

INFLUENCE DE LA QUANTIFICATION ET DE NON-LINÉARITÉS SUR LA CONCEPTION ET LA SIMULATION DE REGLAGES DIGITAUX

THÈSE No 703 (1987)

PRÉSENTÉE AU DÉPARTEMENT D'ÉLECTRICITÉ

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES TECHNIQUES

PAR

SILVIO COLOMBI

**Ingénieur électricien diplômé EPFL
originaire de Losone (TI)**

acceptée sur proposition du jury :

**Prof. H. Buehler, rapporteur
Prof. W. Schaufelberger, corapporteur
Prof. M. Hasler, corapporteur
Prof. R. Longchamp, corapporteur**

**Lausanne, EPFL
(1987)**

AVANT PROPOS

Au terme de ce travail, j'adresse mes plus sincères remerciements à Monsieur le Professeur H. Bühler qui dirige avec une grande compétence le Laboratoire d'Electronique Industrielle où cette thèse a été effectuée. Sa grande disponibilité et ses précieux conseils ont contribué de manière significative à la réalisation de ce travail.

Ma reconnaissance va également au président du jury Monsieur le Professeur M. Kunt et aux corapporteurs Messieurs les Professeurs W. Schaufelberger, M. Hasler et R. Longchamp pour avoir accepté de faire partie du jury.

Je remercie aussi tous les collaborateurs du Laboratoire d'Electronique Industrielle, plus particulièrement Madame F. Monterde pour sa précieuse collaboration dans la dactylographie du rapport final et Monsieur G. Renggli pour son aide technique.

Enfin, mes parents et amis méritent une immense gratitude, leur soutien a été indispensable.

INTRODUCTION

Actuellement les développements considérables dans le domaine de la microélectronique conduisent à l'avènement de calculateurs de processus et de microprocesseurs toujours plus performants. Ceci élargit considérablement les domaines d'application des réglages digitaux. Ces derniers sont insensibles au bruit de fond qui constitue une des plus grandes limitations des réglages analogiques. De plus, les systèmes programmés sont caractérisés par une très grande souplesse. D'une part, il est possible de modifier aisément certains paramètres du régulateur, voir même la structure de réglage, ce qui facilite sa mise au point et la réalisation de réglages adaptatifs. D'autre part, il est également possible d'implanter des tâches de contrôle et de surveillance du système réglé.

Cependant, les performances d'un réglage digital sont limitées par la quantification, qui intervient à différents niveaux, et, comme pour un réglage analogique, par la présence de non-linéarités inhérentes au système à régler. Le but de ce travail est justement d'étudier l'influence de la quantification et de non-linéarités sur la conception, la simulation et les performances des réglages digitaux.

Dans le premier chapitre, on expose un certain nombre de notions de base qui seront utilisées tout au long de ce travail. On commence par préciser la terminologie utilisée et par définir les notions de réglage échantillonné et réglage échantillonné quantifié. On discute ensuite des nombres et de l'arithmétique binaires en virgule fixe et en virgule flottante. Dans ce contexte, l'accent est mis sur les caractéristiques et les erreurs de quantification de même que sur les erreurs introduites dans les opérations arithmétiques. Par la suite, on aborde les organes de commande et de mesure digitaux dans le contexte de leur incorporation dans un réglage échantillonné quantifié. Enfin, on présente un certain nombre de problèmes introduits par la quantification qui seront approfondis dans les chapitres suivants.

Le problème général de la conception d'un réglage digital est présenté au chapitre 2. On y décrit de manière générale les différents paramètres intervenant dans la conception d'un réglage digital, leur interaction de même que leur influence sur les performances du réglage échantillonné quantifié. On montre ensuite que la conception du réglage digital peut s'effectuer dans deux buts différents, à savoir la minimisation des coûts et l'optimisation des performances et l'on indique, pour chaque cas, les étapes à suivre pour effectuer cette conception. A noter que les notions exposées dans ce chapitre sont complétées par des directives au chapitre 8.

Au chapitre 3, on décrit les trois exemples d'application utilisés tout au long de ce travail pour étudier les problèmes liés à la quantification et à la présence de non-linéarités inhérentes au système à régler. Ces exemples d'application sont très variés et permettent d'étudier les problèmes évoqués pour des implantations en virgule fixe et en virgule flottante dans différentes structures de réglage, à savoir le réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation, le réglage d'état en cascade ainsi que le réglage avec régulateurs standard. A noter que les deux premiers exemples d'application, à savoir le réglage digital de la position du chariot d'une grue à portique ainsi que le réglage digital de la position d'une machine à courant continu, sont des exemples d'application réels. Pour ces

exemples, on pourra donc comparer les performances du réglage échantillonné quantifié obtenues sur l'installation réelle à celles obtenues en simulation digitale.

Dans le chapitre 4, on décrit le programme de simulation digitale à application générale qui a été développé pour étudier l'influence de la quantification et de non-linéarités sur les performances d'un réglage digital. On commence par traiter les éléments de base nécessaires à la simulation digitale d'un réglage échantillonné quantifié, à savoir la simulation du système à régler (soumis éventuellement à une grandeur de perturbation non linéaire), la simulation des opérations arithmétiques en précision limitée ainsi que la simulation des organes de commande et de mesure digitaux. On passe ensuite à la description générale du programme de simulation ainsi qu'à la description détaillée des différentes structures de réglage implantées. Enfin, on présente quelques exemples d'application afin de montrer l'efficacité du programme de simulation et de familiariser le lecteur avec son utilisation.

Le chapitre 5 est consacré à l'étude des effets de la quantification des coefficients. Cette dernière a un effet déterministe sur les performances du réglage et entraîne un déplacement des pôles et des zéros du réglage en boucle fermée. L'importance de ce déplacement dépend de la période d'échantillonnage et de la sensibilité des pôles et des zéros à la variation des coefficients. On montre que, dans le cas des régulateurs classiques, cette sensibilité dépend de la structure du régulateur et peut être déterminée analytiquement, tandis que dans le cas des régulateurs d'état avec ou sans observateur, cette sensibilité dépend de la représentation utilisée et doit être déterminée numériquement. On discute ensuite de l'influence de la période d'échantillonnage sur la précision avec laquelle les coefficients doivent être représentés. Dans le cas d'un réglage d'état avec observateur, on analyse également l'influence de l'équilibrage de certains coefficients de l'observateur et du réglage. Enfin, on discute la possibilité d'optimiser les coefficients quantifiés d'un régulateur digital.

Les effets aléatoires de la quantification des variables sont analysés au chapitre 6. On commence par présenter une approche statistique, qui est une méthode d'analyse linéaire permettant d'étudier la propagation des différents bruits de quantification à travers le régulateur. Dans ce contexte, l'accent est mis sur la validité de cette approche et son utilisation dans le domaine des réglages digitaux. On étudie ensuite une deuxième approche qui consiste à analyser l'influence, sur le comportement du réglage digital, des zones mortes introduites par la quantification des variables. Cette influence est étudiée pour différents types de régulateurs. Enfin, on discute du choix de la précision de calcul et de la précision des organes de mesure et de commande digitaux. Dans ce contexte, on fournit quelques directives pour faciliter ces choix.

L'étude des cycles limites dans les réglages digitaux fait l'objet du chapitre 7. Tout d'abord, pour illustrer le phénomène des cycles limites, on étudie de manière analytique le réglage d'un système du premier ordre avec un régulateur P. On donne ensuite un bref aperçu critique des différentes méthodes qui ont été proposées pour la recherche et l'élimination des cycles limites dans un réglage digital. Dans ce contexte, on discutera de la validité, de l'efficacité et de la complexité de chacune de ces méthodes. Enfin, on discute de l'origine des cycles limites et on propose des méthodes

pour les éliminer ou les réduire.

Au dernier chapitre, on fournit des directives pour faciliter la conception du réglage échantillonné quantifié effectuée selon la démarche indiquée au chapitre 2. A ce propos, on se limite essentiellement à fournir des directives visant à diminuer les effets néfastes de la quantification et de non-linéarités sur le comportement du réglage échantillonné quantifié.

La conception d'un réglage digital fait largement appel à des connaissances heuristiques qu'on acquiert par expérience. Cette conception peut donc être une application possible pour l'intelligence artificielle. Dans ce contexte, on donne une introduction au problème de la réalisation d'un système expert pour la conception de réglages digitaux.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	iii
1 NOTIONS PRELIMINAIRES	1
1.1 GENERALITES	1
1.2 DESIGNATIONS, DEFINITIONS ET POSITION DU PROBLEME	1
1.2.1 Terminologie	1
1.2.2 Réglage échantillonné	2
1.2.3 Réglage échantillonné quantifié (réglage digital)	2
1.2.4 Non-linéarités intervenant dans un réglage digital	2
1.3 NOMBRES ET ARITHMETIQUE BINAIRES	5
1.3.1 Généralités	5
1.3.2 Représentation binaire des nombres entiers	5
1.3.3 Nombres réels en virgule fixe et en virgule flottante	6
1.3.4 Caractéristiques et erreurs de quantification	9
1.3.5 Dépassement de capacité et soupassement	14
1.3.6 Erreurs dans les opérations arithmétiques en virgule fixe et en virgule flottante	16
1.3.7 Comparaison virgule fixe - virgule flottante	18
1.4 ORGANES DE COMMANDE ET DE MESURE DIGITAUX	18
1.4.1 Généralités	18
1.4.2 Organes de mesure digitaux	18
1.4.3 Organes de commande digitaux	19
1.5 PROBLEMES INTRODUITS PAR LA QUANTIFICATION	20
1.5.1 Généralités	20
1.5.2 Comportement du réglage échantillonné quantifié en régime établi	21
1.5.3 Compatibilité entre la grandeur de consigne et la grandeur de sortie quantifiée	21
1.5.4 Zones mortes intervenant dans un réglage digital	22
1.5.5 Problèmes liés à la grandeur des coefficients	24
2 PROBLEME GENERAL DE LA CONCEPTION D'UN REGLAGE DIGITAL	27
2.1 INTRODUCTION	27
2.2 PARAMETRES INTERVENANT DANS LA CONCEPTION D'UN REGLAGE DIGITAL	27
2.2.1 Généralités	27
2.2.2 Dimensionnement du réglage	28
2.2.3 Evaluation de la qualité de réglage	32
2.2.4 Problèmes introduits par la quantification	34
2.3 INFLUENCE DE LA PERIODE D'ECHANTILLONNAGE, DES POLES ET DU CRITERE DE DIMENSIONNEMENT SUR LES PERFORMANCES DU REGLAGE ET SUR LA GRANDEUR DES COEFFICIENTS	35
2.3.1 Généralités	35
2.3.2 Influence de la période d'échantillonnage sur la qualité de réglage et sur la grandeur des coefficients	35

2.3.3	Influence des pôles sur la qualité de réglage et sur la grandeur des coefficients	39
2.3.4	Influence du critère de dimensionnement sur la qualité de réglage et sur la grandeur des coefficients	42
2.4	CONCEPTION D'UN REGLAGE DIGITAL	43
2.4.1	Généralités	43
2.4.2	Conception pour la minimisation des coûts	43
2.4.3	Conception pour l'optimisation des performances	45
3	EXEMPLES D'APPLICATION	47
3.1	INTRODUCTION	47
3.2	EXEMPLE D'APPLICATION No 1 : REGLAGE DIGITAL DE LA POSITION DU CHARIOT D'UNE GRUE A PORTIQUE	47
3.2.1	Généralités	47
3.2.2	Schéma de principe pour le réglage digital de la position du chariot	48
3.2.3	Modélisation du système à régler	49
3.2.4	Données numériques	52
3.2.5	Dimensionnement du réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation	52
3.2.6	Choix de la période d'échantillonnage et des pôles	55
3.2.7	Implantation du régulateur d'état de position	64
3.3	EXEMPLE D'APPLICATION No 2 : REGLAGE D'ETAT DIGITAL DE LA POSITION D'UNE MACHINE A COURANT CONTINU	65
3.3.1	Généralités	65
3.3.2	Description de l'installation	65
3.3.3	Modélisation du système à régler	66
3.3.4	Données numériques	67
3.3.5	Dimensionnement du régulateur d'état digital de vitesse	67
3.3.6	Dimensionnement du régulateur d'état digital de position	71
3.3.7	Modèle d'état global du système à régler	73
3.3.8	Implantation des régulateurs d'état digitaux de vitesse et de position	74
3.4	EXEMPLE D'APPLICATION No 3 : REGLAGE D'UN SYSTEME DU DEUXIEME ORDRE AU MOYEN D'UN REGULATEUR STANDARD	76
3.4.1	Généralités	76
3.4.2	Schéma de principe	77
3.4.3	Description du système à régler	77
3.4.4	Description du régulateur	80
3.4.5	Dimensionnement du régulateur	81
3.4.6	Implantation de l'algorithme de réglage	82
4	SIMULATION DIGITALE	83
4.1	INTRODUCTION	83
4.2	SIMULATION DIGITALE D'UN REGLAGE ECHANTILLONNE QUANTIFIE	83
4.2.1	Généralités	83
4.2.2	Simulation du système à régler	84
4.2.3	Simulation des opérations arithmétiques en précision limitée	90
4.2.4	Simulation des organes de commande et de mesure digitaux	93

4.3	DESCRIPTION GENERALE DU PROGRAMME PRECREG	99
4.3.1	Généralités	99
4.3.2	Structure générale du programme	99
4.3.3	Partie Dialogue	100
4.3.4	Partie Simulation	108
4.3.5	Partie Traitement des résultats	108
4.3.6	Disposition des données sur les fichiers d'entrée	110
4.4	STRUCTURES DE REGLAGE	112
4.4.1	Généralités	112
4.4.2	Définition des pseudo-instructions pour la description des algorithmes de simulation	113
4.4.3	Réglage avec régulateur P, PD, PD2	114
4.4.4	Réglage avec régulateur I, PI, PID	118
4.4.5	Réglage d'état (avec ou sans régulateur intégrateur, avec contre-réaction d'état partielle ou globale)	122
4.4.6	Réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation	126
4.4.7	Réglage d'état en cascade	129
4.5	EXEMPLES D'APPLICATION	136
4.5.1	Généralités	136
4.5.2	Simulation du réglage échantillonné, exemple d'application No 2	136
4.5.3	Simulation du réglage échantillonné quantifié, exemple d'application No 2	138
4.6	CONCLUSION	145
5	EFFETS DE LA QUANTIFICATION DES COEFFICIENTS	147
5.1	INTRODUCTION	147
5.2	SENSIBILITE DES POLES ET DES ZEROS A LA VARIATION DES COEFFICIENTS ET INFLUENCE DE LA PERIODE D'ECHANTILLONNAGE	147
5.2.1	Sensibilité des pôles et des zéros à la variation des coefficients	147
5.2.2	Influence de la période d'échantillonnage	150
5.3	INFLUENCE DE LA REPRESENTATION SUR LA SENSIBILITE A LA QUANTIFICATION DANS LE CAS D'UN REGLAGE D'ETAT AVEC OBSERVATEUR	154
5.3.1	Généralités	154
5.3.2	Transformations linéaires	155
5.3.3	Formes canoniques	156
5.3.4	Balancement	157
5.3.5	Exemple d'application	160
5.3.6	Conclusions	169
5.4	OPTIMISATION DES COEFFICIENTS QUANTIFIES	169
5.4.1	Généralités	169
5.4.2	Algorithme d'optimisation	170
5.4.3	Commentaires	172
5.4.4	Exemple d'application	172
5.4.5	Conclusions	176
5.5	CONCLUSIONS	176

6	EFFETS DE LA QUANTIFICATION DES VARIABLES	179
6.1	INTRODUCTION	179
6.2	L'APPROCHE STATISTIQUE	179
6.2.1	Généralités	179
6.2.2	Description de la méthode	180
6.2.3	Commentaires	183
6.2.4	Validité de l'approche statistique	185
6.2.5	Exemple d'application	187
6.2.6	Conclusions	192
6.3	INFLUENCE DES ZONES MORTES SUR LE COMPORTEMENT D'UN REGLAGE DIGITAL	192
6.3.1	Généralités	192
6.3.2	Influence des zones mortes d'un organe de mesure digital	193
6.3.3	Régulateurs classiques avec composante intégrale	194
6.3.4	Régulateurs classiques sans composante intégrale	198
6.3.5	Régulateurs d'état avec ou sans intégrateur	202
6.4	CHOIX DE LA PRECISION DE CALCUL ET DE LA PRECISION DES ORGANES DE MESURE ET DE COMMANDE DIGITAUX	203
6.4.1	Généralités	203
6.4.2	Influence de la précision de l'organe de mesure digital	203
6.4.3	Influence de la précision de l'organe de commande digital	212
6.4.4	Influence de la précision de calcul	213
6.4.5	Considérations sur le choix de la précision de calcul et des organes de mesure et de commande digitaux	214
6.5	CONCLUSIONS	216
7	CYCLES LIMITES	219
7.1	INTRODUCTION	219
7.2	ILLUSTRATION DU PHENOMENE	220
7.2.1	Généralités	220
7.2.2	Etude du réglage échantillonné	220
7.2.3	Etude du réglage échantillonné quantifié	221
7.2.4	Commentaires	226
7.3	APERCU DES METHODES DE RECHERCHE ET D'ELIMINATION DES CYCLES LIMITES DANS UN REGLAGE DIGITAL	227
7.3.1	Généralités	227
7.3.2	Conditions d'existence de cycles limites dans les réglages digitaux	227
7.3.3	Méthodes pour la détermination des cycles limites dans les réglages digitaux	228
7.3.4	Méthode pour réaliser des réglages digitaux sans cycles limites	231
7.3.5	Conclusions	232
7.4	ORIGINE DES CYCLES LIMITES	232
7.4.1	Introduction	232
7.4.2	Cycles limites dus à la quantification des variables	232
7.4.3	Cycles limites dus à l'existence d'une zone morte dans un organe de mesure digital	234

7.4.4	Cycles limites dus à l'existence d'une non-linéarité au niveau du système à régler	234
7.4.5	Cycles limites ayant plusieurs origines combinées	237
7.5	ELIMINATION OU REDUCTION DES CYCLES LIMITES	239
7.5.1	Introduction	239
7.5.2	Utilisation d'une quantification plus fine	240
7.5.3	Modification du dimensionnement	240
7.5.4	Introduction de zones mortes sur l'écart de réglage	242
7.5.5	Commentaires	249
7.6	CONCLUSIONS	249
8	DIRECTIVES	251
8.1	INTRODUCTION	251
8.2	LISTE RESUMEE DES DIRECTIVES	251
8.2.1	Généralités	251
8.2.2	Directives diverses	252
8.2.3	Directives concernant l'implantation du régulateur	252
8.2.4	Directives concernant la réduction ou l'élimination des cycles limites	256
8.2.5	Conclusion	257
8.3	SYSTEME EXPERT POUR LA CONCEPTION DE REGLAGES DIGITAUX	257
8.3.1	Généralités	257
8.3.2	Structure générale du système expert	257
8.3.3	Conclusions	260
	CONCLUSION	261
	ANNEXES	265
	Annexe A1	267
	Annexe A2	268
	Annexe A3	269
	Annexe A4	270
	Annexe A5	271
	Annexe A6	272
	Annexe A7	273
	Annexe A8	274
	Annexe A9	275
	Annexe A10	276
	Annexe A11	277
	Annexe A12	278
	Annexe A13	279
	BIBLIOGRAPHIE	281
	LISTE DES SYMBOLES UTILISES	285
	CURRICULUM VITAE	295

CHAPITRE 1

NOTIONS PRELIMINAIRES

1.1 GENERALITES

Dans ce chapitre, on va exposer un certain nombre de notions de base qui seront utilisées systématiquement par la suite.

On commencera par préciser la terminologie utilisée. On définira ensuite les notions de réglage échantillonné et de réglage échantillonné quantifié. On verra que ce dernier comporte différentes non-linéarités qui sont toutes dues à la longueur finie des grandeurs digitales.

On discutera des nombres et de l'arithmétique binaires tant en virgule fixe qu'en virgule flottante. A ce propos, un accent particulier sera mis sur les caractéristiques et les erreurs de quantification de même que sur les erreurs introduites dans les opérations arithmétiques.

Les organes de commande et de mesure digitaux seront abordés dans le contexte de leur incorporation dans un réglage échantillonné quantifié.

Pour terminer, on discutera d'un certain nombre de problèmes introduits par la quantification.

1.2 DESIGNATIONS, DEFINITIONS ET POSITION DU PROBLEME

1.2.1 Terminologie

La terminologie utilisée dans le domaine des réglages échantillonnés est exposée dans [1]. La terminologie, tenant compte de la quantification, utilisée dans l'ensemble de ce travail est résumée au tableau 1.1

grandeur \ caractérisation	évolution temporelle	évolution en amplitude
signal (variable)	continu échantillonné discret	quantifié -
nombre (coefficient)	-	quantifié -

Tableau 1.1 Tableau récapitulatif pour la terminologie utilisée.

Le terme grandeur sera utilisé indifféremment pour désigner soit un signal, auquel on peut faire correspondre une variable, soit un nombre, pouvant représenter un coefficient. Suivant son évolution temporelle, un signal peut être différencié en signal continu, échantillonné ou discret (voir [1]). Enfin, suivant l'évolution de son amplitude, un signal ou un nombre peut être quantifié ou pas. Ainsi, on utilisera le terme grandeur quantifiée pour désigner indifféremment un signal (une variable) ou un nombre (un coefficient) quantifiés.

En principe, toute grandeur quantifiée sera désignée par l'indice q . Toutefois, dans certains cas, pour alléger la notation et lorsque le contexte le permet, cet indice sera omis.

1.2.2 Réglage échantillonné

La représentation par bloc d'un réglage échantillonné monovariante est illustrée à la figure 1.1.

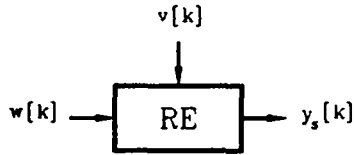


Figure 1.1 Représentation par bloc d'un réglage échantillonné monovariante.

Toutes les grandeurs intervenant dans un réglage échantillonné sont des grandeurs non-quantifiées.

A noter que la notion de réglage échantillonné est purement idéalisée, un tel réglage ne pouvant jamais exister dans la réalité. En effet, même une simulation digitale effectuée sur un gros ordinateur en utilisant des nombres en virgule flottante en multiple précision ne pourra, à cause de l'inévitable quantification (aussi fine soit-elle) des coefficients et des variables, qu'approcher le comportement du réglage échantillonné.

1.2.3 Réglage échantillonné quantifié (réglage digital)

La représentation par bloc d'un réglage échantillonné quantifié, ou réglage digital, monovariante est illustrée à la figure 1.2.

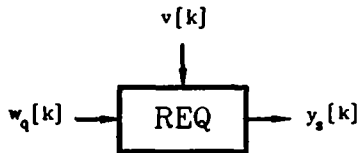


Figure 1.2 Représentation par bloc d'un réglage échantillonné quantifié monovariante.

A l'exception des grandeurs liées au système à régler, toutes les grandeurs intervenant dans un réglage échantillonné quantifié sont des grandeurs quantifiées au sens du § 1.2.1.

1.2.4 Non-linéarités intervenant dans un réglage digital

Ci-après, on va décrire les différentes non-linéarités intervenant dans un réglage digital. La figure 1.3 illustre le cas d'un réglage avec un régulateur de structure générale d'ordre n (voir [1]) où l'on a supposé une implantation en virgule fixe.

Des non-linéarités dues à la quantification interviennent lors de la

mesure, avec l'organe de mesure digitale 1 (voir § 1.4.2), de la grandeur à régler y_s , lors de la quantification de la grandeur de consigne w et des coefficients de réglage a_i ($i=0, \dots, n-1$) et b_j ($j=0, \dots, n$) et lors du calcul de l'algorithme de réglage 2. Ce dernier comporte des multiplications, des additions et des limitations de précision. Comme on le verra plus en détail au § 1.3.6, ces opérations peuvent introduire différents types de non-linéarités qui sont toutes dues à la longueur finie des grandeurs digitales. En particulier, une quantification intervient lors d'une multiplication lorsque, comme c'est le plus souvent le cas, la précision du résultat ne peut pas être conservée. D'autre part, une non-linéarité importante est introduite en cas de dépassement de capacité lors d'une addition effectuée en utilisant une arithmétique saturée. Pour finir, des quantifications sont introduites lors de limitations de précision et en particulier lors de celle qui est généralement nécessaire pour sortir la grandeur de commande u à appliquer à l'organe de commande digital 3 (voir § 1.4.3).

La quantification de la grandeur de consigne w et des coefficients de réglage introduit des non-linéarités qui ne se trouvent pas dans la boucle de réglage (voir figure 1.3) et qui conduisent uniquement à une modification des valeurs de ces grandeurs. L'effet de la quantification des coefficients sera examiné en détail au chapitre 5.

La quantification des variables d'entrée (mesurées à l'aide d'organes de mesure digitaux) et des variables internes introduit des non-linéarités directement dans la boucle de réglage (voir figure 1.3). Ces non-linéarités peuvent être négligées pour des signaux de grande amplitude lorsque la quantification est suffisamment fine, de sorte que le réglage échantillonné quantifié est globalement linéaire et stable si le réglage échantillonné l'est. Toutefois, pour des petits signaux, les non-linéarités introduites par la quantification prennent plus d'importance et peuvent conduire à l'apparition de cycles limites. Les effets de la quantification des variables et le problème des cycles limites seront examinés aux chapitres 6 et 7.

On a décrit les non-linéarités intervenant dans un réglage digital avec un régulateur de structure générale dans le cas d'une implantation en virgule fixe (voir figure 1.3). Un autre type de régulateur ou une implantation en virgule flottante font intervenir, à quelques différences près, les mêmes non-linéarités. A titre d'exemple, un réglage d'état digital fera intervenir un plus grand nombre de non-linéarités liées aux organes de mesure digitaux. Par ailleurs, une implantation en virgule flottante implique d'autres caractéristiques de quantification et comporte quelques différences au niveau des opérations arithmétiques (voir § 1.3.6).

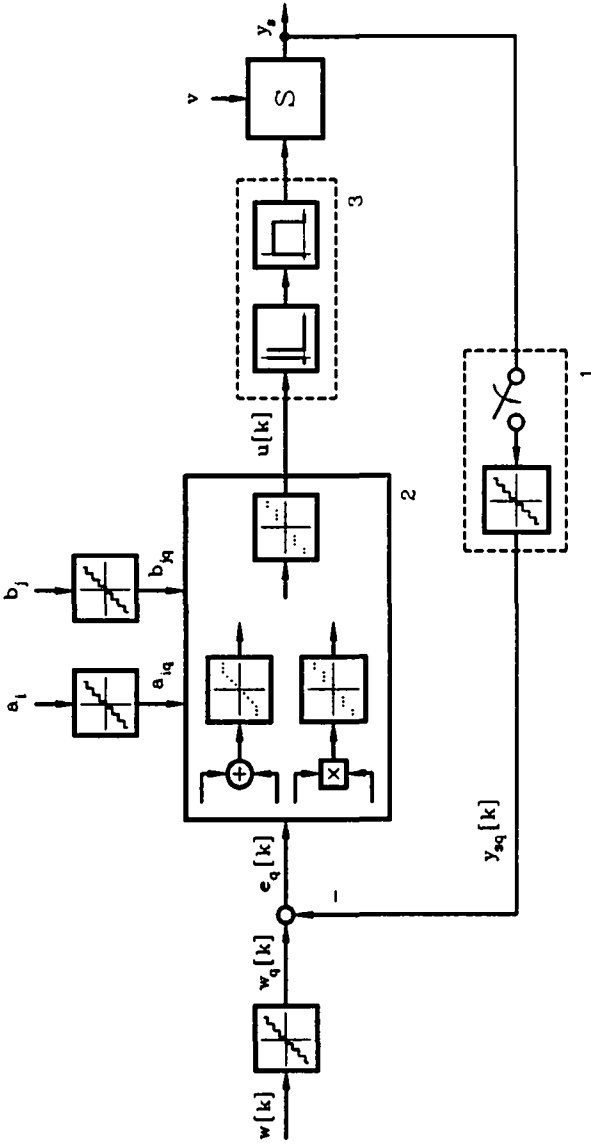


Figure 1.3 Schéma bloc simplifié des non-linéarités intervenant dans un réglage digital avec un régulateur de structure générale dans le cas d'une implantation en virgule fixe.

1.3 NOMBRES ET ARITHMETIQUE BINAIRES

1.3.1 Généralités

Les nombres et l'arithmétique binaires sont traités en détail dans [1]. Dans cette section, on va traiter plus particulièrement des nombres et de l'arithmétique binaires couramment utilisés dans le cadre d'implantations d'algorithmes de réglage digitaux.

On commencera par étudier la représentation binaire des nombres entiers de même que la représentation des nombres réels tant en virgule fixe qu'en virgule flottante.

Ensuite, on discutera des caractéristiques et des erreurs de quantification et des problèmes liés aux dépassements de capacité et aux soussements.

On examinera les opérations arithmétiques (additions, multiplications) en virgule fixe et en virgule flottante en mettant l'accent sur les erreurs introduites par ces opérations.

Pour finir, on résumera les particularités liées à l'utilisation de nombres réels en virgule fixe ou en virgule flottante.

1.3.2 Représentation binaire des nombres entiers

Le domaine de variation d'un nombre entier n représenté sur $m+1$ bits (le bit le plus significatif étant le bit de signe) peut être exprimé par

$$n_{\min} \leq n \leq n_{\max} \quad (1.1)$$

La valeur maximale n_{\max} vaut

$$n_{\max} = 2^m - 1 \quad (1.2)$$

et la valeur minimale n_{\min} dépend de la représentation utilisée pour les nombres négatifs.

Dans une représentation en grandeur et signe, le négatif d'un nombre positif est obtenu en prenant le complément à 1 du bit de signe. Ce dernier vaut 0 pour les nombres positifs et 1 pour les nombres négatifs. La valeur minimale n_{\min} vaut dans ce cas

$$n_{\min} = -(2^m - 1) \quad (1.3)$$

Dans une représentation en complément à 1, le négatif d'un nombre positif est obtenu en prenant le complément à 1 de tous les $m+1$ bits du nombre positif. La valeur minimale n_{\min} est la même que dans le cas d'une représentation en grandeur et signe et est donnée par (1.3).

Dans une représentation en complément à 2, le négatif d'un nombre positif est obtenu en prenant le complément à 1 de tous les $m+1$ bits du nombre positif et en ajoutant un 1 au bit le moins significatif. Cette représentation élimine l'inconvénient d'une double représentation du zéro (zéro positif et zéro négatif) et permet donc d'élargir le domaine de variation du nombre n . En effet, dans ce cas la valeur minimale n_{\min} vaut

$$r_{\min} = -2^m \quad (1.4)$$

La représentation en complément à 2 présente en plus l'avantage de faciliter l'exécution des opérations arithmétiques et est donc utilisée de manière presque exclusive pour la représentation binaire des nombres entiers.

1.3.3 Nombres réels en virgule fixe et en virgule flottante

Dans un calculateur numérique, un nombre réel x peut être représenté tant en virgule fixe qu'en virgule flottante, uniquement avec une précision finie. Le nombre représenté x_q (de précision finie) peut varier à l'intérieur du domaine représenté à la figure 1.4 où $x_{q\max P}$, $x_{q\min P}$, $x_{q\min N}$ et $x_{q\max N}$ représentent respectivement le plus grand nombre positif, le plus petit nombre positif, le plus petit nombre négatif et le plus grand nombre négatif.

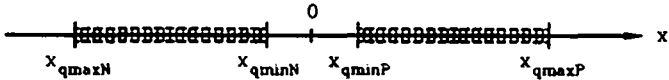


Figure 1.4 Domaine de variation d'un nombre réel de précision finie x_q .

Les rapports $(x_{q\max P}/x_{q\min P})$ et $(x_{q\max N}/x_{q\min N})$ déterminent l'excursion numérique de la représentation. Les bornes du domaine de variation de x_q de la figure 1.4 ainsi que la précision de x_q à l'intérieur de ce domaine dépendent de la représentation (virgule fixe ou virgule flottante) et des formats utilisés.

Dans une représentation en virgule fixe, au nombre entier n défini au § 1.3.2, on fait correspondre le nombre réel x_q tel que

$$x_q = nq \quad (1.5)$$

où q représente le pas de quantification. La position de la virgule à l'intérieur du mot binaire de $m+1$ bits est fixe et est donnée par le format du nombre réel x_q . Ce dernier spécifie la répartition des $m+1$ bits du nombre entier n en a bits (comprenant le bit de signe) avant la virgule et b bits après la virgule du nombre réel x_q . On a donc

$$m = a+b-1 \quad (1.6)$$

Le pas de quantification q correspond à la pondération du bit le moins significatif et vaut

$$q = 2^{-b} \quad (1.7)$$

où l'on retrouve pour des nombres entiers ($b=0$) la valeur $q=1$.

Comme la notion de format d'un nombre réel en virgule fixe sera souvent utilisée par la suite, on va introduire une notation spéciale. Ainsi le format du nombre réel x_q sera désigné par x_q^m . A titre d'exemple pour une grandeur réelle u représentée sur 16 bits ($m=15$) dans le format 2.14 ($a=2$,

b=14), on écrira $u'' = 2.14$.

La correspondance entre le nombre entier n et le nombre réel x_q en format x_q'' est résumée à la figure 1.5.

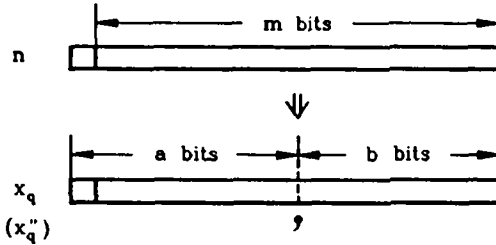


Figure 1.5 Correspondance entre le nombre entier n et le nombre réel x_q de format $x_q'' = a.b$.

Les bornes du domaine de variation de x_q défini à la figure 1.4 s'obtiennent à partir des bornes du domaine de variation de n en utilisant les relations (1.5), (1.6) et (1.7). En particulier, les valeurs de $x_{q\max P}$, $x_{q\min P}$ et $x_{q\min N}$ sont indépendantes de la représentation des nombres négatifs utilisée et valent

$$\left. \begin{aligned} x_{q\max P} &= 2^{a-1} - 2^{-b} \\ x_{q\min P} &= q = 2^{-b} \\ x_{q\min N} &= -q = -2^{-b} \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

La valeur de $x_{q\max N}$ dépend de la représentation utilisée. Pour une représentation en grandeur et signe ou en complément à 1, on a

$$x_{q\max N} = -(2^{a-1} - 2^{-b}) \quad (1.9)$$

alors que pour une représentation en complément à 2, on trouve

$$x_{q\max N} = -2^{a-1} \quad (1.10)$$

Dans une représentation en virgule flottante un nombre réel x_q est représenté par une mantisse M (de m bits) et un exposant E (de e bits) de la manière suivante

$$x_q = \pm M 2^E \quad (1.11)$$

Le nombre de bits attribués à la mantisse (m) et à l'exposant (e) caractérisent respectivement la précision et l'excursion numérique de la représentation. Il existe une multitude de formats différents pour les nombres en virgule flottante [11]. Dans ce qui suit, on décrira le format utilisé dans l'unité virgule flottante employée dans les microsystèmes 16-LEI (voir § 3.2.7) [12]. La figure 1.6 illustre le format utilisé.

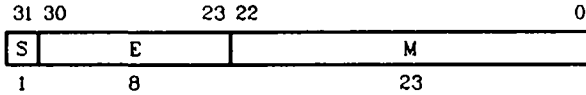


Figure 1.6 Format des nombres réels simple précision dans le microsytème 16-LEI.

Comme on le voit, un nombre réel simple précision est représenté sur 32 bits avec 1 bit de signe S, 8 bits pour l'exposant E (e=8) et 23 bits pour la mantisse M (m=23). Pour éviter une perte de précision, la mantisse est normalisée de manière à avoir un bit implicite à 1 avant la virgule. L'exposant est représenté sous forme biaisée avec un biais de 127 et les nombres sont représentés en grandeur et signe (seulement le bit de signe est complété pour changer le signe du nombre représenté), ce qui conduit à une double représentation du zéro (zéro positif et zéro négatif). Compte tenu de ces considérations, un nombre réel x_q peut être exprimé par

$$x_q = (-1)^S 2^{(E-Biais)} 1,M \quad (1.12)$$

Cette relation permet de calculer les bornes du domaine de variation de x_q défini à la figure 1.4.

La valeur de x_{qmaxP} est obtenue en posant tous les bits de la mantisse à 1 et en posant E=254 (E=255 est une valeur réservée). Avec (1.12), on trouve

$$x_{qmaxP} = (-1)^0 2^{(254-127)} 1,(1-2^{-23}) = 2^{128} - 2^{104} \approx 3,4028235 \cdot 10^{38} \quad (1.13)$$

La valeur de x_{qminP} est obtenue en posant tous les bits de la mantisse à 0 et en posant E=1 (E=0 est utilisé pour la représentation du zéro). En utilisant (1.12), on trouve

$$x_{qminP} = (-1)^0 2^{(1-127)} 1,0 = 2^{-126} \approx 1,1754943 \cdot 10^{-38} \quad (1.14)$$

Comme on a une représentation en grandeur et signe, les valeurs de x_{qminN} et x_{qmaxN} sont données par

$$\left. \begin{aligned} x_{qminN} &= -x_{qminP} \\ x_{qmaxN} &= -x_{qmaxP} \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

La précision relative de x_q à l'intérieur de ces bornes est d'une part dans 2^{23} (23 bits de mantisse), ce qui correspond à $23 \log_{10} 2 \approx 7$ digits décimaux (voir [11]).

1.3.4 Caractéristiques et erreurs de quantification

La quantification d'un nombre réel x dans un nombre réel x_q (de précision finie) peut être symbolisée à l'aide de l'opérateur de quantification Q représenté à la figure 1.7.



Figure 1.7 Opérateur de quantification Q .

Cette quantification rend compte de la finesse avec laquelle deux valeurs de x , à l'intérieur du domaine de la figure 1.4, peuvent être distinguées au niveau de x_q . La quantification introduit une erreur de quantification absolue ϵ_q donnée par

$$\epsilon_q = x_q - x \quad (1.16)$$

L'erreur de quantification relative ϵ_{qr} s'exprime par

$$\epsilon_{qr} = \left| \frac{\epsilon_q}{x} \right| = \left| \frac{x_q - x}{x} \right| \quad (1.17)$$

Lorsqu'on associe des signaux aux nombres x et x_q , l'erreur ϵ_q peut être considérée comme un bruit (bruit de quantification) qui entâche le signal x , comme représenté à la figure 1.8.

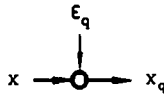


Figure 1.8 Bruit de quantification ϵ_q entachant le signal x .

Dans une représentation en virgule fixe, la quantification peut être effectuée selon trois caractéristiques différentes.

La quantification par arrondi avec un pas de quantification q , du nombre réel x , peut être exprimée à l'aide de l'opérateur Q_R par

$$x_q = Q_R[x]_q \quad (1.18)$$

A la figure 1.9, on a reporté la caractéristique de quantification correspondante de même que l'allure de l'erreur de quantification absolue ϵ_q .

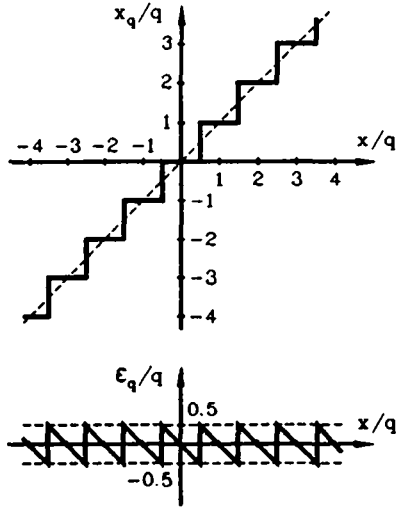


Figure 1.9 Quantification par arrondi (pas de quantification q).

Cette erreur est comprise à l'intérieur du domaine défini par

$$-\frac{q}{2} < \epsilon_q \leq \frac{q}{2} \tag{1.19}$$

où l'on a supposé que l'arrondi s'effectue "en haut", c.à.d. que lorsque $x = n q/2$ ($n = \pm 1, \pm 3, \dots$), on a $x_q = \frac{n+1}{2} q$. L'erreur de quantification relative ϵ_{qr} diminue lorsque x augmente. La valeur maximale de cette erreur ($\epsilon_{qr}=100\%$) est obtenue lorsque x se trouve à l'intérieur du domaine suivant, voir figure 1.9

$$-\frac{q}{2} \leq x < \frac{q}{2} \tag{1.20}$$

La quantification par troncature en complément à 1 (qui est identique à la quantification par troncature en grandeur et signe), avec un pas de quantification q , du nombre réel x , peut être exprimée à l'aide de l'opérateur Q_{T1} par

$$x_q = Q_{T1}[x]_q \tag{1.21}$$

La figure 1.10 reporte la caractéristique de quantification correspondante et l'évolution de l'erreur de quantification absolue ϵ_q .

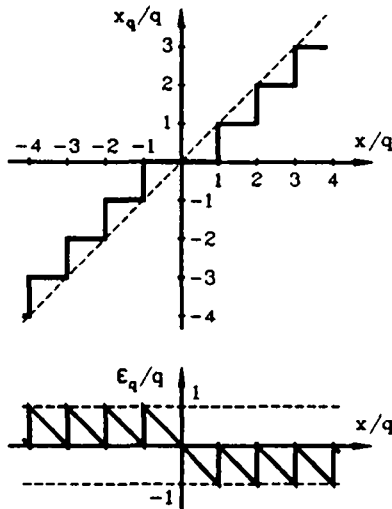


Figure 1.10 Quantification par troncature en complément a 1 (pas de quantification q).

Cette erreur est comprise dans l'intervalle

$$-q < \epsilon_q < q \quad (1.22)$$

L'erreur de quantification relative ϵ_{qr} diminue lorsque x augmente et est maximale ($\epsilon_{qr}=100\%$) lorsque x se trouve dans le domaine suivant, voir figure 1.10

$$-q < x < q \quad (1.23)$$

La quantification par troncature en complément à 2, avec un pas de quantification q , du nombre réel x peut être exprimée à l'aide de l'opérateur Q_{T2} par

$$x_q = Q_{T2}[x]_q \quad (1.24)$$

La caractéristique de quantification correspondante et l'allure de l'erreur de quantification absolue ϵ_q sont représentées à la figure 1.11.

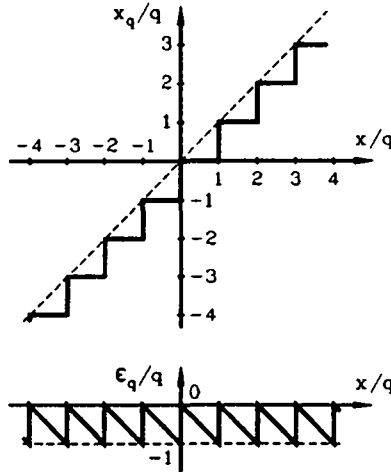


Figure 1.11 Quantification par troncature en complément à 2 (pas de quantification q).

L'erreur ϵ_q se trouve à l'intérieur du domaine

$$-q < \epsilon_q \leq 0 \quad (1.25)$$

L'erreur de quantification relative ϵ_{qr} diminue lorsque x augmente. Cette erreur est égale à 100% lorsque x se trouve dans le domaine

$$0 \leq x < q \quad (1.26)$$

et dépasse même le 100% (à la limite on a : $\lim_{x \rightarrow 0_-} \epsilon_{qr} = \infty$) pour

$$-\frac{q}{2} < x < 0 \quad (1.27)$$

Dans une représentation en virgule flottante, la caractéristique de quantification n'est pas uniforme. La mantisse est généralement obtenue par arrondi et la caractéristique de quantification dépend du format utilisé pour les nombres en virgule flottante. L'opérateur Q_{fl} défini par

$$x_q = Q_{fl}[x] \quad (1.28)$$

sera utilisé pour désigner la quantification du nombre réel x dans le nombre réel en virgule flottante x_q . Le format de ce dernier dépendra du contexte.

A titre d'exemple, on a représenté à la figure 1.12 la caractéristique de quantification par arrondi dans le cas d'une représentation en virgule flottante du même type que celle décrite au § 1.3.3, voir équation (1.12),

mais avec $m=2$ bits pour la mantisse, $e=3$ bits pour l'exposant et un biais de 3.

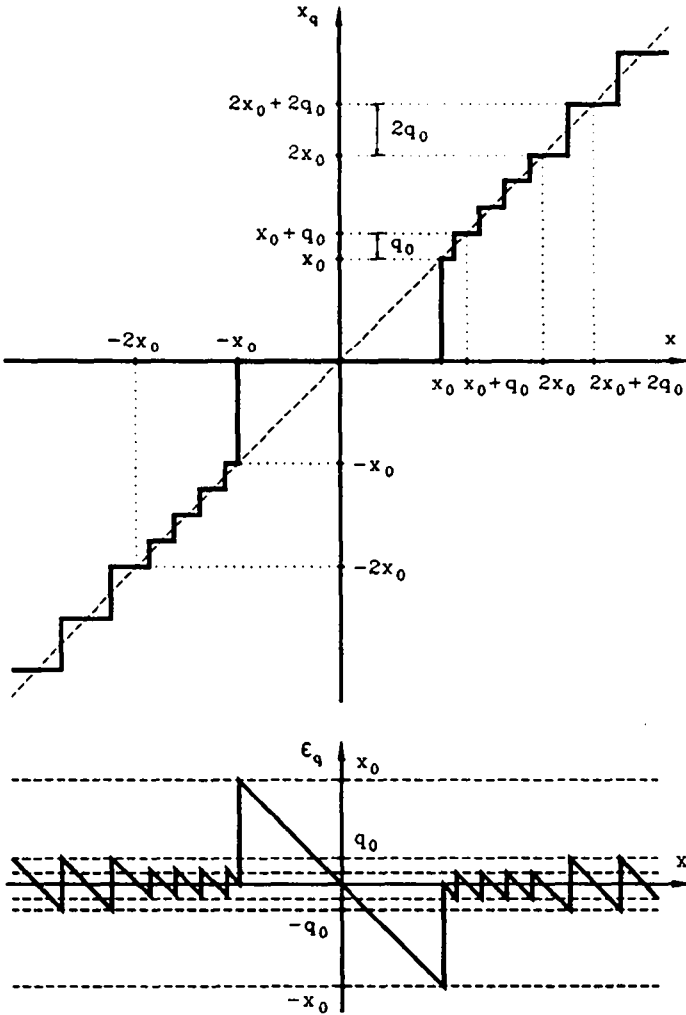


Figure 1.12 Quantification par arrondi dans le cas d'une représentation en virgule flottante sur 6 bits ($m=2, e=3, \text{biais}=3$), mantisse normalisée avec un bit implicite avant la virgule,

$$x_0 = x_{\text{qmInP}}$$

Sur cette figure, la valeur minimale x_{qmInP} a été notée x_0 pour des raisons de commodité. Cette valeur vaut, par (1.12)

$$x_0 = x_{\text{qminP}} = (-1)^0 2^{(1-3)} 1,0 = 2^{-2} \quad (1.29)$$

On constate que le pas de quantification augmente lorsque la valeur absolue de x augmente. Le pas de quantification minimal q_0 est donné par

$$q_0 = x_{\text{qminP}} 2^{-m} = x_0 2^{-m} \quad (1.30)$$

La figure 1.12 montre également l'allure de l'erreur de quantification absolue ϵ_q . En l'absence de soupassement (voir § 1.3.5), cette erreur augmente lorsque x augmente. Par contre, l'erreur de quantification relative maximale ϵ_{qmax} est indépendante, toujours lorsque $|x| \geq x_{\text{qminP}}$, du nombre représenté x et vaut par (1.17) et (1.12)

$$\epsilon_{\text{qmax}} = \left| \frac{\epsilon_{\text{qmax}}}{x_{\text{min}}} \right| = \frac{2^{(E-\text{Biais})} (1/2) 2^{-m}}{2^{(E-\text{Biais})} 1} = \frac{1}{2} 2^{-m} \quad (1.31)$$

où l'on a supposé que la mantisse est obtenue par arrondi.

Il est important de souligner que les caractéristiques de quantification des figures 1.9 à 1.12 sont valables également dans les cas où le nombre réel x est déjà un nombre quantifié. Ce cas est très fréquent. En effet, la quantification des coefficients de réglage et des variables internes s'effectue sur des grandeurs déjà quantifiées. Le seul cas où le nombre réel x peut être assimilé à un nombre de précision infinie est celui de la quantification des variables d'entrée par des organes de mesure digitaux (voir § 1.4.1).

Signalons pour terminer qu'une caractéristique de quantification s'appliquant uniquement à des grandeurs quantifiées doit être représentée par une suite de points plutôt que par des segments de droite.

1.3.5 Dépassement de capacité et soupassement

Il y a dépassement de capacité (overflow) lorsque le nombre réel x dépasse les valeurs maximales possibles pour x_q (voir figure 1.4), c.à.d

$$(x > x_{\text{qmaxP}}) \text{ ou } (x < x_{\text{qmaxN}}) \quad (1.32)$$

Lorsque le nombre quantifié x_q , qu'on suppose ne pas être limité en grandeur, est saturé selon la caractéristique de la figure 1.13, une erreur ϵ_d due à la saturation de x_q s'ajoute à l'erreur absolue de quantification ϵ_q de sorte que l'erreur absolue totale ϵ est donnée par

$$\epsilon = x'_q - x = \epsilon_q + \epsilon_d \quad (1.33)$$

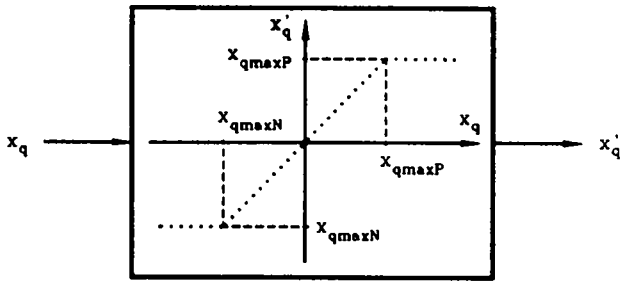


Figure 1.13 Saturation en cas de dépassement de capacité.

A titre d'exemple, on a reporté à la figure 1.14 la caractéristique de quantification par arrondi avec saturation en cas de dépassement de capacité dans le cas d'une représentation en virgule fixe en complément à 2 sur $m=3$ bits (voir § 1.3.3). Sur cette figure, on a également reporté l'évolution de l'erreur absolue totale ϵ donnée par (1.33).

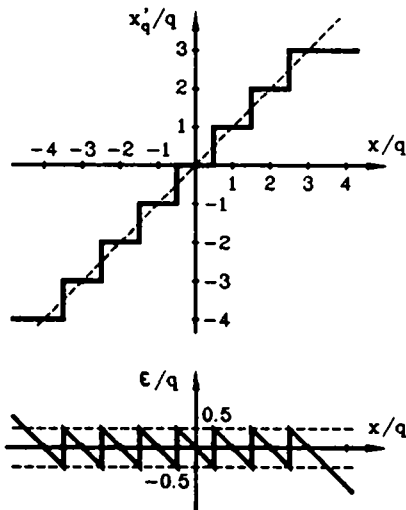


Figure 1.14 Quantification par arrondi (pas de quantification q) avec saturation en cas de dépassement de capacité, représentation en complément à 2 ($m=3$ bits).

On constate que cette erreur augmente linéairement avec x en cas de dépassement de capacité.

Notons qu'un phénomène analogue se produit lors de la mesure d'une grandeur analogique par un organe de mesure digital (voir § 1.4.1) lorsque cette dernière dépasse la plage de conversion du convertisseur. Ainsi, à

titre d'exemple, la caractéristique de quantification avec saturation de la figure 1.14 pourrait être celle d'un convertisseur A/D de $m+1=4$ bits en complément à deux.

Il y a sous-passement (underflow) lorsque la condition suivante est réalisée

$$(x \neq 0) \text{ et } (x_q = 0) \tag{1.34}$$

Cette condition est satisfaite dans un domaine de x qui peut être défini par

$$x_{uFN} < x < x_{uFP} \tag{1.35}$$

Ce domaine est déterminé par le palier autour de l'origine de la caractéristique de quantification liant x_q à x . Au tableau 1.2, on a résumé les bornes de sous-passement x_{uFN} et x_{uFP} pour les différentes caractéristiques de quantification traitées au § 1.3.4.

quantification \ bornes	$Q_R[x]_q$	$Q_{T1}[x]_q$	$Q_{T2}[x]_q$	$Q_{fl}[x]$
x_{uFN}	$-q/2$	$-q$	0	x_{qminN}
x_{uFP}	$q/2$	q	q	x_{qminP}

Tableau 1.2 Bornes de sous-passement pour différentes caractéristiques de quantification

1.3.6 Erreurs dans les opérations arithmétiques en virgule fixe et en virgule flottante

Dans le cas de nombres réels en virgule fixe, on utilise généralement une représentation en complément à 2. Comme on l'a dit au § 1.3.2, cette représentation facilite l'exécution des opérations arithmétiques. Le format du nombre réel fixe la position de la virgule à l'intérieur du mot binaire.

En ce qui concerne la multiplication de deux nombres binaires en virgule fixe, selon le format attribué au résultat, une quantification de ce dernier peut être nécessaire. Celle-ci est généralement effectuée par troncature en complément à 2 (voir § 1.3.4). Dans ce cas, l'erreur de quantification absolue ϵ_q introduite est comprise dans le domaine donné par (1.25) où q représente le pas de quantification du résultat.

L'addition (ou la soustraction) de nombres binaires en virgule fixe peut être effectuée uniquement sur des opérandes possédant le même format. Ainsi, en l'absence de dépassement de capacité (voir § 1.3.5), cette addition n'introduit aucune erreur. Dans le cas d'un nombre réel en virgule fixe, représenté en complément à 2, tout dépassement de capacité est interprété comme un changement de signe. Ce phénomène est intolérable et l'on utilise généralement une arithmétique saturée selon la caractéristique de la figure 1.13. Ainsi, en cas de dépassement de capacité lors d'une addition, une des deux valeurs x_{qmaxN} ou x_{qmaxP} est attribuée au résultat. Dans ce cas, l'erreur absolue introduite augmente linéairement avec la grandeur du

résultat vrai (x_q sur la figure 1.13) et peut donc devenir très grande suivant l'entité du dépassement.

De ce qui précède, on peut conclure que l'addition, avec algorithme de saturation en cas de dépassement de capacité, de n termes x_{qi} dans un accumulateur y_q fournit un résultat correct, quel que soit l'ordre dans lequel les différents termes sont additionnés, si et seulement si il n'y a aucun dépassement de capacité lors des $n-1$ additions.

L'addition de nombres binaires représentés en complément à 2 présente une particularité intéressante. En effet, il est simple de montrer que l'addition, sans algorithme de saturation en cas de dépassement de capacité, de n termes x_{qi} dans un accumulateur y_q fournit un résultat correct, quel que soit l'ordre dans lequel les différents termes sont additionnés, si et seulement si le résultat vrai (calculé dans un accumulateur de capacité infinie $y_{q\infty}$) n'excède pas la capacité de l'accumulateur y_q . Dans ce cas, en effet, le nombre de dépassements de capacité positifs ($y_q + x_{qi} > y_{q\max P}$) compense exactement le nombre de dépassements de capacité négatifs ($y_q + x_{qi} < y_{q\max N}$) et le résultat final dans y_q est donc correct.

Dans le cas de nombres réels en virgule flottante, tant la multiplication que l'addition peuvent introduire des erreurs de quantification.

Lors d'une multiplication de deux nombres réels en virgule flottante, les exposants sont additionnés et les mantisses sont multipliées pour donner une mantisse en double précision qui doit être normalisée (voir § 1.3.3), ce qui nécessite une adaptation de l'exposant, et arrondie pour obtenir à nouveau une mantisse en simple précision.

Lors d'une addition de deux nombres réels en virgule flottante, les exposants sont comparés et, s'ils sont différents, la mantisse du plus petit nombre en valeur absolue est dénormalisée. Les mantisses sont ensuite additionnées et la mantisse résultante normalisée et arrondie pour obtenir à nouveau une mantisse en simple précision.

Ainsi, tant la multiplication que l'addition de deux nombres réels en virgule flottante introduisent une erreur de quantification relative ϵ_{qr} dont la valeur maximale (constante) est donnée, pour les nombres en virgule flottante décrits au § 1.3.3, par l'expression (1.31).

Dans le cas de nombres en virgule flottante aussi, on introduit, en cas de dépassement de capacité, une erreur absolue dont la valeur augmente linéairement avec la grandeur du dépassement. Cependant, ce problème ne se pose presque jamais en pratique, dans le cas d'implantations d'algorithmes de réglage, étant donné la grande excursion numérique des nombres en virgule flottante couramment utilisés.

1.3.7 Comparaison virgule fixe - virgule flottante

En guise de conclusion à cette section, on va résumer ci-après les particularités liées au type de représentation (virgule fixe ou virgule flottante) utilisé pour les nombres réels.

Une représentation en virgule flottante conduit à une plus grande excursion numérique et pas à une plus grande précision qu'une représentation en virgule fixe. Ainsi, pour une même excursion numérique, des nombres réels représentés en virgule fixe sont plus précis (mais nécessitent une longueur de mot plus grande) que des nombres réels représentés en virgule flottante.

On a vu au § 1.3.4 que quel que soit l'ordre de grandeur du nombre représenté, une représentation en virgule flottante permet d'obtenir une erreur de quantification relative maximale constante, alors qu'une représentation en virgule fixe assure une erreur de quantification absolue maximale constante.

Comme on l'a dit au § 1.3.6, des erreurs de quantification peuvent être introduites lors de multiplications de nombres réels en virgule fixe (erreurs de troncature) ou lors de multiplications et d'additions de nombres réels en virgule flottante (erreurs d'arrondi).

L'utilisation de nombres réels en virgule fixe pose le problème du choix des formats, où il faut éviter des erreurs de quantification excessives et les dépassements de capacité. Ce problème de cadrage ne se pose pratiquement pas lorsqu'on utilise des nombres réels en virgule flottante.

Par ailleurs, le matériel impliqué par l'utilisation d'une arithmétique en virgule flottante est plus compliqué (et donc plus cher) que celui impliqué par l'utilisation d'une arithmétique en virgule fixe.

1.4 ORGANES DE COMMANDE ET DE MESURE DIGITAUX

1.4.1 Généralités

Les organes de commande et de mesure digitaux sont décrits en détail dans [1], [3]. Dans les deux paragraphes suivants, on décrira brièvement ces organes et leurs particularités dans le contexte de leur incorporation dans un réglage échantillonné quantifié.

On ne traitera pas des organes de commande et de mesure digitaux en virgule flottante qui sont encore très chers et peu utilisés en pratique.

1.4.2 Organes de mesure digitaux

Un organe de mesure digital (OMD) permet de convertir une grandeur physique en une grandeur digitale. Il peut être considéré comme un convertisseur analogique/digital dans le sens élargi, c.à.d. un organe de mesure analogique suivi d'un convertisseur analogique/digital (A/D) ou un organe de mesure digital.

Comme le montre la figure 1.15, la grandeur analogique x , exprimée en valeur relative ($x=X/X_N$ où X_N est la valeur nominale de la grandeur physique X), est convertie en une grandeur digitale x_m qui peut être considérée comme un nombre réel en virgule fixe (voir § 1.3.3).

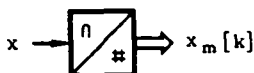


Figure 1.15 Représentation schématique d'un organe de mesure digital

Au niveau du réglage échantillonné, un organe de mesure digital fournissant une mesure instantanée de la grandeur à mesurer est modélisé par un échantillonneur idéal. Par contre, lorsque l'organe de mesure introduit une constante de temps ou un retard pur non négligeables ou lorsqu'il contient un intégrateur, les modèles deviennent plus compliqués et il est alors indispensable de tenir compte de la fonction de transfert de l'organe de mesure. On verra à la section 3.3 un exemple d'un organe de mesure digital de vitesse qui est un cas particulier d'un organe de mesure à intégration (voir [1]).

Au niveau du réglage échantillonné quantifié, il faut tenir compte de la quantification dans le modèle d'un organe de mesure digital. A titre d'exemple, la figure 1.16 illustre le modèle d'un organe de mesure digital fournissant une mesure instantanée de la grandeur à mesurer.

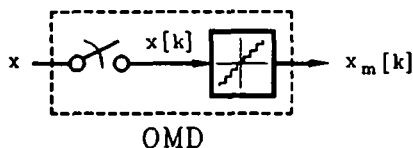


Figure 1.16 Modèle d'un organe de mesure digital (OMD) fournissant une mesure instantanée de la grandeur à mesurer

Les organes de mesure digitaux réels introduisent, en plus de l'erreur de quantification, d'autres types d'erreurs qui influencent négativement les performances du réglage digital. A titre d'exemple, un convertisseur A/D réel peut être entaché, voir [13], par une erreur à l'origine, une erreur de pente, une erreur de non-linéarité et une erreur de non-monotonicité. Par ailleurs, il est possible qu'une zone morte soit présente dans la caractéristique de quantification d'un organe de mesure digital. On verra à la section 3.3 un exemple d'un organe de mesure digital de vitesse possédant une zone morte dans sa caractéristique de quantification. Les conséquences de cette zone morte sur le comportement du réglage seront examinées au chapitre 7.

1.4.3 Organes de commande digitaux

Un organe de commande digital (OCD) convertit une grandeur digitale en une grandeur physique. Il peut être considéré comme un convertisseur digital/analogique dans le sens élargi, c.à.d. un convertisseur digital/analogique (D/A) suivi d'un organe de commande analogique ou un organe de commande digital.

Comme le montre la figure 1.17, la grandeur digitale u_i (grandeur de commande limitée) est convertie en une grandeur analogique u_{ic} , exprimée en valeur relative ($u_{ic} = U_{ic}/U_{icN}$ où U_{icN} est la valeur nominale de la grandeur physique U_{ic}). A noter que la grandeur physique U_{ic} n'est pas nécessairement une tension.

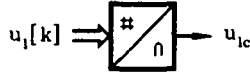


Figure 1.17 Représentation schématique d'un organe de commande digital

Au niveau du réglage échantillonné, un organe de commande digital est modélisé soit par un échantillonneur à pulsation suivi, si la grandeur de commande u_{ic} est maintenue constante entre deux instants d'échantillonnage, par un élément de maintien, soit par un échantillonneur à pulsation suivi d'un intégrateur (cas d'un servomoteur par exemple). A titre d'exemple, la figure 1.18 illustre le modèle d'un organe de commande digital fournissant une grandeur de commande u_{ic} constante entre deux instants d'échantillonnage. A noter que l'élément de maintien, l'intégrateur, et d'éventuelles petites constantes de temps inhérentes à l'organe de commande digital sont prises en charge au niveau du système à régler.

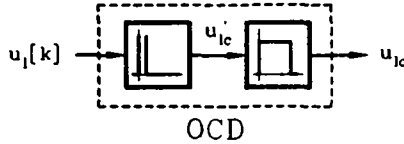


Figure 1.18 Modèle d'un organe de commande digital (OCD) fournissant une grandeur de commande u_{ic} constante entre deux instants d'échantillonnage.

Ces modèles sont également valables au niveau du réglage échantillonné quantifié. En effet, il est important de le souligner, un organe de commande digital n'introduit aucune erreur de quantification. C'est son utilisation, qui nécessite généralement une limitation de la précision de la grandeur de commande, qui peut introduire une erreur de quantification.

Comme dans le cas des organes de mesure, les imperfections des organes de commande digitaux réels influencent de manière défavorable le comportement du réglage digital. A titre d'exemple, un convertisseur D/A réel peut être entaché par les mêmes erreurs mentionnées au § 1.4.2 à propos d'un convertisseur A/D réel.

1.5 PROBLEMES INTRODUITS PAR LA QUANTIFICATION

1.5.1 Généralités

Dans cette section, on discutera d'un certain nombre de problèmes introduits par la quantification.

On indiquera quels sont les comportements possibles du réglage échantillonné quantifié en régime établi où l'on définira les termes d'erreur statique et de cycle limite.

Par la suite, on introduira la notion de compatibilité entre la grandeur de consigne et la grandeur de sortie quantifiée.

On traitera également des zones mortes intervenant dans un réglage digital où l'on étudiera les zones mortes d'un organe de mesure digital et d'un produit. Dans ce contexte, on introduira également la notion de zone morte d'un algorithme.

Pour terminer, on discutera des problèmes liés à la grandeur des coefficients en examinant d'une part l'influence de coefficients très petits ou très grands et, d'autre part, les avantages impliqués par des coefficients ayant le même ordre de grandeur.

1.5.2 Comportement du réglage échantillonné quantifié en régime établi

En régime établi, la grandeur de sortie du réglage échantillonné quantifié de la figure 1.2 satisfait l'une des trois conditions suivantes

$$\bullet y_s[\infty] = w_q \quad (1.36)$$

$$\bullet y_s[\infty] = \text{cte} \neq w_q \quad (1.37)$$

$$\bullet y_s[\infty] \neq \text{cte} \quad (1.38)$$

Lorsque la relation (1.36) n'est pas vérifiée, on peut avoir soit une erreur statique [relation (1.37)] valant

$$e_\infty = w_q - y_s[\infty] \quad (1.39)$$

soit un cycle limite [relation (1.38)]. Dans ce dernier cas, on peut constater des oscillations périodiques ou non-périodiques de la grandeur de sortie quantifiée y_{sq} . Lorsque ces oscillations sont périodiques de période $M T_e$, où T_e représente la période d'échantillonnage, la condition suivante est vérifiée

$$y_{sq}[k+M] = y_{sq}[k] \quad (1.40)$$

où M représente l'ordre du cycle limite. Pour les valeurs de M pairs, il est possible que la condition suivante soit vérifiée

$$y_{sq}\left[k+\frac{M}{2}\right] = -y_{sq}[k] \quad (1.41)$$

Dans ce cas, on parle de cycles limites symétriques d'ordre M . Par opposition, lorsque uniquement la relation (1.40) est vérifiée, on parle de cycles limites asymétriques d'ordre M .

1.5.3 Compatibilité entre la grandeur de consigne et la grandeur de sortie quantifiée

Pour éviter des cycles limites dans les réglages d'état avec intégrateur et dans les réglages avec régulateurs standard ou de structure générale, il

est indispensable que l'écart de réglage e_q puisse s'annuler. Il faut donc que la grandeur de consigne quantifiée w_q ne soit pas plus précise que la grandeur de sortie mesurée y_{sq} . Ceci se traduit par la nécessité de quantifier la grandeur de consigne dans le format (virgule fixe ou virgule flottante) de la grandeur de sortie mesurée y_{sq} . Toutefois, cette mesure n'assure pas dans tous les cas que les valeurs quantifiées trouvées pour la grandeur de consigne soient des valeurs possibles pour la grandeur de sortie mesurée. Ceci peut être le cas lorsqu'une adaptation est réalisée au niveau de l'organe de mesure digital (voir § 4.2.4.2) ou lorsque ce dernier comporte une zone morte. Dans ce cas, une compatibilité parfaite entre la grandeur de consigne et la grandeur de sortie quantifiée peut être obtenue en tenant compte, au niveau de la grandeur de consigne, de la zone morte de l'organe de mesure digital ainsi que de l'adaptation effectuée (voir § 4.3.3.7).

Signalons que cette compatibilité parfaite n'est pas toujours avantageuse. Ceci est par exemple le cas dans un réglage en cascade lorsque l'organe de mesure digital mesurant une grandeur à régler interne comporte une zone morte.

1.5.4 Zones mortes intervenant dans un réglage digital

La quantification des variables d'entrée (mesurées avec des organes de mesure digitaux) et des variables internes introduit différentes zones mortes dans un réglage digital. Ci-après, on étudiera les zones mortes d'un organe de mesure digital et d'un produit et l'on introduira la notion de zone morte d'un algorithme. Les effets de ces zones mortes sur le comportement du réglage seront analysés aux chapitres 6 et 7.

Les zones mortes introduites par un organe de mesure digital ont une largeur ZM_{omd} d'un pas de quantification q

$$ZM_{omd} = q \quad (1.42)$$

Mise à part la zone morte autour de l'origine dans le cas d'une quantification par troncature en complément à 1 (voir figure 1.10) qui possède une largeur de $2q$, la relation (1.42) donne la largeur de toutes les zones mortes d'un organe de mesure digital possédant n'importe quelle caractéristique de quantification (voir figures 1.9 à 1.11).

Le produit $y = kx$ d'un coefficient k et d'une variable x définit une fonction non linéaire entre x et y lorsque seulement la variable y est quantifiée et, dans certains cas, lorsque les deux variables x et y sont quantifiées. Par la suite, on va traiter uniquement ce dernier cas dans le cadre d'une représentation en virgule fixe. Pour une quantification par troncature en complément à 2 du produit (kx_q), on a

$$y_q = Q_{T2}[kx_q]_{qy} \quad (1.43)$$

où x_q est quantifié avec un pas de quantification q_x et le coefficient k est considéré positif.

La relation (1.43) définit une relation linéaire entre x_q et y_q seulement lorsque (kq_x) est un multiple entier de q_y . Dans le cas contraire, la relation entre x_q et y_q est non linéaire et, lorsque le coefficient k

vérifie la condition

$$k < q_y/q_x \quad (1.44)$$

le produit quantifié y_q comporte des zones mortes, c.à.d. que y_q garde la même valeur pour toute une plage de valeurs de x_q . Ceci est illustré à la figure 1.19 pour $(q_y/q_x) = 2$ et $k = \frac{1}{2}$.

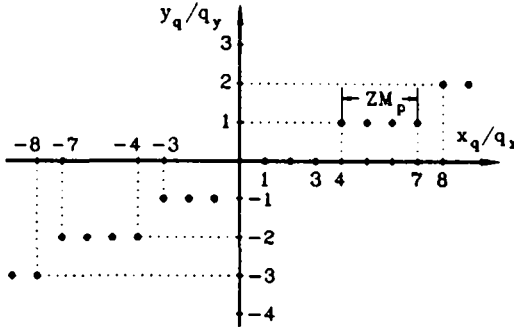


Figure 1.19 Zones mortes du produit quantifié $y_q = Q_{T2}[k x_q]_{qy}$; $q_y/q_x = 2$ et $k = 1/2$ ($n_{ZM_p} = 3$).

La largeur ZM_p des zones mortes vaut

$$ZM_p = n_{ZM_p} q_x \quad (1.45)$$

avec

$$n_{ZM_p} = \text{plus grand entier} < \eta_p \quad (1.46)$$

où

$$\eta_p = \frac{q_y}{k q_x} \quad (1.47)$$

représente la largeur des zones mortes exprimée en pas de quantification q_x si la variable x_q n'était pas quantifiée. Les relations (1.44) et (1.47) indiquent que le produit quantifié y_q comporte des zones mortes lorsque

$$\eta_p > 1 \quad (1.48)$$

Remarquons à la figure 1.19 la petite dissymétrie au niveau de la largeur des zones mortes autour de l'origine. En réalité, mise à part cette dissymétrie, la largeur des zones mortes reste constante et égale à ZM_p seulement si (q_y/q_x) est un multiple entier de k (voir par exemple la figure 1.19). Dans le cas contraire, la largeur de certaines zones mortes est réduite à $(n_{ZM_p} - 1)q_x$.

Il est utile de déterminer la plage des valeurs de x_q qui conduit au

même produit quantifié y_q . Pour $k > 0$ et $y_q \geq 0$, on trouve

$$\left. \begin{aligned} x_{qmin} &= n_{min} q_x \\ x_{qmax} &= n_{max} q_x \end{aligned} \right\} \quad (1.49)$$

avec

$$\left. \begin{aligned} n_{min} &= \text{plus petit entier} \geq \left(\frac{y_q q_y}{q_x} / k \right) \\ n_{max} &= Q_{TI} \left[\left(\frac{y_q}{q_y} + 1 - \epsilon \right) \frac{q_y}{q_x} / k \right]_1 \end{aligned} \right\} \quad (1.50)$$

où $\epsilon \ll 1$ ($\epsilon = 10^{-6}$ par exemple).

Pour $y_q < -q_y$, on peut utiliser les relations (1.49) et (1.50) en remplaçant respectivement x_{qmin} , x_{qmax} et (y_q/q_y) par $-x_{qmin}$, $-x_{qmax}$ et $-(y_q/q_y + 1)$.

Signalons que la relation (1.45) peut également être utilisée pour déterminer la largeur maximale des zones mortes dans le cas d'une quantification par arrondi et, lorsqu'on ne considère pas la zone morte autour de l'origine, dans le cas d'une quantification par troncature en complément à 1. Enfin, un changement de signe du coefficient k revient à effectuer une symétrie de la caractéristique $y(x_q)$ autour de l'axe y_q .

Pour terminer, signalons que dans le cas des régulateurs classiques (régulateurs standard ou de structure générale) sans intégrateur, il est possible de déterminer une zone morte de l'algorithme qui peut être définie comme l'écart de réglage e que le régulateur n'arrive pas à détecter. La détermination de cette zone morte et son influence seront examinées au chapitre 6.

1.5.5 Problèmes liés à la grandeur des coefficients

Mis à part le fait qu'en virgule fixe la longueur de mot limite la grandeur des coefficients (en virgule flottante ce problème ne se pose pas dans les cas pratiques), il y a d'autres problèmes posés par la grandeur des coefficients.

On a vu au § 1.5.4 que la largeur des zones mortes d'un produit dépend de la valeur du coefficient [voir relation (1.47)]. En particulier, cette largeur augmente lorsque la grandeur du coefficient diminue. Ainsi, des petits coefficients entraînent des grandes zones mortes des produits et donc des grandes insensibilités des résultats de ces produits à la variation des variables. En principe, ce problème existe tant en virgule fixe qu'en virgule flottante mais concerne, dans les cas pratiques, uniquement les produits dont les résultats sont quantifiés en virgule fixe. Le phénomène évoqué est particulièrement gênant pour les régulateurs standard avec intégrateur dans le cas d'une implantation en virgule fixe car il peut conduire à ce que la composante intégrale devienne inefficace pour des petites valeurs de l'écart de réglage. On reviendra sur ce point à la section 6.3.

Des grands coefficients peuvent conduire à l'apparition de cycles limites. Ce problème est dû essentiellement à la quantification des variables d'entrée effectuée au niveau des organes de mesure digitaux et a donc la même

importance pour une implantation en virgule fixe ou en virgule flottante.

Lors de l'élaboration d'algorithmes de réglage digitaux, on effectue très souvent des suites d'additions. Or, une suite d'additions est une opération numériquement critique lorsque les termes à additionner possèdent des signes différents ou des ordres de grandeur très différents. Il s'agit donc d'une opération qui est très sensible à la longueur des grandeurs digitales utilisées. Pour illustrer ces affirmations, on va traiter quelques exemples numériques en considérant des nombres en virgule flottante possédant une mantisse de 3 digits décimaux (ce qui correspond à $3/\log_{10} 2 \approx 10$ bits, voir [11]) et un exposant de 2 digits décimaux. De plus, on suppose que la mantisse est normalisée de manière à avoir le premier digit significatif (différent de zéro) avant la virgule. Considérons les deux exemples numériques suivants

$$a) \underbrace{3,25 \cdot 10^{12} + 4,9 \cdot 10^9}_{3,25 \cdot 10^{12}} - 3,25 \cdot 10^{12} = 0 \quad (4,9 \cdot 10^9)$$

$$b) \underbrace{3,25 \cdot 10^{12} - 3,25 \cdot 10^{12}}_0 + 4,9 \cdot 10^9 = 4,9 \cdot 10^9 \quad (4,9 \cdot 10^9)$$

où dans chaque cas, on a indiqué le résultat de la première addition et, entre parenthèses, le résultat final correct de la somme.

