provoquant la rotation θ_{f0} maximale (fig. 8.11). Quant à la charge permanente g , elle ne produit évidemment aucune rotation.

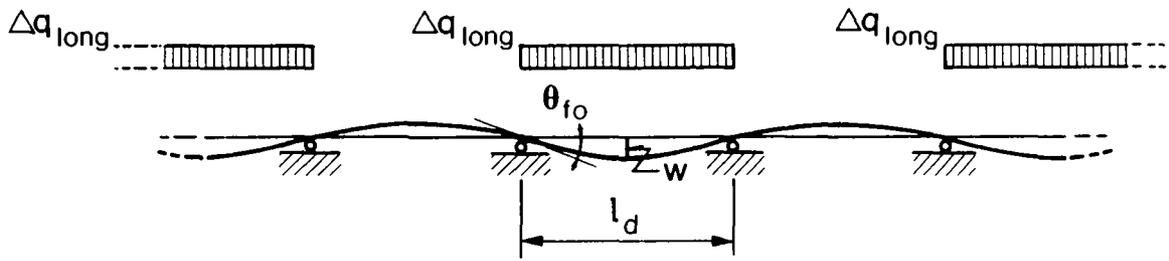


Fig. 8.11 Calcul de la rotation de base θ_{fo} pour une colonne intérieure

Avec $\theta_{fo} = \frac{\Delta q_{long} \cdot l_d^3}{48EI}$ et $w = \frac{\Delta q_{long} \cdot l_d^4}{128EI}$, on trouve:

$$\theta_{fo} = 2,67 \cdot \frac{w}{l_d} \quad (8.15)$$

Contrairement à une colonne de bord (fig. 8.7) et pour autant que les champs intérieurs soient de portées égales, une rotation n'est imposée à une colonne que si la charge utile de longue durée q_{long} est disposée de manière alternée (fig. 8.11), car le poids propre g ne provoque pas de rotation. Sous l'effet de la charge utile q_{long} seule, la déformation verticale w du porteur horizontal peut donc être estimée au moyen de la formule suivante:

$$w = \frac{N_{q_{long}}}{N_g + N_{q_{long}}} \cdot w_{max} \quad (8.16)$$

$N_{q_{long}}$: effort normal sur la colonne considérée dû à la charge utile de longue durée Δq_{long} ;

N_g : effort normal dû au poids propre g ;

w_{max} : déformation verticale maximale à long terme due à $g + \Delta q_{long}$.

En admettant $w_{max} = \frac{l_d}{300}$, on obtient:

$$\theta_{fo} = 0,0089 \cdot \frac{N_{q_{long}}}{N_g + N_{q_{long}}} \quad (8.17)$$

θ_{fo} : rotation de base pour une colonne intérieure (sauf 1ère colonne intérieure)

Dans le cas de la première colonne intérieure, le rapport $N_{q_{long}} / (N_g + N_{q_{long}})$ doit être pris égal à 1,0 car la flexion du champ de bord a également lieu sous l'effet du poids propre g . La rotation de base θ_{f0} vaut alors:

$$\theta_{f0} = 0,0089 \quad (8.18) \quad \theta_{f0}: \text{rotation de base pour la première colonne intérieure}$$

La rotation effective θ_f peut alors être calculée au moyen de l'équation (8.11)

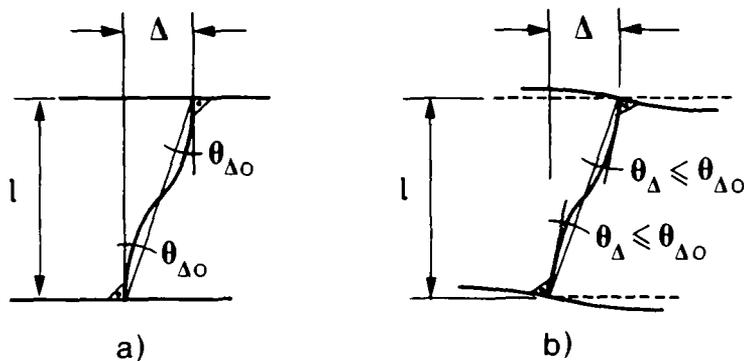
$$\theta_f = k_f \cdot \theta_{f0}$$

en utilisant la figure 8.9 pour déterminer k_f , ainsi que les formules (8.13) et (8.14).

8.3.1.2 Variation de longueur des porteurs horizontaux

Ces variations de longueur provoquent des déplacements Δ des extrémités des colonnes et par conséquent des rotations θ_Δ de celles-ci. Les déplacements Δ peuvent provenir de variations de température (Δ_T), du retrait dans les planchers (Δ_{CS}) ou de l'effet de la précontrainte (Δ_p).

Comme pour les rotations dues à la flexion de porteurs horizontaux (§ 8.3.1.1), il y a également lieu de tenir compte de la rigidité des colonnes dans l'estimation de la rotation θ_Δ effectivement imposée à une colonne (figure 8.12).



Rigidité des colonnes: a) négligée

b) prise en compte

Fig. 8.12 Angle θ_Δ imposé à une colonne dû à une variation de longueur du plancher Δ

La rotation θ_{Δ} se calcule donc au moyen de la formule suivante:

$$\theta_{\Delta} = k_f \cdot \theta_{\Delta 0} \quad (8.19) \quad \theta_{\Delta 0} = \frac{\Delta}{\ell} : \text{rotation imposée due à } \Delta \text{ si la rigidité de la colonne est négligée}$$

k_f : facteur de correction (fig. 8.9)

θ_{Δ} : rotation due à Δ effectivement imposée à la colonne

où k_f se détermine au moyen de la figure 8.9 et des formules (8.13) et (8.14). La manière de calculer les déplacements Δ_{cs} , Δ_T et Δ_p dans le cas de bâtiments est abordée ci-après.

. Effet du retrait Δ_{cs}

Le déplacement Δ_{cs} imposé à une colonne est provoqué par la différence de retrait spécifique des deux planchers ou sommiers auxquels elle est liée (fig. 8.13a). Lorsque le plancher B est bétonné, le plancher inférieur A s'est déjà raccourci sous l'effet du retrait. A la figure 8.13b, on représente l'évolution du raccourcissement des deux planchers à partir du bétonnage du plancher B, ainsi que la différence qui est imposée à la colonne.

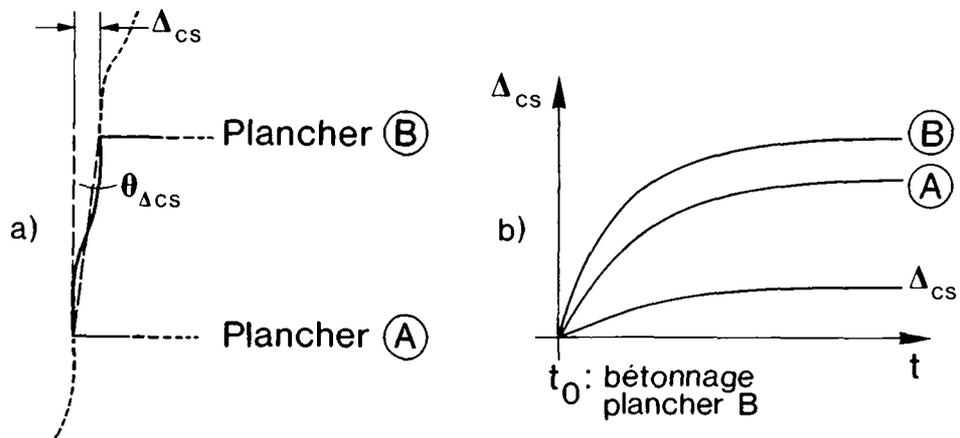


Fig. 8.13 Déplacement Δ_{cs} imposé à une colonne par suite de la différence de retrait spécifique entre deux planchers

La grandeur de Δ_{CS} s'obtient par l'équation suivante:

$$\Delta_{CS} = \Delta \epsilon_{CS}(t, t_0) \cdot \ell_1 \quad (8.20)$$

$\Delta \epsilon_{CS}(t, t_0)$: différence de retrait spécifique entre deux planchers successifs dans l'intervalle (t, t_0) ;
 ℓ_1 : distance de la colonne considérée au point fixe

Les valeurs appropriées pour $\epsilon_{CS}(t, t_0)$ sont habituellement indiquées par les normes et règlements [1.8], en fonction des conditions d'ambiance, de la consistance du béton et de la section des porteurs horizontaux.

. Effet de la température Δ_T

La température a un effet analogue à celui du retrait mais se différencie de celui-ci par le fait qu'elle peut aussi avoir pour conséquence un allongement des planchers dans le cas d'une élévation de sa part. Pour la vérification de l'aptitude au service des colonnes, on ne considère en principe que la variation saisonnière de température.

Celle-ci doit être définie de cas en cas, en admettant une répartition uniforme dans la section et sur toute la surface du plancher, en tenant compte de l'exposition de la structure et de son isolation thermique éventuelle. Pour les structures exposées aux intempéries, les valeurs représentatives sont contenues dans les normes [5.3].

La grandeur du déplacement Δ_T dû à un abaissement ou à une élévation de température s'obtient au moyen de l'équation suivante:

$$\Delta_T = \delta_T \cdot \omega_T \cdot \ell_1 \quad (8.21)$$

δ_T : variation saisonnière de température entre deux planchers successifs;
 ω_T : coefficient de dilatation thermique des planchers (béton armé: $\omega_T = 10^{-5}$);
 ℓ_1 : distance de la colonne considérée au point fixe.

Les colonnes de bâtiment qui ont le plus à subir des déformations dues à la température sont en général celles liées à la dalle de toiture et à la dalle sur cave.

. Effet de la précontrainte Δ_p

Dans le cas de porteurs horizontaux précontraints, des déplacements Δ_p relativement importants peuvent être imposés à long terme aux colonnes. Il y a lieu d'en tenir compte de cas en cas selon l'intensité de la précontrainte, le plan de câblage et les effets différés du béton.

8.3.2 Principes de vérification

Les bases théoriques de la méthode de vérification des colonnes à l'état d'utilisation sont établies au chapitre 7.

Cette vérification repose sur le respect de conditions concernant les déformations relatives de l'armature tendue (ε_{st}) et comprimée (ε'_{st}) dans la section la plus sollicitée (§ 7.2).

On estime que l'état-limite d'utilisation est dépassé si:

- l'ouverture des fissures excède une certaine valeur spécifiée;
- l'éclatement du béton d'enrobage se produit dans la zone la plus comprimée.

Pour que l'ouverture des fissures ne soit pas excessive, les contraintes de l'armature tendue, y compris leur éventuel accroissement dans le temps à cause des effets différés, doivent être limitées. Pour des conditions d'ambiance et un degré d'exigences normaux, on admet que l'allongement ε_{st} doit respecter la condition suivante, au temps $t = t$:

$$\varepsilon_{st} \leq + 1,5 \text{ ‰} \quad (8.22)$$

A travers cette limitation, on parvient à maintenir l'ouverture maximale des fissures inférieure à environ 0,4 mm. Dans le cas d'exigences plus élevées, il y a lieu de modifier le critère (8.22) en conséquence, par exemple en se basant sur les indications de la norme SIA 162 [1.8], ou éventuellement au moyen de la figure 7.6.

En ce qui concerne l'armature comprimée, il est prudent de limiter son raccourcissement ε'_{st} à:

$$|\varepsilon'_{st}| \leq 2,3 \text{ ‰} \quad (8.23)$$

Une telle limitation permet d'exclure le danger d'éclatement du béton d'enrobage (§ 7.2.3).

Le respect des conditions (8.22) et (8.23) doit être vérifié sous l'effort normal N_{ser} provenant des charges permanentes ou quasi-permanentes ainsi que les déformations imposées θ_{ser} de courte et de longue durée.

La condition (8.23) permet donc généralement d'empêcher la plastification de l'armature comprimée, mais un certain dépassement de sa limite d'écoulement est tout de même possible sous les charges utiles non-permanentes.

La vérification des conditions (8.22) et (8.23), ou d'autres critères plus sévères, se fait au moyen d'abaques effort normal $\frac{N_{ser}}{N_R}$ - angle admissible $\theta_{adm} \cdot \frac{h}{\ell}$, rassemblés au § 8.3.3 dont l'établissement fait l'objet du § 7.3.

La représentation non-dimensionnelle de ceux-ci permet leur utilisation pour n'importe quelle valeur de h et de ℓ . Le choix de l'abaque approprié est cependant lié au taux d'armature longitudinale ρ (par rapport à la section frettée) et au coefficient de fluage φ .

Afin de couvrir la majorité des cas courants, les abaques sont établis pour les taux d'armature ρ suivants:

$$\rho = 1, \quad 3, \quad 5 \quad \text{et} \quad 10$$

ainsi que pour les coefficients :

$$\varphi = 0,5 \quad 1,0 \quad 1,5 \quad 2,0 \quad \text{et} \quad 2,5$$

Le module d'élasticité de l'acier d'armature est admis égal à $E_s = 210'000 \text{ N/mm}^2$ et le module de déformation instantané du béton à $E_{co} = 30'000 \text{ N/mm}^2$.

La marche à suivre pour la vérification de l'aptitude au service des colonnes est la suivante:

- choix des limites pour ϵ_{st} et ϵ'_{st} , en général selon les conditions (8.22) et (8.23);

- choix de l'abaque approprié en fonction de φ et ρ (éventuellement interpolation);
- pour l'effort normal $\frac{N_{ser}}{N_R}$ lire la valeur de l'abscisse $\theta_{adm} \cdot \frac{h}{l}$ qui correspond à l'une ou l'autre des limites concernant ε_{st} ou ε'_{st} ;
- vérifier la condition: $\theta_{ser} \leq \theta_{adm}$ (8.24)

. Coefficient de fluage φ

Lorsque les rotations imposées aux colonnes sont uniquement imputables à des effets de longue durée (retrait, flexion des planchers due aux charges), il y a lieu d'estimer le coefficient de fluage φ au moyen des indications contenues dans les codes et règlements, par exemple la norme SIA 162 [1.8]. Ce coefficient dépend habituellement de nombreux paramètres comme l'humidité relative de l'air, la consistance du béton frais, les dimensions de la section et surtout l'âge t_0 de la colonne à partir duquel cette dernière est considérée comme chargée et subissant des déformations imposées (voir fig. 7.2).

Dans le cas où l'estimation de φ est particulièrement difficile, et par conséquent peu sûre, la vérification devrait être effectuée avec deux valeurs $\varphi - 0,25$ et $\varphi + 0,25$.

Si les déformations imposées sont uniquement dues à des variations saisonnières de température, l'abaque correspondant à $\varphi = 0,5$ doit être utilisé.

Dans les cas courants, on assiste toutefois à une combinaison d'effets de courte et de longue durée. Pour traiter ce phénomène, on propose de déterminer l'angle admissible θ_{adm} en introduisant un coefficient de fluage φ pondéré selon l'importance respective de chacun des effets en présence, en procédant de la manière suivante:

- Angle de rotation due à un abaissement de température: $\theta_{\Delta T} = 0,15\%$ - Coefficient de fluage: $\varphi_{court} = 0,5$
- Angle de rotation dû au retrait: $\theta_{\Delta CS} = 0,20\%$ - Coefficient de fluage: $\varphi_{long} = 1,8$
(estimé selon SIA 162 [1.8])

$$\dot{\varphi} = \frac{\theta_{\Delta T}}{\theta_{\Delta T} + \theta_{\Delta Cs}} \cdot \varphi_{\text{court}} + \frac{\theta_{\Delta Cs}}{\theta_{\Delta T} + \theta_{\Delta Cs}} \cdot \varphi_{\text{long}} = 1,25 \rightarrow \begin{cases} \varphi - 0,25 = 1,00 \\ \varphi + 0,25 = 1,50 \end{cases}$$

La vérification devrait dans ce cas se faire avec $\varphi = 1,00$, puis avec $\varphi = 1,50$.

. Inversion du signe de l'angle imposé

Un abaissement de la température a généralement pour conséquence un effet analogue à celui du retrait, à savoir un raccourcissement du porteur horizontal concerné. On est très souvent confronté à une combinaison des deux effets et le problème peut être traité en calculant un coefficient de fluage φ pondéré afin de tenir compte de cette combinaison.

Une hausse de température est susceptible de provoquer un allongement de l'élément horizontal et par conséquent une diminution, voire un changement de signe de l'angle imposé à l'extrémité inférieure, comme illustré à la figure 7.7b.

Afin d'éviter des fissures largement ouvertes sur la face précédemment comprimée jusqu'à $\epsilon'_{st} = - 2,3 \text{ ‰}$ si la condition (8.23) est appliquée, cette possibilité d'inversion ne doit pouvoir être admise que si l'état de décompression n'est pas atteint ($\epsilon'_{st} = 0$), (fig. 7.7b).

Toutefois, si le critère concernant l'armature comprimée est plus sévère ($|\epsilon'_{st}| \leq 1,5 \text{ ‰}$, fig. 7.7c), cette dernière pourra, dans le cas d'une inversion du signe de l'angle imposé, être ultérieurement tendue jusqu'à $\epsilon'_{st} = + 1,5 \text{ ‰}$ (fig. 7.7d).

Pour le traitement de ce cas particulier, on propose de déterminer tout d'abord l'état de déformations relatives ($\epsilon'_{st}, \epsilon_{st}$) résultant de l'angle de rotation $\theta_{\Delta T}$ dû uniquement à la hausse de température, en utilisant l'abaque approprié pour $\varphi = 0,5$, sous le niveau d'effort normal $\frac{N_{ser}}{N_R} = 0$. Ensuite, cet état de déformation peut être superposé à celui existant dans la section déterminante avant l'imposition de $\theta_{\Delta T}$, afin de vérifier les conditions susmentionnées.

. Utilisation des abaques pour des sections circulaires

Les abaques présentés au § 8.3.3 sont établis pour des sections carrées ou rectangulaires dont l'armature est uniformément répartie à raison de $\frac{A_{s,tot}}{4}$ sur chacune des faces.

Ils peuvent toutefois également être utilisés avec une bonne précision pour des colonnes de section circulaire, en introduisant le diamètre extérieur d au lieu du côté h dans le terme $\theta_{adm} \cdot \frac{h}{l}$ figurant en abscisse dans les abaques.

La relation entre le diamètre d d'une section circulaire et le côté h d'une section carrée de surface égale étant:

$$h \cong 0,89 \cdot d \quad (8.25)$$

il en résulte donc un angle admissible θ_{adm} inférieur d'environ 12%.

. Utilisation des abaques pour des colonnes carrées soumises à des rotations imposées selon deux directions

Une colonne située dans un angle d'un bâtiment est généralement soumise à des rotations imposées selon deux directions x et y . Si la colonne est circulaire, il convient simplement de comparer l'angle admissible θ_{adm} déterminé comme décrit ci-dessus, à l'angle imposé résultant $\theta_{ser,res}$ admis égal à:

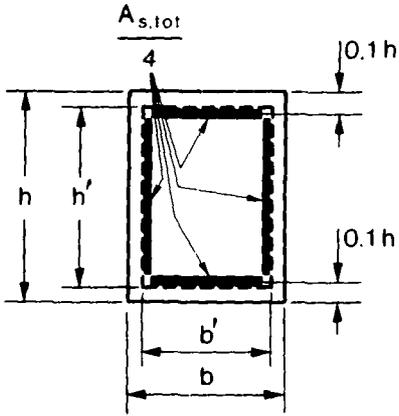
$$\theta_{ser,res} = \sqrt{\theta_{ser,x}^2 + \theta_{ser,y}^2} \quad (8.26) \quad \theta_{ser,x}: \text{angle imposé selon la direction } x$$

$\theta_{ser,y}$: angle imposé selon la direction y

Si la colonne est de section carrée, et que $\theta_{ser,x} = \theta_{ser,y}$, les abaques peuvent être utilisés en remplaçant h dans le terme $\theta_{adm} \cdot \frac{h}{l}$ par $\sqrt{2} \cdot h$. Si $\theta_{ser,x} \neq \theta_{ser,y}$, on peut interpoler entre h et $\sqrt{2} \cdot h$.