L'exemple a) montre les difficultés liées à l'addition d'un nombre "petit" et d'un nombre "grand". De manière générale, lors de l'addition (ou soustraction) de deux nombres x_g et x_p , le résultat reste égal à x_g (nombre le plus grand en valeur absolue) si

$$|x_p| < |\epsilon_{qmaxg}| = \frac{1}{2} 10^{-b} 10^{e_g} = \frac{1}{2} 10^{e_g - b} \quad (1.51)$$

où ϵ_{qmaxg} représente l'erreur de quantification absolue maximale du nombre x_g (on a supposé une quantification de la mantisse par arrondi), b est le nombre de digits après la virgule et e_g est l'exposant de x_g ($x_g = \pm m_g 10^{e_g}$).

La comparaison des exemples a) et b) montre que, suivant l'ordre dans lequel les différents termes sont additionnés, on peut obtenir des résultats très différents. Ceci est dû au fait que les opérations arithmétiques sur des longueurs de mot finies, ne sont ni associatives ni distributives. En particulier, le résultat final d'une suite d'additions peut être entâché d'une erreur qui dépasse largement l'erreur de quantification inhérente au résultat final exact. En effet, les erreurs de quantification introduites lors de chaque addition peuvent se cumuler. De manière générale, lors de la somme de n termes x_i [($n-1$) additions], l'erreur absolue maximale, en valeur absolue, vaut

$$\epsilon_{smax} = (n-1) |\epsilon_{qmaxg}| \quad (1.52)$$

Ainsi, lors d'une suite d'additions, il est favorable que les termes à

additionner soient du même ordre de grandeur. De cette façon, le résultat final devient moins sensible à l'ordre avec lequel les différents termes sont additionnés. Dans les algorithmes de réglage digitaux, les termes à additionner sont généralement des résultats de produits d'une variable et d'un coefficient. On peut donc conclure que lorsque les variables ont approximativement les mêmes domaines de variation, il est favorable d'avoir des coefficients du même ordre de grandeur.

En pratique, les problèmes numériques évoqués à propos d'une suite d'additions se manifestent très peu lors du calcul, dans un algorithme de réglage, de la grandeur de commande ou de la grandeur d'état d'un régulateur intégrateur. Par contre, ces problèmes prennent plus d'importance lors du calcul d'un algorithme d'observation. Ce dernier est en effet un algorithme récursif qui peut comporter un grand nombre de suites d'additions. Dans ce contexte, on examinera au § 5.3.4 la possibilité d'égaliser l'ordre de grandeur des coefficients d'un régulateur d'état avec observateur.

CHAPITRE 2

PROBLEME GENERAL DE LA CONCEPTION D'UN REGLAGE DIGITAL

2.1 INTRODUCTION

La conception, c.à.d. le choix de la configuration, le dimensionnement, l'analyse et l'implantation, d'un réglage digital fait intervenir différents paramètres qui sont étroitement liés entre eux.

Le matériel est constitué par le calculateur de processus ou le microprocesseur, par les organes de commande et de mesure analogiques avec les convertisseurs A/D et D/A ou les organes de commande et de mesure digital et par les périphériques de calcul (multiplicateur câblé, etc).

Les spécifications, c.à.d. les performances dynamiques désirées pour le réglage (cahier des charges), peuvent être exprimées à l'aide des paramètres caractérisant la qualité de réglage.

Le dimensionnement du réglage et la quantification des variables et des coefficients s'influencent mutuellement et doivent être étudiés soigneusement.

Dans ce chapitre, on va décrire de manière générale les différents paramètres intervenant dans la conception d'un réglage digital, leur interaction de même que leur influence sur les performances du réglage échantillonné quantifié. Enfin, on indiquera les étapes à suivre pour effectuer cette conception. Ces notions seront complétées par des directives au chapitre 8.

2.2 PARAMETRES INTERVENANT DANS LA CONCEPTION D'UN REGLAGE DIGITAL

2.2.1 Généralités

Les différents paramètres intervenant dans la conception d'un réglage digital et leur interaction sont représentés schématiquement à la figure 2.1.

Le dimensionnement du réglage (voir § 2.2.2), c.à.d. le choix de la période d'échantillonnage T_e et le choix des pôles pour un réglage d'état ou d'un critère de dimensionnement pour un régulateur standard, influence les performances du réglage échantillonné RE (voir § 1.2.2), celles du réglage échantillonné quantifié REQ (voir § 1.2.3) de même que la grandeur des coefficients.

Les performances du réglage échantillonné quantifié sont également influencées par la quantification des variables et des coefficients (voir § 2.2.4). Cette influence de la quantification se manifeste à travers la grandeur des coefficients, la précision des calculs et le matériel (plus particulièrement la précision des organes de mesure et de commande digitaux).

Le matériel (plus particulièrement le microprocesseur et les périphériques de calcul) influence la période d'échantillonnage et la précision des calculs. Cette dernière dépend également de la période d'échantillonnage. En effet, pour un matériel donné, plus la période d'échantillonnage est grande, plus la précision des calculs peut être augmentée (calculs en multiple précision).

Les performances du réglage échantillonné et du réglage échantillonné quantifié peuvent être évaluées par simulation digitale et exprimées à l'aide

des paramètres caractérisant la qualité de réglage (voir § 2.2.3).

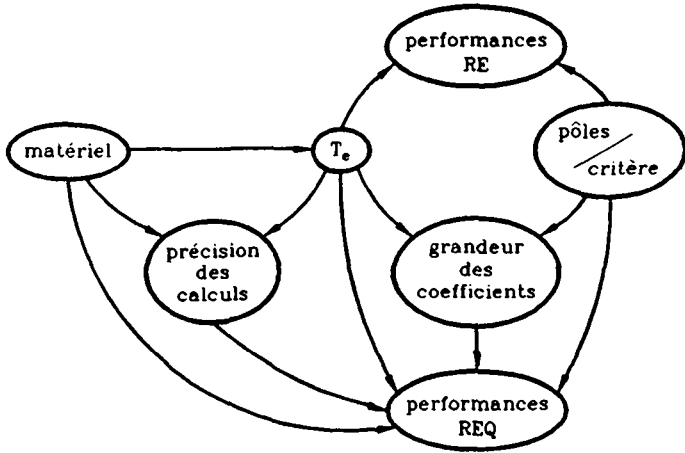


Figure 2.1 Interactions entre les différents paramètres intervenant dans la conception d'un réglage digital.

2.2.2 Dimensionnement du réglage

2.2.2.1 Généralités

Les méthodes pour le dimensionnement d'un régulateur d'état ou d'un régulateur standard sont exposées en détail dans [1], [2], et [3]. Les différents paramètres intervenant dans le dimensionnement d'un régulateur digital sont résumés au tableau 2.1.

régulateur traitement	régulateurs d'état	régulateurs d'état avec observateur	régulateurs standard
traitement échantillonné	T_e pôles	T_e pôles du réglage pôles de l'observateur	T_e critère de l'amortissement relatif optimal ou critère de la marge de phase à 60°
traitement pseudo-continu	T_e pôles	-	T_e critère méplat ou critère symétrique

Tableau 2.1 Paramètres intervenant dans le dimensionnement d'un régulateur digital.

Pour tous les types de régulateur, le dimensionnement peut être effectué de manière exacte par un traitement échantillonné (voir [1], [2]). Pour les régulateurs d'état et les régulateurs standard, il est possible, selon la

période d'échantillonnage utilisée (voir § 2.2.2.2), d'effectuer le dimensionnement de manière approchée par un traitement pseudo-continu (voir [3]).

Signalons que lors du dimensionnement, il faut tenir compte du retard, dû au temps de calcul, sur la sortie de la grandeur de commande lorsque ce dernier n'est pas négligeable vis-à-vis de la période d'échantillonnage.

Dans cette section, on va discuter du choix de la période d'échantillonnage, du choix des pôles à imposer dans le cas d'un réglage d'état avec ou sans observateur, du choix d'un critère de dimensionnement dans le cas d'un régulateur standard. Le choix de ces différents paramètres, bien que soumis à certaines contraintes, n'est pas unique. Ainsi, il est important d'étudier l'influence de ces paramètres sur les performances du réglage et sur la grandeur des coefficients. Ceci fera l'objet de la section 2.3.

2.2.2.2 Choix de la période d'échantillonnage

La détermination d'une limite supérieure et inférieure pour la période d'échantillonnage T_e peut être effectuée de manière précise. Par contre, la détermination d'une valeur optimale entre ces deux limites est une tâche plus complexe et dépend essentiellement de l'objectif visé lors de la conception du réglage.

La valeur maximale $T_{e\max}$ pour la période d'échantillonnage peut être déterminée selon différents critères. Un premier critère consiste à imposer pour le réglage échantillonné des performances dynamiques très proches de celles obtenues lors du réglage continu. Ce critère conduit à (voir [10])

$$T_{e\max} = \frac{T_p}{2} \quad (2.1)$$

où T_p est la petite constante de temps. Ce critère conduit à des valeurs de $T_{e\max}$ très petites et est utilisé assez rarement dans la pratique. Un deuxième critère se base sur le comportement dynamique du système à régler (voir [1]) et exige que le comportement du système continu soit bien représenté par les valeurs aux instants d'échantillonnage. Ce critère s'applique dans le cas du traitement échantillonné du réglage et conduit aux valeurs de $T_{e\max}$ reportées au tableau 2.2. Les valeurs indiquées doivent être vérifiées pour tous les pôles dominants p_i , complexes conjugués ($p_i = -\rho_i \pm j\omega_i$) où réels ($p_i = -\rho_i$), du système à régler continu. Toujours au tableau 2.2, on a reporté les valeurs de $T_{e\max}$ à utiliser lors d'un traitement pseudo-continu (voir [3]) des régulateurs d'état et des régulateurs standard. Les valeurs reportées au tableau 2.2 nécessitent quelques remarques. Premièrement, lorsque le système à régler possède un comportement oscillant mal amorti, l'emploi des régulateurs standard est à éviter. En effet, pour un traitement échantillonné, le dimensionnement de ces régulateurs se base sur la compensation des pôles du système à régler par les zéros du régulateur. Un traitement pseudo-continu fait intervenir les constantes de temps dominantes du système à régler. Ces dernières sont compensées par le régulateur lorsqu'on utilise le critère méplat, ou déterminent (avec la petite constante de temps T_p) la constante de temps d'intégration T_I , lorsqu'on utilise le critère symétrique. Ainsi, on voit qu'un dimensionnement correct d'un régulateur standard n'est pas possible lorsque le système à régler

possède un comportement oscillant. Un dimensionnement approché peut être effectué lorsque l'amortissement du système oscillant est suffisamment élevé (voir [3]). Cependant pour le réglage de ces systèmes il est plus judicieux d'avoir recours à des régulateurs d'état. Dans ce cas, lorsqu'on utilise le traitement pseudo-continu, la valeur maximale $T_{e\max}$ de la période d'échantillonnage dépend également du coefficient d'amortissement δ du système oscillant. La deuxième remarque qu'on peut déduire du tableau 2.2 est que le dimensionnement des régulateurs d'état par un traitement pseudo-continu limite considérablement le domaine possible pour le choix de la période d'échantillonnage.

régulateur / traitement	régulateurs d'état	régulateurs d'état avec observateur	régulateurs standard
traitement échantillonné	$\frac{\pi}{4 \omega_1} \cdot \frac{1}{2 \rho_1}$	$\frac{\pi}{4 \omega_1} \cdot \frac{1}{2 \rho_1}$	$\frac{1}{2 \rho_1}$
traitement pseudo-continu	$\frac{\sqrt{1 - \delta^2}}{5 \omega_1} \cdot \frac{1}{4 \rho_1}$	-	$\frac{1}{2 \rho_1}$

Tableau 2.2 Période d'échantillonnage maximale $T_{e\max}$ système à régler continu caractérisé par des pôles dominants p_1 réels ($p_1 = -\rho_1$) ou complexes conjugués ($p_1 = -\rho_1 \pm j\omega_1$).

La valeur minimale $T_{e\min}$ pour la période d'échantillonnage est déterminée par le temps de calcul t_c nécessaire pour élaborer l'algorithme de réglage, dans le cas d'un régulateur d'état ou d'un régulateur standard, ou les algorithmes de réglage et d'observation, dans le cas d'un régulateur d'état avec observateur.

Le choix d'une période d'échantillonnage entre la valeur minimale $T_{e\min}$ et la valeur maximale $T_{e\max}$ dépend essentiellement de l'objectif visé lors de la conception du réglage (voir section 2.4). Quel que soit cet objectif, il est de la plus grande importance de connaître l'influence de la période d'échantillonnage sur les performances du réglage et sur la grandeur des coefficients. Cette influence sera étudiée au § 2.3.2.

2.2.2.3 Choix des pôles

Le choix des pôles dépend du comportement dynamique désiré du réglage d'état. Ce comportement peut être caractérisé par les paramètres définissant la qualité de réglage (voir § 2.2.3). Comme le plan z est relatif à la période d'échantillonnage, il est judicieux de choisir les pôles p_1 du réglage échantillonné dans le plan s , ces derniers déterminant entièrement le comportement dynamique du réglage. Les pôles z_1 correspondants dans le plan z se calculent alors par la relation

$$z_1 = e^{p_1 T_e} \tag{2.2}$$

En choisissant des pôles complexes conjugués sur les lignes d'amortissement relatif optimal (voir [1]), on assure un bon compromis entre la rapidité du

réglage et l'amortissement. Un amortissement absolu minimal (voir [1]) doit également être assuré.

On peut montrer (voir [23]) que le choix optimal des pôles consiste à aligner, sur une droite verticale dans le plan s , des pôles complexes conjugués garantissant un amortissement relatif optimal et des pôles réels. Cette configuration permet d'augmenter la robustesse du réglage (par rapport à des variations de paramètres du système à régler).

Remarquons que plutôt que d'imposer les pôles du réglage bouclé, il est possible d'imposer des conditions sur ces pôles. Cette particularité est essentiellement utilisée pour le dimensionnement des régulateurs d'état avec contre-réaction d'état partielle.

Dans le cas des régulateurs d'état avec observateur, des considérations supplémentaires doivent être faites en ce qui concerne le choix des pôles de l'observateur.

La rapidité maximale de l'observateur est obtenue en imposant tous ses pôles à l'origine dans le plan z (voir [2]). Cependant, ce choix de pôles n'est généralement pas utilisé en pratique car il conduit à des coefficients très élevés. En ralentissant le comportement dynamique de l'observateur, la grandeur des coefficients diminue. Cette même mesure permet également de diminuer l'influence néfaste du bruit de quantification introduit par l'organe de mesure digital mesurant la grandeur de sortie du système à régler.

Comme c'est le cas pour le choix de la période d'échantillonnage, le choix des pôles doit être effectué en considérant les performances du réglage échantillonné quantifié. Ainsi, il faut étudier l'influence des pôles sur les performances du réglage et sur la grandeur des coefficients. Cette influence sera analysée au § 2.3.3.

2.2.2.4 Choix d'un critère de dimensionnement

Comme on l'a indiqué au tableau 2.1, le dimensionnement des régulateurs standard dans le domaine de l'électronique industrielle peut se faire selon quatre critères différents (voir [1], [3]).

Dans le cas d'un traitement pseudo-continu du réglage, on dispose du critère méplat et du critère symétrique. Ces deux critères sont complémentaires. En effet, le critère méplat optimise le comportement du réglage par rapport à la grandeur de consigne tandis que le critère symétrique permet d'optimiser le comportement du réglage par rapport à la grandeur de perturbation. En particulier, lorsque le système à régler possède un comportement intégral, un régulateur dimensionné selon le critère méplat ne permet pas d'annuler l'influence de la grandeur de perturbation en régime établi. Dans un tel cas, le régulateur doit être dimensionné selon le critère symétrique. Ainsi, selon les performances désirées pour le réglage et le comportement du système à régler, un des deux critères doit être choisi.

Dans le cas d'un traitement échantillonné du réglage, on dispose du critère de l'amortissement relatif optimal et du critère de la marge de phase à 60° . Le dimensionnement du régulateur selon le critère de l'amortissement relatif optimal conduit à un réglage moins rapide que dans le cas de la marge de phase à 60° , mais caractérisé par un dépassement inférieur.

On a vu que le critère de dimensionnement influence fortement la qualité du réglage échantillonné. Comme les performances du réglage échantillonné quantifié dépendent également de la grandeur des coefficients, il faut

également étudier l'influence du critère de dimensionnement sur la grandeur des coefficients. Cette influence sera analysée au § 2.3.4.

2.2.3 Evaluation de la qualité de réglage

L'évaluation de la qualité de réglage peut se faire par simulation digitale sur la base des réponses indicielles par rapport à la grandeur de consigne et à la grandeur de perturbation (voir ([1]). Ci-après, on va résumer brièvement les paramètres essentiels permettant de caractériser ces réponses indicielles.

Les paramètres caractérisant la réponse indicielle par rapport à la grandeur de consigne sont les suivants (voir figure 2.2)

- t_m : temps de montée à 90% de la grandeur de consigne
- t_{Rw} : temps de réglage
- Δh_{max} : dépassement
- $e_{\infty w}$: erreur statique
- e_{tw} : largeur de la bande de tolérance pour t_{Rw}
- u_{maxw} : valeur maximale de la grandeur de commande

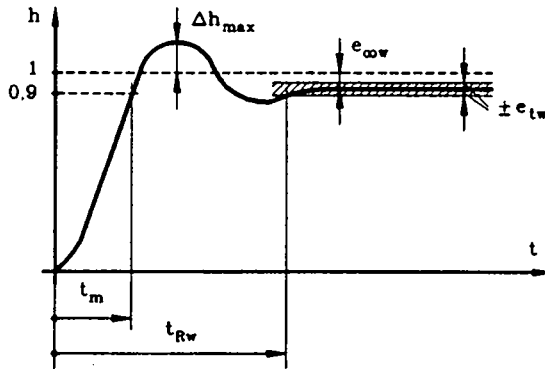


Figure 2.2 Paramètres caractérisant la réponse indicielle par rapport à la grandeur de consigne.

Remarquons que la définition utilisée pour le temps de montée permet d'obtenir des valeurs bien définies pour t_m même si le dépassement Δh_{max} est nul.

Les paramètres caractérisant la réponse indicielle par rapport à la grandeur de perturbation sont (voir figure 2.3)

- t_{Rv} : temps de réglage
- h_{vmax} : dépassement
- $e_{\infty v}$: erreur statique
- e_{tv} : largeur de la bande de tolérance pour t_{Rv}
- u_{maxv} : valeur maximale de la grandeur de commande

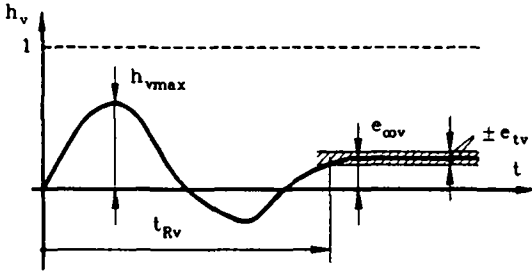


Figure 2.3 Paramètres caractérisant la réponse indicielle par rapport à la grandeur de perturbation.

Ces différents paramètres permettent d'évaluer la qualité du réglage et de fixer les spécifications requises pour le réglage. Ces dernières doivent être remplies par le réglage échantillonné quantifié (REQ). A titre d'exemple, des spécifications (au niveau du réglage échantillonné quantifié) sur l'amplitude maximale tolérée pour des cycles limites sur la grandeur réglée ou des spécifications sur l'erreur statique maximale tolérée se traduisent respectivement par les valeurs des paramètres e_{lv} , e_{tv} et e_{ovv} , e_{ovv} .

Dans les réglages, la grandeur de commande est généralement limitée afin de respecter les contraintes liées au système à régler (par exemple limitation du courant d'induit dans un moteur à courant continu). Cette limitation réduit la rapidité du réglage. Ainsi, la vérification, par simulation digitale, des spécifications imposées au réglage (t_m , t_{Rv} , t_{Rw} , ...) doit être effectuée en tenant compte de la limitation sur la grandeur de commande.

Remarquons que l'évaluation de la qualité de réglage pour des petites périodes d'échantillonnage peut éventuellement nécessiter la prise en compte du temps de calcul nécessaire pour élaborer l'algorithme de réglage (voir [1]). En effet, pour des petites périodes d'échantillonnage, le retard relatif $\epsilon_r = T_r/T_e$ introduit par le temps de calcul peut devenir très grand et influencer de manière défavorable la qualité de réglage. A noter que ceci ne se présente jamais dans le cas d'un réglage d'état avec observateur, car dans un tel cas le temps de retard T_r sur la sortie de la grandeur de commande est négligeable vis-à-vis de la période d'échantillonnage. Ceci est illustré à la figure 2.4 où l'on a mis en évidence le déroulement temporel des opérations. Au début de chaque période d'échantillonnage, on élabore une partie de l'algorithme de réglage (temps de calcul t_{cR1}), ce qui permet de sortir, avec un temps de retard T_r , la grandeur de commande. On élabore ensuite l'algorithme d'observation (temps de calcul t_{cO}) et l'on termine l'algorithme de réglage (temps de calcul t_{cR2}). On a donc

$$T_r < t_{cR} = t_{cR1} + t_{cR2} \ll t_c = t_{cR} + t_{cO} < T_e \quad (2.3)$$

ce qui rend négligeable le retard relatif ϵ_r .

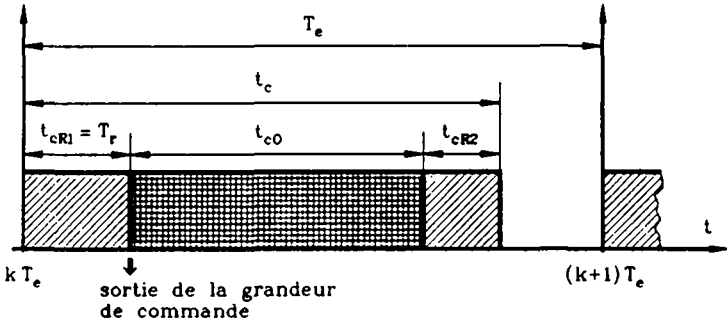


Figure 2.4 Déroulement temporel de l'élaboration des algorithmes de réglage et d'observation.

2.2.4 Problèmes introduits par la quantification

La quantification intervient sur les coefficients de réglage, sur les variables d'entrée (mesurées à l'aide d'organes de mesure digitaux) et sur les variables internes.

La quantification des coefficients (voir chapitre 5) a un effet déterministe sur les performances du réglage. Elle conduit à un déplacement des pôles et des zéros du réglage en boucle fermée. Suivant la sensibilité du système à régler et du régulateur et la finesse de la quantification, ce déplacement peut conduire à des instabilités du réglage.

La quantification des variables d'entrée et des variables internes influence de deux manières différentes les performances du réglage. Premièrement, cette quantification introduit un bruit aléatoire à la sortie du régulateur (régulateur d'état ou régulateur standard). Ce bruit résulte de la superposition du bruit indépendant de la structure du régulateur, dû à la quantification des variables d'entrée et du bruit dépendant de la structure du régulateur, dû à la quantification des variables internes. Ce bruit qui entâche la grandeur de commande dégrade les performances du réglage. La deuxième conséquence de la quantification des variables d'entrée et des variables internes réside dans la limitation de la grandeur des coefficients. En effet, comme on l'a mentionné au § 1.5.5, des grands coefficients peuvent conduire à des cycles limites et des petits coefficients peuvent conduire à des insensibilités.

En conclusion, il faut garantir une précision suffisante pour les coefficients, pour les variables d'entrée (précision des organes de mesure digitaux) et pour les variables internes. De plus, il faut veiller à ne pas utiliser des coefficients trop grands ou trop petits.

2.3 INFLUENCE DE LA PERIODE D'ECHANTILLONNAGE, DES POLES ET DU CRITERE DE DIMENSIONNEMENT SUR LES PERFORMANCES DU REGLAGE ET SUR LA GRANDEUR DES COEFFICIENTS.

2.3.1 Généralités

A la section 2.2, on a décrit les différents paramètres intervenant dans la conception d'un réglage digital. Dans cette section, on va étudier l'influence de ces paramètres sur les performances du réglage et sur la grandeur des coefficients. Ce dernier point est particulièrement important. En effet, comme on l'a vu au § 2.2.1 (voir figure 2.1), les paramètres intervenant dans le dimensionnement d'un régulateur influencent de manière directe et de manière indirecte (à travers la grandeur des coefficients) les performances du réglage échantillonné quantifié.

2.3.2 Influence de la période d'échantillonnage sur la qualité de réglage et sur la grandeur des coefficients

En général, en diminuant la période d'échantillonnage, on améliore les performances du réglage échantillonné mais pas nécessairement celles du réglage échantillonné quantifié. En effet, en diminuant la période d'échantillonnage, la grandeur de certains coefficients va augmenter et la grandeur de certains autres va diminuer. Il est ainsi possible d'aboutir, pour des petites périodes d'échantillonnage, à des coefficients très grands et/ou très petits. Ces derniers influencent de manière défavorable le comportement du réglage échantillonné quantifié (voir § 1.5.5).

L'évolution des coefficients en fonction de la période d'échantillonnage dépend du régulateur utilisé.

Dans le cas des régulateurs standard, l'évolution des coefficients en fonction de la période d'échantillonnage dépend du critère de dimensionnement utilisé. A titre d'exemple, on a représenté à la figure 2.5 l'évolution des coefficients K_p , K_i et K_d d'un régulateur PID en fonction de la période d'échantillonnage pour les critères de dimensionnement de l'amortissement relatif optimal (en trait continu), méplat (en traitillé) et symétrique (en trait mixte). On a considéré un système à régler du deuxième ordre caractérisé par deux constantes de temps dominantes T_1 et T_2 (avec $T_1/T_2 = 2$) et on a négligé le temps de calcul t_c de l'algorithme de réglage ($\epsilon_r = T_r/T_e = 0$). Remarquons que pour le cas considéré, la période d'échantillonnage rapportée maximale vaut, d'après le tableau 2.2, $(T_e/T_1)_{\max} = 0.25$.

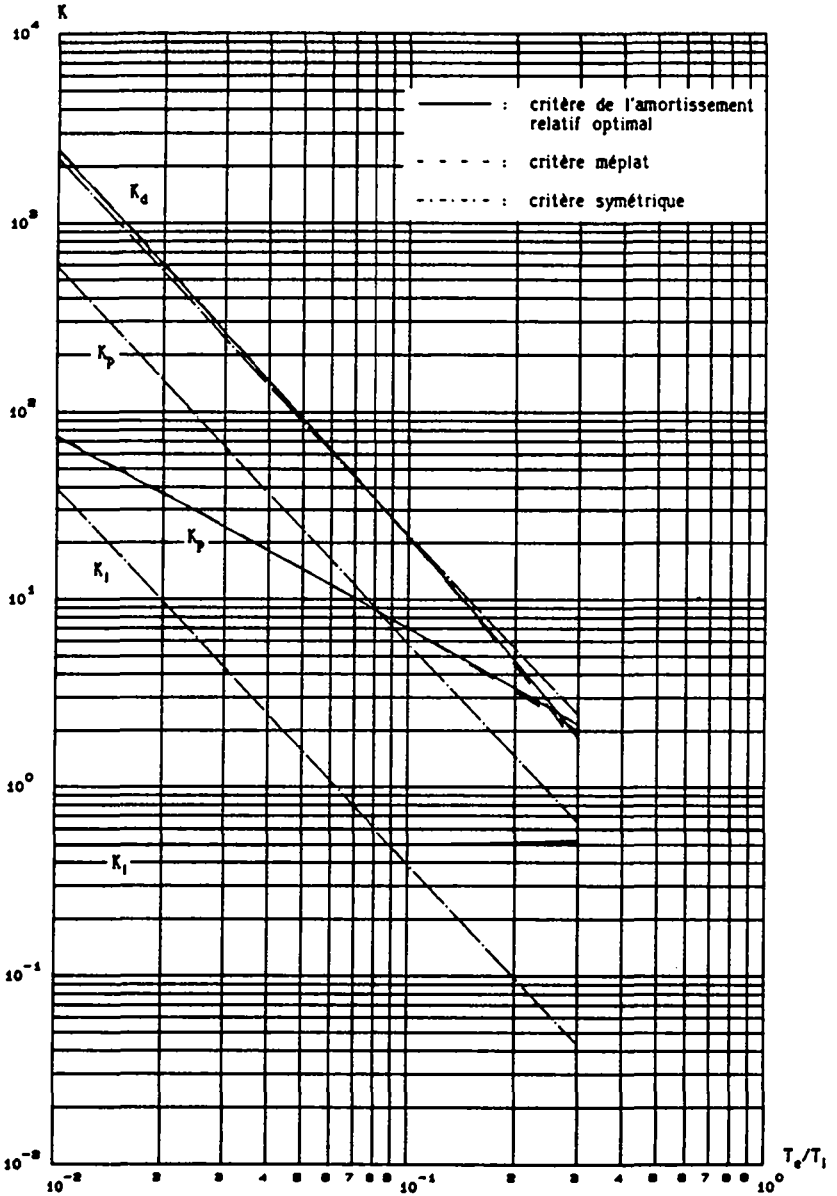


Figure 2.5 Coefficients d'un régulateur PID pour un système à régler du deuxième ordre (2 constantes de temps dominantes, $T_1/T_2 = 2$); dimensionnement selon trois critères différents avec $\epsilon_r = 0$.

La figure 2.5 montre que quel que soit le critère de dimensionnement utilisé, une diminution de la période d'échantillonnage entraîne une augmentation de la grandeur des coefficients K_p et K_d . En ce qui concerne le coefficient K_i , lorsqu'on diminue la période d'échantillonnage, la grandeur de ce coefficient peut augmenter (pour le critère symétrique), diminuer ou rester constante (pour les autres critères). En particulier, lorsqu'on utilise le critère méplat et qu'on tient compte d'une petite constante de temps inhérente au système à régler continu ou du temps de calcul de l'algorithme de réglage, on obtient à la limite $K_i = 0$ pour $T_e = 0$.

Notons que dans le cas d'un système à régler du premier ordre avec petite constante de temps ou petit retard pur, on obtient pour les coefficients K_p et K_i du régulateur PI à utiliser, des évolutions (et pas des valeurs) en fonction de la période d'échantillonnage tout à fait semblables à celles représentées à la figure 2.5 concernant le régulateur PID.

Dans le cas des régulateurs d'état, l'évolution des coefficients en fonction de la période d'échantillonnage dépend des pôles choisis pour le réglage échantillonné. Comme on l'a vu au § 2.2.2.3, les pôles du réglage échantillonné dans le plan s déterminent le comportement dynamique du réglage.

Dans [10], on étudie en détail l'influence de la période d'échantillonnage sur les coefficients de réglage pour des régulateurs d'état avec régulateur intégrateur et contre-réaction d'état partielle appliqués à des systèmes à régler couramment utilisés dans le domaine des entraînements réglés. En particulier, on considère des systèmes à régler du deuxième (une petite constante de temps et une constante de temps dominante ou une constante de temps d'intégration) et du troisième ordre (une petite constante de temps et un comportement oscillant). La contre-réaction d'état n'est que partielle car la variable d'état liée à la petite constante de temps n'est pas mise en contre-réaction. Le dimensionnement est effectué en imposant une condition sur les pôles, à savoir les pôles alignés dans le plan s . Ainsi, en variant la période d'échantillonnage, les pôles (alignés) se déplacent. Les coefficients k_w et k_v sont déterminés respectivement par compensation d'un pôle du système global fermé et par annulation de la grandeur d'état du régulateur intégrateur en régime établi. Les résultats obtenus montrent que lorsque la période d'échantillonnage diminue, les pôles alignés dans le plan s se déplacent vers la gauche (le système réglé devient plus rapide), la grandeur du coefficient k_R diminue et la grandeur des coefficients k_w , k_{s1} et k_{s2} (pour le système à régler avec comportement oscillant) augmente et peut devenir très grande. Par contre, le coefficient k_v de l'intervention directe de la grandeur de consigne est indépendant de la période d'échantillonnage et ne dépend que des paramètres du système à régler. Un exemple réel, à savoir le réglage d'état du courant d'induit d'un moteur à courant continu est également traité dans [10]. A ce propos, les considérations effectuées précédemment restent valables en ce qui concerne l'évolution en fonction de la période d'échantillonnage, de la rapidité de réglage et de la grandeur des coefficients k_{R1} , k_{w1} , k_{s1} et k_{v1} .

Dans le cas des régulateurs d'état avec une contre-réaction d'état globale, comme c'est généralement le cas lorsqu'on utilise des observateurs, l'étude de l'influence de la période d'échantillonnage sur l'évolution des coefficients et sur la qualité de réglage est compliquée par le plus grand nombre de degrés de libertés à disposition. Cette étude peut être effectuée de deux manières différentes.

La première possibilité consiste à imposer de manière fixe les pôles du réglage dans le plan z . Ainsi, en variant la période d'échantillonnage, les pôles dans le plan s se déplacent. Dans ce cas, lorsqu'on diminue la période d'échantillonnage, on observe une augmentation de la rapidité de réglage ainsi que, de manière générale, de la grandeur des coefficients. Ceci est toujours vrai pour le coefficient k_{s1} lié à la grandeur à régler, qui peut devenir très grand pour des petites périodes d'échantillonnage. Par contre, la grandeur de certains coefficients n'augmente pas toujours de façon monotone lorsque la période d'échantillonnage diminue.

La deuxième possibilité pour étudier l'influence de la période d'échantillonnage consiste à imposer de manière fixe les pôles du réglage dans le plan s . Ainsi, en variant la période d'échantillonnage, les pôles dans le plan z se déplacent. Dans ce cas, lorsqu'on augmente la période d'échantillonnage, la rapidité de réglage reste approximativement inchangée (car les pôles dans le plan s sont fixes) et, de manière générale, la grandeur des coefficients diminue ou augmente suivant si l'organe de commande est muni ou pas d'un élément de maintien. En effet, en l'absence d'un élément de maintien, pour avoir un même comportement dynamique du réglage tout en intervenant moins rapidement sur le système à régler, il faut avoir une action plus énergique de la part du régulateur. Par contre, lorsque l'organe de commande est muni d'un élément de maintien, pour une même valeur instantanée de la grandeur de commande, l'énergie fournie par l'organe de commande est d'autant plus grande que la période d'échantillonnage est grande. Ainsi, un même comportement dynamique du réglage avec une plus grande période d'échantillonnage nécessite une action affaiblie de la part du régulateur. Ces considérations seront explicitées à la section 3.2 dans le cadre d'un exemple d'application.

Dans le cas des régulateurs d'état avec observateur, il est également intéressant d'étudier l'influence de la période d'échantillonnage sur l'évolution des coefficients de l'observateur et sur la qualité de réglage. Comme dans le cas des régulateurs d'état avec une contre-réaction d'état globale, cette étude peut être effectuée de deux manières différentes. Considérons le cas d'un observateur d'état et de perturbation. Quel que soit le plan (s ou z) où les pôles sont fixés, à une diminution de la période d'échantillonnage correspond une amélioration de la qualité de réglage par rapport à des variations de la grandeur de perturbation. En effet, lorsque la période d'échantillonnage diminue, l'observateur de perturbation peut détecter plus rapidement (en temps absolu) des variations de la grandeur de perturbation. En ce qui concerne l'évolution de la grandeur des coefficients de l'observateur, lorsque les pôles sont imposés de manière fixe dans le plan z , à une diminution de la période d'échantillonnage correspond, de manière générale, une augmentation de la grandeur des coefficients et particulièrement du coefficient l_0 lié à la grandeur à régler. Par contre, lorsque les pôles sont imposés de manière fixe dans le plan s , la grandeur

des coefficients ne varie pas de manière monotone avec la période d'échantillonnage. A la section 3.2, dans le cadre d'un exemple d'application, on reviendra sur l'influence de la période d'échantillonnage sur l'évolution des coefficients d'un observateur et sur la qualité de réglage.

2.3.3 Influence des pôles sur la qualité de réglage et sur la grandeur des coefficients

Comme on l'a dit au § 2.2.2.3, le choix des pôles doit être effectué en considérant les performances du réglage échantillonné quantifié. Ces performances dépendent de la grandeur des coefficients. Cette dernière, il faut le rappeler, dépend également de la période d'échantillonnage (voir § 2.3.2).

A la figure 2.6, on a représenté un certain nombre de configurations typiques qu'on va discuter par la suite. Sur ces configurations, on a indiqué, lorsqu'il y a lieu, la multiplicité d'un pôle en indiquant respectivement par n_r , n_c et n le nombre de pôles réels, le nombre de paires de pôles complexes conjugués et l'ordre du système global fermé ($n = n_r + 2n_c$).

Dans le cas des régulateurs d'état avec intégrateur et contre-réaction d'état partielle, où uniquement la grandeur d'état correspondante à la grandeur à régler est mise en contre-réaction, les degrés de liberté à disposition peuvent au mieux être juste suffisants pour obtenir la configuration optimale des pôles. Celle-ci est une situation que l'on rencontre typiquement dans les réglages d'état en cascade. La figure 2.6(a) illustre la configuration optimale des pôles dans le cas d'un système global fermé du troisième ordre (système à régler du premier ordre, petite constante de temps de l'organe de commande, régulateur intégrateur).

Dans [3], on formule une contrainte pour le choix des pôles d'un réglage d'état avec contre-réaction d'état partielle. Cette contrainte, qui est valable lorsque la grandeur d'état liée à la petite constante de temps de l'organe de commande n'est pas mise en contre-réaction, peut se formuler, en considérant un traitement pseudo-continu du réglage, par

$$\sum_{i=1}^n p_i = -\sum_{i=1}^n \sigma_i = -\frac{1}{T_p + T_e / 2 + T_r} + \text{tr } \underline{A}_s \quad (2.4)$$

où les sommes portent sur tous les n pôles p_i (exprimés dans le plan s) du réglage ou sur leurs parties réelles $-\sigma_i$ et où T_p , T_e , T_r et \underline{A}_s représentent respectivement la somme des petites constantes de temps inhérentes au système à régler continu, la période d'échantillonnage, le temps de retard d_0 au temps de calcul de l'algorithme de réglage et enfin la matrice de système, intervenant par sa trace.

La relation (2.4) met en évidence l'étroite liaison existante entre la rapidité du réglage, les pôles imposés et la période d'échantillonnage. En particulier, on voit que plus la période d'échantillonnage diminue et plus on peut imposer des pôles rapides [augmenter δ dans l'exemple de la figure 2.6(a)]. Cependant, il est possible qu'une petite période d'échantillonnage et une

configuration optimale pour les pôles conduit à des coefficients de réglage trop grands entraînant des cycles limites. Dans ce cas, comme on le verra à la section 7.5, plutôt que d'augmenter la période d'échantillonnage T_e , il peut être judicieux de garder T_e constant et de modifier les pôles (qui ne seront alors plus dans la configuration optimale) comme indiqué à la figure 2.6(b), ce qui diminue la rapidité de réglage.

Dans le même ordre d'idée, si pour une configuration optimale des pôles et pour une période d'échantillonnage T_e donnée, on observe des cycles limites, il peut être judicieux de diminuer T_e tout en gardant la même rapidité de réglage. Ceci nécessite également un déplacement des pôles comme indiqué à la figure 2.6(b).

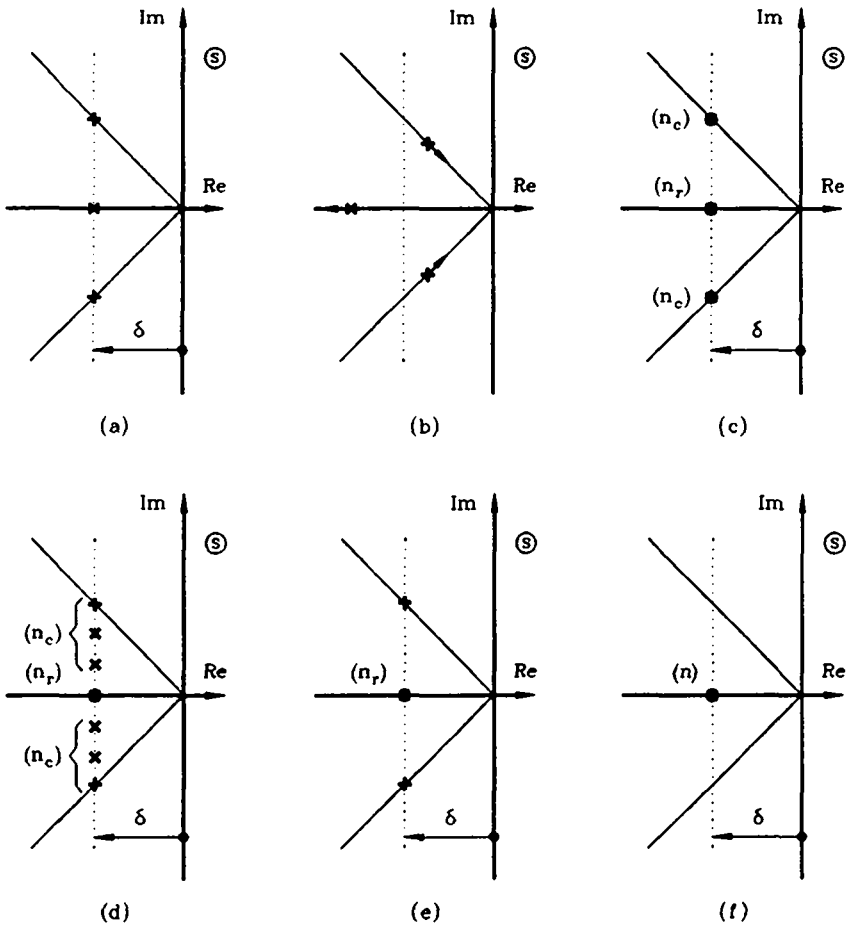


Figure 2.6 Configurations de pôles.

Dans le cas des régulateurs d'état avec une contre-réaction d'état globale, on a plus de libertés en ce qui concerne le choix des pôles. Généralement, on choisit des pôles alignés dans l'une des configurations (c) à (f) de la figure 2.6. Ces configurations se distinguent par les valeurs imaginaires des pôles complexes conjugués et conduisent à des comportements dynamiques très différents. En particulier, le dépassement, qui peut être très grand pour la configuration (c), peut être réduit en ne gardant qu'une seule paire de pôles complexes conjugués sur les lignes d'amortissement relatif optimal [configuration (d)]. Ce dépassement n'est théoriquement nul que lorsque les n pôles sont réels [configuration (f)] mais reste pratiquement nul même avec la configuration (e) lorsque $n_r \geq 3$. Notons qu'un pôle réel est indispensable lorsque (c'est pratiquement toujours le cas) le coefficient k_w est dimensionné par compensation d'un pôle du système global fermé.

Pour les quatre configurations (c) à (f) de la figure 2.6, à une augmentation du paramètre δ correspond une amélioration de la qualité de réglage par rapport à des variations de la grandeur de consigne et de la grandeur de perturbation ainsi que, de manière générale, une augmentation de la grandeur des coefficients.

La détermination de la valeur du paramètre δ peut s'effectuer selon différents critères. On peut retenir le δ qui minimise la somme des valeurs absolues ou des carrés (pénalisation des grands coefficients) des coefficients de réglage. Ce critère conduit généralement à des coefficients très petits et à des réglages trop lents. Un autre critère consiste à déterminer δ de manière à avoir une limitation naturelle de la grandeur de commande, ce qui rendrait inutile une limitation de cette dernière au niveau de l'algorithme de réglage. Ce critère conduit généralement à une réduction de la grandeur des coefficients, mais à des réglages lents et n'est donc pratiquement pas applicable dans des réglages industriels. Enfin, on peut déterminer δ de manière à limiter la grandeur de certains coefficients critiques.

D'autres directives pour le choix des pôles sont données dans [23], où l'on tient également compte des zéros du système à régler et où l'on traite le cas de systèmes à régler possédant un comportement oscillant mal amorti. Enfin, dans [22], on présente une méthode visant la minimisation de la norme du vecteur ligne de contre-réaction d'état.

Dans le cas des régulateurs d'état avec observateur, le principe de séparation (voir [2]) permet de dimensionner séparément le réglage d'état et l'observateur. Ce principe est valable tant pour un réglage d'état avec observateur d'état (aucune perturbation intervient sur le système à régler) que pour un réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation (indispensable lorsqu'une grandeur de perturbation intervient sur le système à régler). Ainsi, il est possible d'étudier séparément l'influence des pôles du réglage et de l'observateur sur la qualité de réglage et sur la grandeur des coefficients.

En ce qui concerne les pôles à imposer à l'observateur, on choisit généralement, comme pour le réglage, des pôles alignés dans l'une des configurations (c) à (f) de la figure 2.6.

Pour ces quatre configurations, à une augmentation du paramètre δ correspond, de manière générale, une augmentation de la grandeur des

coefficients et, dans le cas d'un observateur d'état et de perturbation, une amélioration de la qualité de réglage par rapport à des variations de la grandeur de perturbation. Par contre, dans le cas d'un observateur d'état, le paramètre δ n'a pas d'influence sur la qualité de réglage lorsque l'observateur est mis en service avant le réglage de manière à annuler l'erreur d'observation. La détermination de la valeur du paramètre δ dans le cas d'un observateur d'état et de perturbation peut se faire, comme pour le réglage, de manière à minimiser la grandeur des coefficients, afin d'obtenir une limitation naturelle de la grandeur de commande ou afin de limiter la grandeur de certains coefficients critiques. A noter que généralement le premier critère conduit à des réglages très lents et est rarement utilisé en pratique. Par ailleurs, le deuxième critère n'est pas très utile étant donné qu'il détermine une limite inférieure (généralement trop petite) pour δ . En effet, lors d'un saut indiciel de la grandeur de perturbation, la valeur maximale de la grandeur de commande (en valeur absolue) diminue lorsque δ augmente.

A la section 3.2, on étudiera l'influence du paramètre δ sur la qualité de réglage et sur la grandeur des coefficients dans le cas d'un réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation. Dans ce contexte, on abordera le problème des coefficients critiques qui sera approfondi aux chapitres 6 et 7.

2.3.4 Influence du critère de dimensionnement sur la qualité de réglage et sur la grandeur des coefficients

Comme on l'a dit au § 2.2.2.4, la qualité de réglage est directement influencée par le critère de dimensionnement choisi. En effet, on a vu que ce choix dépend fortement des performances désirées pour le réglage.

On va maintenant étudier l'influence du critère de dimensionnement sur la grandeur des coefficients dans le cas des régulateurs PI et PID. Cette influence peut être analysée à l'aide de la figure 2.5 qui a été utilisée au § 2.3.2 pour étudier l'évolution des coefficients d'un régulateur PID en fonction de la période d'échantillonnage. Cette figure montre que le critère méplat et le critère de l'amortissement relatif optimal fournissent, dans le domaine admissible pour la période d'échantillonnage $[(T_e/T_1)_{\max} = 0,25]$ approximativement les mêmes valeurs pour les coefficients. Par contre, le critère symétrique fournit des coefficients (surtout K_p et K_i) très différents. Enfin, le dernier critère disponible (voir tableau 2.1), le critère de la marge de phase à 60° (dont les résultats ne sont pas représentés à la figure 2.5) fournit des coefficients un peu plus grands que le critère de l'amortissement relatif optimal. Notons que quel que soit le critère utilisé, la variation du rapport des constantes de temps (T_1/T_2) modifie uniquement la grandeur des coefficients mais pas l'allure de leur évolution en fonction de la période d'échantillonnage. En particulier, pour une valeur donnée de (T_e/T_1) , on obtient des coefficients K_p , K_d et, lorsque le critère symétrique est utilisé, K_i d'autant plus petits que le rapport (T_1/T_2) est grand.

Des considérations analogues peuvent être effectuées en ce qui concerne l'influence du critère de dimensionnement sur la grandeur des coefficients

d'un régulateur PI. En effet, comme on l'a dit au § 2.2.2.4, on obtient pour les coefficients d'un régulateur PI, des évolutions (en fonction de la période d'échantillonnage) semblables à celles représentées à la figure 2.5 concernant le régulateur PID.

2.4 CONCEPTION D'UN REGLAGE DIGITAL

2.4.1 Généralités

Lorsque le régulateur a été choisi (par exemple régulateur PID ou régulateur d'état), la conception du réglage peut être effectuée dans deux buts différents. Ceci est représenté schématiquement à la figure 2.7.

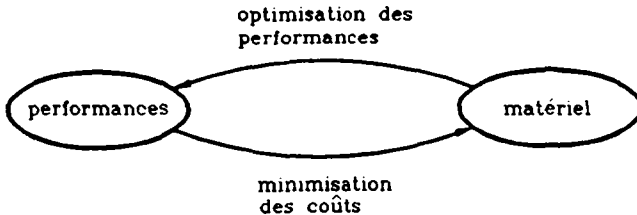


Figure 2.7 Buts lors de la conception d'un réglage digital.

Premièrement, la conception peut être effectuée de manière à trouver le matériel qui permet, pour des spécifications imposées, de minimiser les coûts.

La deuxième possibilité consiste à effectuer la conception de façon à optimiser les performances du réglage digital pour un matériel donné.

Le cas où tant le matériel que les performances ont été fixées peut ne pas conduire à une solution. En effet, à partir du matériel imposé, on peut effectuer la conception de manière à optimiser les performances du réglage. Ces dernières ne remplissent pas nécessairement les spécifications imposées.

2.4.2 Conception pour la minimisation des coûts

Le cas de la conception pour la minimisation des coûts se présente essentiellement dans des applications industrielles (réalisations en petite et grande série).

L'idée fondamentale pour une conception dans le but de minimiser les coûts est de remplir les spécifications avec la plus grande période d'échantillonnage possible. En effet, une augmentation de la période d'échantillonnage implique une augmentation du temps de calcul disponible pour élaborer l'algorithme de réglage. Ainsi, pour une précision de calcul donnée, on peut utiliser un matériel moins performant et donc moins coûteux.

Les étapes à suivre lors d'une conception pour la minimisation des coûts sont montrées schématiquement à la figure 2.8. On remarque que la qualité de réglage est évaluée à plusieurs niveaux. Elle est évaluée soit par simulation digitale du réglage échantillonné (simRE) ou du réglage échantillonné quantifié (simREQ), soit sur l'installation réelle (instR).

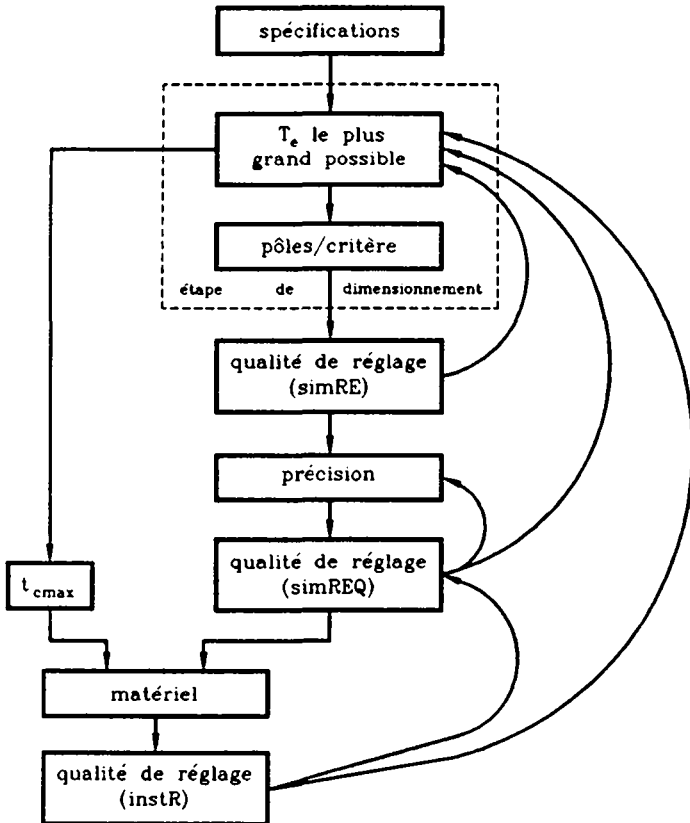


Figure 2.8 Etapes lors de la conception pour la minimisation des coûts.

Après l'étape de dimensionnement, on évalue la qualité du réglage échantillonné. Ensuite, lorsque ce dernier remplit les spécifications, on va tenir compte de l'influence de la quantification. La précision des calculs, des variables, des coefficients et des organes de commande et de mesure digitaux est variée jusqu'à ce que le réglage échantillonné quantifié remplisse les spécifications. A ce stade, il peut être nécessaire de revenir à la phase de dimensionnement. Ceci peut être dû à titre d'exemple à la présence de coefficients trop grands ou trop petits. Lorsque le réglage échantillonné quantifié remplit les spécifications, on peut définir le matériel. Ceci se fait en tenant compte également du temps de calcul maximum t_{cmax} qui est déterminé à partir de la période d'échantillonnage retenue. Pour finir, il faut évaluer la qualité de réglage obtenue sur l'installation réelle. Il est possible qu'à ce niveau les spécifications ne soient pas remplies. Dans ce cas, les différences observées entre les performances du réglage réel et celles du réglage simulé peuvent s'expliquer par une modélisation incorrecte

du système à régler ou de la grandeur de perturbation intervenant sur ce dernier. Il faut donc revenir à la simulation du réglage échantillonné quantifié ou, si le modèle du système à régler est modifié, à l'étape de dimensionnement.

2.4.3 Conception pour l'optimisation des performances

Le problème de la conception pour l'optimisation des performances se pose très fréquemment dans la pratique. Tant pour des réalisations en grande série (applications industrielles) que pour des réalisations uniques (applications industrielles et laboratoires de recherche), on est souvent amenés à concevoir un réglage digital en utilisant un matériel existant. Dans ce cas, la conception doit être effectuée afin d'optimiser les performances du réglage digital.

Notons qu'il est tout à fait possible d'aboutir à des performances qui ne soient pas du tout satisfaisantes (instabilité du réglage). Dans ce cas, l'approche utilisée de la simulation digitale permet de trouver le ou les points faibles du matériel (p.ex. précision insuffisante d'un organe de mesure digitale). Ceci sera illustré par des exemples à la section 6.4.

Les étapes à suivre lors d'une conception pour l'optimisation des performances sont montrées schématiquement à la figure 2.9. A partir du matériel et en admettant une certaine précision de calcul, on peut déterminer le temps de calcul t_c nécessaire pour élaborer l'algorithme de réglage. Ce dernier permet d'établir la période d'échantillonnage minimale T_{emin} . On procède ensuite au dimensionnement du réglage (voir § 2.2.2) qui nécessite d'une part le choix d'une période d'échantillonnage T_e comprise entre la valeur minimale T_{emin} et la valeur maximale T_{emax} (qui ne dépend que du système à régler) et d'autre part le choix des pôles à imposer, pour un réglage d'état, ou d'un critère de dimensionnement, pour un régulateur standard. La qualité du réglage échantillonné doit être optimisée de façon à obtenir des coefficients d'une grandeur raisonnable (ni trop grands, ni trop petits) et qui soient compatibles, pour une arithmétique en virgule fixe, avec la longueur de mots qui leur a été réservée. Ensuite, il faut tenir compte de la quantification et, dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe, la qualité du réglage échantillonné quantifié doit être optimisée en jouant sur la précision des calculs. Il est possible qu'à ce stade il soit nécessaire de retourner à l'étape de dimensionnement. Ceci peut être le cas, par exemple, si la précision des calculs a été augmentée au point de nécessiter une augmentation de la période d'échantillonnage.

Pour finir, la qualité de réglage obtenue sur l'installation réelle doit être évaluée. Les différences observées entre les performances du réglage réel et les performances du réglage simulé peuvent s'expliquer, comme on l'a dit au § 2.4.2, par une modélisation incorrecte du système à régler ou de la grandeur de perturbation. Le cas échéant, il faut donc revenir à la simulation du réglage échantillonné quantifié ou à l'étape de dimensionnement.

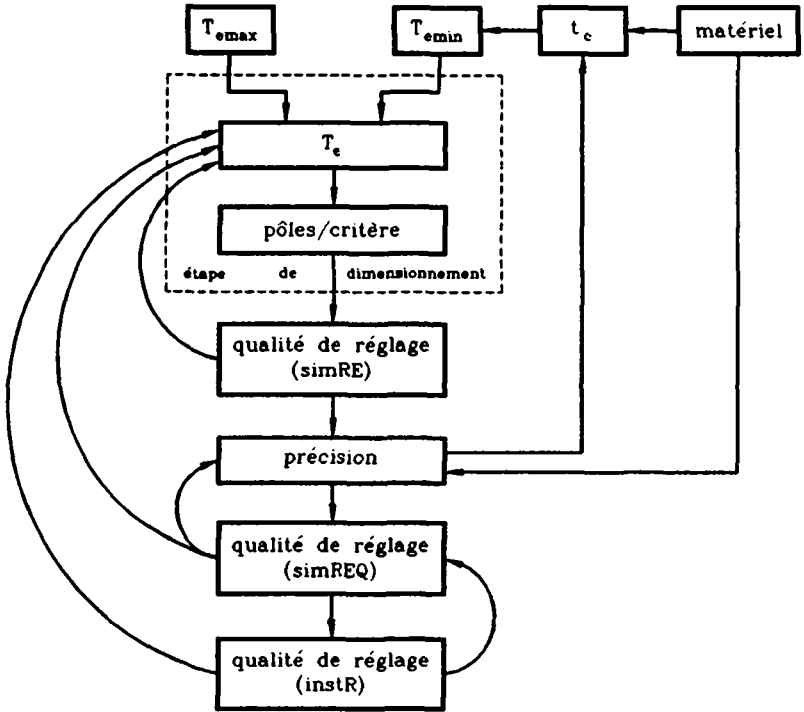


Figure 2.9 Etapes lors de la conception pour l'optimisation des performances.

CHAPITRE 3

EXEMPLES D'APPLICATION

3.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, on décrira les trois exemples d'application qui seront utilisés tout au long de ce travail. Les deux premiers exemples d'application, à savoir le réglage digital de la position du chariot d'une grue à portique, ainsi que le réglage digital de la position d'une machine à courant continu, sont des exemples d'application réels qui ont été implantés sur les installations du Laboratoire d'Electronique Industrielle. Pour ces exemples, il y aura lieu de comparer les performances du réglage échantillonné quantifié obtenues sur l'installation réelle à celles obtenues en simulation digitale.

Les trois exemples d'application utilisés permettent d'étudier les problèmes liés à la quantification et à la présence de non-linéarités dans différentes structures de réglage, à savoir le réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation, le réglage d'état en cascade ainsi que le réglage avec régulateurs standard, pour des implantations en virgule fixe et en virgule flottante.

3.2 EXEMPLE D'APPLICATION No 1 : REGLAGE DIGITAL DE LA POSITION DU CHARIOT D'UNE GRUE A PORTIQUE

3.2.1 Généralités

Ce premier exemple d'application s'intègre dans le contexte plus général de la gestion d'une grue à portique dans le but de rationaliser et d'automatiser les déplacements de containers.

Le Laboratoire d'Electronique Industrielle dispose d'une maquette de grue à portique réalisée avec une réduction de 1/40 sur les longueurs. Elle se compose d'un portique (axe X), d'un chariot (axe Y) et d'un treuil (axe Z) permettant de soulever la charge (container). Le mouvement de translation du portique et du chariot est obtenu, pour chaque axe, à partir d'un moteur à courant continu et d'un système mécanique composé d'engrenages, d'une vis sans fin et d'une crémaillère. Le treuil est suspendu au chariot au moyen de quatre câbles qui s'enroulent sur une vis sans fin entraînée par un moteur à courant continu.

La structure de réglage et de commande de cette grue à portique est de type hiérarchisé. Un calculateur de processus (maître) permet la gestion du stock de containers et fournit les consignes de position à trois micro-systèmes (esclaves) qui s'occupent chacun du réglage de position selon un axe.

Le problème à résoudre au niveau des réglages de position pour le portique et le chariot est celui du balancement de la charge. Ce dernier est très difficilement mesurable sur une maquette et on va donc utiliser pour ces deux axes des réglages d'état avec observateurs d'état et de perturbation.

Dans cette section, on va décrire plus particulièrement le réglage de la position du chariot de la grue à portique. Ce réglage a été l'objet d'un travail de diplôme ([24]) effectué au Laboratoire d'Electronique Industrielle. Après une description de l'installation, on discutera de la modélisation du système à régler et du dimensionnement du réglage d'état avec observateur. On abordera ensuite le problème du choix de la période d'échantillonnage et des pôles. On verra que ce choix influence d'une part la qualité de réglage et d'autre part les coefficients du réglage et de l'observateur. Enfin, on discutera des aspects liés à l'implantation du régulateur d'état digital avec observateur.

3.2.2 Schéma de principe pour le réglage digital de la position du chariot

La figure 3.1 représente la configuration de l'installation pour le réglage d'état digital de la position s_y du chariot d'une grue à portique.

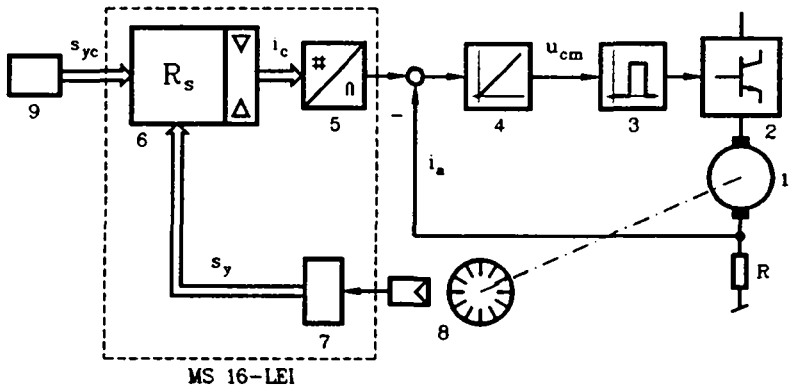


Figure 3.1 Schéma de principe pour le réglage digital de la position du chariot d'une grue à portique.

Le moteur à courant continu 1 est alimenté par un hacheur à transistor 2 qui est commandé par un générateur d'impulsions 3 travaillant à une fréquence de 10kHz. Le réglage analogique du courant d'induit i_a est réalisé avec le régulateur intégrateur 4 qui fournit la tension de commande u_{cm} au générateur d'impulsions. La résistance R permet d'obtenir une tension de mesure pour le courant d'induit i_a . La grandeur de consigne i_c est fournie, à travers le convertisseur D/A 5, par le régulateur d'état digital R_s (bloc 6). Ce dernier, un régulateur d'état avec observateur d'état et de perturbation, est implanté sur un microsysteme 16-LEI (voir § 3.2.7) qui comprend également le périphérique 7, une carte contenant des compteurs. Celle-ci fournit, sur la base des impulsions générées par le capteur incrémental 8, la mesure de la position s_y du chariot. La consigne de position s_{yc} est imposée à l'aide du clavier 9.

3.2.3 Modélisation du système à régler

La modélisation du système à régler est effectuée en considérant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- les forces s'appliquent au centre de gravité des masses (chariot, container).
- le container est supposé être une masse ponctuelle, suspendue sur un câble (au lieu de 4) de masse nulle (pendule mathématique) et de longueur constante.

Ces hypothèses conduisent au système simplifié représenté à la figure 3.2 qui peut être décrit, en exprimant la loi de Newton pour le chariot et pour le container, par les équations suivantes

$$m_y \ddot{s}_y = F' + S \sin \theta \quad [N] \quad (3.1)$$

$$m_g \ddot{s}_g = -S \sin \theta \quad [N] \quad (3.2)$$

$$m_g \ddot{z}_g = -S \cos \theta + m_g g \quad [N] \quad (3.3)$$

où S représente le module de la force de tension \vec{S} agissant sur le câble.

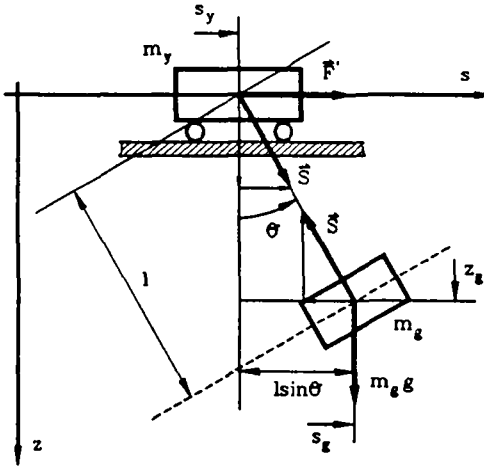


Figure 3.2 Schéma de principe pour la modélisation du système à régler.

En utilisant les relations géométriques (voir figure 3.2)

$$s_g = s_y + l \sin \theta \quad (3.4)$$

$$z_g = l \cos \theta \quad (3.5)$$

et en éliminant S entre les équations (3.1), (3.2) et (3.3), on aboutit à deux

équations différentielles non linéaires du 2ème ordre qui peuvent s'exprimer par

$$(m_g + m_y)\ddot{s}_y - m_g \dot{\theta}^2 \sin\theta + m_g \ddot{\theta} \cos\theta = F' \quad (3.6)$$

$$\ddot{s}_y \cos\theta + \ddot{\theta} + g \sin\theta = 0 \quad (3.7)$$

En faisant l'hypothèse que l'angle de balancement de la charge θ reste petit grâce au réglage, on peut linéariser ($\sin\theta \approx \theta$; $\cos\theta \approx 1$; $\dot{\theta}^2 \sin\theta \approx 0$) les équations (3.6) et (3.7) pour aboutir aux deux équations différentielles linéaires du 2ème ordre suivantes

$$(m_g + m_y)\ddot{s}_y + m_g \ddot{\theta} = F' \quad (3.8)$$

$$\ddot{s}_y + \ddot{\theta} + g\theta = 0 \quad (3.9)$$

La force F' correspond à la somme de la force de traction F (grandeur de commande) fournie par le moteur et de la force de frottement F_r (grandeur de perturbation) due à la transmission mécanique (vis sans fin, engrenages, crémaillère)

$$F' = F + F_r \text{ [N]} \quad (3.10)$$

La relation existante entre la consigne de courant I_c et la force de traction F fournie par le moteur est illustrée par le schéma bloc de la figure 3.3.

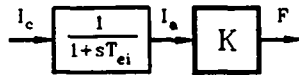


Figure 3.3 Schéma bloc pour la modélisation de la commande.

Le circuit de réglage de courant bouclé est modélisé par une fonction de transfert du premier ordre avec la constante de temps équivalente T_{ei} (voir [9]). Cette dernière vaut

$$T_{ei} = 0,68\text{ms} \quad (3.11)$$

Entre le signal mesuré correspondant au courant d'induit I_a , exprimé en [V] (voir figure 3.1 et § 3.2.2), et la force de traction F , exprimée en [N], on a la relation

$$F = K I_a \text{ [N]} \quad (3.12)$$

La période d'échantillonnage T_e qu'on va utiliser (voir § 3.2.6.4) est nettement plus grande que la constante de temps équivalente T_{ei} , donnée par (3.11), du circuit de réglage de courant. Ceci permet de négliger cette constante de temps et d'obtenir, avec (3.10) et (3.12)

$$F' = K I_c + F_r \quad [N] \quad (3.13)$$

où la constante K peut s'exprimer par

$$K = \frac{F}{I_c} \quad [N/V] \quad (3.14)$$

En introduisant les notations

$$\left. \begin{aligned} U &= I_c \\ V &= F_r \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

et les variables d'état

$$\left. \begin{aligned} X_{s1} &= s_y \\ X_{s2} &= \dot{s}_y \\ X_{s3} &= \theta \\ X_{s4} &= \dot{\theta} \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

on peut obtenir, à partir de (3.8), (3.9) et (3.13), les équations d'état du système continu. Lorsqu'on exprime ces équations en valeur relative, on trouve

$$\dot{x}_s = A_s x_s + b_s u + b_{sv} v \quad (3.17)$$

$$y_s = c_s^T x_s \quad (3.18)$$

avec

$$x_s = \begin{bmatrix} X_{s1} \\ X_{s2} \\ X_{s3} \\ X_{s4} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & 0 \end{bmatrix}; \quad b_s = \begin{bmatrix} 0 \\ b_{s2} \\ 0 \\ b_{s4} \end{bmatrix}; \quad b_{sv} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_{sv2} \\ 0 \\ b_{sv4} \end{bmatrix}; \quad c_s^T = [c_1 \ 0 \ 0 \ 0] \\ a_{12} &= \frac{X_{s2N}}{X_{s1N}}; \quad a_{23} = g \frac{m_g X_{s3N}}{m_y X_{s2N}}; \quad a_{34} = \frac{X_{s4N}}{X_{s3N}} \\ a_{43} &= -\frac{g(m_g + m_y) X_{s3N}}{I_y X_{s4N}}; \quad b_{s2} = \frac{K U_N}{m_y X_{s2N}} \\ b_{s4} &= -\frac{K U_N}{m_y I X_{s4N}}; \quad b_{sv2} = \frac{V_N}{m_y X_{s2N}}; \quad b_{sv4} = -\frac{V_N}{m_y I X_{s4N}}; \quad c_1 = \frac{X_{s1N}}{Y_{sN}} \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

où X_{s1N} , X_{s2N} , X_{s3N} , X_{s4N} , U_N , V_N et Y_N représentent les valeurs nominales des grandeurs d'état, de commande, de perturbation et de sortie exprimées respectivement en [m], [m/s], [rad], [rad/s], [V], [N], [m].

3.2.4 Données numériques

Les principales valeurs numériques concernant le système à régler sont les suivantes :

- | | |
|--|-----------------------------|
| - tension de commande maximale | $U_{\max} = 10 \text{ V}$ |
| - tension de commande minimale | $U_{\min} = -10 \text{ V}$ |
| - poids du chariot | $m_y = 2,65 \text{ kg}$ |
| - poids du treuil sans container | $m_g = 0,4 \text{ kg}$ |
| - poids du treuil avec container | $m_g = 1,12 \text{ kg}$ |
| - longueur maximale du pendule | $l_{\max} = 0,33 \text{ m}$ |
| - longueur minimale du pendule | $l_{\min} = 0,1 \text{ m}$ |
| - constante pour la force de commande | $K = 1,1 \text{ N/V}$ |
| - constante de gravitation universelle | $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ |

3.2.5 Dimensionnement du réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation

La structure du réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation est représentée à la figure 3.4.

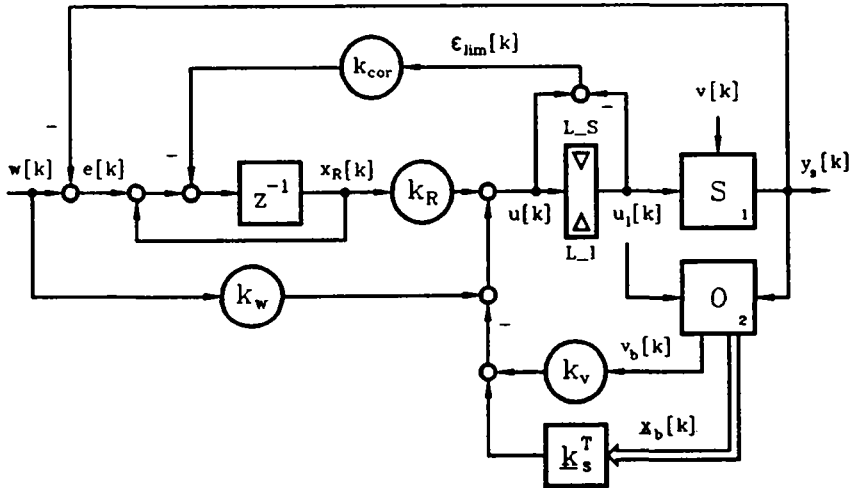


Figure 3.4 Structure du réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation.

Le dimensionnement d'un tel réglage est exposé de manière détaillée dans [2] et se base sur le principe de séparation qui permet de dimensionner séparément le réglage d'état (avec intervention directe de la grandeur de perturbation) et l'observateur d'état et de perturbation. Par la suite, on va indiquer de manière générale les étapes à suivre pour effectuer ce dimensionnement.

Le bloc 1 de la figure 3.4 représente le système à régler échantillonné qui peut être décrit par les équations d'état suivantes

$$\underline{x}_s[k+1] = \underline{F}_s \underline{x}_s[k] + \underline{h}_s u_1[k] + \underline{h}_{sv} v[k] \quad (3.21)$$

$$y_s[k] = \underline{c}_s^T \underline{x}_s[k] \quad (3.22)$$

En tenant compte de la présence d'un élément de maintien à l'entrée du système échantillonné et de la période d'échantillonnage T_e utilisée, la matrice \underline{F}_s et les vecteurs \underline{h}_s et \underline{h}_{sv} apparaissant dans (3.21) peuvent se calculer, à partir de la matrice \underline{A}_s et des vecteurs \underline{b}_s et \underline{b}_{sv} donnés par (3.20), par

$$\left. \begin{aligned} \underline{F}_s &= \underline{\Phi}(T_e) = e^{\underline{A}_s T_e} \\ \underline{h}_s &= \underline{\Psi}(T_e) \underline{b}_s \\ \underline{h}_{sv} &= \underline{\Psi}(T_e) \underline{b}_{sv} \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

où $\underline{\Phi}(t)$ et $\underline{\Psi}(t)$ représentent respectivement la matrice de transition d'état et son intégrale.

L'observateur d'état et de perturbation (bloc 2 de la figure 3.4) est décrit par les équations

$$\underline{x}_b[k+1] = \underline{E}_b \underline{x}_b[k] + \underline{h}_s u_1[k] + \underline{h}_{sv} v_b[k] + \underline{k}_b y_s[k] \quad (3.24)$$

$$v_b[k+1] = \underline{h}_{vs}^T \underline{x}_b[k] + v_b[k] + l_b y_s[k] \quad (3.25)$$

avec

$$\underline{E}_b = \underline{F}_s - \underline{k}_b \underline{c}_s^T ; \quad \underline{h}_{vs}^T = -l_b \underline{c}_s^T \quad (3.26)$$

La matrice \underline{E}_{bG} donnée par

$$\underline{E}_{bG} = \begin{bmatrix} \underline{E}_b & -\underline{h}_{sv} \\ -\underline{h}_{vs}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

caractérise le comportement de l'observateur global. Lorsque les conditions de réalisabilité de l'observateur d'état et de perturbation (voir [2]) sont vérifiées, l'imposition des pôles de l'observateur global (valeurs propres de \underline{E}_{bG}) permet de déterminer le vecteur de contre-réaction global \underline{k}_{b0} de l'observateur

$$\underline{k}_{b0} = \begin{bmatrix} \underline{k}_b \\ -l_b \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Le réglage d'état de structure optimale est décrit par les équations suivantes (voir figure 3.4)

$$u[k] = -\underline{k}_s^T \underline{x}_b[k] + k_w w[k] + k_R x_R[k] - k_v v_b[k] \quad (3.29)$$

$$x_R[k+1] = x_R[k] + e[k] - k_{cor} \epsilon_{11m}[k] \quad (3.30)$$

$$e[k] = w[k] - y_s[k] \quad (3.31)$$

$$\epsilon_{1im}[k] = u[k] - u_1[k] \quad (3.32)$$

Afin de limiter le courant dans l'induit du moteur à courant continu, la grandeur de commande u est limitée aux valeurs L_I et L_S . Pour assurer un bon fonctionnement du réglage dans tous les cas, on a introduit, par le biais du coefficient k_{cor} , une correction de la grandeur d'état x_R du régulateur intégrateur intervenant en cas de limitation de la grandeur de commande.

La matrice F_G donnée par

$$F_G = \begin{bmatrix} F_s - h_s k_s^T & h_s k_R \\ -c_s^T & 1 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

caractérise le comportement du système global fermé (système avec la contre-réaction d'état et le régulateur intégrateur). Lorsque la commandabilité du système global ouvert (voir [2]) est vérifiée, l'imposition des pôles du système global fermé (valeurs propres de F_G) permet de déterminer le vecteur ligne k^T de la contre-réaction d'état

$$k^T = [k_s^T \quad -k_R] \quad (3.34)$$

Le coefficient k_v pour l'intervention directe de la grandeur de perturbation est déterminé en imposant la grandeur d'état du régulateur intégrateur nulle en régime établi. D'après [2], on a

$$k_v = \frac{c_s^T (I - F_s + h_s k_s^T)^{-1} h_{sv}}{c_s^T (I - F_s + h_s k_s^T)^{-1} h_s} \quad (3.35)$$

On a vu au § 3.2.2 que la constante de temps équivalente du circuit de réglage de courant a été négligée. De ce fait, le courant d'induit i_a n'est pas mis en contre-réaction et le coefficient k_v ne dépend que des paramètres du système à régler (voir [10]). Dans notre cas, on trouve (voir § 3.2.2)

$$k_v = \frac{V_N}{K U_N} \quad (3.36)$$

Le coefficient k_w pour l'intervention directe de la grandeur de consigne est déterminé en compensant un pôle du système global fermé. Dans ce cas, on a (voir [2])

$$k_w = \frac{k_R}{1 - z_1} \quad (3.37)$$

où z_1 est le pôle réel à compenser.

Le coefficient k_{cor} pour la correction du régulateur intégrateur est dimensionné en utilisant la méthode basée sur l'introduction d'un écart de

réglage fictif [5]. Cette méthode conduit à

$$k_{\text{cor}} = 1/k_w \quad (3.38)$$

Les bornes L_S et L_I pour la limitation de la grandeur de commande (voir figure 3.4), correspondent aux valeurs de U_{max} et U_{min} , exprimées en valeur relative, données au § 3.2.4

$$\left. \begin{aligned} u_{\text{max}} &= U_{\text{max}}/U_N \\ u_{\text{min}} &= U_{\text{min}}/U_N \end{aligned} \right\} \quad (3.39)$$

3.2.6 Choix de la période d'échantillonnage et des pôles

3.2.6.1 Introduction

On a vu aux paragraphes 3.2.4 et 3.2.5 que les coefficients de l'algorithme de réglage et de l'algorithme d'observation dépendent de plusieurs paramètres

- longueur l du pendule
- présence ($m_g = 1.12\text{kg}$) ou absence ($m_g = 0.4\text{kg}$) du container
- valeurs nominales X_{s1N} , X_{s2N} , X_{s3N} , X_{s4N} , U_N , V_N et Y_N
- période d'échantillonnage T_e
- pôles imposés à l'observateur global
- pôles imposés au système global fermé

On voit que, suivant la longueur l du pendule et la présence ou l'absence du container, on devrait adapter les coefficients. Ce problème ne sera pas discuté par la suite et le dimensionnement sera effectué uniquement pour

$$\left. \begin{aligned} l &= 0,2\text{m} \\ m_g &= 1,12\text{kg} \end{aligned} \right\} \quad (3.40)$$

En ce qui concerne le choix des valeurs nominales, on va utiliser les valeurs

$$\left. \begin{aligned} X_{s1N} &= 1\text{m} ; X_{s2N} = 1\text{m/s} ; X_{s3N} = 1\text{rad} ; X_{s4N} = 1\text{rad/s} \\ U_N &= 1\text{V} ; V_N = 1\text{N} ; Y_N = 1\text{m} \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

On reviendra sur le problème du choix des valeurs nominales à la section 5.3.

Le choix de la période d'échantillonnage T_e et des pôles à imposer à l'observateur global et au système global fermé est un processus itératif. En effet, comme on l'a dit au § 2.3.3, après avoir imposé les pôles, on peut déterminer une valeur optimale pour la période d'échantillonnage T_e . Il est possible que les coefficients ainsi obtenus soient encore trop grands et qu'on soit amenés à modifier les pôles.

3.2.6.2 Choix des pôles de l'observateur

Comme on l'a dit au § 2.2.2.3, l'observateur le plus rapide possible est obtenu en imposant tous ses pôles à l'origine dans le plan z . Cependant, ce choix conduit à des coefficients trop grands, ce qui est défavorable dans le

contexte de l'implantation en précision limitée. En ralentissant le comportement dynamique de l'observateur, les coefficients deviennent plus petits et on peut diminuer l'influence néfaste du bruit de quantification introduit par l'organe de mesure digital de position.

On va maintenant étudier l'influence des pôles de l'observateur global sur la qualité de réglage (voir § 2.2.3) et sur la grandeur des coefficients. On va imposer à l'observateur global un pôle réel multiple [voir figure 2.6(f)] d'ordre cinq

$$p_{01} = p_{02} = p_{03} = p_{04} = p_{05} = -\delta_0 \quad (3.42)$$

et on va étudier l'évolution en fonction du paramètre δ_0 du temps de réglage t_{Rv} , du dépassement h_{vmax} , de la valeur absolue maximale de la grandeur de commande $|u_{max}|$ et des coefficients de contre-réaction de l'observateur k_{b1} , k_{b2} , k_{b3} , k_{b4} et l_b . Les résultats obtenus sont représentés aux figures 3.5 à 3.9 pour δ_0 variant entre 1 et $15s^{-1}$. Ces résultats ont été obtenus en utilisant une période d'échantillonnage T_e de 50 ms (voir § 3.2.6.4) et en imposant au système global fermé des pôles alignés dans la configuration suivante [voir figure 2.6(d)]

$$\left. \begin{aligned} p_{R1} &= -\delta_r + j\delta_r \\ p_{R2} &= -\delta_r - j\delta_r \\ p_{R3} &= -\delta_r + j\delta_r/2 \\ p_{R4} &= -\delta_r - j\delta_r/2 \\ p_{R5} &= -\delta_r \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

avec

$$\delta_r = 3,2 s^{-1} \quad (3.44)$$

A noter que ces pôles n'ont, par le principe de séparation, aucune influence sur les coefficients de l'observateur.

Les figures 3.5 à 3.7 montrent que lorsque le paramètre δ_0 augmente (l'influence du paramètre δ_r sera examinée au § 3.2.6.3), l'observateur devient plus rapide et la qualité du réglage, par rapport à des variations de la grandeur de perturbation (t_{Rv} , h_{vmax} , $|u_{max}|$), s'améliore. Cependant, la grandeur des coefficients de l'observateur ne varie pas de façon monotone lorsque δ_0 augmente. Ce phénomène est bien visible à la figure 3.8 où l'on a reporté l'évolution de la somme normalisée (de manière à avoir $S_{omax} = 1$) S_0 des carrés des coefficients de l'observateur. Cette courbe présente un minimum pour $\delta_0 \cong 3,6 s^{-1}$. Ce choix particulier pour δ_0 conduit à des coefficients très petits (voir aussi figure 3.9), mais à un mauvais comportement dynamique du réglage par rapport à la grandeur de perturbation. Ceci a été prouvé sur l'installation réelle (voir [24]), où l'on a mis en évidence une très grande sensibilité du comportement dynamique du réglage par rapport aux pôles imposés au réglage et à l'observateur. Cette grande sensibilité provient essentiellement, d'une part du caractère non linéaire de la grandeur de perturbation (frottement), qui a d'ailleurs nécessité l'introduction de

quelques modifications dans l'algorithme de réglage (voir § 6.4.2.2) et d'autre part, de la dépendance de ce frottement par rapport au point de fonctionnement. Sur l'installation réelle, un bon comportement dynamique du réglage dans les deux sens de déplacement a été obtenu en imposant les pôles (3.43) et (3.44) au réglage et en imposant à l'observateur les pôles (3.42) avec

$$\delta_0 = 10 \text{ s}^{-1} \quad (3.45)$$

On voit à la figure 3.9 que ce choix de δ_0 limite à une valeur raisonnable la grandeur du coefficient l_b , qui est un coefficient critique (voir chapitre 7) car il amplifie directement la caractéristique de quantification de l'organe de mesure digital de position. A la section 6.4, on montrera l'influence de la grandeur de ce coefficient sur les performances du réglage échantillonné quantifié.

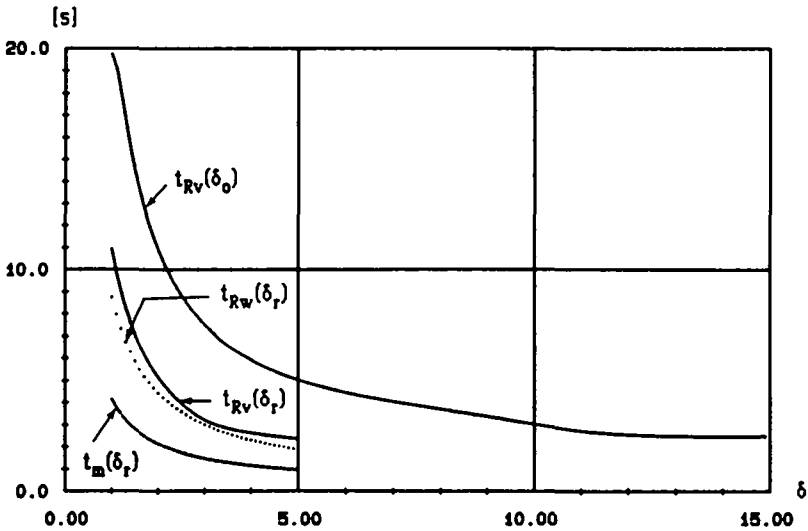


Figure 3.5 Temps de montée et de réglage en fonction des pôles imposés.

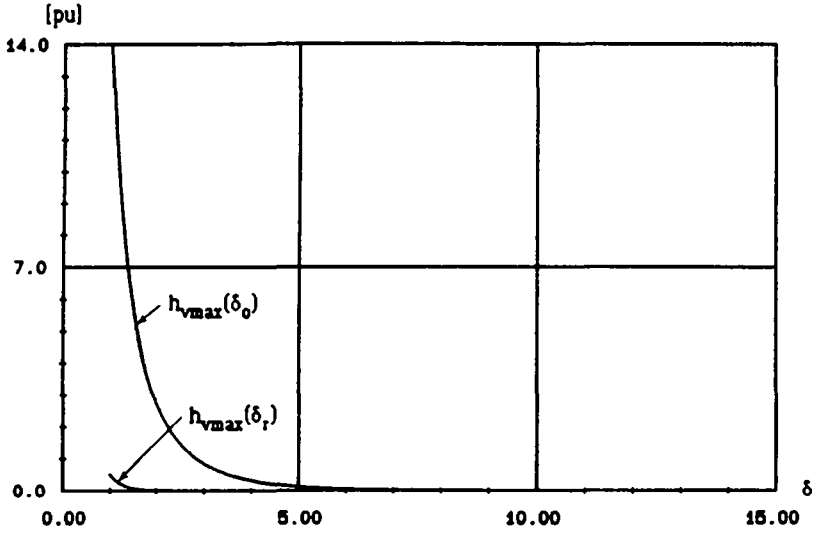


Figure 3.6 Dépassements en fonction des pôles imposés.

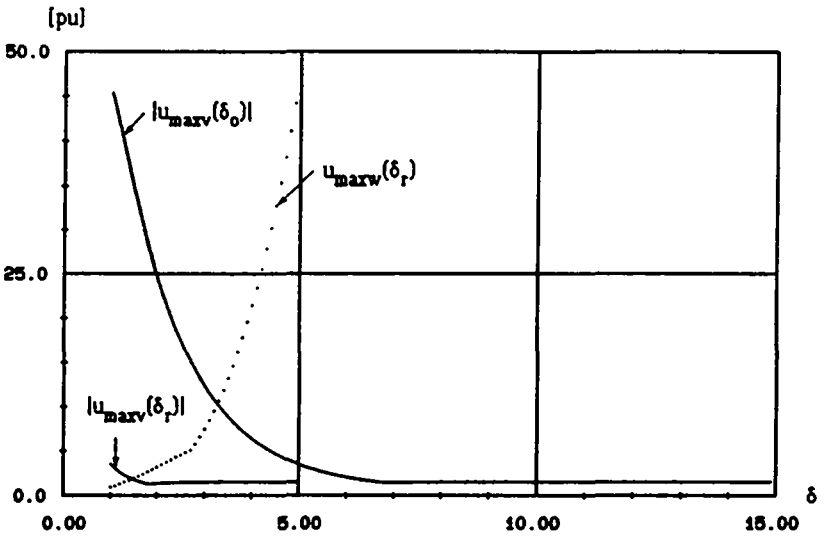


Figure 3.7 Valeurs maximales de la grandeur de commande en fonction des pôles imposés.

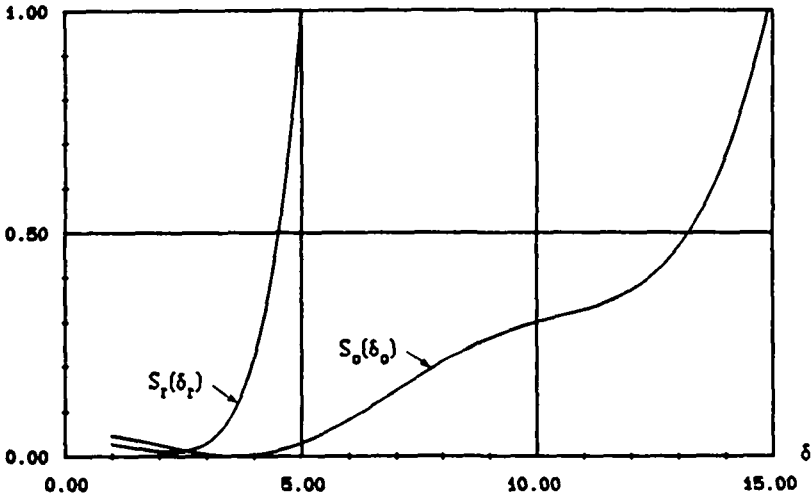


Figure 3.8 Sommes normalisées des carrés des coefficients de l'observateur et du réglage en fonction des pôles imposés.

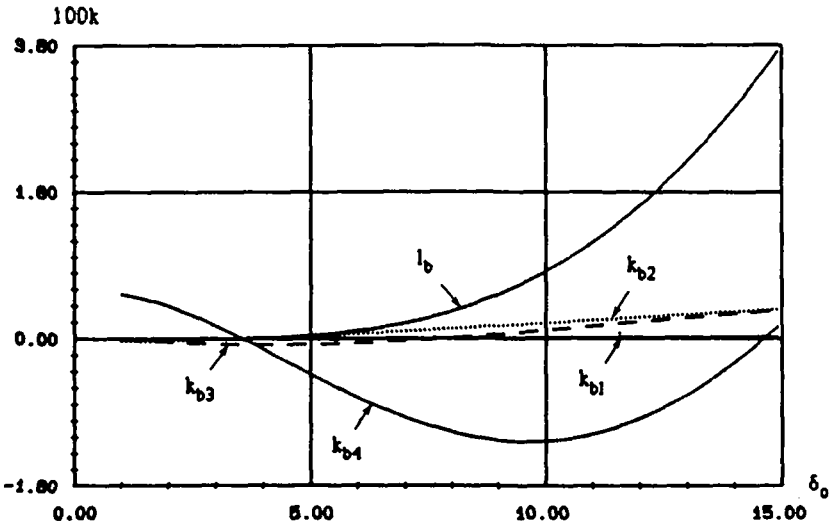


Figure 3.9 Coefficients de contre-réaction de l'observateur en fonction des pôles imposés.

3.2.6.3 Choix des pôles du réglage

Comme on l'a dit précédemment, les pôles (3.43) et (3.44) du système global fermé ont été déterminés en considérant les performances dynamiques du réglage sur l'installation réelle. Notons que cette configuration de pôles conduit à un dépassement Δh_{\max} très faible (environ 0,6%) lors d'un saut indiciel de la grandeur de consigne.

Pour étudier l'influence des pôles du réglage sur la qualité de réglage et sur la grandeur des coefficients (voir § 2.3.3), on va varier le paramètre δ_r des pôles (3.43) entre 1 et $5s^{-1}$. Les figures 3.5 à 3.8 et 3.10 reportent l'évolution en fonction de δ_r du temps de montée t_m , des temps de réglage t_{Rw} et t_{Rv} (calculés pour $e_{tw} = e_{tv} = 0,1\%$ (voir figures 2.4 et 2.5)), du dépassement $h_{v\max}$, des valeurs maximales de la grandeur de commande $u_{\max w}$ et $|u_{\max v}|$ et des coefficients de contre-réaction du réglage k_{s1} , k_{s2} , k_{s3} , k_{s4} et k_R . Ces résultats ont été obtenus en utilisant une période d'échantillonnage T_e de 50ms (voir § 3.2.6.4) et en imposant à l'observateur global les pôles donnés par (3.42) et (3.45). Ces derniers n'ont, par le principe de séparation, aucune influence sur les coefficients de réglage.

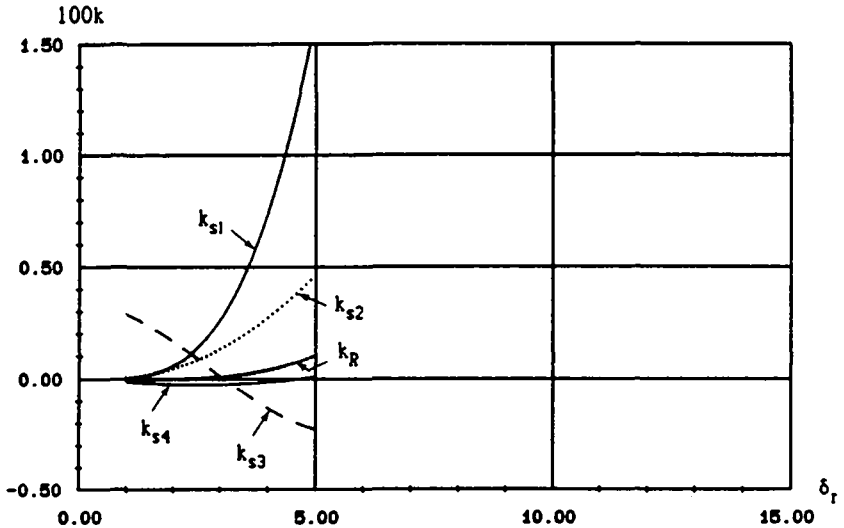


Figure 3.10 Coefficients de contre-réaction du réglage en fonction des pôles imposés.

Les figures 3.5 à 3.7 montrent que lorsque le paramètre δ_r augmente, le réglage devient plus rapide et la qualité de réglage, par rapport à des variations de la grandeur de consigne et de la grandeur de perturbation (t_m , t_{Rw} , t_{Rv} , $h_{v\max}$, $|u_{\max v}|$), s'améliore. Cependant, cette amélioration s'accompagne d'une augmentation de la valeur maximale de la grandeur de commande $u_{\max w}$ qui, pour $\delta_r \geq 3,3s^{-1}$, dépasse la valeur maximale admissible u_{\max} [d'après le § 3.2.4 et les relations (3.39) et (3.41), on a $u_{\max} = -u_{\min} = 10$ pu]. Ainsi, la valeur retenue pour δ_r [voir (3.44)] assure, pour des sauts

indiciels de la grandeur de consigne d'au maximum 1 p.u., une limitation naturelle de la grandeur de commande. En ce qui concerne l'évolution de la grandeur des coefficients, on voit à la figure 3.10 qu'une augmentation de δ_r conduit à une très grande augmentation de la grandeur du coefficient k_{s1} lié à la grandeur à régler observée. Par contre, la grandeur des autres coefficients n'augmente pas de manière monotone lorsque δ_r augmente. Ceci est mis en évidence à la figure 3.8, où l'on a reporté l'évolution de la somme normalisée (de manière à avoir $S_{rmax} = 1$) S_r des carrés des coefficients de réglage. Cette courbe présente un minimum pour $\delta_r \cong 2.3 \text{ s}^{-1}$. Ce choix particulier pour δ_r conduit à des petits coefficients, mais à un mauvais comportement dynamique du réglage sur l'installation réelle.

3.2.6.4 Choix de la période d'échantillonnage

La valeur maximale pour la période d'échantillonnage se calcule en considérant les pôles du système à régler continu (voir § 2.2.2.2). Ces derniers sont donnés par les racines de l'équation caractéristique

$$\det(s\mathbf{1} - \underline{A}_g) = 0 \quad (3.46)$$

En utilisant (3.20), on trouve

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = p_2 = 0 \\ p_3 = -p_4 = j\omega \end{array} \right\} \quad (3.47)$$

avec

$$\omega = \sqrt{\frac{(m_g + m_y)g}{m_y l}} \quad (3.48)$$

Le système à régler continu possède donc deux pôles à l'origine et deux pôles complexes conjugués purement imaginaires. Selon les considérations du § 2.2.2.2, on a pour la valeur maximale de la période d'échantillonnage

$$T_{emax} = \frac{\pi}{4\omega} \quad (3.49)$$

En introduisant dans cette expression la période de balancement de la charge T_{bal} donnée par

$$T_{bal} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (3.50)$$

et la valeur de ω donnée par (3.48), on obtient

$$T_{emax} = \frac{T_{bal}}{8\sqrt{\frac{m_g + m_y}{m_y}}} \quad (3.51)$$

On constate que la valeur maximale T_{emax} de la période d'échantillonnage augmente lorsque la longueur l du pendule, et donc la période de balancement T_{bal} , augmente et lorsque le poids m_g du treuil (avec ou sans container) diminue. Le calcul de la période T_{emax} doit donc être effectué en considérant la longueur minimale du pendule et la présence du container. En utilisant les valeurs de l_{min} , m_y , m_g et g données au § 3.2.4 on trouve, avec (3.50) et (3.51)

$$T_{\text{bal}} = 0,634 \text{ s} \quad (3.52)$$

$$T_{\text{emax}} = 66 \text{ ms} \quad (3.53)$$

La valeur minimale pour la période d'échantillonnage dépend du temps de calcul nécessaire pour élaborer les algorithmes de réglage et d'observation (voir § 2.2.2.2).

Pour étudier l'influence de la période d'échantillonnage sur la qualité de réglage et sur la grandeur des coefficients, (voir § 2.3.2), on va imposer les pôles du réglage et de l'observateur de manière fixe dans le plan s . Ainsi, comme on l'a dit au § 2.3.2, une diminution de la période d'échantillonnage entraîne une amélioration de la qualité de réglage par rapport à des variations de la grandeur de perturbation (t_{Rv} et $h_{v\text{max}}$ diminuent). Par contre, la rapidité du réglage par rapport à des variations de la grandeur de consigne (t_m , t_{Rw}) reste approximativement inchangée.

Aux figures 3.11 et 3.12, on a reporté l'évolution des coefficients de contre-réaction de l'observateur et du réglage pour une période d'échantillonnage variant entre 10 et 100 ms [pour l et m_g donnés par (3.40), on obtient, par (3.51), $T_{\text{emax}} \cong 94$ ms]. Ces résultats ont été obtenus en imposant les pôles (3.43) et (3.44) au système global fermé respectivement (3.42) et (3.45) à l'observateur. On constate que, comme on l'a dit au § 2.3.2, la grandeur des coefficients de l'observateur ne varie pas de manière monotone avec la période d'échantillonnage. Par contre, la grandeur des coefficients de réglage augmente lorsque la période d'échantillonnage diminue. Ceci est dû à la présence d'un élément de maintien à l'entrée du système à régler échantillonné. A noter que cette augmentation des coefficients de réglage entraîne également une augmentation de la grandeur de commande maximale u_{maxw} .

On va retenir pour la période d'échantillonnage la valeur de

$$T_e = 50 \text{ ms} \quad (3.54)$$

qui correspond à celle utilisée sur l'installation réelle (voir [24]). Remarquons que le processeur utilisé (voir § 3.2.7) permettrait l'utilisation d'une période d'échantillonnage inférieure.

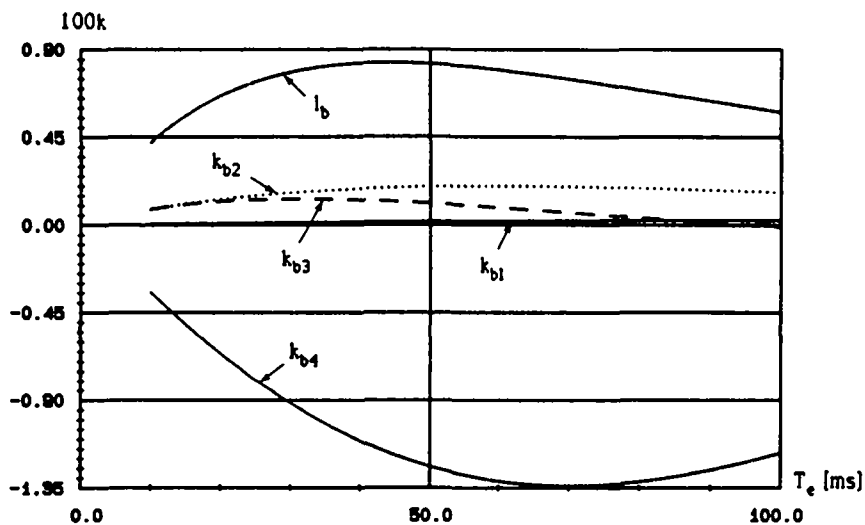


Figure 3.11 Coefficients de contre-réaction de l'observateur en fonction de la période d'échantillonnage.

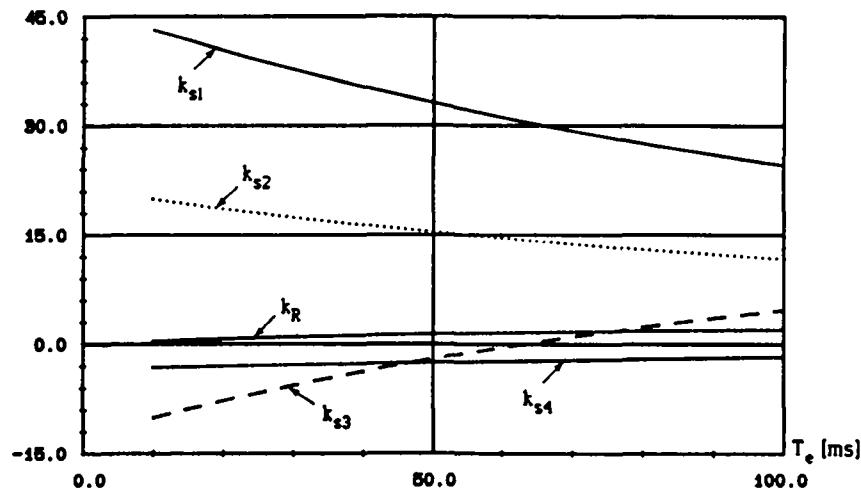


Figure 3.12 Coefficients de contre-réaction du réglage en fonction de la période d'échantillonnage.

3.2.7 Implantation du régulateur d'état de position

Les algorithmes de réglage et d'observation sont implantés, en langage Pascal, sur un microsystème 16-LEI (voir figure 3.1) qui est un système modulaire composé de plusieurs cartes. Les cartes utilisées dans le cadre de cette application sont

- carte processeur
- carte de sortie analogique quatre canaux
- carte compteurs

La carte processeur est réalisée autour d'un microprocesseur 32 bits de National, le NS32016D-10, fonctionnant à 10MHz. Cette carte comprend essentiellement une mémoire vive à double accès (dual-port RAM) de 128K, une mémoire morte (ROM/PROM) de 96K, 2 liaisons série RS232C (permettant entre autres le développement des programmes sur un ordinateur hôte), un port parallèle de 24 bits ainsi que les modules optionnels ICU (Interrupt Control Unit), MMU (Memory Management Unit) et FPU (Floating-Point Unit) permettant respectivement la génération d'interruptions, la gestion d'une mémoire virtuelle et le calcul rapide en virgule flottante. A ce propos, précisons que les nombres en virgule flottante utilisés sont en simple précision (représentés sur 32 bits); leur format a été décrit en détail au § 1.3.3. Pour plus de détails concernant la carte processeur, on renvoie à la documentation du fabricant [25].

La carte de sortie analogique quatre canaux utilise des convertisseurs D/A ayant une excursion de tension de $-10,24V$ à $+10,2375V$ avec une résolution de 13 bits en complément à 2. Cette carte est utilisée pour fournir la consigne de courant i_c au régulateur analogique de courant (voir figure 3.1). A ce niveau, la valeur maximale du courant i_c correspond à une tension de

$$U_{icmax} = 10 V \quad (3.55)$$

La carte compteurs contient des compteurs de 16 et 32 bits. Dans notre application, un compteur de 32 bits est utilisé pour compter les impulsions en provenance du capteur incrémental (voir figure 3.1). Ce dernier fournit 3980 impulsions/mètre (0,25mm de résolution), ce qui correspond à un organe de mesure digitale de 12 bits.

3.3 EXEMPLE D'APPLICATION No 2 : REGLAGE D'ETAT DIGITAL DE LA POSITION D'UNE MACHINE A COURANT CONTINU

3.3.1 Généralités

Ce deuxième exemple d'application se base sur un travail de diplôme ([6]) effectué au Laboratoire d'Electronique Industrielle.

Le réglage de la position d'une machine à courant continu est réalisé selon le principe du réglage par contre-réaction d'état en cascade, ce qui permet de limiter le courant d'induit et la vitesse de rotation lors de grands déplacements.

Après une description de l'installation, on discutera de la modélisation du système à régler, ce qui permettra de dimensionner les régulateurs d'état digitaux de vitesse et de position. On établira par la suite le modèle d'état global du système à régler. Ce modèle global est nécessaire pour effectuer la simulation digitale du réglage (voir chapitre 4). Pour finir, on traitera d'une manière générale des aspects liés à l'implantation des deux régulateurs d'état digitaux.

3.3.2 Description de l'installation

La configuration de l'installation pour le réglage d'état digital de la position d'une machine à courant continu est présentée à la figure 3.13.

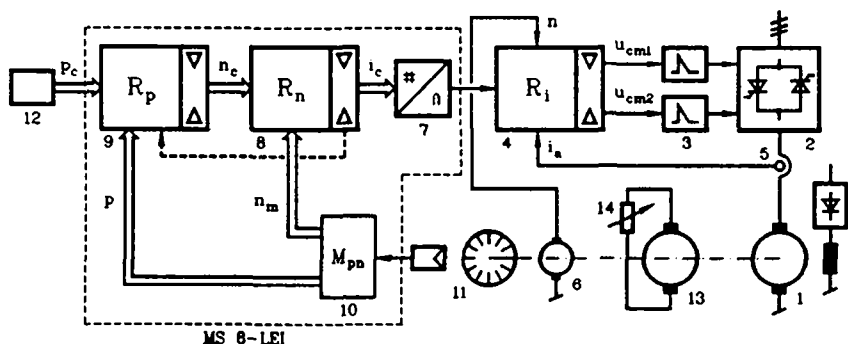


Figure 3.13 Schéma de principe du réglage d'état digital en cascade pour le réglage de position d'une machine à courant continu.

La machine à courant continu 1 à excitation séparée est alimentée par un convertisseur de courant bidirectionnel 2 qui est commandé par un dispositif de commande de gâchettes 3 (voir [7]). La nature de l'organe d'alimentation permet d'alimenter l'induit de la machine avec un courant positif ou négatif, ce qui permet d'obtenir un entraînement réversible.

Le régulateur interne 4, le régulateur d'état de courant R_i , est réalisé analogiquement. Il élabore les tensions de commande de gâchettes u_{cm1} et u_{cm2} . Sa grandeur à régler est le courant d'induit i_a , mesuré par le transformateur de courant 5. Sur ce régulateur intervient, comme grandeur de perturbation,

la vitesse de rotation n de la machine, mesurée par la dynamo tachymétrique 6.

La grandeur de consigne i_c est fournie, à travers le convertisseur D/A 7, par le régulateur superposé 8, le régulateur d'état digital de vitesse R_n . Celui-ci, de même que le régulateur superposé 9, le régulateur d'état digital de position R_p , sont implantés sur un microsystème 8-LEI (voir § 3.3.8), qui comprend également le périphérique 10, la carte de mesure de position et de vitesse M_{pn} . Cette dernière fournit, sur la base des signaux générés par le capteur incrémental 11, les mesures de la position angulaire p et de la vitesse moyenne n_m .

La consigne de position p_c est imposée à l'aide du clavier 12. Elle intervient sur le régulateur de position R_p qui fournit la consigne de vitesse n_c au régulateur de vitesse R_n . Les limitations de la consigne de vitesse n_c , par le régulateur de position R_p , et de la consigne de courant i_c , par le régulateur de vitesse R_n , permettent de limiter le courant d'induit et la vitesse de rotation lors de grands déplacements. Lorsque la consigne de courant i_c est en limitation, il est indispensable, pour éviter des phénomènes d'instabilités ou des dépassements de la position, de corriger la composante intégrale du régulateur de position R_p (voir [3]).

Une intervention analogue du régulateur de courant R_i sur le régulateur de vitesse R_n n'est pas nécessaire à cause de la rapidité du convertisseur de courant avec le dispositif de commande de gâchette.

La machine à courant continu est accouplée mécaniquement à la génératrice à courant continu 13 qui débite sur le rhéostat 14. Ce dernier permet de varier le couple résistant m_r de la génératrice.

3.3.3 Modélisation du système à régler

Le schéma bloc du système à régler pour le dimensionnement du réglage de vitesse et du réglage de position est représenté à la figure 3.14.

Le circuit de réglage de courant bouclé, bloc 1, est modélisé par une fonction de transfert du premier ordre (constante de temps équivalente T_{e1}) [9]. L'équation différentielle liant le courant d'induit i_a à la consigne de courant i_c est

$$\frac{di_a}{dt} = -\frac{1}{T_{e1}} i_a + \frac{1}{T_{e1}} i_c \quad (3.56)$$

Le bloc 2 représente l'équation de mouvement liant la vitesse de rotation n au couple électromagnétique m_e de la machine et au couple résistant m_r de la génératrice. Comme on travaille à flux nominal ($\varphi = 1$) le couple électromagnétique m_e est égal au courant d'induit i_a et l'équation de mouvement peut s'exprimer par

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{T_m} i_a - \frac{1}{T_m} m_r \quad (3.57)$$

où T_m est la constante de temps mécanique exprimée en [s].

Le bloc 3 représente l'organe de mesure digital de vitesse (voir [1]) fournissant une moyenne glissante de la vitesse de rotation sur une période

d'échantillonnage T_e . Cet organe de mesure digital de vitesse est décrit par les équations

$$\frac{dn_i}{dt} = \frac{1}{T_e} n \quad (3.58)$$

$$n_m[k+1] = n_i[k+1] - n_i[k] \quad (3.59)$$

Le bloc 4 représente l'équation liant la position angulaire p à la vitesse de rotation n . Cette équation est

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{T_{pos}} n \quad (3.60)$$

où T_{pos} est la constante de temps de position exprimée en [s].

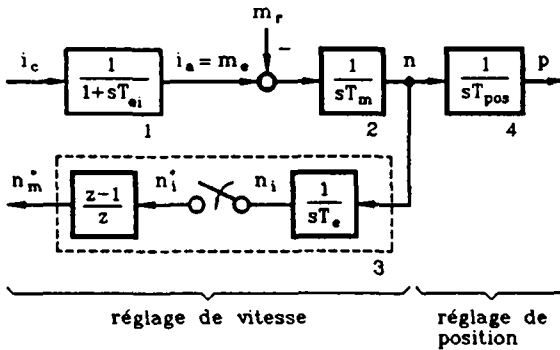


Figure 3.14 Schéma bloc du système à régler.

3.3.4 Données numériques

Les principales valeurs numériques concernant le système à régler sont les suivantes :

- | | |
|---|---------------------------------|
| - tension nominale du moteur | $U_N = 220 \text{ V}$ |
| - courant nominal du moteur | $I_N = 5,5 \text{ A}$ |
| - puissance nominale du moteur | $P_{mN} = 1 \text{ kW}$ |
| - vitesse nominale du moteur | $\Omega_N = 3000 \text{ t/min}$ |
| - constante de temps mécanique | $T_m = 600 \text{ ms}$ |
| - constante de temps équivalente du circuit de réglage de courant | $T_{ei} = 10 \text{ ms}$ |
| - constante de temps de position | $T_{pos} = 91 \text{ ms}$ |

3.3.5 Dimensionnement du régulateur d'état digital de vitesse

3.3.5.1 Modèle d'état du système à régler continu

Les équations différentielles (3.56) à (3.58) permettent d'obtenir l'équation d'état du système à régler continu

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{n} \\ \dot{n}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/T_{e1} & 0 & 0 \\ 1/T_m & 0 & 0 \\ 0 & 1/T_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ n \\ n_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/T_{e1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} i_c + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/T_m \\ 0 \end{bmatrix} m_r \quad (3.61)$$

3.3.5.2 Choix de la période d'échantillonnage

Comme on l'a vu au § 2.2.2.2, la période d'échantillonnage doit être choisie en fonction de la plus petite des constantes de temps dominantes du système à régler. Dans notre cas, la détermination de la période d'échantillonnage maximale $T_{e\max}$ ne peut pas être effectuée en considérant les constantes de temps T_{e1} et T_m [voir équation (3.61)]. En effet, T_{e1} est une petite constante de temps et conduirait, comme on l'a dit au § 2.2.2.2, à une valeur de $T_{e\max}$ trop petite et T_m est une constante de temps relative à un comportement intégral. Pour améliorer la qualité de réglage, on va choisir une période d'échantillonnage aussi petite que possible, compte tenu de l'inégalité

$$T_e > t_c \quad (3.62)$$

où t_c représente le temps de calcul de l'algorithme de réglage. Une estimation de ce dernier a permis de fixer pour la période d'échantillonnage la valeur de

$$T_e = 10 \text{ ms} \quad (3.63)$$

3.3.5.3 Modèle d'état du système à régler échantillonné

En tenant compte de la présence d'un élément de maintien à l'entrée du système échantillonné et de la période d'échantillonnage (3.63), on peut transformer, comme indiqué dans [2], l'équation d'état (3.61) dans l'équation d'état du système échantillonné. En rajoutant à cette dernière l'équation (3.59), on obtient, après élimination de la grandeur d'état n_i et en tenant compte des valeurs de T_m et T_{e1} données au § 3.3.4, le modèle d'état recherché du système échantillonné

$$\underline{x}_{sn}[k+1] = \underline{F}_{sn} \underline{x}_{sn}[k] + \underline{h}_{sn} i_c[k] + \underline{h}_{svn}[k] m_r[k] \quad (3.64)$$

$$n_m[k] = \underline{c}_{sn}^T \underline{x}_{sn}[k] \quad (3.65)$$

avec

$$\underline{x}_{sn}[k] = \begin{bmatrix} i_a[k] \\ n[k] \\ n_m[k] \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{F}_{sn} &= \begin{bmatrix} 3,679 \cdot 10^{-1} & 0 & 0 \\ 1,054 \cdot 10^{-2} & 1 & 0 \\ 6,131 \cdot 10^{-3} & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \underline{h}_{sn} &= \begin{bmatrix} 6,321 \cdot 10^{-1} \\ 6,131 \cdot 10^{-3} \\ 2,202 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} ; \underline{h}_{svn} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1,667 \cdot 10^{-2} \\ -8,333 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \\ \underline{c}_{sn}^T &= [0 \ 0 \ 1] \end{aligned} \right\} \quad (3.67)$$

Les valeurs numériques (3.67) ont été obtenues à l'aide du programme de calcul [8]

3.3.5.4 Réglage d'état de structure optimale

Le régulateur d'état de structure optimale pour le réglage de la vitesse de rotation n est décrit par les équations suivantes (voir [2])

$$i_c[k] = -k_{sn}^T x_{sn}[k] + k_{wn} n_c[k] + k_{Rn} x_{Rn}[k] \quad (3.68)$$

$$x_{Rn}[k+1] = x_{Rn}[k] + e_n[k] - k_{corn} \epsilon_{limn}[k] \quad (3.69)$$

$$e_n[k] = n_c[k] - n_m[k] \quad (3.70)$$

$$\epsilon_{limn}[k] = i_c[k] - i_{clim}[k] \quad (3.71)$$

On a introduit, par le biais du coefficient k_{corn} , une correction sur la grandeur d'état x_{Rn} du régulateur intégrateur intervenant en cas de limitation de la consigne de courant i_c . Ceci est indispensable pour assurer un bon fonctionnement du réglage dans tous les cas [5]. Par ailleurs, la grandeur de perturbation externe, le couple résistant m_r , n'étant pas mesurable, on renonce à une intervention directe.

3.3.5.5 Détermination des coefficients de la contre-réaction d'état

Comme on a une structure de réglage en cascade, la contre-réaction d'état n'est que partielle. En effet, il n'est pas judicieux de contre-réactionner le courant d'induit i_a car son comportement dynamique a été imposé au niveau du régulateur d'état analogique de courant. De plus, la vitesse de rotation n n'est pas disponible.

Ainsi, on peut choisir deux des quatre pôles du système global fermé obtenu, lorsqu'on considère un régime dynamique non-limité, en combinant les équations (3.64), (3.68), (3.69) et (3.70). Ceci permet, avec la méthode exposée dans [2], de déterminer le vecteur ligne \underline{k}_n^T de la contre-réaction d'état

$$\underline{k}_n^T = [\underline{k}_{sn}^T \ -k_{Rn}] = [0 \ 0 \ k_n \ -k_{Rn}] \quad (3.72)$$

La détermination de ces coefficients est effectuée à l'aide du programme de calcul [8]. L'imposition des pôles est faite dans le plan s . On impose deux pôles complexes conjugués p_1 et p_2 garantissant un amortissement relatif optimal de façon à ce que les deux autres pôles réels p_3 et p_4 , qui sont

liés à p_1 et p_2 , soient dans la configuration suivante :

- le pôle p_3 aligné aux deux pôles complexes conjugués p_1 et p_2 .
(Comme on l'a dit au § 2.2.2.3, cette configuration conduit à un bon comportement dynamique du réglage).
- le pôle p_4 nettement plus à gauche de p_3 .

Le pôle p_4 étant nettement plus rapide que les trois autres, le comportement du système global fermé sera très semblable à celui d'un système ne possédant que les trois pôles alignés p_1 , p_2 et p_3 .

Les valeurs numériques des pôles du système global fermé ainsi obtenues sont, dans les plans s et z

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = -22 + j22 \\ p_2 = -22 - j22 \\ p_3 = -21,85 \\ p_4 = -329,42 \end{array} \right\} \quad (3.73)$$

$$\left. \begin{array}{l} z_1 = 0,78318 + j0,17513 \\ z_2 = 0,78318 - j0,17513 \\ z_3 = 0,80373 \\ z_4 = -0,037098 \end{array} \right\} \quad (3.74)$$

Ces pôles conduisent aux coefficients de retour d'état

$$k_n = 15,85 \quad (3.75)$$

$$k_{Rn} = 1,501 \quad (3.76)$$

3.3.5.6 Détermination du coefficient d'intervention directe de la grandeur de consigne

Le coefficient k_{wn} est déterminé en compensant un pôle du système global fermé [2]. Cette méthode conduit à des bons résultats en ce qui concerne le comportement dynamique du réglage par rapport à la grandeur de consigne (faible dépassement de la réponse indicielle). En compensant le pôle réel z_3 [équation (3.74)], on trouve avec (3.76)

$$k_{wn} = \frac{k_{Rn}}{1 - z_3} = 7,647 \quad (3.77)$$

3.3.5.7 Détermination du coefficient k_{com} pour la correction du régulateur intégrateur

Le coefficient k_{com} est dimensionné en utilisant la méthode basée sur l'introduction d'un écart de réglage fictif [5]. Cette méthode conduit à

$$k_{com} = \frac{1}{k_{wn}} = 0,1308 \quad (3.78)$$

3.3.6 Dimensionnement du régulateur d'état digital de position

3.3.6.1 Modélisation du circuit de réglage de vitesse

Conformément aux principes du réglage en cascade, le dimensionnement du réglage de position est effectué en assimilant le circuit de réglage de vitesse bouclé à un système du premier ordre. L'approximation du premier ordre de la fonction de transfert $G_{wn}(s)$ du réglage de vitesse bouclé est effectuée en utilisant le critère de l'égalité des surfaces de réglage [1]. La figure 3.15 illustre ce critère.

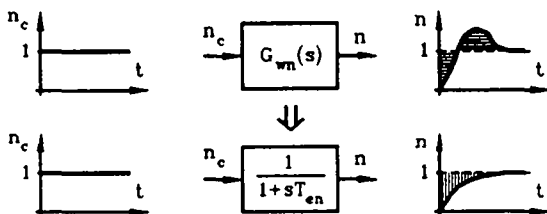


Figure 3.15 Approximation du premier ordre de la fonction de transfert du réglage de vitesse bouclé.

Le calcul de la constante de temps équivalente T_{en} du circuit de réglage de vitesse donne

$$T_{en} = 51,37 \text{ ms} \quad (3.79)$$

L'équation différentielle liée au modèle simplifié du réglage de vitesse bouclé est

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{1}{T_{en}} n + \frac{1}{T_{en}} n_c \quad (3.80)$$

3.3.6.2 Modèle d'état du système à régler continu

Les équations différentielles (3.80) et (3.60) permettent d'obtenir l'équation d'état du système à régler continu

$$\begin{bmatrix} \dot{n} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/T_{en} & 0 \\ 1/T_{pos} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/T_{en} \\ 0 \end{bmatrix} n_c \quad (3.81)$$

3.3.6.3 Choix de la période d'échantillonnage

La détermination de la période d'échantillonnage maximale T_{emax} ne peut pas être effectuée en considérant la constante de temps T_{pos} , qui est une constante de temps relative à un comportement intégral. On peut par contre considérer la petite constante de temps T_{en} qui fournit, dans ce cas particulier, une valeur raisonnable pour T_{emax} ($T_{emax} = T_{en}/2$). Remarquons qu'à

ce niveau, il est judicieux d'utiliser une période d'échantillonnage qui soit un multiple de la période d'échantillonnage utilisée au niveau du réglage de vitesse. Afin d'améliorer la qualité de réglage et compte tenu du temps de calcul des algorithmes de réglage, on a retenu pour la période d'échantillonnage la valeur (3.63) utilisée dans le cas du réglage de vitesse.

3.3.6.4 Modèle d'état du système à régler échantillonné

En tenant compte de la présence d'un élément de maintien à l'entrée du système échantillonné et de la période d'échantillonnage (3.63), on peut transformer l'équation d'état (3.81) dans l'équation d'état du système échantillonné. Avec la valeur de T_{pos} donnée au § 3.3.4 et de T_{en} donnée par (3.79), on obtient

$$\underline{x}_{sp}[k+1] = \underline{F}_{sp} \underline{x}_{sp}[k] + \underline{h}_{sp} n_c[k] \quad (3.82)$$

$$p[k] = \underline{c}_{sp}^T \underline{x}_{sp}[k] \quad (3.83)$$

avec

$$\underline{x}_{sp}[k] = \begin{bmatrix} n[k] \\ p[k] \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{F}_{sp} &= \begin{bmatrix} 8,232 \cdot 10^{-1} & 0 \\ 9,986 \cdot 10^{-2} & 1 \end{bmatrix} \\ \underline{h}_{sp} &= \begin{bmatrix} 1,768 \cdot 10^{-1} \\ 1,003 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix} : \underline{c}_{sp}^T = [0 \ 1] \end{aligned} \right\} \quad (3.85)$$

3.3.6.5 Réglage d'état de structure optimale

Le régulateur d'état de structure optimale pour le réglage de la position angulaire p est décrit par les équations

$$n_c[k] = -k_{sp}^T \underline{x}_{sp}[k] + k_{wp} p_c[k] + k_{Rp} x_{Rp}[k] \quad (3.86)$$

$$x_{Rp}[k+1] = x_{Rp}[k] + e_p[k] - k_{corp} \epsilon_{1imp}[k] - k_{comp} \epsilon_{11imn}[k] \quad (3.87)$$

$$e_p[k] = p_c[k] - p[k] \quad (3.88)$$

$$\epsilon_{1imp}[k] = n_c[k] - n_{c1im}[k] \quad (3.89)$$

De manière analogue au cas du réglage de vitesse (voir § 3.3.5.4) la grandeur d'état x_{Rp} du régulateur intégrateur est corrigée, par le biais du coefficient k_{corp} , lorsque la consigne de vitesse n_c entre en limitation. De plus, comme on l'a mentionné au § 3.3.2, une deuxième correction sur x_{Rp} est introduite, par le biais du coefficient k_{comp} , en cas de limitation de la consigne de courant i_c .

3.3.6.6 Détermination des coefficients de la contre-réaction d'état

Le système global fermé obtenu lorsqu'on considère un régime dynamique non-limité, en combinant les équations (3.82), (3.86), (3.87) et (3.88) est du troisième ordre (deux grandeurs d'état du système, n et p , plus la grandeur d'état x_{Rp} du régulateur intégrateur). La vitesse de rotation n n'étant pas mise en contre-réaction (à cause de la structure de réglage utilisée), on a une contre-réaction d'état partielle et l'on pourra choisir deux pôles. Comme on ne désire pas avoir de dépassement lors d'un saut indiciel de la grandeur de consigne, on impose, dans le plan s , deux pôles réels égaux de telle façon à ce que le troisième pôle, lié aux deux autres, soit égal aux deux premiers.

En utilisant le programme de calcul [8], on trouve les pôles du système global fermé dans le plan s et z

$$p_1 = p_2 = p_3 = -6,274943 \quad (3.90)$$

$$z_1 = z_2 = z_3 = 0,939179 \quad (3.91)$$

et le vecteur ligne k_p^T de la contre-réaction d'état

$$k_p^T = [k_{sp}^T \quad -k_{Rp}] = [0 \quad k_p \quad -k_{Rp}] = [0 \quad 0,5656 \quad -0,01159] \quad (3.92)$$

3.3.6.7 Détermination du coefficient d'intervention directe de la grandeur de consigne

Comme au § 3.3.5.6, le coefficient k_{wp} est déterminé en compensant un pôle du système global fermé. Avec (3.91) et (3.92), on obtient

$$k_{wp} = \frac{k_{Rp}}{1 - z_1} = 0,1905 \quad (3.93)$$

3.3.6.8 Détermination des coefficients k_{corp} et k_{comp} pour la correction du régulateur intégrateur

Les coefficients k_{corp} et k_{comp} sont dimensionnés en utilisant la méthode basée sur l'introduction d'un écart de réglage fictif. Cette méthode conduit à

$$k_{corp} = \frac{1}{k_{wp}} = 5,2493 \quad (3.94)$$

$$k_{comp} = \frac{1}{k_{wn} k_{wp}} = 0,6868 \quad (3.95)$$

3.3.7 Modèle d'état global du système à régler

Le modèle d'état global du système à régler est indispensable pour effectuer la simulation digitale du réglage (voir chapitre 4).

Le système à régler global est représenté par le schéma bloc de la figure 3.14.

Les équations différentielles (3.56), (3.57), (3.58) et (3.60) permettent d'obtenir l'équation d'état, en continu, du système à régler global

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{n} \\ \dot{n}_1 \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/T_{ei} & 0 & 0 & 0 \\ 1/T_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/T_e & 0 & 0 \\ 0 & 1/T_{pos} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ n \\ n_1 \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/T_{ei} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} i_c + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/T_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m_r \quad (3.96)$$

En tenant compte de la présence d'un élément de maintien à l'entrée du système échantillonné, de la période d'échantillonnage T_e donnée par (3.63) et des valeurs de T_m , T_{ei} et T_{pos} données au § 3.3.4, on peut transformer l'équation d'état (3.96) dans l'équation d'état du système échantillonné. En rajoutant à cette dernière l'équation (3.59), on obtient, après élimination de la grandeur d'état n_1 ,

$$\underline{x}_s[k+1] = \underline{F}_s \underline{x}_s[k] + \underline{h}_s i_c[k] + \underline{h}_{sv} m_r[k] \quad (3.97)$$

$$p[k] = \underline{c}_s^T \underline{x}_s[k] \quad (3.98)$$

avec

$$\underline{x}_s[k] = \begin{bmatrix} i_a[k] \\ n[k] \\ n_m[k] \\ p[k] \end{bmatrix} \quad (3.99)$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{F}_s &= \begin{bmatrix} 3,679 \cdot 10^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 1,054 \cdot 10^{-2} & 1 & 0 & 0 \\ 6,131 \cdot 10^{-3} & 1 & 0 & 0 \\ 6,738 \cdot 10^{-4} & 1,099 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \underline{h}_s &= \begin{bmatrix} 6,321 \cdot 10^{-1} \\ 6,131 \cdot 10^{-3} \\ 2,202 \cdot 10^{-3} \\ 2,420 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} ; \quad \underline{h}_{sv} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1,667 \cdot 10^{-2} \\ -8,333 \cdot 10^{-3} \\ -9,158 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} \\ \underline{c}_s^T &= [0 \ 0 \ 0 \ 1] \end{aligned} \right\} \quad (3.100)$$

3.3.8 Implantation des régulateurs d'état digitaux de vitesse et de position

Les algorithmes de réglage de vitesse et de position sont implantés, en assembleur CALM 6809, sur un microsystème 8-LEI (voir figure 3.13) qui est un système modulaire composé de plusieurs cartes. Les cartes utilisées dans le cadre de cette application sont

- carte processeur
- carte de sortie analogique deux canaux
- multiplicateur câblé
- carte de mesure de vitesse et de position

La carte processeur est réalisée autour d'un microprocesseur 6809 de Motorola et comprend une mémoire morte (EPROM) de 16K, une mémoire vive

(RAM) de 8K, 2 liaisons série RS-232 et un timer.

La carte de sortie analogique deux canaux utilise des convertisseurs D/A ayant une excursion de tension de -10V à +10V avec une résolution de 12 bits en complément à 2. Cette carte est utilisée pour fournir la consigne de courant i_c au régulateur analogique de courant (voir figure 3.13). A ce niveau, la valeur nominale du courant i_c correspond à une tension de

$$U_{icN} = 4 \text{ V} \quad (3.101)$$

Un sous-programme de multiplication, utilisant le multiplicateur câblé, permet d'effectuer la multiplication d'une variable et d'un coefficient (32*16 bits en complément à 2) avec résultat sur 32 bits par troncature des bytes de poids fort et poids faible du résultat sur 48 bits.

Le multiplicateur câblé effectue la multiplication de deux nombres binaires de 16 bits et fournit un résultat sur 32 bits. Les formats utilisés sont 18.14 pour les variables (double précision) et 8.8 pour les coefficients.

La carte de mesure de vitesse et de position est réalisée autour d'un microprocesseur 6809 de Motorola et permet, à partir des impulsions fournies par un capteur incrémental, d'obtenir les mesures de la position angulaire p et de la valeur moyenne sur une période d'échantillonnage de la vitesse de rotation n_m de la machine (voir figure 3.13). Le capteur incrémental fournit 3600 impulsions par tour. La mesure de la position s'effectue par comptage de ces impulsions et fournit une mesure sur 32 bits. Pour éviter une adaptation supplémentaire, on définit, compte tenu du format utilisé (18.14), la position angulaire nominale par

$$P_N = \frac{2^{14} \text{ impulsions}}{3600 \text{ impulsions/tour}} = 4,55111 \text{ tours} \quad (3.102)$$

Cette valeur justifie la valeur de la constante de temps de position T_{pos} donnée au § 3.3.4 en définissant le temps nécessaire pour parcourir un déplacement P_N à vitesse nominale Ω_N . La mesure de vitesse est déterminée, suivant la vitesse de rotation n de la machine, de trois manières différentes.

Ceci conduit à la caractéristique de quantification simplifiée représentée schématiquement à la figure 3.16 où l'on a mis en évidence qu'il s'agit d'une quantification non uniforme.

Pour $|n| \geq n_2$, la vitesse est déterminée en effectuant une moyenne glissante des impulsions fournies par le capteur incrémental, sur une période d'échantillonnage. Ce cas correspond au modèle utilisé pour l'organe de mesure digital de vitesse (voir figure 3.14). Pour $n_1 < |n| < n_2$, le capteur incrémental ne fournit plus assez d'impulsions et la vitesse est déterminée en mesurant la durée d'une impulsion.

Enfin, pour $|n| \leq n_1$, la durée des impulsions en provenance du capteur dépasse une période d'échantillonnage et la vitesse est considérée comme nulle. Ceci implique que la mesure de vitesse présente une zone morte correspondant à la vitesse n_1 .

La mesure de vitesse est fournie, par la carte périphérique, sur 16 bits en format 2.14. Cette valeur est ensuite étendue sur 32 bits en format 18.14. Pour la détermination de la vitesse mesurée n_m , la quantification lors des opérations arithmétiques exécutées au niveau de la carte

périphérique est effectuée par troncature en complément à 2.

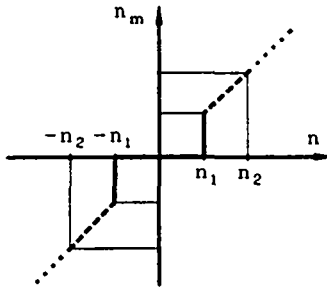


Figure 3.16 Caractéristique de quantification simplifiée de l'organe de mesure de vitesse.

En utilisant la valeur de Ω_N donnée au § 3.3.4 et la valeur de T_e donnée par (3.63), on peut calculer la vitesse n_1 correspondant à la zone morte

$$n_1 = \frac{\Omega_1}{\Omega_N} = \frac{1 \text{ impulsion}}{T_e} \frac{1}{\Omega_N} = \frac{\frac{1}{3600} \text{ tours}}{0,01 \text{ s}} \frac{1}{\Omega_N} = \frac{1}{36 \Omega_N} = 0,000\bar{5} \text{ tours/s} \quad (3.103)$$

En définissant le pas de quantification q_v des variables par

$$q_v = 2^{-14} \quad (3.104)$$

on peut exprimer, en utilisant l'opérateur de quantification Q_{TI} (voir § 1.3.4), la zone morte (3.103) en nombre de pas de quantification q_v par

$$n_{1D} = Q_{TI} \left[n_1 \right]_{q_v} = 9 \quad (3.105)$$

3.4 EXEMPLE D'APPLICATION No 3 : REGLAGE D'UN SYSTEME DU DEUXIEME ORDRE AU MOYEN D'UN REGULATEUR STANDARD

3.4.1 Généralités

Ce troisième exemple d'application, qui contrairement aux cas précédents ne correspond pas à un exemple d'application réel, sera utilisé, d'une part pour montrer quelques particularités liées à l'approche statistique pour l'étude du bruit de quantification dans les réglages digitaux (voir section 6.2) et d'autre part pour étudier l'influence des zones mortes sur le comportement des réglages digitaux avec régulateurs classiques (voir section 6.3).

On a pris un système à régler simple formé par deux constantes de temps dominantes, où d'éventuelles petites constantes de temps peuvent être négligées.

Pour cet exemple d'application, on distingue deux cas : système à régler sans comportement intégral et système à régler avec comportement intégral.

Ces deux cas, nécessitant respectivement un régulateur PID et PD2, présentent beaucoup d'analogies et peuvent être traités en commun (voir [1]). Dans le premier cas, exemple d'application No 3a, la grandeur de commande est maintenue constante entre deux périodes d'échantillonnage. Dans le deuxième cas, exemple d'application No 3b, on suppose que le système à régler du deuxième ordre est commandé par un servomoteur possédant une constante de temps d'intégration T_i égale à 1.

Dans ces conditions, la concordance entre les deux cas est complète, c.à.d que pour un même critère de dimensionnement, on aboutira, d'une part aux mêmes valeurs numériques pour les coefficients des régulateurs et d'autre part au même comportement dynamique des deux réglages échantillonnés.

3.4.2 Schéma de principe

Le schéma de principe pour le réglage d'un système du deuxième ordre au moyen d'un régulateur standard est illustré à la figure 3.17.

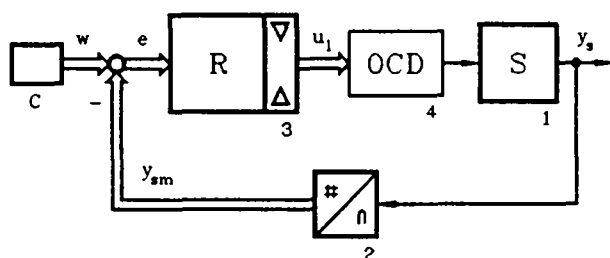


Figure 3.17 Schéma de principe pour le réglage d'un système du deuxième ordre au moyen d'un régulateur standard.

La grandeur de sortie y_s du système à régler 1 est mesurée par le convertisseur A/D 2. La grandeur de sortie mesurée y_{sm} est comparée à la grandeur de consigne w , fournie de manière digitale au moyen du clavier C, pour fournir l'écart de réglage e . Ce dernier est utilisé par le régulateur R (bloc 3), un régulateur PID (ou PD2) digital avec limitation de la grandeur de commande, pour calculer la grandeur de commande limitée u_1 à appliquer au système à régler au moyen de l'organe de commande digital (OCD) 4. Ce dernier est un convertisseur D/A, dans le cas du régulateur PID ou l'organe de commande digital du servomoteur, dans le cas du régulateur PD2. A ce propos, on ne va pas distinguer par une notation particulière la grandeur de sortie du régulateur PD2, qui représente un incrément de la position du servomoteur. On désignera donc par $u_1[k]$, indifféremment pour les deux types de régulateurs, la grandeur de commande limitée.

3.4.3 Description du système à régler

Les systèmes à régler sans comportement intégral (2ème ordre) ou avec comportement intégral (3ème ordre) peuvent être exprimés respectivement par les fonctions de transfert

$$G_s(s) = \frac{1}{(1+sT_1)(1+sT_2)} \quad (3.106)$$

$$G_s(s) = \frac{1}{s(1+sT_1)(1+sT_2)} \quad (3.107)$$

où T_1 et T_2 représentent les deux constantes de temps dominantes.

Pour la simulation digitale des réglages (voir chapitre 4), les systèmes à régler doivent être représentés par un modèle d'état. Les schémas bloc de la figure 3.18 mettent en évidence les variables d'état utilisées pour chaque système à régler.

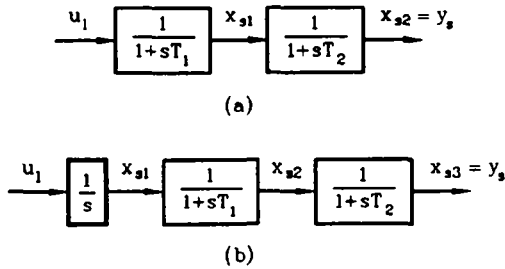


Figure 3.18 Schémas bloc pour l'établissement des modèles d'état du système à régler sans comportement intégral (a) ou avec comportement intégral (b).

Le modèle d'état de chaque système continu peut ainsi être exprimé par les équations d'état suivantes

$$\dot{\underline{x}}_s = \underline{A}_s \underline{x}_s + \underline{b}_s u_1 \quad (3.108)$$

$$y_s = \underline{c}_s^T \underline{x}_s \quad (3.109)$$

où \underline{x}_s , \underline{A}_s , \underline{b}_s et \underline{c}_s^T sont donnés, dans le cas du système à régler sans comportement intégral, par

$$\underline{x}_s = \begin{bmatrix} x_{s1} \\ x_{s2} \end{bmatrix} \quad (3.110)$$

$$\underline{A}_s = \begin{bmatrix} -1/T_1 & 0 \\ 1/T_2 & -1/T_2 \end{bmatrix}; \underline{b}_s = \begin{bmatrix} 1/T_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \underline{c}_s^T = [0 \ 1] \quad (3.111)$$

et, dans le cas du système à régler avec comportement intégral, par

$$\underline{x}_s = \begin{bmatrix} x_{s1} \\ x_{s2} \\ x_{s3} \end{bmatrix} \quad (3.112)$$

$$\underline{A}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/T_1 & -1/T_1 & 0 \\ 0 & 1/T_2 & -1/T_2 \end{bmatrix}; \underline{b}_s = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \underline{c}_s^T = [0 \ 0 \ 1] \quad (3.113)$$

Pour la détermination des modèles d'état des systèmes échantillonnés (voir [2]), on suppose que le temps de calcul t_c nécessaire pour élaborer l'algorithme de réglage est négligeable vis-à-vis de la période d'échantillonnage T_e . De plus, il faut tenir compte, dans le cas du système à régler sans comportement intégral, de la présence d'un élément de maintien, modélisant (avec un échantillonneur à pulsations) le convertisseur D/A, à l'entrée du système échantillonné. On aboutit ainsi au modèle d'état de chaque système échantillonné que l'on peut exprimer par

$$\underline{x}_s[k+1] = \underline{F}_s \underline{x}_s[k] + \underline{h}_s u_1[k] \quad (3.114)$$

$$y_s[k] = \underline{c}_s^T \underline{x}_s[k] \quad (3.115)$$

où \underline{F}_s et \underline{h}_s sont donnés, dans le cas du système à régler sans comportement intégral, par

$$\left. \begin{aligned} \underline{F}_s = \underline{\Phi}(T_e) &= \begin{bmatrix} e^{-T_e/T_1} & 0 \\ \frac{T_1}{T_1 - T_2} (e^{-T_e/T_1} - e^{-T_e/T_2}) & e^{-T_e/T_2} \end{bmatrix} \\ \underline{h}_s = \underline{\Psi}(T_e) \underline{b}_s &= \begin{bmatrix} 1 - e^{-T_e/T_1} \\ \frac{1}{T_1 - T_2} (T_2 e^{-T_e/T_2} - T_1 e^{-T_e/T_1}) + 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (3.116)$$

et, dans le cas du système à régler avec comportement intégral, par

$$\left. \begin{aligned} \underline{F}_s = \underline{\Phi}(T_e) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 - e^{-T_e/T_1} & e^{-T_e/T_1} & 0 \\ 1 + \frac{T_1}{T_2 - T_1} e^{-T_e/T_1} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-T_e/T_2} & \frac{T_1}{T_1 - T_2} (e^{-T_e/T_1} - e^{-T_e/T_2}) & e^{-T_e/T_2} \end{bmatrix} \\ \underline{h}_s = \underline{F}_s \underline{b}_s &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 - e^{-T_e/T_1} \\ 1 + \frac{T_1}{T_2 - T_1} e^{-T_e/T_1} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-T_e/T_2} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (3.117)$$

où la matrice $\underline{\Phi}$ dans (3.116) et (3.117) et la matrice $\underline{\Psi}$ dans (3.116) sont respectivement la matrice de transition d'état et son intégrale (voir [2]).

3.4.4 Description du régulateur

Comme on l'a dit au § 3.4.1, on va utiliser un régulateur PID ou PD2 suivant si le système à régler ne présente pas ou présente un comportement intégral.

Un régulateur PID digital avec correction de la composante intégrale en cas de limitation de la grandeur de commande peut être représenté par le schéma bloc de la figure 3.19.

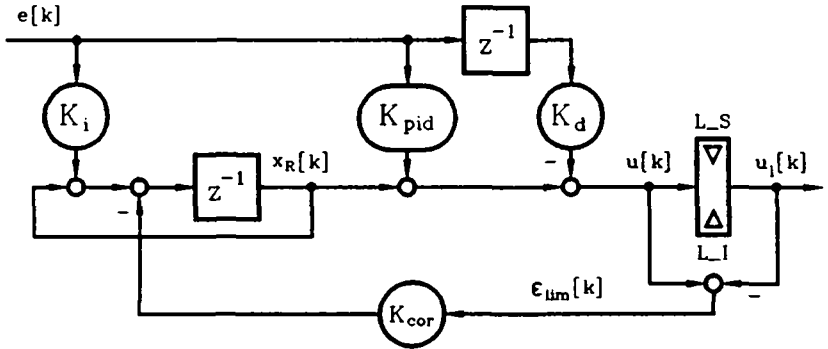


Figure 3.19 Schéma bloc d'un régulateur PID avec correction de la composante intégrale en cas de limitation de la grandeur de commande.

Ce régulateur est régi par les équations suivantes

$$u[k] = x_R[k] + K_{pid}e[k] - K_d e[k-1] \quad (3.118)$$

$$x_R[k+1] = x_R[k] + K_i e[k] - K_{cor} \epsilon_{lim}[k] \quad (3.119)$$

$$\epsilon_{lim}[k] = u[k] - u_1[k] \quad (3.120)$$

où

$$K_{pid} = K_p + K_i + K_d \quad (3.121)$$

$$K_{cor} = K_i / K_{pid} \quad (3.122)$$

K_{cor} représente le coefficient pour la correction de la composante intégrale (voir [5]). Cette correction intervient lorsque la grandeur de commande entre en limitation, c.à.d lorsque, voir figure 3.19, $u > L_S$ ou $u < L_I$.

Lorsque la grandeur de commande n'est pas en limitation, on peut définir la fonction de transfert $D(z)$ du régulateur. Celle-ci peut être déduite directement à partir de la figure 3.19 et vaut

$$D(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{z(z-1)} \quad (3.123)$$

avec

$$\left. \begin{aligned} b_2 &= K_{pid} \\ b_1 &= -(K_p + 2K_d) \\ b_0 &= K_d \end{aligned} \right\} \quad (3.124)$$

Un régulateur PD2 digital peut être représenté par le schéma bloc de la figure 3.20.

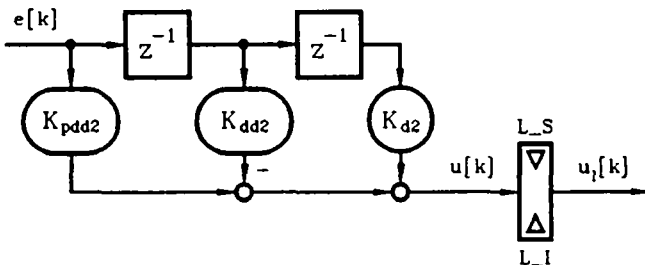


Figure 3.20 Schéma bloc d'un régulateur PD2 avec limitation de la grandeur de commande.

Ce régulateur est régi par l'équation suivante

$$u[k] = K_{pdd2} e[k] - K_{dd2} e[k-1] + K_{d2} e[k-2] \quad (3.125)$$

où

$$\left. \begin{aligned} K_{pdd2} &= K_p + K_d + K_{d2} \\ K_{dd2} &= K_d + 2K_{d2} \end{aligned} \right\} \quad (3.126)$$

La grandeur de commande (3.125) est ensuite limitée lorsque $u[k] > L_S$ ou $u[k] < L_I$ (voir figure 3.20).

En l'absence de limitation, on peut définir la fonction de transfert $D(z)$ du régulateur. Cette dernière vaut, voir figure 3.20

$$D(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{u_1(z)}{e(z)} = \frac{b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{z^2} \quad (3.127)$$

avec

$$\left. \begin{aligned} b_2 &= K_{pdd2} \\ b_1 &= -K_{dd2} \\ b_0 &= K_{d2} \end{aligned} \right\} \quad (3.128)$$

3.4.5 Dimensionnement du régulateur

Comme on l'a dit au § 2.2.2 (voir tableau 2.1), le dimensionnement d'un régulateur standard repose sur le choix d'un critère de dimensionnement et sur le choix de la période d'échantillonnage. Dans ce contexte, on va

effectuer un traitement échantillonné du réglage en utilisant le critère de l'amortissement relatif optimal (voir [1]). En supposant un retard relatif ϵ_r nul sur l'application de la grandeur de commande au système (ce qui revient à négliger le temps de calcul t_c de l'algorithme de réglage vis-à-vis de la période d'échantillonnage) et en admettant un rapport $(T_1/T_2) = 2$ entre les deux constantes de temps dominantes du système à régler, on aboutit aux coefficients K_p , K_i et K_d représentés à la figure 3.21 en fonction du rapport (T_e/T_1) .

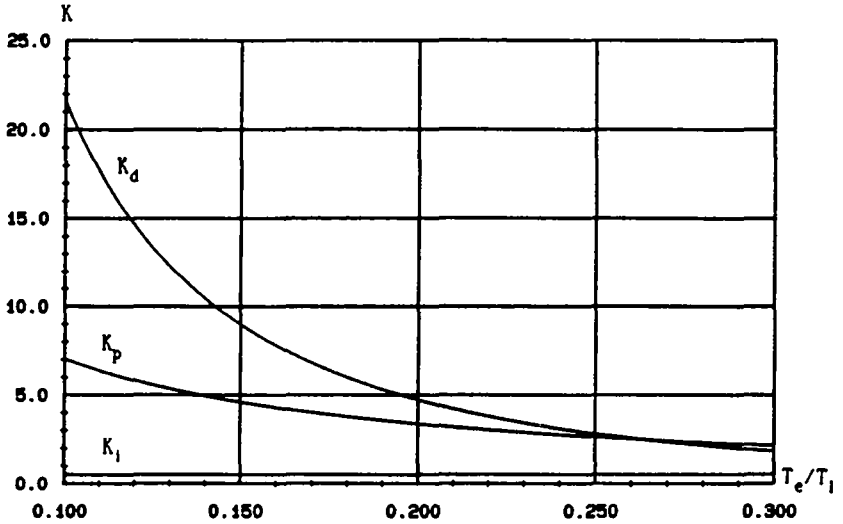


Figure 3.21 Coefficients du régulateur PID en fonction de la période d'échantillonnage pour $(T_1/T_2) = 2$; dimensionnement selon le critère de l'amortissement relatif optimal avec $\epsilon_r = 0$.

En ce qui concerne le régulateur PD2, on aboutit, comme on l'a mentionné au § 3.4.1, aux mêmes valeurs numériques pour les coefficients. En particulier, les coefficients K_p , K_d et K_{d2} du régulateur PD2 correspondent respectivement aux coefficients K_i , K_p et K_d du régulateur PID.

Enfin, on rappelle que la valeur maximale utilisable pour la période d'échantillonnage vaut, d'après le tableau 2.2, $(T_2/2)$, ce qui correspond pour le cas considéré à $T_1/4$.

3.4.6 Implantation de l'algorithme de réglage

Pour cet exemple d'application, qui, comme on l'a dit au § 3.4.1, ne correspond pas à un exemple d'application réel, on va supposer une implantation en virgule fixe. La précision des organes de mesure et de commande digitaux ainsi que les formats des différentes variables et coefficients seront spécifiés de cas en cas.

CHAPITRE 4

SIMULATION DIGITALE

4.1 INTRODUCTION

L'influence de la quantification sur les performances d'un réglage échantillonné peut être évaluée par simulation. Cette simulation peut être hybride ou complètement digitale, de plus elle peut être effectuée en temps réel ou en temps différé. Dans le contexte d'un programme de simulation digitale à application générale fonctionnant sur un miniordinateur ou sur un ordinateur personnel, une simulation digitale en temps différé s'impose.