8.3.3 Abaques

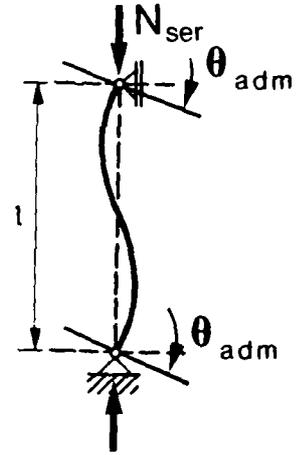
$\rho = 1\%$



$\rho = \frac{A_{s,tot}}{b' \cdot h'} \cdot 100 [\%]$

$h' = 0.85 \cdot h$

$b' = 0.85 \cdot b$



$\psi = 0.5$

$\psi = 1.0$

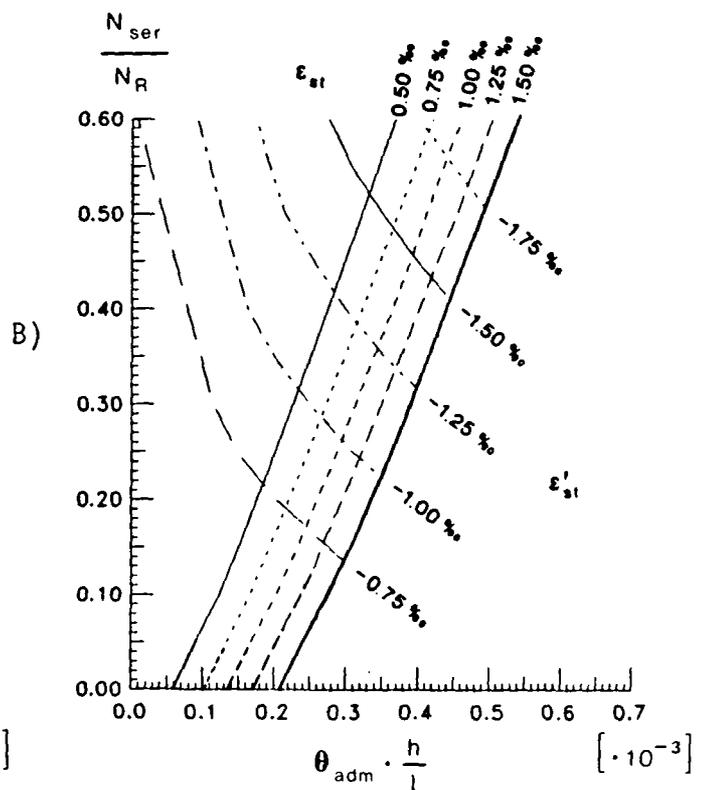
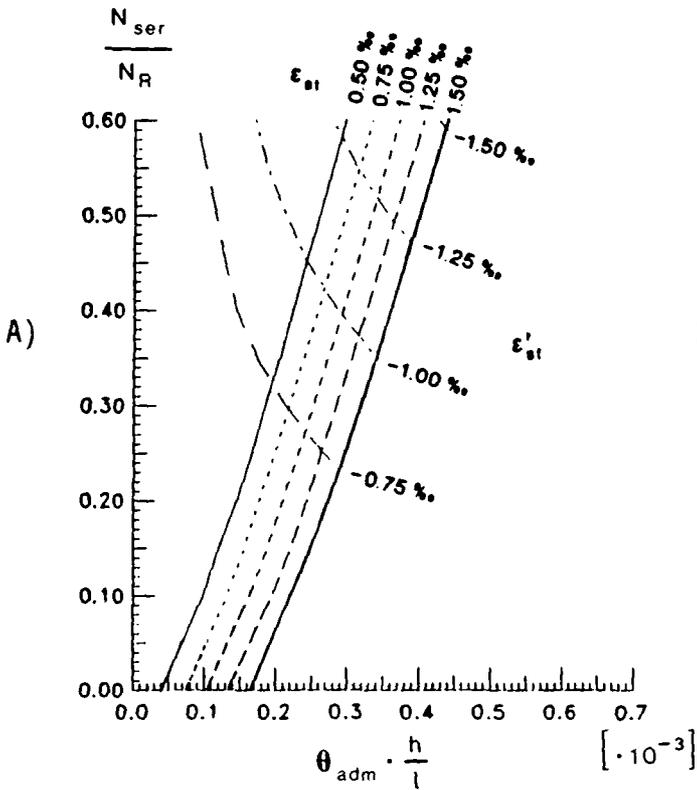


Fig. 8.14

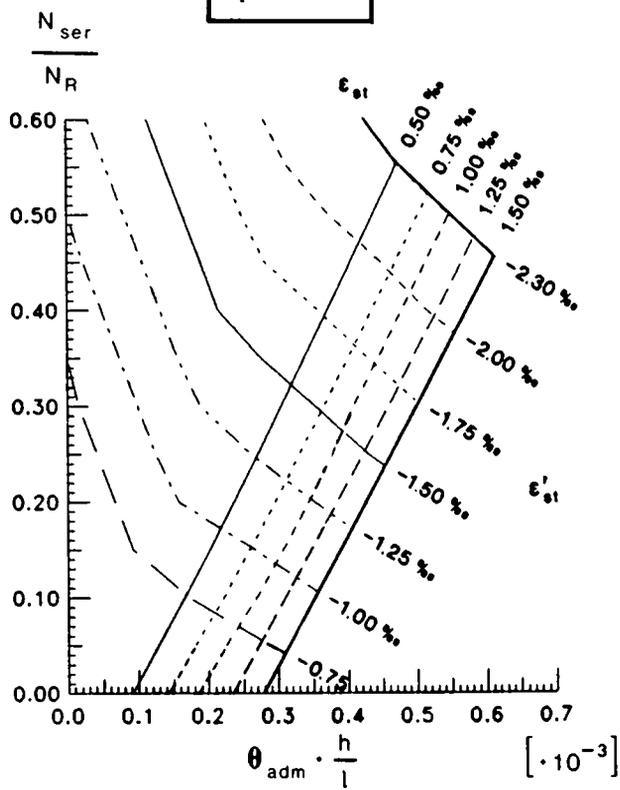
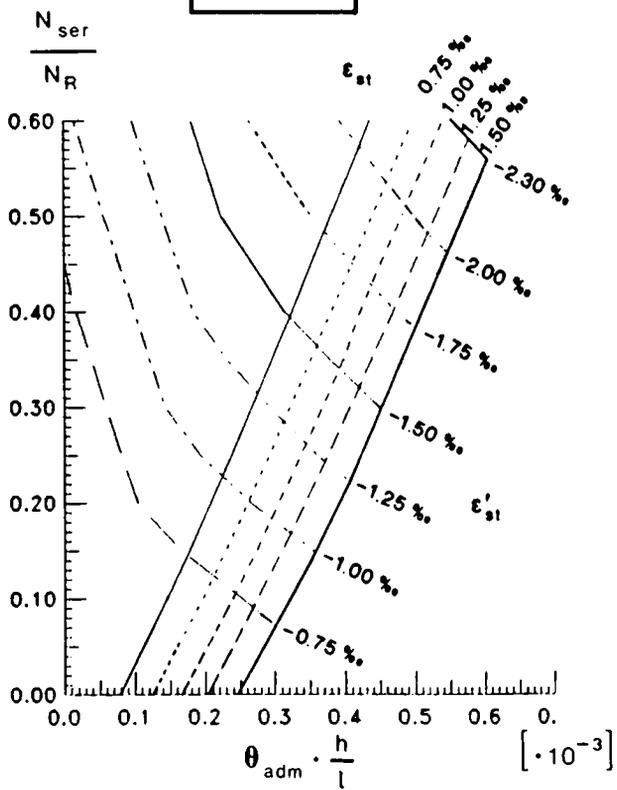
$\rho = 1\%$

$\psi = 1.5$

$\psi = 2.0$

C)

D)



$\psi = 2.5$

E)

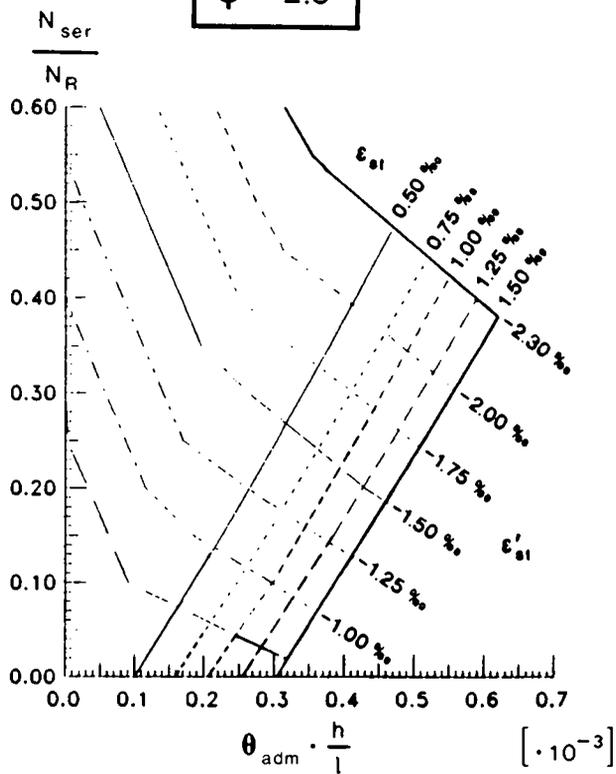
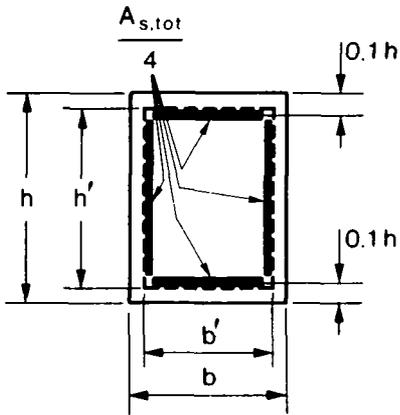


Fig. 8.14

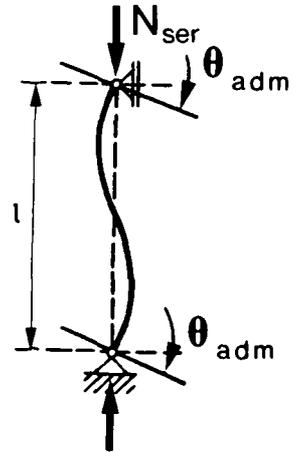
$\rho = 3\%$



$\rho = \frac{A_{s,tot}}{b' \cdot h'} \cdot 100 [\%]$

$h' = 0.85 \cdot h$

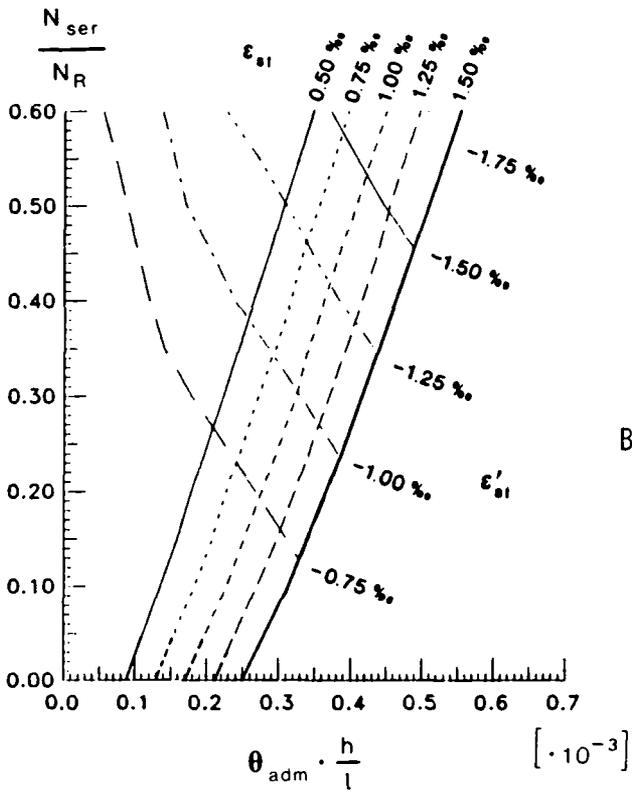
$b' = 0.85 \cdot b$



$\psi = 0.5$

$\psi = 1.0$

A)



B)

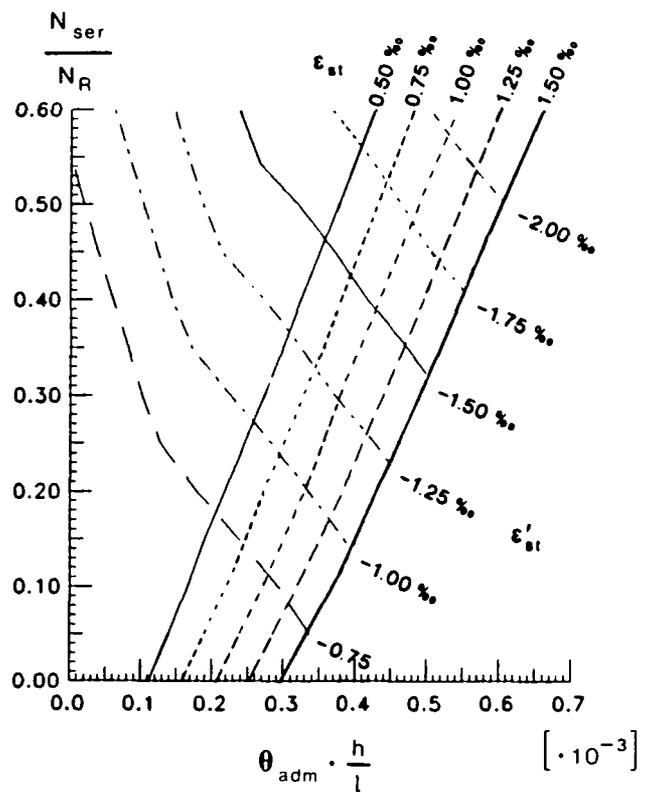
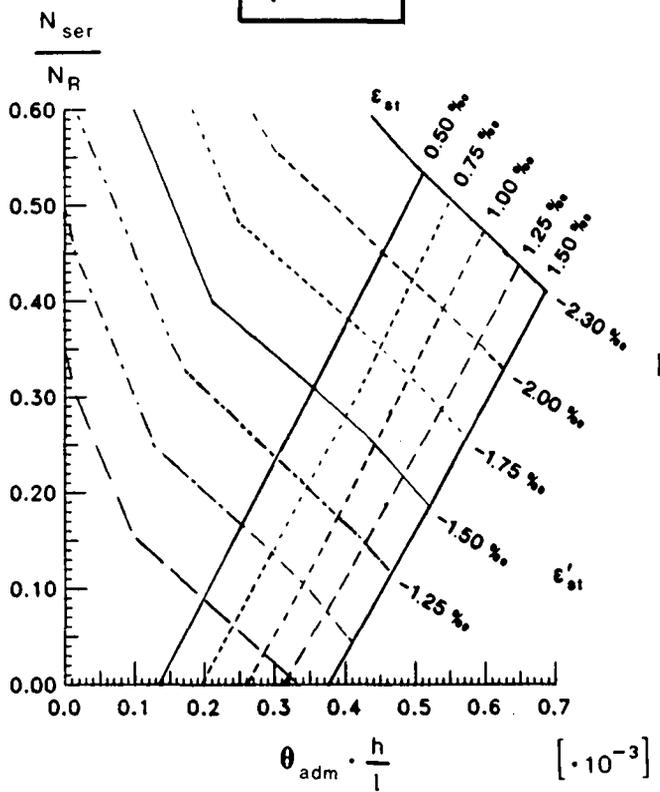
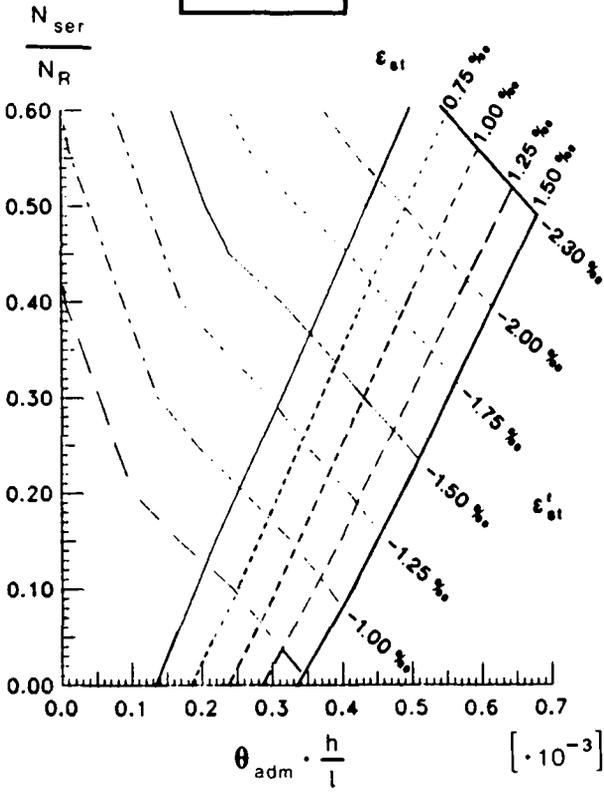


Fig. 8.15

$\rho = 3\%$

$\psi = 1.5$

$\psi = 2.0$



$\psi = 2.5$

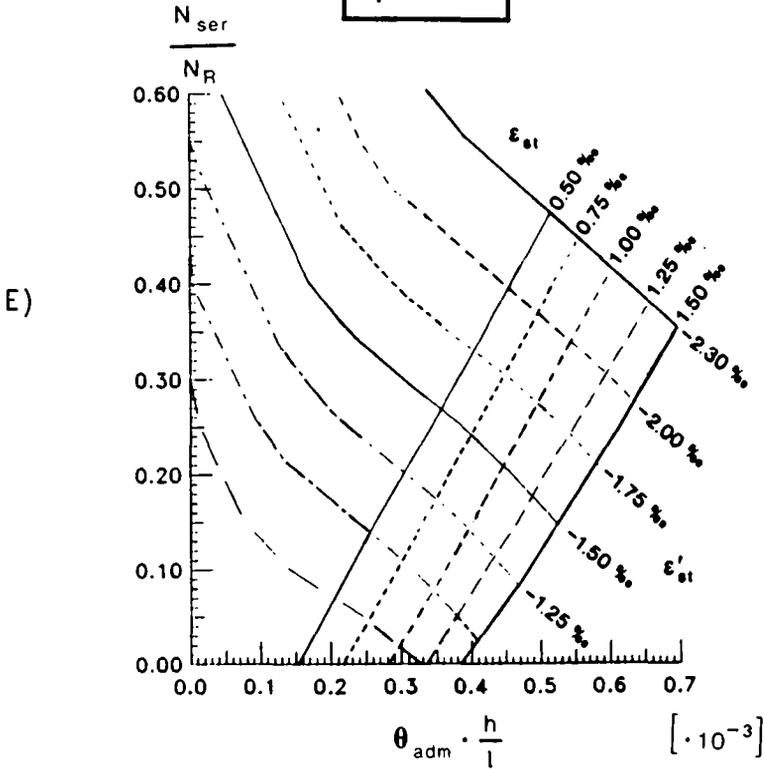
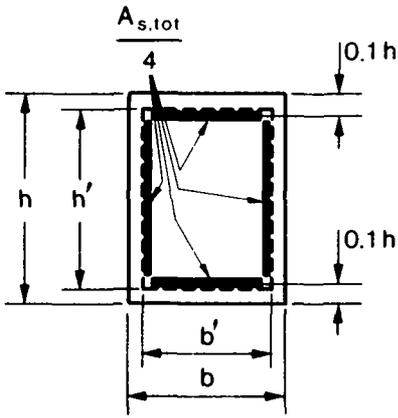


Fig. 8.15

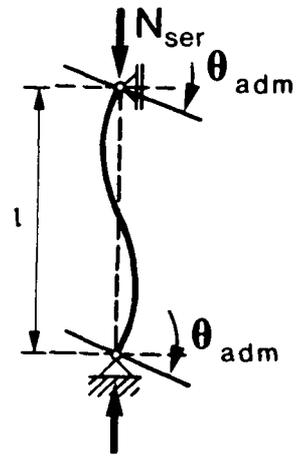
$\rho = 5\%$



$$\rho = \frac{A_{s,tot}}{b' \cdot h'} \cdot 100 [\%]$$

$$h' = 0.85 \cdot h$$

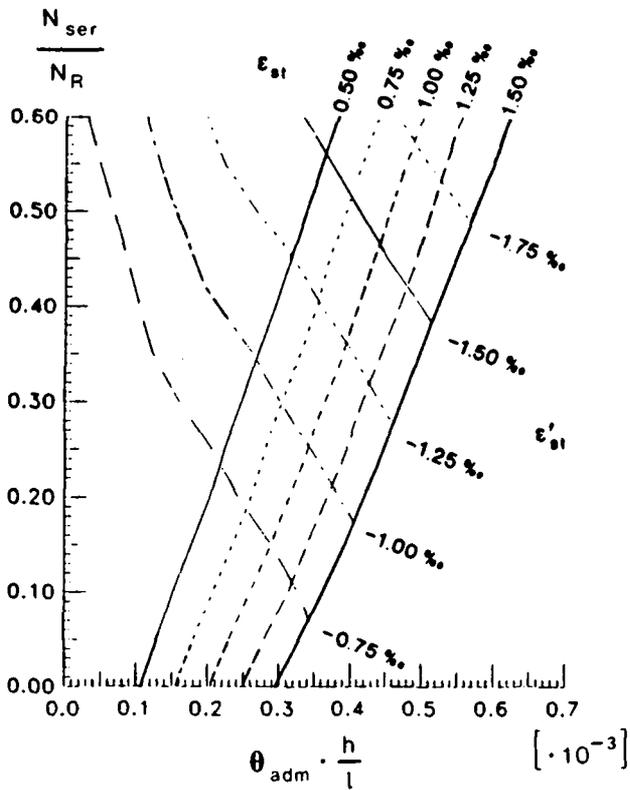
$$b' = 0.85 \cdot b$$



$\psi = 0.5$

$\psi = 1.0$

A)



B)

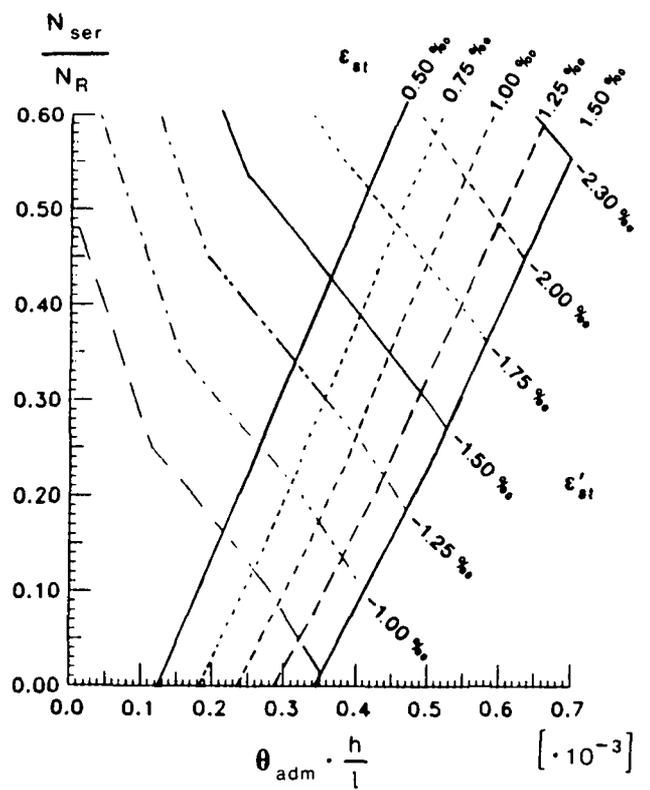
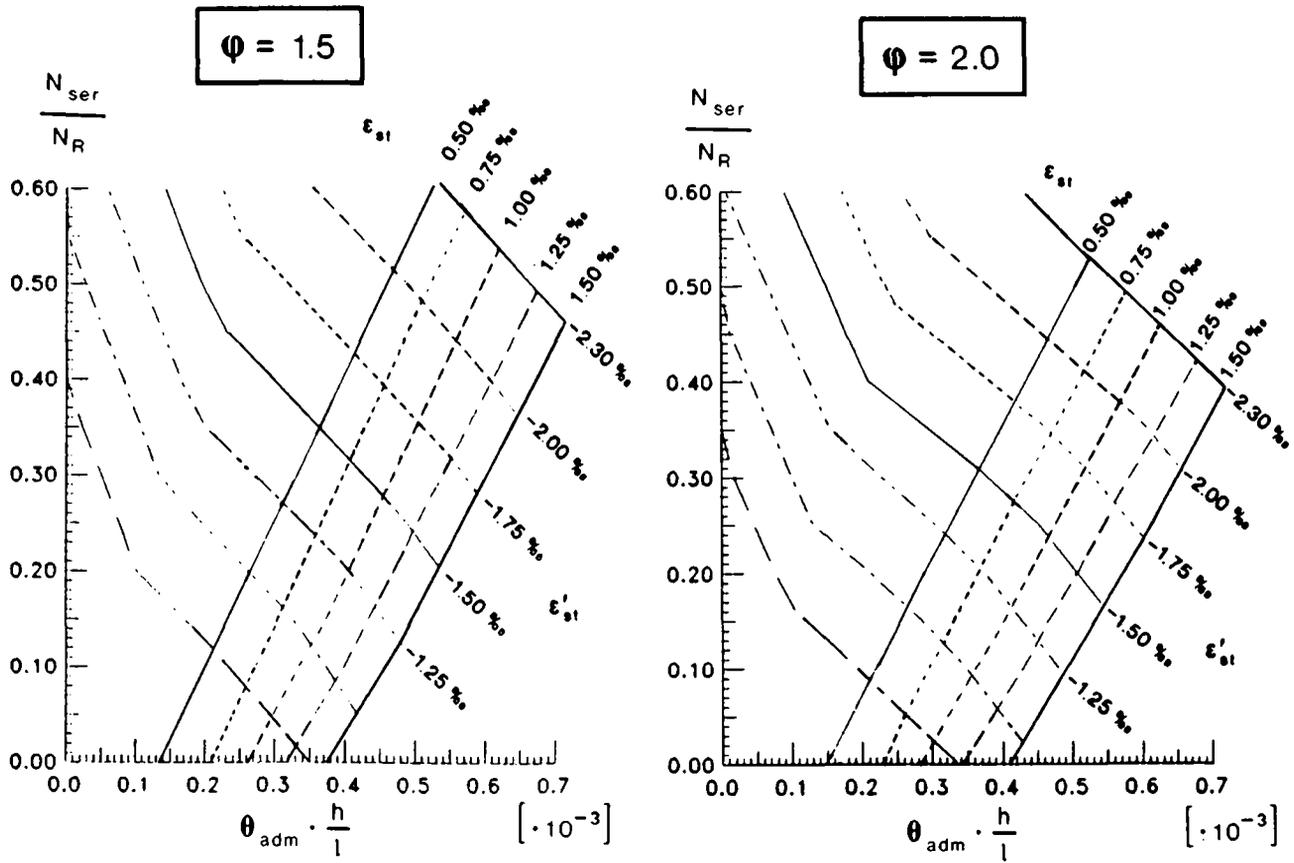
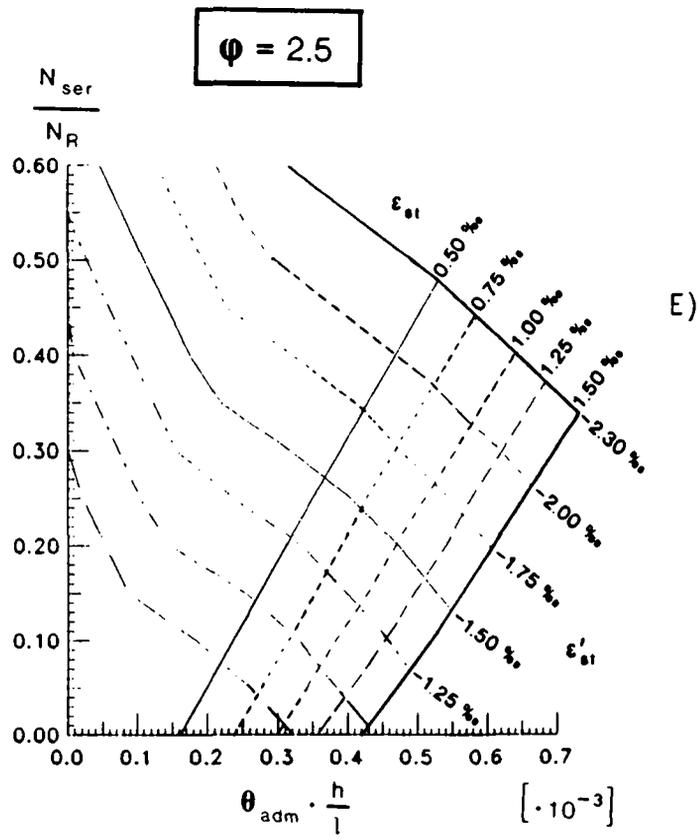