Dans ce chapitre, on va décrire le programme de simulation digitale à application générale qui a été établi pour étudier l'influence de la quantification sur les réglages échantillonnés.

Les éléments de base nécessaires à la simulation digitale d'un réglage échantillonné quantifié seront traités à la section 4.2, où l'on discutera de la simulation du système à régler, des opérations arithmétiques en précision limitée et des organes de commande et de mesure digitaux.

A la section 4.3, on décrira d'une façon générale le programme de simulation en mettant l'accent sur son utilisation.

Les différentes structures de réglage implantées seront traitées en détail à la section 4.4.

Pour finir, on présentera à la section 4.5 quelques exemples d'application, ce qui permettra de montrer l'efficacité de ce programme de simulation et de familiariser le lecteur avec son utilisation.

4.2 SIMULATION DIGITALE D'UN REGLAGE ECHANTILLONNE QUANTIFIE

4.2.1 Généralités

Du point de vue de la simulation, un réglage échantillonné quantifié peut être subdivisé en trois parties distinctes :

- système à régler
- algorithme de réglage
- organes de mesure et de commande digitaux
(Cette dénomination sera utilisée de manière générale pour indiquer soit des organes de mesure et de commande analogiques avec des convertisseurs A/D et D/A, soit des organes de mesure et de commande digitaux).

Dans les réglages d'état, la modélisation du système à régler conduit aux équations d'état du système échantillonné ([2]) qui se prêtent particulièrement bien pour la simulation digitale. Toutefois, des précautions doivent être prises dans les cas où le système à régler est soumis à une grandeur de perturbation possédant une caractéristique non linéaire. Ce cas est particulièrement fréquent dans le domaine des entraînements réglés. En effet, pour pratiquement tous les types de machines, le couple résistant est, à cause des phénomènes de frottement, une fonction non linéaire de la

vitesse de rotation, en particulier lors du changement du sens de rotation.

On verra que même dans les réglages avec régulateurs standard, il est judicieux d'effectuer la simulation digitale du système sur la base de son modèle d'état.

En ce qui concerne l'élaboration de l'algorithme de réglage, on décrira les méthodes utilisées pour simuler les opérations arithmétiques en précision limitée en virgule fixe et en virgule flottante.

Au niveau de la simulation des organes de commande et de mesure digitaux (voir section 1.4), on tiendra compte des facteurs qui sont généralement utilisés pour l'adaptation des valeurs nominales entre les grandeurs analogiques et les grandeurs digitales.

4.2.2 Simulation du système à régler

4.2.2.1 Modélisation dans le cadre du réglage d'état

Le système échantillonné monovarié de la figure 4.1 peut être représenté par ses équations d'état

$$\underline{x}_s[k+1] = \underline{F}_s \underline{x}_s[k] + \underline{h}_s u_{lc}[k] + \underline{h}_{sv} v[k] \quad (4.1)$$

$$y_s[k] = \underline{c}_s^T \underline{x}_s[k] \quad (4.2)$$

On a considéré un système soumis à une seule grandeur de perturbation, ce qui correspond à la plupart des cas rencontrés dans la pratique. De plus, on a supposé de manière simplifiée que la grandeur de perturbation varie uniquement aux instants d'échantillonnage.

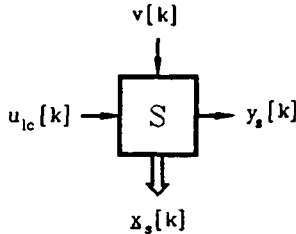


Figure 4.1 Schéma bloc d'un système échantillonné monovarié.

Différentes méthodes peuvent être utilisées (voir [2]) pour calculer les équations d'état (4.1) et (4.2) à partir des équations d'état du système continu. Remarquons que le vecteur \underline{h}_s de l'équation (4.1) dépend de la présence ou pas d'un élément de maintien à l'entrée du système échantillonné.

Les équations d'état (4.1) et (4.2) sont utilisées pour calculer l'évolution du système aux instants d'échantillonnage.

On verra à la section 4.3 qu'on dispose de plusieurs possibilités pour imposer la grandeur de perturbation $v[k]$. En particulier, pour simuler des phénomènes de frottement dans les entraînements réglés, on a la possibilité d'imposer pour la grandeur de perturbation v une fonction non linéaire d'une

grandeur d'état x_{s1} . Dans ce cas, la simulation digitale du système nécessite des précautions.

4.2.2.2 Simulation digitale d'un système soumis à une grandeur de perturbation non linéaire

Un système continu monovarié d'ordre n où la grandeur de perturbation v dépend de façon non linéaire d'une grandeur d'état x_{s1} peut être représenté par le schéma bloc de la figure 4.2.

Le système global a été décomposé en n fonctions de transfert du premier ordre qui permettent de définir les n variables d'état du système.

La structure de la figure 4.2 se rencontre très souvent dans le domaine des entraînements réglés. A titre d'exemple, dans le cas du réglage de position d'une machine à courant continu traité à la section 3.3, les variables d'état x_{s1} et x_{s2} sont représentées respectivement par le courant d'induit i_a et la vitesse de rotation n de la machine, tandis que la grandeur de perturbation v est constituée par le couple résistant m_r .

Les équations d'état (4.1) et (4.2) du système échantillonné correspondant au système continu de la figure 4.2, ne permettent pas de simuler correctement l'évolution du système lorsque la variable d'état x_{s1} se situe près de l'origine. En effet, la figure 4.2 nous montre que la brusque variation de la grandeur de perturbation v , suite à un changement de signe de la variable d'état x_{s1} , va se répercuter sur les variables d'état $x_{s(j+1)}$ à

x_{sn} .

Lorsqu'on définit le comportement à l'origine de la non-linéarité $v(x_{s1})$ par

$$v = \begin{cases} V_0^+ & ; x_{s1} = 0^+ \\ V_0^- < v < V_0^+ & ; x_{s1} = 0 \\ V_0^- & ; x_{s1} = 0^- \end{cases} \quad (4.3)$$

la simulation correcte du système autour de l'état $x_{s1} = 0$ repose sur le diagramme de transition d'état de la figure 4.3 où l'on a représenté toutes les transitions possibles entre les états 0 ($x_{s1} = 0$), P ($x_{s1} > 0$) et N ($x_{s1} < 0$). Comme on peut le voir, les transitions d'un état à l'autre dépendent de la valeur de la variable d'état x_{s1} qui est directement comparable avec la grandeur de perturbation v (voir figure 4.2). On utilisera donc par la suite le terme grandeur de comparaison pour désigner la variable x_{s1} .

Les équations d'état (4.1) et (4.2) du système échantillonné doivent donc être résolues en respectant le diagramme de transition d'état de la figure 4.3. Le séquencement des opérations est décrit par l'organigramme de la figure 4.4.

Après la détermination de la valeur de la grandeur de perturbation $v[k]$ à imposer, on peut calculer l'état futur $x_s[k+1]$ du système en utilisant l'équation (4.1).

Sur la base du diagramme de transition d'état de la figure 4.3, on peut ensuite effectuer d'éventuelles recorections de l'état futur $x_{s1}[k+1]$ de la variable d'état x_{s1} .

Le calcul de l'état futur $y_s[k+1]$ de la grandeur de sortie à partir de l'équation (4.2) termine les opérations.

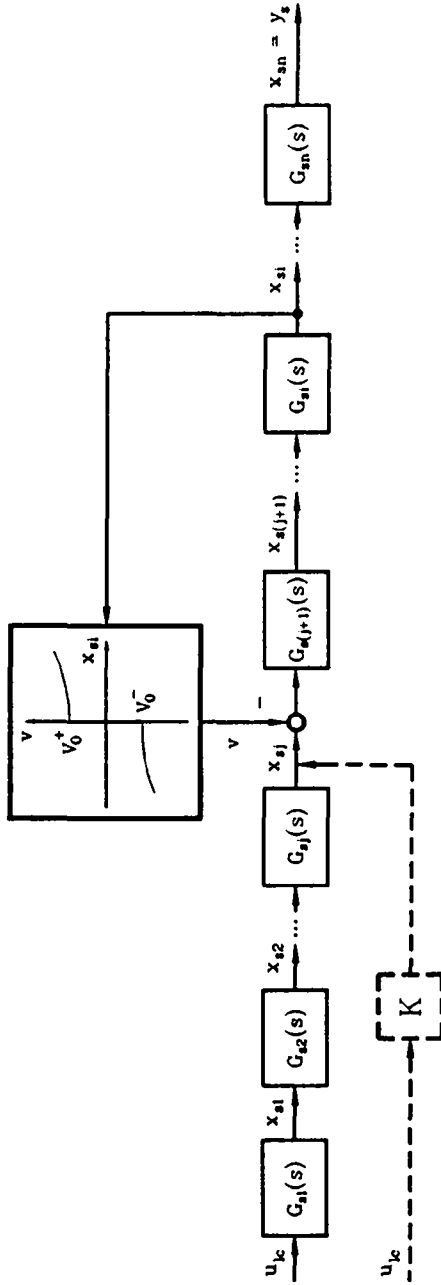


Figure 4.2 Schéma bloc d'un système continu monovarié soumis à une grandeur de perturbation non linéaire.

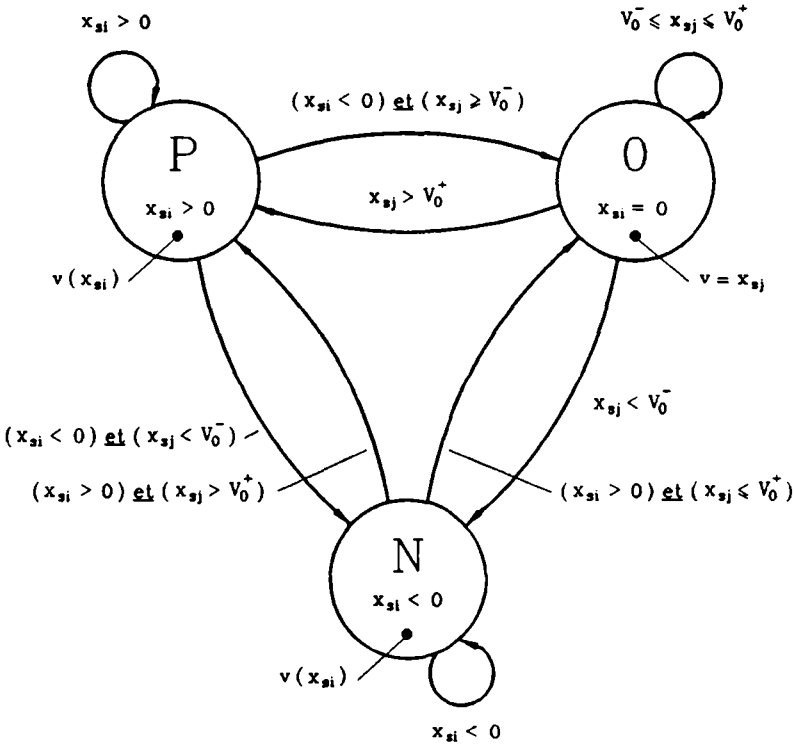


Figure 4.3 Diagramme de transition d'état pour la simulation du système autour de l'état $x_{s1} = 0$.

La liaison en traitillé (comportant le facteur de transfert K) sur la figure 4.2 entre la grandeur de commande u_{1c} et la variable d'état x_{sj} représente le cas où la grandeur de comparaison n'est pas une variable d'état. Ce cas peut arriver par exemple lorsqu'on néglige la constante de temps équivalente d'un circuit de réglage de courant. La variable de comparaison devient, dans ce cas, la grandeur Ku_{1c} et les considérations précédentes restent valables lorsqu'on remplace x_{sj} par Ku_{1c} dans le diagramme de transition d'état de la figure 4.3, de même que $x_{sj}[k+1]$ et $x_{sj}[k]$ par $Ku_{1c}[k]$ dans l'organigramme de la figure 4.4.

Il faut encore mentionner une particularité à propos du signe avec lequel la grandeur de perturbation intervient sur le système à régler. En effet, dans tous les développements effectués, on a considéré que cette grandeur de perturbation intervient avec un signe négatif (voir figures 4.2 à 4.4). Si lors de la modélisation du système à régler, la grandeur de perturbation a été prise en compte avec un signe positif, les développements effectués

restent valables lorsqu'on remplace v par $-v$. Ceci entraîne évidemment, au niveau des figures 4.3 et 4.4, le remplacement de V_0^+ et V_0^- par $-V_0^+$ et $-V_0^-$.

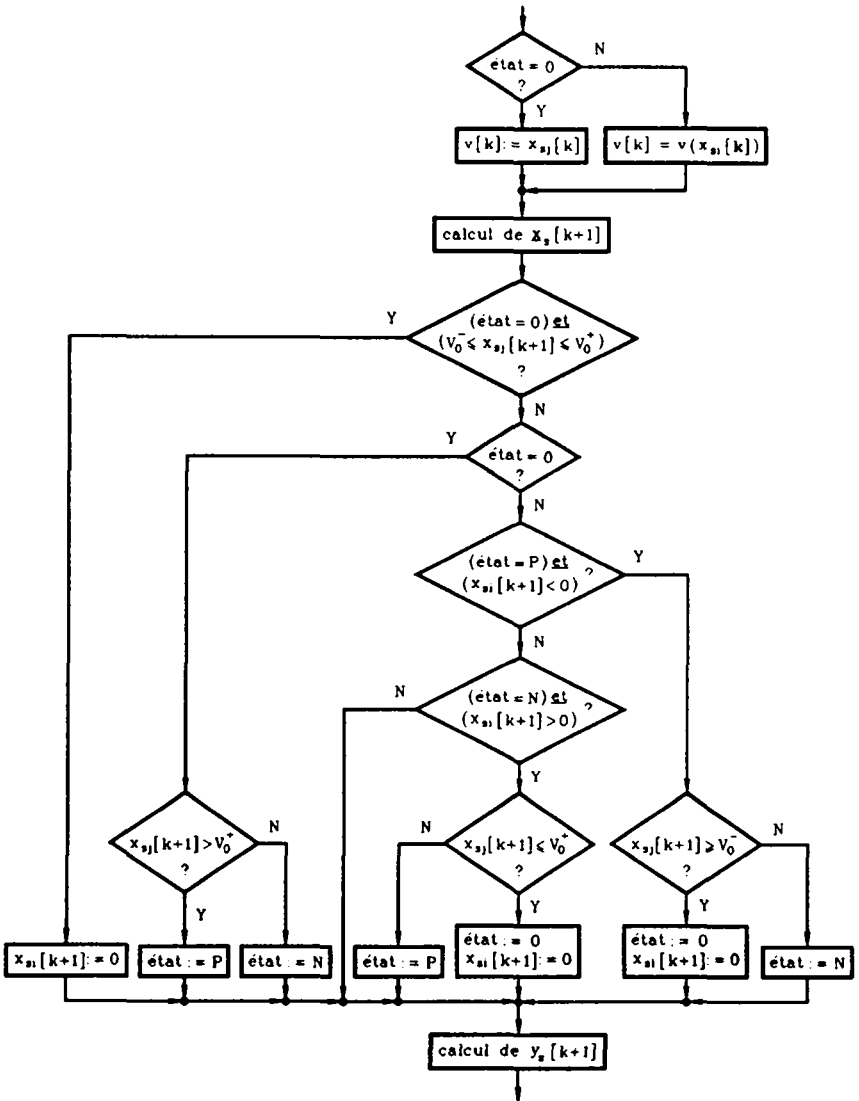


Figure 4.4 Organigramme pour la simulation du système autour de l'état $x_{sj} = 0$.

Dans le programme de simulation, une intervention additive de la grandeur de perturbation est automatiquement prise en compte lorsque la fonction non

linéaire $v(x_{s1})$ introduite est caractérisée par une valeur négative du paramètre V_0 (voir § 4.3.3.9 et figure 4.16).

Il est important de remarquer que la méthode utilisée pour effectuer la simulation d'un système soumis à une grandeur de perturbation non linéaire n'est pas absolument rigoureuse. En effet, comme on le voit à la figure 4.4, l'état du système est toujours calculé en utilisant le modèle d'état du système échantillonné, qui est valable de manière rigoureuse seulement si le système continu est linéaire. Un traitement absolument rigoureux exigerait l'utilisation de deux modèles d'état différents, un valable à l'état 0 et l'autre valable dans les états P ou N (voir figure 4.3). Ceci compliquerait de manière considérable l'exploitation du programme de simulation car l'utilisateur devrait déterminer et introduire ces deux modèles d'état différents. Ainsi, dans le cadre d'un programme de simulation digitale à application générale, il est justifié d'utiliser la méthode simplifiée décrite par l'organigramme de la figure 4.4. Cette méthode permet de calculer avec une bonne approximation, en utilisant les équations d'état du système échantillonné, l'évolution d'un système soumis à une grandeur de perturbation non linéaire. L'efficacité de la méthode proposée sera illustrée par un exemple à la section 4.5.

4.2.2.3 Modélisation dans le cadre du réglage avec régulateurs standard

Dans le cas des réglages avec régulateurs standard, la modélisation du système peut être effectuée en utilisant les fonctions de transfert échantillonnées ([1]) qui peuvent être exploitées pour effectuer la simulation digitale. Toutefois, lorsqu'on désire simuler correctement des phénomènes de frottement (voir § 4.2.2.2), cette méthode résulte d'un emploi extrêmement compliqué.

En effet, la transformation du système continu de la figure 4.2 en un système échantillonné conduit, dans le cas où la variable de comparaison est une variable d'état, au schéma bloc de la figure 4.5, où l'on a posé

$$G_{sv}(s) = \prod_{i=j+1}^n G_{s1}(s) \quad (4.4)$$

$$G_1(s) = \prod_{i=1}^j G_{s1}(s) \quad (4.5)$$

$$G_2(s) = \prod_{i=j+1}^1 G_{s1}(s) \quad (4.6)$$

$$G_3(s) = \prod_{i=1+1}^n G_{s1}(s) \quad (4.7)$$

Dans le système échantillonné de la figure 4.5, on a supposé que la grandeur de perturbation varie lentement par rapport à la période d'échantillonnage et que la grandeur de commande est maintenue constante entre deux instants d'échantillonnage.

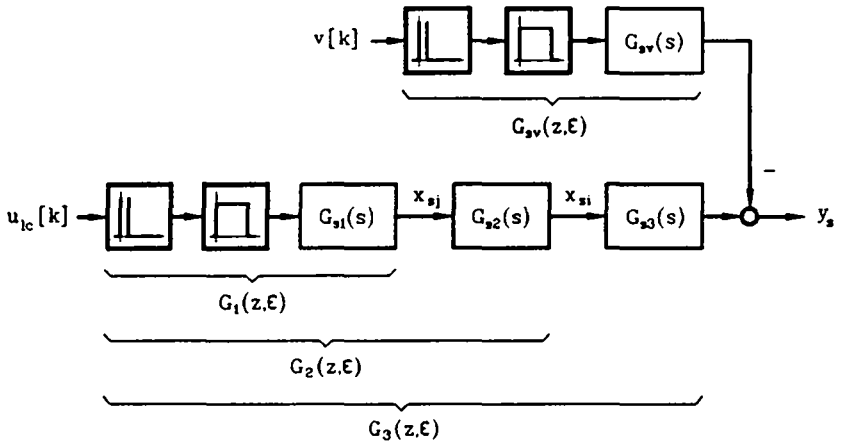


Figure 4.5 Système échantillonné correspondant au système continu de la figure 4.2.

La simulation du système de la figure 4.5 selon le diagramme de transition d'état de la figure 4.3 nécessiterait l'utilisation des 4 fonctions de transfert échantillonnées

$$G_{sv}(z, \epsilon) \quad \blacksquare - \bullet \quad G_{sv}(s) \quad (4.8)$$

$$G_1(z, \epsilon) \quad \blacksquare - \bullet \quad G_1(s) \quad (4.9)$$

$$G_2(z, \epsilon) \quad \blacksquare - \bullet \quad G_1(s) G_2(s) \quad (4.10)$$

$$G_3(z, \epsilon) \quad \blacksquare - \bullet \quad G_1(s) G_2(s) G_3(s) \quad (4.11)$$

qui permettraient de déduire 4 équations aux différences dont la résolution, à cause de la difficulté d'imposer des conditions initiales au changement de modèle, serait assez ardue.

Ainsi, on a décidé d'effectuer la simulation du système à régler, même dans le cas des réglages avec régulateurs standard, en utilisant le modèle d'état du système échantillonné qui permet, comme on l'a vu au § 4.2.2.2, de résoudre de façon élégante les problèmes posés par l'intervention de grandeurs de perturbation non linéaires.

Ceci démontre une fois de plus la grande puissance du traitement dans l'espace d'état qui, il faut le signaler, permet de considérer les réglages avec régulateurs standard comme des cas particuliers du réglage d'état [2].

4.2.3 Simulation des opérations arithmétiques en précision limitée

Plusieurs méthodes peuvent être envisagées pour simuler les opérations arithmétiques en précision limitée. Le choix d'une méthode parmi d'autres dépend de la précision et de la vitesse de calcul désirées.

Bien que la simulation ne soit pas effectuée en temps réel, la vitesse de calcul est une contrainte importante. En effet, suivant la structure de

réglage et l'ordre du système à régler, le nombre d'opérations arithmétiques par période d'échantillonnage à effectuer peut devenir considérable.

Ainsi, il est judicieux de simuler les opérations arithmétiques en précision limitée en exploitant directement la représentation interne des nombres dans le langage de programmation utilisé. Les caractéristiques des nombres dans le langage Pascal utilisé sont les suivantes [4] :

- nombres entiers :
représentation sur 32 bits en binaire complément à 2.
- nombres réels en double précision :
représentation sur 64 bits avec 1 bit de signe, 8 bits pour l'exposant et 55 bits pour la mantisse. L'exposant est représenté sous forme biaisée avec un biais de 128. Au niveau de la mantisse, les nombres sont représentés sous la forme grandeur et signe.

Pour faciliter le traitement des résultats au niveau du programme de simulation, toutes les variables en précision limitée seront représentées par des nombres réels en double précision. Les méthodes utilisées pour limiter la précision de ces nombres seront exposées dans les deux paragraphes suivants.

4.2.3.1 Opérations arithmétiques en virgule fixe

La limitation de précision dans le cas de nombres en virgule fixe est effectuée en utilisant directement la représentation en binaire complément à 2 des nombres entiers. Ainsi, par exemple, la limitation de précision par arrondi à b bits après la virgule d'un nombre réel x est effectuée de la manière suivante

$$x = \frac{\text{round}(x 2^b)}{2^b} = Q_R[x]_{2^{-b}} \quad (4.12)$$

où la fonction prédéfinie $\text{round}(r)$ permet de convertir le nombre réel r dans son équivalent entier par arrondi de la partie fractionnaire.

Les limitations de précision par troncature en complément à 2 ou en complément à 1 sont effectuées par des méthodes similaires.

Le test de dépassement de capacité qui permet de déterminer si un nombre réel x dépasse la capacité d'un nombre binaire en complément à 2 de format $a.b$ est effectué en comparant la valeur de x aux bornes données par (1.8) et (1.10).

La simulation des opérations arithmétiques en virgule fixe est effectuée à l'aide des quatre primitives suivantes :

- LIM($x, y, a, b, \text{carQUA}, \text{DEP}$)
- MUL($x_1, x_2, y, a, b, \text{carQUA}, \text{DEP}$)
- ADD($x_1, x_2, y, a, b, \text{DEP}$)
- SUB($x_1, x_2, y, a, b, \text{DEP}$)

Les opérations de multiplication, d'addition et de soustraction (primitives MUL, ADD et SUB) comportent deux opérandes (x_1 et x_2) tandis que l'opération

de limitation (primitive LIM) comporte un seul opérand x . Pour toutes les opérations, le résultat est retourné dans y dans le format a.b.

Le paramètre carQUA permet, lorsqu'une limitation de précision peut intervenir, de spécifier la caractéristique de quantification (arrondi, troncature en complément à 1, troncature en complément à 2) à utiliser.

Le flag DEP permet de savoir si une opération a généré un dépassement de capacité. Comme on désire simuler une arithmétique "saturée" (cf. § 1.3.6), en cas de dépassement de capacité la variable y est "saturée" avec l'une des deux bornes (1.8) ou (1.10).

En conclusion, les opérations arithmétiques en virgule fixe ont été simulées de façon rigoureuse en utilisant une méthode simple. La seule limitation à signaler consiste dans la longueur maximale des nombres binaires simulés qui, pour les raisons évoquées précédemment, ne peut pas dépasser 32 bits, ce qui est suffisant pour la majorité des applications rencontrées dans la pratique.

4.2.3.2 Opérations arithmétiques en virgule flottante

La limitation de précision dans le cas des nombres en virgule flottante est effectuée en utilisant une méthode simplifiée où on se limite à tronquer la mantisse d'un nombre réel en double précision à \$F bits. Ceci est effectué en agissant directement sur la représentation interne des nombres réels en double précision.

La méthode utilisée n'est pas rigoureusement exacte car, comme on l'a vu au § 1.3.6, le résultat d'une opération arithmétique en virgule flottante est arrondi. D'autre part, la représentation de l'exposant ne peut pas être modifiée. Ainsi, les nombres réels en virgule flottante qu'on pourra simuler seront caractérisés par un exposant représenté sur 8 bits sous forme biaisée, avec un biais de 128, et par une mantisse de longueur variable de \$F bits ($\$F \leq 55$).

La simulation des opérations arithmétiques en virgule flottante est effectuée à l'aide des 4 primitives suivantes :

- F\$TRUNC(x, y)
- F\$MUL(x_1, x_2, y)
- F\$ADD(x_1, x_2, y)
- F\$SUB(x_1, x_2, y)

La primitive F\$TRUNC permet de tronquer la mantisse de l'opérand x à \$F bits, le résultat étant retourné dans y .

Cette même primitive est utilisée également dans les opérations de multiplication, d'addition et de soustraction (primitives F\$MUL, F\$ADD et F\$SUB) pour tronquer la mantisse du résultat y à \$F bits. Ceci est indispensable même pour les opérations d'addition et de soustraction pour les raisons évoquées au § 1.3.6.

En conclusion, les opérations arithmétiques en virgule flottante ont été simulées de façon simple mais pas rigoureusement exacte. La méthode utilisée ne permet pas d'étudier les problèmes liés à l'excursion numérique (voir § 1.3.3) des nombres en virgule flottante, mais peut être utilisée pour une étude simplifiée des problèmes de précision.

4.2.4 Simulation des organes de commande et de mesure digitaux

4.2.4.1 Généralités

Dans ce paragraphe, on abordera la simulation des organes de mesure et de commande digitaux qui ont été définis à la section 1.4. On traitera uniquement le cas d'organes de mesure et de commande digitaux en virgule fixe qui sont de loin les moins coûteux et les plus utilisés dans la pratique.

On tiendra compte des zones mortes qui sont souvent présentes dans les organes de mesure digitaux et on discutera du problème de l'adaptation des valeurs nominales entre les grandeurs analogiques et les grandeurs digitales.

Pour faciliter les développements qui vont suivre, les grandeurs analogiques et les grandeurs digitales en virgule flottante seront exprimées en valeur relative, tandis que les grandeurs digitales en virgule fixe seront exprimées sous la forme de nombres entiers (nombre de bits) afin de se rendre indépendants des formats.

4.2.4.2 Organe de mesure digital avec adaptation

A la figure 4.6, on a reporté le schéma bloc d'un organe de mesure digital avec adaptation (OMDA).

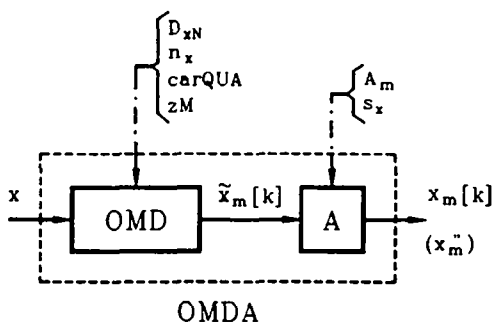


Figure 4.6 Organe de mesure digital avec adaptation.

La grandeur analogique x est convertie par un organe de mesure digital (OMD) en une grandeur digitale \tilde{x}_m qui, après adaptation (A), fournit la grandeur digitale x_m . L'organe de mesure digital est caractérisé par les paramètres suivants :

- D_{xN} : nombre de bits correspondants à $x = 1$ ($X = X_N$)
- n_x : nombre de bits (n_x bits en complément à 2)
- $carQUA$: caractéristique de quantification
(arrondi : $carQUA = rounding$;
troncature en complément à 1 : $carQUA = truncC1$;
troncature en complément à 2 : $carQUA = truncC2$)

- z_M : zone morte, exprimée en bits, définie par $|\tilde{x}_m| \leq z_M \Rightarrow \tilde{x}_m : = 0$

Le bloc d'adaptation est caractérisé par les deux paramètres suivants :

- A_m : facteur d'adaptation
- s_x : nombre de bits de décalage à gauche de \tilde{x}_m par rapport à x_m .

Lorsqu'une arithmétique en virgule flottante est utilisée, l'adaptation par un facteur est indispensable pour convertir le nombre entier \tilde{x}_m dans le nombre réel en virgule flottante x_m . Le facteur d'adaptation à utiliser dans ce cas se calcule en utilisant la relation

$$\tilde{x}_m A_m = x_m \quad (4.13)$$

qui donne, en remplaçant \tilde{x}_m par D_{xN} et x_m par 1

$$A_m = \frac{1}{D_{xN}} \quad (4.14)$$

Lorsqu'une arithmétique en virgule fixe est utilisée, une adaptation n'est pas toujours indispensable.

En désignant le format de x_m par (voir figure 4.6)

$$x_m'' = a_x \cdot b_x \quad (4.15)$$

et en remplaçant \tilde{x}_m par D_{xN} et x_m par 2^{b_x} dans (4.13), on trouve

$$D_{xN} A_m = 2^{b_x} \quad (4.16)$$

En posant $A_m = 1$, on voit qu'une adaptation n'est pas nécessaire lorsque

$$D_{xN} = 2^{b_x} \quad (4.17)$$

Si cette égalité n'est pas vérifiée, une adaptation est indispensable. Elle peut être réalisée par un simple décalage à gauche de \tilde{x}_m (voir figure 4.7) lorsque

$$A_m = 2^{s_x} : s_x = 1, 2, \dots \quad (4.18)$$

Dans ce cas, le nombre de bits s_x de décalage à gauche de \tilde{x}_m se calcule en remplaçant (4.18) dans (4.16)

$$s_x = \log_2 \left(\frac{2^{b_x}}{D_{xN}} \right) \quad (4.19)$$

Lorsque l'égalité

$$\frac{2^{b_x}}{D_{xN}} = 2^{s_x} \quad ; \quad s_x = 1, 2, \dots \quad (4.20)$$

n'est pas respectée, l'adaptation doit être réalisée avec un facteur multiplicatif A_m qui vaut, par (4.16) et en utilisant l'opérateur de quantification Q_R (voir § 1.3.4)

$$A_m = Q_R \left[\frac{2^{b_x}}{D_{xN}} \right]_1 \quad (4.21)$$

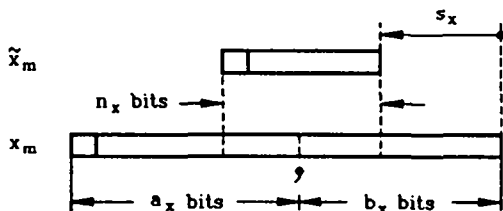


Figure 4.7 Adaptation par décalage dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe.

Il est possible qu'à cause d'un mauvais dimensionnement de l'organe de mesure digital, la conversion de la grandeur analogique x en la grandeur digitale \tilde{x}_m génère un dépassement de capacité. Ceci se produit lorsque la grandeur analogique x sort du domaine défini par

$$\frac{\min D}{D_{xN}} \leq x \leq \frac{\max D}{D_{xN}} \quad (4.22)$$

avec (voir § 1.3.2)

$$\left. \begin{aligned} \min D &= -2^{-(n_x-1)} \\ \max D &= 2^{n_x-1} - 1 \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

Lorsqu'un dépassement de capacité se produit, la grandeur digitale \tilde{x}_m est "saturée" avec l'une des deux bornes (4.23) et un message est imprimé dans un fichier de contrôle (voir § 4.3.5.1).

4.2.4.3 Organe de commande digital avec adaptation

A la figure 4.8, on a représenté le schéma bloc d'un organe de commande digital avec adaptation (OCDA). La grandeur digitale u_1 après adaptation (A) fournit la grandeur digitale \tilde{u}_1 qui est convertie par un organe de commande digital (OCD) en une grandeur analogique u_{1c} .

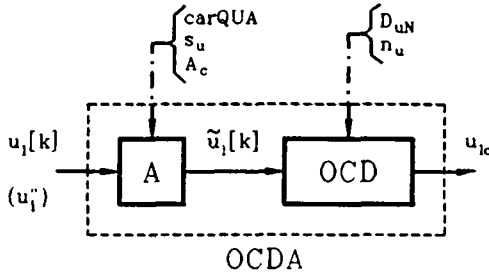


Figure 4.8 Organe de commande digital avec adaptation.

L'organe de commande digital est caractérisé par les deux paramètres

- D_{uN} : nombre de bits correspondant à $u_{ic}=1$ ($U_{ic} = U_{icN}$)
- n_u : nombre de bits (n_u bits en complément à 2)

Le bloc d'adaptation est caractérisé par les paramètres suivants

- $carQUA$: caractéristique de quantification pour la conversion réel \rightarrow entier dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante. (arrondi : $carQUA = rounding$; troncature en complément à 1 : $carQUA = truncC1$; troncature en complément à 2 : $carQUA = truncC2$)
- s_u : nombre de bits de décalage à gauche de \tilde{u}_1 par rapport à u_1 ou par rapport à $u_1 A_c$
- A_c : facteur d'adaptation

Lorsqu'une arithmétique en virgule flottante est utilisée, l'adaptation par un facteur est indispensable pour convertir, en utilisant la caractéristique de quantification $carQUA$, le nombre réel en virgule flottante u_1 dans le nombre entier \tilde{u}_1 . Le facteur d'adaptation à utiliser dans ce cas se calcule en utilisant la relation

$$u_1 A_c = \tilde{u}_1 \quad (4.24)$$

qui donne, en remplaçant u_1 par 1 et \tilde{u}_1 par D_{uN}

$$A_c = D_{uN} \quad (4.25)$$

Lorsqu'une arithmétique en virgule fixe est utilisée, une adaptation n'est pas toujours indispensable.

En désignant le format de u_1 par (voir figure 4.8)

$$u_1^* = a_u \cdot b_u \quad (4.26)$$

et en remplaçant u_1 par 2^{b_u} et \tilde{u}_1 par D_{uN} dans (4.24), on trouve

$$2^{b_u} A_c = D_{uN} \quad (4.27)$$

En posant $A_c = 1$ dans cette relation, on voit qu'une adaptation n'est pas nécessaire lorsque

$$D_{uN} = 2^{b_u} \quad (4.28)$$

Si cette égalité n'est pas vérifiée, une adaptation est nécessaire. Elle peut être réalisée à l'aide d'un simple décalage à gauche de \tilde{u}_1 (voir figure 4.9a) lorsque

$$A_c = 2^{-s_u} ; s_u = 1, 2, \dots \quad (4.29)$$

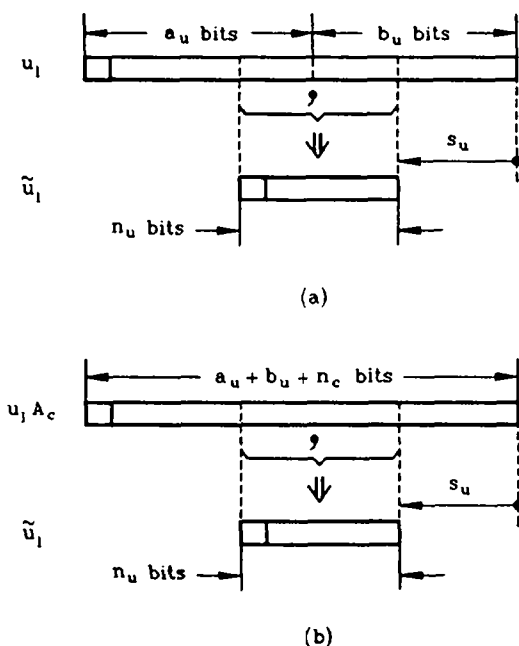


Figure 4.9 Adaptation par décalage (a) et par facteur (b) dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe.

Dans ce cas, le nombre de bits s_u de décalage se calcule en remplaçant (4.29) dans (4.27)

$$s_u = \log_2 \left(\frac{2^{b_u}}{D_{uN}} \right) \quad (4.30)$$

Lorsque l'égalité

$$\frac{2^{b_u}}{D_{uN}} = 2^{s_u} \quad ; \quad s_u = 1, 2, \dots \quad (4.31)$$

n'est pas respectée, l'adaptation doit être réalisée avec un facteur multiplicatif (voir figure 4.9b).

Il est usuel dans ce cas de prélever la grandeur digitale \tilde{u}_1 avec un décalage à gauche de s_u bits par rapport au résultat du produit de u_1 et du facteur A_c , représenté sur n_c bits.

Le facteur d'adaptation à utiliser dans ce cas s'obtient en remplaçant A_c par $A_c 2^{-s_u}$ dans (4.27)

$$A_c = D_{uN} 2^{(s_u - b_u)} \quad (4.32)$$

Il est possible qu'à cause d'une mauvaise adaptation ou d'une limitation incorrecte de la grandeur de commande, un dépassement de capacité se produise lors de l'adaptation de u_1 dans \tilde{u}_1 . Ceci est le cas lorsque la grandeur digitale u_1 sort du domaine défini par

$$u_{1MIN} \leq u_1 \leq u_{1MAX} \quad (4.33)$$

avec

$$u_{1MAX} = \left\{ \begin{array}{l} Q_{T1} \left[\frac{\max D 2^{b_u}}{D_{uN}} \right]_1 \quad ; \quad \text{arithmétique en virgule fixe} \\ Q_{F1} \left[\frac{\max D}{D_{uN}} \right] \quad ; \quad \text{arithmétique en virgule flottante} \end{array} \right\} \quad (4.34)$$

$$u_{1MIN} = \left\{ \begin{array}{l} Q_{T1} \left[\frac{\min D 2^{b_u}}{D_{uN}} \right]_1 \quad ; \quad \text{arithmétique en virgule fixe} \\ Q_{F1} \left[\frac{\min D}{D_{uN}} \right] \quad ; \quad \text{arithmétique en virgule flottante} \end{array} \right\}$$

où l'on a utilisé les opérateurs de quantification Q_{T1} et Q_{F1} (voir § 1.3.4) et les valeurs de $\max D$ et $\min D$ données, en remplaçant n_x par n_u , par les relations (4.23).

Un dépassement de capacité se produisant lors de l'adaptation de u_1 dans \tilde{u}_1 est un phénomène très grave parce que, dans ce cas, la grandeur digitale \tilde{u}_1 peut prendre des valeurs complètement erronées à cause des possibles changements de son signe. Ce phénomène est signalé par un message qui est imprimé dans un fichier de contrôle (voir § 4.3.5.1).

4.3 DESCRIPTION GENERALE DU PROGRAMME PRECREG

4.3.1 Généralités

Le programme PRECREG est un programme de simulation digitale à application générale qui permet d'étudier l'influence de la quantification sur les réglages échantillonnés. Il s'agit d'un programme interactif pouvant traiter des systèmes monovariabiles d'ordre quelconque dans différentes structures de réglage. Dans les conditions spécifiées par l'utilisateur, tant le réglage échantillonné (voir § 1.2.2) que le réglage échantillonné quantifié (voir § 1.2.3) peuvent être étudiés. Plusieurs possibilités sont prévues pour imposer les grandeurs de consigne et de perturbation. Les résultats des simulations peuvent être obtenus sous la forme de fichiers de résultats (tableaux de valeurs) ainsi que sous la forme de fichiers plotter (pour tracer des courbes).

La simulation du réglage échantillonné et du système à régler du réglage échantillonné quantifié est effectuée en utilisant le maximum de précision disponible, c.à.d des opérations arithmétiques en virgule flottante sur des nombres réels en double précision (voir [4]).

Dans le réglage échantillonné quantifié, l'influence de la quantification intervenant au niveau des organes de mesure digitaux et au niveau des opérations arithmétiques tant en virgule fixe qu'en virgule flottante est simulée avec les méthodes qui ont été discutées aux § 4.2.3 et 4.2.4.

Dans cette section, on abordera la description globale (indépendante de la structure de réglage) du programme PRECREG en mettant l'accent essentiellement sur son utilisation.

Les particularités liées à chaque structure de réglage particulière seront décrites à la section 4.4.

4.3.2 Structure générale du programme

Du point de vue de son utilisation, le programme PRECREG peut être représenté par le schéma bloc de la figure 4.10.

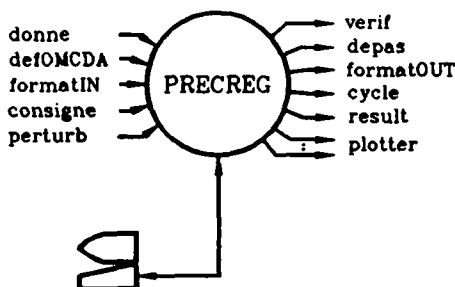


Figure 4.10 Entrées/Sorties du programme PRECREG.

Les données nécessaires au fonctionnement du programme peuvent être introduites interactivement ou à l'aide de fichiers d'entrée (donne, defOMCDA,

formatIN, consigne, perturb). Les résultats sont fournis sous la forme de fichiers de sortie (verif, depas, formatOUT, cycle, result, plotter). La signification et la structure de ces différents fichiers seront explicitées par la suite.

L'organigramme général du programme est représenté à la figure 4.11.

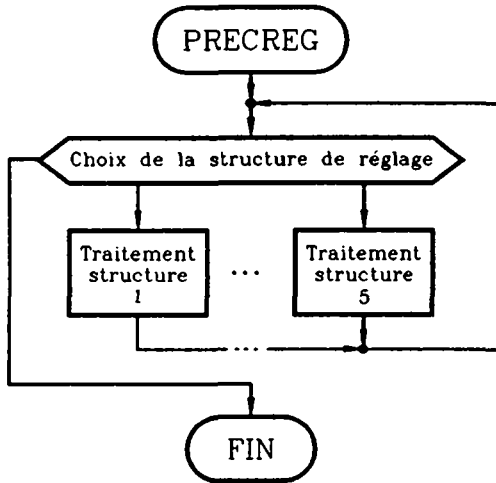


Figure 4.11 Organigramme général du programme.

L'utilisateur a le choix parmi les cinq structures de réglage suivantes

- 1 : réglage avec régulateur P, PD, PD2
- 2 : réglage avec régulateur I, PI, PID
- 3 : réglage d'état (avec ou sans régulateur intégrateur, avec contre-réaction d'état partielle ou globale)
- 4 : réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation
- 5 : réglage d'état en cascade

Le traitement de chaque structure de réglage peut être décomposé, comme l'indique l'organigramme de la figure 4.12, en trois parties distinctes, dont la description générale peut être faite indépendamment de la structure de réglage. Ceci fera l'objet des trois prochains paragraphes.

4.3.3 Partie dialogue

Le bloc dialogue de la figure 4.12 peut être décrit par le structogramme général de la figure 4.13, où l'on remarque que l'accès à certains blocs est géré par les flags simREQ et fixedP dont les valeurs sont assignées dans le bloc Choix du type de simulation.

Une partie des blocs qui composent le structogramme de la figure 4.13 ne nécessite pas d'explications supplémentaires, la description de l'autre partie de ces blocs fera l'objet des onze prochains paragraphes.

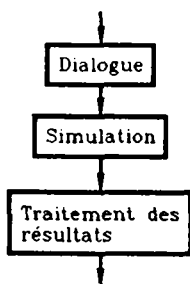


Figure 4.12 Organigramme général d'un bloc Traitement structure.

Choix du type de simulation (\rightarrow simREQ, fixedP)	
si simREQ	Lecture des spécifications liées à l'arithmétique
Lecture de l'ordre n_s du système à régler	
Lecture des matrices, vecteurs et coefficients définissant le système à régler et le réglage	
si simREQ	Définition des organes de mesure et de commande digitaux
si simREQ et fixedP	Lecture des formats
Lecture des bornes de limitation L_I et L_S pour la grandeur de commande	
Lecture de la période d'échantillonnage T_e	
Lecture de la durée t_{max} de la simulation	
Imposition de la grandeur de consigne	
si simREQ	Compatibilité entre la grandeur de consigne et la grandeur de sortie
si simREQ	Introduction de zones mortes sur l'écart de réglage
Imposition de la grandeur de perturbation	
Choix des conditions initiales	
Génération du fichier de vérification	

Figure 4.13 Structogramme général du bloc Dialogue.

4.3.3.1 Choix du type de simulation

Ici, l'utilisateur peut choisir s'il désire uniquement la simulation du réglage échantillonné (§ 1.2.2) ou s'il désire également la simulation du

réglage échantillonné quantifié (§ 1.2.3). Dans ce dernier cas, il faut spécifier si les calculs en précision limitée doivent être exécutés en virgule fixe ou en virgule flottante.

Ce bloc permet l'assignation des flags `simREQ` et `fixedP` qui prendront la valeur `VRAI` respectivement lorsque la simulation du réglage échantillonné quantifié est effectuée et lorsque les calculs en précision limitée sont exécutés en virgule fixe.

4.3.3.2 Lecture des spécifications liées à l'arithmétique

Lorsque la simulation du réglage échantillonné quantifié est effectuée, l'utilisateur doit introduire les spécifications liées à l'arithmétique utilisée.

Dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe, on a la possibilité de spécifier indépendamment les caractéristiques de quantification à utiliser (arrondi, troncature en complément à 1, troncature en complément à 2), d'une part pour la quantification des coefficients et d'autre part pour les opérations arithmétiques de limitation et de multiplication (primitives `LIM` et `MUL` du § 4.2.3.1).

Dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante, il faut spécifier le format des nombres en virgule flottante utilisés qui, comme on l'a vu au § 4.2.3.2, se réduit au nombre `$F` de bits pour la mantisse.

4.3.3.3 Lecture des matrices, vecteurs et coefficients définissant le système à régler et le réglage

L'introduction des matrices, vecteurs et coefficients définissant le système à régler (équations (4.1) et (4.2)) et le réglage peut être effectuée interactivement ou à l'aide d'un fichier d'entrée dont le nom par défaut est `donne.dat` (voir figure 4.10). L'ensemble de ces données dépend de la structure de réglage utilisée. La constitution du fichier d'entrée donne sera décrite, pour chaque structure de réglage, à la section 4.4.

Pour ce qui est de la disposition des matrices, des vecteurs, des vecteurs lignes et des coefficients sur un fichier d'entrée, on renvoie au § 4.3.6.

4.3.3.4 Définition des organes de mesure et de commande digitaux

Lorsque la simulation du réglage échantillonné quantifié est effectuée, l'utilisateur doit introduire la définition des organes de mesure et de commande digitaux utilisés. Ceci peut être effectué interactivement ou à l'aide d'un fichier d'entrée dont le nom par défaut est `defOMCDA.dat` (voir figure 4.10). L'ensemble de ces données, et en particulier le nombre d'organes de mesure digitaux à définir, dépend de la structure de réglage utilisée. La constitution du fichier d'entrée `defOMCDA` sera décrite, pour chaque structure de réglage, à la section 4.4.

La définition sur un fichier d'entrée d'un organe de mesure digital avec adaptation (OMDA) ou d'un organe de commande digital avec adaptation (OCDA), tels qu'ils ont été définis aux § 4.2.4.2 et 4.2.4.3, est résumée aux figures 4.14 et 4.15.

On remarque que les paramètres à introduire dépendent de l'arithmétique utilisée. De plus, les caractères `n`(No) et `y`(Yes) sont à utiliser pour indiquer si l'OMDA est présent (`y`) ou absent (`n`) et si, dans le cas d'une arithmétique

en virgule fixe, l'adaptation est réalisée avec (y) ou sans (n) facteur multiplicatif.

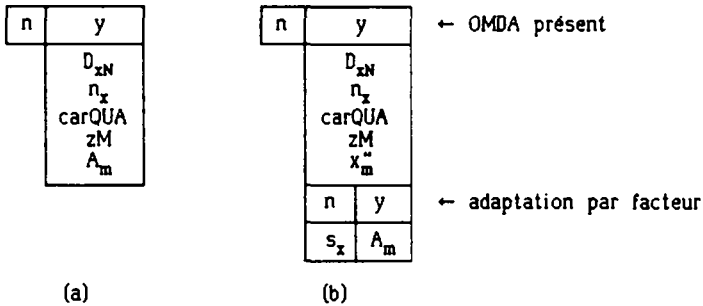


Figure 4.14 Définition sur un fichier d'entrée d'un organe de mesure digital avec adaptation (OMDA) dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante (a) et en virgule fixe (b).

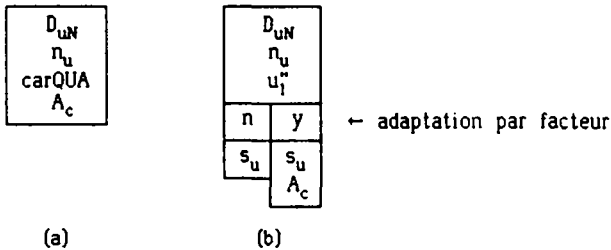


Figure 4.15 Définition sur un fichier d'entrée d'un organe de commande digital avec adaptation (OCDA) dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante (a) et en virgule fixe (b).

Pour ce qui est de la disposition sur un fichier d'entrée des différents paramètres définissant un OMDA ou un OCDA, on renvoie au § 4.3.6.

4.3.3.5 Lecture des formats

Lorsque la simulation du réglage échantillonné quantifié est effectuée dans une arithmétique en virgule fixe, l'utilisateur doit spécifier les formats à utiliser pour les différentes grandeurs (variables et coefficients). Ceci peut être effectué interactivement ou à l'aide d'un fichier d'entrée, dont le nom par défaut est formatIN.dat (voir figure 4.10). L'ensemble de ces données dépend de la structure de réglage utilisée. La constitution du fichier d'entrée formatIN sera décrite, pour chaque structure de réglage, à la section 4.4.

Pour ce qui est de la disposition des différents formats sur un fichier d'entrée, on renvoie au § 4.3.6.

4.3.3.6 Imposition de la grandeur de consigne

L'évolution temporelle de la grandeur de consigne $w[k]$ du réglage échantillonné de la figure 1.1 peut être imposée de trois façons différentes

a) Saut indiciel

Dans ce cas, on a

$$w[k] = \begin{cases} 0 & ; k < 0 \\ W & ; k \geq 0 \end{cases} \quad (4.35)$$

et l'utilisateur doit introduire l'amplitude W du saut indiciel.

b) Variation sinusoïdale

Ici, on a

$$w[k] = W_0 \sin(\Omega k) \quad (4.36)$$

avec

$$\Omega = \frac{2\pi}{K} \quad (4.37)$$

et l'utilisateur doit introduire l'amplitude maximale W_0 de la sinusoïde ainsi que sa période K (rapportée à la période d'échantillonnage).

c) Suite de valeurs

L'imposition d'une suite de valeurs pour la grandeur de consigne $w[k]$ peut être effectuée interactivement ou à l'aide d'un fichier d'entrée, dont le nom par défaut est `consigne.dat` (voir figure 4.10).

Le nombre m de valeurs à imposer dépend naturellement de la durée t_{\max} de la simulation ainsi que de la période d'échantillonnage T_e choisies et vaut, en utilisant l'opérateur de quantification Q_{T1} (voir § 1.3.4)

$$m = Q_{T1}(t_{\max}/T_e) + 1 \quad (4.38)$$

Pour ce qui est de la disposition de cette suite de m nombres réels sur un fichier d'entrée, on renvoie au § 4.3.6.

4.3.3.7 Compatibilité entre la grandeur de consigne et la grandeur de sortie

Lorsque la simulation du réglage échantillonné quantifié est effectuée, les valeurs de la grandeur de consigne $w[k]$ qui ont été imposées pour le réglage échantillonné (voir § 4.3.3.6) doivent être quantifiées pour constituer les valeurs de la grandeur de consigne $w_q[k]$ du réglage échantillonné quantifié de la figure 1.2. Ceci peut être effectué de deux façons différentes.

Une première possibilité consiste à quantifier la grandeur de consigne dans le format (virgule fixe ou virgule flottante) de la grandeur de sortie mesurée y_{sm} . Ceci n'assure pas, à cause de l'adaptation réalisée au niveau de l'organe de mesure digital (voir § 4.2.4.2) pour la grandeur de sortie y_s , que les valeurs quantifiées trouvées pour la grandeur de consigne soient

des valeurs possibles de la grandeur de sortie mesurée.

La deuxième possibilité consiste à quantifier la grandeur de consigne de façon à ce qu'elle soit compatible avec la grandeur de sortie mesurée y_{sm} .

Ceci peut être effectué simplement en simulant, au niveau de la grandeur de consigne, un organe de mesure digital avec adaptation (voir § 4.2.4.2) identique à celui utilisé pour mesurer la grandeur de sortie y_s .

4.3.3.8 Introduction de zones mortes sur l'écart de réglage

Lorsque la simulation du réglage échantillonné quantifié est effectuée, il peut être utile d'introduire des zones mortes sur l'écart de réglage. Comme on le verra au § 7.5.4, cette mesure permet dans certains cas d'améliorer le comportement du réglage échantillonné quantifié. Signalons que suivant le régulateur utilisé, il est possible d'introduire une ou deux zones mortes sur l'écart de réglage et que, pour les réglages comportant un régulateur intégrateur, l'introduction d'une zone morte sur l'écart de réglage conduit à une insensibilisation de ce régulateur. Les paramètres nécessaires pour l'introduction de zones mortes sur l'écart de réglage seront indiqués, pour chaque structure de réglage, à la section 4.4. Signalons que dans le cas du réglage d'état en cascade, il est possible d'avoir deux régulateurs intégrateurs qu'on peut insensibiliser de différentes manières (voir § 4.4.7.5).

4.3.3.9 Imposition de la grandeur de perturbation

L'imposition de la grandeur de perturbation $v[k]$ pour le réglage échantillonné de la figure 1.1 et le réglage échantillonné quantifié de la figure 1.2 peut être effectuée essentiellement de deux manières différentes.

D'une part, comme pour la grandeur de consigne, on peut imposer une évolution temporelle $v = f[k]$, d'autre part, pour pouvoir simuler des phénomènes de frottement dans les entraînements réglés (voir § 4.2.2.2), on a la possibilité d'imposer pour la grandeur de perturbation une fonction non linéaire $v = f_M(x_{s1})$ d'une grandeur d'état x_{s1} du système.

Lorsqu'on choisit d'imposer une évolution temporelle $v = f[k]$, on dispose de trois possibilités

a) Saut indiciel

Dans ce cas, on a

$$v[k] = \begin{cases} 0 & ; k < 0 \\ V & ; k \geq 0 \end{cases} \quad (4.39)$$

et il faut introduire l'amplitude V du saut indiciel.

b) Variation sinusoïdale

Ici on a

$$v[k] = V_0 \sin(\Omega k) \quad (4.40)$$

avec Ω donné par (4.37). Dans ce cas, il faut introduire l'amplitude maximale V_0 de la sinusoïde ainsi que sa période K .

c) Suite de valeurs

L'imposition d'une suite de valeurs pour la grandeur de perturbation $v[k]$ peut être effectuée interactivement ou à l'aide d'un fichier d'entrée dont le nom par défaut est `perturb.dat` (voir figure 4.10).

Le nombre m de valeurs à imposer est donné par (4.38) et la disposition de la suite de ces nombres réels sur un fichier d'entrée sera indiquée au § 4.3.6.

Notons que lorsqu'on ne désire pas imposer une grandeur de perturbation, la solution la plus simple consiste à utiliser la possibilité a (saut indiciel) avec $V = 0$.

Lorsqu'on choisit d'imposer une fonction non linéaire $v = f_{NL}(x_{sj})$, on dispose de trois possibilités qui sont résumées à la figure 4.16. Indépendamment de la fonction non linéaire choisie, il faut indiquer les indices i et j qui spécifient la variable d'état x_{si} et la variable de comparaison x_{sj} dont le rôle a été discuté au § 4.2.2.2. En particulier, cette variable de comparaison peut être soit une variable d'état ($1 \leq j \leq n_s$), soit la grandeur $Ku_{jc}(j = 0)$. Dans ce dernier cas, il faut également introduire le facteur de transfert K .

La fonction $f_1(x_{sj})$, voir figure 4.16a, est définie par

$$f_1(x_{sj}) = \text{sign}'(x_{sj}) V_0 + (ax_{sj} + b) \quad (4.41)$$

avec

$$\text{sign}'(x_{sj}) = \begin{cases} 1 & ; x_{sj} > 0 \\ 0 & ; x_{sj} = 0 \\ -1 & ; x_{sj} < 0 \end{cases} \quad (4.42)$$

Le choix de cette fonction nécessite l'introduction des paramètres V_0 , a et b .

La fonction $f_2(x_{sj})$, voir figure 4.16b, est définie par

$$f_2(x_{sj}) = \begin{cases} \text{sign}'(x_{sj}) (ax_{sj}^2 + bx_{sj} + c) & ; |x_{sj}| \leq x_1 \\ \text{sign}'(x_{sj}) (dx_{sj} + e) & ; x_1 < |x_{sj}| \leq x_2 \\ \text{sign}'(x_{sj}) (fx_{sj} + g) & ; |x_{sj}| > x_2 \end{cases} \quad (4.43)$$

Le choix de cette fonction nécessite l'introduction des paramètres V_0 , V_1 , V_2 , x_1 , x_2 et x_3 (voir figure 4.16b). Ces derniers sont utilisés pour déterminer les coefficients a, b, c, d, e, f , et g apparaissant dans (4.43).

La fonction $f_3(x_{sj})$, voir figure 4.16c, est définie par

$$f_3(x_{sj}) = \begin{cases} \text{sign}'(x_{sj}) (ax_{sj} + b) & ; |x_{sj}| \leq x_1 \\ \text{sign}'(x_{sj}) (cx_{sj} + d) & ; |x_{sj}| > x_1 \end{cases} \quad (4.44)$$

Le choix de cette fonction nécessite l'introduction des paramètres V_0 , V_1 , V_2 , x_1 et x_2 (voir figure 4.16c). Ces derniers permettent la détermination des coefficients a, b, c et d apparaissant dans (4.44).

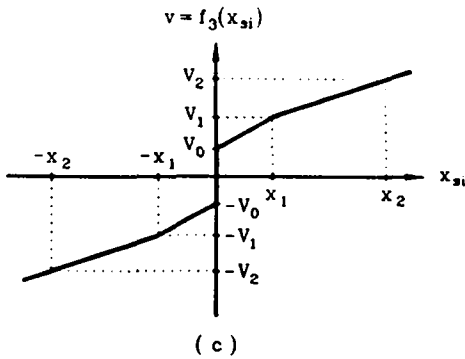
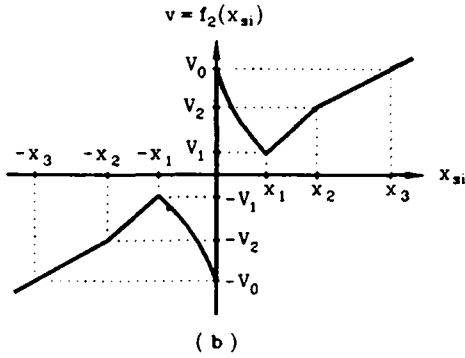
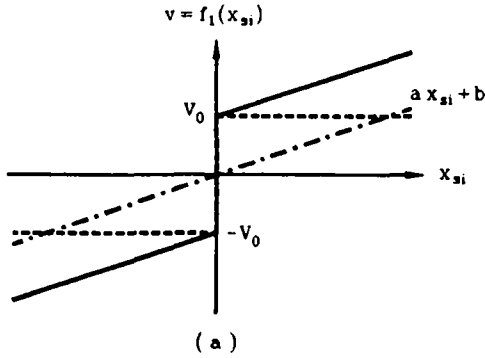


Figure 4.16 Imposition de fonctions non linéaires pour la grandeur de perturbation.

4.3.3.10 Choix des conditions initiales

Si l'utilisateur le désire, il a la possibilité d'imposer les conditions initiales d'une part pour le vecteur d'état du système à régler et d'autre part pour les variables liées au réglage utilisé. Dans le cas contraire, des conditions initiales nulles sont utilisées.

4.3.3.11 Génération du fichier de vérification

Si l'utilisateur le désire, un fichier de vérification, dont le nom par défaut est `verif.dat` (voir figure 4.10), peut être généré. Ce fichier contient, selon le type de simulation et d'arithmétique utilisés (voir figure 4.13), les informations suivantes :

- spécifications liées à l'arithmétique (voir § 4.3.3.2)
- matrices, vecteurs et coefficients définissant le système à régler et le réglage (voir § 4.3.3.3)
- définition des organes de mesure et de commande digitaux (voir § 4.3.3.4)
- formats (voir § 4.3.3.5)
- coefficients quantifiés

Ainsi, ce fichier de sortie permet à l'utilisateur d'une part de vérifier la cohérence de l'ensemble des données introduites et d'autre part de connaître la valeur des coefficients quantifiés, ce qui peut être utile dans le cas de l'implantation d'un réglage en virgule fixe.

4.3.4 Partie Simulation

Le bloc Simulation de la figure 4.12 peut être décrit par le structogramme général de la figure 4.17.

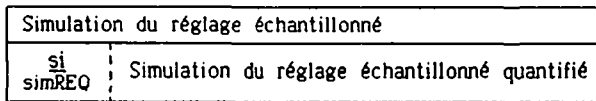


Figure 4.17 Structogramme général du bloc Simulation.

Dans les conditions spécifiées par l'utilisateur (voir § 4.3.3), la simulation du réglage échantillonné (voir figure 1.1) et, selon le type de simulation choisi, du réglage échantillonné quantifié (voir figure 1.2) sont effectuées. Au cours de ces simulations, l'évolution en fonction du temps des différentes grandeurs est mémorisée.

Les algorithmes de simulation dépendent de la structure de réglage utilisée et seront donc décrits, pour chaque structure de réglage, à la section 4.4.

4.3.5 Partie Traitement des résultats

Le bloc Traitement des résultats de la figure 4.12 peut être décrit par le structogramme général de la figure 4.18. La description des blocs composant ce structogramme fera l'objet des quatre prochains paragraphes.

si simREQ	Génération du fichier de dépassement de capacité
si simREQ	Vérification de l'existence de cycles limites sur la grandeur de sortie mesurée
	Génération du fichier de résultats
	Génération de fichiers plotter

Figure 4.18 Structogramme général du bloc Traitement des résultats.

4.3.5.1 Génération du fichier de dépassement de capacité

Lorsque la simulation du réglage échantillonné quantifié est effectuée et si au cours de cette simulation (voir § 4.3.4) des dépassements de capacité se produisent, un fichier de dépassement de capacité, dont le nom par défaut est `depas.dat` (voir figure 4.10), peut, si l'utilisateur le désire, être généré. Ce fichier de sortie indique tout dépassement de capacité se produisant au niveau des organes de mesure digitaux (voir § 4.2.4.2), au niveau de l'organe de commande digital (voir § 4.2.4.3) et, dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe (voir § 4.2.3.1), au niveau de calculs intermédiaires dans les algorithmes de réglage ou d'observation (voir section 4.4). Sur le fichier de sortie `depas` un dépassement de capacité est indiqué par l'instant et l'endroit où il s'est produit.

Cette signalisation en cas de dépassement de capacité est de la plus grande importance. En effet, pour un réglage compliqué (par exemple un réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation) implanté dans une arithmétique en virgule fixe, il n'est généralement pas possible de savoir, en regardant simplement l'évolution de la grandeur à régler, si des dépassements de capacité lors de calculs intermédiaires ont eu lieu (et donc si le résultat obtenu est valable ou pas). Cette signalisation est d'autant plus utile que les domaines de variation des variables déterminés par des simulations du réglage échantillonné ne fournissent qu'une estimation (surtout en cas de quantification grossière) des domaines de variation des variables inhérentes au réglage échantillonné quantifié.

4.3.5.2 Vérification de l'existence de cycles limites sur la grandeur de sortie mesurée

Lorsque la simulation du réglage échantillonné quantifié est effectuée et si l'utilisateur le désire, une recherche de cycles limites sur la grandeur de sortie mesurée peut être effectuée. Lorsqu'un cycle limite est trouvé, un fichier de cycles limites, dont le nom par défaut est `cycle.dat` (voir figure 4.10), peut être généré, si l'utilisateur le désire. Ce fichier de sortie indique l'ordre (voir § 1.5.2), le nombre de périodes ainsi que l'amplitude maximale et minimale du cycle limite trouvé.

4.3.5.3 Génération du fichier de résultats

Si l'utilisateur le désire, un fichier de résultats, dont le nom par défaut est `result.dat` (voir figure 4.10), peut être généré. Ce fichier de sortie

indique, sous forme de tableaux de valeurs, l'évolution temporelle des grandeurs appartenant au réglage échantillonné d'une part et au réglage échantillonné quantifié d'autre part. Les grandeurs reportées dans le fichier de résultat dépendent de la structure de réglage utilisée et seront donc indiquées, pour chaque structure de réglage, à la section 4.4.

4.3.5.4 Génération de fichiers plotter

Si l'utilisateur le désire, des fichiers plotter, dont les noms par défaut sont `plotter.dat` (voir figure 4.10), peuvent être générés. Ces fichiers de sortie sont utilisés pour tracer des courbes et contiennent, sous forme de liste de valeurs, l'évolution temporelle des grandeurs désirées. Pour garantir un maximum de souplesse, la structure de ces fichiers peut être définie par l'utilisateur. En particulier, on a la possibilité de spécifier si un de ces fichiers doit contenir uniquement l'évolution de grandeurs appartenant au réglage échantillonné ou au réglage échantillonné quantifié ou s'il doit contenir l'évolution simultanée de grandeurs similaires appartenant aux deux réglages.

La liste des grandeurs à disposition dépend de la structure de réglage utilisée et sera donc indiquée, pour chaque structure de réglage, à la section 4.4.

Pour chaque grandeur choisie, les extremas de son évolution temporelle sont indiqués. Selon les exigences graphiques, cette évolution temporelle peut être modifiée à l'aide d'un terme additif et d'un facteur multiplicatif à choix. A noter que pour chaque grandeur choisie, on a la possibilité de spécifier un fichier plotter différent.

4.3.6 Disposition des données sur les fichiers d'entrée

On a vu au § 4.3.3 qu'un grand nombre de données peuvent être introduites à l'aide de fichiers d'entrée. Afin d'exposer d'une façon générale les règles qui doivent être observées pour la disposition de ces données sur les fichiers d'entrée, on va définir les notions de élément et d'ensemble :

$$\text{élément} = \left\{ \begin{array}{l} \text{nombre entier} \\ \text{nombre réel} \\ \text{format} \\ \text{OMDA} \\ \text{OCDA} \end{array} \right. \quad (4.45)$$

$$\text{ensemble} = \left\{ \begin{array}{l} \text{suite} \\ \text{matrice} \\ \text{vecteur ligne} \\ \text{vecteur} \\ \text{élément} \end{array} \right. \quad (4.46)$$

Ainsi, à titre d'exemple, le terme élément sera utilisé pour désigner indifféremment un nombre entier, un nombre réel, un format, un OMDA (voir § 4.2.4.2), un OCDA (voir § 4.2.4.3).

La compatibilité des ensembles (4.46) et des éléments (4.45) est résumée au tableau 4.1.

élément ensemble	nombre entier	nombre réel	format	OMDA	OCDA
suite		x			
matrice		x	x		
vecteur ligne		x	x		
vecteur	x	x	x	x	
élément	x	x	x	x	x

Tableau 4.1 Compatibilité des ensembles et des éléments.

A titre d'exemple, on voit que seulement une suite de nombres réels peut constituer une donnée valide. Ces suites de nombres réels représentent les suites de valeurs imposées pour les grandeurs de consigne (voir § 4.3.3.6) et de perturbation (voir § 4.3.3.9).

En ce qui concerne l'écriture, sur un fichier d'entrée, des éléments (4.45), on observera les règles suivantes :

- l'écriture de nombres entiers et réels n'est soumise à aucune contrainte particulière.
- l'écriture d'un format (voir § 1.3.3) est faite de la façon la plus naturelle en indiquant les nombres de bits avant et après la virgule séparés par un point décimal. Un exemple pour l'écriture d'un format est donné par :

4.12

- l'écriture d'un OMDA ou d'un OCDA est faite en indiquant les différents paramètres qui le définissent (voir figures 4.14, 4.15 et § 4.3.3.4) à raison d'un par ligne. Un exemple pour l'écriture d'un OMDA est donné par :

```

y
824
12
rounding
6
18.14
y
20
    
```

En ce qui concerne la disposition, sur un fichier d'entrée, des ensembles (4.46), les règles suivantes sont à observer :

- une suite doit être introduite en séparant ses composants par un espace au moins.
- on dispose les composants des vecteurs lignes et des matrices par groupes de 5 colonnes au maximum en séparant deux composants d'une même ligne par un espace au moins. Entre deux lignes d'une même matrice, un nombre arbitraire de lignes blanches peuvent être laissées.

Un exemple pour l'écriture d'une matrice S (n lignes, m colonnes) est donné par :

$$\begin{array}{cccc}
 S[1, 1] & S[1, 2] & \dots & S[1, 5] \\
 S[2, 1] & S[2, 2] & \dots & S[2, 5] \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 S[n, 1] & S[n, 2] & \dots & S[n, 5] \\
 \\
 S[1, 6] & S[1, 7] & \dots & S[1, 10] \\
 S[2, 6] & S[2, 7] & \dots & S[2, 10] \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 S[n, 6] & S[n, 7] & \dots & S[n, 10] \\
 \\
 S[1, m-2] & S[1, m-1] & S[1, m] \\
 S[2, m-2] & S[2, m-1] & S[2, m] \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 S[n, m-2] & S[n, m-1] & S[n, m]
 \end{array}$$

- tous les éléments, à l'exception des OMDA et des OCDA, et les composants des vecteurs, à l'exception des vecteurs d'OMDA, seront disposés à raison d'un par ligne.
- deux ensembles peuvent être séparés par un nombre arbitraire de lignes blanches.

4.4 STRUCTURES DE REGLAGE

4.4.1 Généralités

On décrira dans cette section les différentes structures de réglage pouvant être traitées par le programme PRECREG. Pour chaque structure de réglage, on indiquera les équations du réglage échantillonné de même que le schéma bloc du réglage échantillonné quantifié.

En ce qui concerne les algorithmes de simulation, on décrira uniquement, pour chaque structure de réglage, l'algorithme utilisé pour la simulation du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe. En effet, l'algorithme décrit, qui correspond au cas le plus compliqué, permet de déduire sans aucune difficulté les algorithmes pour la simulation du réglage échantillonné et du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante.

Ensuite, on indiquera pour chaque structure de réglage, la constitution des fichiers d'entrée, les grandeurs reportées dans le fichier de résultat et la liste des grandeurs disponibles pour les fichiers plotter.

Enfin, on décrira pour chaque structure de réglage, comment il est possible d'introduire des zones mortes sur l'écart de réglage.

Les algorithmes de simulation seront décrits à l'aide d'un pseudo-langage de programmation afin de rendre plus transparents les algorithmes implantés. Dans ce contexte, on décrira au § 4.4.2 un certain nombre de pseudo-instructions qui seront utilisées systématiquement aux § 4.4.3 à 4.4.7 lors de la description des algorithmes utilisés pour la simulation des différentes structures de réglage.

4.4.2 Définition des pseudo-instructions pour la description des algorithmes de simulation

La simulation du système à régler est effectuée en utilisant les équations d'état (4.1) et (4.2) du système échantillonné (voir § 4.2.2). La pseudo-instruction

$$\text{simSYS} \quad (4.47)$$

sera utilisée pour désigner le calcul, selon (4.1) et (4.2), de l'état futur $x_s[k+1]$ et $y_s[k+1]$ du système sur la base de son état actuel $x_s[k]$, de la grandeur de commande $u_{ic}[k]$ et de la grandeur de perturbation $v[k]$.

La simulation des organes de commande et de mesure digitaux a été discutée au § 4.2.4. Les pseudo-instructions

$$x_m := \text{simOMDA}(x) \quad (4.48)$$

et

$$u_{ic} := \text{simOCDA}(u_i) \quad (4.49)$$

seront utilisées pour désigner respectivement la mesure, par un organe de mesure digital avec adaptation (§ 4.2.4.2), de la grandeur analogique x et l'application au système à régler, par l'intermédiaire d'un organe de commande digital avec adaptation (§ 4.2.4.3), de la grandeur de commande digitale $u_i[k]$.

La limitation de la grandeur de commande $u[k]$ à des valeurs maximales L_S et minimales L_I est schématisée à la figure 4.19.

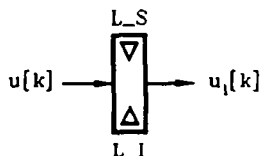


Figure 4.19 Schéma bloc pour la limitation de la grandeur de commande.

La pseudo-instruction

$$\text{limitCOM} \quad (4.50)$$

sera utilisée pour désigner le calcul de la grandeur de commande limitée $u_1[k]$ selon l'algorithme suivant, exprimé dans un pseudo-langage de programmation

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } u > L_S \\ \text{alors } u_1 := L_S \\ \text{sinon si } u < L_I \\ \text{alors } u_1 := L_I \\ \text{sinon } u_1 := u \end{array} \right\} \quad (4.51)$$

Lors d'une implantation en virgule fixe, il arrive très souvent, pour des raisons de précision, de devoir exécuter certains calculs sur des longueurs de mot étendues et de devoir limiter, pour la suite des opérations, la précision du résultat final.

Ceci peut arriver, par exemple, lors du calcul d'une grandeur de commande, de la grandeur d'état d'un régulateur intégrateur ou d'un algorithme d'observation.

Une grandeur en précision étendue sera distinguée par l'indice (+) et la pseudo-instruction

$$x_+ \text{ ---> } x \quad (4.52)$$

sera utilisée pour désigner la conversion de la grandeur x_+ (x en précision étendue) en la grandeur x .

Dans le même ordre d'idées, il arrive, lors d'une implantation en virgule fixe, qu'une même variable soit utilisée avec deux formats différents. Ceci sera mis en évidence dans les algorithmes en distinguant une des deux variables par un (~). La génération d'une variable \tilde{x} à partir d'une variable x (de format différent) est représentée par la pseudo-instruction (4.52) appliquée aux variables x et \tilde{x} .

4.4.3 Réglage avec régulateur P , PD , PD2

4.4.3.1 Equations du réglage échantillonné

Les régulateurs P, PD et PD2 sont régis par les relations suivantes [1]

$$e[k] = w[k] - y_s[k] \quad (4.53)$$

$$u[k] = \begin{cases} K_p e[k] & ; \text{ régulateur P} \\ K_{pd} e[k] - K_d e[k-1] & ; \text{ régulateur PD} \\ K_{pdd2} e[k] - K_{dd2} e[k-1] + K_{d2} e[k-2] & ; \text{ régulateur PD2} \end{cases} \quad (4.54)$$

avec

$$K_{pd} = K_p + K_d \quad (4.55)$$

$$K_{pdd2} = K_p + K_d + K_{d2} \quad (4.56)$$

$$K_{dd2} = K_d + 2 K_{d2} \quad (4.57)$$

Le système à régler échantillonné est décrit par ses équations d'état (4.1) et (4.2).

4.4.3.2 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié

Les schémas bloc des réglages échantillonnés quantifiés pour les trois types de régulateurs sont représentés aux figures 4.20 à 4.22 où l'on remarque que le système à régler apparaît sous sa forme continue.

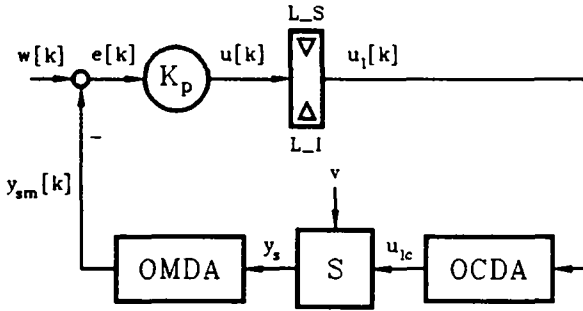


Figure 4.20 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'un régulateur P.

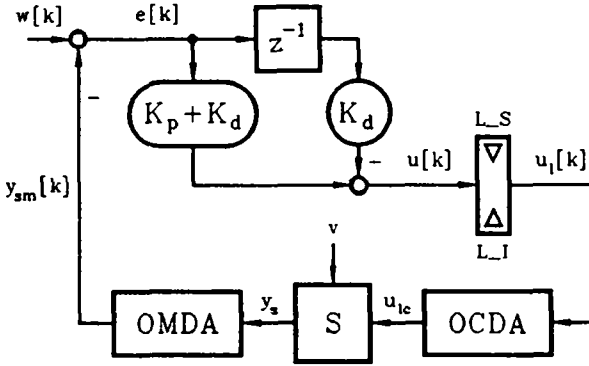


Figure 4.21 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'un régulateur PD.

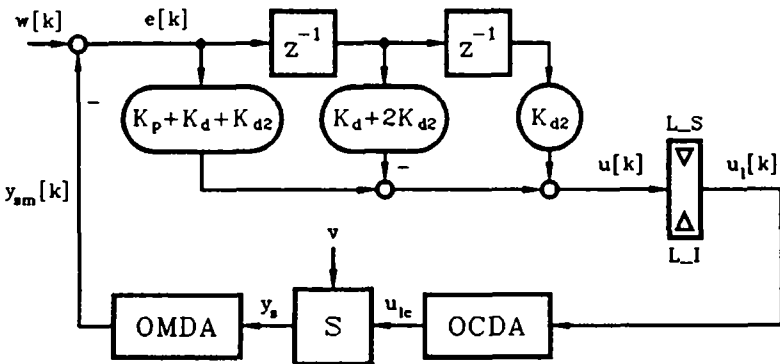


Figure 4.22 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'un régulateur PD2.

4.4.3.3 Algorithme de simulation

Les algorithmes de simulation des réglages échantillonnés quantifiés des figures 4.20 à 4.22, dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe, peuvent être exprimés à l'aide d'un pseudo-langage de programmation. En utilisant les pseudo-instructions définies au § 4.4.2, on obtient dans le cas d'un régulateur P

$$\left. \begin{array}{l} y_{sm} := \text{simOMDA}(y_s) \\ e := w - y_{sm} \\ u := K_p e \\ \text{limitCOM} \\ u_{1c} := \text{simOCDA}(u_1) \\ \text{simSYS} \end{array} \right\} \quad (4.58)$$

dans le cas d'un régulateur PD

$$\left. \begin{array}{l} y_{sm} := \text{simOMDA}(y_s) \\ e := w - y_{sm} \\ u_+ := K_{pd} e - K_d e_{-1} \\ u_+ \text{ ---> } u \\ \text{limitCOM} \\ u_{1c} := \text{simOCDA}(u_1) \\ \text{simSYS} \\ e_{-1} := e \end{array} \right\} \quad (4.59)$$

et dans le cas d'un régulateur PD2

$$\left. \begin{array}{l} y_{sm} := \text{simOMDA}(y_s) \\ e := w - y_{sm} \\ u_+ := K_{pdd2} e - K_{dd2} e_{-1} + K_{d2} e_{-2} \\ u_+ \text{ ---> } u \\ \text{limitCOM} \\ u_{1c} := \text{simOCDA}(u_1) \\ \text{simSYS} \\ e_{-2} := e_{-1} \\ e_{-1} := e \end{array} \right\} \quad (4.60)$$

Concernant le choix des formats, les contraintes suivantes sont à respecter

$$\left\{ \begin{array}{ll} e'' = w'' = y_{sm}'' & : \text{régulateur P} \\ e'' = w'' = y_{sm}'' = e_{-1}'' & : \text{régulateur PD} \\ e'' = w'' = y_{sm}'' = e_{-1}'' = e_{-2}'' & : \text{régulateur PD2} \end{array} \right. \quad (4.61)$$

$$u'' = u_1'' \quad (4.62)$$

Remarquons que les algorithmes (4.58) à (4.60) sont également valables pour la simulation des réglages échantillonnés quantifiés dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante lorsqu'on élimine les pseudo-instructions

u_+ ---> u et qu'on remplace u_+ par u . Si de plus, on remplace les pseudo-instructions $\text{simOMDA}(y_s)$ par y_s et $\text{simOCDA}(u_1)$ par u_1 , on obtient les algorithmes pour la simulation des réglages échantillonnés.

4.4.3.4 Constitution des fichiers d'entrée et de sortie

La constitution des fichiers d'entrée (voir § 4.3.3) et la liste des grandeurs reportées dans le fichier de résultat (voir § 4.3.5.3) et disponibles pour les fichiers plotter (voir § 4.3.5.4) sont résumées au tableau 4.2.

donne	format IN			defOMCDA
	P	PD	PD2	
F_s				définition OMDA pour y_s
D_s	K_p''	K_{pd}''	K_{pdd2}''	définition OCDA
h_{sv}		K_d''	K_{dd2}''	
C_s^r		u_+''	K_{d2}''	
K_p			u_+''	
K_d ($\leftarrow 0:P$)				
K_{d2} ($\leftarrow 0:P,PD$)				
result, plotter				
RE : w, y_s, e, u, u_1, v				
REQ : w, y_{sm}, e, u, u_1				

Tableau 4.2 Constitution des fichiers d'entrée et de sortie dans le cas d'un réglage avec régulateur P, PD, PD2.

Remarquons au niveau du fichier d'entrée donne, que suivant le type de régulateur utilisé des coefficients K_d et/ou K_{d2} nuls doivent être introduits.

4.4.3.5 Introduction d'une zone morte sur l'écart de réglage

Lorsqu'on désire introduire une zone morte sur l'écart de réglage (voir § 4.3.3.8), il faut indiquer la valeur ZM_e de cette zone morte. Les algorithmes (4.58) à (4.60) sont alors à modifier en insérant, après le calcul de e , la pseudo-instruction "si $|e| < ZM_e$ alors $e := 0$ ". Ceci revient à considérer comme nul, lors du calcul de la grandeur de commande, tout écart de réglage à l'intérieur de la zone morte ZM_e .

4.4.4 Réglage avec régulateur I , PI , PID

4.4.4.1 Equations du réglage échantillonné

Les régulateurs I, PI, PID sont régis par les relations suivantes [1]

$$e[k] = w[k] - y_s[k] \quad (4.63)$$

$$u[k] = \begin{cases} x_R[k] + K_I e[k] & ; \text{régulateur I} \\ x_R[k] + K_{PI} e[k] & ; \text{régulateur PI} \\ x_R[k] + K_{PID} e[k] - K_d e[k-1] & ; \text{régulateur PID} \end{cases} \quad (4.64)$$

$$\epsilon_{lim}[k] = u[k] - u_1[k] \quad (4.65)$$

$$x_R[k+1] = x_R[k] + K_I e[k] - K_{cor} \epsilon_{lim}[k] \quad (4.66)$$

avec

$$K_{PI} = K_p + K_I \quad (4.67)$$

$$K_{PID} = K_p + K_I + K_d \quad (4.68)$$

$$K_{cor} = \begin{cases} 1 & ; \text{régulateur I} \\ K_I / K_{PI} & ; \text{régulateur PI} \\ K_I / K_{PID} & ; \text{régulateur PID} \end{cases} \quad (4.69)$$

Remarquons que, par le biais du coefficient K_{cor} , on a introduit une correction de la composante intégrale x_R intervenant en cas de limitation de la grandeur de commande [5]. Cette correction permet d'avoir une valeur correcte pour la composante intégrale x_R lorsque la grandeur de commande sort des limitations et assure ainsi un bon fonctionnement du réglage dans tous les cas.

Le système à régler échantillonné est décrit par ses équations d'état (4.1) et (4.2).

4.4.4.2 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié

Les schémas bloc des réglages échantillonnés quantifiés pour les trois types de régulateurs sont représentés aux figures 4.23 à 4.25 où l'on remarque que le système à régler apparaît sous sa forme continue.

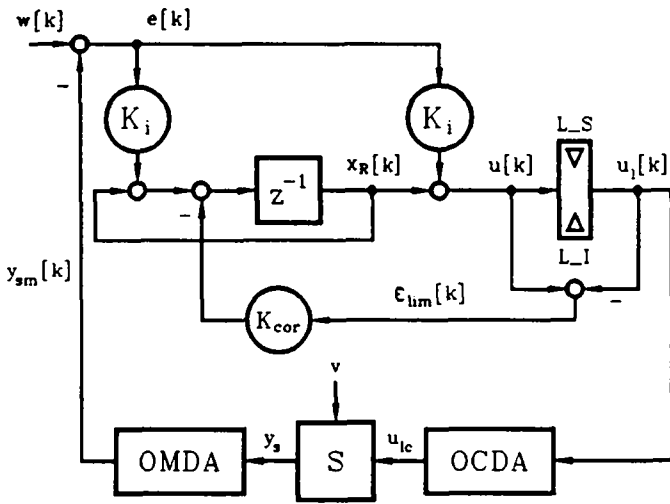


Figure 4.23 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'un régulateur I.

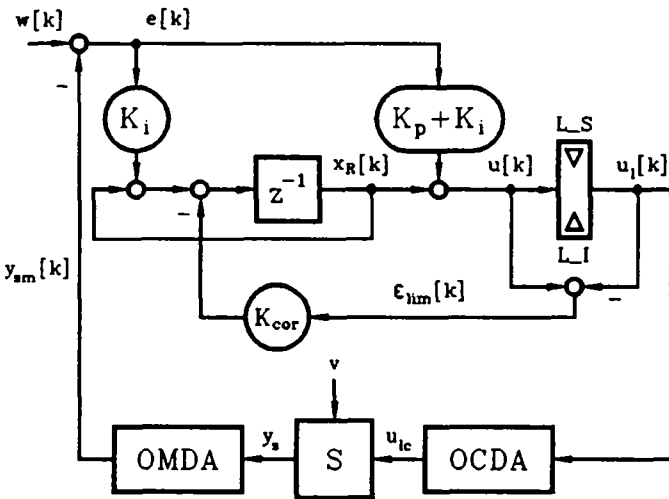


Figure 4.24 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'un régulateur PI.

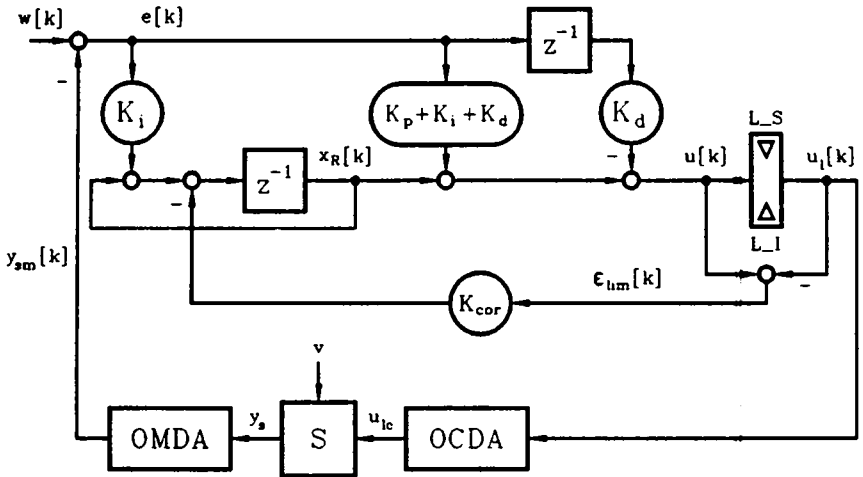


Figure 4.25 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'un régulateur PID.

4.4.4.3 Algorithme de simulation

Les algorithmes de simulation des réglages échantillonnés quantifiés des figures 4.23 à 4.25, dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe, peuvent être exprimés à l'aide d'un pseudo-langage de programmation. En utilisant les pseudo-instructions définies au § 4.4.2, on obtient, dans le cas d'un régulateur I

$$\left. \begin{array}{l}
 y_{sm} := \text{simOMDA}(y_s) \\
 e := w - y_{sm} \\
 u_+ := x_R + K_i e \\
 u_+ \text{ ---> } u \\
 \text{limitCOM} \\
 \epsilon_{lim} := u - u_1 \\
 u_{1c} := \text{simOCDA}(u_1) \\
 \text{simSYS} \\
 x_R := x_R + K_i e - K_{cor} \epsilon_{lim}
 \end{array} \right\} \quad (4.70)$$

dans le cas d'un régulateur PI

$$\left. \begin{aligned}
 y_{sm} &:= \text{simOMDA}(y_s) \\
 e &:= w - y_{sm} \\
 u_+ &:= x_R + K_{p1} e \\
 u_+ &\text{ ---> } u \\
 \text{limitCOM} \\
 \epsilon_{11m} &:= u - u_1 \\
 u_{1c} &:= \text{simOCDA}(u_1) \\
 \text{simSYS} \\
 x_R &:= x_R + K_1 e - K_{cor} \epsilon_{11m}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.71)$$

et dans le cas d'un régulateur PID

$$\left. \begin{aligned}
 y_{sm} &:= \text{simOMDA}(y_s) \\
 e &:= w - y_{sm} \\
 u_+ &:= x_R + K_{p1d} e - K_d e_{-1} \\
 u_+ &\text{ ---> } u \\
 \text{limitCOM} \\
 \epsilon_{11m} &:= u - u_1 \\
 u_{1c} &:= \text{simOCDA}(u_1) \\
 \text{simSYS} \\
 x_R &:= x_R + K_1 e - K_{cor} \epsilon_{11m} \\
 e_{-1} &:= e
 \end{aligned} \right\} \quad (4.72)$$

Concernant le choix des formats, les contraintes suivantes sont à respecter

$$\left\{ \begin{aligned}
 e'' = w'' = y_{sm}'' & \quad ; \text{ régulateur I ou PI} \\
 e'' = w'' = y_{sm}'' = e_{-1}'' & \quad ; \text{ régulateur PID}
 \end{aligned} \right. \quad (4.73)$$

$$u'' = u_1'' = \epsilon_{11m}'' \quad (4.74)$$

$$u_+'' = x_R'' \quad (4.75)$$

Remarquons que les algorithmes (4.70) à (4.72) sont également valables pour la simulation des réglages échantillonnés quantifiés dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante lorsqu'on élimine les pseudo-instructions $u_+ \text{ ---> } u$ et qu'on remplace u_+ par u . Si de plus, on remplace les pseudo-instructions $\text{simOMDA}(y_s)$ par y_s et $\text{simOCDA}(u_1)$ par u_1 , on obtient les algorithmes pour la simulation des réglages échantillonnés.

4.4.4.4 Constitution des fichiers d'entrée et de sortie

La constitution des fichiers d'entrée (voir § 4.3.3) et la liste des grandeurs reportées dans le fichier de résultat (voir § 4.3.5.3) et disponibles pour les fichiers plotter (voir § 4.3.5.4) sont résumées au tableau 4.3. Remarquons, au niveau du fichier d'entrée donne, que suivant le type de régulateur utilisé des coefficients K_p et/ou K_d nuls doivent être imposés.

donne	format IN			defOMCDA définition OMDA pour y_s définition OCDA
	I	PI	PID	
F_s				
h_s	K_1''	K_1''	K_1''	
h_{sv}	u_+''	K_{pi}''	K_{pid}''	
c_s^T		K_{cor}''	K_d''	
K_p ($\leftarrow 0 : I$)		u_+''	K_{cor}''	
K_i			u_+''	
K_d ($\leftarrow 0 : I, PI$)				
result , plotter				
RE : $w, y_s, e, u, u_i, x_R, v$				
REQ : $w, y_{sm}, e, u, u_i, x_R$				

Tableau 4.3 Constitution des fichiers d'entrée et de sortie dans le cas d'un réglage avec régulateur I, PI, PID.

4.4.4.5 Introduction de zones mortes sur l'écart de réglage

Dans le cas des régulateurs standard avec composante intégrale, il est possible d'introduire deux zones mortes sur l'écart de réglage (voir § 4.3.3.8). Si l'on désire introduire ces zones mortes, il faut indiquer leurs valeurs ZM_{e1} et ZM_{e2} . Les algorithmes (4.70) à (4.72) sont alors à modifier en insérant, après le calcul de e , les pseudo-instructions

$$\left. \begin{array}{l} e_i := e \\ \text{si } |e| < ZM_{e1} \text{ alors } e := 0 \\ \text{si } |e_i| < ZM_{e2} \text{ alors } e_i := 0 \end{array} \right\} \quad (4.76)$$

et en remplaçant e par e_i dans le calcul de x_R .

La zone morte ZM_{e2} permet d'insensibiliser la composante intégrale, alors que la zone morte ZM_{e1} permet d'introduire une insensibilité sur l'intervention de la composante proportionnelle et de dérivée dans le cas du régulateur PI, ou des composantes proportionnelle et de dérivée dans le cas du régulateur PID. Il est clair que dans le cas du régulateur I, il faut poser $ZM_{e1} = ZM_{e2}$.

4.4.5 Réglage d'état (avec ou sans régulateur intégrateur, avec contre-réaction d'état partielle ou globale)

4.4.5.1 Equations du réglage échantillonné

Un réglage d'état dans sa structure optimale est régi par les équations suivantes [2]

$$e[k] = w[k] - y_s[k] \quad (4.77)$$

$$u[k] = -k_x^T x_s[k] + k_R x_R[k] + k_w w[k] - k_v v[k] \quad (4.78)$$

$$\epsilon_{j1m}[k] = u[k] - u_j[k] \quad (4.79)$$

$$x_R[k+1] = x_R[k] + e[k] - k_{cor} \epsilon_{11m}[k] \quad (4.80)$$

avec

$$k_{cor} = 1/k_w \quad (4.81)$$

Pour assurer un bon fonctionnement du réglage dans tous les cas, on a introduit, par le biais du coefficient k_{cor} , une correction de la grandeur d'état x_R du régulateur intégrateur, intervenant en cas de limitation de la grandeur de commande [5].

Le système à régler échantillonné est décrit par ses équations d'état (4.1) et (4.2).

4.4.5.2 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié

Le schéma bloc du réglage échantillonné quantifié est représenté à la figure 4.26 où l'on remarque que le système à régler apparaît sous sa forme continue et qu'un organe de mesure digital avec adaptation (OMDA) multiple est utilisé pour la mesure du vecteur d'état \underline{x}_s .

4.4.5.3 Algorithme de simulation

L'algorithme de simulation du réglage échantillonné quantifié de la figure 4.26, dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe, peut être exprimé à l'aide d'un pseudo-langage de programmation. En utilisant les pseudo-instructions définies au § 4.4.2, on obtient

$$\left. \begin{aligned}
 \underline{x}_{sm} &:= \text{simOMDA}(\underline{x}_s) \\
 y_{sm} &:= \text{simOMDA}(y_s) \\
 v_m &:= \text{simOMDA}(v) \\
 e &:= w - y_{sm} \\
 u_+ &:= -k_s^T \underline{x}_{sm} + k_R x_R + k_w w - k_v v_m \\
 u_+ &\text{ ---> } u \\
 \text{limitCOM} & \\
 \epsilon_{lim} &:= u - u_l \\
 u_{lc} &:= \text{simOCDA}(u_l) \\
 \text{simSYS} & \\
 e &\text{ ---> } \tilde{e} \\
 x_{R+} &:= \tilde{x}_R + \tilde{e} - k_{cor} \epsilon_{lim} \\
 \tilde{x}_R &:= x_{R+} \\
 x_{R+} &\text{ ---> } x_R
 \end{aligned} \right\} \quad (4.82)$$

On remarque dans l'algorithme la présence de deux variables supplémentaires, \tilde{x}_R et \tilde{e} . La première permet de conserver la valeur de x_{R+} alors que la deuxième représente la valeur de e dans le format de x_{R+} .

Concernant le choix des formats, les contraintes suivantes sont à respecter

$$w'' = y_{sm}'' = e'' \quad (4.83)$$

$$u'' = u_l'' = \epsilon_{lim}'' \quad (4.84)$$

$$\tilde{e}'' = x_{R+}'' \quad (4.85)$$

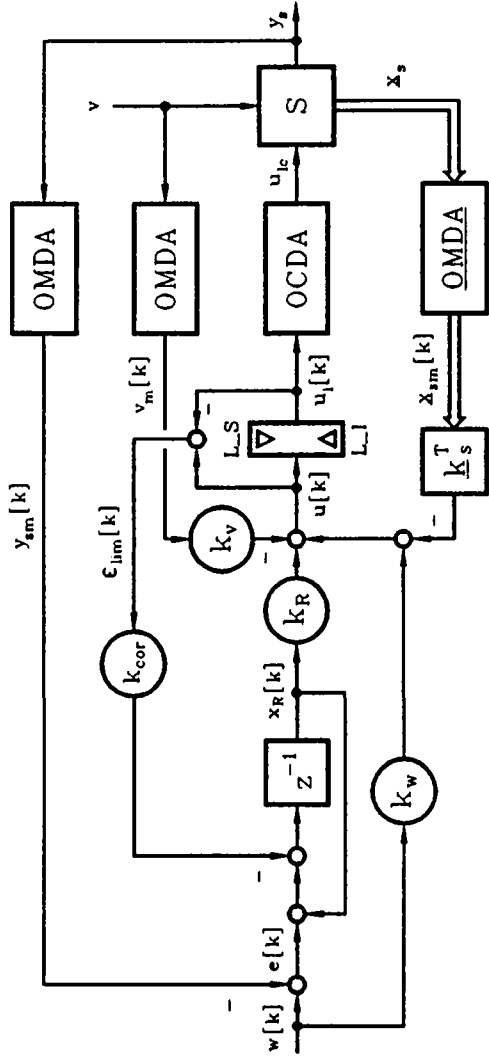


Figure 4.26 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'un réglage d'état de structure optimale.

Remarquons que l'algorithme (4.82) est également valable pour la simulation du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante lorsqu'on élimine les pseudo-instructions $u_+ \text{ ---} \rightarrow u$, $e \text{ ---} \rightarrow \tilde{e}$, $\tilde{x}_R := x_{R+}$, $x_{R+} \text{ ---} \rightarrow x_R$ et qu'on remplace u_+ par u , \tilde{x}_R et x_{R+} par x_R , \tilde{e} par e . Si de plus, on remplace les pseudo-instructions $\text{simOMDA}(x_s)$, $\text{simOMDA}(y_s)$, $\text{simOMDA}(v)$ et $\text{simOCDA}(u_1)$ respectivement par \underline{x}_s , y_s , v et u_1 , on obtient l'algorithme pour la simulation du réglage échantillonné.

4.4.5.4 Constitution des fichiers d'entrée et de sortie

La constitution des fichiers d'entrée (voir § 4.3.3) et la liste des grandeurs reportées dans le fichier de résultat (voir § 4.3.5.3) et disponibles pour les fichiers plotter (voir § 4.3.5.4) sont résumées au tableau 4.4.

donne	formatIN	defOMCDA
F_s	k_s^T	définition <u>OMDA</u> pour \underline{x}_s
$\frac{h}{s}$	k_v^v	définition <u>OMDA</u> pour y_s
$\frac{h}{s_v}$	k_w^w	définition <u>OMDA</u> pour v
$\frac{c_s}{s}^T$	u_+	définition <u>OCDA</u>
k_s^T	$\left. \begin{array}{l} k_{cor}^w \\ k_R^R \\ x_R^R \\ x_{R+}^R \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{si} \\ k_R \neq 0 \end{array}$	
k_v		
k_w		
k_R ($\leftarrow 0$: pas I)		
result , plotter		
RE : $\underline{x}_s, w, y_s, e, u, u_1, x_R, v$		
REQ : $\underline{x}_{sm}, w, y_{sm}, e, u, u_1, x_R, v_m$		

Tableau 4.4 Constitution des fichiers d'entrée et de sortie dans le cas d'un réglage d'état de structure optimale.

Remarquons au niveau du fichier d'entrée donne que si un régulateur intégrateur n'est pas utilisé, un coefficient k_R nul doit être imposé.

Signalons pour terminer qu'une contre-réaction d'état partielle est obtenue en annulant les composantes désirées du vecteur ligne k_s^T .

4.4.5.5 Introduction d'une zone morte sur l'écart de réglage

Lorsqu'on désire effectuer l'insensibilisation du régulateur intégrateur, il faut introduire la zone morte ZM_e sur l'écart de réglage (voir § 4.3.3.8). Le calcul de x_{R+} dans l'algorithme (4.82) est alors modifié comme suit

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } |\tilde{e}| < ZM_e \\ \text{alors } x_{R+} := \tilde{x}_R - k_{cor} \epsilon_{11m} \\ \text{sinon } x_{R+} := \tilde{x}_R + \tilde{e} - k_{cor} \epsilon_{11m} \end{array} \right\} \quad (4.86)$$

Ceci revient à considérer comme nul, lors du calcul de x_{R+} , tout écart de réglage \tilde{e} à l'intérieur de la zone morte ZM_e .

4.4.6 Réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation

4.4.6.1 Equations du réglage échantillonné

Un réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation est régi par les équations suivantes [2]

$$e[k] = w[k] - y_s[k] \quad (4.87)$$

$$u[k] = -k_s^T x_b[k] + k_R x_R[k] + k_w w[k] - k_v v_b[k] \quad (4.88)$$

$$\epsilon_{lim}[k] = u[k] - u_1[k] \quad (4.89)$$

$$x_b[k+1] = F_b x_b[k] + h_s u_1[k] + h_{sv} v_b[k] + k_b y_s[k] \quad (4.90)$$

$$v_b[k+1] = h_{vs}^T x_b[k] + v_b[k] + l_b y_s[k] \quad (4.91)$$

$$x_R[k+1] = x_R[k] + e[k] - k_{cor} \epsilon_{lim}[k] \quad (4.92)$$

avec

$$F_b = F_s - k_b c_s^T \quad (4.93)$$

$$h_{vs}^T = -l_b c_s^T \quad (4.94)$$

$$k_{cor} = 1/k_w \quad (4.95)$$

L'introduction, par le biais du coefficient k_{cor} , d'une correction de la grandeur d'état x_R du régulateur intégrateur, intervenant en cas de limitation de la grandeur de commande, permet d'assurer un bon fonctionnement du réglage dans tous les cas [5].

Le système à régler échantillonné est décrit par ses équations d'état (4.1) et (4.2).

4.4.6.2 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié

Le schéma bloc du réglage échantillonné quantifié est représenté à la figure 4.27 où l'on remarque que le système à régler apparaît sous sa forme continue.

4.4.6.3 Algorithme de simulation

L'algorithme de simulation du réglage échantillonné quantifié de la figure 4.27, dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe, peut être exprimé à l'aide d'un pseudo-langage de programmation. En utilisant les pseudo-instructions définies au § 4.4.2, on obtient

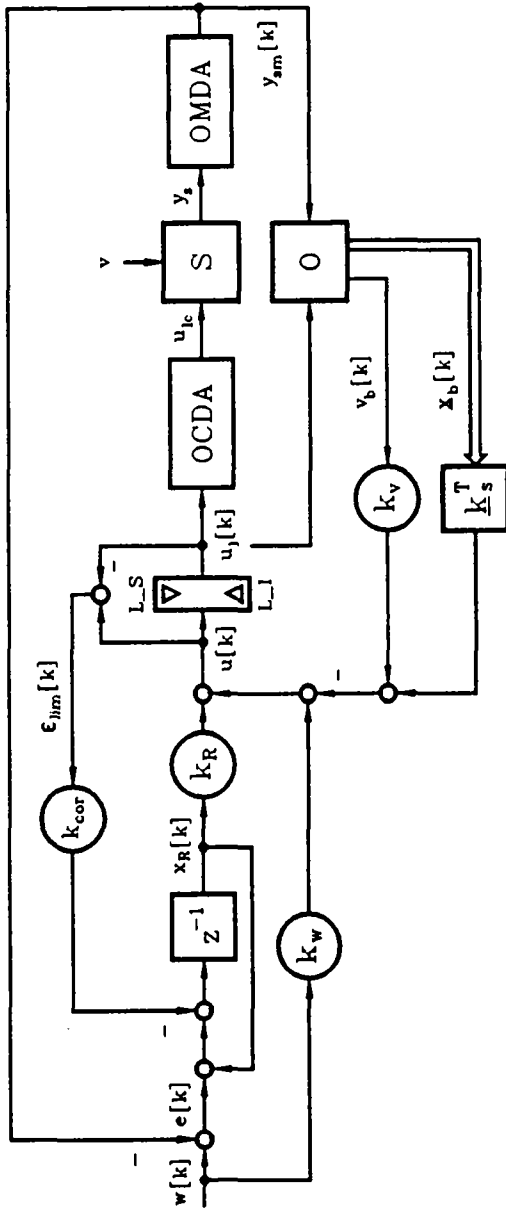


Figure 4.27 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'un réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation.

$$\begin{aligned}
 y_{sm} &:= \text{simOMDA}(y_s) \\
 e &:= w - y_{sm} \\
 u_+ &:= -k_s^T x_b + k_R x_R + k_w w - k_v v_b \\
 u_+ &\text{----> } u \\
 &\text{limitCOM} \\
 \epsilon_{lim} &:= u - u_1 \\
 u_{1c} &:= \text{simOCDA}(u_1) \\
 &\text{simSYS} \\
 v_b &\text{----> } \tilde{v}_b \\
 x_{b+} &:= F_b x_b + h_s u_1 + h_{sv} v_b + k_b y_{sm} \\
 v_{b+} &:= h_{vs}^T x_b + \tilde{v}_b + l_b y_{sm} \\
 x_{b+} &\text{----> } x_b \\
 v_{b+} &\text{----> } v_b \\
 e &\text{----> } \tilde{e} \\
 x_{R+} &:= \tilde{x}_R + \tilde{e} - k_{cor} \epsilon_{lim} \\
 \tilde{x}_R &:= x_{R+} \\
 x_{R+} &\text{----> } x_R
 \end{aligned} \tag{4.96}$$

On remarque dans l'algorithme la présence des variables supplémentaires \tilde{x}_R , \tilde{v}_b et \tilde{e} . La première permet de conserver la valeur de x_{R+} , alors que les deux autres représentent respectivement la valeur de v_b dans le format de v_{b+} et la valeur de e dans le format de x_{R+} .

Concernant le choix des formats, les contraintes suivantes sont à respecter

$$w'' = y_{sm}'' = e'' \tag{4.97}$$

$$u'' = u_1'' = \epsilon_{lim}'' \tag{4.98}$$

$$\tilde{e}'' = x_{R+}'' \tag{4.99}$$

$$\tilde{v}_b'' = v_{b+}'' \tag{4.100}$$

Remarquons que l'algorithme (4.96) est également valable pour la simulation du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante lorsqu'on élimine les pseudo-instructions $u_+ \text{---->} u$, $v_b \text{---->} \tilde{v}_b$, $x_{b+} \text{---->} x_b$, $v_{b+} \text{---->} v_b$, $e \text{---->} \tilde{e}$, $\tilde{x}_R := x_{R+}$, $x_{R+} \text{---->} x_R$ et qu'on remplace \tilde{v}_b par v_b , \tilde{e} par e , \tilde{x}_R et x_{R+} par x_R . Si de plus, on remplace les pseudo-instructions $\text{simOMDA}(y_s)$ par y_s et $\text{simOCDA}(u_1)$ par u_1 , on obtient l'algorithme pour la simulation du réglage échantillonné.

4.4.6.4 Calcul automatique des formats

L'implantation en virgule fixe d'un réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation est une tâche relativement compliquée à cause des nombreux formats à définir. Pour aider l'utilisateur dans cette tâche, le programme PRECREG dispose d'une possibilité de calcul automatique de formats.

Lorsque l'utilisateur désire exploiter cette possibilité, il doit indiquer (voir § 4.4.6.5) les formats x_b , v_b , x_R de même que les nombres N_{ob1} , N_{ob2} , N_{com} et N_{int} : ces derniers représentent le nombre de bits sur lequel sont calculées respectivement les équations pour x_{b+} , v_{b+} , u_+ et x_{R+} . [voir algorithme (4.96)].

Le calcul automatique suppose que les coefficients et les variables entrant dans des multiplications sont codés sur 16 bits et attribués à chaque coefficient, compte tenu de sa grandeur, le format le plus précis possible.

De cette façon, on peut aboutir à un grand nombre de formats différents, ce qui ne pose aucun problème dans l'implantation réelle lorsqu'on dispose comme périphérique d'un multiplicateur câblé permettant d'effectuer un décalage du résultat.

Lorsque la possibilité de calcul automatique des formats est utilisée et si l'utilisateur le désire, un fichier de sortie de formats, dont le nom par défaut est formatOUT.dat (voir figure 4.10), peut être généré. Ce fichier de sortie indique l'ensemble des formats qui devraient être introduits (voir § 4.4.6.5 et Tableau 4.5) si cette possibilité de calcul automatique n'était pas utilisée.

4.4.6.5 Constitution des fichiers d'entrée et de sortie

La constitution des fichiers d'entrée (voir § 4.3.3) et la liste des grandeurs reportées dans le fichier de résultat (voir § 4.3.5.3) et disponibles pour les fichiers plotter (voir § 4.3.5.4) sont résumées au tableau 4.5.

4.4.6.6 Introduction d'une zone morte sur l'écart de réglage

Lorsqu'on désire effectuer l'insensibilisation du régulateur intégrateur, il faut introduire la zone morte ZM_e sur l'écart de réglage (voir § 4.3.3.8). Le calcul de x_{R+} dans l'algorithme (4.96) est alors modifié selon l'algorithme (4.86).

4.4.7 Réglage d'état en cascade

4.4.7.1 Equations du réglage échantillonné

L'application du principe du réglage en cascade ([1]) au réglage d'état ([2]) conduit au réglage d'état en cascade [3]. On considère dans cette section uniquement le cas de deux réglages d'état en cascade. Dans ce cas, le système à régler doit être décomposé en deux sous-systèmes. Toutes les grandeurs concernant le réglage d'état du premier sous-système, le sous-système interne, seront désignées par l'indice (1), alors que l'indice (2) distinguera toutes les grandeurs concernant le réglage d'état du deuxième sous-système. Les équations (4.77) à (4.80) concernant le réglage d'état dans sa structure optimale sont également valables pour décrire le réglage d'état de chacun des deux sous-systèmes considérés. Une petite modification intervient lorsque le réglage d'état externe possède un régulateur intégrateur. En effet, on constate expérimentalement que lors d'une limitation de la grandeur de commande interne, il est judicieux de corriger, par le

biais d'un coefficient k_{cor12} , le régulateur intégrateur du réglage d'état externe [6].

donne	format IN		defOMCDA définition OMDA pour y_s définition OCDA
	avec calcul automatique	sans calcul automatique	
F_s		x_b''	
h_s		v_b''	
h_{sv}	x_b''	x_b''	
U_s^{-T}	v_b''	v_b''	
F_b	x_R''	x_R''	
F_b	Nob1	x_{b+}''	
h_{vs}	Nob2	v_{b+}''	
l_b	Ncom	u_+''	
U_s^{-T}	Nint	x_{R+}''	
F_v		F_b''	
F_v		h_{sv}''	
F_R		h_s''	
		k_b''	
		h_{vs}^{-T}''	
		l_b''	
		l_b^{-T}''	
		k_s''	
		k_w''	
		k_v''	
		k_R''	
		k_{cor}''	
result , plotter			
RE : $x_s, x_b, w, y_s, e, v, v_b, u, u_1, x_R$			
REQ : $x_s, x_b, w, y_{sm}, e, v, v_b, u, u_1, x_R$			

Tableau 4.5 Constitution des fichiers d'entrée et de sortie dans le cas d'un réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation.

L'équation (4.80) pour le sous-système externe devient donc

$$x_{R2}[k+1] = x_{R2}[k] + e_2[k] - k_{cor2} \epsilon_{11m2}[k] - k_{cor12} \epsilon_{11m1}[k] \quad (4.101)$$

Différentes méthodes peuvent être utilisées pour le dimensionnement des coefficients de correction k_{cor1} , k_{cor2} et k_{cor12} [6]. Chaque méthode conduit à des coefficients et donc à des performances du réglage différentes. Ainsi, pour garantir un maximum de souplesse, ces coefficients de correction pourront être choisis par l'utilisateur.

Le dimensionnement d'un réglage d'état en cascade se fait en dimensionnant premièrement le réglage d'état du sous-système interne et en assimilant, pour le dimensionnement du réglage d'état du sous-système externe, le

réglage interne bouclé à un système du premier ordre. Ceci permet d'aboutir aux équations d'état des deux sous-systèmes échantillonnés qui pourraient être exploitées pour effectuer la simulation du système.

Cette façon de procéder ne permet pas d'obtenir une simulation correcte de l'état du système à cause de l'hypothèse effectuée lors de la modélisation du réglage interne bouclé. Il est donc impératif d'effectuer la simulation du système en considérant son modèle d'état global décrit par les équations (4.1) et (4.2). Ceci sera prouvé par un exemple à la section 4.5.

La répartition du vecteur d'état \underline{x}_s du système global, d'ordre n_s , dans les vecteurs d'état \underline{x}_{s1} et \underline{x}_{s2} des deux sous-systèmes utilisés pour le dimensionnement des régulateurs, peut être décrite, en utilisant les vecteurs d'indices i_{s1} et i_{s2} , par les équations

$$\underline{x}_{s1}[j] = \underline{x}_s [i_{s1}[j]] \quad : j=1, \dots, n_{s1} \quad (4.102)$$

$$\underline{x}_{s2}[j] = \underline{x}_s [i_{s2}[j]] \quad : j=1, \dots, n_{s2} \quad (4.103)$$

où n_{s1} et n_{s2} représentent respectivement l'ordre du premier et du deuxième sous-système.

En ce qui concerne les grandeurs de perturbation intervenant sur les deux sous-systèmes, on dispose de plusieurs possibilités qui sont résumées au tableau 4.6.

v_1	v	$\underline{x}_{s2}[lper]$	0
v_2	0	v	v

Tableau 4.6 Grandeurs de perturbation pour les deux sous-systèmes.

On constate d'une part que la grandeur de perturbation externe v peut intervenir soit sur le premier soit sur le deuxième sous-système et d'autre part qu'une composante du vecteur d'état du deuxième sous-système peut intervenir comme grandeur de perturbation au niveau du premier sous-système.

Lorsque le sous-système interne est beaucoup plus rapide que le deuxième sous-système, il est usuel de traiter les réglages d'état des deux sous-systèmes avec des périodes d'échantillonnage différentes [1]. Dans ce contexte, l'utilisateur a la possibilité de choisir pour la période d'échantillonnage T_{e2} du deuxième réglage d'état un multiple entier m de la période d'échantillonnage T_{e1} du réglage d'état interne

$$m = T_{e2} / T_{e1} \quad (4.104)$$

4.4.7.2 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié

Le schéma bloc du réglage échantillonné quantifié est représenté à la figure 4.28.

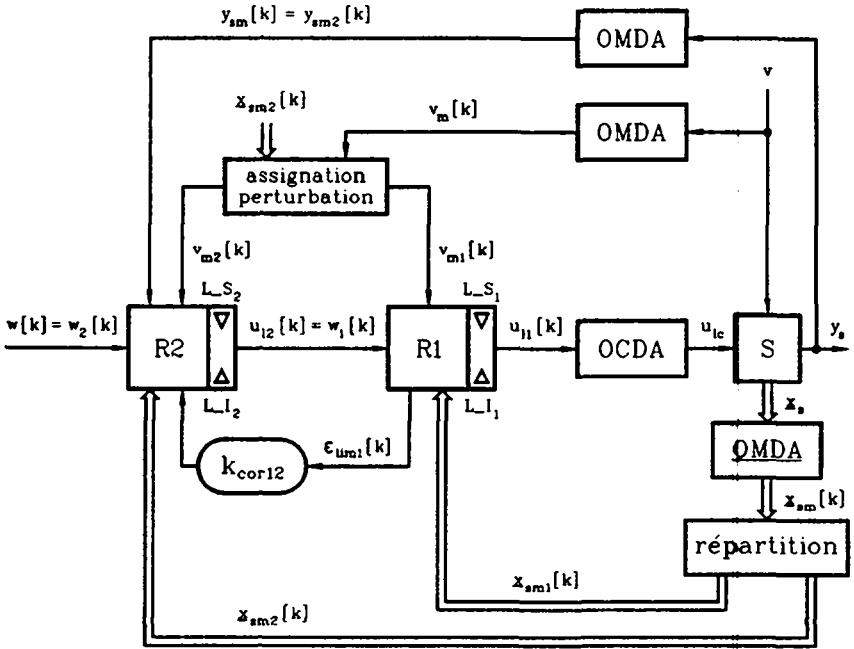


Figure 4.28 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'un réglage d'état en cascade.

On remarque que le système à régler apparaît sous sa forme continue et qu'une représentation condensée a été utilisée pour les régulateurs d'état R1 et R2 des deux sous-systèmes. A l'exception de l'intervention sur le régulateur d'état R2 du deuxième sous-système du terme de correction ($k_{cor12} \epsilon_{u_{m1}}[k]$), la structure interne des deux régulateurs d'état R1 et R2 est identique et peut être déduite à l'aide de la figure 4.26. Les blocs répartition et assignation perturbation de la figure 4.28 permettent respectivement la répartition, selon les équations (4.102) et (4.103), du vecteur d'état mesuré x_{sm} du système global et l'assignation, selon le choix de l'utilisateur (voir tableau 4.6), des grandeurs de perturbation mesurées $v_{m1}[k]$ et $v_{m2}[k]$.

4.4.7.3 Algorithme de simulation

L'algorithme de simulation du réglage échantillonné quantifié de la figure 4.28, dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe, peut être exprimé à

l'aide d'un pseudo-langage de programmation. En utilisant les pseudo-instructions définies au § 4.4.2, on obtient

$$\begin{aligned}
 & \underline{x}_{sm2} := \text{simOMDA}(\underline{x}_s(i_{s2})) \\
 & \underline{y}_{sm2} := \text{simOMDA}(\underline{y}_s) \\
 & \underline{v}_{m2} := \begin{cases} \text{simOMDA}(v) & ; \underline{s}i \ v_2 = v \\ 0 & ; \underline{s}i \ v_2 = 0 \end{cases} \\
 & e_2 := w_2 - y_{sm2} \\
 & u_{2+} := -k_{s2}^T \underline{x}_{sm2} + k_{R2} x_{R2} + k_{w2} w_2 - k_{v2} v_{m2} \\
 & u_{2+} \text{ ---> } u_2 \\
 & \text{limitCOM2} \\
 & e_{11m2} := u_2 - u_{12} \\
 & e_2 \text{ ---> } \tilde{e}_2 \\
 & x_{R2+} := \tilde{x}_{R2} + \tilde{e}_2 - k_{cor2} e_{11m2} - k_{cor12} e_{11m1} \\
 & \tilde{x}_{R2} := x_{R2+} \\
 & x_{R2+} \text{ ---> } x_{R2} \\
 & w_1 := u_{12} \\
 & \text{pour } i = 1 \dots m \\
 & \quad \underline{x}_{sm1} := \text{simOMDA}(\underline{x}_s(i_{s1})) \\
 & \quad \underline{y}_{sm1} := \underline{c}_{s1}^T \underline{x}_{sm1} \\
 & \quad \underline{v}_{m1} := \begin{cases} \text{simOMDA}(v) & ; \underline{s}i \ v_1 = v \\ \text{simOMDA}(\underline{x}_s(i_{s2}[Iper])) & ; \underline{s}i \ v_1 = \underline{x}_{s2}[Iper] \\ 0 & ; \underline{s}i \ v_1 = 0 \end{cases} \\
 & \quad e_1 := w_1 - y_{sm1} \\
 & \quad u_{1+} := -k_{s1}^T \underline{x}_{sm1} + k_{R1} x_{R1} + k_{w1} w_1 - k_{v1} v_{m1} \\
 & \quad u_{1+} \text{ ---> } u_1 \\
 & \quad \text{limitCOM1} \\
 & \quad e_{11m1} := u_1 - u_{11} \\
 & \quad u_{1c} := \text{simOCDA}(u_{11}) \\
 & \quad \text{simSYS} \\
 & \quad e_1 \text{ ---> } \tilde{e}_1 \\
 & \quad x_{R1+} := \tilde{x}_{R1} + \tilde{e}_1 - k_{cor1} e_{11m1} \\
 & \quad \tilde{x}_{R1} := x_{R1+} \\
 & \quad x_{R1+} \text{ ---> } x_{R1} \\
 & \text{fin répétition}
 \end{aligned} \tag{4.105}$$

Les pseudo-instructions limitCOM1 et limitCOM2 sont tout à fait analogues à la pseudo-instruction limitCOM [équation (4.50)] et peuvent être exprimées par l'algorithme (4.51) où chaque grandeur doit être indexée avec le numéro du réglage d'état correspondant.

La boucle de répétition (pour $i = 1..m$) apparaissant dans l'algorithme (4.105) rend compte de la diversité possible des périodes d'échantillonnage pour les réglages d'état des deux sous-systèmes [voir éq. (4.104)].

Pour la signification des variables supplémentaires \tilde{x}_{R2} , \tilde{e}_2 , \tilde{x}_{R1} et \tilde{e}_1

apparaissant dans l'algorithme (4.105) et les modifications pour obtenir les algorithmes pour la simulation du réglage échantillonné et du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante, on renvoie au § 4.4.5.3 où les remarques effectuées dans le cas du réglage d'état peuvent être étendues aux deux niveaux du réglage d'état en cascade.

Concernant le choix des formats, les contraintes (4.83) à (4.85) énoncées dans le cas du réglage d'état s'appliquent également aux deux niveaux du réglage d'état en cascade. De plus, la contrainte suivante doit être respectée

$$u_{i2}'' = w_i'' \quad (4.106)$$

4.4.7.4 Constitution des fichiers d'entrée et de sortie

La constitution des fichiers d'entrée (voir § 4.3.3) et la liste des grandeurs reportées dans le fichier de résultat (voir § 4.3.5.3) et disponibles pour les fichiers plotter (voir § 4.3.5.4) sont résumées au tableau 4.7. Remarquons, au niveau du fichier d'entrée donné, que pour l'assignation des grandeurs de perturbation v_1 et v_2 une des trois configurations indiquées au tableau 4.6 doit être introduite. De plus, un coefficient k_{R1} , (k_{R2}) nul doit être introduit pour signaler l'absence de régulateur intégrateur dans le réglage d'état interne (externe).

4.4.7.5 Introduction de zones mortes sur les écarts de réglage

L'insensibilisation des régulateurs intégrateurs dans le cas du réglage d'état en cascade peut se faire de deux manières différentes qui se basent essentiellement sur l'introduction de zones mortes sur les écarts de réglage (voir § 4.3.3.8).

La première possibilité consiste à insensibiliser le régulateur intégrateur du réglage d'état interne et/ou du réglage d'état externe. Dans ce cas, il faut introduire les zones mortes ZM_{e1} et ZM_{e2} sur les écarts de réglage. Le calcul de x_{R2+} et x_{R1+} dans l'algorithme (4.105) est alors modifié comme suit

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } |\tilde{e}_2| < ZM_{e2} \\ \text{alors } x_{R2+} := \tilde{x}_{R2} - k_{cor2} \epsilon_{11m2} - k_{cor12} \epsilon_{11m1} \\ \text{sinon } x_{R2+} := \tilde{x}_{R2} + \tilde{e}_2 - k_{cor2} \epsilon_{11m2} - k_{cor12} \epsilon_{11m1} \end{array} \right\} \quad (4.107)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } |\tilde{e}_1| < ZM_{e1} \\ \text{alors } x_{R1+} := \tilde{x}_{R1} - k_{cor1} \epsilon_{11m1} \\ \text{sinon } x_{R1+} := \tilde{x}_{R1} + \tilde{e}_1 - k_{cor1} \epsilon_{11m1} \end{array} \right\} \quad (4.108)$$

Ceci revient à considérer comme nul, lors du calcul de x_{Ri+} ($i = 1, 2$), tout écart de réglage \tilde{e}_i à l'intérieur de la zone morte ZM_{ei} . A noter que pour ne pas insensibiliser le régulateur intégrateur du réglage d'état interne (externe), il suffit de poser $ZM_{e1} = 0$ ($ZM_{e2} = 0$).

La deuxième possibilité consiste à insensibiliser le régulateur intégrateur du réglage d'état externe et à effectuer une synchronisation de la grandeur d'état x_{R1} du régulateur intégrateur du réglage d'état interne. Cette synchronisation est réalisée en assignant une valeur particulière à la

grandeur d'état x_{R1} . Dans l'algorithme (4.105), le calcul de x_{R2} est modifié selon l'algorithme (4.107) alors que le calcul de x_{R1} est modifié comme suit

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } (|\tilde{e}_2| < ZM_{e2}) \text{ et } (y_{sm1} = Y_U) \\ \text{alors } x_{R1+} := x_{RU} \\ \text{sinon } x_{R1+} := \tilde{x}_{R1} + \tilde{e}_1 - k_{cor1} \epsilon_{11ml} \end{array} \right\} \quad (4.109)$$

où les paramètres Y_U et x_{RU} représentent respectivement les valeurs finales (régime établi) des grandeurs y_{sm1} et x_{R1} . Cette méthode dont l'efficacité sera prouvée au chapitre 7, permet, lorsque l'écart de réglage \tilde{e}_2 est à l'intérieur de la zone morte ZM_{e2} , de synchroniser la grandeur d'état x_{R1} du régulateur intégrateur du réglage interne à l'instant où $y_{sm1} = Y_U$. Lorsque cette deuxième possibilité d'insensibilisation est utilisée, l'utilisateur doit introduire les paramètres ZM_{e2} , Y_U et x_{RU} .

donne	formatIN	defOMCDA
T_{s1}	k_{s1}^T	définition OMDA pour x_s
T_{s2}	k_{v1}	définition OMDA pour y_s
T_{sv}	k_{w1}	définition OMDA pour v
T_{s1}	u_{1+}	définition OCDA
T_{s2}	k_{cor1}	
v_1	k_{R1}	
v_2	x_{R1}	
C_{s1}^T	x_{R1+}	
T_{s1}	k_{s2}^T	
T_{v1}	k_{v2}	
T_{w1}	k_{w2}	
k_{R1} ($\leftarrow 0$: pas I)	u_{2+}	
k_{cor1} si $k_{R1} \neq 0$	k_{cor2}	
C_{s2}^T	k_{cor12}	
T_{s2}	k_{R2}	
T_{v2}	x_{R2}	
T_{w2}	x_{R2+}	
k_{R2} ($\leftarrow 0$: pas I)		
k_{cor2}		
k_{cor12} } si $k_{R2} \neq 0$		
result , plotter		
RE : $x_{s1}, y_{s1}, e_1, u_1, u_{11}, x_{R1}, v_1, x_{s2}, w_2, y_{s2}, e_2, u_2, u_{12}, x_{R2}, v_2$		
REQ : $x_{sm1}, y_{sm1}, e_1, u_1, u_{11}, x_{R1}, v_{m1}, x_{sm2}, w_2, y_{sm2}, e_2, u_2, u_{12}, x_{R2}, v_{m2}$		

Tableau 4.7 Constitution des fichiers d'entrée et de sortie dans le cas du réglage d'état en cascade.

4.5 EXEMPLES D'APPLICATION

4.5.1 Généralités

Dans le but de familiariser le lecteur avec l'utilisation du programme de simulation PRECREG, on va traiter dans cette section quelques exemples d'application concernant le réglage de position d'une machine à courant continu qui a été décrit à la section 3.3 (exemple d'application No 2).

On va effectuer premièrement des simulations du réglage échantillonné. Ceci permettra de montrer l'influence de la modélisation du système à régler dans le cas d'un réglage d'état en cascade.

On effectuera ensuite des simulations du réglage échantillonné quantifié, ce qui permettra d'une part d'évaluer, sur la base d'un essai sur l'installation réelle, l'efficacité de cette simulation et d'autre part de mettre en évidence les difficultés liées à la simulation digitale d'un système soumis à une grandeur de perturbation non linéaire.

4.5.2 Simulation du réglage échantillonné, exemple d'application No 2

On désire comparer les résultats obtenus lors de la simulation digitale d'un réglage d'état en cascade lorsque le système à régler est simulé en utilisant d'une part son modèle d'état global et d'autre part ses deux modèles d'état partiels utilisés lors du dimensionnement des régulateurs.

On va prendre comme exemple d'application le réglage de position d'une machine à courant continu qui a été décrit à la section 3.3. On va effectuer un saut de la consigne de position de 0,1 p.u en imposant un couple résistant nul et on va observer l'évolution de la vitesse n et de l'écart de position e_p .

Pour la simulation utilisant le modèle d'état global du système à régler, on doit faire appel à la structure de réglage d'état en cascade du programme PRECREG (voir § 4.4.7).

Dans ce cas, les paramètres suivants sont introduits (voir figure 4.13, § 4.4.7 et section 3.3)

- simulation du réglage échantillonné.
- $n_s = 4$; $n_{s1} = 3$; $n_{s2} = 2$.
- fichier de données (voir annexe A1).
- $L_{-I_1} = -1$; $L_{-S_1} = 1$; $L_{-I_2} = -1$; $L_{-S_2} = 1$.
- $T_e = 0,01s$; $m = 1$.
- $t_{max} = 2s$.
- saut indiciel de 0,1 p.u pour la grandeur de consigne.
- pas de grandeur de perturbation.
- conditions initiales nulles.

Pour la simulation utilisant les deux modèles d'état partiels, on fait appel à la structure de réglage d'état de structure optimale du programme PRECREG (voir § 4.4.5) qu'on va appliquer au sous-système externe.

Dans ce cas, les paramètres suivants sont introduits (voir figure 4.13, § 4.4.5 et section 3.3)

- simulation du réglage échantillonné.

- $n_s = 2$.
- fichier de données (voir annexe A2).
- $L_I = -1$; $L_S = 1$.
- $T_e = 0,01s$.
- $t_{max} = 2s$.
- saut indiciel de 0,1 p.u pour la grandeur de consigne.
- pas de grandeur de perturbation.
- conditions initiales nulles.

Les résultats de ces deux simulations sont représentés à la figure 4.29 où l'on a reporté l'évolution, d'une part des écarts de position e_p et e_p^* et d'autre part des vitesses n et n^* . On a distingué par un astérisque les résultats de la simulation utilisant les deux modèles d'état partiels. Notons que la valeur des grandeurs e_p , e_p^* , n , n^* est calculée aux instants d'échantillonnage. L'évolution des grandeurs e_p , e_p^* , n et n^* entre deux instants d'échantillonnage a été obtenue par interpolation linéaire des valeurs $e_p[k]$, $e_p^*[k]$, $n[k]$ et $n^*[k]$.

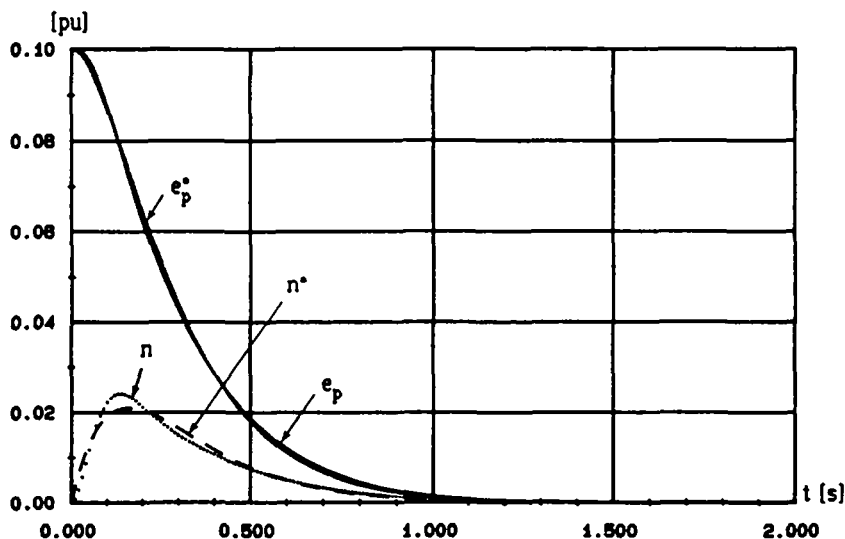


Figure 4.29 Influence de la modélisation du système à régler dans le cas d'un réglage d'état en cascade.

La figure 4.29 montre l'influence de la modélisation du système à régler dans le cas de la simulation d'un réglage d'état en cascade. Les différences obtenues en utilisant, pour le système à régler, un modèle d'état global ou deux modèles d'état partiels sont acceptables mais seraient beaucoup plus importantes si, au niveau du réglage, on tenait compte de la quantification. Ces différences proviennent de l'approximation effectuée lors de la modélisation du sous-système externe où le réglage interne bouclé est assimilé à un système du premier ordre.

Il est donc important, dans le cas d'un réglage d'état en cascade, d'effectuer la simulation du système à régler en utilisant son modèle d'état global.

4.5.3 Simulation du réglage échantillonné quantifié, exemple d'application No 2

4.5.3.1 Essais sur l'installation réelle

Dans le but de mieux pouvoir comparer les résultats fournis par l'installation réelle aux résultats obtenus par simulation digitale, le programme de réglage implanté sur le microsystème (voir § 3.3.8) a été modifié pour pouvoir mémoriser, au cours d'un réglage, la valeur de quelques grandeurs internes. Ceci a permis de disposer des résultats expérimentaux sous une forme numérique. Dans ces conditions, on a effectué un essai sur la machine pas chargée (résistance du rhéostat nulle) en imposant une consigne de position p_c de 0,1 tours.

Les résultats obtenus sont représentés à la figure 4.30, où l'on voit l'évolution de la grandeur d'état x_{Rp} (autour de sa valeur finale moyenne $\bar{x}_{Rp\infty}$) du régulateur intégrateur du réglage de position, de l'écart de position e_p , de la vitesse mesurée n_m et de la consigne de vitesse n_c . Toutes ces grandeurs sont naturellement des grandeurs échantillonnées et quantifiées et la représentation, sur la figure 4.30, de l'évolution de certaines de ces grandeurs par des courbes continues a été faite uniquement par soucis de clarté.

Le calcul de la valeur finale moyenne $\bar{x}_{Rp\infty}$ de la grandeur d'état x_{Rp} se fait en considérant l'équation (3.86) en régime établi. Lorsqu'on fait tendre k vers l'infini, on a

$$\left. \begin{aligned} n_c[k] &= n_{c\infty} = 0 \\ p[k] &= p_c[k] = p_c \\ x_{Rp}[k] &= x_{Rp\infty} \end{aligned} \right\} \quad (4.110)$$

En remplaçant les relations (4.110) dans (3.86), on trouve

$$k_{Rp} x_{Rp\infty} = k_p p_c - k_{wp} p_c \quad (4.111)$$

Compte tenu des formats utilisés (voir § 3.3.8), les pas de quantification q_v pour les variables et q_c pour les coefficients peuvent s'exprimer par

$$q_v = 2^{-14} \quad (4.112)$$

$$q_c = 2^{-8} \quad (4.113)$$

Les coefficients quantifiés par arrondi sont donnés par

$$\left. \begin{aligned} k_{Rp} &= 3 q_c \\ k_p &= 145 q_c \\ k_{wp} &= 49 q_c \end{aligned} \right\} \quad (4.114)$$

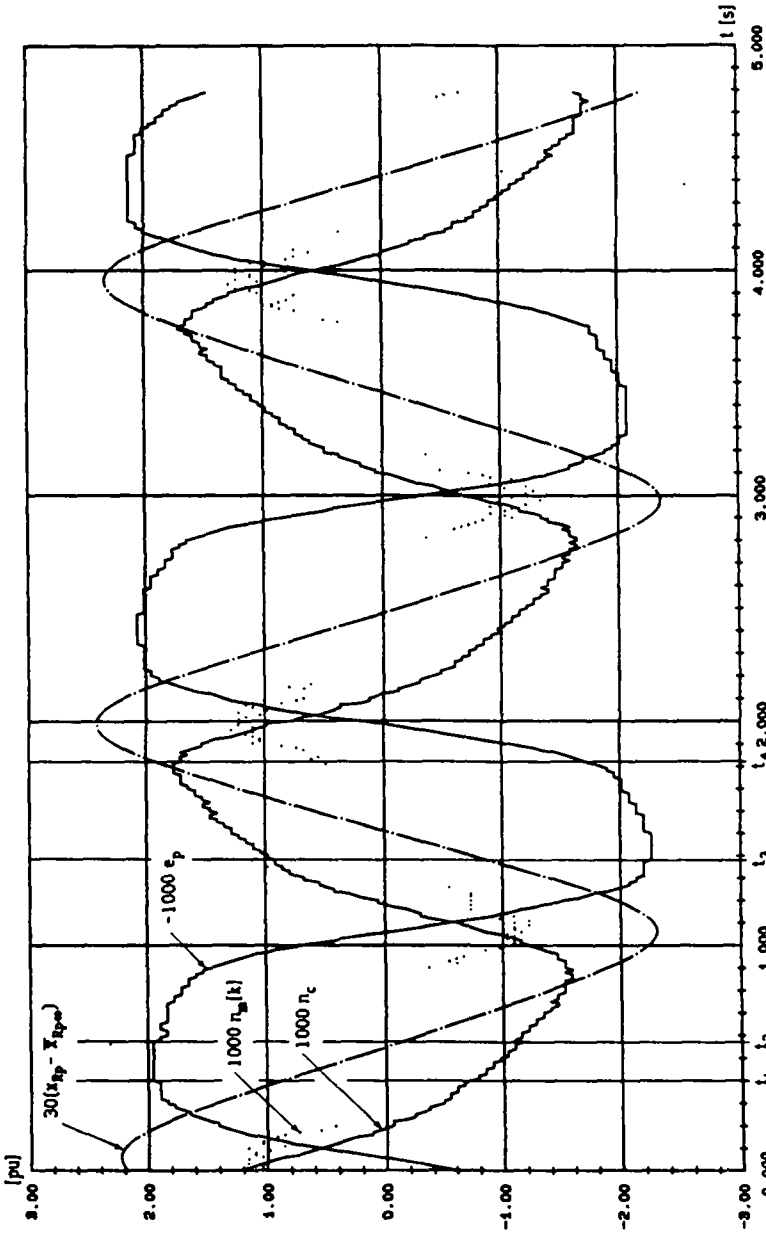


Figure 4.30 Résultats expérimentaux pour une consigne de position de 0,1 tours.

et la consigne de position p_c vaut, en tenant compte de la valeur nominale P_n utilisée (voir § 3.3.8)

$$p_c = 0,1 \text{ tours} \hat{=} 359 q_v \quad (4.115)$$

En remplaçant (4.114) et (4.115) dans (4.111), on obtient compte tenu de la troncature des produits

$$k_{Rp} x_{Rp\infty} = 135 q_v \quad (4.116)$$

Le produit tronqué ($k_{Rp} x_{Rp\infty}$) présente des zones mortes (voir § 1.5.4) et la plage des valeurs de $x_{Rp\infty}$ conduisant au même produit tronqué (4.116) peut se calculer en utilisant les relations (1.49) et (1.50) avec la valeur de k_{Rp} donnée par (4.114)

$$\left. \begin{aligned} x_{Rp\infty\min} &= 11520 q_v \\ x_{Rp\infty\max} &= 11605 q_v \end{aligned} \right\} \quad (4.117)$$

Pour la valeur finale moyenne $\bar{x}_{Rp\infty}$ de l'intégrateur de position, on a pris la moyenne arithmétique des deux bornes (4.117)

$$\bar{x}_{Rp\infty} = 11562 q_v \quad (4.118)$$

On constate sur la figure 4.30 la présence de cycles limites. L'amplitude maximale, en valeur absolue, A_{cl} et la fréquence f_{cl} des cycles limites observés sur la position mesurée valent approximativement

$$A_{cl} \approx 35 q_v \quad (4.119)$$

$$f_{cl} \approx 0,5 \text{ Hz} \quad (4.120)$$

Les origines de ces cycles limites et les méthodes mises en oeuvre pour les éliminer seront traitées en détail au chapitre 7.

4.5.3.2 Essais en simulation digitale

Pour la simulation digitale de l'essai effectué sur l'installation réelle (voir § 4.5.3.1), on doit faire appel à la structure de réglage d'état en cascade du programme PRECREG (voir § 4.4.7). Dans ce cas, les paramètres suivants sont introduits (voir figure 4.13, § 4.4.7 et section 3.3)

- simulation du réglage échantillonné et du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe.
- quantification des coefficients par arrondi et quantification par troncature en complément à 2 lors des opérations arithmétiques.
- $n_s = 4$; $n_{s1} = 3$; $n_{s2} = 2$.
- fichier de données (voir annexe A1).
- fichier de définition des organes de mesure et de commande digitaux (voir annexe A3). Remarquons, au niveau de l'organe de mesure digital de vitesse, que la zone morte de $9 q_v$ calculée au § 3.3.8 est

légèrement supérieure à celle de $6 q_v$ qui a été trouvée expérimentalement (voir § 4.5.3.1) et c'est finalement cette dernière valeur qui a été retenue pour la simulation digitale.

- fichier de formats (voir annexe A4).
- $L_{-I_1} = -1$; $L_{-S_1} = 1$; $L_{-I_2} = -1$; $L_{-S_2} = 1$.
- $T_e = 0,01s$; $m = 1$.
- $t_{max} = 5s$.
- saut indiciel pour la grandeur de consigne de $359q_v = 359 \cdot 2^{-14}$.
- pas de compatibilité entre les grandeurs de consigne et les grandeurs de sortie des deux réglages d'état. En effet, au niveau du réglage d'état de vitesse, les grandeurs n_c et n_m tout en ayant le même format ne sont pas compatibles à cause de la zone morte sur la mesure de vitesse (voir § 3.3.8 et annexe A3).
- pas d'insensibilisation des régulateurs intégrateurs.
- imposition pour la grandeur de perturbation d'une fonction non linéaire $v = m_r = f_{NL}(x_{s1} = n)$ avec $x_{sj} = i_a$ comme variable d'état de comparaison ($i = 2$ et $j = 1$). La fonction non linéaire $f_3(x_{s1})$ (voir (4.44) et figure 4.16c) est utilisée avec les paramètres suivants

$$\begin{aligned} V_0 &= 0,05 \\ V_1 &= 0,08295 \\ V_2 &= 0,104894 \\ x_1 &= 0,0030517578 \\ x_2 &= 0,0640869141 \end{aligned}$$

Cette fonction non linéaire modélise l'évolution du couple résistant m_r en fonction de la vitesse n dans le cas de la machine pas chargée (résistance du rhéostat nulle). La détermination de cette fonction a été faite en considérant la caractéristique $m_r(n)$, de la machine pas chargée, mesurée sur l'installation réelle. Toutefois, l'allure de la fonction $m_r(n)$ imposée pour des vitesses n inférieures, en valeur absolue, à environ 0,01 p.u. est à considérer comme qualitative étant donné la difficulté d'effectuer des mesures de couple résistant pour des faibles vitesses.

- les conditions initiales imposées sont

$$\begin{aligned} x_{s1}[0] &= 6,2673855517 \cdot 10^{-2} \\ x_{s2}[0] &= 1,0344263578 \cdot 10^{-3} \\ x_{s3}[0] &= 18 q_v \\ x_{s4}[0] &= 349 q_v \\ x_{R1}[0] &= 763 q_v \\ x_{R2}[0] &= 12749 q_v \end{aligned}$$

Les conditions initiales pour $x_{s3} = n_m$, $x_{s4} = p$, $x_{R1} = x_{Rn}$ et $x_{R2} = x_{Rp}$ ont été déterminées directement à partir des résultats obtenus lors de l'essai sur l'installation réelle (voir § 4.5.3.1). Les conditions initiales pour $x_{s1} = i_a$ et $x_{s2} = n$ ont été calculées en exploitant

récursivement l'équation d'état (3.64) avec les valeurs réelles de n_m et i_c et en faisant l'hypothèse que pendant les trois premières périodes d'échantillonnage la vitesse n de la machine varie peu, ce qui permet de considérer le couple résistant m_r comme constant ($m_r[0] = m_r[1] = m_r[2] = M$). On aboutit ainsi aux conditions initiales $x_{s1}[0]$ et $x_{s2}[0]$ recherchées et à la valeur de M . A noter que la caractéristique $m_r(n)$ imposée permet justement de retrouver cette valeur de M lorsqu'on pose $n = n[0]$.

Les résultats de cette simulation digitale sont représentés à la figure 4.31 qui est directement comparable avec la figure 4.30 concernant les résultats expérimentaux. On constate que la simulation digitale effectuée reproduit avec une bonne fidélité les phénomènes observés sur l'installation réelle. En particulier, on observe également sur la figure 4.31 la présence de cycles limites sur la position mesurée. L'amplitude maximale, en valeur absolue, A_{c1} et la fréquence f_{c1} de ces cycles limites valent approximativement

$$A_{c1} \approx 32 q_v \quad (4.121)$$

$$f_{c1} \approx 0,49 \text{ Hz} \quad (4.122)$$

Par rapport au cas réel [voir (4.119) et (4.120)], on obtient en simulation digitale des cycles limites d'une amplitude et d'une fréquence légèrement inférieures. De plus, en comparant les figures 4.30 et 4.31, on constate qu'en simulation digitale, lors d'un changement du sens de rotation, la machine reste immobile ($p = cte$) plus longtemps que dans le cas réel. Les différences observées entre les résultats expérimentaux et les résultats obtenus en simulation digitale peuvent provenir de différentes raisons :

- La caractéristique $m_r(n)$ imposée ne correspond pas exactement à la caractéristique $m_r(n)$ réelle qui n'est pratiquement pas mesurable pour des vitesses n très petites. De plus, dans le cas réel, le couple résistant m_r dépend également de la position angulaire de l'arbre de la machine. Ceci se traduit, comme on a pu le vérifier sur l'installation réelle, par l'existence, pour des faibles vitesses, de positions préférentielles pour l'arbre de la machine.
- La mesure digitale de vitesse utilisée dans le cas réel (voir § 3.3.8) conduit, pour des faibles vitesses, à des oscillations sur la vitesse mesurée n_m et peut fournir de temps en temps, suite à des parasites, des valeurs erronées pour la vitesse n_m . Ces phénomènes sont bien visibles à la figure 4.30.

On va maintenant effectuer un deuxième essai en simulation digitale dans le but de prouver l'efficacité de la méthode proposée au § 4.2.2.2 pour la simulation d'un système soumis à une grandeur de perturbation non linéaire. A cet effet, on a modifié le programme de simulation digitale pour que la simulation du système se fasse simplement en résolvant ses équations d'état (4.1) et (4.2) sans tenir compte du diagramme de transition d'état de la figure 4.3. Dans ces conditions, en utilisant les mêmes paramètres que lors de l'essai précédent, on a abouti aux résultats représentés à la figure 4.32. On constate sur cette figure que le phénomène de l'arrêt et du changement du sens de rotation de la machine n'est pas reproduit correctement.

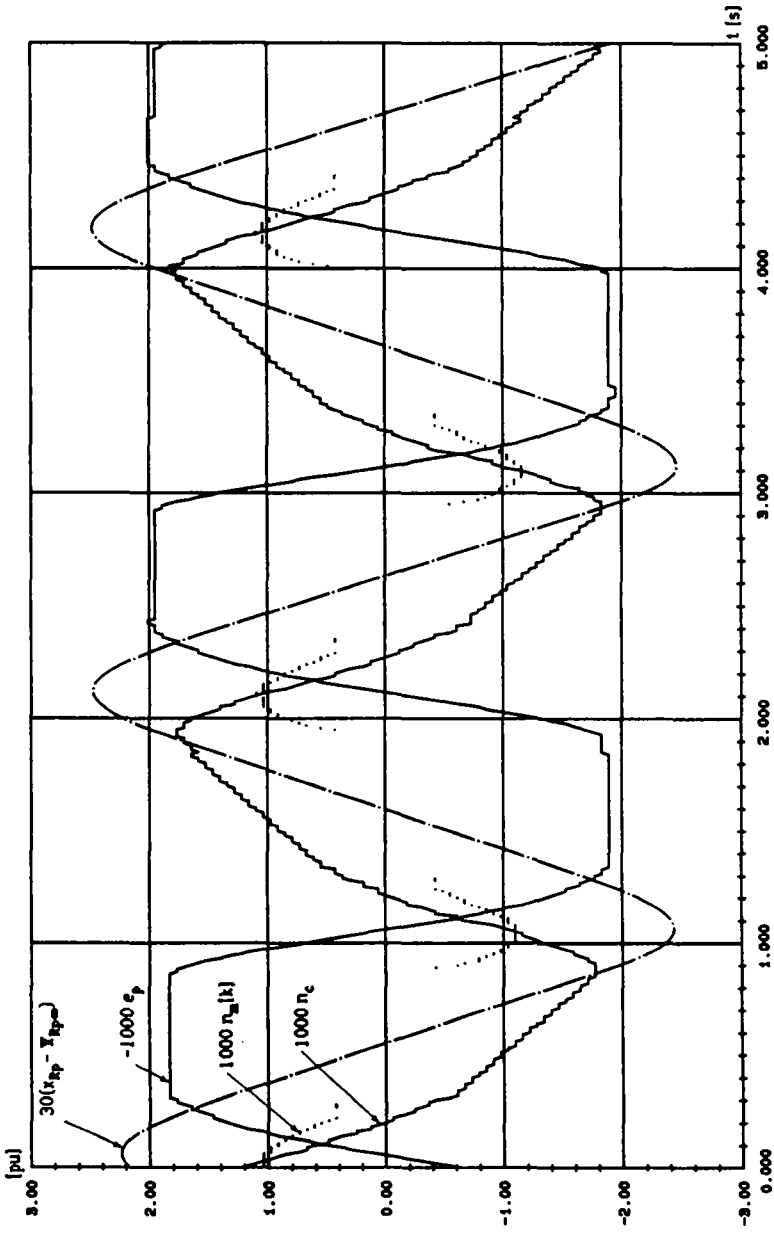


Figure 4.31 Résultats obtenus en simulation digitale pour une consigne de position de 0,1 tours.