Fig. 8.16

$\rho = 5\%$



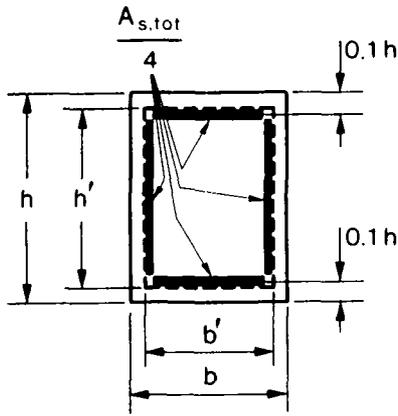
D)



E)

Fig. 8.16

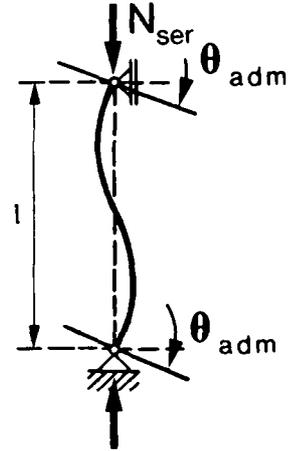
$\rho = 10\%$



$$\rho = \frac{A_{s,tot}}{b' \cdot h'} \cdot 100 [\%]$$

$$h' = 0.85 \cdot h$$

$$b' = 0.85 \cdot b$$



$\psi = 0.5$

$\psi = 1.0$

A)

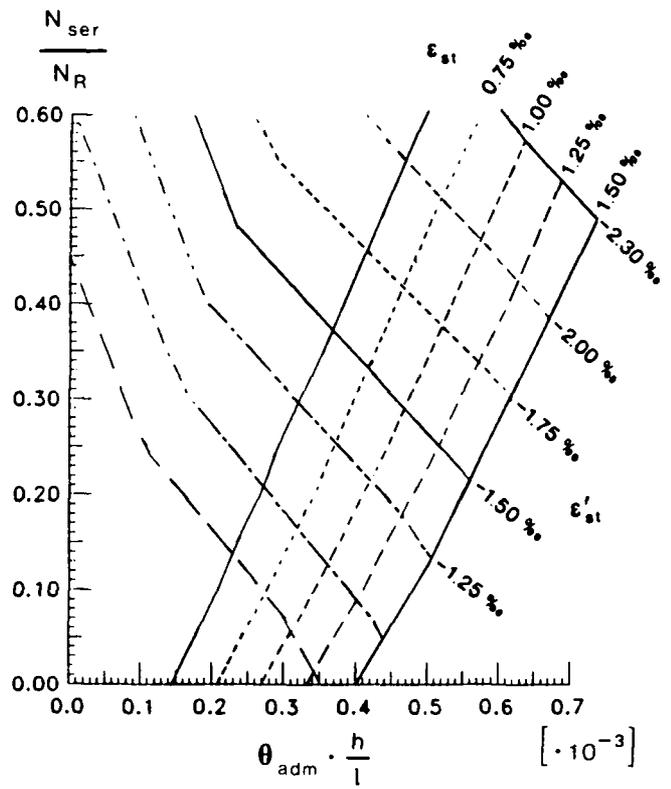
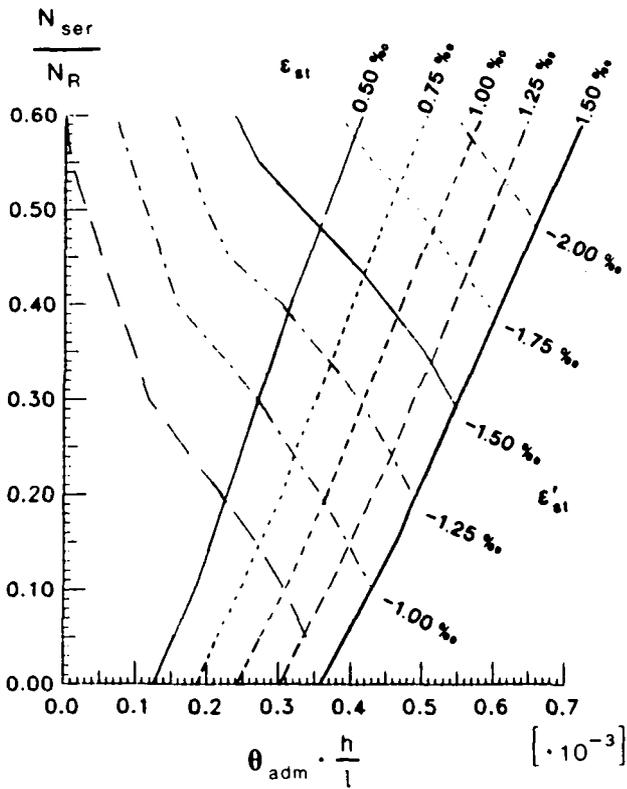


Fig. 8.17

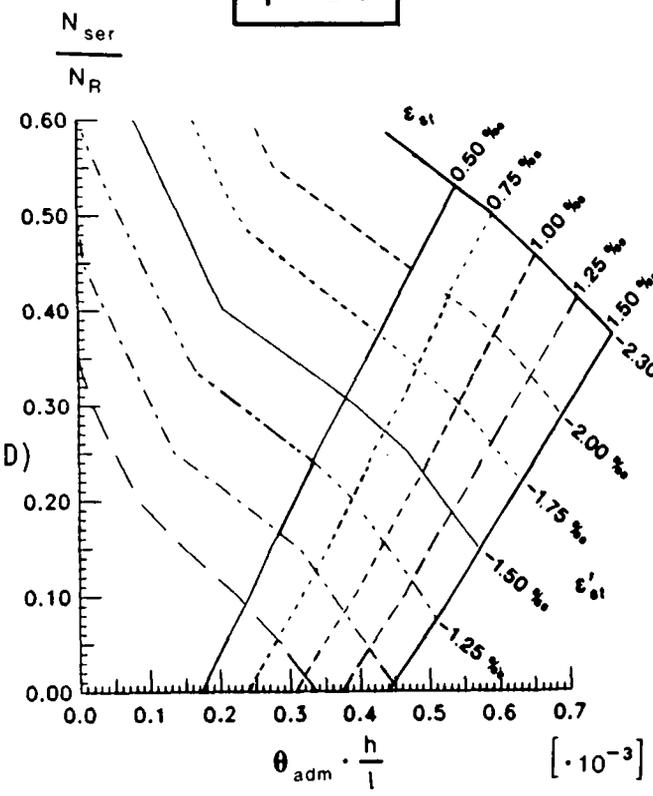
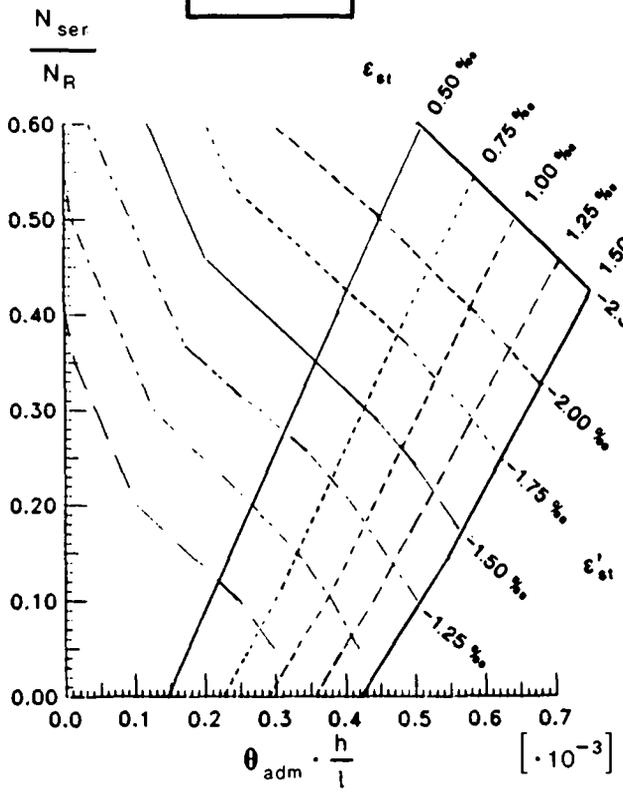
$\rho = 10\%$

$\psi = 1.5$

$\psi = 2.0$

C)

D)



$\psi = 2.5$

E)

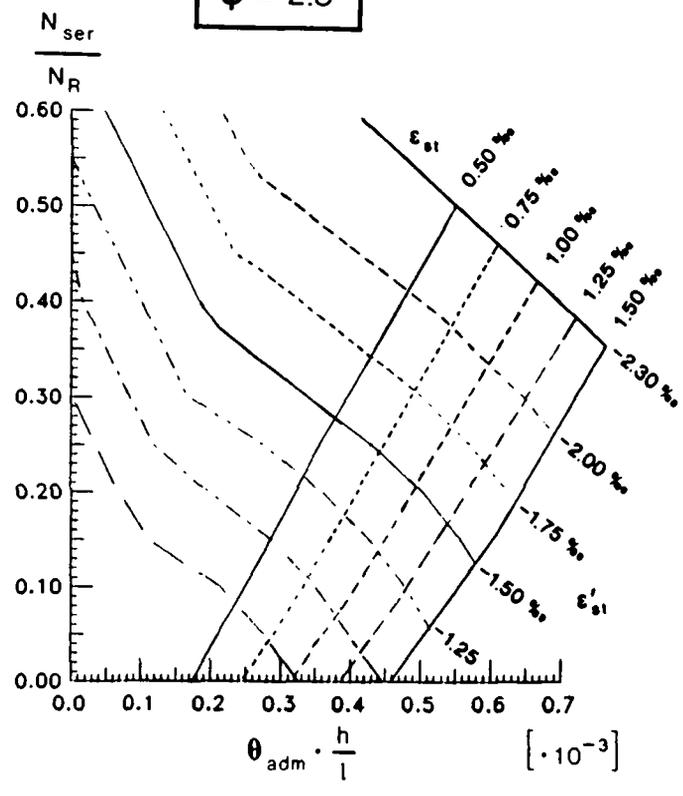
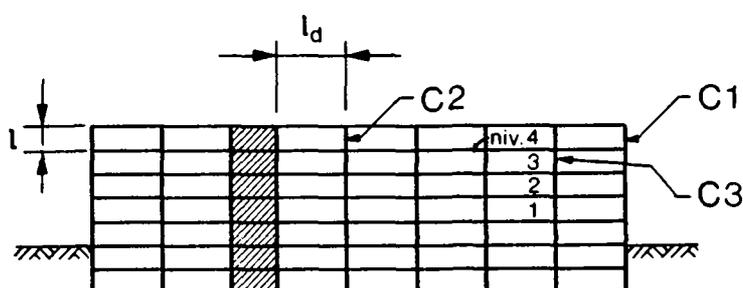


Fig. 8.17

8.4 EXEMPLES

8.4.1 Bâtiment

Afin d'illustrer la procédure de dimensionnement de colonnes de bâtiment soumises à des déformations imposées et la méthode de vérification de leur état d'utilisation, on traite le cas concret du bâtiment représenté à la figure 8.18 ci-après.



Caractéristiques géométriques:

$$l = 3000 \text{ mm}$$

$$l_d = 8000 \text{ mm}$$

$$h_d = 220 \text{ mm}$$

Section colonnes niveaux 3 et 4:

$$b \times h = 350 \times 350 \text{ mm}^2$$

Matériaux:

béton: B40/30

acier: S500

Coefficient de dilatation

$$\text{thermique: } \omega_T = 10^{-5}$$

Fig. 8.18

Les planchers sont bétonnés toutes les 3 semaines et le degré d'isolation thermique de la dalle de toiture est admis comme moyen.

On se propose d'analyser trois colonnes (C1, C2 et C3) dont le comportement est représentatif.

8.4.1.1 Effort normal

La descente des charges permet de déterminer l'intensité de l'effort normal agissant sur chaque colonne. Pour l'application de la méthode proposée, il faut toujours distinguer l'effort normal N_g dû aux charges permanentes et celui provenant des charges utiles non-permanentes N_q .

Supposons que la descente des charges donne les efforts normaux suivants dans les colonnes C1, C2 et C3.

Effort normal	Colonne C1 (bord, niveau 4)	Colonne C2 (int. niv.4)	Colonne C3 (1ère int, niv.3)
N_g (charges permanentes)	360 kN	800 kN	1680 kN
N_q (charges utiles non-permanentes)	115 kN	260 kN	540 kN

Tableau 8.2

8.4.1.2 Dimensionnement de l'armature

a) Armature longitudinale

Le calcul de l'armature longitudinale se fait au moyen de la formule (8.6):

$$\rho \geq \frac{\gamma_n \cdot \gamma_R \cdot N_d - A'_c \cdot f_c}{A'_c \cdot (f_y - f_c)}, \quad \rho = \frac{A_{s,tot}}{A'_c}$$

Dimensions de la section frettée (équation (8.2) et figure associée):

$$h' = h - \underbrace{2 \cdot 20}_{\text{enrobage}} - \underbrace{10}_{\text{Ø étrier}} \cong 300 \text{ mm}, \quad A'_c = h'^2 = 90 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

Selon norme SIA 162 [1.8]:

béton B40/30 : $f_{cw,min} = 30 \text{ N/mm}^2$
 valeur de calcul: $f_c = 0,65 \cdot f_{cw,min} = 19,5 \text{ N/mm}^2$
 acier S500 : $f_y = 460 \text{ N/mm}^2$

Coefficients partiels de sécurité: $\gamma_R = 1,2$

$$\gamma_n = \frac{a_{min} + 60}{a_{min}} = \frac{350 + 60}{350} = 1,17 \quad (\lambda_{cr} < 30, \text{ équation (8.3)})$$

équation (8.5): $N_d = \gamma_g \cdot N_g + \gamma_q \cdot N_q$
 $\gamma_g = 1,35 \quad \gamma_q = 1,5$

. Colonne C1: $N_d = 659 \text{ kN}$

$$\rho \geq \frac{1,17 \cdot 1,2 \cdot 659 \cdot 10^3 - 90 \cdot 10^3 \cdot 19,5}{90 \cdot 10^3 \cdot (460 - 19,5)} < 0$$

taux minimal d'armature
 $\rho_{\text{tot}} \geq 0,6\%$ (8.7)
(par rapport à la section totale)

Choix: 8 barres $\emptyset 12 \text{ mm}$ ($\rho_{\text{tot}} = 1\%$) (diamètre minimal préconisé:
($A_{s,\text{tot}} = 904 \text{ mm}^2$) $\emptyset 12 \text{ mm}$)

éq. (8.2):

$$N_R = (A'_c - A_{s,\text{tot}}) \cdot f_c + A_{s,\text{tot}} \cdot f_y = (90 \cdot 10^3 - 904) \cdot 19,5 + 904 \cdot 460 = 2153 \text{ kN}$$

$$\frac{N_d}{N_R} \approx 0,3$$

. Colonne C2: $N_d = 1470 \text{ kN}$

$$\rho \geq \frac{1,17 \cdot 1,2 \cdot 1470 \cdot 10^3 - 90 \cdot 10^3 \cdot 19,5}{90 \cdot 10^3 \cdot (460 - 19,5)} = 0,8, \text{ ce qui est équivalent à } \rho_{\text{tot}} = 0,6\%$$

Choix: 8 barres $\emptyset 12 \text{ mm}$ (comme colonne C1)

$$N_R = 2153 \text{ kN}$$

$$\frac{N_d}{N_R} = 0,68$$

. Colonne C3: $N_d = 3010 \text{ kN}$

éq. (8.6) $\rho \geq 6,2\%$ ($A_{s,\text{tot}} \geq 5610 \text{ mm}^2$)

Choix: 8 barres $\emptyset 30 \text{ mm}$ ($A_{s,\text{tot}} = 5655 \text{ mm}^2$)

éq. (8.2) $N_R = 4247 \text{ kN}$

$$\frac{N_d}{N_R} = 0,71$$

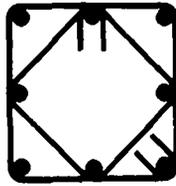
b) Armature transversale

Aux extrémités des colonnes, l'armature transversale doit être renforcée sur une longueur ℓ_0 , définie par la formule (8.8):

$$\ell_0 = 0,12 \cdot \ell + 300 \text{ [mm]} = 0,12 \cdot 3000 + 300 = \underline{660 \text{ mm}}$$

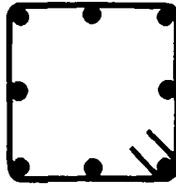
Le choix de la configuration d'étriers appropriée pour cette zone se fait au moyen de la figure 8.1, pour toutes les trois colonnes C1, C2 et C3:

Configuration ②
($h' = 300 \text{ mm}$)



aux extrémités sur la longueur ℓ_0

et



partout ailleurs

L'espacement et le diamètre des étriers doit être déterminé pour chaque colonne.

. Colonne C1

Du tableau (8.1), on tire l'espacement d'étriers s_1 aux extrémités de la colonne:

$$s_1 = \min (6 \varnothing_{\text{long}}, \frac{h'}{4}, 125 \text{ mm}) \qquad s_1 = 6 \cdot \varnothing_{\text{long}} \cong \underline{75 \text{ mm}}$$

Ailleurs, l'espacement s_2 des étriers doit être:

$$s_2 = 2 \cdot s_1 = \underline{150 \text{ mm}}$$

Diamètre des étriers, d'après la figure 8.2:

$$\text{avec } \frac{\ell}{h'} = \frac{3000}{300} = 10 \quad \text{et} \quad \frac{N_d}{N_R} \cong 0,3, \quad \text{on trouve: } \underline{\varnothing 8 \text{ mm}}$$

. Colonne C2

- Tableau (8.1): Extrémités: $s_1 = 6 \cdot \phi_{long} = \underline{75 \text{ mm}}$
Ailleurs : $s_2 = 2 \cdot s_1 = \underline{150 \text{ mm}}$

- Figure (8.2): $\frac{l}{h'} = 10$ et $\frac{N_d}{N_R} = 0,68 \rightarrow \underline{\phi 10 \text{ mm}}$

. Colonne C3

- Tableau (8.1): Extrémités: $s_1 = \frac{h'}{4} = \underline{75 \text{ mm}}$
Ailleurs : $s_2 = 2 \cdot s_1 = \underline{150 \text{ mm}}$

- Figure (8.2): $\frac{l}{h'} = 10$ et $\frac{N_d}{N_R} = 0,71 \rightarrow \underline{\phi 10 \text{ mm}}$

$$\text{Contrôle: } 10 \text{ mm} \geq \frac{\phi_{long}}{3} = \frac{30 \text{ mm}}{3}$$

8.4.1.3 Vérification de l'état d'utilisation

La procédure est illustrée en considérant la colonne C1 soumise aux rotations imposées les plus importantes. Elles proviennent de:

- la variation de température de la dalle de toiture: $\theta_{\Delta T}$ (fig. 8.19a);
- la différence de retrait entre les deux planchers : $\theta_{\Delta cs}$ (fig. 8.19b);
- la flexion des planchers sous l'effet des charges : θ_f (fig. 8.19c).