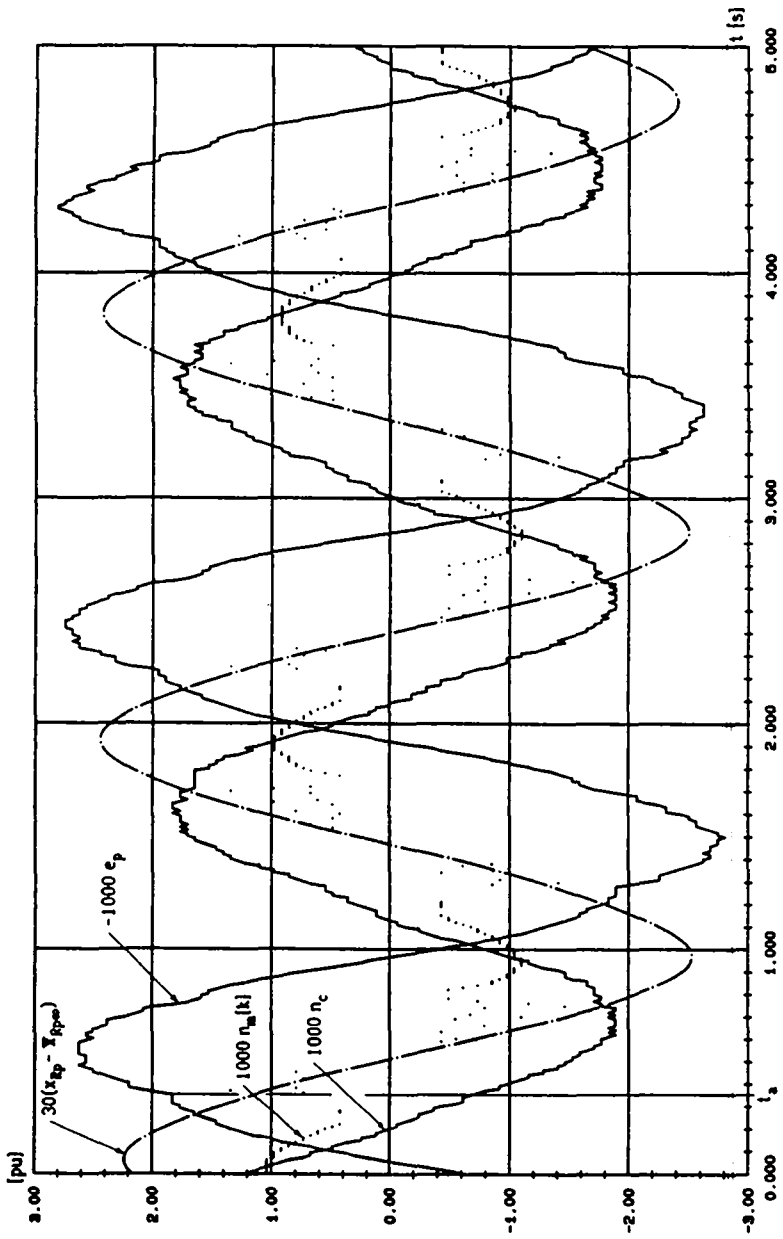


Figure 4.32 Résultats obtenus en simulation digitale pour une consigne de position de 0,1 tours: simulation simplifiée du système à régler.

En effet, comme on peut le voir par exemple au temps $t = t_2$, la machine après être restée arrêtée pour 5 périodes d'échantillonnage, repart dans le même sens, ce qui ne correspond pas à la réalité physique.

Par contre, on voit à la figure 4.31 que le phénomène de l'arrêt et du changement du sens de rotation de la machine est reproduit correctement lorsque la méthode de simulation exposée au § 4.2.2.2 est utilisée.

4.6 CONCLUSION

Le programme de simulation décrit permet d'étudier de manière simple les problèmes liés à la quantification et à la présence de non-linéarités dans les réglages échantillonnés. On a vu qu'il est possible de comparer les performances du réglage échantillonné et du réglage échantillonné quantifié. L'apparition de dépassements de capacité au niveau d'organes de mesure et de commande digitaux ou lors de calculs intermédiaires en virgule fixe est un phénomène grave qui doit être évité. On a vu que ce phénomène est signalé à l'utilisateur.

Les problèmes liés à l'apparition, aux origines et à l'élimination de cycles limites, peuvent être également étudiés.

Concernant le choix des formats à utiliser lors de l'implantation en virgule fixe d'un réglage, on a vu qu'on dispose, pour le cas du réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation, d'une possibilité de calcul automatique des formats. Par ailleurs, la détermination des formats à utiliser dans le cas d'un réglage d'état par exemple, peut être effectuée à l'aide d'une simulation du réglage échantillonné qui permet d'estimer les domaines de variation des variables d'état pendant les phénomènes transitoires.

La possibilité d'effectuer également la simulation du réglage échantillonné permet d'élargir considérablement les domaines d'application de ce programme. Ainsi, des problèmes plus généraux peuvent être étudiés. On peut citer par exemple l'influence de la période d'échantillonnage et des pôles sur les performances d'un réglage, les problèmes de modélisation et de sensibilité.

Signalons pour terminer que le programme décrit a été écrit dans le langage Pascal, fonctionne sur un ordinateur de la famille VAX et comporte dans la version actuelle environ 8000 lignes d'instructions.

CHAPITRE 5

EFFETS DE LA QUANTIFICATION DES COEFFICIENTS

5.1 INTRODUCTION

La quantification des coefficients a un effet déterministe sur les performances du réglage. Cette quantification entraîne un déplacement des pôles et des zéros du réglage en boucle fermée qui peut conduire, suivant la sensibilité du système à régler et du régulateur et la finesse de la quantification, à des instabilités du réglage.

La quantification des coefficients d'un régulateur standard, d'un régulateur de structure générale, d'un régulateur d'état ou d'un observateur conduit respectivement à un déplacement des zéros du régulateur, des zéros et des pôles du régulateur, des pôles du réglage en boucle fermée ou de l'observateur. L'importance de ce déplacement dépend de la période d'échantillonnage et de la sensibilité des pôles et des zéros à la variation des coefficients. Cette sensibilité dépend de la structure du régulateur dans le cas des régulateurs classiques (régulateurs standard ou régulateurs de structure générale) ou de la représentation utilisée (forme naturelle ou formes canoniques) dans le cas des régulateurs d'état avec ou sans observateur.

On discutera d'abord de la sensibilité des pôles et des zéros à la variation des coefficients où l'on verra que cette sensibilité peut être déterminée analytiquement dans le cas des régulateurs classiques, ou doit être déterminée numériquement dans le cas d'un réglage d'état avec ou sans observateur.

Ensuite, on étudiera l'influence de la période d'échantillonnage sur la précision avec laquelle les coefficients doivent être représentés.

L'influence de la représentation utilisée (forme naturelle ou formes canoniques) sera étudiée dans le cas d'un régulateur d'état avec observateur. Dans ce contexte, on analysera également l'influence de l'équilibrage de certains coefficients de l'observateur et du régulateur.

Pour terminer, on discutera de la possibilité d'optimiser les coefficients quantifiés d'un régulateur digital.

A noter que dans le cas des régulateurs d'état, le dimensionnement robuste (voir une introduction dans [23]) pourrait constituer une approche possible pour se rendre indépendants, dans une certaine mesure, de la quantification des coefficients.

5.2 SENSIBILITE DES POLES ET DES ZEROS A LA VARIATION DES COEFFICIENTS ET INFLUENCE DE LA PERIODE D'ECHANTILLONNAGE

5.2.1 Sensibilité des pôles et des zéros à la variation des coefficients

La sensibilité d'un pôle z_1 à la variation d'un coefficient a_j peut être exprimée par la relation

$$S_j^1 = \frac{\Delta z_1 / |z_1|}{\Delta a_j / |a_j|} \quad (5.1)$$

où Δz_i est la valeur complexe du déplacement du pôle z_i dû à la variation Δa_j du coefficient a_j . Notons que la relation (5.1) est également valable pour déterminer la sensibilité d'un zéro z_{0i} à la variation d'un coefficient a_j . Dans ce cas, il faut remplacer dans (5.1) Δz_i par Δz_{0i} et $|z_i|$ par $|z_{0i}|$.

En pratique, on s'intéresse essentiellement au module de la valeur complexe de S_j^1 .

La relation (5.1) peut être utilisée pour déterminer la sensibilité des pôles et des zéros d'un régulateur (ouvert), des pôles d'un réglage fermé ou des pôles d'un observateur à la variation des coefficients.

Dans le cas de régulateurs classiques (régulateurs de structure générale ou régulateurs standard), possédant donc une fonction de transfert $D(z)$ entre l'écart de réglage e et la grandeur de commande u , il est possible de développer des relations pour le rapport $(\Delta z_i / \Delta a_j)$ apparaissant dans (5.1). Ce rapport, et par conséquent la sensibilité S_j^1 , dépendent de la structure utilisée pour réaliser le régulateur. En développant des relations pour le rapport $(\Delta z_i / \Delta a_j)$ pour différentes structures du régulateur, il est possible de comparer la sensibilité de ces structures à la variation des coefficients.

A titre d'exemple, on va étudier le cas d'un régulateur de structure générale d'ordre n . Lorsqu'on utilise la forme normalisée ($a_n = 1$), la fonction de transfert d'un tel régulateur peut s'exprimer par (voir [1])

$$D(z) = \frac{N(z)}{P(z)} = \frac{\sum_{m=0}^n b_m z^m}{z^n + \sum_{l=0}^{n-1} a_l z^l} = \frac{\prod_{k=1}^n (z - z_{0k})}{\prod_{j=1}^n (z - z_j)} \quad (5.2)$$

où les b_m ($m = 0, \dots, n$) et a_l ($l = 0, \dots, n-1$), les z_{0k} ($k = 1, \dots, n$) et les z_j ($j = 1, \dots, n$) représentent respectivement les coefficients, les zéros et les pôles du régulateur. On considère des pôles simples et on s'intéresse à la variation Δz_i du pôle z_i due à la variation Δa_j du coefficient a_j . Lorsqu'on considère des petites variations Δa_j et Δz_i , on peut exprimer la valeur du polynôme caractéristique P en $z_i + \Delta z_i$ et $a_j + \Delta a_j$ par

$$P(z_i + \Delta z_i, a_j + \Delta a_j) \approx P(z_i, a_j) + \left. \frac{\partial P}{\partial z} \right|_{z=z_i} \Delta z_i + \left. \frac{\partial P}{\partial a_j} \right|_{z=z_i} \Delta a_j \quad (5.3)$$

Le terme de gauche et le premier terme du membre de droite de cette relation sont nuls, par définition de l'équation caractéristique. En remplaçant les dérivées partielles dans (5.3) par leurs expressions tirées de (5.2), on trouve

$$\Delta z_i \approx - \frac{z_i^l}{\prod_{k=1}^n (z_i - z_k)} \Delta a_j \quad (5.4)$$

La sensibilité S_j^1 s'obtient en remplaçant (5.4) dans (5.1), on trouve

$$S_j^I \approx - \frac{z_1^j |a_j|}{\prod_{k=1}^n (z_1 - z_k) |z_1|} \quad (5.5)$$

Cette relation montre que plus les n pôles sont rapprochés plus ils sont sensibles à la variation des coefficients. L'implantation directe (comme elle est faite dans un régulateur de structure générale) des coefficients des polynômes au numérateur et au dénominateur de la fonction de transfert $D(z)$ du régulateur, conduit à des régulateurs très sensibles à la quantification des coefficients. Ceci n'est pas étonnant car les racines d'un polynôme, c'est un phénomène bien connu, sont très sensibles (et d'autant plus sensibles que ces racines sont proches) à la variation des coefficients de ce dernier. Il est alors préférable d'implanter la fonction de transfert $D(z)$ du régulateur selon une structure cascade ou parallèle. Ces structures, formées par la mise en série ou en parallèle de fonctions de transfert du premier et du deuxième ordre, sont généralement moins sensibles à la quantification des coefficients (voir [15]).

Dans le cas des régulateurs standard, les coefficients du dénominateur de la fonction de transfert $D(z)$ sont imposés a priori et la quantification des coefficients modifie uniquement les zéros du régulateur. A titre d'exemple, on peut déterminer, dans le cas d'un régulateur PD2 (voir [1]), la sensibilité du zéro z_{0i} ($i = 1, 2$) à la variation du coefficient K_j ($K_1 = K_{pd2}$, $K_2 = K_{dd2}$, $K_3 = K_{d2}$). Par un calcul tout à fait analogue à celui effectué dans le cas d'un régulateur de structure générale, on trouve

$$S_j^I = \frac{\Delta z_{0i} / |z_{0i}|}{\Delta K_j / |K_j|} \approx - \frac{(-z_{0i})^{3-j} |K_j|}{(z_{0i} - z_{0k})_{k \neq i} |z_{0i}|} \quad ; \quad k = 1, 2 \quad (5.6)$$

Cette sensibilité est d'autant plus grande que les deux zéros du régulateur sont proches. Le dimensionnement des régulateurs standard se base, pour un traitement échantillonné du réglage, sur le principe de la compensation des pôles du système à régler par les zéros du régulateur. On peut donc conclure que plus les pôles du système à régler sont proches et plus la sensibilité du régulateur PD2 à la quantification des coefficients sera grande. Cette remarque est également valable dans le cas d'un régulateur PID. Ainsi, la précision des coefficients quantifiés d'un régulateur PID ou PD2 doit être d'autant plus grande que les pôles du système à régler sont proches.

Dans le cas des régulateurs d'état avec ou sans observateur, le dimensionnement du régulateur d'état ou de l'observateur est effectué en imposant les pôles du système global fermé ou de l'observateur. Il est alors intéressant de déterminer la sensibilité des pôles du réglage fermé ou de l'observateur à la variation des coefficients. Pour la détermination de cette sensibilité, il n'est pas possible de développer des relations générales qui soient valables quel que soit l'ordre du système à régler. Il est alors plus simple de déterminer la sensibilité de manière numérique. A cet effet, on va effectuer une variation relative de $\pm \epsilon$ sur le coefficient a_j ($\Delta a_j / |a_j| = \pm \epsilon$) et on va déterminer les variations Δz_i^+ et Δz_i^- correspondantes du pôle z_i définies par

$$\left. \begin{aligned} \Delta z_1^+ &= z_1^+ - z_1 \\ \Delta z_1^- &= z_1^- - z_1 \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

où z_1^+ , z_1^- et z_1 sont respectivement les pôles obtenus avec les coefficients $(a_j + \epsilon a_j)$, $(a_j - \epsilon a_j)$ et a_j . On peut alors définir une sensibilité \bar{S}_j^1 (en module) du pôle z_1 à la variation du coefficient a_j par

$$\bar{S}_j^1 = \frac{1}{2 \epsilon |z_1|} (|\Delta z_1^+| + |\Delta z_1^-|) \quad (5.8)$$

Une estimation de la sensibilité globale \bar{S} des n pôles à la variation des m coefficients peut être obtenue par

$$\bar{S} = \frac{1}{m n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \bar{S}_j^i \quad (5.9)$$

5.2.2 Influence de la période d'échantillonnage

La période d'échantillonnage a une influence sur la précision avec laquelle les coefficients doivent être représentés. Afin d'analyser cette influence, on va considérer dans le plan s un pôle $p_1 = -\sigma_1 + j\omega_1$, pouvant subir une variation sur un cercle autour de p_1 donnée par $\Delta P = Re^{j\varphi}$ ($\varphi = 0$ à 2π) et on va étudier la transformation de ce pôle dans le plan z . Comme le montre la figure 5.1, le pôle $p_1 + \Delta P$ se trouve sur le cercle C qui se transforme dans le cercle C' dans le plan z .

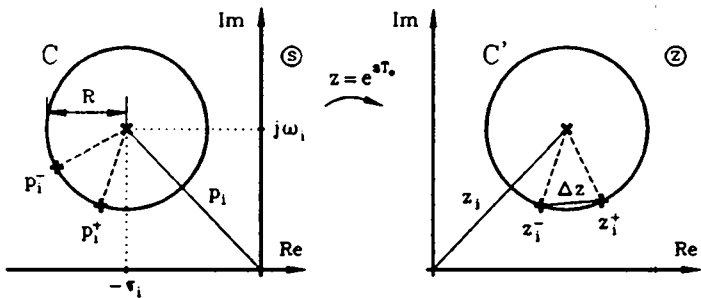


Figure 5.1 Transformation du lieu C du pôle $p_1 + Re^{j\varphi}$ ($\varphi = 0$ à 2π) dans le lieu C' correspondant dans le plan z .

Soient p_1^+ et p_1^- deux pôles sur C (découlant donc d'une variation ΔP de p_1) et z_1^+ et z_1^- les pôles correspondants sur C' . Le module du nombre $\Delta z = z_1^+ - z_1^-$ rend compte de la distance entre les pôles z_1^+ et z_1^- . On désire calculer quelles sont les valeurs de φ^+ et φ^- , définies par

$$\left. \begin{aligned} p_1^+ &= p_1 + R e^{j\varphi^+} \\ p_1^- &= p_1 + R e^{j\varphi^-} \end{aligned} \right\} \quad (5.10)$$

qui conduit à un maximum du module $|\Delta z|$. De plus, on désire calculer quelle est la distance maximale $|\Delta z|_{\max}$.

Il est intuitivement clair que les pôles p_1^+ et p_1^- conduisant à $|\Delta z|_{\max}$ doivent se trouver sur une droite passant par p_1 ($\varphi^+ - \varphi^- = \pm \pi$). On peut montrer que la droite recherchée est une droite horizontale. On a donc $\varphi^+ = 0$ et $\varphi^- = \pm \pi$ et (5.10) donne

$$\left. \begin{aligned} p_1^+ &= (-\sigma_1 + R) + j \omega_1 \\ p_1^- &= (-\sigma_1 - R) + j \omega_1 \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

Ainsi, en variant uniquement la partie réelle $-\sigma_1$ du pôle p_1 de $\pm R$ on aboutit au maximum de $|\Delta z|$.

Les pôles z_1^+ et z_1^- dans le plan z correspondant aux pôles p_1^+ et p_1^- dans le plan s se calculent à l'aide de la relation (2.2). Cette relation décrit une transformation conforme du plan s dans le plan z qui transforme des droites horizontales (verticales) dans le plan s en des droites passant par l'origine (des cercles centrés à l'origine) dans le plan z . Cette propriété rend la distance $|\Delta z|_{\max}$ cherchée indépendante de la partie imaginaire ω_1 des pôles p_1^+ et p_1^- donnés par (5.11). On peut donc poser $\omega_1 = 0$ dans (5.11) et l'on obtient à l'aide de (2.2)

$$|\Delta z|_{\max} = |e^{-(\sigma_1 - R)T_e} - e^{-(\sigma_1 + R)T_e}| = e^{-(\sigma_1 - R)T_e} - e^{-(\sigma_1 + R)T_e} = 2e^{-\sigma_1 T_e} \sinh(RT_e) \quad (5.12)$$

Il est intéressant d'étudier une variation relative constante pour les pôles. On introduit donc le facteur μ défini par

$$\mu = \frac{\sigma_1}{R} \quad (5.13)$$

A la figure 5.2, on a représenté l'évolution de $|\Delta z|_{\max}$ en fonction de la période d'échantillonnage T_e pour deux valeurs différentes de σ_1 et pour une variation relative de 20% ($\mu = 5$) du pôle p_1 . On constate que la fonction $|\Delta z|_{\max}(\sigma_1, T_e, \mu)$ présente un maximum Z_m indépendant de σ_1 . Ce maximum ne dépend que de μ et vaut

$$Z_m = \sqrt{\left(\frac{\mu-1}{\mu+1}\right)^{\mu-1}} - \sqrt{\left(\frac{\mu-1}{\mu+1}\right)^{\mu+1}} \quad (5.14)$$

Il est obtenu pour la période d'échantillonnage T_e^* suivante

$$T_e^* = \frac{\mu}{2\sigma_1} \ln\left(\frac{\mu+1}{\mu-1}\right) \quad (5.15)$$

qui vérifie la condition

$$T_e^* \geq \frac{1}{\sigma_1} \quad (5.16)$$

où l'égalité est obtenue pour $R \rightarrow 0$.

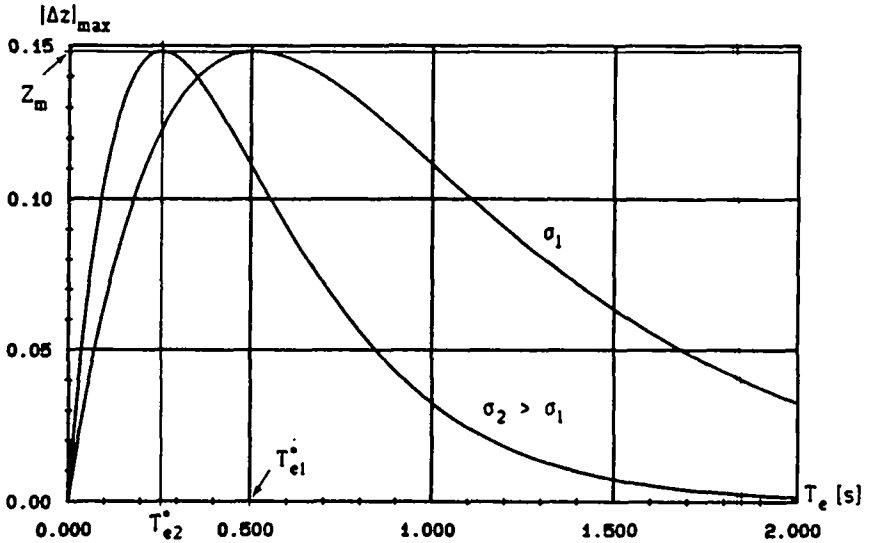


Figure 5.2 Distance maximale $|\Delta z|_{\max}$ en fonction de la période d'échantillonnage pour $\sigma_1 = 2$ et $\sigma_2 = 4$; variation relative de 20% ($\mu = 5$) sur les pôles.

La quantification des coefficients d'un régulateur standard, d'un régulateur de structure générale, d'un régulateur d'état ou d'un observateur conduit respectivement à un déplacement des zéros du régulateur, des zéros et des pôles du régulateur, des pôles du réglage en boucle fermée ou de l'observateur.

La signification du déplacement maximal $|\Delta z|_{\max}$ d'un pôle ou d'un zéro est la suivante : pour un pôle (zéro) donné dans le plan s (σ_1 donné) et pour une variation R donnée, plus $|\Delta z|_{\max}$ est petit et plus les coefficients doivent être précis. En effet, quel que soit le cas considéré, plus la quantification des coefficients est grossière et plus le déplacement $|\Delta z|_{\max}$ des pôles (zéros) est grand.

On a vu que la fonction $|\Delta z|_{\max}(\sigma_1, T_e, \mu)$ présente un maximum Z_m pour $T_e = T_e^*$ (voir figure 5.2). Ainsi, suivant le domaine considéré de $|\Delta z|_{\max}(T_e)$, on peut dire que lorsqu'on diminue la période d'échantillonnage, il faut

augmenter (si $T_e \leq T_e^*$) ou l'on peut diminuer (si $T_e > T_e^*$) la précision des coefficients.

Comme l'indique la relation (5.15), la valeur limite T_e^* pour la période d'échantillonnage dépend de σ_1 . En particulier, plus un pôle est lent, plus la valeur correspondante de T_e^* sera grande. Ainsi, l'influence de la période d'échantillonnage sur la précision des coefficients dépend des pôles et des zéros considérés ainsi que du domaine de variation admissible pour la période d'échantillonnage. Cette influence dépend donc du réglage considéré.

Dans le cas des régulateurs PID et PD2, on peut dire qu'une diminution de la période d'échantillonnage nécessite toujours une augmentation de la précision des coefficients. En effet, considérons un système à régler possédant deux constantes de temps dominantes T_1 et T_2 avec $T_1 > T_2$. Le régulateur est dimensionné, pour un traitement échantillonné, de manière à compenser, avec ses deux zéros, les deux pôles du système à régler échantillonné. La période d'échantillonnage est choisie de manière à respecter la condition (voir chapitre 2)

$$T_e \leq \frac{T_2}{2} = \frac{1}{2\sigma_2} \quad (5.17)$$

En ce qui concerne les valeurs limites T_{e1}^* et T_{e2}^* inhérentes aux deux caractéristiques $|\Delta z|_{\max}(\sigma_1, T_e, \mu)$ et $|\Delta z|_{\max}(\sigma_2, T_e, \mu)$ pour les variations des deux zéros du régulateur (pôles du système à régler), on a les conditions [voir équation (5.16)]

$$\left. \begin{aligned} T_{e1}^* &\geq \frac{1}{\sigma_1} \\ T_{e2}^* &\geq \frac{1}{\sigma_2} \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

Ainsi $T_{e1}^* > T_{e2}^* > T_{e\max}$ et donc au niveau des caractéristiques $|\Delta z|_{\max}(\sigma_1, T_e, \mu)$, on travaille toujours dans un domaine où une diminution de T_e entraîne une diminution des valeurs de $|\Delta z|_{\max}$ et donc une augmentation de la précision nécessaire pour les coefficients. Dans ce cas, pour une période d'échantillonnage donnée, la valeur minimale de $|\Delta z|_{\max}$ (valeur critique) est obtenue en considérant la caractéristique $|\Delta z|_{\max}(\sigma_1, T_e, \mu)$ correspondante au zéro compensant le pôle dominant du système à régler. Ces considérations sont bien mises en évidence à la figure 5.2, où pour les valeurs considérées, on a $T_{e\max} = 0,125s$.

La nécessité d'augmenter la précision des coefficients d'un régulateur PID ou PD2 lorsqu'on diminue la période d'échantillonnage peut s'expliquer également en considérant la sensibilité des zéros du régulateur à la quantification des coefficients. En effet, comme on l'a dit au § 5.2.1, la précision des coefficients quantifiés d'un régulateur PID ou PD2 doit être d'autant plus grande que les pôles du système à régler échantillonné sont proches. Or, la relation (2.2) indique justement que ces pôles sont d'autant plus proches que la période d'échantillonnage est diminuée.

Un raisonnement analogue peut s'appliquer au cas des régulateurs de structure générale. On a vu au § 5.2.1 que la sensibilité des pôles du régulateur à la quantification des coefficients est d'autant plus grande que ces pôles sont proches. On peut montrer que ceci est également valable pour les zéros du régulateur. Ce dernier est dimensionné de manière à compenser avec ses pôles et ses zéros les zéros et les pôles du système à régler échantillonné qui, par (2.2), se rapprochent de plus en plus lorsque la période d'échantillonnage diminue. Ainsi, également dans le cas d'un régulateur de structure générale, une diminution de la période d'échantillonnage nécessite une augmentation de la précision des coefficients.

Dans le cas d'un régulateur d'état ou d'un observateur, l'influence de la période d'échantillonnage sur la précision nécessaire pour les coefficients n'est pas déterminée a priori. En effet, suivant la période d'échantillonnage T_e utilisée et les pôles imposés au réglage ou à l'observateur, la diminution de T_e peut nécessiter une augmentation ou peut permettre une diminution de la précision des coefficients. Dans ce cas, l'examen des caractéristiques $|\Delta z|_{\max}(\sigma_1, T_e, \mu)$ pour les pôles imposés dans le plan s permet de déterminer d'une part, la période d'échantillonnage qui conduit au déplacement minimal de ces pôles dans le plan s et, d'autre part, l'influence de T_e sur la précision nécessaire pour les coefficients.

Signalons pour terminer que dans le cas de l'implantation selon une structure cascade formée de cellules du premier ordre (à coefficients réels) d'une fonction de transfert $D(z)$ obtenue par une transformation d'une fonction de transfert $D(s)$ d'un régulateur analogue, il est possible de mettre directement en relation la précision des coefficients et la variation $|\Delta z|_{\max}$ des pôles et des zéros (voir [15]). En effet, dans une telle réalisation, les coefficients du régulateur sont directement les pôles et les zéros de ce dernier. A titre d'exemple, pour des coefficients représentés en virgule fixe dans un format a.b, on obtient en posant $2^{-b} = |\Delta z|_{\max}$

$$b = -\log_2 |\Delta z|_{\max} \quad (5.19)$$

où il faut évidemment utiliser le pôle de $D(s)$ fournissant la valeur minimale de $|\Delta z|_{\max}$.

5.3 INFLUENCE DE LA REPRESENTATION SUR LA SENSIBILITE A LA QUANTIFICATION DANS LE CAS D'UN REGLAGE D'ETAT AVEC OBSERVATEUR

5.3.1 Généralités

Dans le cas d'un réglage d'état avec observateur, il est possible d'obtenir plusieurs représentations mathématiquement équivalentes pour les équations du réglage et de l'observateur. Ces représentations peuvent s'obtenir soit en mettant sous une forme canonique les équations d'état du système à régler, soit en équilibrant certains coefficients de l'observateur et éventuellement du réglage. Il est important de remarquer que ces différentes représentations modifient uniquement la valeur numérique de certains coefficients et le domaine de variation de certaines variables. Ainsi les algorithmes de réglage et d'observation demeurent inchangés. Par contre, l'utilisation de représentations sous forme canonique entraîne une modification de la structure interne de l'observateur.

Ces différentes représentations pour les équations d'état et de l'observateur sont mathématiquement équivalentes et conduisent donc à des performances identiques pour le réglage échantillonné. Ceci n'est plus vrai pour le réglage échantillonné quantifié car ces différentes représentations peuvent être plus ou moins sensibles à la quantification des variables et des coefficients. Ce problème constitue l'objet de la présente section.

On va d'abord introduire les transformations linéaires. Ces dernières permettent d'effectuer le passage entre deux représentations d'état différentes d'un même système linéaire. On verra que les formes canoniques pour les équations d'état d'un système peuvent s'obtenir à l'aide de transformations linéaires.

On présentera ensuite la méthode de balancement (équilibre) d'une matrice et son application aux équations d'un réglage d'état avec observateur. Dans ce contexte, on verra que le balancement revient à un choix particulier des valeurs nominales des grandeurs d'état du système et de la grandeur de perturbation.

Pour finir, l'application des méthodes exposées à un exemple permettra de tirer quelques conclusions quant à l'utilisation pratique des différentes représentations possibles pour les équations d'un réglage d'état avec observateur.

5.3.2 Transformations linéaires

La représentation d'état d'un système linéaire S n'est pas unique. Le passage d'une représentation d'état à une autre peut être effectué en utilisant la transformation linéaire

$$\underline{x}_1 = \underline{I} \underline{x} \quad (5.20)$$

où \underline{x} , \underline{x}_1 , et \underline{I} représentent respectivement le vecteur d'état original, le vecteur d'état transformé et la matrice de transformation.

On peut montrer (voir [2]) que la commandabilité, l'observabilité et les valeurs propres (et donc la stabilité) d'un système S sont invariantes par rapport à la transformation linéaire.

La relation (5.20) montre que lorsque le vecteur d'état original possède une signification physique il n'en est pas de même pour le vecteur d'état transformé \underline{x}_1 si la matrice de transformation \underline{I} n'est pas diagonale.

On désire étudier l'influence de la représentation dans le cas d'un réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation. Les équations régissant un tel réglage ont été introduites au § 3.2.5. En appliquant la transformation linéaire (5.20) aux équations (3.21), (3.22), (3.24), (3.25) et (3.29) décrivant respectivement le système à régler échantillonné, l'observateur d'état et de perturbation et le réglage d'état, on obtient les équations transformées suivantes

$$\underline{x}_{st}[k+1] = \underline{E}_{st} \underline{x}_{st}[k] + \underline{h}_{st} u_1[k] + \underline{h}_{svt} v[k] \quad (5.21)$$

$$y_s[k] = \underline{c}_{st}^T \underline{x}_{st}[k] \quad (5.22)$$

$$\underline{x}_{bt}[k+1] = \underline{F}_{bt} \underline{x}_{bt}[k] + \underline{h}_{st} u_1[k] + \underline{h}_{svt} v_b[k] + \underline{k}_{bt} y_s[k] \quad (5.23)$$

$$v_b[k+1] = \underline{h}_{vst}^T \underline{x}_{bt}[k] + v_b[k] + l_b y_s[k] \quad (5.24)$$

$$u[k] = -k_{st}^T x_{bt}[k] + k_w w[k] + k_R x_R[k] - k_v v_b[k] \quad (5.25)$$

avec

$$\left. \begin{aligned} \underline{F}_{st} &= \underline{T} \underline{F}_s \underline{T}^{-1} ; \underline{h}_{st} = \underline{T} \underline{h}_s ; \underline{h}_{svt} = \underline{T} \underline{h}_{sv} ; \underline{c}_{st}^T = \underline{c}_s^T \underline{T}^{-1} \\ \underline{F}_{bt} &= \underline{T} \underline{F}_b \underline{T}^{-1} ; \underline{k}_{bt} = \underline{T} \underline{k}_b ; \underline{h}_{vst} = \underline{h}_{vs}^T \underline{T}^{-1} ; \underline{k}_{st}^T = \underline{k}_s^T \underline{T}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (5.26)$$

Remarquons que la transformation linéaire (5.20) modifie uniquement les vecteurs d'état. L'équation d'état (3.30) du régulateur intégrateur de même que les domaines de variation des variables v_b , u_i , y_s , x_R , w , e , ϵ_{lim} demeurent inchangés. Les domaines de variation des variables d'état observées x_{bti} peuvent être calculés, en utilisant la relation (5.20), à partir des domaines de variation des x_{bi} . Ces considérations sont particulièrement importantes dans le cas d'une implantation en virgule fixe (choix des formats) des algorithmes de réglage et d'observation.

5.3.3 Formes canoniques

Les formes canoniques pour la description de systèmes dans l'espace d'état sont traitées en détail dans [2]. Dans ce qui suit, on décrira brièvement ces formes canoniques et leurs particularités dans le contexte qui nous intéresse.

Les formes canoniques permettent d'obtenir des formes particulières pour la matrice de système \underline{F}_s qui mettent en évidence, par un minimum de paramètres, les propriétés de ce système.

On s'intéresse aux trois formes canoniques les plus importantes, c.à.d. la forme canonique de Jordan, la forme canonique de réglage et la forme canonique d'observateur.

La forme canonique de Jordan est caractérisée par une matrice de système \underline{F}_{st} diagonale contenant les pôles du système.

Les formes canoniques de réglage et d'observateur font apparaître dans la matrice de système \underline{F}_{st} les coefficients du polynôme au dénominateur de la fonction de transfert $y_s(z)/u_1(z)$. Ce point est particulièrement important et sera repris aux § 5.3.5 et 5.3.6.

Pour obtenir les équations d'état du système dans ces différentes formes canoniques, on peut utiliser des transformations linéaires (voir § 5.3.2). Le calcul pour chaque forme canonique de la matrice de transformation \underline{T} ou de son inverse \underline{S} est décrit dans [2] et est effectué en utilisant d'une part la matrice de système original \underline{F}_s et, d'autre part, le vecteur \underline{h}_s ou le vecteur ligne \underline{c}_s^T . Ce calcul nécessite la connaissance des coefficients ou des racines (pôles du système) du polynôme au dénominateur de la fonction de transfert $y_s(z)/u_1(z)$ qui peuvent être déterminés en utilisant l'algorithme de Leverrier.

Lorsque le système à régler possède un comportement oscillant, on aboutit, pour la forme canonique de Jordan strictement diagonale, à une matrice de

transformation \underline{T} complexe. Il en est de même, par (5.26), pour la matrice \underline{E}_{bt} et les différents vecteurs apparaissant dans les relations (5.23) à (5.25). Dans un tel cas, l'élaboration des algorithmes de réglage et d'observation devient plus compliquée et nécessite donc plus de temps de calcul. Ainsi, la forme canonique de Jordan strictement diagonale ne présente pas d'intérêt, dans le contexte envisagé, lorsque le système à régler possède un comportement oscillant.

Remarquons que pour les trois formes canoniques considérées, on n'obtient généralement pas des matrices de transformation \underline{T} diagonales. Ainsi, les vecteurs d'état transformés n'ont, en général, plus de signification physique (voir § 5.3.2).

5.3.4 Balancement

Dans un grand nombre de problèmes matriciels (résolution d'un système d'équations linéaires, calcul des valeurs propres d'une matrice, calcul de la matrice de transition d'état ou de la matrice de commandabilité d'un système linéaire, ...) des difficultés numériques, liées à la longueur finie des grandeurs digitales, peuvent apparaître. Beaucoup de ces problèmes matriciels possèdent des formes mises en échelle mathématiquement équivalentes qui sont moins sensibles numériquement aux inévitables erreurs de quantification. Ces formes mises en échelle sont obtenues en effectuant un balancement (équilibrage) de la matrice du système d'équation (voir [17]) ou des matrices du système linéaire (voir [18]).

Le balancement d'une matrice peut être considéré comme une transformation linéaire (voir § 5.3.2) utilisant une matrice de transformation \underline{T} diagonale et permet de diminuer la norme de cette matrice et d'en égaliser l'ordre de grandeur des éléments (voir [19]). Cette dernière propriété permet, comme on l'a dit au § 1.5.5, de réduire l'influence néfaste de la longueur finie des grandeurs digitales sur l'exactitude des résultats.

Pour effectuer le balancement d'une matrice, on utilisera la sous-routine EQUIL de la librairie RASP (voir [20]). Afin d'éviter l'introduction d'erreurs d'arrondi supplémentaires, cette sous-routine utilise des matrices de transformation diagonales dont les éléments sont des puissances entières de la base utilisée dans l'ordinateur.

On va appliquer le balancement aux équations (3.24) et (3.25) de l'observateur d'état et de perturbation et à l'équation (3.29) de la grandeur de commande. En introduisant le vecteur d'état élargi suivant

$$\underline{x}_{bb} = \begin{bmatrix} \underline{x}_b \\ v_b \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

de dimension $n+1$, où n est l'ordre du système à régler, on peut mettre les équations (3.24), (3.25) et (3.29) sous la forme

$$\underline{x}_{bb}[k+1] = \underline{E}_{bb} \underline{x}_{bb}[k] + \underline{h}_b u_1[k] + \underline{h}_{sor} y_s[k] \quad (5.28)$$

$$u[k] = -\underline{k}^T \underline{x}_{bb}[k] + k_w w[k] + k_R x_R[k] \quad (5.29)$$

avec

$$\underline{F}_{bb} = \begin{bmatrix} E_b & h_{sv} \\ h_{vs}^T & 1 \end{bmatrix}; \underline{h}_b = \begin{bmatrix} h_s \\ 0 \end{bmatrix}; \underline{h}_{sor} = \begin{bmatrix} k_b \\ l_b \end{bmatrix}; \underline{k}^T = \begin{bmatrix} k_s^T & k_v \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

En appliquant la transformation linéaire (5.20) au vecteur d'état \underline{x}_{bb} , on aboutit à

$$\underline{x}_{bbt}(k+1) = \underline{E}_{bbt} \underline{x}_{bbt}(k) + \underline{h}_{bt} u_1(k) + \underline{h}_{sort} y_s(k) \quad (5.31)$$

$$u(k) = -\underline{k}_t^T \underline{x}_{bbt}(k) + k_w w(k) + k_R x_R(k) \quad (5.32)$$

avec

$$\underline{E}_{bbt} = \underline{I} \underline{E}_{bb} \underline{I}^{-1}; \underline{h}_{bt} = \underline{I} \underline{h}_b; \underline{h}_{sort} = \underline{I} \underline{h}_{sor}; \underline{k}_t^T = \underline{k}^T \underline{I}^{-1} \quad (5.33)$$

On obtient la matrice de transformation \underline{I} diagonale en utilisant la théorie du balancement d'une matrice. A ce propos, on a deux possibilités.

Premièrement, on peut balancer la matrice \underline{S}_1 donnée par

$$\underline{S}_1 = \underline{E}_{bb} \quad (5.34)$$

Dans ce cas, on obtient une matrice balancée $\underline{S}_{1bal} = \underline{E}_{bbt}$.

La deuxième possibilité consiste à effectuer un balancement plus global en considérant la matrice \underline{S}_2 définie par

$$\underline{S}_2 = \begin{bmatrix} E_{bb} & h_b & h_{sor} \\ k^T & 0 & 0 \\ \underline{c}^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

où le vecteur ligne \underline{c}^T , liant la grandeur de sortie observée y_b au vecteur d'état \underline{x}_{bb} , est donné par

$$\underline{c}^T = \begin{bmatrix} \underline{c}_s^T & 0 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

On obtient dans ce cas la matrice balancée \underline{S}_{2bal} suivante

$$\underline{S}_{2bal} = \begin{bmatrix} E_{bbt} & h_{bt} & h_{sort} \\ k_t^T & 0 & 0 \\ \underline{c}_t^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

où le vecteur ligne \underline{c}_t^T vaut

$$\underline{c}_t^T = \underline{c}^T \underline{I}^{-1} \quad (5.38)$$

La matrice \underline{E}_{bt} , les vecteurs \underline{h}_{st} , \underline{h}_{svt} et \underline{k}_{bt} , les vecteurs ligne \underline{h}_{vs}^T et \underline{k}_{st}^T

ainsi que les coefficients l_{bt} et k_{vt} nécessaires pour l'implantation des algorithmes de réglage et d'observation, peuvent être déduits directement à partir de la matrice E_{bbt} , des vecteurs \underline{h}_{bt} et \underline{h}_{sort} et des vecteurs ligne \underline{k}_t^T et \underline{c}_t^T dont la constitution est la suivante

$$E_{bbt} = \left[\begin{array}{c|c} E_{bt} & \underline{h}_{svt} \\ \hline \underline{h}_{vst}^T & 1 \end{array} \right]; \underline{h}_{bt} = \begin{bmatrix} \underline{h}_{st} \\ 0 \end{bmatrix}; \underline{h}_{sort} = \begin{bmatrix} \underline{k}_{bt} \\ l_{bt} \end{bmatrix} \left. \vphantom{\begin{array}{c|c} E_{bt} & \underline{h}_{svt} \\ \hline \underline{h}_{vst}^T & 1 \end{array}} \right\} \quad (5.39)$$

$$\underline{k}_t^T = [\underline{k}_{st}^T \quad k_{vt}]; \underline{c}_t^T = [\underline{c}_{st}^T \quad 0]$$

A noter que les éléments $E_{bb}[n+1, n+1] = 1$, $\underline{h}_b[n+1] = 0$ et $\underline{c}_t^T[n+1] = 0$ [voir (5.30) et (5.36)] sont conservés dans E_{bbt} , \underline{h}_{bt} et \underline{c}_t^T [voir (5.39)]. Ceci découle directement des relations (5.33) et (5.38) ainsi que de la forme diagonale de la matrice \underline{T} .

Pour la simulation digitale du réglage (voir chapitre 4), il nous faut encore déterminer la matrice de système E_{st} . Celle-ci est donnée par

$$E_{st} = \tilde{\underline{T}} E_s \tilde{\underline{T}}^{-1} \quad (5.40)$$

où la matrice $\tilde{\underline{T}}$ de dimension (n, n) , pour un système à régler d'ordre n , est obtenue en biffant la dernière ligne et la dernière colonne de \underline{T} .

On a vu que le balancement des matrices \underline{S}_1 ou \underline{S}_2 [relations (5.35) et (5.37)] revient à effectuer une transformation linéaire, avec une matrice de transformation \underline{T} diagonale, sur un vecteur d'état élargi. Ceci entraîne quelques remarques.

Par rapport aux formes canoniques (voir § 5.3.3), on constate que les coefficients l_b et k_v sont modifiés par le balancement étant donné que la grandeur de perturbation observée v_b intervient dans la transformation linéaire.

Les considérations effectuées au § 5.3.2 à propos des domaines de variation des variables restent valables à l'exception du cas de la variable v_{bt} . Son domaine de variation ainsi que celui des variables d'état observées x_{bt} peuvent être calculés en utilisant la relation (5.20) appliquée au vecteur d'état élargi \underline{x}_{bb} .

Par rapport aux formes canoniques (voir § 5.3.3), on constate que le nouveau vecteur d'état élargi \underline{x}_{bbt} a "la même nature" que \underline{x}_{bb} et conserve donc toujours, si \underline{x}_{bb} l'a, une signification physique. En fait, on peut montrer que le balancement des matrices \underline{S}_1 ou \underline{S}_2 revient à choisir les valeurs nominales X_{s1N} ($i = 1, \dots, n$) pour les grandeurs d'état et V_N pour la grandeur de perturbation de manière à égaliser l'ordre de grandeur des éléments de \underline{S}_1 ou \underline{S}_2 . Ces valeurs nominales X_{s1N} et V_N constituent les éléments de la diagonale de la matrice de transformation inverse \underline{T}^{-1} obtenue par le balancement de \underline{S}_1 ou \underline{S}_2 lorsqu'on utilise, lors de la modélisation du système à régler, des valeurs nominales unitaires pour les grandeurs d'état X_{s1} et pour la grandeur de perturbation V . Ceci sera explicité par un exemple au § 5.3.5.3.

5.3.5 Exemple d'application

5.3.5.1 Généralités

Pour étudier l'influence de la représentation sur la sensibilité à la quantification dans le cas d'un réglage d'état avec observateur, on va reprendre l'exemple d'application No 1 de la section 3.2. Les différentes représentations possibles pour les équations d'un réglage d'état avec observateur sont illustrées à la figure 5.3.

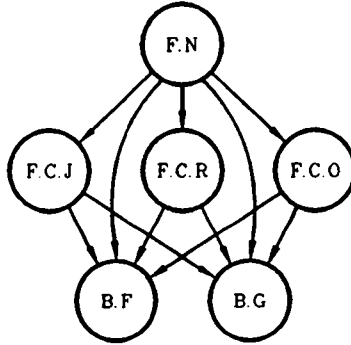


Figure 5.3 Représentations possibles pour les équations d'un réglage d'état avec observateur.

Les équations d'état sous forme naturelle (F.N) peuvent être mises, voir § 5.3.3, sous la forme canonique de Jordan (F.C.J), de réglage (F.C.R) ou d'observateur (F.C.O). On peut également, voir § 5.3.4, effectuer un balancement (B.F) de $S_1 = F_{bb}$ ou un balancement plus global (B.G) en considérant la matrice S_2 . Ces balancements peuvent aussi être appliqués après avoir mis les équations d'état sous une forme canonique.

L'influence d'une représentation sous forme canonique ou par balancement de matrices sur les performances du réglage échantillonné quantifié sera examinée aux deux paragraphes suivants.

5.3.5.2 Formes canoniques

Le système à régler continu possède deux pôles complexes conjugués [voir relation (3.47)]. Dans ce cas, pour les raisons évoquées au § 5.3.3, la forme canonique de Jordan strictement diagonale ne présente pas d'intérêt et on se limitera à l'étude des formes canoniques de réglage et d'observateur.

Pour les trois représentations considérées (forme naturelle et deux formes canoniques), on va effectuer le même essai en simulation digitale. On va faire appel à la structure de réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation du programme PRECREG (voir § 4.4.6). Les paramètres suivants sont utilisés (voir figure 4.13, § 4.4.6 et section 3.2)

- simulation du réglage échantillonné et du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante.
- mantisse de $\$F = 13$ bits.
- $n_s = 4$.
- fichier de données (voir annexes A5, A6 et A7). Les données relatives à la forme naturelle découlent du dimensionnement effectué aux § 3.2.5 et 3.2.6 et permettent de déterminer les données relatives aux formes canoniques de réglage et d'observateur (voir § 5.3.3).
- fichier de définition des organes de mesure et de commande digitaux (voir annexe A8).
- $L_I = -10$; $L_S = 10$.
- $T_e = 0,05s$.
- $t_{max} = 10s$.
- saut indiciel pour la grandeur de consigne de 0,5 p.u.
- pas de compatibilité entre la grandeur de consigne et la grandeur de sortie.
- pas de zone morte sur l'écart de réglage.
- pas de grandeur de perturbation.
- conditions initiales nulles.

Les résultats de ces essais sont reportés à la figure 5.4, où l'on a représenté d'une part, l'évolution de la grandeur de sortie du réglage échantillonné (en trait continu) qui ne dépend évidemment pas de la représentation utilisée et, d'autre part, l'évolution de la grandeur de sortie du réglage échantillonné quantifié pour une représentation sous forme naturelle (en pointillé), sous forme canonique de réglage (en traitillé) et sous forme canonique d'observateur (en trait mixte).

On voit que les représentations sous forme canonique d'observateur ou de réglage augmentent la sensibilité du réglage à la quantification des variables et des coefficients. Cette grande sensibilité peut également être confirmée en calculant numériquement, par la méthode indiquée au § 5.2.1, la sensibilité des pôles du réglage fermé et de l'observateur à la variation des coefficients. Pour la détermination des pôles du réglage fermé et de l'observateur, on ne pourrait pas, en toute rigueur, tirer profit du principe de séparation. En effet, ce principe n'est plus valable lorsque l'observateur n'est pas parfaitement adapté au système à régler. Cependant, pour la détermination numérique de la sensibilité, on considère des variations relatives très petites sur les coefficients et donc le principe de séparation reste utilisable. Ainsi les pôles du réglage fermé et de l'observateur sont déterminés par les valeurs propres des matrices E_G et F_{bG} données respectivement par (3.27) et (3.33), où la quantification intervient au niveau de la matrice F_b , du vecteur h_{sv} , des vecteurs ligne h_{vs}^T et k_s^T et du coefficient k_R .

Les résultats obtenus de ces calculs numériques de sensibilité ont montré une très grande sensibilité des pôles de l'observateur dans le cas de la

forme canonique de réglage et une très grande sensibilité des pôles du réglage fermé dans le cas de la forme canonique d'observateur.

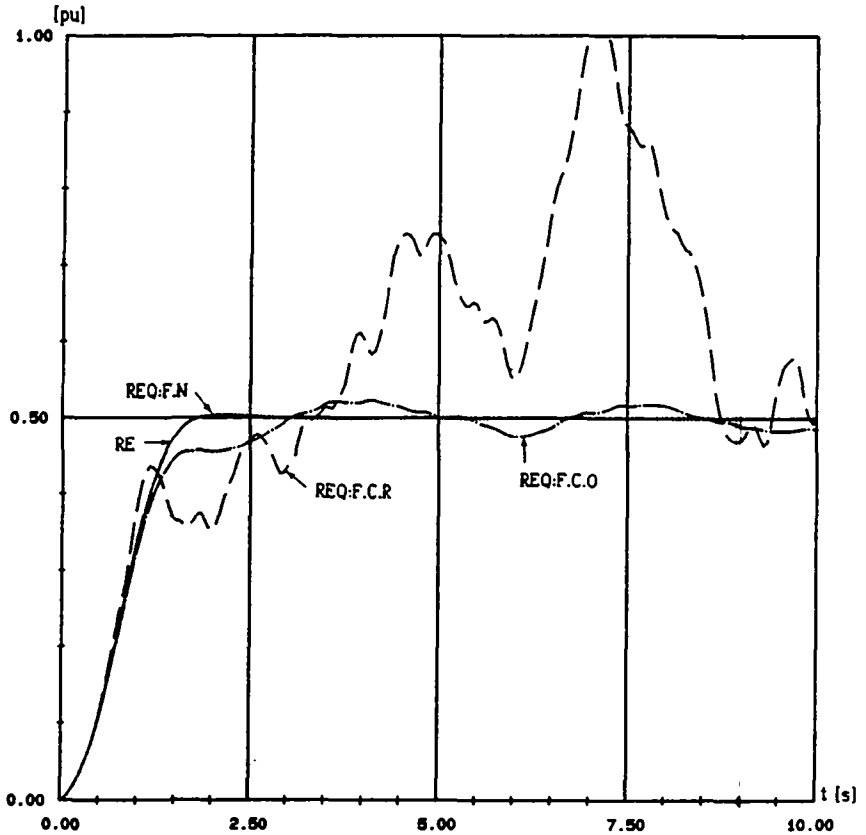


Figure 5.4 Evolution de la grandeur de sortie du réglage échantillonné (RE) et du réglage échantillonné quantifié (REQ) pour trois représentations différentes (F.N, F.C.R et F.C.O).

L'explication de cette grande sensibilité est à rechercher dans la constitution des matrices de système \underline{F}_{st} pour les représentations sous forme canonique. En effet, comme on l'a dit au § 5.3.3, les formes canoniques de réglage et d'observateur font apparaître dans la matrice de système \underline{F}_{st} les coefficients du polynôme au dénominateur de la fonction de transfert $y_s(z)/u_s(z)$. Or, il est bien connu que les racines de ce polynôme (pôles du système) sont très sensibles à la valeur des coefficients de ce dernier. Ainsi, les pôles du système à régler sont très sensibles à la précision des éléments de la matrice \underline{F}_{st} . La quantification intervient au niveau de la matrice \underline{E}_{bt} qui, par (5.26) et (3.26), peut s'exprimer par

$$E_{bt} = E_{st} - k_{bt} c_{st}^T \quad (5.41)$$

La matrice quantifiée E_{btq} ne sera plus adaptée au système à régler réel mais sera adaptée à un système à régler dont les pôles peuvent être, pour les raisons évoquées, très différents des pôles du système à régler réel.

Ainsi, comme le met en évidence la figure 5.4, les représentations sous forme canonique d'observateur et de réglage augmentent la sensibilité du réglage à la quantification des coefficients et des variables. Cette affirmation est valable quelle que soit l'arithmétique (virgule fixe ou virgule flottante) utilisée.

5.3.5.3 Balancement

On va étudier l'influence du balancement de E_{bb} (B.F) et du balancement global (B.G) dans le cas d'une implantation en virgule fixe. On reprend donc l'exemple d'application No 1 en considérant les mêmes organes de commande et de mesure digitaux que ceux décrits au § 3.2.7, mais en supposant une implantation en virgule fixe. Pour les essais en simulation digitale à l'aide du programme PRECREG, les paramètres suivants sont utilisés (voir figure 4.13, § 4.4.6 et section 3.2)

- simulation du réglage échantillonné et du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe.
- quantification des coefficients et lors des opérations arithmétiques par troncature en complément à 2.
- $n_s = 4$.
- fichier de données (voir annexes A5, A9 et A10). Les données relatives au balancement de E_{bb} (annexe A9) et au balancement global (annexe A10) sont calculées, par la méthode exposée au § 5.3.4, à partir des données relatives à la forme naturelle (annexe A5).
- fichier de définition des organes de mesure et de commande digitaux (voir annexe A8).
- On utilise la possibilité de calcul automatique des formats du programme PRECREG (voir § 4.4.6.4). Les formats indispensables utilisés sont donnés à l'annexe A11 et ont été fixés en effectuant préalablement une simulation du réglage échantillonné, ce qui a permis de déterminer les domaines de variation de chaque variable lors des phénomènes transitoires.
- $L_I = -10$; $L_S = 10$.
- $T_e = 0,05s$.
- $t_{max} = 10s$.
- saut indiciel pour la grandeur de consigne de 0,25 p.u.
- pas de compatibilité entre la grandeur de consigne et la grandeur de sortie.
- pas de zone morte sur l'écart de réglage.
- pas de grandeur de perturbation.
- conditions initiales nulles.

Les résultats de ces essais sont représentés à la figure 5.5. Sur cette figure, on a reporté d'une part l'évolution de la grandeur de sortie du réglage échantillonné (en trait continu) et, d'autre part, l'évolution de la grandeur de sortie du réglage échantillonné quantifié pour une représentation sous forme naturelle (en pointillé), avec balancement de E_{bb} (en traitillé) et avec balancement global (en trait mixte).

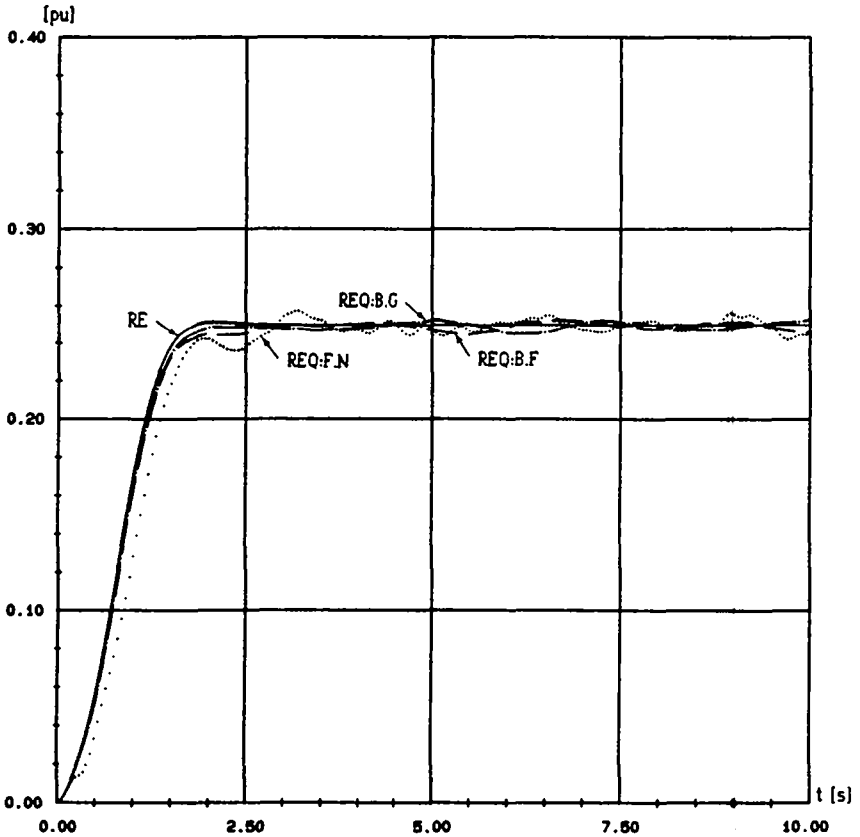


Figure 5.5 Evolution de la grandeur de sortie du réglage échantillonné (RE) et du réglage échantillonné quantifié (REQ) pour trois représentations différentes (F.N, B.F et B.G); coefficients représentés au mieux sur 16 bits.

La figure 5.6 représente les résultats d'essais analogues obtenus en quantifiant (par troncature en complément à 2) les coefficients le plus précisément possible sur 8 bits.

L'examen des figures 5.5 et 5.6 montre que le balancement de E_{bb} (B.F) ou le balancement global (B.G) n'améliorent pas de manière fondamentale le comportement du réglage échantillonné quantifié. En particulier, le

comportement en régime établi n'est pratiquement pas influencé alors que le comportement en régime transitoire est légèrement amélioré.

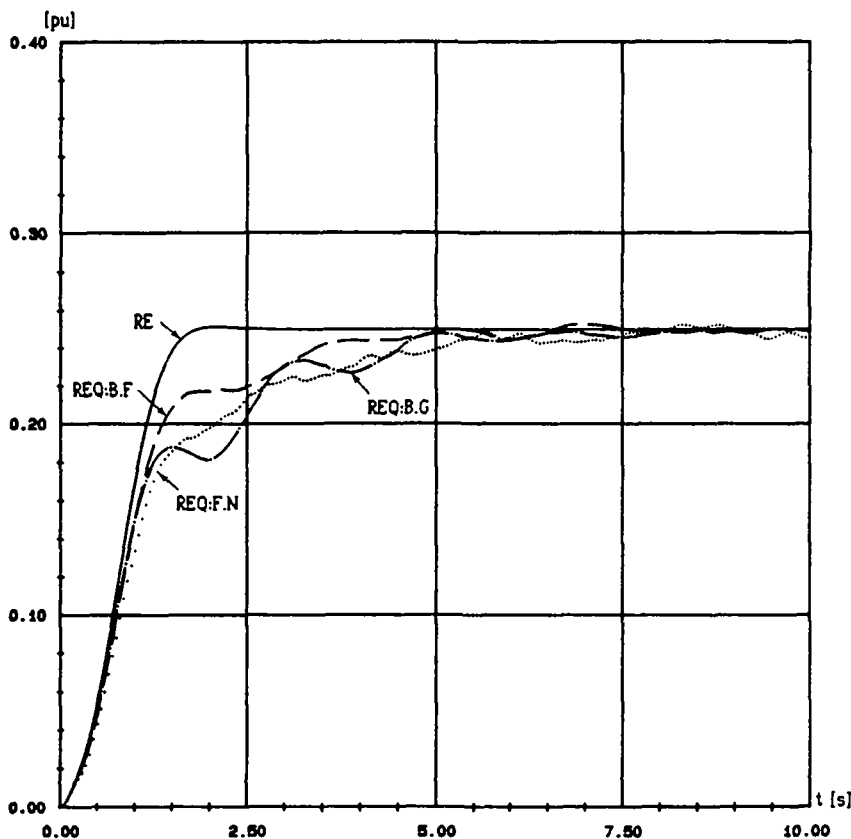


Figure 5.6 Evolution de la grandeur de sortie du réglage échantillonné (RE) et du réglage échantillonné quantifié (REQ) pour trois représentations différentes (F.N, B.F et B.G); coefficients représentés au mieux sur 8 bits.

La situation est différente lorsque l'observateur est plus lent. A titre d'exemple, on a reporté à la figure 5.7 les résultats obtenus en modifiant le paramètre δ_o des pôles (3.42) de l'observateur. En particulier, δ_o a été modifié de $10s^{-1}$ [relation (3.45)] à $5s^{-1}$. De plus, on a effectué les calculs intermédiaires sur 20 bits et on a quantifié (par troncature en complément à 2) les coefficients le plus précisément possible sur 10 bits.

On constate à la figure 5.7 que le comportement du réglage échantillonné quantifié est influencé de manière défavorable par le balancement de E_{bb} (B.F) mais de manière très favorable par le balancement global (B.G). D'autres essais, effectués avec des pôles de l'observateur ainsi que des périodes

d'échantillonnages différents, ont confirmé une influence favorable du balancement global sur le comportement du réglage échantillonné quantifié lorsque la quantification des coefficients est grossière et que le comportement dynamique de l'observateur est relativement lent (pôles en z proches du cercle unité).

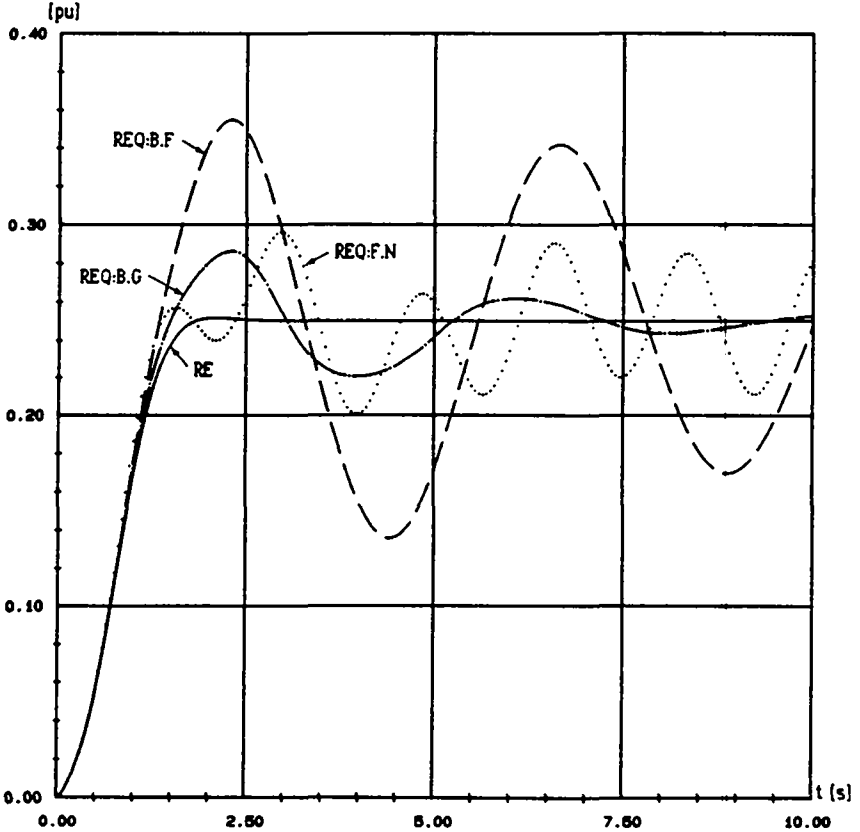


Figure 5.7 Evolution de la grandeur de sortie du réglage échantillonné (RE) et du réglage échantillonné quantifié (REQ) pour trois représentations différentes (F.N, B.F et B.G); coefficients représentés au mieux sur 10 bits; calculs intermédiaires sur 20 bits; pôles de l'observateur modifiés ($\delta_0 = 5s^{-1}$).

Il est intéressant d'étudier l'évolution des pôles de l'observateur et du réglage en fonction de la précision des coefficients.

A la figure 5.8, on a représenté les lieux des pôles de l'observateur global fermé et du réglage fermé en fonction de la précision des coefficients pour une représentation sous forme naturelle (figure 5.8a) et par balancement

global (figure 5.8b). Ces lieux des pôles correspondent au dimensionnement effectué dans le cas de la figure 5.7 (comportement dynamique de l'observateur ralenti avec $\delta_0 = 5s^{-1}$) et ont été obtenus en quantifiant (par troncature en complément à 2) les coefficients le plus précisément possible sur une longueur de mot l variant entre 10 et 30 bits. Il est important de souligner que les pôles de l'observateur et du réglage fermés doivent être déterminés en calculant les valeurs propres de la matrice E_c du système complet. En effet, à cause de la quantification intervenant sur les différents coefficients de l'observateur, ce dernier n'est plus parfaitement adapté au système à régler et donc le principe de séparation n'est pas valable.

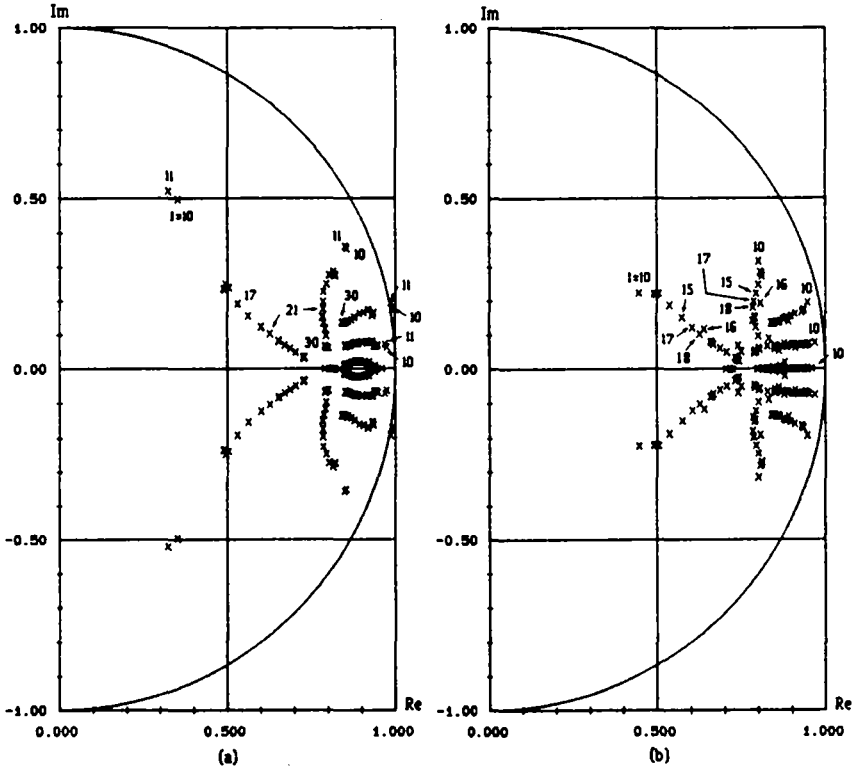


Figure 5.8 Lieu des pôles de l'observateur global fermé et du réglage fermé en fonction de la précision des coefficients ($l = 10, \dots, 30$ bits) pour une représentation sous forme naturelle (a) et par balancement global (b); pôles de l'observateur modifiés ($\delta_0 = 5s^{-1}$).

On constate à la figure 5.8 que la quantification des coefficients conduit à un déplacement des pôles du réglage (les plus à droite sur les figures 5.8a et 5.8b) et de l'observateur. En particulier, dans le cas de la représentation

par balancement global (figure 5.8b), on obtient des lieux des pôles plus compacts, c.à.d que, sous l'influence de la quantification des coefficients, les pôles de l'observateur et du réglage s'approchent moins du cercle unité. Ceci est particulièrement important pour les pôles du réglage. En effet, on constate que dans le cas de la représentation sous forme naturelle (figure 5.8a), certains pôles du réglage peuvent même se déplacer à l'extérieur du cercle unité et conduire ainsi à l'instabilité du réglage. Ceci est le cas pour $l = 10$ et 11 , où deux des cinq pôles du réglage se trouvent en dehors du cercle unité. Ces considérations justifient les résultats de la figure 5.7 (où $l = 10$).

Il est intéressant de remarquer que le déplacement des pôles du réglage dépend non seulement de la finesse de la quantification, mais également de la rapidité de l'observateur. En particulier, plus l'observateur est rapide et moins importante est l'influence de la quantification des coefficients sur le déplacement des pôles du réglage (la robustesse du réglage augmente). Ceci a été vérifié en déterminant les lieux des pôles du réglage et de l'observateur correspondant au dimensionnement effectué aux § 3.2.5 et 3.2.6 ($\delta_0 = 10s^{-1}$). Ces lieux des pôles ont montré que la stabilité du réglage est assurée, quelle que soit la représentation utilisée, dans toute la plage considérée ($l = 10$ à 30 bits) pour la longueur des coefficients.

Ces considérations expliquent l'influence favorable du balancement global sur le comportement du réglage échantillonné quantifié lorsque le comportement dynamique de l'observateur est lent.

On a dit au § 5.3.4 que le balancement de E_{bb} ou le balancement global revient à un choix particulier des valeurs nominales $X_{sIN}(i = 1, \dots, n)$ pour les grandeurs d'état et V_N pour la grandeur de perturbation. A titre d'exemple, la matrice de transformation inverse \underline{T}^{-1} obtenue lors du balancement global vaut

$$\underline{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

Ceci signifie que les données relatives au balancement global (voir annexe A10) peuvent s'obtenir directement en modifiant les valeurs nominales (3.41) de la manière suivante

$$X_{sIN} = 0,125 \text{ m} ; X_{s2N} = 1 \text{ m/s} ; X_{s3N} = 2 \text{ rad} ; X_{s4N} = 8 \text{ rad/s} ; V_N = 8 \text{ N} \quad (5.43)$$

et en effectuant le même dimensionnement (choix des pôles, choix de la période d'échantillonnage) qu'à la section 3.2.

On a vu que le balancement global peut avoir (si l'observateur est lent) une influence favorable sur le comportement du réglage échantillonné quantifié seulement lorsque les coefficients sont quantifiés grossièrement. Lorsqu'on utilise une arithmétique en virgule flottante, la précision des coefficients est celle des nombres en virgule flottante utilisés et est donc, dans les cas pratiques, assez élevée (par exemple, nombres en virgule

flottante représentés sur 32 bits). Ainsi, on peut dire qu'en pratique le balancement présente un certain intérêt uniquement pour des applications en virgule fixe.

5.3.6 Conclusions

L'exemple d'application du paragraphe précédent permet de faire quelques considérations en ce qui concerne l'utilisation pratique des différentes représentations possibles pour les équations d'un réglage d'état avec observateur.

L'utilisation des formes canoniques de réglage et d'observateur est à éviter. En effet, on a vu au § 5.3.5.2 que ces formes canoniques augmentent la sensibilité du réglage à la quantification des coefficients et des variables.

Quant à la forme canonique de Jordan strictement diagonale, on a vu au § 5.3.3 qu'elle ne présente pas d'intérêt pratique pour les systèmes à régler possédant un comportement oscillant. Des essais en simulation digitale effectués sur un réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation d'un système du deuxième ordre sans comportement oscillant n'ont pas mis en évidence des différences de comportement entre les réglages échantillonnés quantifiés utilisant la forme naturelle ou la forme canonique de Jordan strictement diagonale.

En ce qui concerne les représentations obtenues par balancement de matrices, on a vu au § 5.3.5.3 que seulement le balancement global peut présenter un certain intérêt pour des applications utilisant une arithmétique en virgule fixe.

5.4 OPTIMISATION DES COEFFICIENTS QUANTIFIES

5.4.1 Généralités

Dans cette section, on va brièvement discuter de la possibilité d'optimiser les coefficients quantifiés d'un régulateur digital. En effet, l'utilisation des coefficients quantifiés standard, obtenus simplement par arrondi ou par troncature des coefficients non quantifiés, ne conduit généralement pas aux meilleures performances possibles pour le réglage échantillonné quantifié.

On discutera uniquement le cas d'une arithmétique en virgule fixe. En effet, l'optimisation des coefficients quantifiés dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante, bien que possible, ne présente pas d'intérêt pratique à cause de la précision généralement assez grande des nombres en virgule flottante couramment utilisés.

Après la description de l'algorithme d'optimisation proposé, on fera quelques considérations générales sur le problème de l'optimisation des coefficients quantifiés d'un régulateur digital où l'on situera le problème par rapport à celui, bien connu dans le domaine des filtres numériques, de la minimisation de la longueur des coefficients.

Pour finir, l'application de l'algorithme d'optimisation proposé à un exemple permettra de tirer quelques conclusions quant à l'utilité pratique d'une optimisation des coefficients quantifiés d'un régulateur digital.

5.4.2 Algorithme d'optimisation

L'optimisation des coefficients quantifiés est effectuée en simulation digitale de manière à minimiser une fonction objectif S définie de la manière suivante

$$S = \sum_{k=0}^{k_{\max}} |y_s[k] - y_{sm}[k]| \quad (5.44)$$

où y_s , y_{sm} et k_{\max} représentent respectivement la grandeur de sortie du réglage échantillonné, la grandeur de sortie mesurée du réglage échantillonné quantifié et la durée de la simulation digitale. On va donc essayer de minimiser, pour un essai donné (évolution des grandeurs de consigne et de perturbation, conditions initiales, ...), la "distance" entre la réponse du réglage échantillonné et celle du réglage échantillonné quantifié.

L'organigramme général de la figure 5.9 décrit la procédure utilisée pour optimiser avec p passes d'optimisation un ensemble C de m coefficients c_i ($i = 1, \dots, m$). Une passe d'optimisation peut être définie comme étant le résultat de l'application, à chaque coefficient c_i de C , d'une procédure d'optimisation d'un coefficient. Le fonctionnement de cette dernière est illustré à la figure 5.10. Le coefficient quantifié c_i peut varier, avec un pas de quantification q_{c_i} , à l'intérieur du domaine défini par

$$c_{i\text{MIN}} \leq c_i \leq c_{i\text{MAX}} \quad (5.45)$$

où les valeurs de $c_{i\text{MIN}}$ et $c_{i\text{MAX}}$ dépendent du format c_i^* de c_i (voir § 1.3.3). En commençant par la valeur initiale c_{i0} (supposée positive à la figure 5.10) de c_i , on recherche les valeurs de c_i^+ ($c_i^+ > c_{i0}$) et c_i^- ($c_i^- < c_{i0}$) qui correspondent à des minimums (S_i^+ et S_i^-) de la fonction objectif (5.44). A cet effet, on va augmenter (diminuer), par pas de q_{c_i} , la valeur de c_i jusqu'au point où la fonction objectif va augmenter ou la valeur limite $c_{i\text{MAX}}$ ($c_{i\text{MIN}}$) est atteinte. Dans ce dernier cas, on a $c_i^+ = c_{i\text{MAX}}$ ($c_i^- = c_{i\text{MIN}}$). Le coefficient quantifié optimisé $c_{i\text{opt}}$ correspond enfin à c_i^+ (si $S_i^+ < S_i^-$) ou à c_i^- (si $S_i^+ \geq S_i^-$). Remarquons que la valeur initiale c_{i0} de c_i peut varier à chaque passe d'optimisation. A la première passe, c_{i0} correspond au coefficient quantifié standard (obtenu par arrondi ou par troncature du coefficient non quantifié).