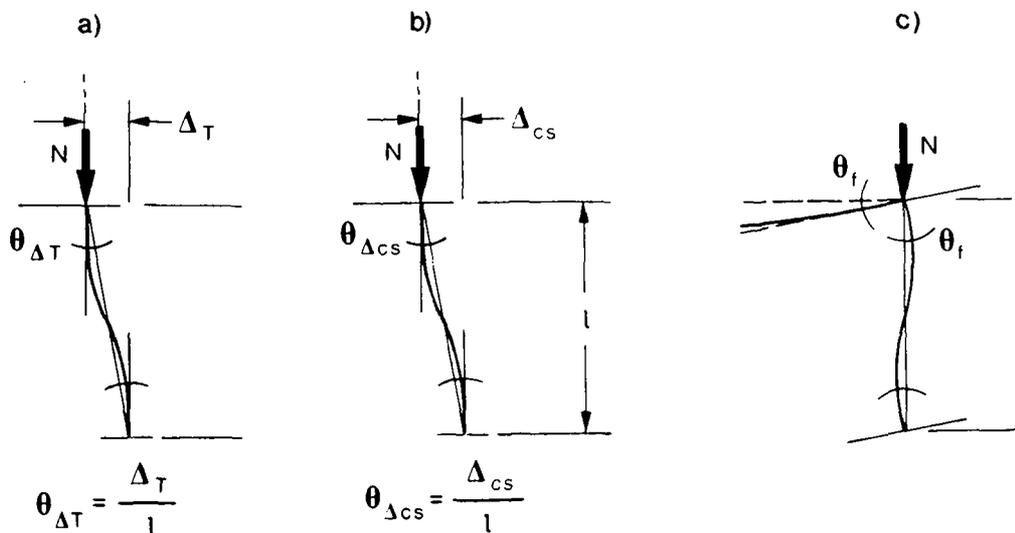


Fig. 8.19

Ces différentes rotations se calculent selon les principes exposés au § 8.3.1.

. Flexion des planchers

A défaut d'un procédé plus précis, par exemple un calcul élastique à l'ordinateur, l'angle de rotation θ_f dû à la flexion des planchers (fig. 8.19c) peut être estimé selon les règles simplifiées du § 8.3.1.1.

Pour une colonne de bord, la rotation de base θ_{f0} s'obtient par l'équation (8.10):

$$\theta_{f0} = 0,0128$$

On trouve l'angle de rotation effectif θ_f au moyen de la formule (8.11):

$$\theta_f = k_f \cdot \theta_{f0}$$

où k_f est un facteur de correction qui est lu dans le diagramme de la figure 8.9 en fonction du paramètre η_2 , donné par l'équation (8.12):

$$\eta_2 = \frac{\frac{I_d}{\ell_d}}{\eta_c \cdot \frac{I_c}{\ell}}$$

I_d : moment d'inertie du plancher
 I_c : moment d'inertie de la colonne
 ℓ_d : portée du plancher
 ℓ : longueur de la colonne
 $\eta_c = 1$ (dalle de toiture)

Le calcul de I_d nécessite la connaissance de la largeur participante du plancher. Celle-ci peut être estimée au moyen de la formule (8.13):

$$b_{ef} = b_w + \frac{1}{3} \cdot 0,2 \cdot \alpha \cdot \ell_d \leq \frac{1}{2} \cdot a$$

avec $\alpha = 0,8$ (champ de bord), $b = 350$ mm et $\ell_d = 8000$ mm, on trouve:

$$b_{ef} = \underline{780 \text{ mm}}$$

$$\eta_2 = \frac{b_{ef} \cdot h_d^3 \cdot \ell}{\eta_c \cdot b \cdot h^3 \cdot \ell_d} = \frac{780 \cdot 220^3 \cdot 3000}{1 \cdot 350^4 \cdot 8000} \approx \underline{0,21}$$

figure 8.9: $\underline{k_f \approx 0,18}$ et $\theta_f = k_f \cdot \theta_{f0} = \underline{0,23\%}$

. Variation de température

Compte tenu du degré d'isolation de la dalle de toiture et des variations saisonnières de la température extérieure, les différences δ_T admises entre la dalle de toiture et le plancher du dernier étage sont les suivantes:

$$\text{Hiver: } \delta_T = - 15^{\circ}\text{C}$$

$$\text{Eté : } \delta_T = + 10^{\circ}\text{C}$$

Les déplacements Δ_T subis par la tête de la colonne sont les suivants:

$$\text{Hiver: } \Delta_T = \delta_T \cdot \omega_T \cdot \ell_1 = - 15 \cdot 10^{-5} \cdot 40000 = - 6 \text{ mm} \quad (\ell_1 = 5 \cdot \ell_d = 40000 \text{ mm})$$

$$\text{Eté : } \Delta_T = + 10 \cdot 10^{-5} \cdot 40000 = + 4 \text{ mm} \quad \omega_T = 10^{-5}$$

Les angles de rotation $\theta_{\Delta T}$ effectivement imposés à la colonne sont donc (équation (8.19)):

$$\text{Hiver: } \theta_{\Delta T} = k_f \cdot \frac{\Delta_T}{\ell_4} = 0,18 \cdot \frac{- 6}{3000} = \underline{- 0,04\%} \quad (k_f \approx 0,18)$$

$$\text{Eté : } \theta_{\Delta T} = 0,18 \cdot \frac{4}{3000} = \underline{0,02\%}$$

Comme on peut le constater, dans le bâtiment les angles imposés dus à la température sont généralement très faibles.

. Différence de retrait entre les deux planchers

Le retrait spécifique ε_{CS} à prendre en compte dépend de l'intervalle de temps Δ_t qui s'écoule entre le bétonnage des deux planchers (ici $\Delta_t = 21$ jours), ainsi que de l'épaisseur de ceux-ci et de la consistance du béton frais.

La valeur de ε_{CS} peut se calculer selon la norme SIA 162 [1.8]. Pour cette application numérique, on admet la valeur suivante:

$$\varepsilon_{CS} = -150 \cdot 10^{-6}$$

Le déplacement Δ_{CS} qui en résulte atteint:

$$\Delta_{CS} = \varepsilon_{CS} \cdot \ell_1 = - 6 \text{ mm}$$

et l'angle de rotation:

$$\Delta_{cs} = k_f \cdot \frac{\Delta_{cs}}{\ell} = \underline{-0,04\%}$$

. Combinaison de rotations imposées

La combinaison déterminante est celle composée de la rotation θ_f due aux charges avec celle résultant d'une hausse de température ($\theta_{\Delta T}$, été):

$$\theta_{ser} = \theta_f + \theta_{\Delta T} = 0,23 + 0,02 = \underline{0,25\%}, \text{ selon le cas de déformation D.}$$

. Vérification de l'état d'utilisation

L'effort normal à prendre en compte est celui dû aux charges permanentes:

$$N_{ser} = N_g = 360 \text{ kN}$$

Le rapport $\frac{N_{ser}}{N_R}$ vaut ainsi $\frac{360}{2153} = 0,17$ et le taux d'armature longitudinale effectif par rapport à la section frettée $\rho = 1\%$ (uniformément répartie).

La colonne étant mise en charge à un âge relativement jeune ($t=21$ jours), et la rotation de longue durée θ_f étant prépondérante, on admet un coefficient de fluage $\varphi = 2,0$.

Au moyen de l'abaque approprié de la figure 8.14d et après la transformation:

$$\theta \cdot \frac{h}{\ell} = \frac{0,25}{100} \cdot \frac{350}{3000} = 0,29 \cdot 10^{-3}, \text{ on trouve pour } \frac{N_{ser}}{N_R} = 0,17$$

$$\epsilon_{st} = + 0,9 \text{ ‰}$$

$$\epsilon'_{st} = - 1,1 \text{ ‰}$$

En regard des conditions (8.22) et (8.23), on estime que l'état d'utilisation est vérifié.

8.4.2 Pont

Soit un pont précontraint, constitué d'un caisson à hauteur constante de 2,50 m. Les charges équivalentes à la précontrainte balancent entièrement les charges permanentes, de sorte qu'aucune déformation verticale à long terme n'est à craindre. Les piles B et C étant encastrées en haut et en bas, elles doivent toutefois suivre les variations de longueur du tablier.

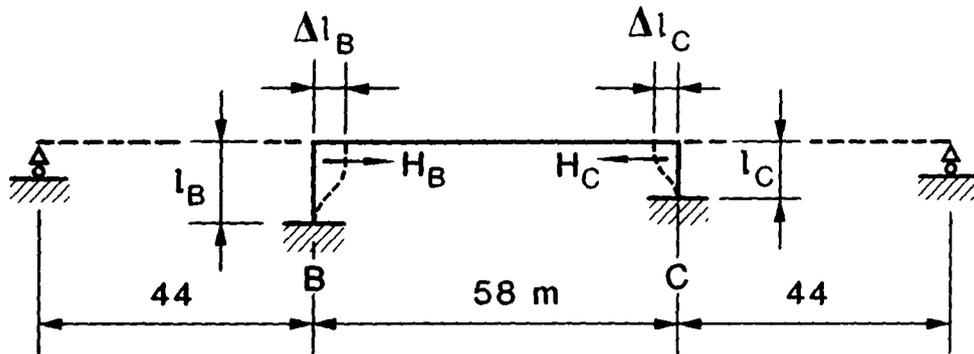


Fig. 8.20 Géométrie et état de déformation

Données:

$$l_B = 18,0 \text{ m}$$

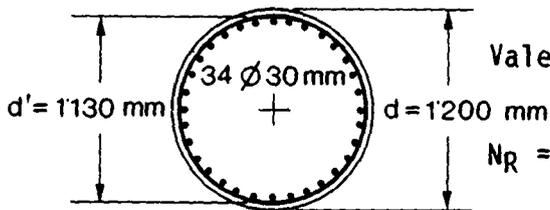
$$l_C = 13,4 \text{ m}$$

Matériaux: Acier S500 : $f_y = 460 \text{ N/mm}^2$

Béton B40/30 : $f_c = 0,65 \cdot 30 = 19,5 \text{ N/mm}^2$

Effort normal (charges permanentes): $N_{ser} = \underline{7650 \text{ kN}}$

$$34 \text{ } \emptyset 30 \text{ mm} \quad A_{s,tot} = 24038 \text{ mm}^2; \quad \rho = \frac{A_{s,tot}}{A_c} = 2,4\%$$



Valeur de calcul de la résistance:

$$N_R = (A'_c - A_{s,tot}) \cdot f_y + A_c \cdot f_c = \underline{30150 \text{ kN}}$$

Sous l'effet du retrait, de la précontrainte et de variations de température, la portée centrale se raccourcit, imposant les déformations Δ_B et Δ_C en tête des piles.

En raison du fait que ces piles sont de longueurs différentes, les déformations Δ_B et Δ_C ne sont pas égales.

. Calcul de Δ_B et Δ_C

On dispose de deux conditions:

- compatibilité: $\Delta l_{tot} = \Delta l_B + \Delta l_C$
- équilibre : $H_B = H_C$

$$H_B = \frac{12EI}{l_B^3} \cdot \Delta l_B$$

$$H_C = \frac{12EI}{l_C^3} \cdot \Delta l_C$$

$$H_B = H_C \quad \frac{\Delta l_B}{l_B^3} = \frac{\Delta l_C}{l_C^3}$$

$$\Delta l_B = 0,71 \cdot \Delta l_{tot}$$

$$\Delta l_C = 0,29 \cdot \Delta l_{tot}$$

- Le raccourcissement du tablier sous l'effet des actions de longue durée que sont le retrait et la précontrainte (y compris le fluage) est estimé à:

- précontrainte: $\Delta_p = - 40 \text{ mm}$

- retrait : $\Delta_{cs} = \frac{- 10 \text{ mm}}{- 50 \text{ mm}}$

La déformation de longue durée imposée à la pile B atteint donc:

$$\Delta l_B = 0,71 \cdot (-50) = -35,5 \text{ mm}$$

ce qui correspond à un angle de rotation imposé selon le cas D:

$$\Delta l_B = \frac{\Delta l_B}{l_B} = 0,2\% \quad (\text{retrait} + \text{précontrainte}).$$

- Sous l'effet d'une variation saisonnière de température, le tablier se raccourcit d'une grandeur $\Delta_T = 15 \text{ mm}$.

→ $\Delta l_B = 0,71 \cdot (-15) = 10,7 \text{ mm}$

→ $\theta_{\Delta B} = \frac{\Delta l_B}{l_B} \cong 0,06\% \text{ (température)}$

. Détermination des coefficients de fluage

- Déformation de longue durée (retrait + précontrainte)

En tenant compte de l'âge des piles lors du bétonnage du tablier, de la cure éventuelle qu'elles subissent, de l'humidité ambiante et de la consistance du béton frais, on peut estimer le coefficient φ au moyen des indications de la norme SIA 162 [1.8]. On admet ici qu'il vaut:

$$\varphi = 1,8$$

- Déformation de courte durée (température):

$$\varphi = 0,5 \text{ (voir § 8.3.2)}$$

Afin de tenir compte de la combinaison de déformations imposées de nature différente, on définit un coefficient de fluage moyen au prorata de leur importance respective:

$$\varphi = \frac{0,2}{0,2 + 0,06} \cdot 1,8 + \frac{0,06}{0,2 + 0,06} \cdot 0,5 \cong \underline{1,5}$$

$$\text{Angle de rotation total: } \theta_{\text{ser}} = 0,2 + 0,06 = 0,26\%$$

. Définition des déformations relatives maximales ε_{st} et ε'_{st}

Afin de respecter un niveau d'exigences élevé, on choisit de limiter les déformations relatives dans les sections déterminantes à:

$$\begin{aligned} \varepsilon'_{\text{st}} &= - 1,5 \text{ ‰} \quad (\text{compression}) \\ \varepsilon_{\text{st}} &= + 1,2 \text{ ‰} \quad (\text{traction}). \end{aligned}$$

. Détermination de l'angle admissible θ_{adm}

Puisqu'on ne dispose pas, au § 8.3.3, d'abaques pour le taux d'armature $\rho = 2,4\%$, il est nécessaire de lire les valeurs de θ_{adm} dans les abaques correspondant à $\rho = 1\%$ et $\rho = 3\%$, pour $\varphi = 1,5$:

$$\text{avec } \frac{N_{\text{ser}}}{N_{\text{R}}} = \frac{7650 \text{ kN}}{30150 \text{ kN}} \cong 0,25$$

- $\rho = 1\%$ et $\varphi = 1,5$ (fig. 8.14c): $\theta_{adm} = \frac{0,36}{1000} \cdot \frac{\ell}{d} = \frac{0,36}{1000} \cdot \frac{18000}{1200} = 0,54\%$ ($\varepsilon_{st}=1,2\text{‰}$)

- $\rho = 3\%$ et $\varphi = 1,5$ (fig. 8.15c): $\theta_{adm} = \frac{0,44}{1000} \cdot \frac{\ell}{d} = \frac{0,44}{1000} \cdot \frac{18000}{1200} = 0,66\%$ ($\varepsilon_{st}=1,2\text{‰}$)

On peut donc en déduire que $\theta_{ser} \leq \theta_{adm}$ et l'aptitude au service de la pile B est par conséquent prouvée.

9. CONCLUSIONS ET EXTENSION DE LA RECHERCHE

La méthode développée aux chapitres précédents permet la vérification de la sécurité vis-à-vis de la ruine, ainsi que de l'aptitude au service des colonnes en béton armé à élancement modéré ($\lambda_{cr} \leq 50$), soumises à un effort normal et à des déformations imposées. Ces vérifications se font au moyen d'abaques adaptés à toutes les normes aux états-limite et à différentes qualités de matériaux. Pour parvenir à l'établissement de ces abaques, un certain nombre de simplifications sont nécessaires, notamment en ce qui concerne la relation contrainte-déformation du béton fretté (§ 3.2.3) et en particulier sa déformation spécifique maximale ϵ_{cu} . Ces simplifications se situent du côté de la sécurité et facilitent grandement l'élaboration d'une méthode pratique.

Le respect des règles constructives proposées pour les cas courants de la pratique, où une déformabilité correspondant à un angle maximal θ_{max} de l'ordre de 1% est suffisante, implique que la section ne doit être dimensionnée que pour transmettre l'effort normal seul, simplifiant ainsi énormément la tâche de l'ingénieur projeteur.

Cette façon de procéder n'est cependant possible que dans la mesure où les étriers sont correctement ancrés au moyen de crochets recourbés vers le noyau de béton fretté (figure 8.4b). Ceci ne cause guère de problèmes pour une colonne préfabriquée, mais nécessite un soin particulier dans le cas d'éléments bétonnés sur chantier, en changeant peut-être certaines habitudes.

Comme proposition de recherche future concernant l'état-limite ultime, on peut citer la formulation de la déformation spécifique maximale ϵ_{cu} sur la base de la configuration des étriers, ainsi que l'étude du comportement d'éléments dont l'élancement λ_{cr} est supérieur à 50.

D'autres problèmes, comme ceux découlant de l'utilisation de colonnes préfabriquées en béton à haute résistance liées à des planchers dont le béton est de qualité inférieure, méritent d'être étudiés en détail. En l'état actuel des connaissances, ces liaisons doivent être soigneusement conçues et le béton de la dalle, situé entre les colonnes, fretté comme aux extrémités de celles-ci (figure 8.4a).

La méthode proposée s'applique à des éléments sollicités par un effort normal et des déformations imposées, étant admis que les efforts horizontaux sont repris par des éléments appropriés. Ceci concerne donc la plupart des cas de bâtiment et de ponts à appui fixe. D'autres structures, par exemple les ponts flottants et certains cas de pieux encastrés dans une fondation, sont généralement sollicitées horizontalement par une combinaison de déformations imposées et de forces. Les éléments contenus dans ce travail permettent d'élaborer une méthode de calcul prenant en compte cette réalité, notamment en faisant appel à la résistance flexionnelle M_u associée à la déformabilité représentée par θ_{max} .

La procédure de vérification de l'aptitude au service découle également de certaines simplifications (§ 7.1), notamment celle qui consiste à ne prendre en compte que l'effet des charges permanentes, en estimant négligeable l'influence des charges utiles mobiles. Une telle simplification s'avère dans la grande majorité des cas judicieuse mais n'est pas forcément valable dans d'autres si les charges utiles agissent de manière répétitive.

Un autre point pouvant nécessiter une étude complémentaire concerne la combinaison des déformations imposées de longue et de courte durée. Le problème est traité ici par le biais d'un coefficient de fluage ϕ moyen car la superposition des deux effets n'est en principe pas valable (§8.3.2). Malgré ces quelques restrictions, la méthode proposée est néanmoins applicable à la très grande majorité des cas courants, en permettant une économie de matière et de calculs, ainsi qu'une plus grande souplesse dans la conception des ouvrages grâce à des joints de dilatation plus espacés.

RESUME

Dans le cas des bâtiments stabilisés dans le sens horizontal par des refends ou des noyaux, ainsi que dans celui de ponts à piles peu élancées, les éléments verticaux sont essentiellement sollicités par un effort normal de compression N et des angles de rotation θ imposés. Ces derniers proviennent d'une part de variations de température et de la précontrainte et, d'autre part, de la flexion de ces mêmes porteurs due aux charges verticales.

Il s'agit donc dans ce cas d'un problème de déformations imposées, mais les méthodes usuelles de calcul n'en tiennent généralement pas compte et le ramènent au niveau d'un problème de forces. Dans ce cas, le traitement se fait par le biais de la résistance des sections, le plus souvent à l'aide de diagrammes d'interaction M_R-N_R .

Dans ce travail, on propose une méthode différente qui tient effectivement compte qu'il s'agit d'un problème de déformations imposées et qui cerne ainsi mieux le comportement réel des éléments de structure. Elle est limitée aux cas où l'élancement λ_{cr} est inférieur ou égal à 50. L'analyse de la colonne se fait avec l'effort normal N et les rotations θ imposées à ses extrémités résultant de l'interaction avec les porteurs horizontaux.

Cette méthode permet de concevoir avec une grande souplesse des ouvrages plus performants grâce à des joints de dilatation plus espacés et à une diminution de la section des colonnes, en évitant le non-sens qui consiste à les renforcer inutilement lorsqu'on prend en compte des moments dont on n'est pas tributaire.

Cela a également pour conséquence que les colonnes peuvent être presque toujours encadrées dans les porteurs horizontaux permettant ainsi de réduire leur élancement et de renoncer à de coûteux dispositifs d'articulation. Par ailleurs, on a avantageusement recours à de hauts pourcentages d'armature pour transmettre des charges verticales élevées.

Ce concept associant N et θ est appliqué à la fois à la vérification de l'état-limite ultime (capacité portante et déformabilité) et à celui d'utilisation (aptitude au service).

La première vérification consiste à assurer que la colonne possède une capacité de déformation suffisante pour lui permettre de subir des rotations imposées tout en transmettant l'effort normal avec la sécurité requise. Ceci peut être obtenu en disposant une armature transversale adéquate aux extrémités encastrées de l'élément, afin que des rotules plastiques puissent s'y former.

La première partie de ce travail est consacrée à l'élaboration d'une méthode permettant de déterminer les caractéristiques d'une telle armature (forme et configuration, espacement et diamètre des étriers) ainsi qu'à l'étude des nombreux paramètres influençant le comportement d'une colonne à l'état-limite ultime.

Dans la seconde partie, on expose une procédure pour permettre le contrôle du comportement d'une colonne sous les charges et les rotations imposées auxquelles elle est réellement confrontée, afin d'en vérifier l'aptitude au service.

Cette procédure tient compte de la nature des rotations imposées, causées par des variations de température ou des phénomènes de longue durée comme le retrait et le fluage; son application est aisée car elle se fait au moyen d'abaques.

Finalement, pour le traitement des cas de la pratique, on propose une méthode opérationnelle accessible à l'ingénieur projeteur. Elle contient les indications et les abaques nécessaires pour concevoir et vérifier les colonnes en béton plus ou moins armées.

SUMMARY

For buildings which are stabilized by core or shear walls, the vertical members are generally subjected to compressive normal forces N and certain imposed angles of rotation θ . Similar in this respect are non slender bridge piers. These rotations originate from, on one hand, the length variations of the horizontal elements (beams, slabs) due to shrinkage, temperature and prestressing, while on the other hand the bending of these elements due to the vertical loading.

Thus, in this case, it is a problem of imposed deformations. However, the usual methods of calculation do not take this fact into account and bring the computation back to a question of forces. In this case, the design is mostly based on the resistance of individual sections, with the use of moment-axial load interaction diagrams M_R-N_R .

In this thesis, a different method is proposed which takes account of the problem of imposed deformations, which concerns equally well the real behaviour of the structure. This proposal is limited to the cases where the slenderness ratio λ_{CR} is less than or equal to 50 ($\lambda_{CR} \leq 50$).

The analysis of a column is carried out considering the vertical load N and the imposed end rotations θ , due to the interaction of horizontal load carrying members.

This method allows one to create structures with a greater performance, thanks to the larger distance between expansion joints and to a reduction in the overall dimensions of the columns. This equally has the consequence that the columns are almost always able to be fixed ended by the horizontal members, thus permitting a reduction in their slenderness λ_{CR} and which eliminates the costs of the hinge devices. However, it is mostly necessary to resort to high percentages of reinforcement to transmit the elevated vertical loads.

This concept of the association of N and θ is applied to both the examination of the ultimate limit state (loading capacity and deformability) and to serviceability (aptitude of service).

The first verification consists of assuring that the column possesses the required deformability to permit the imposed rotations, while transferring the normal force, with the required security. It is possible to obtain this by using adequate transverse reinforcement at the fixed ends of the column, in such a fashion that plastic hinges would be able to form there.

The first part of this work concentrates on the development of a method which allows the determination of the characteristics of such a transverse reinforcement (shape and configuration, spacing and diameter of stirrups), as well as an investigation of the numerous parameters influencing the behaviour of columns at the ultimate limit state.

In the second part, an explanation is given on how to control the behaviour of a column, when it is subjected to service loading and imposed rotations, in order to verify its serviceability. This explanation takes into account the nature of the rotations, caused by the variations in temperature or by long term phenomena, such as shrinkage and creep. Its application is easy as it is given in the form of charts.

Finally, a method for the practical cases is proposed to the designer. It contains the notes and charts to design and verify reinforced concrete columns with different levels of reinforcement.

ZUSAMMENFASSUNG

Gebäude werden oft durch einen Kern oder durch Schubwände horizontal stabilisiert. Ebenso werden Brückenträger durch ein horizontal unverschiebliches Widerlager gehalten. Entsprechend sind in solchen Fällen die Stützen hauptsächlich durch eine Normalkraft und durch Zwangsverdrehungen an den Stützenenden beansprucht. Diese Verdrehungen entstehen aus der Längenänderung der Platten oder der Balken infolge Schwinden, Temperatur oder Vorspannung, sowie aus deren Durchbiegungen infolge der Lasten. Es handelt sich somit um ein Zwangsproblem und nicht, wie üblicherweise bei der Bemessung angenommen, um ein Interaktionsproblem von Normalkraft und Biegemoment.

In dieser Arbeit wird eine Bemessungsmethode vorgeschlagen, die dieser Tatsache Rechnung trägt und somit das effektive Verhalten der Tragelemente berücksichtigt.

Die Bemessung stützt sich auf eine Normalkraft und auf eine Verdrehung θ an den Stützenden, welche sich aus dem Zusammenwirken von vertikalen und horizontalen Tragelementen ergibt.

Diese Berechnungsmethode erlaubt es, Bauwerke zu entwerfen, die den äusseren Gegebenheiten besser angepasst sind. Dilatationsfugen können in grösseren Abständen angeordnet, und Stützenquerschnitte müssen nicht mehr unnötig vergrössert werden, um Biegemomente aufzunehmen, die für das Gleichgewicht der Tragstruktur nicht notwendig sind.

Die Stützen können in fast allen Fällen in die horizontalen Tragelemente eingespannt werden, was eine Verringerung der Schlankheit bewirkt und teure Gelenke vermeidet. Man wird vermehrt sehr hohe Bewehrungsgehalte einsetzen, um grosse Lasten abzutragen.

Das Bemessungskonzept Normalkraft N -Verdrehungswinkel θ eignet sich sowohl für den Nachweis der Gebrauchtauglichkeit als auch für den Nachweis der Tragsicherheit.

Der erste Nachweis besteht darin, dass die Stütze eine genügende Deformationsfähigkeit besitzt, um die Normalkraft mit der notwendigen Sicherheit zu übertragen. Dieses kann durch die Anordnung einer angemessenen Querspannung an den eingespannten Enden erzielt werden, damit sich plastische Gelenke bilden können.

Der erste Teil dieser Arbeit behandelt die Ausarbeitung einer Methode, welche die Bestimmung einer solchen Querarmierung (Form, Abstand und Durchmesser der Bügel) erlaubt. Des weiteren werden Parameterstudien beschrieben über Massnahmen, die das Verhalten einer Stütze im Bruchzustand beeinflussen. Im zweiten Teil wird ein Verfahren vorgestellt, welches den Nachweis des Gebrauchszustandes einer Stütze unter Normalkraft und wirklichen Zwangsverdrehungen gestattet. Dieses berücksichtigt Art und Ursache der Verdrehungen, welche durch Temperaturschwankungen, Kriechen und durch die Belastung entstehen. Die Anwendung des Verfahrens wird durch Diagramme erleichtert.

Schlussendlich wird eine Methode vorgeschlagen, die dem projektierenden Ingenieur eine einfachere Verarbeitung der Praxisfälle erlaubt. Die enthält die notwendigen Hinweise und Diagramme für die Berechnung und den Nachweis von Stahlbetonstützen.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1.1] Suter R., Dal Busco S.:
Colonnes centrifugées Gram - Séries expérimentales A et B
Publication N°104, EPFL-IBAP, décembre 1984

- [1.2] Dal Busco S., Suter R.:
Dimensionnement des colonnes de bâtiment - Série expérimentale C
Publication N°112, EPFL-IBAP, mai 1986

- [1.3] Dal Busco S., Najdanovic D., Suter R.:
Dimensionnement des colonnes de bâtiment - Essais de longue durée
- Série expérimentale A et B
Publication N°116, EPFL-IBAP, décembre 1986

- [1.4] Thürlimann Ch.:
Bemessung von Stahlbetonstützung unter Zwangsverformung
Thèse N°524, Département de Génie Civil, EPFL, 1984

- [1.5] Najdanovic D:
Contribution à la vérification de l'état d'utilisation des
colonnes sous déformations imposées
Thèse N°680, Département de Génie Civil, EPFL, 1987

- [1.6] Favre R., Najdanovic D., Suter R., Thürlimann Ch.:
A new Concept for R.C. Columns in Buildings.
Proceedings of 12th IABSE Congress, Vancouver, 1984

- [1.7] Comité Euro-International du Béton:
Code Modèle CEB-FIP pour les structures en béton, Paris, 1978

- [1.8] Société Suisse des Ingénieurs et Architectes:
Norme SIA 162 "Ouvrages en béton". Projet N 5222-6, mars 1987

- [2.1] Eibl J., Ivanyi G.:
Studie zum Trag und Verformungsverhalten von Stahlbeton.
DAfStb Heft 260, Berlin, 1976
- [2.2] Rasch C.:
Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Spannungsverteilung in
der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit.
DAfStb Heft 154, Berlin, 1962
- [2.3] Rüschi H., Stöckli S.:
Der Einfluss von Bügeln und Drückstäben auf das Verhalten der
Biegedruckzone von Stahlbetonbalken.
DAfStb Heft 148, Berlin, 1963
- [2.4] Rüschi H.:
Researches Toward a General Flexural Theory for Structural
Concrete. ACI Proceedings, Vol. 57, N°1, July, 1960, pp. 1-28
- [2.5] Kiendl O., Maldari J.:
Comparison of Physical Properties of Concrete.
University of Wisconsin, Madison, 1938
- [2.6] Haberstock K.G.:
Die n-freien Berechnungsweisen des einfach bewehrten,
rechteckigen Stahlbetonbalkens. DAfStb Heft 103, Berlin, 1951
- [2.7] Hognestad E., Hansen N.W., Mc Henry D.:
Concrete Stress distribution in ultimate Strength design.
ACI Journal, Proceedings Vol. 52, N°4, Déc. 1955, pp. 455-479
- [2.8] Richart F.E., Brandzaeg A., Brown R.L.:
A study of failure of concrete under Combined compressive stresses
Bulletin 185, Engineering Experiment Station, University of
Illinois, Urbana, Nov. 1928
- [2.9] Mills L.-L., Zimmermann R.M.:
Compressive strength of plain concrete under multiaxial loadings
conditions.
ACI Journal, Proceedings Vol. 67, N°10, oct. 1970, pp.802-807
- [2.10] Akroyd T.N.W.:
Concrete under triaxial stress
Magazine of concrete research, vol. 13, N°39, mars 1961, pp.
111-118
- [2.11] Bellamy C.J.:
Strength of concrete under combined stress
ACI Journal, Proceedings Vol. 58, N°4, oct. 1961, pp. 367-382

- [2.12] Newman J.B., Newman K.:
The cracking and failure of concrete under combined stresses and its implications for structural design.
Symposium RILEM sur "The deformation and failure of solids subjected to multiaxial stresses", oct. 1972, Cannes, Session I - Béton, Paper I/10, pp. 149-168
- [2.13] Considère A.:
Etudes expérimentales de la résistance à la compression du béton fretté.
Le Génie Civil, 1902, n°1 à 9
- [2.14] Richart F.E., Brandzaeg A. Brown R.L.:
The Failure of plain and spirally reinforced concrete in compression"
Bulletin 190, Engineering Experiment station, University of Illinois, Urbana, April 1929
- [2.15] Richart F.E., Brown R.L.:
An investigation of reinforced concrete columns.
Bulletin 267, juin 1934
- [2.16] L. Vandeperre:
Essais sur piliers en béton fretté.
La Technique des Travaux, 1936, pp. 151-168 et 199-220
- [2.17] Burdette E., Hilsdorf H.:
Behavior of laterally reinforced concrete columns
Proceedings, ASCE, V. 97, ST2, Feb. 1971, pp. 587-602
- [2.18] Shah S.P., Fafitis A., Arnold R.:
Cyclic Loading of spirally reinforced concrete.
Proceedings, ASCE, V.109, N°7, July 1983, pp. 1695-1710
- [2.19] Ahmad S.H., Shah S.P.:
Stress-Strain Curves of Concrete Confined by Spiral Reinforcement.
ACI Journal, Proceedings V.79, N°6, Nov-Déc. 1982, pp.484-490
- [2.20] Sheikh S.H., Uzumeri S.M.:
Strength and Ductility of Tied Concrete Columns
Proceedings, ASCE, V.106, 575, May 1980, pp.1079-1102
- [2.21] King J.W.H.:
The Effect of Lateral Reinforcement in Reinforced Concrete Columns
The Structural Engineer, London, V.24, N°7, July 1946, pp.353-388

- [2.22] King J.W.H.:
Further Notes on Reinforced Concrete Columns
The Structural Engineer, London, V.24, N°11, Nov. 1946, pp.609-616
- [2.23] Chan N.W.L.:
The Ultimate Strength and Deformation of Plastic Hinges in
Reinforced Concrete Frameworks
Magazine of Concrete Research, London, V.7, N°21, Nov. 1955,
pp.121-132
- [2.24] Pfister J. F.:
Influence of Ties on the Behavior of Reinforced Concrete Columns.
ACI Journal, Proceedings V.61, N°5, May 1964, pp. 521-536
- [2.25] Shah S., Rangan B.V.:
Effects of Reinforcement on Ductility of Concrete Proceedings.
ASCE, V.96, ST6, June 1970, pp. 1167-1184
- [2.26] Bresler B., Gilbert P.H.:
The Requirements for Reinforced Concrete Columns
ACI Journal, Proceedings V.58, N°5, Nov. 1961, pp. 555-569
- [2.27] Scott B.D., Park R., Priestley M.J.N.:
Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops
at Low and High Strain Rates
ACI Journal, Proceedings V.79, N°1, Janv-Feb. 1982, pp. 13-27
- [2.28] Dilger W.H., Koch R., Kowalczyk R.:
Ductility of Plain and Confined Concrete Under Different Strain
Rates. ACI Journal, Proceedings V.81, N°1, Janv-Febr. 1984, pp.
73-81
- [2.29] Kent D.C., Park R.:
Flexural Members with Confined Concrete.
Proceedings ASCE, V.97, ST7, July 1971, pp. 1969-1990
- [2.30] Desayi, Krishnan:
Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete.
ACI Journal, Vol. 61, N°3, March 1964
- [2.31] Roy H.E.H., Sozen M.A.:
Ductility of Concrete.
Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, SP 12, ACI/ASCE,
Detroit 1965, pp. 213-224
- [2.32] Soliman M.T.M., Yu C.W.:
The Flexural Stress-Strain Relationship of Concrete Confined by
Rectangular Transverse Reinforcement.
Magazine of Concrete Research, London, V.19, N°61, Déc. 1967, pp.
223-238

- [2.33] Vallenias J., Bertero V., Popov E.P.:
Concrete Confined by Rectangular Hoops and Subjected to Axial Loads. Report N° UCB/EERC-77/13, Earthquake Engineering Research Center. University of California, Berkeley, Aug. 1977, pp. 114
- [2.34] Sheikh S.A., Uzumeri S.M.:
Analytical Model for Concrete Confinement in Tied Columns. Proceedings ASCE, V. 108, ST12, Déc. 1982, pp. 2703-2723
- [2.35] Sheikh S.A., Yeh C.C.:
Flexural Behavior of Confined Concrete Columns. ACI Journal, Proceedings, V.83, N°4, May-June 1986, pp.389-404
- [2.36] Fafitis A., Shah S.P.:
Predictions of Ultimate Behavior of Confined Columns Subjected to Large Deformations. ACI Journal, Proceedings V.82, N°5, July-August 1985, pp.423-433
- [2.37] Sheikh S.A.:
A Comparative Study of Confinement Models. ACI Journal, Proceedings V.79, N°4, July-August 1982, pp.296-306
- [2.38] Sheikh S.A., Uzumeri S.M.:
Properties of Concrete Confined by Rectangular Ties. AICAP-CEB Symposium "Structures en Béton sous actions sismiques". Rome Mai 1979, Bulletin d'information CEB N°132
- [2.39] Comité Euro-International du Béton:
Response of R.C. Critical Regions under large Amplitude reversed actions. Bulletin d'information N°161, août 1983
- [2.40] Sargin M.:
Stress-strain Relationships for Concrete and the Analysis of Structural Concrete Sections. Study N°4, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, 1971
- [2.41] Baker A.L.L., Amarakone A.M.N.:
Inelastic Hyperstatic Frames Analysis. Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, SP-12, ACI/ASCE, Detroit, 1965, pp. 85-142
- [2.42] Corley W.G.:
Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams. Proceedings, ASCE, V.92, ST5, Oct. 1966, pp. 121-146
- [2.43] Hognestad E.:
A Study of Combined bending and axial load in reinforced concrete members. Bulletin N°399, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, Nov. 1951

- [3.1] Dal Busco S.:
Programme pour le calcul de la capacité de rotation des sections
frettées. EPFL-IBAP, 1986
- [4.1] Rufli R., Dal Busco S.:
Colonnes composites Gram - Série expérimentale D.
Publication N°117, EPFL-IBAP, décembre 1986
- [4.2] Rufli R., Suter R.:
Colonnes préfabriquées - Série expérimentale E.
Publication N°121, EPFL-IBAP, mars 1987
- [4.3] Priestley M.J.N., Park R., Potangaroa R.T.:
Ductility of Spirally - Confined Reinforced Concrete Columns.
Proceedings, ASCE, V.107, ST1, janv. 1981, pp. 181-202
- [4.4] Park R., Priestley M.J.N., Gill W.D.:
Ductility of Square - Confined Concrete Columns
Proceedings, ASCE, V.108, ST4, April 1982, pp. 929-950
- [4.5] Priestley M.J.N., Park R.:
Strength and Ductility of Concrete Bridge Columns under Seismic
Loading. ACI Journal, Proceedings, V.84, Janv-Febr. 1987, pp.61-76
- [4.6] Ozcebe G., Saatcioglu M.:
Confined of Concrete Columns for Seismic Loading.
ACI Journal, Proceedings, V.84, July-August 1987, pp. 308-315
- [4.7] Steidle P., Schäfer K.:
Trag- und Verformungsfähigkeit von Stützen bei grossen Zwangs-
verschiebungen der Decken.
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 376, Berlin 1986
- [4.8] Wohlfahrt R., Koch R.:
Versuche an Stützen mit Normalkraft und Zwangsverschiebungen.
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 376, Berlin 1986
- [4.9] Schlaich J., Steidle P.:
Tragfähigkeit und Verformbarkeit von Stützen bei grossen
Verschiebungen der Decken durch Zwang.
Beton- und Stahlbetonbau Nr 9/1986
- [4.10] Ford J.S., Chang D.C., Breen J.E.:
Behavior of Concrete Columns under controlled lateral Deformation.
ACI Journal, Proceedings V.75, N°1, Janv-Febr. 1981

- [5.1] Société Suisse des Ingénieurs et Architectes:
Directive 162-35 (1976).
Vérification de la sécurité à la rupture des pièces comprimées.

- [5.2] Houriet B., Walther R.:
Dimensionnement pratique des pièces comprimées élancées en Béton Armé.
Ingénieurs et Architectes Suisses, N° 25, décembre 1984.

- [5.3] Société Suisse des Ingénieurs et Architectes:
Norme SIA 160 "Actions sur les structures porteuses".
Projet N5233-6, avril 1987.

- [6.1] RILEM:
Module d'élasticité du béton en compression.
Recommandation RILEM/CPC8-1978

- [6.2] GRAM SA:
Catalogue de documentaion générale 1986

- [6.3] Walther R., Houriet B.:
Abaques pour le dimensionnement des sections en béton armé.
EPFL, 2 vol., 1977 et 1980

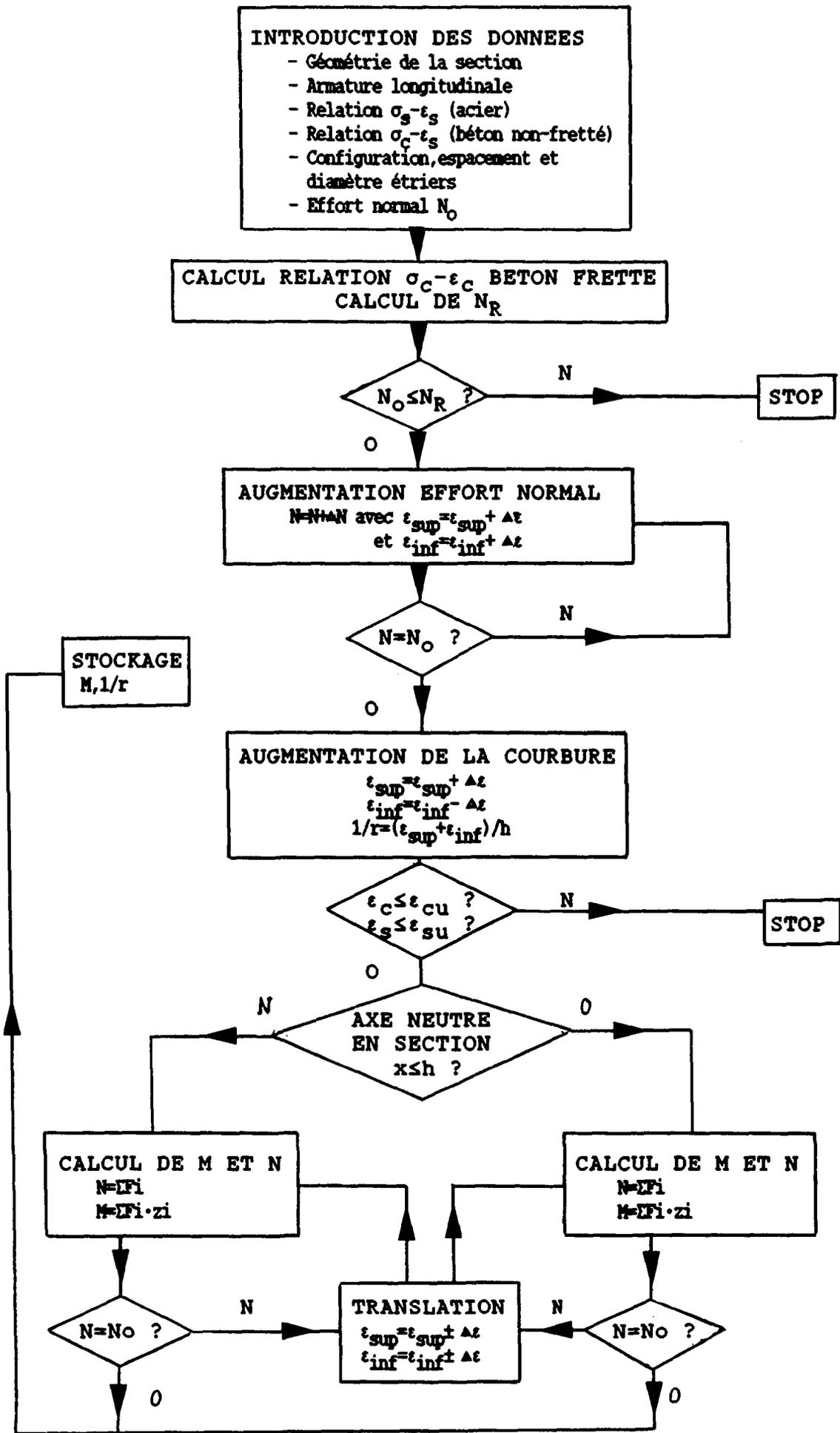
- [6.4] Société Suisse des Ingénieurs et Architectes:
Directive 162-34 (1976)
Résistance à la rupture et dimensionnement des structures en
béton armé et précontraint.