La procédure d'optimisation décrite n'est pas optimale dans le sens qu'elle conserve, pour un coefficient donné, toujours le même format. En effet, lorsqu'on aboutit à $c_i^+ = c_{i\text{MAX}}$ ou $c_i^- = c_{i\text{MIN}}$ on devrait, en toute rigueur, modifier le format du coefficient et continuer l'optimisation.

Il est important de remarquer que les valeurs prises par la fonction objectif (5.44) dépendent de la durée et du type d'essais (évolution des grandeurs de consigne et de perturbation). Ceci signifie qu'il n'est pas possible d'effectuer un choix entre deux ensembles de coefficients quantifiés optimisés, obtenus pour deux essais différents, sur la base des valeurs correspondantes de la fonction objectif.

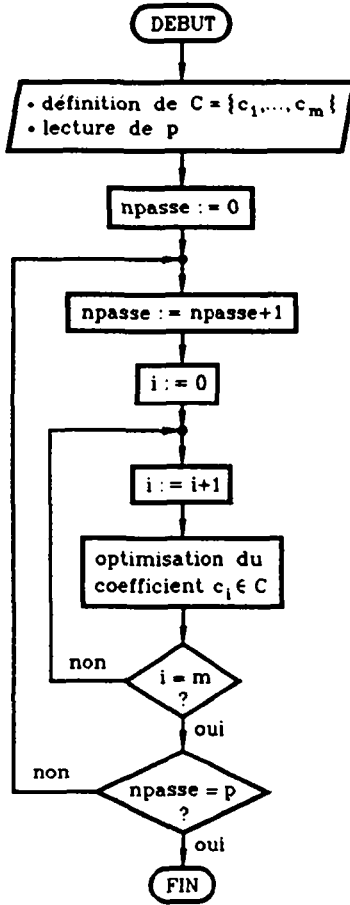


Figure 5.9 Organigramme général pour l'optimisation, avec p passes d'optimisation, d'un ensemble C de m coefficients c_i .

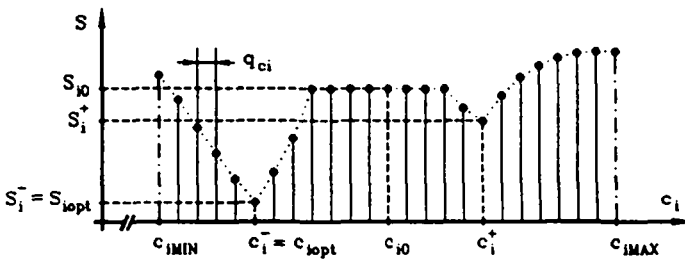


Figure 5.10 Optimisation du coefficient quantifié c_i (pas de quantification q_{c_i}).

5.4.3 Commentaires

Il faut distinguer le problème de l'optimisation des coefficients quantifié de celui, bien connu dans le domaine des filtres numériques, de la minimisation de la longueur des coefficients. Ces deux problèmes sont très semblables dans le sens que la résolution du deuxième problème peut être considérée comme une suite de résolutions du premier problème pour différentes longueurs de coefficients.

Dans le domaine des régulateurs digitaux, on s'intéresse essentiellement au problème de l'optimisation des coefficients quantifiés. En effet, sauf dans des cas particuliers, le fait de pouvoir réduire la longueur d'un coefficient de 16 à 12 ou 13 bits par exemple ne présente pas un grand intérêt étant donné que les coefficients sont généralement représentés sur des longueurs de mot multiples de celle du microprocesseur utilisé.

Dans le domaine des filtres numériques, la fonction objectif s'identifie aux spécifications d'affaiblissement et de phase du filtre. On essaie de respecter ces spécifications avec les coefficients les plus courts possible. A cet effet, on utilise des algorithmes d'optimisation discrète (voir [14]) qui opèrent sur l'espace discret des coefficients quantifiés.

Pour un régulateur digital, on peut définir (voir § 5.4.2) une fonction objectif qui rend compte de la "distance" entre la réponse du réglage échantillonné et celle du réglage échantillonné quantifié. On a vu que la valeur de cette fonction objectif ainsi que la valeur des coefficients quantifiés optimisés dépendent de l'essai effectué. Ainsi, les spécifications pour le réglage échantillonné quantifié devraient être imposées pour un essai donné.

Compte tenu des considérations précédentes, on peut résumer les problèmes liés à une optimisation des coefficients quantifiés d'un régulateur par les questions suivantes

- Est-ce qu'il est possible d'optimiser les coefficients quantifiés du régulateur sur la base d'un essai type de manière à optimiser globalement (indépendamment des grandeurs de consigne et de perturbation imposées) les performances du réglage échantillonné quantifié ?
- Quels coefficients faut-il optimiser ?
- Combien de passes d'optimisation faut-il effectuer ?

Ces questions seront étudiées sur la base d'un exemple d'application au paragraphe suivant.

5.4.4 Exemple d'application

On reprend l'exemple d'application No 1 de la section 3.2 avec la représentation sous forme naturelle et l'implantation en virgule fixe déjà utilisées au § 5.3.5. Pour tous les essais effectués, on se limitera à imposer des sauts indiciaires de la grandeur de consigne et/ou de la grandeur de perturbation en partant de conditions initiales nulles. L'amplitude de ces sauts indiciaires sera dénotée respectivement par Δ_w et Δ_v . De plus, on dénotera par Δ_w^* et Δ_v^* l'amplitude des sauts indiciaires utilisés pour optimiser les coefficients quantifiés et par p le nombre de passes d'optimisation. Les

simulations digitales et l'optimisation des coefficients sont effectuées avec une version modifiée du programme PRECREG décrit au chapitre 4. Les paramètres suivants sont utilisés

- quantification des coefficients et lors des opérations arithmétiques par troncature en complément à 2.
- fichier de donnée (voir annexe A5).
- fichier de définition des organes de mesure et de commande digitaux (voir annexe A8).
- fichier de formats indispensables (voir annexe A11). On utilise une possibilité de calcul automatique des formats similaire à celle décrite au § 4.4.6.4 à la différence près que les coefficients sont représentés, le plus précisément possible, sur 8 bits.
- $L_I = -10$; $L_S = 10$.
- $T_e = 0,05s$.
- $t_{max} = 10s$.
- pas de compatibilité entre la grandeur de consigne et la grandeur de sortie.
- pas de zone morte sur l'écart de réglage.

Remarquons qu'on ne va pas optimiser

- les coefficients nuls.
- les coefficients $h_{sv}[i]$ et k_v lorsque l'optimisation est effectuée par rapport à la grandeur de consigne uniquement ($\Delta_v^* = 0$).
- le coefficient k_w lorsque l'optimisation est effectuée par rapport à la grandeur de perturbation uniquement ($\Delta_w^* = 0$).
- le coefficient k_{cor} .

En effet, les coefficients nuls expriment des réalités physiques (par exemple la non-dépendance de deux grandeurs d'état observées), les coefficients $h_{sv}[i]$, k_v et k_w n'ont aucune influence dans les cas cités et enfin le coefficient k_{cor} intervient uniquement lorsque la grandeur de commande entre en limitation.

Les figures 5.11 et 5.12 illustrent quelques résultats obtenus. Dans le cas de la figure 5.11, on a imposé un saut indiciel de la grandeur de consigne ($\Delta_w = 0,25$; $\Delta_v = 0$) et dans le cas de la figure 5.12 un saut indiciel de la grandeur de perturbation ($\Delta_w = 0$; $\Delta_v = 7$). Sur chaque figure, on a reporté l'évolution de la grandeur de sortie du réglage échantillonné (RE) et du réglage échantillonné quantifié (REQ) pour des coefficients quantifiés standard (CQS) et des coefficients quantifiés optimisés (CQO) obtenus par 2 passes d'optimisation sur l'essai $\Delta_w^* = \Delta_w$, $\Delta_v^* = \Delta_v$. Au tableau 5.1, on a reporté les valeurs de la fonction objectif (5.44) et de quelques coefficients quantifiés (exprimés en pas de quantification) pour différents essais avec des coefficients quantifiés standard ($p = 0$) et des coefficients quantifiés optimisés. Remarquons que les essais Nos 1, 2, 6 et 7 de ce tableau correspondent aux cas représentés aux figures 5.11 et 5.12.

L'examen des figures 5.11 et 5.12 et du tableau 5.1 ainsi que d'autres résultats obtenus permettent d'effectuer quelques considérations.

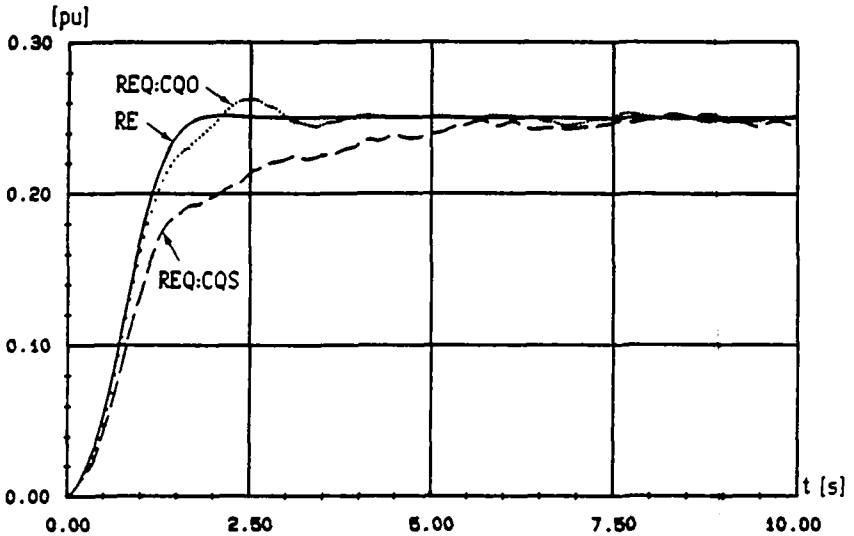


Figure 5.11 Evolution de la grandeur de sortie du réglage échantillonné (RE) et du réglage échantillonné quantifié (REQ) pour des coefficients quantifiés standard (CQS) et des coefficients quantifiés optimisés (CQO), essais à : $\Delta_w=0,25$, $\Delta_v=0$; optimisation à : $\Delta_w^*=0,25$, $\Delta_v^*=0$, $p=2$.

L'optimisation des coefficients quantifiés par rapport aux grandeurs de consigne et de perturbation ($\Delta_w^* \neq 0$ et $\Delta_v^* \neq 0$) améliore globalement les performances du réglage échantillonné quantifié, c.à.d. qu'on obtient un meilleur comportement de ce réglage tant par rapport à des variations de la grandeur de consigne (voir lignes 1 et 5 du tableau 5.1) ou de la grandeur de perturbation (voir lignes 6 et 9 du tableau 5.1) que par rapport à des variations simultanées des grandeurs de consigne et de perturbation (voir lignes 10 et 11 du tableau 5.1).

Par ailleurs, il est tout à fait logique que les meilleurs résultats pour un essai donné (Δ_w, Δ_v) soient obtenus en utilisant les coefficients optimisés pour ce même essai ($\Delta_w^* = \Delta_w$ et $\Delta_v^* = \Delta_v$). Ceci est confirmé par les résultats du tableau 5.1 et correspond aux cas des figures 5.11 et 5.12.

En ce qui concerne les amplitudes Δ_w^* et Δ_v^* des sauts indicels à utiliser pour effectuer l'optimisation des coefficients, on a constaté de manière générale que des coefficients optimisés pour l'essai Δ_w^*, Δ_v^* fournissent des meilleurs résultats par rapport aux coefficients quantifiés standard lorsque $\Delta_w \leq \Delta_w^*$ et $\Delta_v \leq \Delta_v^*$. Ainsi, il est judicieux de poser $\Delta_w^* = w_{max}$ et $\Delta_v^* = v_{max}$, où w_{max} et v_{max} représentent les grandeurs de consigne et de perturbation maximales garantissant un régime dynamique non-limité.

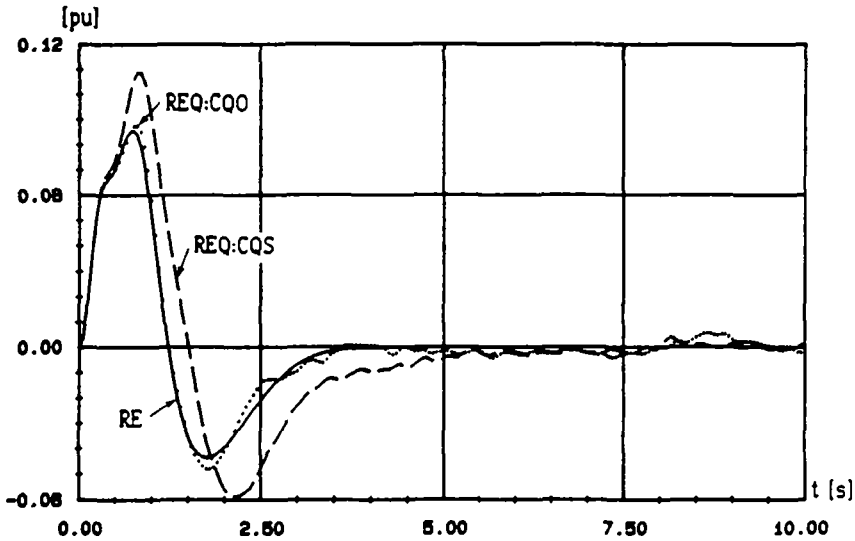


Figure 5.12 Evolution de la grandeur de sortie du réglage échantillonné (RE) et du réglage échantillonné quantifié (REQ) pour des coefficients quantifiés standard (CQS) et des coefficients quantifiés optimisés (CQO); essais à : $\Delta_w=0$, $\Delta_v=7$; optimisation à : $\Delta_w^*=0$, $\Delta_v^*=7$, $p=2$.

n°	Δ_w	Δ_v	Δ_w^*	Δ_v^*	p	S	$f_{b11}[2^{-7}]$	$f_{b22}[2^{-6}]$	$f_{b13}[2^{-7}]$	$h_{s4}[2^{-7}]$	$k_{s3}[2^{-5}]$
1	0,25	0	-	-	0	3,175	-102	64	0	-13	-66
2	0,25	0	0,25	0	2	0,674	-98	62	-1	-14	-65
3	0,25	0	0,25	0	10	0,556	-98	62	-1	-13	-65
4	0,25	0	0	7	2	1,354	-105	67	-2	-14	-66
5	0,25	0	0,25	7	2	1,299	-104	62	-4	-13	-66
6	0	7	-	-	0	1,802	-102	64	0	-13	-66
7	0	7	0	7	2	0,440	-105	67	-2	-14	-66
8	0	7	0,25	0	2	3,992	-98	62	-1	-14	-65
9	0	7	0,25	7	2	1,453	-104	62	-4	-13	-66
10	0,25	7	-	-	0	3,944	-102	64	0	-13	-66
11	0,25	7	0,25	7	2	0,680	-104	62	-4	-13	-66

Tableau 5.1 Valeurs de la fonction objectif S et de quelques coefficients quantifiés (exprimés en pas de quantification) pour différents essais avec des coefficients quantifiés standard ($p=0$) et des coefficients quantifiés optimisés.

Il est clair que plus le nombre de passes d'optimisation est grand, plus les résultats obtenus sont bons (voir lignes 2 et 3 du tableau 5.1). De manière générale, l'optimisation doit se poursuivre jusqu'à ce que, d'une passe d'optimisation à l'autre, la valeur de la fonction objectif (5.44) ne diminue plus.

Enfin, les quelques coefficients quantifiés reportés au tableau 5.1 donnent une idée des différences entre les coefficients quantifiés standard et les coefficients quantifiés optimisés. Ces différences peuvent être de plusieurs pas de quantification (pour certains éléments de la matrice E_b), d'un pas de quantification (pour certains éléments de E_b , h_s , k_b et k_s^T ainsi que pour k_R et k_w) ou nulles (pour certains éléments de E_b , h_s , k_b et k_s^T ainsi que pour h_{sv} , l_b et k_v).

5.4.5 Conclusions

L'algorithme d'optimisation décrit au § 5.4.2 peut s'appliquer à n'importe quel type de régulateur digital. La procédure d'optimisation est simple mais peut nécessiter une puissance de calcul considérable.

On a vu au § 5.4.3 que le problème le plus critique consiste dans la recherche d'un essai d'optimisation type qui permette d'améliorer globalement les performances du réglage échantillonné quantifié. Dans le cas particulier traité au § 5.4.4, on a vu que l'optimisation des coefficients quantifiés par rapport aux grandeurs de consigne et de perturbation ($\Delta_w^* \neq 0$ et $\Delta_v^* \neq 0$) permet d'obtenir les meilleurs résultats lorsqu'on impose des sauts indiciels de la grandeur de consigne et/ou de la grandeur de perturbation. Ce résultat ne peut pas être généralisé pour des évolutions quelconques des grandeurs de consigne et de perturbation, pour un dimensionnement différent du réglage d'état avec observateur ainsi que pour d'autres types de régulateurs ou de systèmes à régler.

De manière générale, on peut dire que l'optimisation des coefficients quantifiés d'un régulateur digital est d'autant plus favorable que le nombre de coefficients à optimiser est grand et que la précision disponible pour représenter ces coefficients est faible. Ainsi, une telle optimisation est certainement plus favorable pour un régulateur d'état avec observateur que pour un régulateur standard et peut avoir un intérêt pratique uniquement pour des implantations en virgule fixe.

5.5 CONCLUSIONS

Les effets déterministes de la quantification des coefficients sur les performances du réglage échantillonné quantifié peuvent être évalués de manière précise en déterminant la position des pôles et des zéros du réglage échantillonné et du réglage échantillonné quantifié.

On a vu que l'entité du déplacement des pôles et des zéros dépend de la finesse de la quantification, de la période d'échantillonnage ainsi que de la structure du régulateur, pour un régulateur classique ou de la représentation utilisée, pour un régulateur d'état avec ou sans observateur. L'influence de la structure d'un régulateur classique ou de la représentation utilisée pour un régulateur d'état ou un observateur peut être étudiée en

termes de sensibilité des pôles et des zéros à la variation des coefficients. A ce propos, on a vu au § 5.2.1 qu'un régulateur de structure générale est très sensible à la quantification des coefficients. Il en est de même des régulateurs d'état avec observateur utilisant des formes canoniques de réglage et d'observateur. Comme on l'a dit à la section 5.3, l'utilisation de ces formes canoniques est à éviter.

En ce qui concerne l'influence de la période d'échantillonnage, on a vu au § 5.2.2 que dans le cas des régulateurs PID, PD2 et de structure générale, la diminution de la période d'échantillonnage nécessite toujours une augmentation de la précision des coefficients. Ceci n'est pas toujours vrai dans le cas d'un régulateur d'état ou d'un observateur.

On a vu aux sections 5.3 et 5.4 que l'équilibration des coefficients dans le cas d'un régulateur d'état avec observateur ainsi que l'optimisation des coefficients quantifiés d'un régulateur digital peuvent avoir un certain intérêt uniquement pour des implantations en virgule fixe.

Avec l'avènement de plus en plus grand de microprocesseurs travaillant en virgule flottante (garantissant généralement une précision assez élevée pour les coefficients), la quantification des coefficients n'aura que peu d'effets si l'on évite l'utilisation de structures de régulateurs ou de représentations d'état trop sensibles.

CHAPITRE 6

EFFETS DE LA QUANTIFICATION DES VARIABLES

6.1 INTRODUCTION

Le problème étudié au chapitre précédent de l'influence de la quantification des coefficients n'est pas complètement dissocié de celui qu'on va étudier dans ce chapitre, à savoir l'influence de la quantification des variables. En effet, le bruit de calcul et la sensibilité des pôles ou des zéros d'un réglage à la variation des coefficients sont deux problèmes liés, car quantifier le résultat d'une multiplication revient à modifier légèrement le coefficient. Ainsi, des structures de réglage très sensibles à la quantification des coefficients (voir chapitre 5) seront également sensibles au bruit de calcul (dû à la quantification des variables internes).

L'influence de la quantification des variables d'entrée (mesurées avec des organes de mesure digitaux) et des variables internes peut être étudiée par une approche statistique, qui est une méthode d'analyse linéaire permettant d'étudier la propagation des différents bruits de quantification à travers le régulateur et de déterminer ainsi le bruit total à la sortie de ce dernier. Cette approche sera étudiée à la section 6.2, où l'on mettra l'accent sur sa validité et son utilisation dans le domaine des réglages digitaux. En effet, l'approche statistique ne rend pas compte de tous les phénomènes liés à la quantification des variables.

Une autre approche possible consiste à étudier l'influence, sur le comportement du réglage digital, des zones mortes introduites par la quantification des variables d'entrée et des variables internes. Ceci fera l'objet de la section 6.3, où cette influence sera étudiée pour différents types de régulateurs.

Pour finir, on discutera à la section 6.4 du choix de la précision de calcul et de la précision des organes de mesure et de commande digitaux. Dans ce contexte, on fournira quelques directives pour effectuer ces différents choix.

6.2 L'APPROCHE STATISTIQUE

6.2.1 Généralités

Les effets aléatoires de la quantification des variables d'entrée (mesurées à l'aide d'organes de mesure digitaux) et des variables internes peuvent être étudiés, sous certaines conditions, par une approche statistique. Cette approche, bien connue dans le domaine des filtres digitaux, sera discutée dans cette section.

Après une description de la méthode statistique et des hypothèses sur lesquelles elle repose, on fera quelques considérations en ce qui concerne la propagation, à travers le régulateur, des différents bruits de quantification.

On discutera ensuite de la validité de l'approche statistique dans le contexte des réglages digitaux, où l'on verra que cette approche n'est pas adaptée pour l'étude de régulateurs comportant un intégrateur.

Par la suite, on traitera un exemple d'application, où l'on pourra comparer les résultats obtenus en utilisant la méthode statistique à ceux obtenus en simulation digitale. Ceci permettra de vérifier les considérations effectuées à propos de la validité de l'approche statistique.

Pour terminer, on résumera les raisons qui justifient l'intérêt restreint de l'approche statistique pour l'étude du bruit de quantification dans les réglages digitaux.

6.2.2 Description de la méthode

L'approche statistique pour l'étude du bruit de quantification est bien connue dans le domaine des filtres digitaux (voir [14]) et peut être appliquée également au cas des régulateurs digitaux (voir [15]). La validité de cette approche repose sur un certain nombre d'hypothèses qui, comme on le verra au § 6.2.4, sont plus facilement mises en défaut dans le domaine des réglages digitaux.

L'approche statistique est applicable pour des implantations en virgule fixe et en virgule flottante. Par la suite, on va considérer uniquement le cas d'une implantation en virgule fixe. Les modifications intervenant dans le cas d'une implantation en virgule flottante seront évoquées au § 6.2.3.

L'idée fondamentale de la méthode statistique est de considérer chaque limitation de précision intervenant dans un algorithme de réglage comme une source de bruit et de considérer ensuite la propagation de ce bruit de quantification à travers le régulateur. Il est ainsi possible d'évaluer le bruit total à la sortie du régulateur.

La figure 6.1 illustre la contribution d'une source de bruit i au bruit total à la sortie du régulateur.

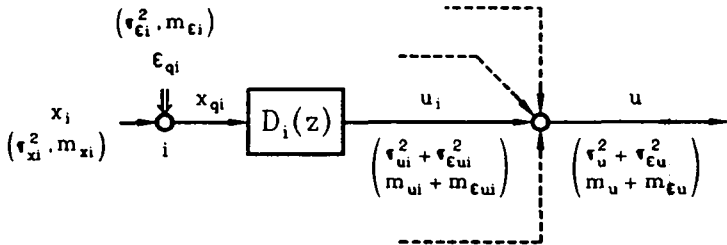


Figure 6.1 Contribution de la source de bruit i au bruit total à la sortie du régulateur.

Pour mieux la mettre en évidence, cette contribution a été représentée à l'aide d'une flèche double, qui est normalement utilisée pour représenter un signal multivariable. Le bruit de quantification ϵ_{qi} représente l'erreur de quantification intervenant lors de la limitation de précision (quantification) de la variable x_i . Cette dernière peut être soit une variable d'entrée qui doit être mesurée à l'aide d'un organe de mesure digital (voir § 1.4.2), soit une variable interne (par exemple le résultat d'une multiplication) dont la précision doit être limitée. Dans ce dernier cas, la variable x_i est déjà

une grandeur quantifiée. On rappelle que la quantification de la variable x_1 peut être effectuée selon plusieurs caractéristiques de quantification (voir § 1.3.4 et figures 1.9 à 1.11). La fonction de transfert $D_1(z)$ lie la source de bruit i à la sortie du régulateur. Chaque signal (variable) apparaissant à la figure 6.1 peut être caractérisé par sa variance et sa valeur moyenne.

Le bruit de quantification ϵ_{q1} peut être considéré comme un bruit blanc à temps discret lorsque les hypothèses suivantes sont vérifiées (voir [14])

- le signal x_1 peut être considéré comme aléatoire
- son écart-type σ_{x1} est grand vis-à-vis du pas de quantification q .

Dans ce cas, il n'y a pas d'autocorrélation entre les valeurs successives de ϵ_{q1} et il n'y a pas de corrélation entre ces valeurs et les valeurs correspondantes de x_1 .

Le fait d'avoir assimilé le bruit de quantification ϵ_{q1} à un bruit blanc permet d'étudier de manière relativement simple la propagation de ce bruit à travers le régulateur. En particulier, comme le régulateur considéré est un système linéaire, la transmission du bruit ϵ_{q1} peut être étudiée séparément de celle du signal x_1 .

La variance $\sigma_{\epsilon_{e1}}^2$ et la valeur moyenne $m_{\epsilon_{e1}}$ du bruit à la sortie du régulateur dû au bruit blanc ϵ_{q1} , de variance $\sigma_{\epsilon_{q1}}^2$ et de valeur moyenne $m_{\epsilon_{q1}}$, sont données par

$$\sigma_{\epsilon_{e1}}^2 = \sigma_{\epsilon_{q1}}^2 \frac{1}{2\pi j} \oint_C D_1(z) D_1(z^{-1}) \frac{dz}{z} \quad (6.1)$$

$$m_{\epsilon_{e1}} = m_{\epsilon_{q1}} D_{IDC} = m_{\epsilon_{q1}} \lim_{z \rightarrow 1} D_1(z) \quad (6.2)$$

où D_{IDC} représente le facteur de transfert en régime établi de la fonction de transfert $D_1(z)$ et le contour d'intégration C est un contour fermé qui englobe les pôles de $D_1(z)$ et qui exclut ceux de $D_1(z^{-1})$. Comme on a un régulateur stable, on peut prendre pour C le cercle unité. La résolution de l'intégrale apparaissant dans (6.1) peut se faire en utilisant le théorème des résidus.

La variance $\sigma_{\epsilon_{eu}}^2$ et la valeur moyenne $m_{\epsilon_{eu}}$ du bruit à la sortie du régulateur dû à l'ensemble des sources de bruit présentes s'obtiennent en additionnant la contribution de chaque source individuelle. On a donc

$$\sigma_{\epsilon_{eu}}^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_{\epsilon_{e1i}}^2 \quad (6.3)$$

$$m_{\epsilon_{eu}} = \sum_{i=1}^N m_{\epsilon_{e1i}} \quad (6.4)$$

où N représente le nombre de sources de bruit présentes dans le régulateur.

La variance $\sigma_{\epsilon_{e1}}^2$ et la valeur moyenne $m_{\epsilon_{e1}}$ du bruit de quantification dépendent de la caractéristique de quantification utilisée.

Lorsque la variable x_i n'est pas quantifiée (cas d'une variable d'entrée), les hypothèses formulées précédemment permettent d'affirmer que la densité de probabilité du bruit de quantification est uniformément distribuée entre les bornes (1.19), (1.22) ou (1.25) respectivement pour une quantification par arrondi, par troncature en complément à 1 ou par troncature en complément à 2. La figure 6.2 reporte les densités de probabilité continues $p_\epsilon(\epsilon_q)$ de bruit de quantification ϵ_q pour les trois caractéristiques de quantification considérées.

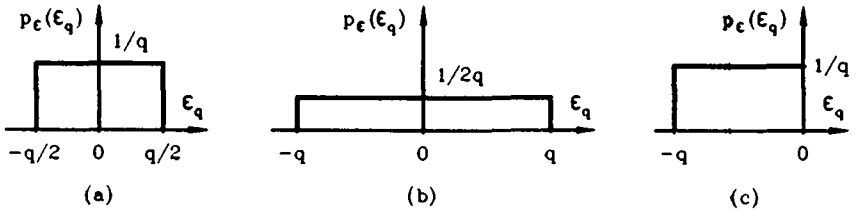


Figure 6.2 Densités de probabilité continues du bruit de quantification ϵ_q pour une quantification par : arrondi (a), troncature en complément à 1 (b), troncature en complément à 2 (c).

Les valeurs moyennes m_ϵ et les variances σ_ϵ^2 se calculent, pour chaque cas, par

$$m_\epsilon = \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon_q p_\epsilon(\epsilon_q) d\epsilon_q \quad (6.5)$$

$$\sigma_\epsilon^2 = E(\epsilon^2) - m_\epsilon^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\epsilon_q - m_\epsilon)^2 p_\epsilon(\epsilon_q) d\epsilon_q \quad (6.6)$$

Les résultats obtenus pour chaque caractéristique de quantification sont résumés au tableau 6.1.

quantification	m_ϵ	σ_ϵ^2
$Q_R[x]_q$	0	$\frac{q^2}{12}$
$Q_{T1}[x]_q$	0	$\frac{q^2}{3}$
$Q_{T2}[x]_q$	$-\frac{q}{2}$	$\frac{q^2}{12}$

Tableau 6.1 Valeurs moyennes et variances du bruit de quantification ϵ_q pour différentes caractéristiques de quantification dans le cas d'une densité de probabilité continue.

Lorsque la variable x_i est quantifiée (cas d'une variable interne), le bruit de quantification ϵ_{q1} ne peut prendre que des valeurs discrètes et sa densité de probabilité est donc discrète. Les valeurs moyennes m_ϵ et les variances σ_ϵ^2 se calculent, pour chaque caractéristique de quantification, par

$$m_\epsilon = \sum_1 \epsilon_{q1} P(\epsilon_q = \epsilon_{q1}) \quad (6.7)$$

$$\sigma_\epsilon^2 = E(\epsilon^2) - m_\epsilon^2 = \sum_1 \epsilon_{q1}^2 P(\epsilon_q = \epsilon_{q1}) - m_\epsilon^2 \quad (6.8)$$

où les sommations portent sur toutes les valeurs possibles de ϵ_q . Les résultats obtenus en admettant un pas de quantification q_L ($q_L < q$) pour x sont résumés, pour chaque caractéristique de quantification, au tableau 6.2.

quantification	m_ϵ	σ_ϵ^2
$Q_R[x]_q$	0	$\frac{q^2}{12} + \frac{q_L^2}{6}$
$Q_{T1}[x]_q$	0	$\frac{q^2}{3} + \frac{q_L^2}{6} - \frac{q q_L}{2}$
$Q_{T2}[x]_q$	$\frac{q_L - q}{2}$	$\frac{q^2}{12} - \frac{q_L^2}{12}$

Tableau 6.2 Valeurs moyennes et variances du bruit de quantification ϵ_q pour différentes caractéristiques de quantification dans le cas d'une densité de probabilité discrète ; la variable x est quantifiée avec un pas de quantification q_L .

On constate bien que lorsque q_L tend vers 0, on retrouve pour m_ϵ et σ_ϵ^2 les mêmes valeurs que dans le cas d'une densité de probabilité continue pour ϵ_q (voir tableau 6.1). Ainsi, lorsque q_L est petit, les valeurs données au tableau 6.1 peuvent être utilisées, en première approximation, également dans le cas d'une densité de probabilité discrète pour ϵ_q .

6.2.3 Commentaires

La méthode statistique décrite au paragraphe précédent peut s'appliquer, avec les restrictions qu'on indiquera au § 6.2.4, tant aux régulateurs standard qu'aux régulateurs d'état. Dans ce dernier cas, on peut avoir plusieurs variables d'entrée auxquelles il faut associer différentes sources de bruit.

Comme on l'a vu, il est possible de calculer la variance σ_{eu}^2 et la valeur moyenne m_{eu} [voir relations (6.3) et (6.4)] du bruit total à la sortie du régulateur. Pour un signal ergodique (voir [16]), la variance σ_{eu}^2 s'identifie à la puissance normalisée des fluctuations, par rapport à la composante continue, du bruit total à la sortie du régulateur. Ainsi, en évaluant les

valeurs de σ_{eu}^2 pour différents régulateurs, il est possible de comparer les performances de ces régulateurs en ce qui concerne leur sensibilité aux bruits de quantification.

A ce propos, l'examen de la relation (6.1) et de la figure 6.1 permet d'effectuer quelques considérations en ce qui concerne la propagation, à travers le régulateur, du bruit d'entrée (bruit dû à la quantification des variables d'entrée) et du bruit interne (bruit dû à la quantification des variables internes).

Dans le cas de régulateurs classiques (régulateurs standard ou régulateurs de structure générale) définis par une fonction de transfert $D(z)$, liant la grandeur de commande u à l'écart de réglage e , on peut effectuer les considérations suivantes

- l'influence du bruit d'entrée sur la sortie du régulateur ne dépend pas de la structure de ce dernier, cette influence dépend uniquement de la fonction de transfert $D(z)$. Ainsi, pour une fonction de transfert donnée, le seul moyen pour diminuer l'influence du bruit d'entrée est d'augmenter la précision de l'organe de mesure digital.
- l'influence du bruit interne sur la sortie du régulateur dépend de la structure de ce dernier. Ainsi, par une structure adéquate du régulateur, il est possible de diminuer l'influence du bruit interne.

Dans un régulateur d'état, la contribution de chaque source de bruit interne est transmise intégralement à la sortie du régulateur alors que la contribution de chaque source de bruit d'entrée peut être amplifiée ou atténuée suivant la valeur du coefficient lié à la variable d'entrée en question. En effet, pour toutes les variables internes x_i dont la précision doit être limitée, on a $D_i(z) = \pm 1$ et donc $\sigma_{eui}^2 = \sigma_{ei}^2$ tandis que pour toutes les variables d'entrée x_i ($x_i = x_{si}$ ou v), on a $D_i(z) = -k_i$ ($k_i = k_{si}$ ou k_v) et donc $\sigma_{eui}^2 = \sigma_{ei}^2 k_i^2$. Le bruit d'entrée lié à la variable d'entrée x_i peut donc être amplifié ($|k_i| > 1$) ou atténué ($|k_i| < 1$).

L'approche statistique a été décrite au paragraphe précédent dans le cas d'une implantation en virgule fixe de l'algorithme de réglage. Dans le cas d'une implantation en virgule flottante et en admettant des organes de mesure digitaux en virgule fixe (voir la remarque du § 1.4.1), la méthode indiquée au § 6.2.2 reste valable en ce qui concerne l'influence du bruit d'entrée sur la sortie du régulateur. Par contre, en ce qui concerne l'influence du bruit interne sur la sortie du régulateur, le procédé décrit doit être modifié. D'une part, une source de bruit interne doit être introduite, conformément aux considérations du § 1.3.6, à chaque multiplication et à chaque addition. D'autre part, c'est l'erreur de quantification relative ϵ_{qri} qui, grâce aux hypothèses formulées au § 6.2.2, peut être considérée comme une variable aléatoire uniformément distribuée. Cette variable aléatoire est définie à l'intérieur du domaine suivant

$$-\epsilon_{q\text{rmax}} \leq \epsilon_{qri} \leq \epsilon_{q\text{rmax}} \quad (6.9)$$

où $\epsilon_{q\text{rmax}}$ représente l'erreur de quantification relative maximale (voir § 1.3.4).

6.2.4 Validité de l'approche statistique

Les hypothèses qui assurent la validité de l'approche statistique ont été formulées au § 6.2.2. Ces hypothèses sont en défaut lorsque le signal x à quantifier est (voir [14])

- un signal constant
- un signal périodique synchronisé sur la fréquence d'échantillonnage
- un signal de très faible amplitude ou, plus généralement, un signal dont l'amplitude varie très peu (σ_x/q petit).

Dans ces cas en effet, les échantillons successifs de l'erreur de quantification ϵ_q sont corrélés entre eux ou avec les échantillons correspondants du signal x , la densité de probabilité de ϵ_q n'est plus uniforme et le bruit de quantification ϵ_q ne peut plus être considéré comme un bruit blanc à temps discret.

Comme on le verra par la suite, le cas de signaux variant très peu (σ_x/q petit) est particulièrement important dans le domaine des réglages digitaux. Pour bien mettre en évidence l'invalidité de l'approche statistique en présence de ces signaux, on a calculé l'évolution de la variance σ_{ϵ}^2 du bruit de quantification en fonction de l'écart-type σ_x du signal x à quantifier. Cette évolution dépend de la caractéristique de quantification utilisée et de la statistique du signal x à quantifier. On a considéré le cas d'un signal x non-quantifié (possédant donc une densité de probabilité continue) qui est arrondi avec un pas de quantification q . Dans ce cas, lorsque les hypothèses énoncées au § 6.2.2 sont vérifiées (signal x aléatoire et $\sigma_x \gg q$), ϵ_q est uniformément distribuée et l'on a $\sigma_{\epsilon}^2 = q^2/12$ (voir tableau 6.1). Pour le calcul de $\sigma_{\epsilon}^2(\sigma_x)$, on détermine d'abord la densité de probabilité $p_{\epsilon}(\epsilon_q)$ du bruit de quantification ϵ_q en considérant ϵ_q comme le résultat d'une transformation non linéaire du signal x (voir [16]). La figure 6.3 reporte l'évolution de la variance σ_{ϵ}^2 du bruit de quantification en fonction de l'écart-type σ_x du signal x à quantifier pour un signal x sinusoïdal, gaussien ou à distribution uniforme. On constate sur cette figure que la validité de l'approche statistique est assurée pour un signal gaussien dont l'écart-type est légèrement supérieur à la moitié du pas de quantification, alors que pour un signal sinusoïdal ou à distribution uniforme, l'écart-type doit être beaucoup plus grand.

On a vu dans quels cas les hypothèses assurant la validité de l'approche statistique sont mises en défaut. Dans le domaine des réglages digitaux, ces hypothèses sont plus difficilement réalisées que dans celui des filtres digitaux. En effet, dans un réglage digital, lorsqu'on s'approche du régime établi, tous les signaux devant être quantifiés varient peu. A la limite, ces signaux peuvent rester constants une fois le régime établi atteint. L'approche statistique n'est donc en principe valable, dans un réglage digital, que pendant la durée des phénomènes transitoires. Cette affirmation sera justifiée par un exemple au § 6.2.5.

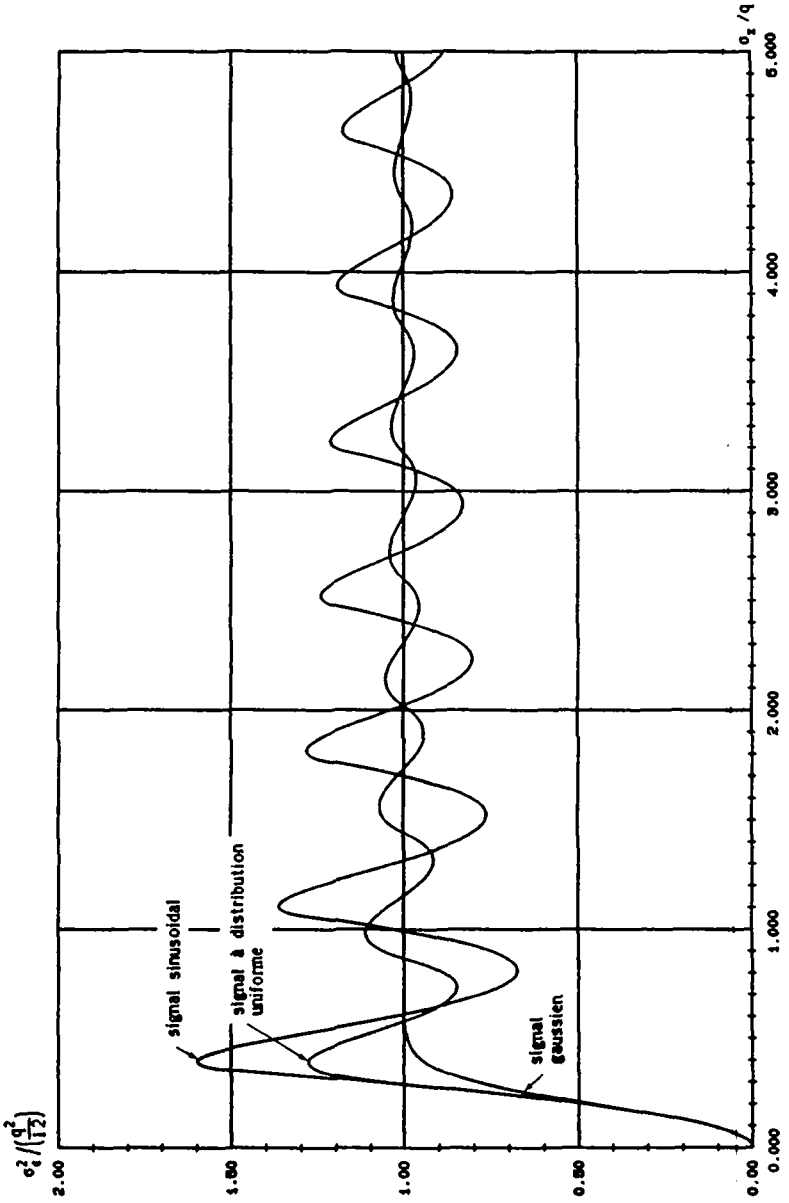


Figure 6.3 Variance du bruit de quantification pour un signal sinusoidal, gaussien ou à distribution uniforme; quantification par arrondi (pas de quantification q).

Une grande limitation de l'approche statistique réside dans son inutilité pour l'étude de régulateurs, d'état ou standard, comportant un intégrateur. En effet, lorsque la source de bruit i de la figure 6.1 "voit" un intégrateur, $D_1(z)$ et $D_1(z^{-1})$ possèdent les deux un pôle en $z = 1$. Dans ce cas, la relation (6.1) ne peut pas être utilisée car il n'est pas possible de trouver un contour C qui englobe les pôles de $D_1(z)$ et qui exclut ceux de $D_1(z^{-1})$. La propagation d'un bruit aléatoire à travers un intégrateur peut être étudiée en considérant la fonction de transfert

$$D_1(z) = \frac{1}{z - z_1} \quad (6.10)$$

où $0 \leq z_1 < 1$. En utilisant les relations (6.1) et (6.2) et en faisant tendre z_1 vers 1, on trouve

$$\sigma_{e_{u1}}^2 = \infty \quad (6.11)$$

$$m_{e_{u1}} = \begin{cases} 0 & ; \text{si } m_{e_1} = 0 \\ -\infty & ; \text{si } m_{e_1} = -q/2 \end{cases} \quad (6.12)$$

Ainsi, un intégrateur soumis à un bruit e_{q1} donne une contribution infinie à la variance du bruit à la sortie du régulateur.

L'approche statistique est également en défaut en cas de dépassement de capacité lors d'une addition ou d'une limitation ou lorsque la grandeur de commande u (grandeur de sortie du régulateur) est en limitation. Lors du calcul de la grandeur de commande, les dépassements de capacité doivent être de toute façon évités dans les calculs intermédiaires mais peuvent intervenir lors de la limitation du résultat final. Par ailleurs, une limitation de la grandeur de commande est souvent indispensable pour respecter les contraintes imposées par le système à régler.

Lors de l'emploi de régulateurs d'état, quelques précautions supplémentaires doivent être prises pour l'utilisation de la méthode statistique. D'une part, lorsque la grandeur de consigne w est constante (saut indiciel), la source de bruit liée au produit $k_w w$ ne doit pas être introduite. D'autre part, la source de bruit liée à la mesure de la grandeur de perturbation v et celle liée au produit $k_v v$ sont également critiques étant donné que l'évolution de v n'est généralement pas bien connue. Dans ce cas, il est en effet difficile de dire si v (ou $k_v v$) peut être assimilé à un signal aléatoire dont l'écart-type est grand vis-à-vis du pas de quantification.

6.2.5 Exemple d'application

On se propose d'appliquer la méthode statistique à l'exemple d'application No 3b décrit à la section 3.4. En particulier, on désire comparer les résultats obtenus par cette approche statistique à ceux obtenus par simulation digitale. Ceci permettra de vérifier les considérations effectuées au paragraphe précédent à propos de la validité de l'approche statistique pour l'étude du bruit de quantification dans les réglages digitaux.

L'approche statistique n'est valable que lorsque la grandeur de commande u

n'est pas en limitation. Dans ce cas le schéma bloc de la figure 3.20 peut être transformé en celui de la figure 6.4, où l'on a fait figurer également les sources de bruit introduites à chaque endroit où une quantification intervient.

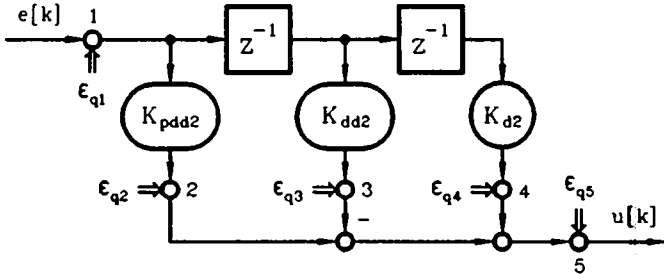


Figure 6.4 Schéma bloc d'un régulateur PD2 digital avec sources de bruit de quantification.

La source de bruit 1 est due à la quantification intervenant lors de la mesure de la grandeur à régler y_s au moyen du convertisseur A/D (voir figure 3.17), les sources de bruit 2 à 4 sont dues à la limitation de la précision des résultats des multiplications et la source de bruit 5 est due à la limitation de la précision de la commande de commande u nécessaire pour sortir cette dernière sur l'organe de commande digital (voir figure 3.17).

On désire calculer la variance σ_{eu}^2 et la valeur moyenne m_{eu} du bruit de quantification total à la sortie du régulateur. D'après les relations (6.3) et (6.4), il nous faut déterminer les contributions σ_{eu1}^2 et m_{eu1} de chaque source de bruit individuelle i. Ces contributions peuvent être déterminées en utilisant les relations (6.1) et (6.2). Au tableau 6.3, on a résumé pour chaque source de bruit i, la fonction de transfert $D_i(z)$ "vue" par cette source ainsi que les valeurs correspondantes de l'intégrale curviligne apparaissant dans la relation (6.1) et du facteur de transfert en régime établi.

source de bruit i	$D_i(z)$	$\frac{1}{2\pi j} \oint_C D_i(z) D_i(z^{-1}) \frac{dz}{z}$	$\lim_{z \rightarrow 1} D_i(z)$
1	$-D(z)$	$K_{pdd2}^2 + K_{dd2}^2 + K_{d2}^2$	$-(K_{pdd2} - K_{dd2} + K_{d2})$
2	1	1	1
3	-1	1	-1
4	1	1	1
5	1	1	1

Tableau 6.3 Fonction de transfert $D_i(z)$ et rapports $(\sigma_{eu1}^2/\sigma_{e1}^2)$ et (m_{eu1}/m_{e1}) pour chaque source de bruit i.

Remarquons, en ce qui concerne le rapport (m_{eu1}/m_{e1}) , qu'il serait incorrect de

remplacer $(K_{pdd2} - K_{dd2} + K_{d2})$ par K_p étant donné que dans ces expressions il faut utiliser les coefficients quantifiés. Compte tenu des résultats du tableau 6.3 et en utilisant les relations (6.3) et (6.4), on peut exprimer la variance σ_{eu}^2 et la valeur moyenne m_{eu} du bruit de quantification total à la sortie du régulateur par

$$\sigma_{eu}^2 = (K_{pdd2}^2 + K_{dd2}^2 + K_{d2}^2) \sigma_{e1}^2 + \sigma_{e2}^2 + \sigma_{e3}^2 + \sigma_{e4}^2 + \sigma_{e5}^2 \quad (6.13)$$

$$m_{eu} = -(K_{pdd2} - K_{dd2} + K_{d2}) m_{e1} + m_{e2} - m_{e3} + m_{e4} + m_{e5} \quad (6.14)$$

En simulation digitale, on peut, pour une évolution donnée de la grandeur de consigne, calculer l'évolution des bruits de quantification ϵ_{qi} ($i = 1$ à 5) ainsi que l'évolution du bruit total ϵ_u à la sortie du régulateur. Ce dernier est donné, à chaque instant d'échantillonnage, par la relation suivante

$$\epsilon_u[k] = u[k] - \tilde{u}[k] \quad (6.15)$$

où $u[k]$ est calculée en tenant compte de la quantification liée au convertisseur A/D, aux résultats des multiplications et à la limitation de précision finale imposée par l'organe de commande digital alors que $\tilde{u}[k]$ est calculée sans tenir compte de ces quantifications. A noter que dans les deux cas, on tient compte de la quantification des coefficients.

A partir des échantillons $\epsilon_{qi}[k]$ ($i = 1$ à 5) et $\epsilon_u[k]$ des différents bruits de quantification, on peut calculer l'évolution de leurs valeurs moyennes $m_{e1}[k]$ et $m_{eu}[k]$ ainsi que de leurs variances $\sigma_{e1}^2[k]$ et $\sigma_{eu}^2[k]$. Le calcul de la valeur moyenne $m_\epsilon[k]$ et de la variance $\sigma_\epsilon^2[k]$ d'une suite d'échantillons $\epsilon[i]$ ($i = 0$ à k) est un problème d'estimation statistique. Lorsque les $k+1$ échantillons $\epsilon[i]$ peuvent être considérés comme des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées, on obtient une estimation de leur valeur moyenne $m_\epsilon[k]$ et de leur variance $\sigma_\epsilon^2[k]$ par

$$m_\epsilon[k] = \frac{1}{k+1} \sum_{i=0}^k \epsilon[i] \quad (6.16)$$

$$\sigma_\epsilon^2[k] = \left(\frac{1}{k} \sum_{i=0}^k \epsilon^2[i] \right) - \frac{k+1}{k} m_\epsilon^2[k] \quad (6.17)$$

Pour calculer l'évolution de $m_\epsilon[k]$ et de $\sigma_\epsilon^2[k]$ en fonction de l'instant d'échantillonnage k , il est plus judicieux d'établir des relations récursives. A partir de (6.16) et (6.17), on obtient

$$m_\epsilon[k+1] = \frac{k+1}{k+2} m_\epsilon[k] + \frac{1}{k+2} \epsilon[k+1] \quad (6.18)$$

$$\sigma_\epsilon^2[k+1] = \frac{k}{k+1} \sigma_\epsilon^2[k] + m_\epsilon^2[k] + \frac{\epsilon^2[k+1]}{k+1} - \frac{k+2}{k+1} m_\epsilon^2[k+1] \quad (6.19)$$

Pour cet exemple d'application, on rappelle que le régulateur est dimensionné en utilisant le critère de l'amortissement relatif optimal (voir § 3.4.5 et figure 3.21). Comme période d'échantillonnage, on prend la valeur de

$T_e = T_{e\max} = T_2/2$. Les différents formats des variables et des coefficients sont choisis de façon à éviter tout dépassement de capacité lors des calculs intermédiaires et lors de la limitation de précision finale. En particulier, on a choisi $u_2 = 8.16$ et $u_1 = 6.6$. A l'annexe A12, on a résumé toutes les autres données nécessaires pour la simulation digitale du réglage (voir § 4.4.3). Ces données se composent du modèle d'état du système échantillonné (voir § 3.4.3), des coefficients du régulateur (voir § 3.4.5), des formats des coefficients ainsi que de la définition des organes de mesure et de commande digitaux. Les variances $\sigma_{\epsilon_i}^2$ et les valeurs moyennes m_{ϵ_i} des équations (6.13) et (6.14) dépendent des caractéristiques de quantification et des formats utilisés. En considérant une quantification par arrondi pour ϵ_{q1} et par troncature en complément à 2 pour ϵ_{q2} à ϵ_{q5} , on obtient, à l'aide des tableaux 6.1 et 6.2 et de l'annexe A12, les variances $\sigma_{\epsilon_i}^2$ et les valeurs moyennes m_{ϵ_i} résumées au tableau 6.4.

i	$\sigma_{\epsilon_i}^2$	m_{ϵ_i}	q	q_L
1	$\frac{q^2}{12}$	0	2^{-10}	-
2	$\frac{q^2}{12} - \frac{q_L^2}{12}$	$\frac{q_L - q}{2}$	2^{-16}	2^{-22}
3	$\frac{q^2}{12} - \frac{q_L^2}{12}$	$\frac{q_L - q}{2}$	2^{-16}	2^{-21}
4	$\frac{q^2}{12} - \frac{q_L^2}{12}$	$\frac{q_L - q}{2}$	2^{-16}	2^{-23}
5	$\frac{q^2}{12} - \frac{q_L^2}{12}$	$\frac{q_L - q}{2}$	2^{-6}	2^{-16}

Tableau 6.4 Variances et valeurs moyennes pour chaque source de bruit i.

En remplaçant les résultats ci-dessus dans les relations (6.13) et (6.14), on obtient, en tenant compte d'une quantification par arrondi des coefficients donnés à l'annexe A12,

$$\sigma_{\epsilon_u}^2 = 2,931 \cdot 10^{-5} \quad (6.20)$$

$$m_{\epsilon_u} = -7,813 \cdot 10^{-3} \quad (6.21)$$

A la figure 6.5(b), on a reporté l'évolution des rapports $(\sigma_{\epsilon_u}^2[k]/\sigma_{\epsilon_u}^2)$ et $(m_{\epsilon_u}[k]/m_{\epsilon_u})$, où les $\sigma_{\epsilon_u}^2[k]$ et $m_{\epsilon_u}[k]$ sont évalués en simulation digitale à l'aide de (6.18) et (6.19) alors que $\sigma_{\epsilon_u}^2$ et m_{ϵ_u} sont donnés par (6.20) et (6.21), pour l'évolution de la grandeur de consigne représentée à la figure 6.5(a). Sur cette dernière figure, on a également représenté l'évolution de la grandeur de sortie mesurée.

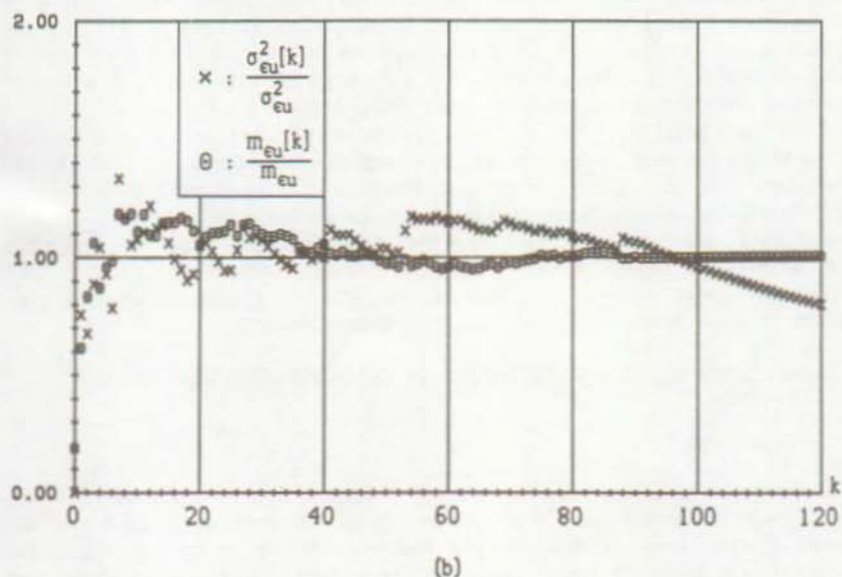
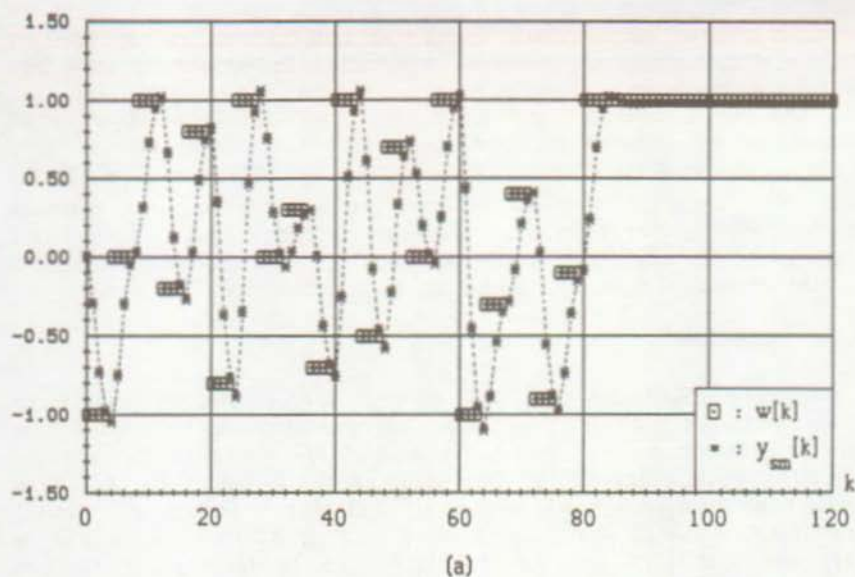


Figure 6.5 Validité de l'approche statistique (b) pour une évolution donnée de la grandeur de consigne (a).

On constate que même pendant les phénomènes transitoires ($k < 88$), où les signaux à quantifier varient beaucoup, les différences observées entre les

résultats obtenus par simulation digitale et ceux obtenus en appliquant la méthode statistique sont relativement importantes. Ces différences sont dues au fait que les signaux à quantifier ne sont pas vraiment aléatoires.

Comme on l'a mentionné au § 6.2.4, l'approche statistique est en défaut lorsque le régime établi est atteint. Ceci est bien visible sur la figure 6.5(b), où l'on constate, pour $k \geq 88$, une décroissance monotone de $\sigma_{eu}^2[k]$. Par contre, la divergence, pour $k \geq 88$, entre les $m_{eu}[k]$ et m_{eu} est beaucoup moins grande. Ceci est dû à la présence, en régime établi, d'une erreur statique e_∞ qui induit, à la sortie du régulateur, un bruit de quantification e_u constant dont la valeur, par hasard, est approximativement égale à m_{eu} .

6.2.6 Conclusions

L'approche statistique pour l'étude du bruit de quantification présente un intérêt restreint dans le domaine des réglages digitaux pour différentes raisons. Premièrement, par rapport à la méthode de simulation digitale (voir chapitre 4), la méthode statistique (voir § 6.2.2) est d'une utilisation relativement compliquée et ne fournit pas des résultats directement exploitables. Deuxièmement, comme on l'a vu au § 6.2.4, la validité de l'approche statistique est très restreinte dans le domaine des réglages digitaux. En particulier, on a vu que la méthode statistique n'est plus valable lorsqu'on s'approche du régime établi, en cas de dépassement de capacité lors d'une addition ou d'une limitation et lorsque la grandeur de commande est en limitation. De plus, l'approche statistique n'est pas adaptée pour l'étude de régulateurs comportant un intégrateur et doit être appliquée avec quelques précautions aux régulateurs d'état (voir § 6.2.4).

Dans la pratique, on utilise généralement des régulateurs avec intégrateur. De plus, afin d'assurer une rapidité suffisante du réglage, ces régulateurs ne sont généralement pas dimensionnés de manière à éviter des limitations de la grandeur de commande. Enfin, un des aspects les plus importants dans l'étude d'un réglage échantillonné quantifié est son comportement en régime établi (cycles limites, erreur statique, ...).

Ces différentes raisons justifient l'approche de la simulation digitale pour l'étude du bruit de quantification dans les réglages digitaux.

6.3 INFLUENCE DES ZONES MORTES SUR LE COMPORTEMENT D'UN REGLAGE DIGITAL

6.3.1 Généralités

Dans cette section, on va examiner l'influence des différentes zones mortes sur le comportement d'un réglage digital. On a vu au § 1.5.4 que des zones mortes sont introduites par les organes de mesure digitaux, les produits et, pour certains types de régulateurs, par l'algorithme. Ces différentes zones mortes introduisent des insensibilités. En particulier, une zone morte au niveau de la grandeur à régler est une zone où le système à régler ne peut pas être contrôlé et donc où des cycles limites ou une erreur statique en régime établi peuvent apparaître.

On examinera d'abord l'influence des zones mortes d'un organe de mesure digital.

Ensuite, on étudiera successivement l'influence des zones mortes des produits dans le cas des régulateurs classiques (standard ou de structure générale) et d'état avec et sans régulateur intégrateur.

Dans le cas des régulateurs classiques sans composante intégrale, on montrera également la détermination de la zone morte de l'algorithme ainsi que son influence.

6.3.2 Influence des zones mortes d'un organe de mesure digital

On a vu au § 1.5.4 que les zones mortes introduites par un organe de mesure digital ont une largeur d'un pas de quantification [voir relation (1.42)]. Considérons l'organe de mesure digital mesurant la grandeur à régler y_s . En supposant d'une part que cet organe de mesure digital constitue la seule non-linéarité présente dans le réglage et d'autre part que la grandeur de consigne quantifiée w_q est compatible, au sens du § 1.5.3, avec la grandeur de sortie quantifiée, il est possible de déterminer la position de la zone morte ZM_{omd} autour de la grandeur de consigne. Cette position dépend de la caractéristique de quantification de l'organe de mesure digital.

Pour une quantification par arrondi, la zone morte ZM_{omd} est centrée autour de la grandeur de consigne

$$w_q - \frac{ZM_{omd}}{2} \leq y_s[\infty] < w_q + \frac{ZM_{omd}}{2} \quad (6.22)$$

où, comme au § 1.3.4, on a supposé que l'arrondi s'effectue "en haut".

Pour une quantification par troncature en complément à 2, la zone morte ZM_{omd} se trouve en-dessus de la grandeur de consigne

$$w_q \leq y_s[\infty] < w_q + ZM_{omd} \quad (6.23)$$

Enfin, pour une quantification par troncature en complément à 1, la zone morte ZM_{omd} peut se trouver, suivant le signe de w_q , en-dessus ou en-dessous de la grandeur de consigne. Pour $w_q \geq 0$, la relation (6.23) reste valable alors que pour $w_q \leq 0$, on a

$$w_q - ZM_{omd} < y_s[\infty] \leq w_q \quad (6.24)$$

Remarquons que pour $w_q = 0$, les deux relations (6.23) et (6.24) restent valables et l'on a donc une zone morte de largeur double centrée autour de w_q .

La largeur ZM_{omd} des zones mortes d'un organe de mesure digital peut être réduite en diminuant son pas de quantification, c'est-à-dire en augmentant son nombre de bits. Ainsi, le pas de quantification q de l'organe de mesure digital mesurant y_s détermine la limite supérieure de la précision atteignable par le réglage digital ou, en d'autres mots, la distance minimale entre deux valeurs différentes de la grandeur de consigne (compte tenu de la contrainte de compatibilité du § 1.5.3). Toutefois, il y a des limitations en ce qui concerne la précision atteignable avec un organe de mesure digital. Ces limitations sont données par le prix et la réalisabilité de l'organe de mesure digital ainsi que, lorsque ce dernier est composé d'un

organe de mesure analogique suivi d'un convertisseur A/D, par le bruit entâchant le signal de mesure analogique.

6.3.3 Régulateurs classiques avec composante intégrale

Dans ce qui suit, on va considérer l'influence des zones mortes des produits dans le cas d'un régulateur PID implanté avec une arithmétique en virgule fixe. Les considérations effectuées peuvent être aisément étendues aux autres types de régulateurs classiques avec composante intégrale.

L'algorithme de réglage d'un régulateur PID peut être déduit de celui utilisé pour la simulation d'un réglage avec régulateur PID [voir relation (4.72)]. Lorsqu'on ne considère pas la limitation sur la grandeur de commande (on s'intéresse uniquement au comportement du réglage en régime établi), l'algorithme de réglage comporte trois produits: $P1 = K_{pid} e$, $P2 = K_d e_{-1}$ et $P3 = K_i e$. Ces produits définissent les zones mortes ZM_{P1} , ZM_{P2} , ZM_{Ia} et ZM_{Ib} liées aux rapports η_{P1} , η_{P2} , η_{Ia} et η_{Ib} suivants [voir relation (1.47)]

$$\eta_{P1} = \frac{q_u}{K_{pid} q_e} \quad (6.25)$$

$$\eta_{P2} = \frac{q_u}{K_d q_e} \quad (6.26)$$

$$\eta_{Ia} = \frac{q_{xR}}{K_i q_e} \quad (6.27)$$

$$\eta_{Ib} = \frac{q_u}{K_i q_e} \quad (6.28)$$

où q_u , q_e et q_{xR} représentent respectivement le pas de quantification de u , de e et de x_R . Les quatre zones mortes ZM_{P1} , ZM_{P2} , ZM_{Ia} et ZM_{Ib} rendent compte de l'insensibilité sur l'intervention des composantes proportionnelle et de dérivée (ZM_{P1}), de dérivée (ZM_{P2}) et intégrale (ZM_{Ia} et ZM_{Ib}). Dans ce dernier cas, on a encore distingué entre l'incréméntation de x_R (ZM_{Ia}) et l'intervention de cette incréméntation sur la grandeur de commande (ZM_{Ib}).

Remarquons que les produits $P1$, $P2$ et $P3$ sont quantifiés dans le format u_* = x_R^* [voir relation (4.75)]. Après le calcul de u_* , on quantifie le résultat final dans le format u^* . Pour la détermination des zones mortes ZM_{P1} , ZM_{P2} et ZM_{Ib} , on suppose de manière approchée que les produits $P1$, $P2$ et $P3$ sont quantifiés dans le format u^* . Ceci revient à dire que lors du calcul de chacune de ces trois zones mortes, les deux produits qui ne sont pas concernés sont considérés comme constants.

En ce qui concerne la grandeur relative des différentes zones mortes, on a généralement les relations suivantes

$$\left. \begin{array}{l} ZM_{P2} \geq ZM_{P1} \\ ZM_{Ib} \geq ZM_{P1} \\ ZM_{Ib} \geq ZM_{P2} \\ ZM_{Ib} \geq ZM_{Ia} \end{array} \right\} \quad (6.29)$$

étant donné qu'on a toujours $K_{p1d} > K_d$ (donc $\eta_{p2} > \eta_{p1}$), $K_{p1d} > K_i$ (donc $\eta_{1b} > \eta_{p1}$) et généralement $K_d > K_i$ (donc $\eta_{1b} > \eta_{p2}$) ainsi que $q_{zR} < q_u$ (donc $\eta_{1b} > \eta_{1a}$). Compte tenu des relations (6.29) et en supposant une quantification des produits et de u_+ par troncature en complément à 2, on a reporté à la figure 6.6 une interprétation graphique des différentes zones mortes.

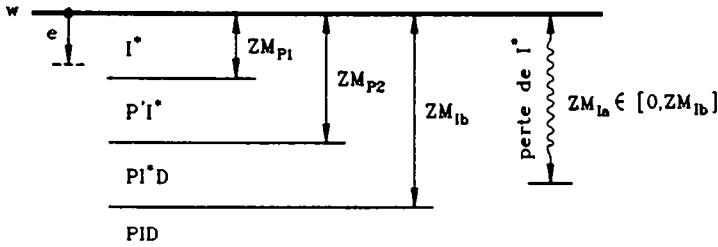


Figure 6.6 Interprétation graphique des zones mortes.

Sur cette figure, on a indiqué le comportement du régulateur en fonction de la valeur de l'écart de réglage e . On a indiqué par I^* une composante intégrale qui intervient de manière indirecte (x_R varie et va tôt ou tard, quel que soit q_u , modifier u) et par P' une composante proportionnelle due à un coefficient $K_p' = K_p + K_d \neq K_p$. La largeur ZM_{1a} de la zone morte déterminant la perte de la composante I^* dépend de la valeur de q_{zR} (choix du format $x_R'' = u_+$). Le comportement en régime établi du réglage échantillonné quantifié dépend essentiellement de la grandeur des zones mortes ZM_{1a} , ZM_{P1} et ZM_{P2} . Ceci sera illustré à l'aide de l'exemple d'application No 3a de la section 3.4.

Pour cet exemple d'application, on a effectué des essais en simulation digitale à l'aide du programme PRECREG (voir § 4.4.4). On a imposé un saut indiciel de 1 p.u sur la grandeur de consigne et des conditions initiales nulles. De plus, on n'a pas introduit de zones mortes sur l'écart de réglage (voir § 4.4.4.5). Au tableau 6.5, on a reporté les paramètres essentiels ainsi que les rapports η_{1a} , η_{1b} , η_{p1} et η_{p2} , pour les cinq cas considérés.

cas	T_e/T_1	u_+''	u_1''	e''	η_{1a}	η_{1b}	η_{p1}	η_{p2}
a	0,25	6.9	6.6	6.10	3,83	30,68	2,67	5,65
b	0,25	6.11	6.6	6.10	0,96	30,68	2,67	5,65
c	0,25	6.11	6.2	6.10	0,96	490,82	42,72	90,44
d	0,1	6.9	6.6	6.10	3,98	31,87	0,55	0,74
e	0,1	6.11	6.9	6.10	0,996	3,98	0,07	0,09

Tableau 6.5 Paramètres essentiels et rapports η_{1a} , η_{1b} , η_{p1} et η_{p2} pour les cinq cas considérés.

A l'annexe A13, on a reporté les autres données nécessaires pour la simulation digitale du réglage. On rappelle que le régulateur est dimensionné en utilisant le critère de l'amortissement relatif optimal (voir § 3.4.5) et donc la période d'échantillonnage choisie fixe la grandeur des coefficients. Par ailleurs, les formats (en particulier le nombre de bits avant la virgule) de u et u_s ont été choisis de manière à éviter tout dépassement de capacité lors des calculs intermédiaires et lors de la limitation de précision finale. Ainsi, le dimensionnement donnant le réglage le plus rapide ($T_e/T_1 = 0,1$) a été effectué de manière à éviter que, pour l'essai considéré, la grandeur de commande puisse entrer en limitation ($|u| > 32$ p.u.) En ce qui concerne les caractéristiques de quantification, on a utilisé une quantification par arrondi pour les coefficients et par troncature en complément à 2 pour les opérations arithmétiques. Les valeurs de η_{1a} , η_{1b} , η_{p1} et η_{p2} données au tableau 6.5 sont déterminées par les relations (6.25) à (6.28), où les coefficients quantifiés doivent être utilisés et où l'on rappelle que $q_{zR} = q_{u+}$ [voir relation (4.75)].

Les résultats obtenus sont représentés à la figure 6.7, où pour chaque cas, on a reporté l'évolution de la grandeur de sortie non-quantifiée y_s du réglage échantillonné quantifié.

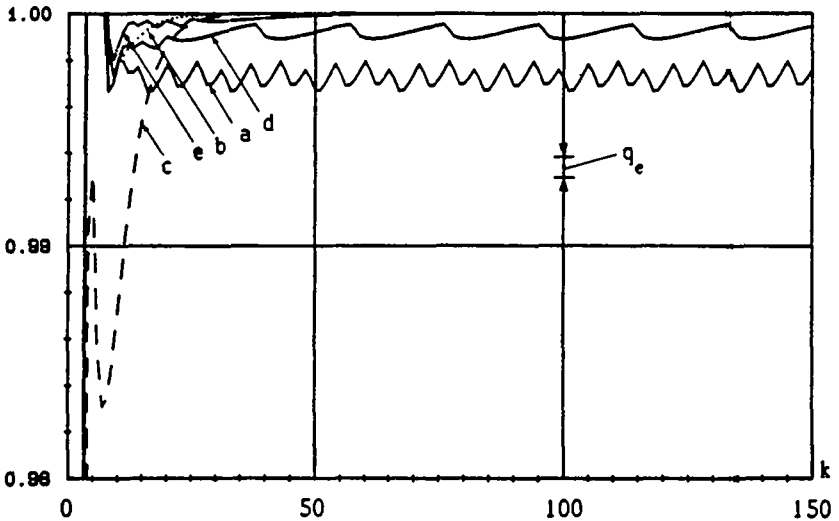


Figure 6.7 Evolution de la grandeur de sortie y_s pour les cinq cas du tableau 6.5.

Dans le cas a, on constate la présence de cycles limites ayant une amplitude de l'ordre d'un pas de quantification q_e et une erreur statique moyenne \bar{e}_∞ d'environ $2,5q_e$. Pour ce cas, on a (voir tableau 6.5) $q_e < ZM_{p1} < ZM_{1a} < ZM_{p2}$ et dans la zone où des cycles limites apparaissent, le régulateur présente un comportement P' (voir figure 6.6).

Pour les cas b et c, on a $ZM_{Ia} < q_e < ZM_{p1} < ZM_{p2}$ et l'on termine le régime transitoire avec un régulateur I' (voir figure 6.6) sans erreur statique. Dans le cas c le réglage est plus lent car les zones mortes ZM_{p1} et ZM_{p2} sont plus grandes et donc les composantes proportionnelle et de dérivée disparaissent plus rapidement.

Pour le cas d, dans la zone où des cycles limites apparaissent, le régulateur présente un comportement PD (voir Tableau 6.5 et figure 6.6).

Enfin, dans le cas e, le régime transitoire est terminé avec un régulateur PID.

D'après les essais effectués, on obtient un bon comportement du réglage lorsque les conditions suivantes sont vérifiées

$$ZM_{Ia} = 0 \quad (6.30)$$

$$ZM_{p2} = 0 \quad (6.31)$$

La condition (6.30) est indispensable pour l'absence de cycles limites ou d'erreur statique en régime établi alors que (6.31) est une condition supplémentaire permettant au régulateur de conserver un comportement PID jusqu'au régime établi (voir figure 6.6). En tenant compte des relations (1.45), (1.46), (6.26) et (6.27), on peut exprimer les conditions (6.30) et (6.31) par

$$q_{xR} \leq K_I q_e \quad (6.32)$$

$$q_u \leq K_d q_e \quad (6.33)$$

Lorsqu'on termine le régime transitoire avec un régulateur I' (voir cas b et c à la figure 6.7), il n'y a pas d'erreur statique mais le réglage est d'autant plus lent que $ZM_{p2}(\eta_{p2})$ est grand. Ce comportement peut être préféré à celui qu'on obtient en respectant la condition (6.33) (voir cas b et e à la figure 6.7). Dans ce cas, pour conserver une bonne rapidité de réglage, il faudrait choisir q_u de manière à avoir $ZM_{p1} = q_e \dots 2q_e$.