- [7.1] Comité Euro-International du Béton:
Manuel CEB "Fissuration et déformations"
Bulletin d'information No 158-F, EPF Lausanne 1983

- [8.1] Beton-Kalender, Teil I, Ernst & Sohn Verlag, Berlin 1988

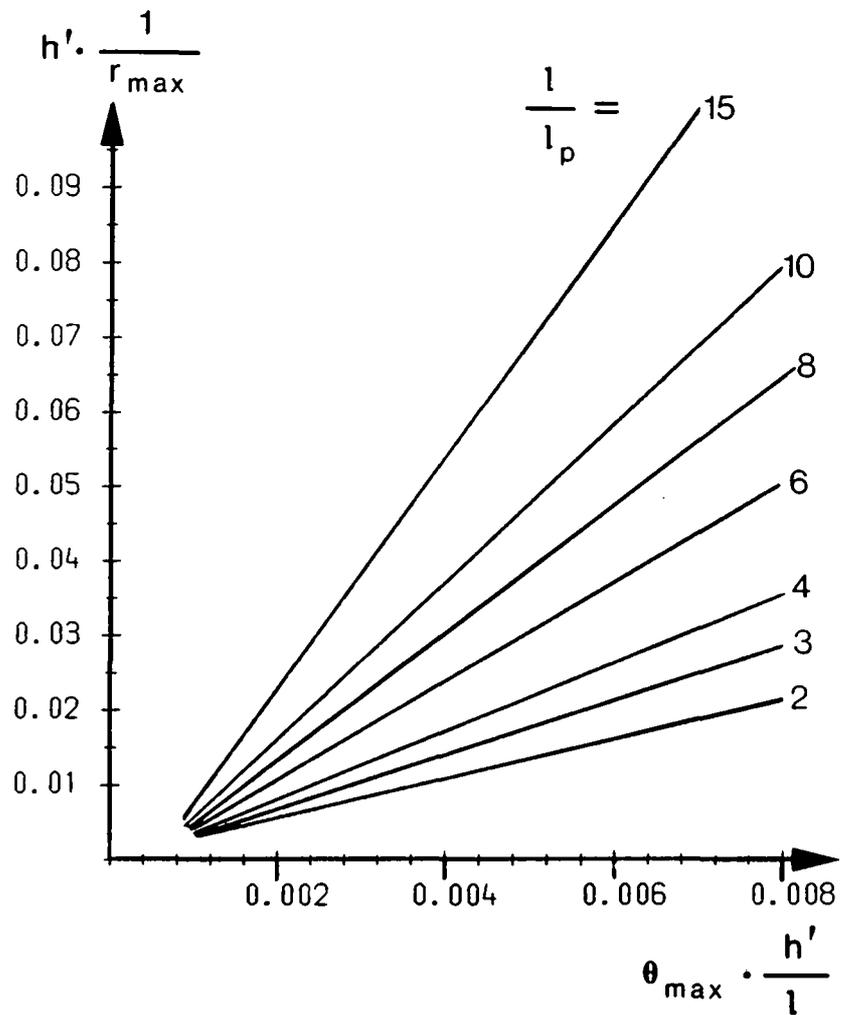
- [8.2] Règles B.A.E.L. 80. Editions Eyrolles, Paris 1982

ANNEXES

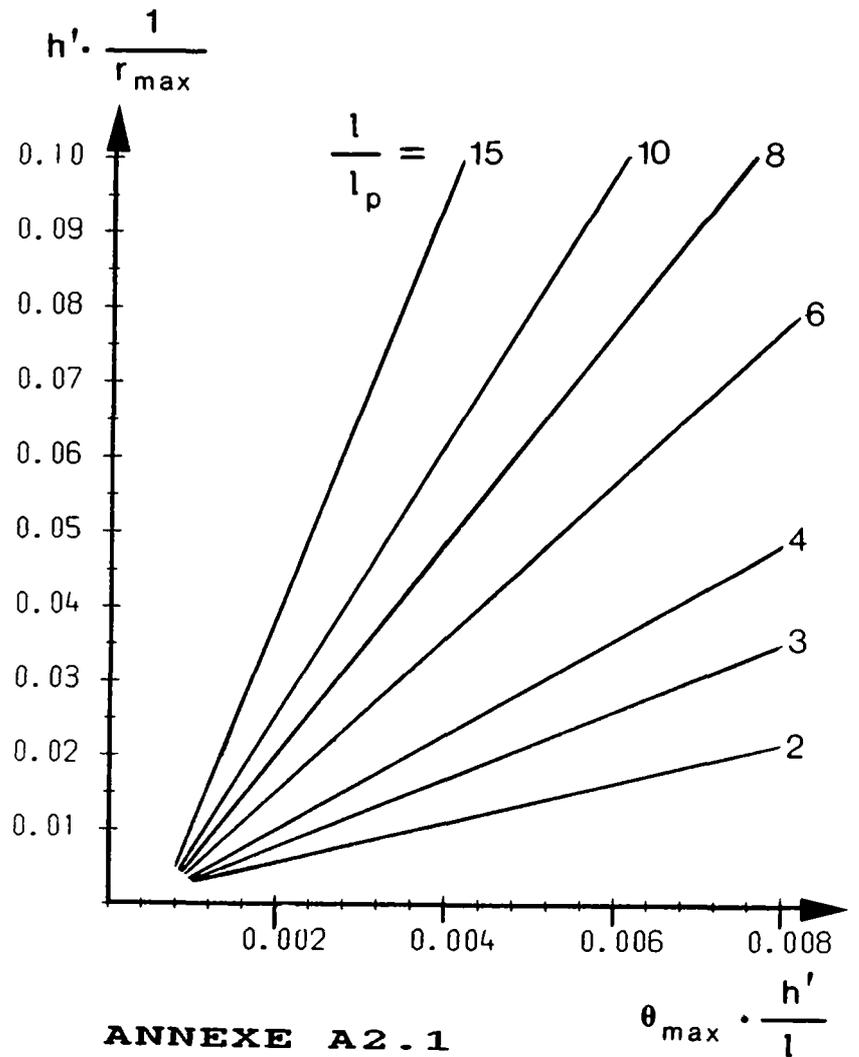


CAS B

**A) ROTULE A
L'EXTREMITE**

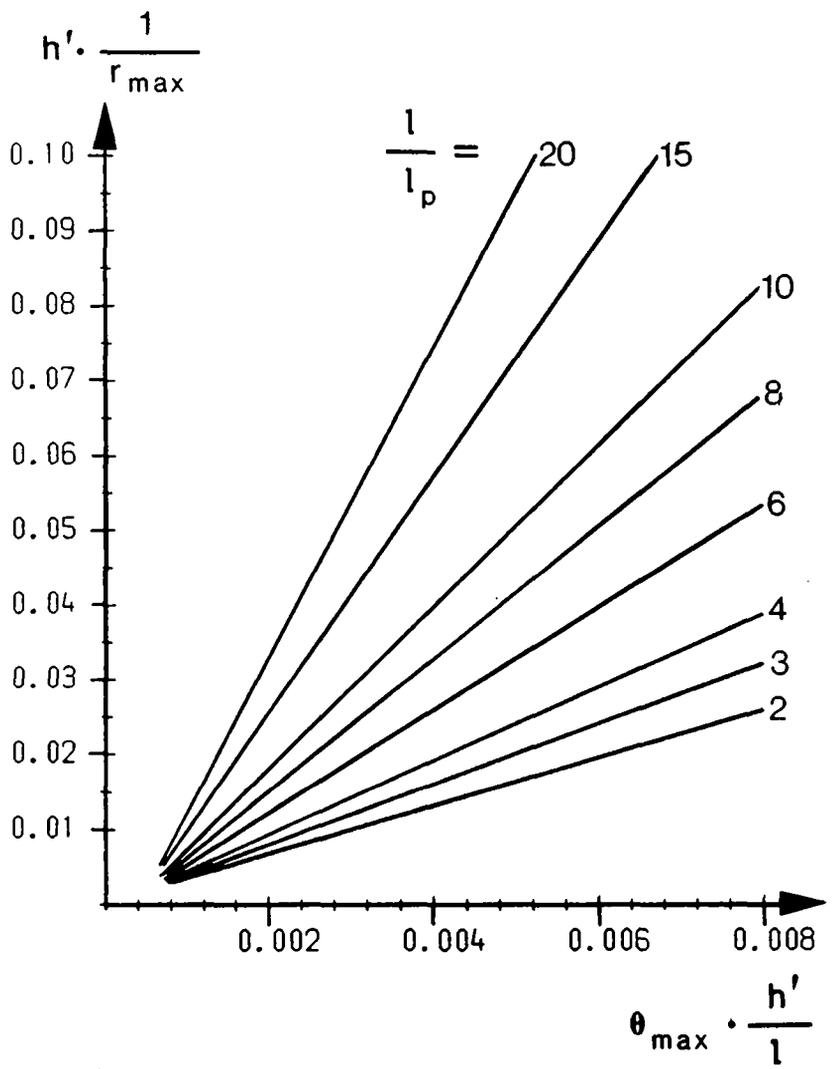


**B) ROTULE HORS
EXTREMITE**

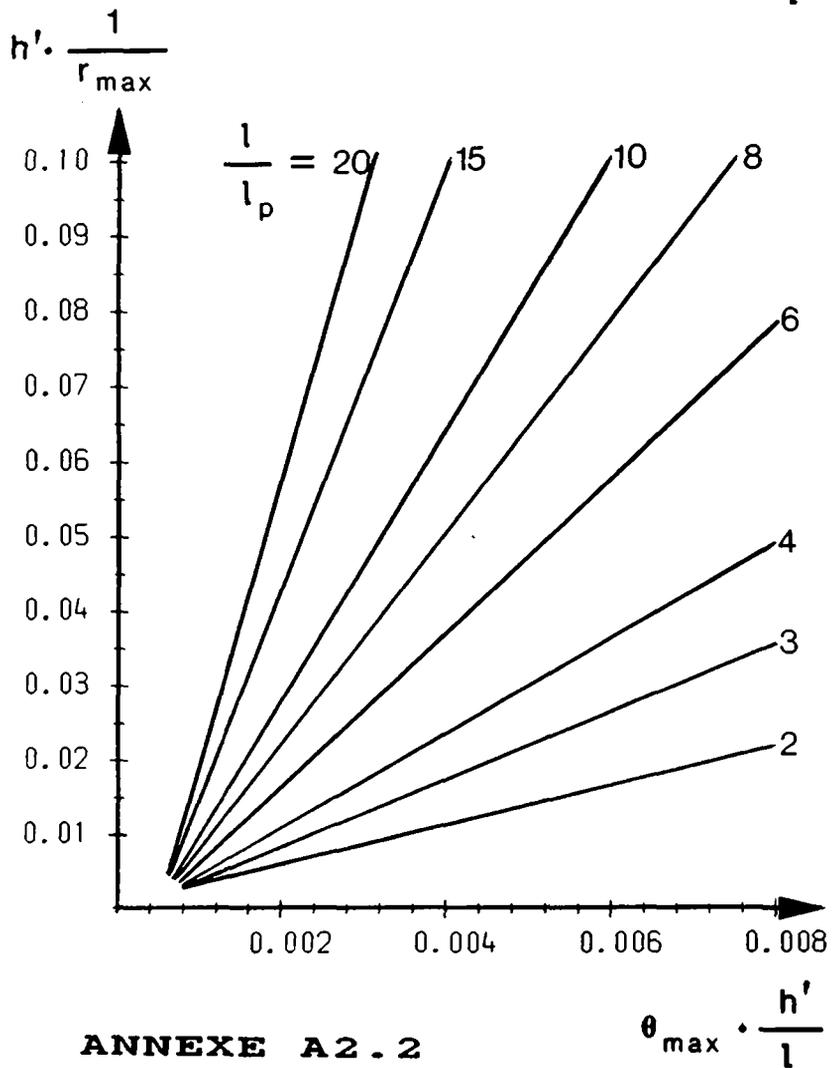


CAS C

**A) ROTULE A
L'EXTREMITE**

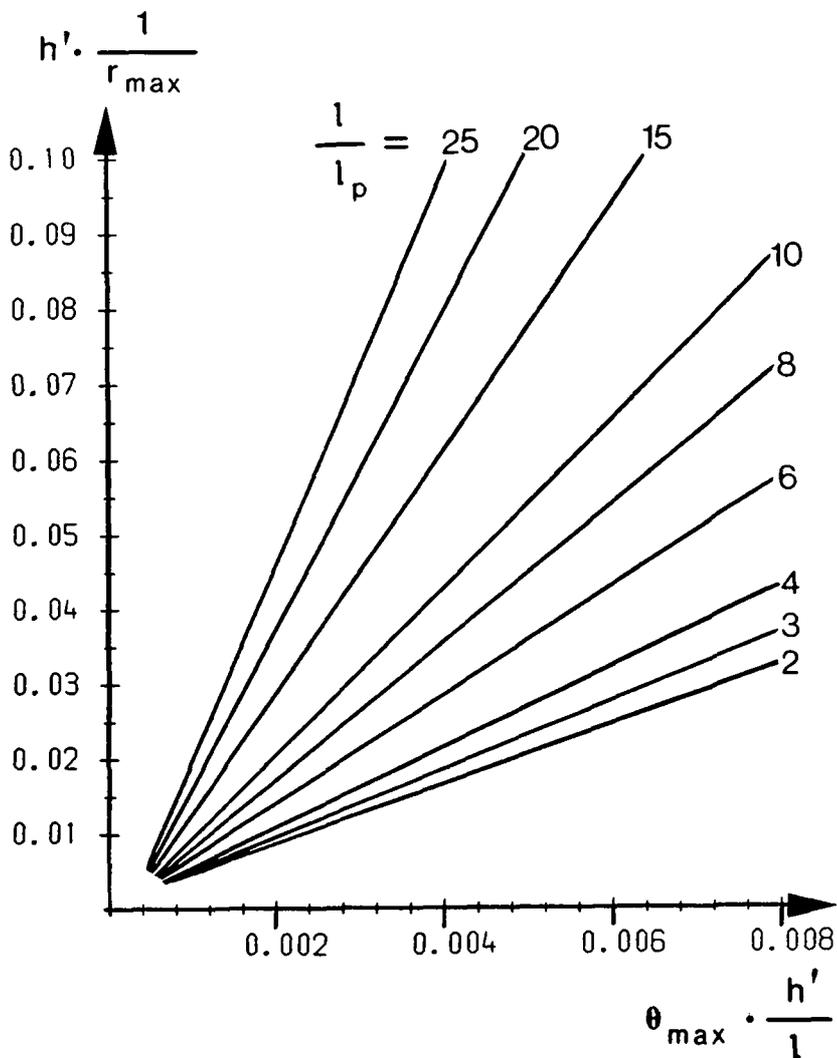


**B) ROTULE HORS
EXTREMITE**

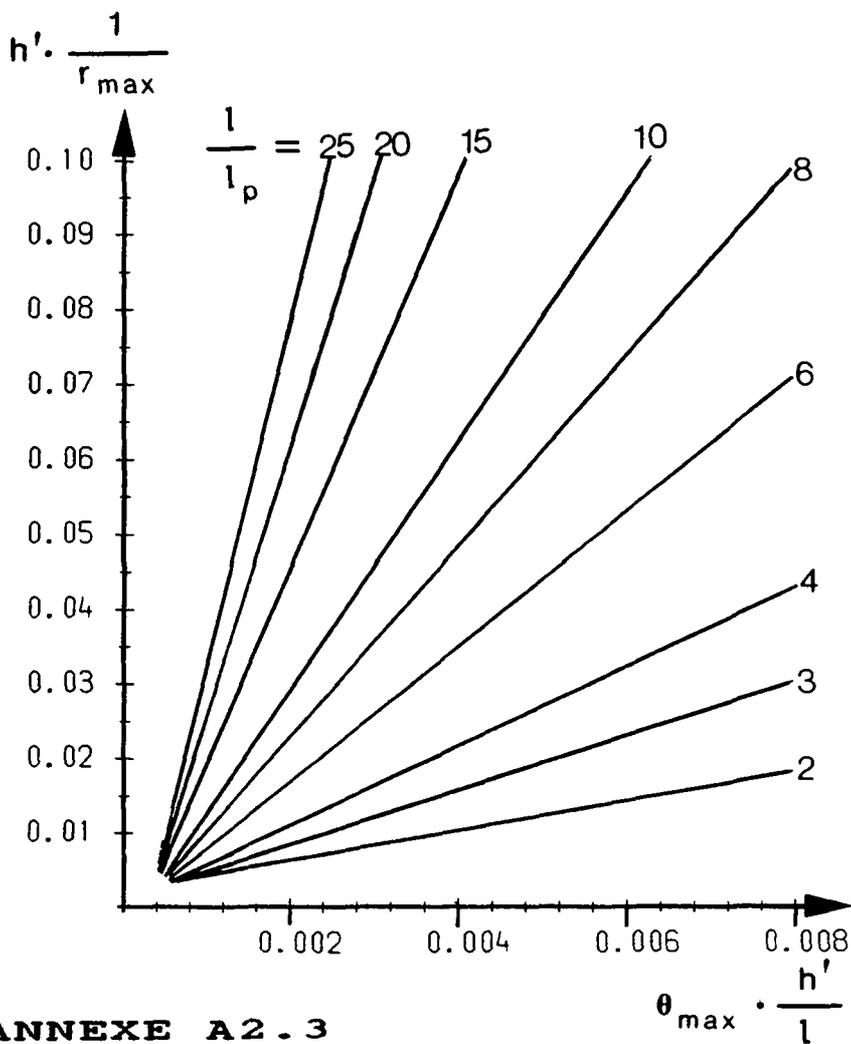


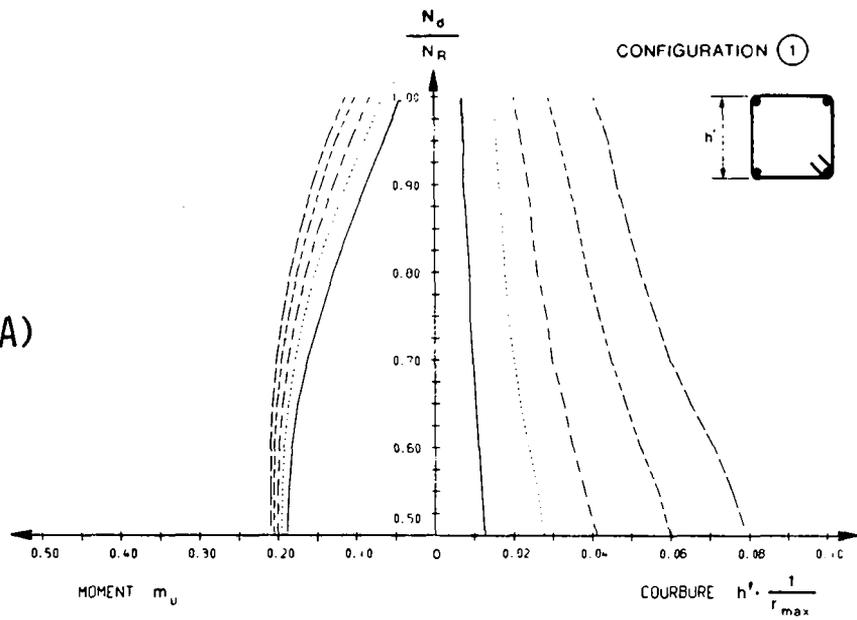
CAS D

**A) ROTULE A
L'EXTREMITÉ**



**B) ROTULE HORS
EXTREMITÉ**

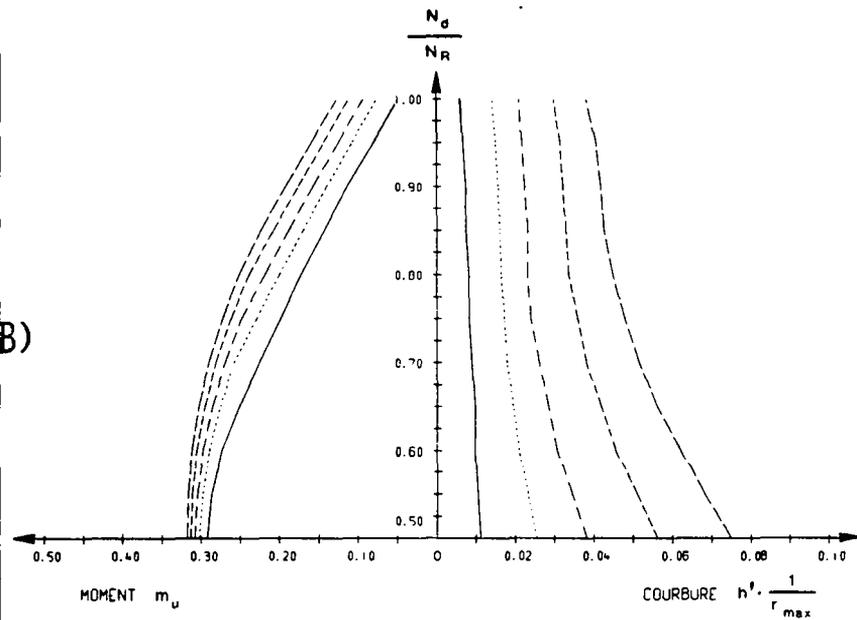




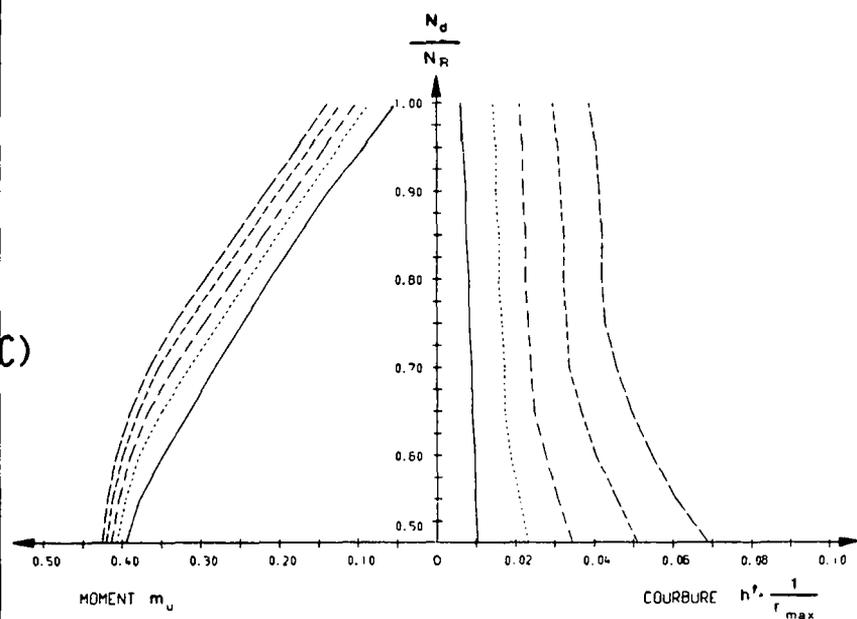
$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.15$$

classe

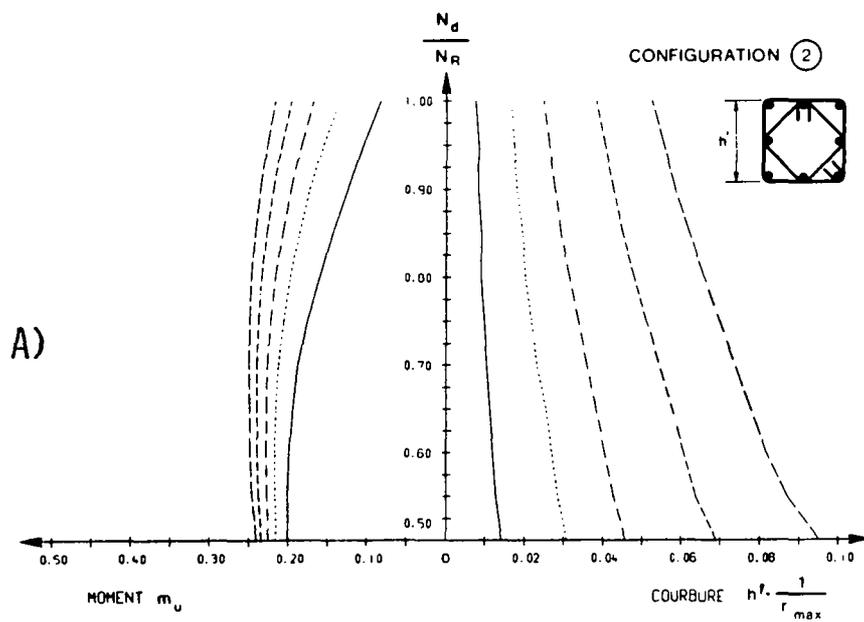
- I
- - - II
- - - III
- - - IV
- - - V



$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.45$$



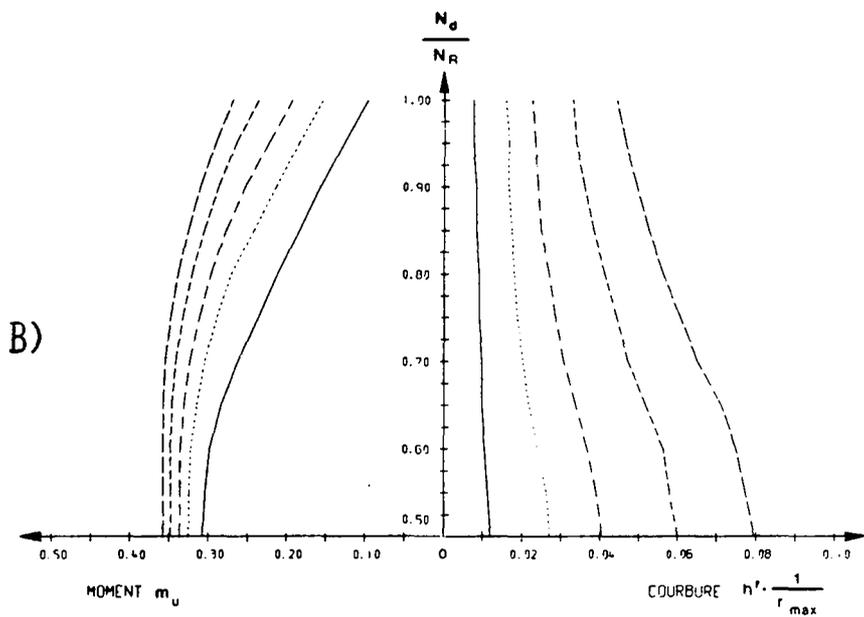
$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.75$$



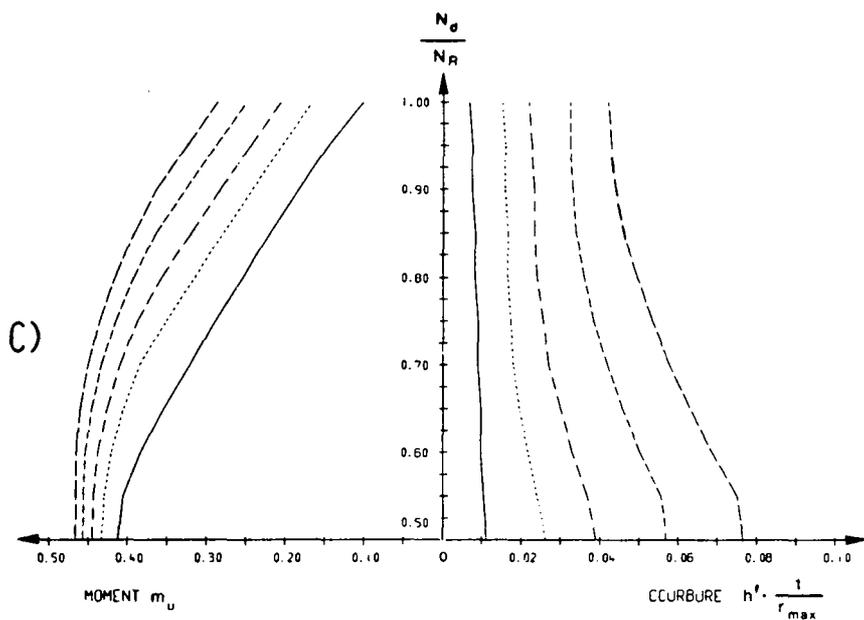
$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.15$$

classe

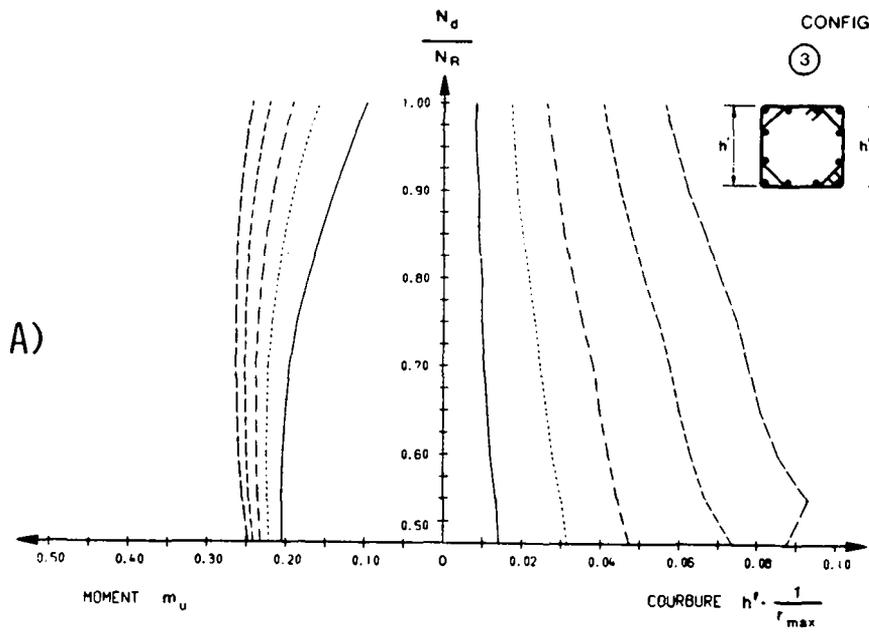
- I
- - - II
- - - III
- - - IV
- - - V



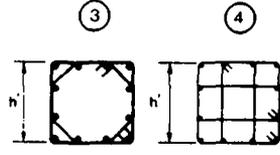
$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.45$$



$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.75$$



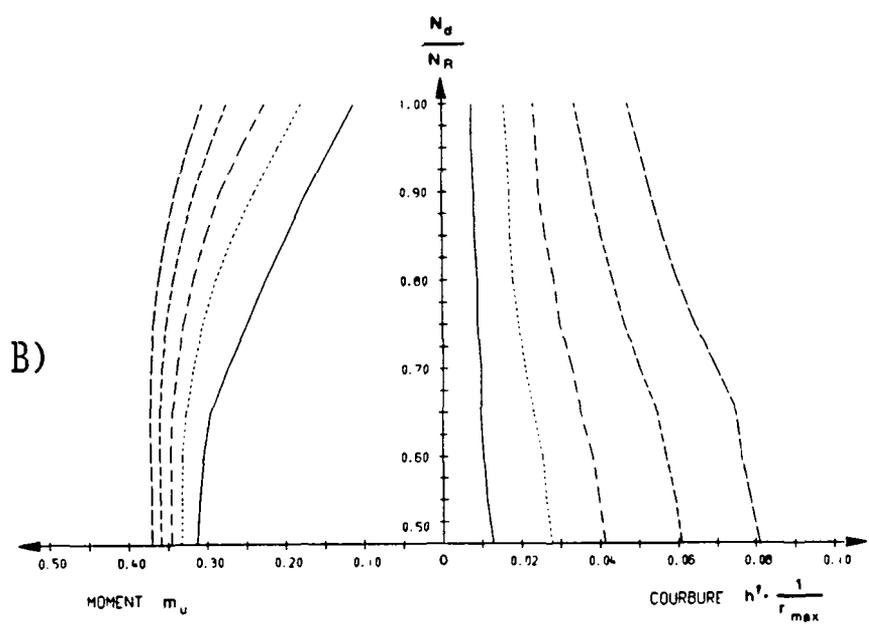
CONFIGURATION



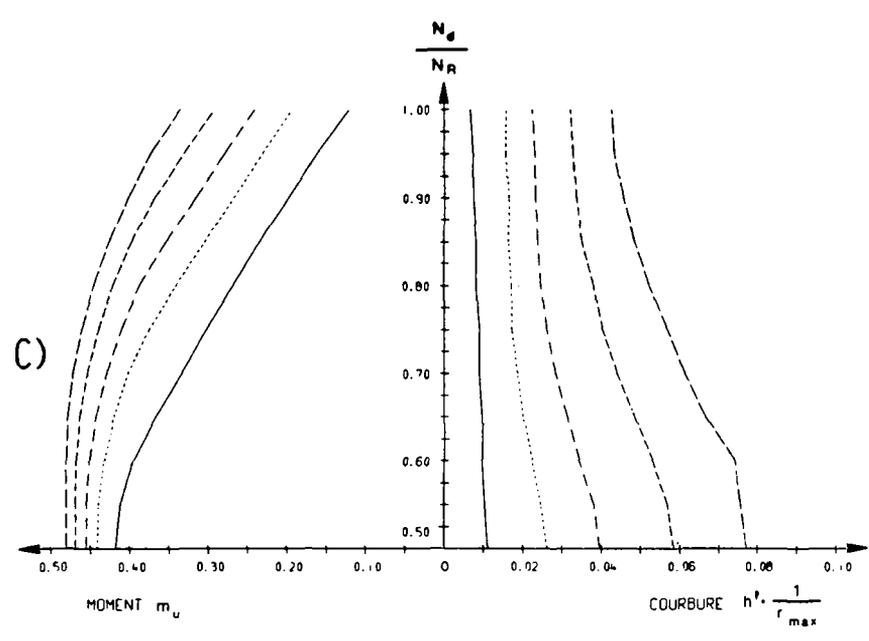
$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.15$$

classe

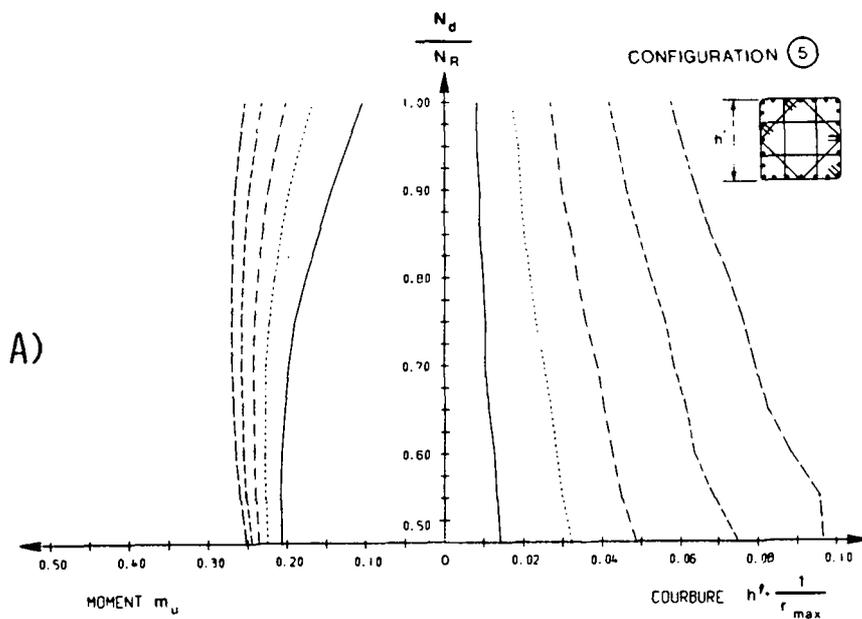
- I
- - - II
- - - III
- - - IV
- - - V



$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.45$$

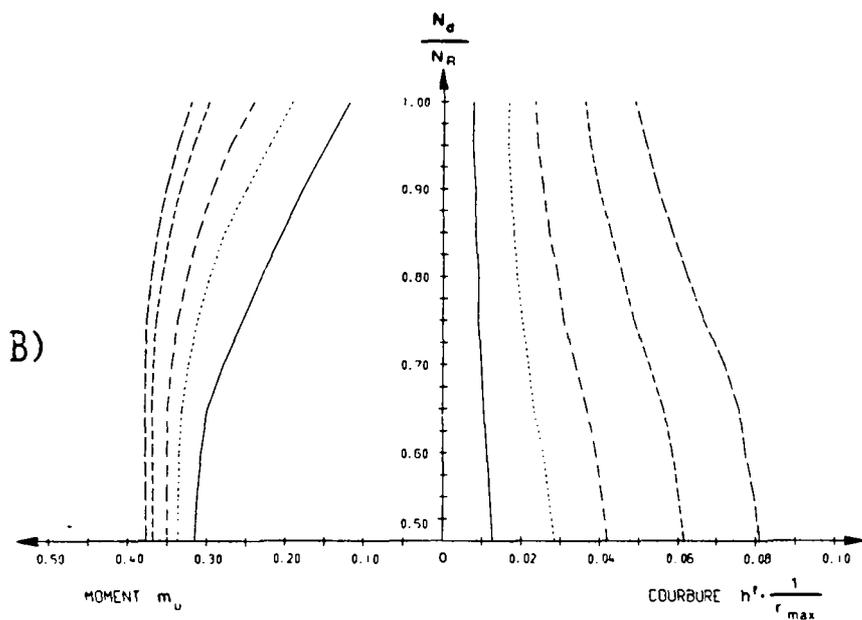


$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.75$$

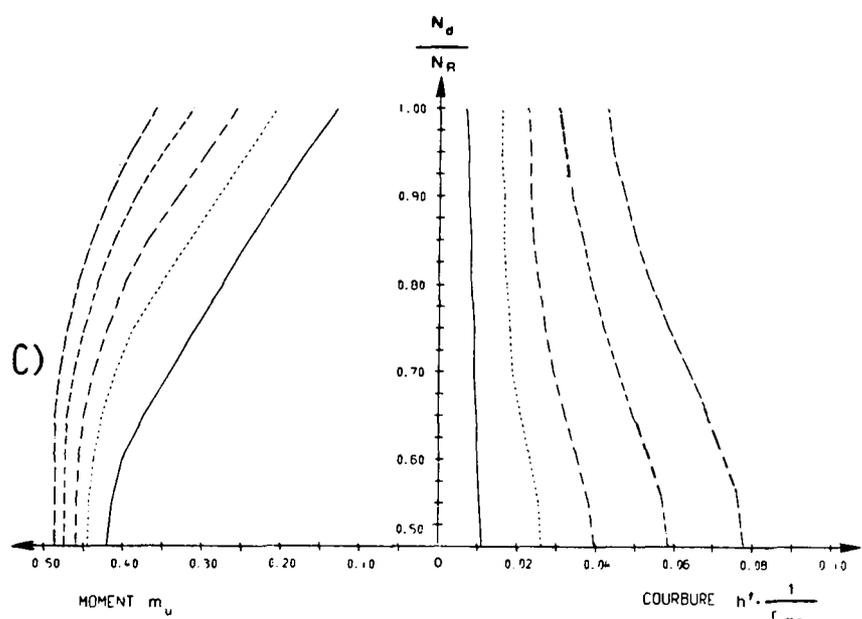


$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.15$$

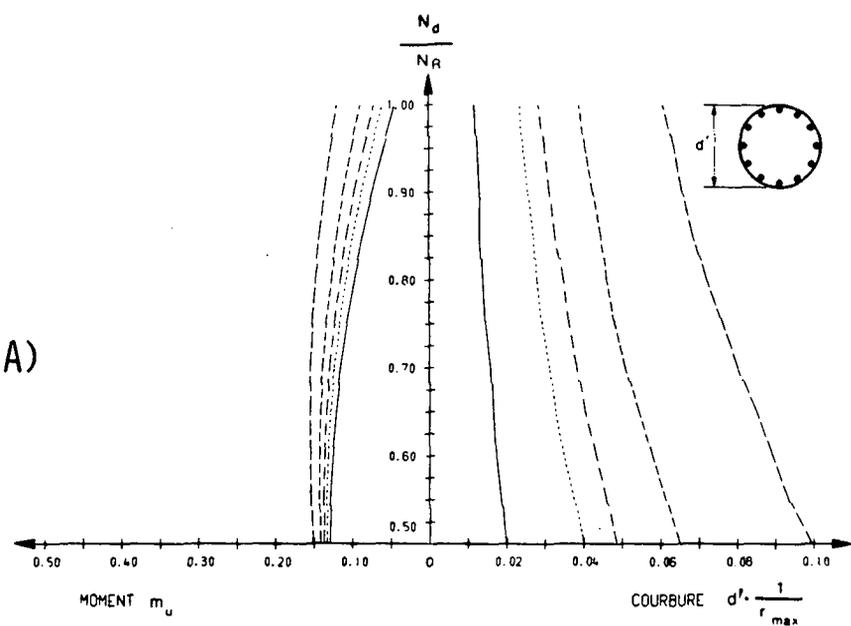
- classe
- I
 - - - - - II
 - - - - - III
 - - - - - IV
 - - - - - V



$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.45$$



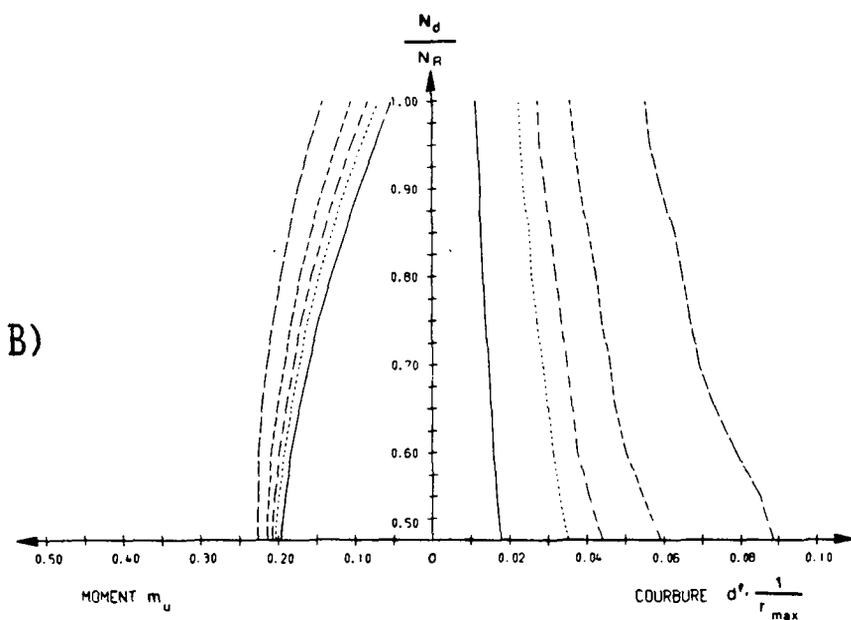
$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.75$$



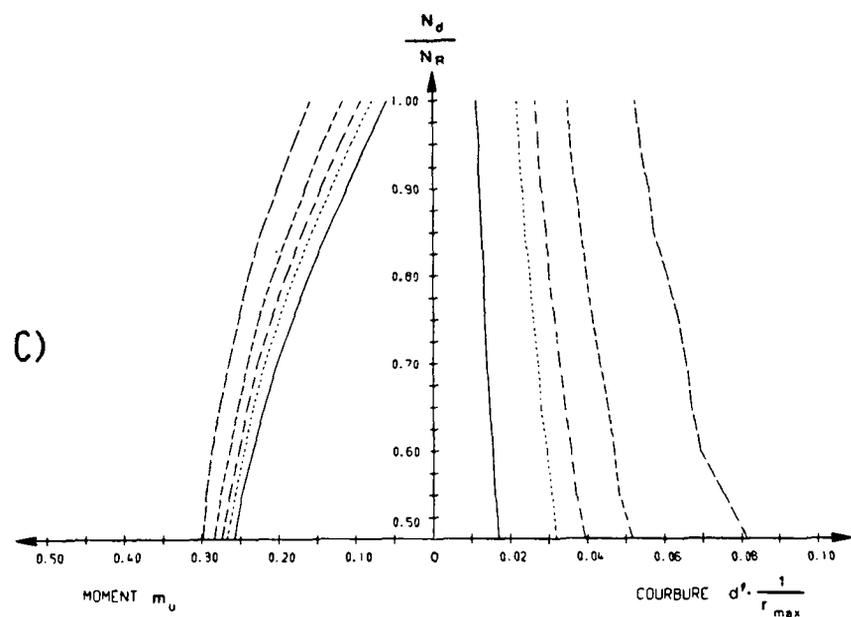
$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.15$$

classe

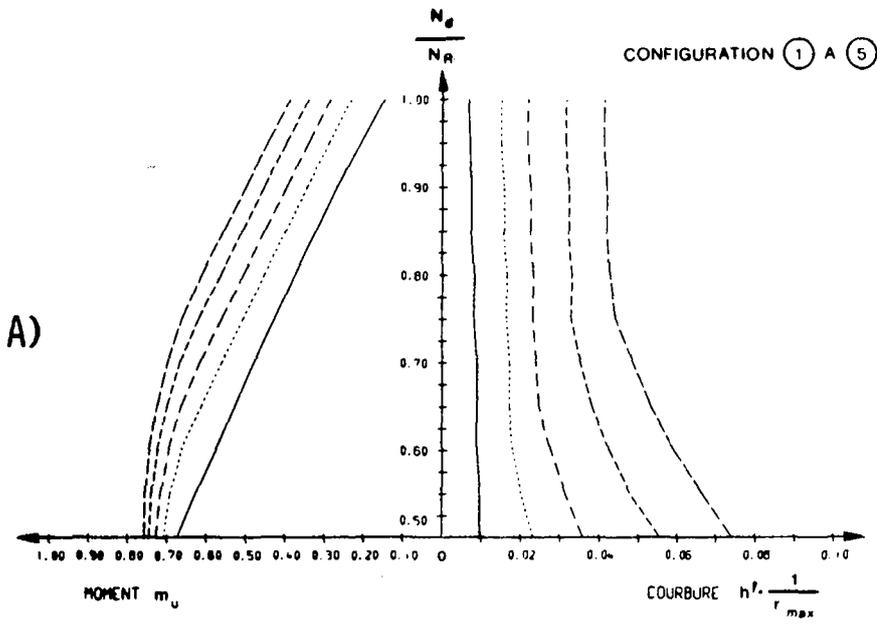
- I
- - - - - II
- - - - - III
- - - - - IV
- - - - - V



$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.45$$



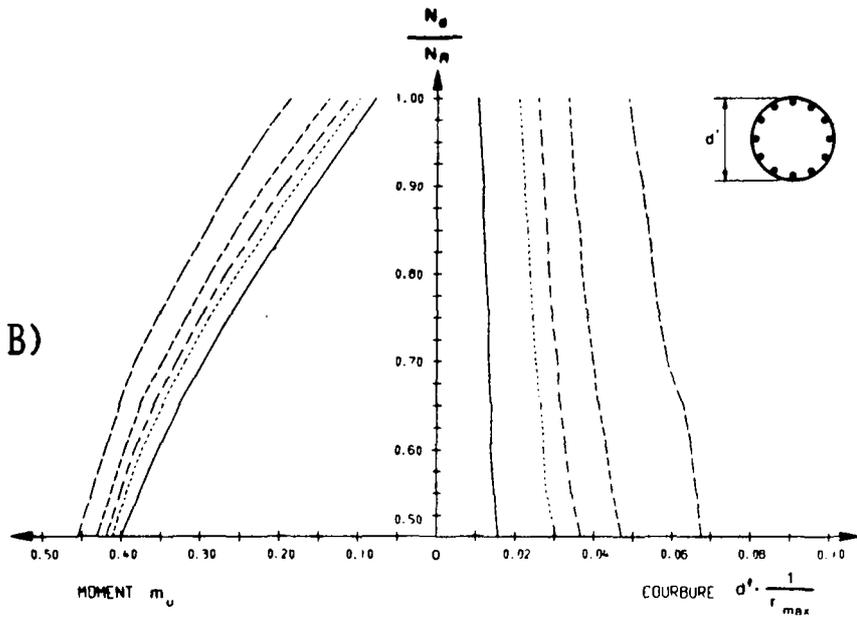
$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 0.75$$



$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 1.5$$

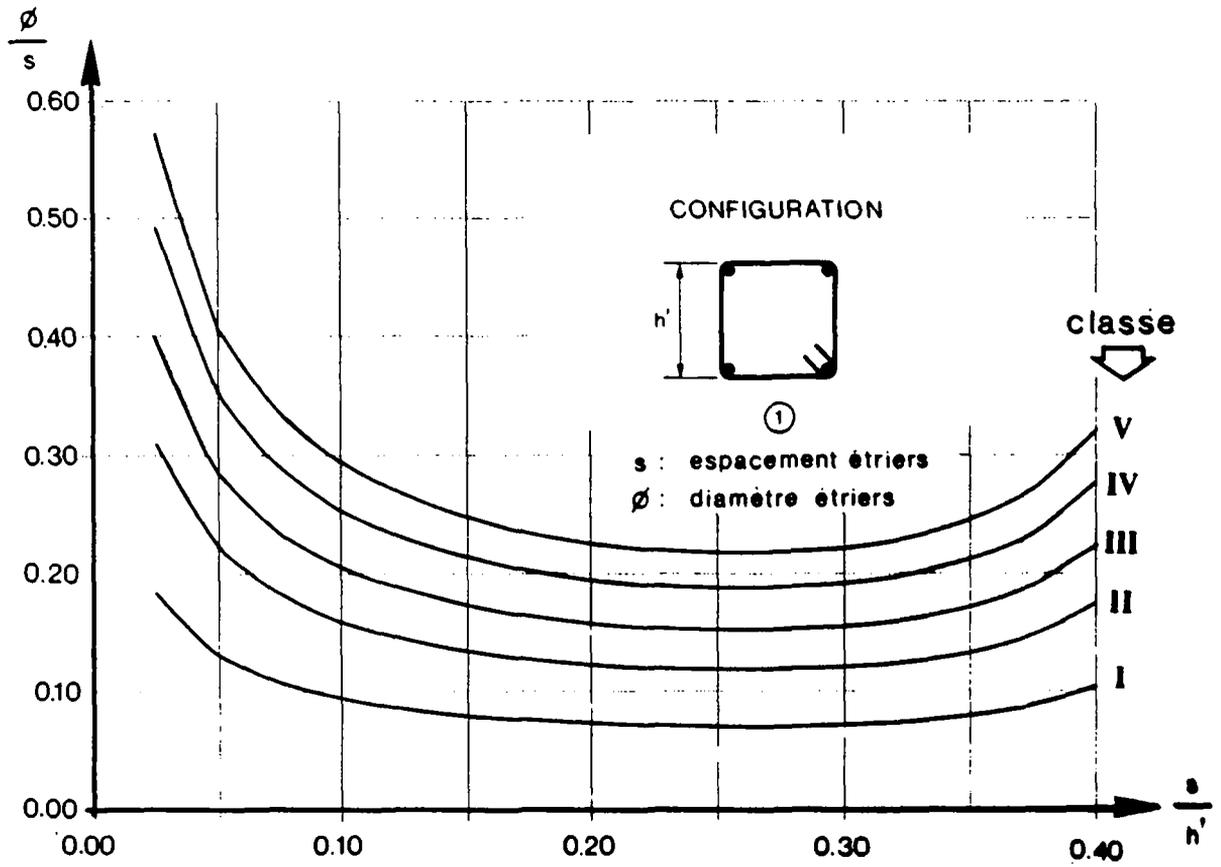
classe

- I
- - - II
- - - III
- - - IV
- - - V

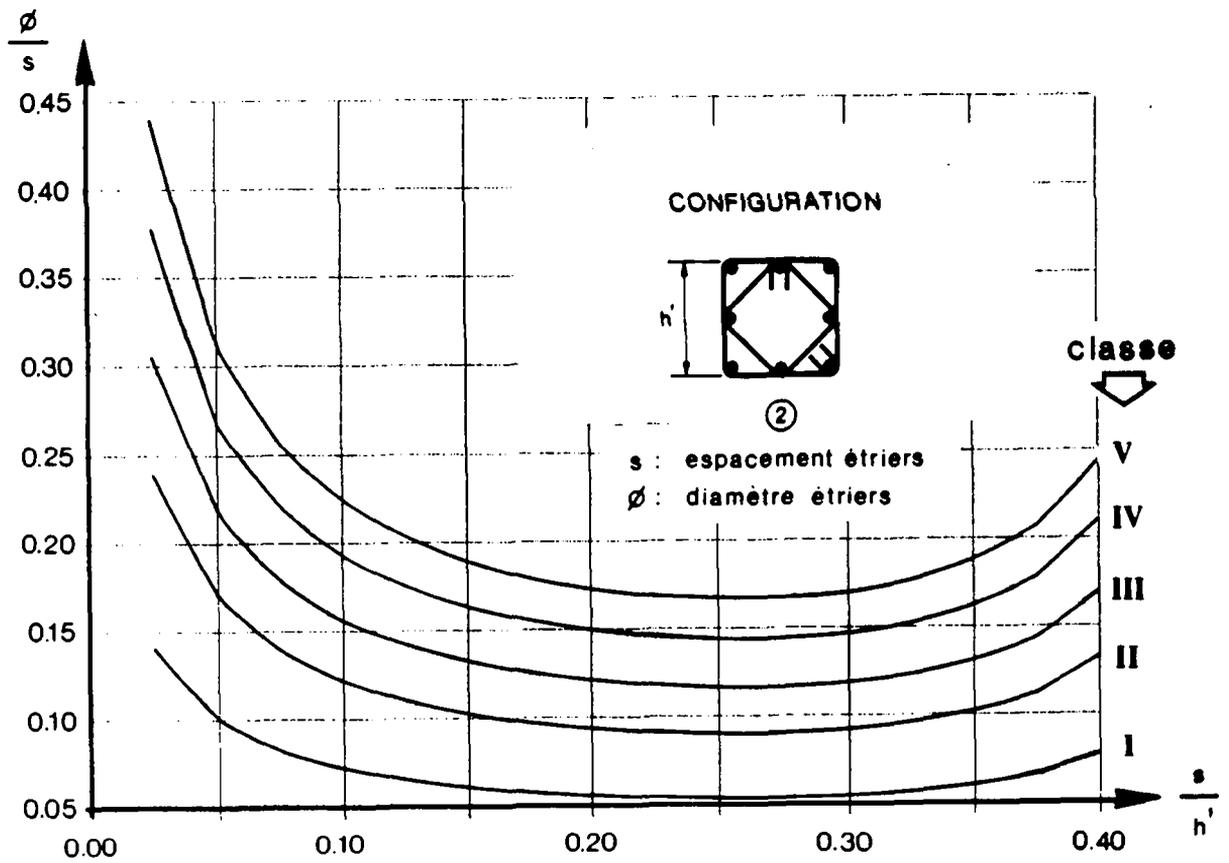


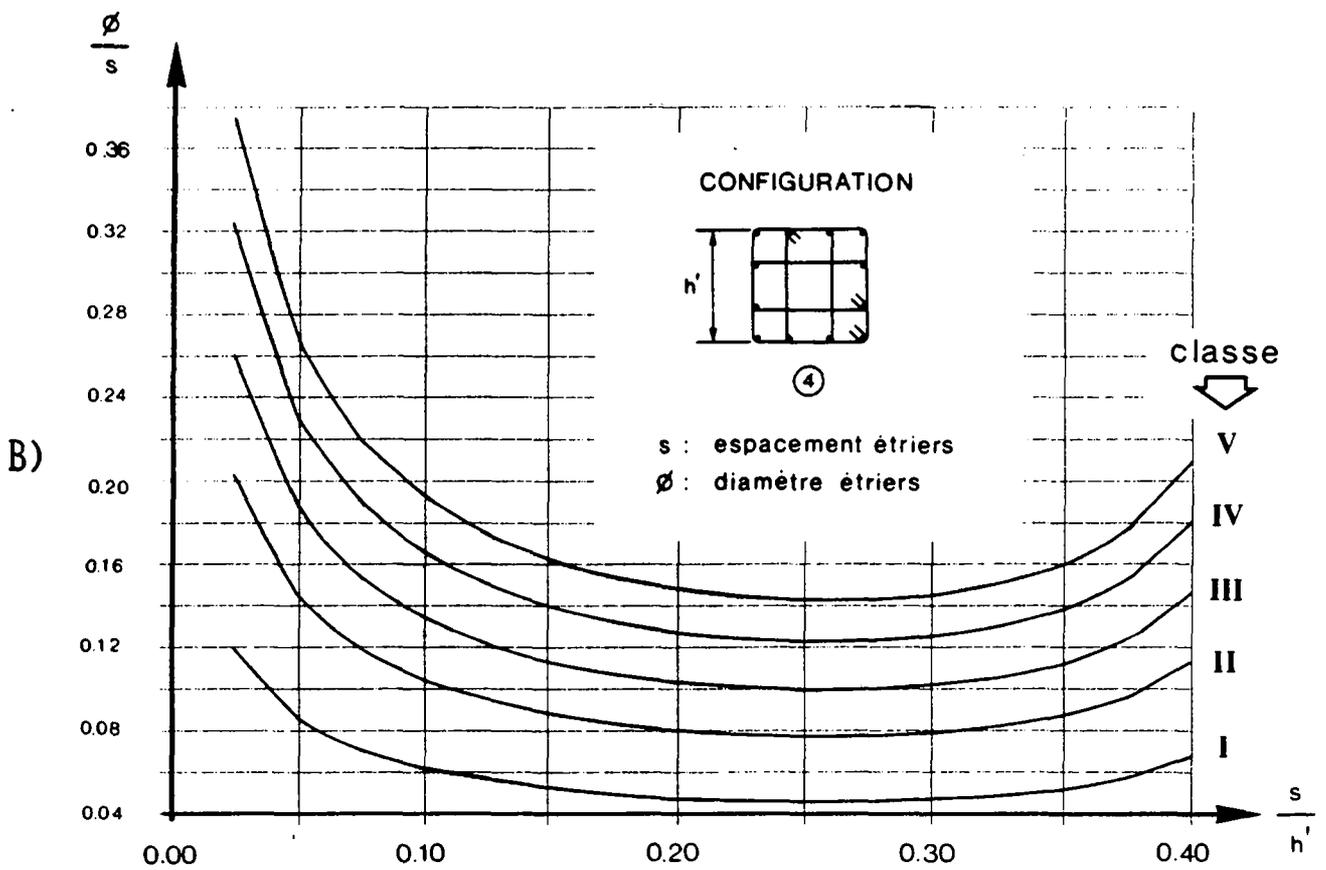
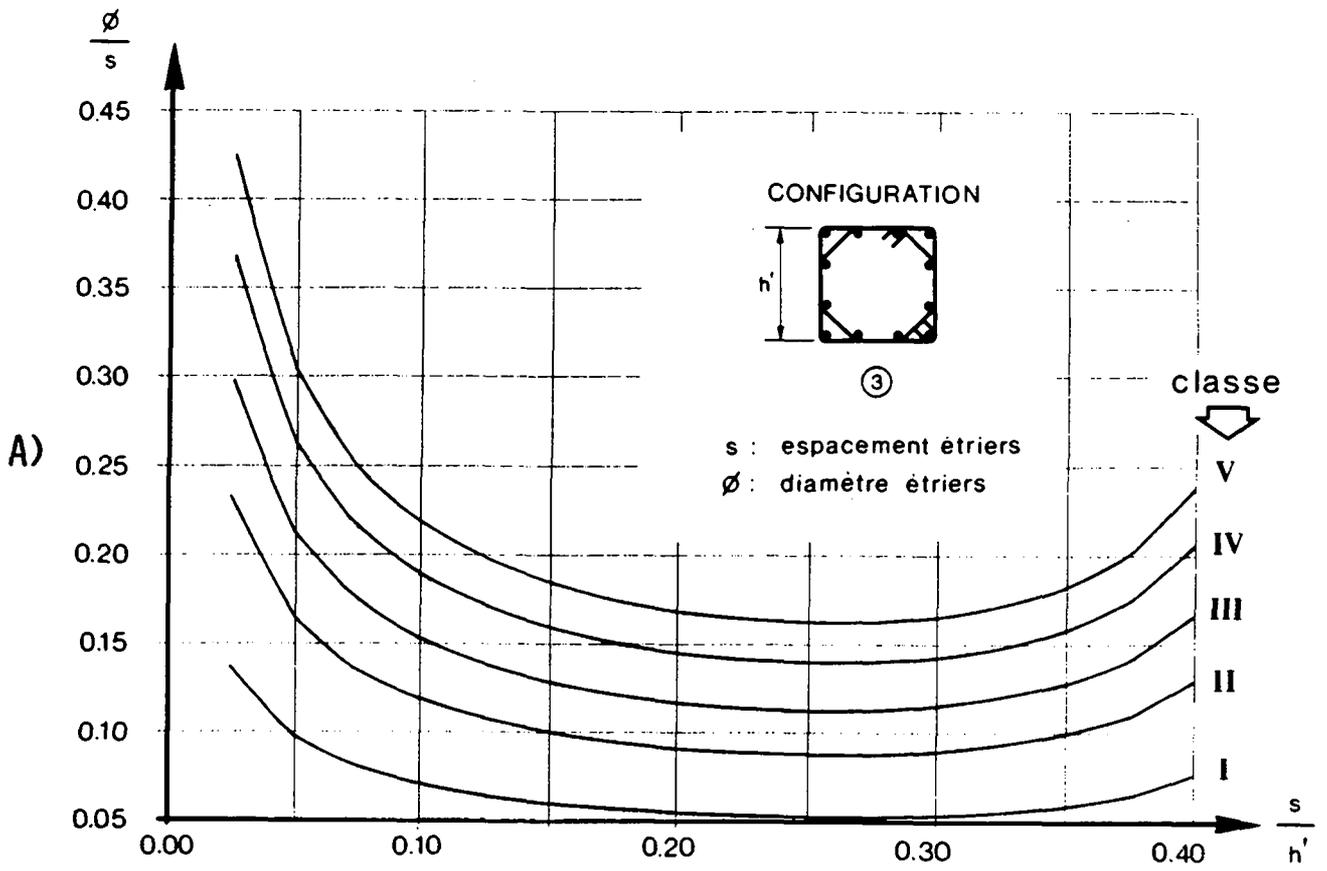
$$\omega = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} = 1.5$$

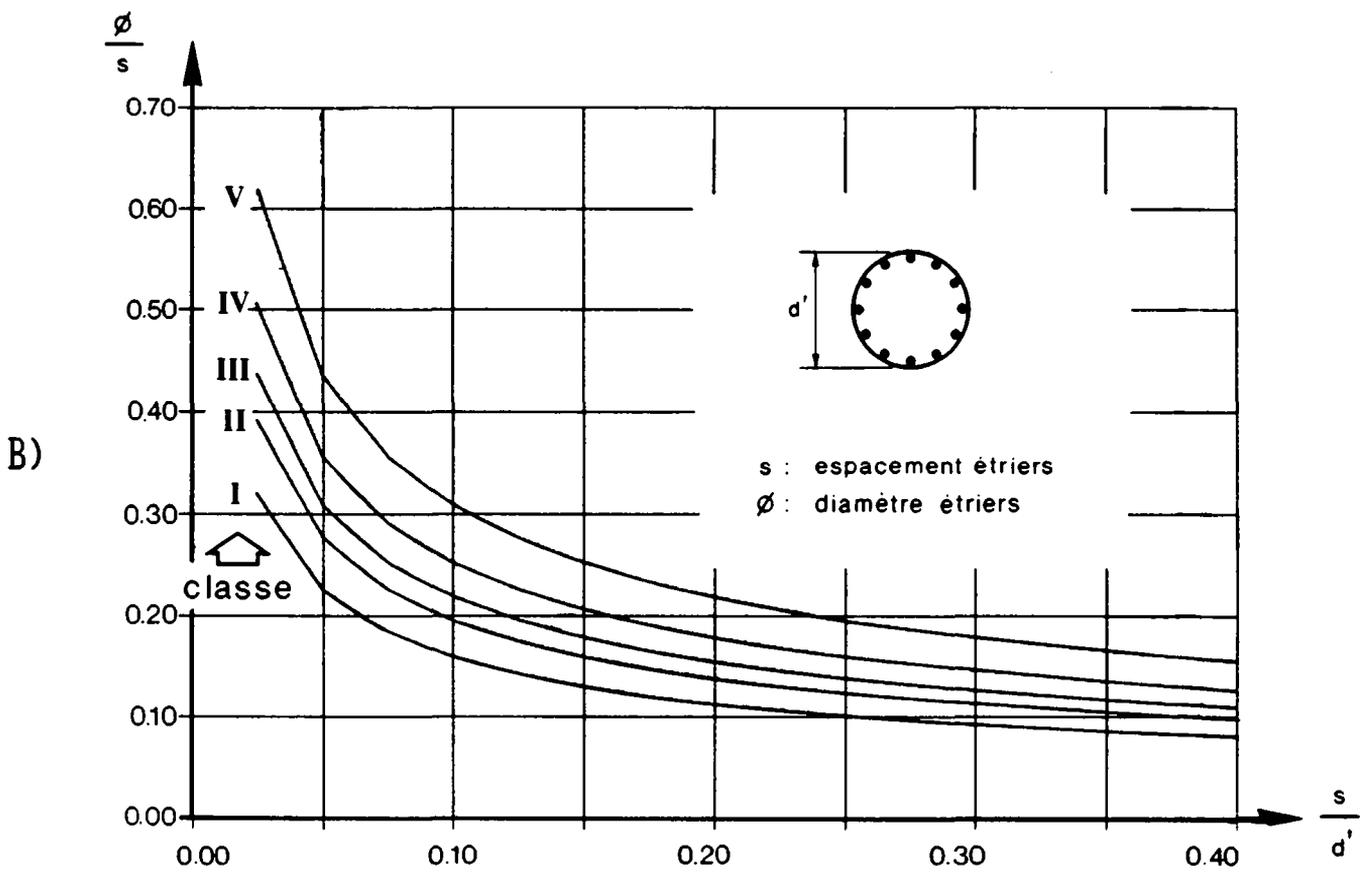
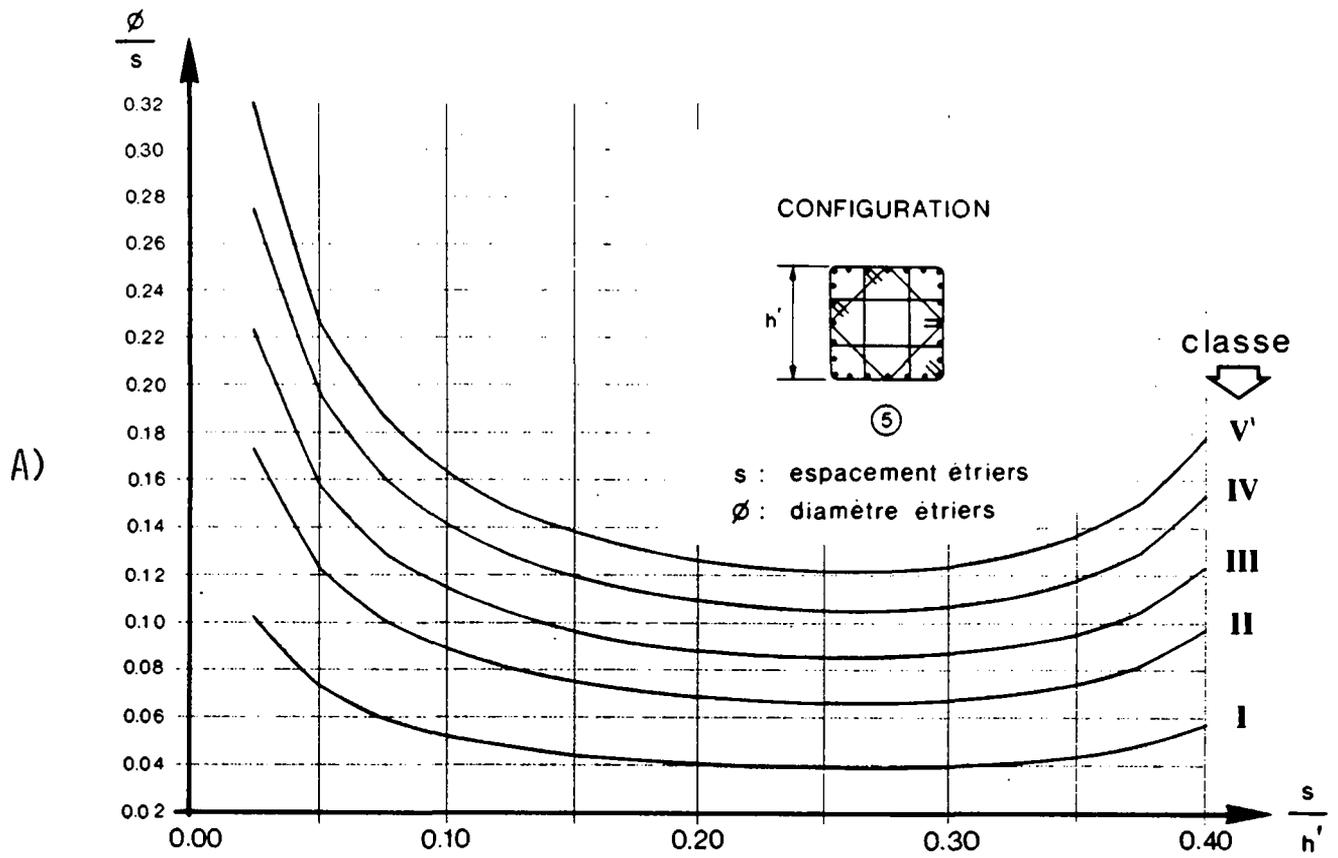
A)



B)







CURRICULUM VITAE

Serge DAL BUSCO
né le 22 février 1959 à Genève
originaire de Bernex (GE)

- 1965-1971 Ecole primaire à Bernex (GE)
- 1971-1974 Cycle d'orientation, section latine
Collège du Marais à Onex (GE)
- 1974-1978 Collège Calvin à Genève
Certificat de maturité, type C
- 1978-1982 Etudes d'ingénieur civil à
l'Ecole Polytechnique Fédérale de Zurich (EPFZ)
Orientation structures, routes et fondations
Diplôme en décembre 1982
- 1983-1984 Assistant de recherche
à l'Institut de statique et structures
Béton Armé et Précontraint (IBAP) de l'EPFL
- Activités dans le domaine de l'auscultation
des ouvrages et des essais de charge de ponts
- Etudes expérimentales dans le domaine des colonnes
à haut pourcentage d'armature, en collaboration
avec l'industrie
- Participation à des tâches d'enseignement et
d'expertises
- 1985-1988 Assistant-doctorant dans le même Institut