La condition (6.30) indique qu'il ne faut pas avoir de zones mortes sur le produit $K_I e$ pour éviter que la composante intégrale ne devienne inefficace pour des faibles valeurs de l'écart de réglage (voir figure 6.6). A cet effet, le format $x_R'' = u_i$ doit être choisi de manière à respecter la condition (6.32) qui devient d'autant plus critique que le coefficient K_I est petit (voir § 1.5.5). Lorsque cette condition ne peut plus être respectée, on peut contourner le problème en modifiant la définition de la grandeur auxiliaire x_R (voir [3]). Dans ce cas, les relations (4.64), (4.66) et (4.69) sont à remplacer par

$$u[k] = \begin{cases} K_I (x_R[k] + e[k]) & : \text{régulateur I} \\ K_I x_R[k] + K_{p1} e[k] & : \text{régulateur PI} \\ K_I x_R[k] + K_{p1d} e[k] - K_d e[k-1] & : \text{régulateur PID} \end{cases} \quad (6.34)$$

$$x_R[k+1] = x_R[k] + e[k] - K_{cor} \epsilon_{11m}[k] \quad (6.35)$$

$$K_{\text{cor}} = \begin{cases} 1/K_1 & ; \text{régulateur I} \\ 1/K_{\text{PI}} & ; \text{régulateur PI} \\ 1/K_{\text{PID}} & ; \text{régulateur PID} \end{cases} \quad (6.36)$$

Les conditions (6.32) et (6.33) sont également valables dans le cas d'une implantation en virgule flottante. Dans ce cas, q_{zR} n'est pas constant mais pour la vérification de (6.32), on peut poser $q_{\text{zR}} = 2^{-n_M}$, où n_M représente le nombre de bits de la mantisse. Ainsi, dans les cas pratiques (par exemple nombres en virgule flottante sur 32 bits avec $n_M = 23$) la relation (6.32) est généralement vérifiée.

La vérification des conditions (6.32) et (6.33) avec $\eta_{1a} = \eta_{p2} \leq 1$ permet d'aboutir à

$$q_{\text{zR}} = q_u \frac{K_1}{K_d} \quad (6.37)$$

Comme $K_d > K_1$ et que K_d augmente lorsque T_e diminue (voir § 2.3.2), la relation (6.37) montre que le calcul de la composante intégrale doit être d'autant plus précis que la période d'échantillonnage diminue. Ceci est confirmé par les considérations du § 5.2.2 à propos de la nécessité d'augmenter la précision des coefficients d'un régulateur PID lorsqu'on diminue la période d'échantillonnage.

Signalons pour terminer que la relation (6.33) met directement en relation la précision des organes de commande et de mesure digitaux.

6.3.4 Régulateurs classiques sans composante intégrale

Dans le cas des régulateurs classiques sans composante intégrale, il est possible de déterminer une zone morte de l'algorithme. Celle-ci peut être définie comme l'écart de réglage e que le régulateur n'arrive pas à détecter. Considérons un régulateur possédant une fonction de transfert $D(z)$. En régime établi, on a

$$u_\infty = D_{\text{DC}} e_\infty \quad (6.38)$$

où

$$D_{\text{DC}} = \lim_{z \rightarrow 1} D(z) \quad (6.39)$$

représente le facteur de transfert en régime établi du régulateur.

La zone morte ZM_a de l'algorithme correspond à la largeur de la zone morte à l'origine du produit $|D_{\text{DC}}|e$ et peut donc être déterminée à l'aide des relations établies au § 1.5.4. En particulier, les relations (1.45) à (1.47), où l'on remplace q_x , q_y et k respectivement par q_e , q_u et $|D_{\text{DC}}|$, permettent de déterminer la zone morte ZM_a de l'algorithme dans le cas d'une implantation en virgule fixe ou en virgule flottante lorsque u_e est quantifié par troncature en complément à 2 ou par arrondi. En effet, ces deux caractéristiques de quantification fournissent des zones mortes autour de

l'origine qui sont disposées différemment mais qui ont la même largeur. Par ailleurs, même pour une implantation en virgule flottante, l'écart de réglage ϵ doit (à cause de la contrainte de compatibilité du § 1.5.3) être quantifié avec le même pas de quantification que celui de la grandeur à régler mesurée (par un organe de mesure digital).

Le facteur de transfert en régime établi D_{DC} des régulateurs standard P, PD et PD2 s'obtient en appliquant la relation (6.39) aux fonctions de transfert $D(z)$ des régulateurs données dans [1]. On obtient

$$D_{DC} = \begin{cases} K_p & ; \text{régulateur P} \\ K_{pd} - K_d & ; \text{régulateur PD} \\ K_{pdd2} - K_{dd2} + K_{d2} & ; \text{régulateur PD2} \end{cases} \quad (6.40)$$

où les coefficients quantifiés doivent être utilisés. Pour les trois types de régulateur et pour une quantification des coefficients suffisamment fine, on a approximativement $D_{DC} \approx K_p$.

Remarquons au passage que la notion de zone morte de l'algorithme n'existe pas pour des régulateurs classiques avec composante intégrale car le facteur de transfert en régime établi D_{DC} de ces régulateurs ne prend pas une valeur finie [voir relation (6.39)].

On va maintenant considérer l'influence des zones mortes des produits et de l'algorithme dans le cas d'un régulateur PD2 implanté avec une arithmétique en virgule fixe. Les considérations effectuées peuvent être aisément étendues aux autres types de régulateurs classiques sans composante intégrale.

L'algorithme de réglage d'un régulateur PD2 peut être déduit de celui utilisé pour la simulation d'un réglage avec régulateur PD2 [voir relation (4.60)]. Cet algorithme comporte trois produits: $P1 = K_{pdd2} e$, $P2 = K_{dd2} e_{-1}$ et $P3 = K_{d2} e_{-2}$. Ces produits définissent les zones mortes ZM_{P1} , ZM_{P2} et ZM_{P3} liées aux rapports η_{P1} , η_{P2} et η_{P3} suivants [voir relation (1.47)]

$$\eta_{P1} = \frac{q_u}{K_{pdd2} q_e} \quad (6.41)$$

$$\eta_{P2} = \frac{q_u}{K_{dd2} q_e} \quad (6.42)$$

$$\eta_{P3} = \frac{q_u}{K_{d2} q_e} \quad (6.43)$$

où q_u et q_e représentent respectivement le pas de quantification de u et de e . Par ailleurs, la zone morte de l'algorithme ZM_a est liée au rapport η_a suivant

$$\eta_a = \frac{q_u}{D_{DC} q_e} \quad (6.44)$$

où le facteur de transfert en régime établi D_{DC} du régulateur est donné par (6.40). L'insensibilité sur l'intervention des composantes proportionnelle, de dérivée et de dérivée double est liée respectivement aux zones mortes ZM_{P1} (P), ZM_{P1} et ZM_{P2} (D), ZM_{P1} et ZM_{P2} et ZM_{P3} (D2).

Remarquons que, comme dans le cas du régulateur PID (voir § 6.3.3), on suppose de manière approchée que les produits P1, P2 et P3 sont quantifiés dans le format de u.

En ce qui concerne la grandeur relative des différentes zones mortes, on a la relation suivante

$$ZM_a \geq ZM_{P3} \geq ZM_{P1} \geq ZM_{P2} \quad (6.45)$$

étant donné qu'on a toujours $K_{dd2} > K_{pdd2} > K_{d2} > D_{DC} \approx K_p$ (donc $\eta_a > \eta_{P3} > \eta_{P1} > \eta_{P2}$). Une interprétation graphique des différentes zones mortes peut être effectuée, en tenant compte de la relation (6.45), de manière analogue à ce qui a été fait dans le cas du régulateur PID (voir § 6.3.3 et figure 6.6). Dans ce cas, indiquons simplement que pour une quantification des produits et de u_s par troncature en complément à 2, les quatre zones mortes se trouvent en-dessous de la grandeur de consigne w.

Le comportement en régime établi du réglage échantillonné quantifié dépend essentiellement de la zone morte ZM_a ainsi que de la caractéristique de quantification utilisée pour effectuer les calculs. Ceci sera illustré à l'aide de l'exemple d'application No 3b de la section 3.4.

Pour cet exemple d'application, on a effectué des essais en simulation digitale à l'aide du programme PRECREG (voir § 4.4.3). On a imposé un saut indiciel de 1 p.u. sur la grandeur de consigne et des conditions initiales nulles. De plus, on n'a pas introduit de zone morte sur l'écart de réglage (voir § 4.4.3.5). Au tableau 6.6, on a reporté les paramètres essentiels ainsi que les rapports η_{P1} , η_{P2} , η_{P3} et η_a pour les trois cas considérés.

cas	T_e/T_1	u_s^*	u_1^*	e^*	η_{P1}	η_{P2}	η_{P3}	η_a
a	0,25	6.9	6.6	6.10	2,67	1,93	5,65	30,67
b	0,25	6.9	6.9	6.10	0,33	0,24	0,71	3,83
c	0,1	7.9	6.6	6.10	0,55	0,32	0,74	31,94

Tableau 6.6 Paramètres essentiels et rapports η_{P1} , η_{P2} , η_{P3} et η_a pour les trois cas considérés.

A l'annexe A12, on a reporté les autres données nécessaires pour la simulation digitale du réglage. Comme pour le cas du régulateur PID (voir § 6.3.3), on a dimensionné le régulateur en utilisant le critère de l'amortissement relatif optimal (voir § 3.4.5) et l'on a choisi les formats de u et u_s de manière à éviter tout dépassement de capacité. Les valeurs de η_{P1} , η_{P2} , η_{P3} et η_a données au tableau 6.6 sont déterminées par les relations (6.41) à (6.44) où les coefficients quantifiés, par arrondi dans le cas présent, doivent être utilisés.

Les résultats obtenus sont représentés à la figure 6.8, où l'on a reporté l'évolution de la grandeur de sortie non-quantifiée y_s du réglage échantillonné quantifié pour les cas a, b et c du tableau 6.6, où l'on a considéré une quantification de u_s et des produits par troncature en complément à 2, ainsi que pour d'autres cas (a_R , b_R , c_R , c_{T1}), où la quantification de u_s et des produits a été effectuée par arrondi (indice R) ou par troncature en complément à 1 (indice T1).

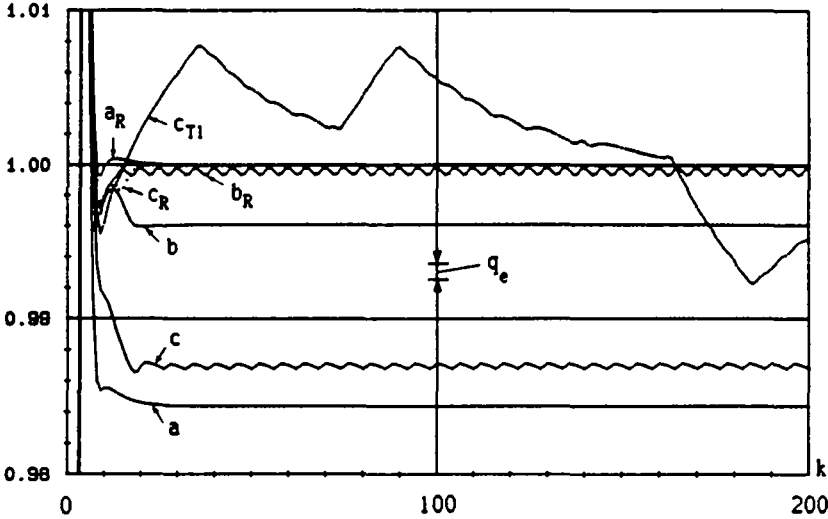


Figure 6.8 Evolution de la grandeur de sortie y_s pour les différents cas considérés.

On constate que la quantification par troncature en complément à 2 de u_s et de chaque produit (cas a, b et c) est extrêmement défavorable à cause de la disymétrie de la caractéristique de quantification autour de l'origine et peut conduire à des erreurs statiques d'une amplitude maximale égale à ZM_2 . Ceci est valable de manière générale pour les régulateurs sans intégrateur lorsque les valeurs finales de u_s et des variables entrant dans chaque produit sont nulles. Cette remarque s'applique essentiellement aux régulateurs classiques sans intégrateur, où toutes les variables entrant en jeu sont des écarts de réglage (e, e_{-1}, \dots) ou des grandeurs auxiliaires (x_1, x_{1-1}, \dots) dont les valeurs finales sont nulles. Dans ces cas, les erreurs introduites par la disymétrie de la caractéristique de quantification peuvent conduire à des erreurs statiques importantes en régime établi. Il est alors plus judicieux d'effectuer la quantification de u_s et de chaque produit par troncature en complément à 1 (voir [21]) ou mieux encore par arrondi (cas a_R , b_R et c_R). En effet, la quantification par troncature en complément à 1 double la largeur de la zone morte ZM_2 de l'algorithme et des zones mortes à l'origine des produits P1, P2 et P3. Ceci peut conduire, avec des grands coefficients, à l'apparition de cycles limites de grande amplitude

(environ $16q_e$ dans le cas c_{T1} de la figure 6.8).

Dans le cas d'une implantation en virgule fixe, les quantifications par troncature en complément à 1 et par arrondi peuvent être implantées, en exploitant la quantification par troncature en complément à 2, à l'aide des relations suivantes

$$x_q = Q_{T1}[x]_q = \begin{cases} Q_{T2}[x]_q & ; \text{ si } Q_{T2}[x]_q \geq 0 \\ Q_{T2}[x]_q + q & ; \text{ si } Q_{T2}[x]_q < 0 \end{cases} \quad (6.46)$$

$$x_q = Q_R[x]_q = Q_{T2} \left[x + \frac{q}{2} \right]_q \quad (6.47)$$

Dans le cas d'une implantation en virgule flottante, la quantification des produits est automatiquement effectuée par arrondi (voir section 1.3). Dans ce cas, il faut veiller uniquement à la quantification de u , qu'il faut effectuer par arrondi.

On a vu qu'en effectuant la quantification de u , et de chaque produit par arrondi, on améliore considérablement le comportement du réglage échantillonné quantifié en régime établi. Il n'y a plus d'erreur statique mais dans certains cas, suivant les formats et la grandeur de consigne utilisés, on peut observer des cycles limites de faible amplitude ($A_{c1} \approx q_e$) caractérisés par une faible erreur statique moyenne ($\bar{e}_\infty < q_e$). Ce phénomène est visible dans le cas b_R de la figure 6.8 et apparaît généralement lorsque deux ou les trois zones mortes des produits sont nulles ($\eta_{p3} > 1 \geq \eta_{p1}$ ou $\eta_{p3} \leq 1$). Ceci se traduit par une réaction du régulateur à chaque variation de y_{sm} . Pour éviter ce phénomène, on peut choisir q_u de manière à avoir $ZM_{p2} = q_e \dots 2q_e$. De cette manière, on a $\eta_{p3} > \eta_{p1} > \eta_{p2} > 1$ et le régulateur est un peu moins sensible (voir cas a_R de la figure 6.8).

6.3.5 Régulateurs d'état avec ou sans intégrateur

Dans le cas des régulateurs d'état avec ou sans intégrateur, le produit lié à chaque variable (grandeur de consigne w , grandeur de perturbation v , grandeurs d'état x_{s1} , grandeur d'état x_R du régulateur intégrateur) comporte des zones mortes. Le comportement en régime établi du réglage échantillonné quantifié dépend de l'interaction de ces différentes zones mortes qu'il n'est pas possible d'analyser d'une manière générale. Dans ce contexte, on rappelle que les zones mortes des différents produits rendent compte de la sensibilité du régulateur à la variation de chaque variable.

Les zones mortes qu'on peut mettre directement en relation avec la grandeur à régler sont particulièrement intéressantes car leur influence apparaît de manière directe. Ceci est le cas pour les zones mortes des produits $k_w w$ et, lorsqu'on suppose que la grandeur à régler correspond à la grandeur d'état x_{s1} , $k_{s1} x_{s1}$. Lorsqu'on impose un saut indiciel pour la grandeur de consigne, les zones mortes du produit $k_w w$ peuvent conduire, pour les régulateurs d'état sans intégrateur, à des erreurs statiques en régime établi. En effet, au niveau du réglage échantillonné quantifié, c'est comme si

l'on utilisait une grandeur de consigne différente de celle imposée. La situation est différente pour les régulateurs d'état avec intégrateur, ce dernier permettant d'annuler l'erreur statique en régime établi. Dans ce contexte, on peut noter que, contrairement à ce qui se passe dans le cas des régulateurs standard (voir § 6.3.3), le problème de l'inefficacité de la composante intégrale pour des faibles valeurs de l'écart de réglage, n'existe pas dans le cas des régulateurs d'état avec intégrateur même si le coefficient k_R devient très petit. En effet, l'algorithme utilisé pour mettre en oeuvre le régulateur intégrateur assure que la grandeur d'état x_R de ce dernier réagit à tout écart de réglage e d'au moins un pas de quantification q_e . Ainsi, il n'y a pas de zone morte effective au niveau de la composante intégrale: un écart de réglage d'au moins un pas de quantification q_e entraîne tôt ou tard (quel que soit le pas de quantification q_u de u) une variation de la grandeur de commande. La rapidité d'intervention de la composante intégrale dépend de la largeur des zones mortes du produit $k_R x_R$.

Pour terminer, on rappelle que la disposition des zones mortes d'un produit par rapport aux valeurs de la variable concernée dépend de la caractéristique de quantification utilisée.

6.4 CHOIX DE LA PRECISION DE CALCUL ET DE LA PRECISION DES ORGANES DE MESURE ET DE COMMANDE DIGITAUX

6.4.1 Généralités

Dans cette section, on discutera de manière générale du choix de la précision de calcul et de la précision des organes de mesure et de commande digitaux. Ces problèmes seront étudiés essentiellement sur la base de l'exemple d'application No 1 de la section 3.2, qui est un réglage comportant un seul organe de mesure digital. Dans ce contexte, on pourra effectuer des considérations qui restent valables de manière générale pour d'autres réglages.

On étudiera séparément l'influence de la précision de l'organe de mesure digital, l'influence de la précision de l'organe de commande digital ainsi que l'influence de la précision de calcul. Comme on le verra, ces trois problèmes sont fortement liés.

Pour finir, on fera quelques considérations d'ordre général sur le choix de la précision de calcul et des organes de mesure et de commande digitaux.

6.4.2 Influence de la précision de l'organe de mesure digital

6.4.2.1 Généralités

L'influence de la précision de l'organe de mesure digital sur les performances du réglage échantillonné quantifié sera étudiée en simulation digitale. A cet effet, on va d'abord comparer, dans le cadre de l'exemple d'application No 1, les résultats obtenus en simulation digitale avec les résultats expérimentaux. Ceci permettra de justifier l'approche utilisée.

L'influence de la précision de l'organe de mesure digital se manifeste différemment suivant l'importance de la grandeur de perturbation (frottement). Cette influence sera étudiée pour deux cas limites: frottement important

(cas réel) et frottement nul.

Enfin, on discutera dans un contexte plus général du choix de l'organe de mesure digital. A ce propos, on verra que l'influence de la quantification introduite par l'organe de mesure digital dépend de la méthode de mesure utilisée.

6.4.2.2 Exemple d'application No 1 : comparaison des résultats expérimentaux et des résultats de la simulation digitale

Comme on l'a dit au § 3.2.5.2, quelques modifications ont dû être introduites dans l'algorithme de réglage afin d'obtenir un bon comportement dynamique du réglage sur l'installation réelle. Les modifications introduites sont les suivantes (voir [24]):

- pas d'intervention directe de la grandeur de perturbation
- insensibilisation du régulateur intégrateur
- correction de la grandeur de commande au départ

En annulant le coefficient k_v , on a renoncé à une intervention directe de la grandeur de perturbation, car cette dernière, à cause de son caractère non linéaire (frottement), est mal observée par l'observateur.

Une zone morte de 2 mm a été introduite sur l'écart de réglage (voir § 4.4.6.6) afin de stabiliser la grandeur d'état x_R du régulateur intégrateur.

Pour éviter des comportements vicieux au départ, on a imposé au système à régler, durant les 10 premières périodes d'échantillonnage, une grandeur de commande nulle. Cette méthode, qui a été utilisée dans le but de permettre à l'observateur de perturbation de s'initialiser correctement, n'est pas rigoureusement correcte. En effet, si la grandeur de perturbation observée est assez correcte après ces 10 périodes d'échantillonnage, il n'en va pas de même des grandeurs d'état observées qui devraient être nulles car le chariot n'a pas bougé.

Comme le chariot ne peut partir que lorsque la grandeur de commande permet de vaincre le frottement (voir § 4.2.2.2), il n'est pas non plus correct d'initialiser la grandeur de perturbation observée avec la valeur de cette force de frottement (compte tenu du sens de déplacement).

En fait, la seule méthode rigoureuse, permettant à tout moment (en particulier lors des changements du sens de déplacement) une observation correcte des grandeurs d'état et de la grandeur de perturbation, consiste à tenir compte du caractère non linéaire de la grandeur de perturbation de manière analogue à ce qui a été fait pour la simulation digitale du système à régler (voir § 4.2.2.2). Néanmoins, ce problème sort du cadre de ce travail et ne sera pas abordé dans ce contexte.

Afin de comparer les résultats expérimentaux et les résultats de la simulation, on a effectué un essai en simulation digitale en utilisant une version modifiée (effectuant la correction de la grandeur de commande au départ) du programme PRECREG décrit au chapitre 4. On a fait appel à la structure de réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation (voir § 4.4.6) et l'on a introduit les paramètres suivants (voir figure 4.13, § 4.4.6 et section 3.2)

- simulation du réglage échantillonné et du réglage échantillonné quantifié dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante.
- mantisse de $\$F = 23$ bits (voir § 1.3.3 pour la description du format utilisé dans l'unité virgule flottante des microsystèmes 16-LEI).
- $n_s = 4$.
- fichier de données (voir annexe A5, mais avec $k_v = 0$).
- $L_I = -10$; $L_S = 10$.
- $T_e = 0,05s$.
- $t_{max} = 10s$.
- saut indiciel pour la grandeur de consigne de 0,5 p.u.
- pas de compatibilité entre la grandeur de consigne et la grandeur de sortie.
- introduction d'une zone morte $ZM_e = 0,002$ sur l'écart de réglage.
- imposition pour la grandeur de perturbation d'une fonction non linéaire $v = F_r = f_{NL}(x_{s1} = x_{s2})$ avec K_{uic} comme grandeur de comparaison ($i = 2$, $j = 0$ et $K = 1,1$). La fonction non linéaire $f_i(x_{s1})$ [voir (4.41) et figure 4.16a] est utilisée avec les paramètres suivants

$$\begin{aligned}V_o &= -5 \\ a &= 0 \\ b &= 0\end{aligned}$$

Les paramètres K (voir § 3.2.4) et V_o ont été mesurés sur l'installation réelle.

- conditions initiales nulles.

Les résultats de cette simulation digitale sont représentés à la figure 6.9, où l'on a reporté l'évolution de la grandeur de sortie mesurée y_{sm} du réglage échantillonné (en trait continu), du réglage échantillonné quantifié (en pointillé) et du réglage sur l'installation réelle (en trait mixte).

On constate que la simulation digitale permet de reproduire avec une bonne fidélité le comportement du réglage réel. Les différences observées sur la position mesurée en régime établi peuvent s'expliquer, d'une part par les simplifications effectuées lors de la modélisation du système à régler (voir § 3.2.3) et de la grandeur de perturbation intervenant sur ce dernier (en réalité cette grandeur de perturbation dépend non seulement du signe de la vitesse x_{s2} , mais également de sa valeur ainsi que de la position x_{s1}) et d'autre part de la difficulté de mesurer certains paramètres (particulièrement K et V_o).

Notons que l'erreur statique observée dans le cas du réglage réel vaut environ 17 mm. Cette erreur est plus grande que la zone morte introduite sur l'écart de réglage (2 mm) et donc la grandeur d'état x_R du régulateur intégrateur et par conséquent le réglage n'ont pas encore atteint un état stable définitif.

La figure 6.9 montre également que pour l'essai considéré, la quantification (et en particulier celle inhérente aux organes de mesure et de commande digitaux) n'a aucune influence sur le comportement du réglage. Ce

point sera approfondi au paragraphe suivant.

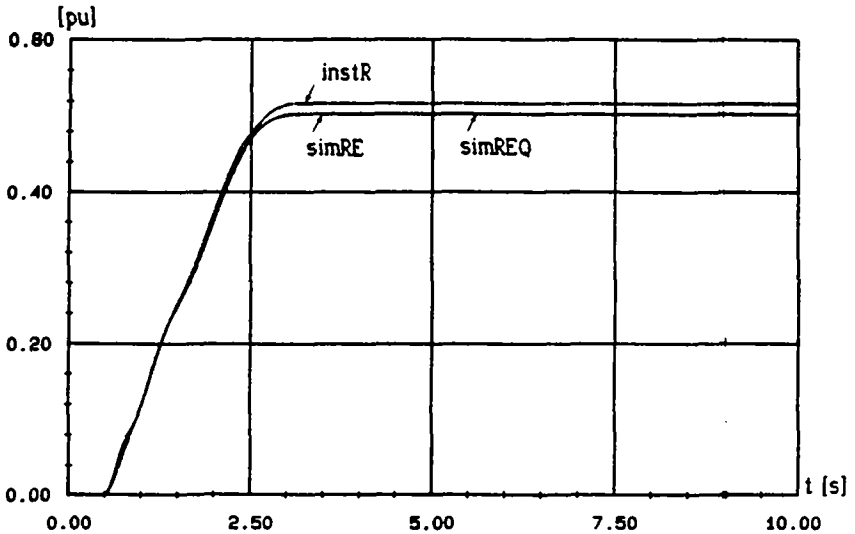


Figure 6.9 Evolution de la grandeur de sortie mesurée obtenue sur l'installation réelle (instR) et par simulation digitale du réglage échantillonné (simRE) et du réglage échantillonné quantifié (simREQ).

6.4.2.3 Influence de la précision de l'organe de mesure digital en cas de frottement important

Lorsque le frottement est important (cas réel), il est possible d'observer des cycles limites très particuliers. En effet, après les phénomènes transitoires, le chariot s'arrête, sous l'action du frottement, avec une erreur statique e_{∞} . Si cette erreur statique e_{∞} est inférieure (en valeur absolue) à la zone morte ZM_e introduite sur l'écart de réglage, la grandeur d'état x_R du régulateur intégrateur et par conséquent le système à régler sont stabilisés définitivement. Sinon ($|e_{\infty}| > ZM_e$), la grandeur d'état x_R va varier et va induire une variation de la grandeur de commande. Lorsque cette dernière permettra de vaincre le frottement, le chariot va repartir. Il est alors possible d'observer des cycles limites caractérisés par des longues périodes de repos (chariot immobile, x_R varie) suivies de courts déplacements.

Pour mettre en évidence l'influence de la précision de l'organe de mesure digital, on a effectué quelques essais en simulation digitale dans les mêmes conditions qu'au § 6.4.2.2, mais en modifiant comme indiqué au tableau 6.7 les valeurs de la zone morte ZM_e et du nombre de bits n_{OMD} de l'organe de mesure digital.

Notons que le cas a correspond au réglage échantillonné et que $n_{\text{OMD}} = 13$ correspond à l'organe de mesure digital utilisé sur l'installation réelle (voir § 3.2.7 et § 6.4.2.2).

cas	a	b	c	d	e
ZM_e	-	0	0,004	0	0,004
n_{OMD}	-	13	13	10	10

Tableau 6.7 Zone morte ZM_e sur l'écart de réglage et nombre de bits n_{OMD} de l'organe de mesure digital pour les cinq cas considérés.

Les résultats obtenus sont représentés à la figure 6.10, où pour chaque cas, on a reporté l'évolution de la grandeur de sortie mesurée y_{sm} .

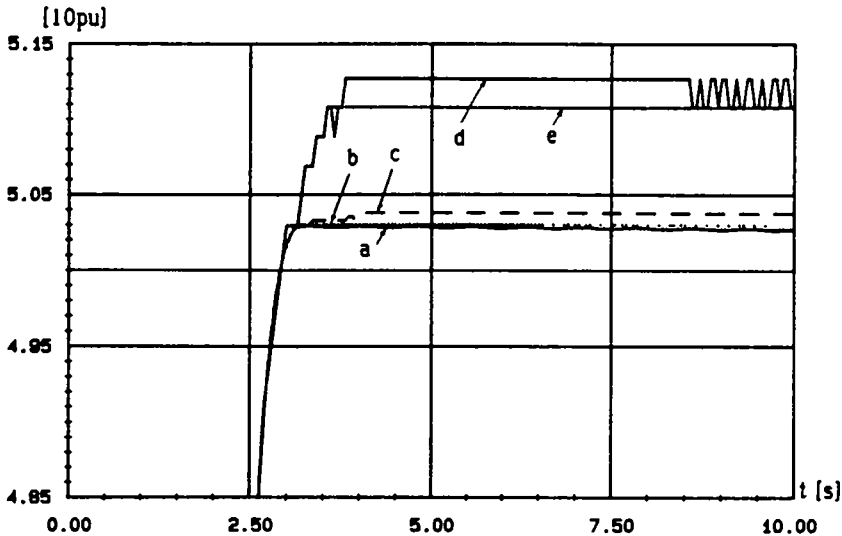


Figure 6.10 Evolution de la grandeur de sortie mesurée y_{sm} pour les cinq cas du tableau 6.7; cas d'un frottement important.

Il est intéressant de constater la présence d'une erreur statique (environ 3mm) même dans le cas du réglage échantillonné (courbe a). Comme on l'a dit précédemment, cette erreur statique va conduire à l'apparition de cycles limites (dus à la variation de x_R).

Dans le cas b, le système n'est pas stabilisé définitivement, car on a une erreur statique moyenne \bar{e}_∞ d'environ 3mm et une zone morte ZM_e nulle. Par contre, dans le cas c, on a $e_\infty \approx 3,7 \text{ mm} < ZM_e = 4 \text{ mm}$ et donc le système est stabilisé de manière définitive.

Lorsqu'on diminue la précision de l'organe de mesure digital (cas d et e), l'erreur statique augmente et, si cette précision est insuffisante, il n'est plus possible de vérifier la condition $|e_\infty| < ZM_e$, même en augmentant la largeur de la zone morte ZM_e . En effet, si l'on augmente ZM_e au-delà d'une certaine limite, l'erreur statique e_∞ devient encore plus grande. A titre

d'exemple, dans le cas e, on a $ZM_e = 4 \text{ mm}$ et $e_\infty \cong 10,7 \text{ mm}$. Si l'on augmente ZM_e à 6 mm , on obtient une erreur statique d'environ $16,6 \text{ mm}$.

Par ailleurs, on a constaté que plus le réglage est lent et plus il est difficile de stabiliser la grandeur à régler à l'intérieur de la zone morte.

Ces considérations permettent d'énoncer un critère pour le choix de la précision de l'organe de mesure digital: pour un dimensionnement donné du réglage, la précision minimale de l'organe de mesure digital est celle qui permet encore de stabiliser (dans un temps proche de la durée des phénomènes transitoires) la grandeur à régler à l'intérieur de la zone morte ZM_e . A titre d'exemple, pour le dimensionnement effectué, il faut un organe de mesure digital d'au moins 12 bits.

6.4.2.4 Influence de la précision de l'organe de mesure digital en cas de frottement nul

Lorsque le frottement est nul, le réglage devient plus sensible à la quantification, car toute variation (aussi petite soit-elle) de la grandeur de commande entraîne un déplacement du chariot. Dans ces conditions, on observe souvent des cycles limites (plus gênants que les cycles limites très particuliers pouvant apparaître lorsque le frottement est important) dus à la quantification des variables (voir § 7.4.2) et en particulier à la quantification introduite par l'organe de mesure digital. L'amplitude de ces cycles limites est liée à la grandeur du produit $l_b q_{ysm}$, où q_{ysm} est le pas de quantification de y_{sm} et l_b représente, pour l'application considérée, le coefficient critique (voir § 7.4.2).

Pour illustrer ces phénomènes, on a effectué quelques essais en simulation digitale dans les mêmes conditions qu'au § 6.4.2.2, mais en utilisant la version standard du programme PRECREG (voir chapitre 4) et en imposant une grandeur de perturbation nulle. De plus, on a modifié, comme indiqué au tableau 6.8, la valeur $-\delta_0$ des cinq pôles réels égaux de l'observateur ainsi que le nombre de bits n_{OMD} de l'organe de mesure digital.

cas	a	b	c	d
$\delta_0 [s^{-1}]$	10	10	20	20
n_{OMD}	-	8	8	9

Tableau 6.8 Pôles réels $-\delta_0$ de l'observateur et nombre de bits n_{OMD} de l'organe de mesure digital pour les quatre cas considérés.

Notons que le cas a correspond au réglage échantillonné et que $\delta_0 = 10s^{-1}$ correspond au dimensionnement utilisé pour le réglage de l'installation réelle (voir § 3.2.6 et § 6.4.2.2).

Les résultats obtenus sont représentés à la figure 6.11, où pour chaque cas, on a reporté l'évolution de la grandeur de sortie mesurée y_{sm} .

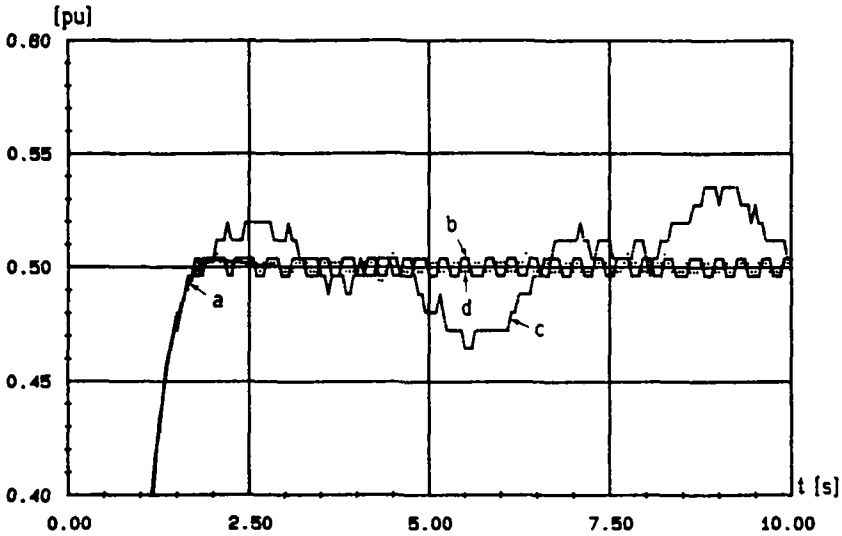


Figure 6.11 Evolution de la grandeur de sortie mesurée y_{sm} pour les quatre cas du tableau 6.8; cas d'un frottement nul.

Dans le cas b ($l_b \approx 83$), on observe des cycles limites sur y_{sm} ayant une amplitude totale d'un pas de quantification $q_{ysm} \approx 7,8$ mm. Cette amplitude totale maximale passe à environ $9q_{ysm}$ dans le cas c, où le comportement dynamique de l'observateur a été accéléré ($l_b \approx 885$).

Dans le cas d, on a rajouté un bit à l'organe de mesure digital, ce qui réduit l'amplitude totale maximale des cycles limites à environ $3q_{ysm}$ ($q_{ysm} \approx 3,9$ mm).

On voit que pour les cas illustrés, l'amplitude totale maximale des cycles limites est approximativement proportionnelle à la grandeur des produits $l_b q_{ysm}^3$ ou $(\delta_o q_{ysm})^3$ (voir l'allure de $l_b(\delta_o)$ à la figure 3.9). Ceci ne peut pas être généralisé à d'autres cas. Cependant, les relations indiquées montrent bien que l'amplitude des cycles limites n'est pas une fonction linéaire du pas de quantification de l'organe de mesure digital. Ainsi, à titre d'exemple, les améliorations du comportement du réglage échantillonné quantifié qu'on peut obtenir en rajoutant un bit à l'organe de mesure digital, dépendent fortement de la précision initiale de ce dernier. Ceci est confirmé par les résultats de la figure 6.11, où le passage de 8 (cas c) à 9 bits (cas d) pour l'organe de mesure digital entraîne une amélioration des performances nettement plus grande que celle qu'on obtiendrait en passant de 9 à 10 bits.

Pour préciser ces considérations, on a étudié l'évolution en fonction du nombre de bits n_{OMD} de l'organe de mesure digital, de la somme

$$S_y = \sum_k |y_s[k] - y_{sm}[k]| \quad (6.48)$$

où y_s et y_{sm} représentent respectivement la grandeur de sortie mesurée du réglage échantillonné et du réglage échantillonné quantifié. On a considéré le même essai qu'au § 6.4.2.2, mais en imposant une grandeur de perturbation nulle et en supposant un organe de commande digital de $n_{OCD} = 30$ bits. L'évolution de $S_y(n_{OMD})$ a été obtenue en exploitant une version modifiée du programme PRECREG décrit au chapitre 4.

Les résultats obtenus sont représentés à la figure 6.12, où l'on a reporté l'évolution de $S_y(n_{OMD})|_{n_{OCD}=30}$ et de $S_y(n_{OCD})|_{n_{OMD}=30}$ pour $n_{OMD}(n_{OCD})$ variant entre 6 et 30 et pour des nombres en virgule flottante possédant une mantisse de $\$F = 23$ (cas réel) ou 30 bits.

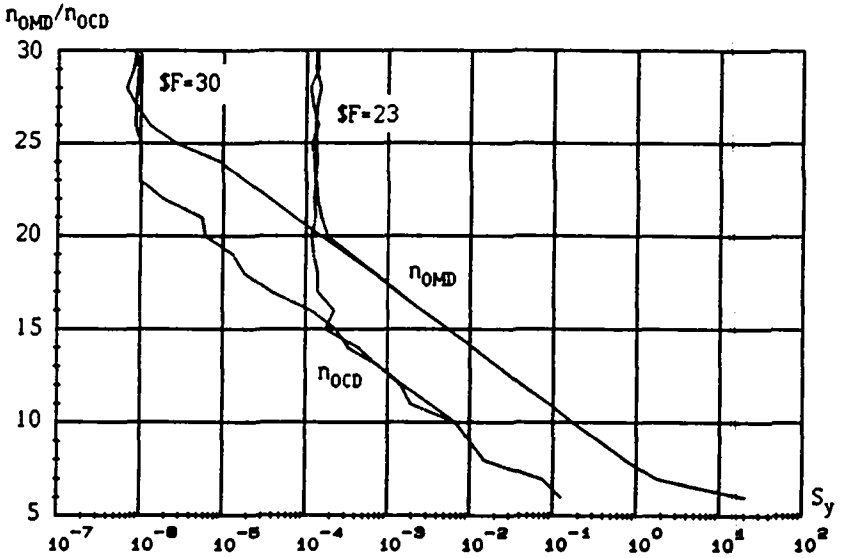


Figure 6.12 Influence de la précision des organes de mesure et de commande digitaux; évolution de $S_y(n_{OMD})$ pour $n_{OCD} = 30$ et de $S_y(n_{OCD})$ pour $n_{OMD} = 30$; mantisse de $\$F = 23$ ou 30 bits.

L'influence de la précision de l'organe de commande digital [courbes $S_y(n_{OCD})$] et de la précision de calcul ($\$F$) sera discutée respectivement au § 6.4.3 et 6.4.4.

Quant à l'influence de n_{OMD} , la figure 6.12 montre que pour une précision de calcul donnée, l'augmentation de n_{OMD} au delà d'une valeur limite n_{OMD}^0 ($n_{OMD}^0 = 20$ pour $\$F = 23$ et $n_{OMD}^0 = 27$ pour $\$F = 30$) ne permet plus d'améliorer les performances du réglage échantillonné quantifié. Par contre, en-dessous de cette valeur limite, les performances du réglage échantillonné quantifié s'améliorent pratiquement de manière exponentielle (compte tenu de

l'échelle logarithmique pour S_y) avec l'augmentation de n_{OMD} . Ceci confirme les considérations précédentes quant à la dépendance non linéaire entre l'amplitude des cycles limites et la précision de l'organe de mesure digital.

On a vu que la précision de calcul a une influence sur la valeur de n_{OMD} . Cette influence sera étudiée au § 6.4.4.

6.4.2.5 Choix de l'organe de mesure digital

Le choix de l'organe de mesure digital nécessite le choix de la méthode de mesure à utiliser ainsi que la détermination de la précision nécessaire. Comme on le verra par la suite, ces deux problèmes ne sont pas toujours dissociés.

La précision nécessaire pour l'organe de mesure digital peut être déterminée en simulation digitale. Dans ce contexte, on a montré aux § 6.4.2.3 et 6.4.2.4 l'influence de la précision de l'organe de mesure digital dans le cadre de l'exemple d'application No 1, où l'on a vu que cette influence se manifeste différemment suivant l'importance de la grandeur de perturbation (frottement). A ce propos, les considérations effectuées peuvent être adaptées, dans une large mesure, à d'autres réglages et fournissent ainsi quelques directives pour le choix de la précision des organes de mesure digitaux. Dans ce contexte, on rappelle qu'il n'est pas possible d'atteindre une précision quelconque pour un organe de mesure digital. En effet, comme on l'a dit au § 6.3.2, cette précision est limitée par le prix et la réalisabilité de l'organe de mesure digital et, dans certains cas, par des problèmes de bruit.

Quant au choix de la méthode de mesure à utiliser, il s'agit d'un problème très vaste qui sort du cadre de ce travail. Dans ce contexte, on peut mentionner qu'il est généralement préférable, pour des raisons de précision et de bruit, d'utiliser des organes de mesure digitaux plutôt que des organes de mesure analogiques suivis de convertisseurs A/D.

Quelques considérations encore à propos d'un cas particulier très important dans le domaine des entraînements réglés, à savoir celui de la mesure digitale d'une vitesse. Cette mesure peut généralement s'effectuer selon trois méthodes différentes qu'on va décrire brièvement.

La première méthode est celle qui a été utilisée dans le cadre de l'exemple d'application No 2 et qui a été décrite au § 3.3.8. Cette méthode est assez compliquée et nécessite l'utilisation d'un microprocesseur supplémentaire au niveau de la carte périphérique. On y préfère alors deux autres méthodes à savoir la mesure par différence ou la méthode de l'observateur, qui sont beaucoup plus simples et qui permettent de réduire la zone morte sur la vitesse mesurée.

En effet, ces deux méthodes se basent sur le comptage des impulsions en provenance du capteur incrémental et donc la vitesse calculée ou observée ne peut rester nulle que si la vitesse réelle est nulle. Ainsi, en toute rigueur, il n'y a plus de zone morte sur la vitesse mesurée, mais il est plus judicieux de parler d'une réduction de cette zone morte, car pour des faibles vitesses, on obtient alternativement des valeurs nulles et des valeurs non nulles pour la vitesse mesurée ou observée.

Dans la mesure par différence, on calcule la vitesse moyenne, sur une ou plusieurs périodes d'échantillonnage, sur la base d'une différence entre deux

positions mesurées.

Avec la méthode de l'observateur, on observe la vitesse à partir de la position mesurée, à l'aide d'un observateur digital d'accélération et de vitesse (voir [35]). Dans ce cas, l'influence de la quantification de la mesure de position sur la vitesse observée dépend fortement du dimensionnement de l'observateur. Cette influence est d'autant plus grande que le comportement dynamique de l'observateur est rapide. En particulier, en imposant tous les pôles de l'observateur à l'origine dans le plan z , on obtient une observation instantanée de la vitesse, mais une influence à la quantification sur la position mesurée plus grande que dans le cas d'une mesure de vitesse par différence. Cependant, une mesure par différence fournit une mesure moins rapide (vitesse moyenne), mais est beaucoup plus simple et nécessite moins de temps de calcul.

Ainsi, le choix de l'une ou l'autre de ces deux dernières méthodes de mesure, dépend de l'application considérée. En particulier, lorsque l'influence de la quantification sur la position mesurée est négligeable et si l'on dispose du temps de calcul nécessaire, la méthode de l'observateur (avec pôles à l'origine) est à préférer, car elle fournit une mesure de vitesse plus rapide. Ceci peut être le cas pour des réglages caractérisés par une période d'échantillonnage relativement grande, car on peut montrer (voir [35]) que l'erreur maximale sur la vitesse calculée ou observée est inversement proportionnelle à la période d'échantillonnage. De plus, dans ces cas, on dispose généralement du temps de calcul supplémentaire nécessaire pour élaborer l'algorithme d'observation.

6.4.3 Influence de la précision de l'organe de commande digital

Quelle que soit l'importance de la grandeur de perturbation (frottement), la quantification de la grandeur de commande a une influence moins grande sur les performances du réglage digital que la quantification intervenant dans l'organe de mesure digital. Ceci peut s'expliquer intuitivement par le fait que le système à régler possède généralement un comportement passe-bas et atténue donc le bruit à son entrée dû à la quantification de la grandeur de commande.

L'influence de la précision de l'organe de commande digital, comme c'était le cas pour celle de l'organe de mesure digital (voir § 6.4.2), se manifeste différemment suivant l'importance du frottement. En effet, dans ce cas également, le frottement réduit, dans une certaine mesure, l'amplitude et la fréquence des cycles limites pouvant apparaître.

Considérons les résultats de la figure 6.12, où l'on a admis un frottement nul. De manière analogue au cas de l'organe de mesure digital (voir § 6.4.2.4), on constate également l'existence d'une valeur limite n_{0CD}^* , dépendante de la précision de calcul (voir § 6.4.4), au delà de laquelle l'augmentation de n_{0CD} ne permet plus d'améliorer les performances du réglage échantillonné quantifié. Cette valeur limite n_{0CD}^* est inférieure de 4 à 5 unités à la valeur limite correspondante n_{0MD}^* . En fait, cette différence de 4 à 5 bits entre la précision de l'organe de commande digital et de l'organe de mesure digital, existe quelle que soit la performance désirée (grandeur S_y) pour le réglage échantillonné quantifié, c'est-à-dire que pour vérifier la condition

$$S_y(n_{\text{OMD}}) = S_y(n_{\text{OCD}}) \quad (6.49)$$

avec

$$\left. \begin{array}{l} n_{\text{OMD}} \leq n_{\text{OMD}}^0 \\ n_{\text{OCD}} \leq n_{\text{OCD}}^0 \end{array} \right\} \quad (6.50)$$

il faut avoir

$$n_{\text{OMD}} \approx n_{\text{OCD}} + 4 \dots 5 \quad (6.51)$$

Cette relation reste également valable lorsque le frottement est important. En particulier, pour le dimensionnement effectué, on a vérifié qu'un organe de commande d'au moins 8 bits est nécessaire, ce qui est en accord avec la précision minimale de 12 bits nécessaire pour l'organe de mesure digital (voir § 6.4.2.3).

6.4.4 Influence de la précision de calcul

La précision de calcul a une grande influence sur les performances du réglage échantillonné quantifié. Ceci est confirmé par les résultats de la figure 6.12, où l'on constate que, comme on l'a dit aux § 6.4.2.4 et 6.4.3, les valeurs limites n_{OMD}^0 et n_{OCD}^0 dépendent de la précision de calcul. En particulier, ces valeurs limites augmentent lorsque la précision de calcul augmente. Ceci signifie que lorsque ces valeurs limites pour n_{OMD} et n_{OCD} sont atteintes, la seule méthode permettant d'améliorer les performances du réglage échantillonné quantifié, consiste à augmenter la précision de calcul.

La figure 6.12 montre qu'entre la précision de calcul (nombre de bits $\$F$ pour la mantisse) et la valeur limite n_{OMD}^0 , on peut établir la relation suivante

$$\$F + 1 \approx n_{\text{OMD}}^0 + 4 \quad (6.52)$$

où le bit rajouté à $\$F$ représente le bit de signe.

Pour des applications en virgule fixe, on peut remplacer $(\$F + 1)$ par le nombre n_{CAL} de bits sur lesquels sont effectués les calculs.

Notons que mises à part quelques applications très particulières, la précision de calcul ne peut pas être variée de manière linéaire (bit par bit). En effet, quelle que soit l'arithmétique utilisée (virgule fixe ou virgule flottante), la longueur des mots sur lesquels sont effectués les calculs ne peut être variée que par des multiples (pairs dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante) d'une longueur de mot de base. Ceci simplifie, dans une certaine mesure, le choix de la précision de calcul.

Précisons encore que les opérations arithmétiques en multiple précision sont généralement réalisées par logiciel dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe et, lorsqu'elles sont disponibles, par matériel dans le cas d'une arithmétique en virgule flottante. Dans les deux cas, leur utilisation entraîne une augmentation du temps de calcul nécessaire pour élaborer l'algorithme de réglage.

6.4.5 Considérations sur le choix de la précision de calcul et des organes de mesure et de commande digitaux

Le choix de la précision des organes de mesure et de commande digitaux ainsi que de la précision de calcul peut être effectué en simulation digitale en tenant compte de l'interdépendance de ces différentes précisions. Cette interdépendance, qui apparaît clairement à la figure 6.12, a été précisée aux § 6.4.3 et 6.4.4 par des relations liant la précision de calcul et des organes de mesure et de commande digitaux. Ces relations ont été établies sur la base d'un exemple particulier et ne sont donc pas à considérer comme des lois rigoureuses valables de manière générale. Cependant, dans un cas général, elles fournissent des directives permettant d'estimer de manière indicative la précision de calcul et des organes de mesure et de commande digitaux.

Pour souligner l'étroite dépendance entre ces précisions, on a déterminé l'évolution de la somme (6.48) en fonction de $n_{OMD}(n_{OCD})$ dans les mêmes conditions qu'au § 6.4.2.4, mais en imposant $n_{OCD} = 13$ ($n_{OMD} = 13$). Notons que $n_{OMD} = n_{OCD} = 13$ correspond aux valeurs utilisées sur l'installation réelle (voir § 3.2.6 et § 6.4.2.2). Les résultats obtenus sont représentés à la figure 6.13, qui est directement comparable avec la figure 6.12.

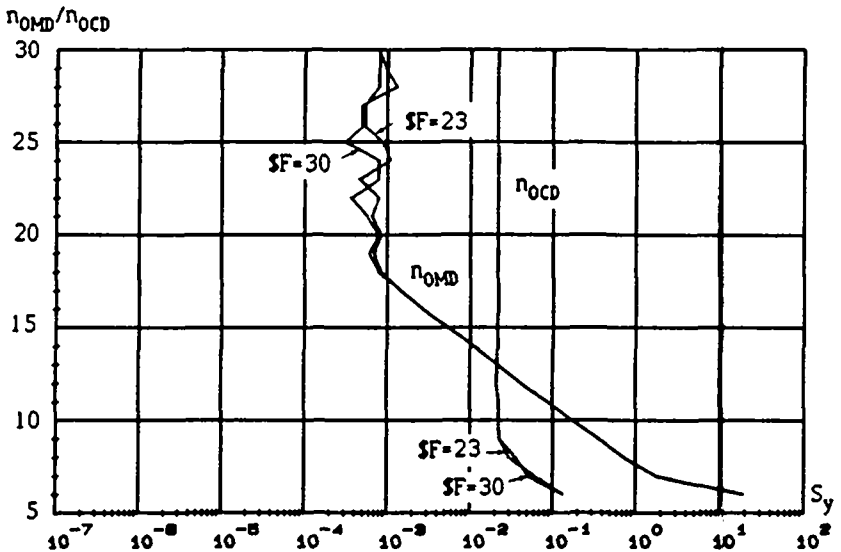


Figure 6.13 Influence de la précision des organes de mesure et de commande digitaux; évolution de $S_y(n_{OMD})$ pour $n_{OCD} = 13$ et de $S_y(n_{OCD})$ pour $n_{OMD} = 13$; mantisse de SF = 23 ou 30 bits.

On constate que lorsque la quantification de la grandeur de commande (à régler) n'est pas négligeable, l'augmentation de la précision de calcul n'a,

pour le cas considéré, pratiquement pas d'influence. Ceci est dû au fait que, dans ce cas, c'est la quantification de la grandeur de commande (à régler) qui limite les performances du réglage échantillonné quantifié.

Comme il fallait s'y attendre, on obtient ici des valeurs inférieures pour n_{OMD} et n_{OCD} que dans le cas de la figure 6.12. Par ailleurs, les valeurs finales (pour $n_{\text{OMD}} = 30$ ou $n_{\text{OCD}} = 30$) différentes pour $S_y(n_{\text{OMD}})$ et $S_y(n_{\text{OCD}})$ sont évidemment dues à la plus grande influence de n_{OMD} sur les performances du réglage. Enfin, la condition (6.49) est toujours vérifiée, dans le domaine exprimé par (6.50), par les valeurs de n_{OMD} et n_{OCD} liées par la relation (6.51), alors que la relation (6.52) n'est qu'approximativement vérifiée.

L'exemple d'application No 3a permet également de confirmer l'existence d'une valeur limite pour n_{OMD} dépendante de la précision de calcul et de celle de l'organe de commande digital. En effet, si dans le cas a de la figure 6.7 et du tableau 6.5, on améliore de 4 bits la précision de l'organe de mesure digital ($\epsilon'' = 6.14$), on constate la présence de cycles limites ayant une amplitude d'environ 22 pas de quantification q_e et une erreur statique moyenne d'environ $31q_e$. Ainsi, dans ce cas, la faible précision de calcul et de l'organe de commande digital (voir tableau 6.5) rend inutile une augmentation de la précision de l'organe de mesure digital.

On va maintenant brièvement discuter quelques directives qui ont été proposées pour le choix de la précision de calcul et des organes de mesure et de commande digitaux.

Dans [21], on énonce les directives suivantes, valables dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe

$$n_{\text{OMD}} \leftarrow A_{cl} = ZM_{\text{omd}} \quad (6.53)$$

$$n_{\text{OCD}} = n_{\text{OMD}} - 2 \quad (6.54)$$

$$n_{\text{CAL}} = 4 + n_{\text{OMD}} \quad (6.55)$$

La relation (6.53) indique que le choix de n_{OMD} est à effectuer selon l'amplitude maximale tolérable des cycles limites sur la grandeur à régler. Cette amplitude maximale est supposée être égale à la largeur des zones mortes de l'organe de mesure digital (voir § 1.5.4 et § 6.3.2). Ceci n'est pas toujours vrai. En effet, comme on l'a vu à plusieurs reprises (voir par exemple les figures 6.8 et 6.11) et ainsi qu'on le précisera au chapitre 7, l'amplitude des cycles limites sur la grandeur à régler peut dépasser largement le pas de quantification de l'organe de mesure digital. Les relations (6.54) et (6.55) entrent par contre dans la même ligne que les relations établies aux § 6.4.3 et 6.4.4. En particulier, la différence entre les relations (6.54) et (6.51) confirme bien le caractère indicatif de ce genre de directives qui, suivant le système considéré, peuvent être plus ou moins bien vérifiées.

Dans [27], les directives suivantes, valables dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe, sont formulées

$$n_{\text{CAL}} \text{ significativement } > n_{\text{OMD}} \quad (6.56)$$

$$q_{\text{AD}} < \min(\epsilon_s, \epsilon_d) \quad (6.57)$$

$$q_{OCD} \text{ tel que : } \Delta u = q_{OCD} \rightarrow \Delta y_s = q_{OMD} \quad (6.58)$$

La relation (6.56), bien que de manière générale, confirme les relations analogues discutées précédemment. La relation (6.57) indique que, dans le cas d'un organe de mesure digital constitué d'un organe de mesure analogique suivi d'un convertisseur A/D, il est conseillé de choisir le pas de quantification q_{AD} de ce dernier, de manière à ce qu'il soit inférieur à la plus petite entre l'erreur statique ϵ_s et l'erreur dynamique ϵ_d de l'organe de mesure analogique. Enfin, la relation (6.58) suggère de choisir la précision de l'organe de commande digital de telle manière à ce qu'une variation Δu de la grandeur de commande d'un pas de quantification q_{OCD} conduise, après le passage à travers le système à régler, à une variation Δy_s sur la grandeur à régler d'environ un pas de quantification q_{OMD} de l'organe de mesure digital. Cette relation lie la précision des organes de commande et de mesure digitaux et peut être exploitée en utilisant les équations d'état du système à régler échantillonné. Toutefois, étant donné que l'amplification effectuée par le système à régler dépend de son état ainsi que de la grandeur de perturbation, la relation (6.58) reste d'une exploitation très délicate.

Dans [36], on établit des relations entre n_{OCD} et n_{OMD} permettant de déterminer la valeur maximale de n_{OCD} dans le cas de systèmes à régler possédant un comportement proportionnel ou intégral. A ce propos, il est montré qu'il n'est pas favorable d'avoir une longueur de mot beaucoup plus grande pour l'organe de commande digital que pour l'organe de mesure digital. Cette condition est implicitement réalisée lorsqu'une des directives (6.51) ou (6.54) est utilisée.

6.5 CONCLUSIONS

Les effets aléatoires de la quantification des variables (d'entrée et internes) sur les performances du réglage échantillonné quantifié, ne peuvent pas être évalués de manière précise.

On a vu que sous certaines conditions, ces effets peuvent être étudiés par une approche statistique. Toutefois, cette approche ne présente qu'un intérêt limité dans le domaine des réglages digitaux à cause de sa validité très restreinte, qui se limite à certains types de régulateurs et qui ne permet pas de rendre compte de tous les phénomènes liés à la quantification des variables et en particulier, du comportement en régime établi (erreur statique, cycle limite,...) du réglage échantillonné quantifié.

Le comportement en régime établi du réglage échantillonné quantifié peut être mis en relation, dans une certaine mesure, avec les zones mortes existantes au niveau de la grandeur à régler. Dans ce contexte, l'influence de ces zones mortes a été étudiée pour différents types de régulateurs.

Quant au choix de la précision de calcul et de celle des organes de mesure et de commande digitaux, on a vu qu'il est possible d'établir des directives permettant d'estimer de manière indicative les précisions nécessaires. A ce propos, il faut souligner le caractère indicatif de ces directives, qui, suivant le système considéré, peuvent être plus ou moins bien vérifiées.

Notons que l'avènement de plus en plus grand de microprocesseurs travaillant en virgule flottante (garantissant généralement une précision relativement élevée pour les variables) ne réduit que de peu les effets de la quantification des variables. En effet, les problèmes introduits par la quantification des variables d'entrée, qui sont généralement les plus importants, demeurent inchangés, alors qu'en première approximation, la quantification des variables internes peut se réduire à celle de la grandeur de commande.

En conclusion, dans un cas général, la simulation digitale reste le seul moyen permettant d'apprécier l'influence de la quantification des variables et de vérifier les performances du réglage échantillonné quantifié et en particulier, son comportement en régime établi. Dans ce contexte, une attention particulière doit être portée au phénomène des cycles limites. Ces derniers feront l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE 7

CYCLES LIMITES

7.1 INTRODUCTION

Ce chapitre sera consacré à l'étude des cycles limites dans les réglages digitaux. En principe, des cycles limites peuvent apparaître tant au niveau du réglage (boucle fermée) qu'au niveau du régulateur (boucle ouverte). En effet, à cause de ses contre-réactions internes et de la quantification, un régulateur peut être considéré comme un système bouclé non linéaire. Sa grandeur de sortie (grandeur de commande) peut donc varier même si sa grandeur d'entrée (écart de réglage) reste nulle ou constante.

Les cycles limites du régulateur apparaissent en régime établi et ont généralement une amplitude très faible. Leur apparition peut s'expliquer par le fait que, comme on l'a dit à la section 6.2, l'approche statistique pour l'étude du bruit de quantification dans les régulateurs digitaux est en défaut lorsqu'on approche du régime établi. En effet, tous les signaux devant être quantifiés varient peu et donc les erreurs de quantification sont corrélées entre eux ou avec le signal à quantifier correspondant. Dans ces conditions, l'approche statistique (qui est une approche linéaire) est en défaut et le caractère non linéaire de la quantification se manifeste. On peut alors voir apparaître des cycles limites ou des erreurs statiques (sur la grandeur de commande), qui sont des phénomènes typiques dans les systèmes non linéaires. Par la suite, on va s'intéresser exclusivement aux cycles limites du réglage (boucle fermée). Ces derniers ont en effet une amplitude beaucoup plus grande que les cycles limites du régulateur (voir [21]).

Pour illustrer le phénomène des cycles limites, on étudiera le réglage d'un système du premier ordre avec un régulateur P. Ce cas très simple peut être traité de manière analytique et permettra d'effectuer un certain nombre de considérations qui restent valables de manière générale pour des systèmes plus compliqués.

On donnera ensuite un bref aperçu des différentes méthodes qui ont été proposées pour la recherche et l'élimination des cycles limites dans un réglage digital. Dans ce contexte, on verra que pour des systèmes d'une complexité quelconque, la meilleure méthode de recherche est la simulation digitale.

Par la suite, on discutera de l'origine des cycles limites dans un réglage digital, où l'on verra que ces cycles limites peuvent être dus à la quantification des variables (d'entrée et internes), à des organes de mesure digitaux comportant des zones mortes ainsi qu'à l'intervention sur le système à régler d'une grandeur de perturbation non linéaire.

Pour finir, on abordera le problème de l'élimination ou de la réduction des cycles limites. En effet, on verra qu'il n'est pas toujours possible d'éliminer complètement ces cycles limites.

7.2 ILLUSTRATION DU PHENOMENE

7.2.1 Généralités

Dans cette section, on va étudier le réglage d'un système du premier ordre à l'aide d'un régulateur P. Ce cas très simple, qui peut être traité de manière analytique, est bien adapté pour illustrer le phénomène des cycles limites.

Après une brève étude du réglage échantillonné, on approfondira le comportement en régime établi du réglage échantillonné quantifié. Ceci permettra d'effectuer des considérations ayant un caractère général à propos de l'apparition de cycles limites dans un réglage digital.

7.2.2 Etude du réglage échantillonné

Le schéma-bloc du réglage échantillonné quantifié est représenté à la figure 7.1.

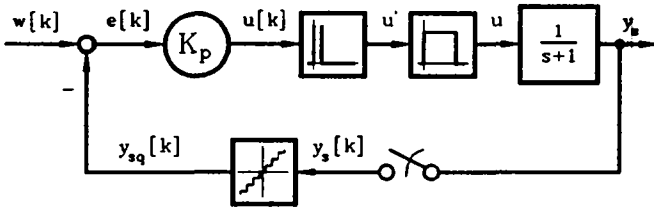


Figure 7.1 Schéma bloc du réglage échantillonné quantifié.

L'équation d'état du système à régler échantillonné se déduit facilement à partir de la fonction de transfert du système à régler et vaut

$$y_s[k+1] = f_s y_s[k] + h_s u[k] \quad (7.1)$$

avec

$$\left. \begin{aligned} f_s &= e^{-T_e} \\ h_s &= 1 - e^{-T_e} \end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

Pour le choix de la période d'échantillonnage T_e (voir § 2.2.2.2), il faut respecter la condition $T_e \leq (1/2)s$. Par la suite, on utilisera la valeur de

$$T_e = 0,25 \text{ s} \quad (7.3)$$

L'équation d'état du réglage échantillonné bouclé est la suivante

$$y_s[k+1] = f y_s[k] + h_w w[k] \quad (7.4)$$

avec

$$\left. \begin{aligned} f &= f_s - h_s K_p \\ h_w &= h_s K_p \end{aligned} \right\} \quad (7.5)$$

Le système global fermé possède un pôle en $z = f$ dont la valeur peut être modifiée en agissant sur le coefficient K_p . La stabilité du système global fermé impose la condition

$$-1 < f < 1 \quad (7.6)$$

ce qui donne, avec (7.5)

$$-1 < K_p < K_{pmax} \quad (7.7)$$

où

$$K_{pmax} = \frac{1 + f_s}{h_s} \quad (7.8)$$

Notons que des valeurs négatives pour le coefficient K_p ne présentent qu'un intérêt académique. En effet, dans ce cas le régulateur ralentit le système à régler.

Le réglage le plus rapide possible est obtenu en imposant un pôle à l'origine dans le plan z , c'est-à-dire en prenant pour K_p la valeur

$$K_p^* = f_s / h_s \quad (7.9)$$

Le réglage décrit souffre évidemment de statisme, qui conduit, pour une grandeur de consigne constante et différente de zéro, à la présence d'une erreur statique en régime établi. Cette dernière vaut

$$e_\infty = \frac{w}{1 + K_p} \quad (7.10)$$

7.2.3 Etude du réglage échantillonné quantifié

En supposant une quantification par arrondi de la grandeur à régler, on peut exprimer l'équation d'état du réglage échantillonné quantifié bouclé de la figure 7.1 par

$$y_s[k+1] = f_s y_s[k] + h_s K_p \left(w[k] - Q_R \left[y_s[k] \right]_q \right) \quad (7.11)$$

où q représente le pas de quantification de y_s et où l'on a utilisé l'opérateur de quantification Q_R défini au § 1.3.4.

On va étudier le cas particulier où la grandeur de consigne est nulle. Dans ce cas, on a vu que le réglage échantillonné n'est pas entaché de statisme et en régime établi, on a $y_s = w = 0$. Par contre, le comportement en régime établi du réglage échantillonné quantifié peut être assez varié (voir § 1.5.2).

En cas d'erreur statique en régime établi [relation (1.37)], le réglage échantillonné quantifié vérifie la condition suivante

$$y_s[k+1] = y_s[k] = y_s \quad (7.12)$$

En remplaçant (7.12) dans (7.11), on obtient, compte tenu de (7.2)

$$Q_R[y_s]_q = d_e y_s \quad (7.13)$$

avec

$$d_e = -\frac{1}{k_p} \quad (7.14)$$

Les valeurs de y_s vérifiant la relation (7.13) constituent des points d'équilibre du réglage échantillonné quantifié et peuvent être déterminés graphiquement à partir de la figure 7.2.

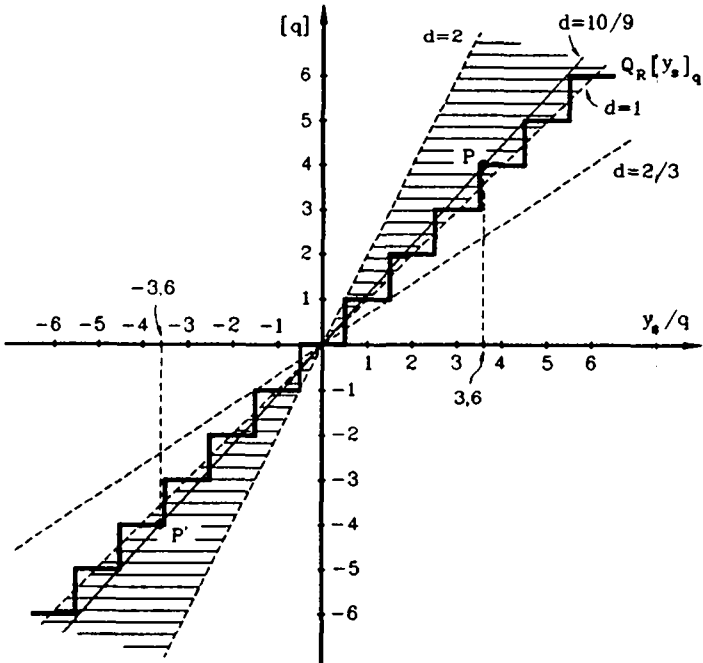


Figure 7.2 Caractéristique de quantification $Q_R[y_s]_q$ et droites $d \cdot y_s$
 $(d = \frac{2}{3}, 1, \frac{10}{9}, 2)$.

Sur cette figure, les points d'équilibre sont représentés par les points d'intersection de la caractéristique de quantification $Q_R[y_s]_q$ et de la

droite $d_e y_s$. Comme on le voit sur la figure 7.2 des points d'équilibre différents de $y_s = 0$ peuvent être trouvés lorsque la pente d de la droite dy_s vérifie la condition

$$\frac{2}{3} \leq d \leq 2 \quad (7.15)$$

En remplaçant d par d_e dans (7.15), on obtient avec (7.14)

$$-\frac{3}{2} \leq K_p \leq -\frac{1}{2} \quad (7.16)$$

Le coefficient K_p doit toujours vérifier la relation (7.7) et donc le domaine de K_p pouvant conduire à une erreur statique en régime établi est le suivant

$$-1 < K_p \leq -\frac{1}{2} \quad (7.17)$$

et le domaine correspondant pour d_e est

$$1 < d_e \leq 2 \quad (7.18)$$

A titre d'exemple, on a reporté à la figure 7.3 l'évolution de $y_s[k]$ pour $K_p = -9/10$ et $y_s[0] = 4,4q$ (points *) obtenue en exploitant la relation (7.11).

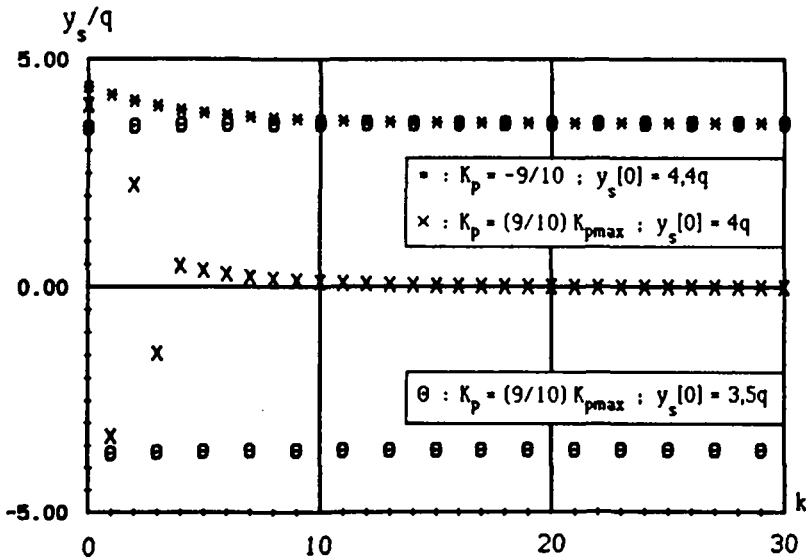


Figure 7.3 Evolution de $y_s[k]$ pour différentes valeurs de K_p et $y_s[0]$.

On constate la présence d'une erreur statique en régime établi correspondant

au point d'équilibre P à la figure 7.2, où l'on a $y_s = -e_\infty = 3,6q$.

Pour le réglage échantillonné quantifié étudié, des cycles limites [relation (1.38)] peuvent apparaître. Dans le cas présent, il s'agit de cycles limites symétriques (voir § 1.5.2) de période $2T_e$ vérifiant la condition suivante

$$y_s[k+1] = -y_s[k] = -y_s \quad (7.19)$$

En remplaçant (7.19) dans (7.11), on obtient, compte tenu de (7.8)

$$Q_R[y_s]_q = d_c y_s \quad (7.20)$$

avec

$$d_c = \frac{K_{pmax}}{K_p} \quad (7.21)$$

Les valeurs de y_s vérifiant la relation (7.20) constituent des points d'équilibre instable du réglage échantillonné quantifié et peuvent également être déterminés graphiquement à l'aide de la figure 7.2 en considérant les points d'intersection de la caractéristique de quantification $Q_R[y_s]_q$ et de la droite $d_c y_s$. Le domaine de K_p pouvant conduire à des points d'équilibre instable différents de $y_s = 0$ peut être déterminé en remplaçant (7.21) dans (7.15) et en tenant compte de (7.7). On obtient

$$\frac{1}{2} K_{pmax} \leq K_p < K_{pmax} \quad (7.22)$$

et le domaine correspondant pour d_c vaut

$$1 < d_c \leq 2 \quad (7.23)$$

On constate que ce dernier est identique au domaine pour d_e [relation (7.18)] pouvant conduire à une erreur statique en régime établi. Le domaine défini par (7.23) ou (7.18) correspond à la région hachurée à la figure 7.2. Dans cette région, des cycles limites ou des erreurs statiques en régime établi peuvent apparaître.

A la figure 7.3, on a reporté l'évolution de $y_s[k]$, obtenue à l'aide de la relation (7.11), pour $K_p = (9/10)K_{pmax}$ et pour deux conditions initiales différentes pour y_s . On constate que pour $y_s[0] = 4q$ (points X) la grandeur de consigne est atteinte de manière exacte [voir relation (1.36)] alors que pour $y_s[0] = 3,5q$ (points O) des cycles limites apparaissent et la grandeur de sortie va osciller entre les valeurs $+3,6q$ et $-3,6q$ (points P et P' de la figure 7.2).

Le comportement en régime établi du réglage échantillonné quantifié étudié est résumé à la figure 7.4.

Sur cette figure, on a représenté l'évolution du pôle f [relation (7.5)] et des pentes des droites d_e et d_c [relations (7.14) et (7.21)] en fonction du

coefficient K_p . L'analyse des figure 7.4 et 7.2 montre que lorsqu'une erreur statique ou un cycle limite sont possibles (leur apparition dépend toujours des conditions initiales), la probabilité d'avoir un cycle limite ou une erreur statique ainsi que l'amplitude maximale possible du cycle limite ou la valeur maximale possible de l'erreur statique augmentent lorsque la rapidité du pôle f (négatif ou positif) diminue (f se rapproche des limites de stabilité). En effet, la figure 7.2 montre que le nombre de points d'équilibre (stable ou instable) ainsi que la valeur maximale de y_s correspondant à un point d'équilibre augmentent lorsque d diminue. A la limite, lorsque $d = 1$, on a une infinité de points d'équilibre.

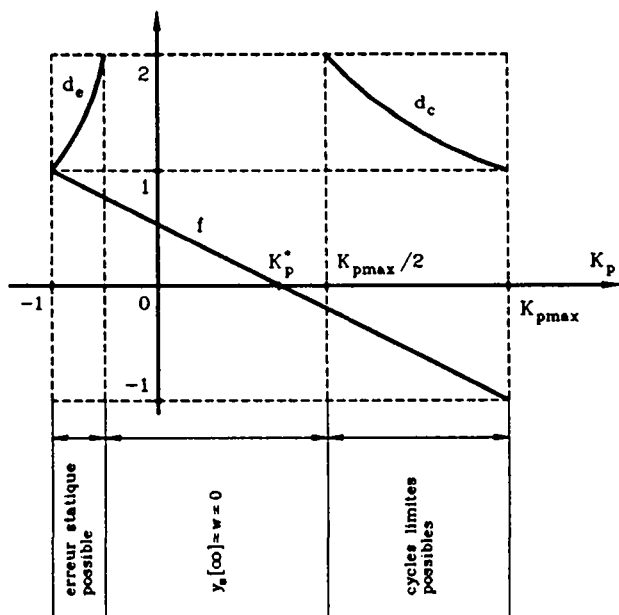


Figure 7.4 Evolution du pôle f et des pentes des droites d_e et d_c en fonction du coefficient K_p .

Les figures 7.4 et 7.2 montrent également que, d'une part des cycles limites peuvent apparaître pour des grandes valeurs du coefficient K_p ($K_{pmax}/2 \leq K_p < K_{pmax}$), et d'autre part plus la valeur du coefficient K_p augmente et plus la probabilité d'apparition de cycles limites (nombre de points d'équilibre instable) ainsi que l'amplitude maximale possible du cycle limite augmentent. Par ailleurs, on voit à la figure 7.2 que pour un point d'équilibre instable donné, l'amplitude absolue du cycle limite correspondant est proportionnelle au pas de quantification q et donc diminue lorsque q diminue.

Signalons pour terminer que lorsque la grandeur de consigne n'est pas nulle, des cycles limites asymétriques de grande période peuvent apparaître au niveau du réglage échantillonné quantifié. A titre d'exemple, pour $w = 1$,

$K_p = 5$ et $y_s[0] = 5q$, le réglage échantillonné se stabilise avec une erreur statique $e_\infty = 0,1\bar{6}$ [voir relation (7.10)] alors que le réglage échantillonné quantifié entre dans un cycle limite asymétrique d'ordre 6 dont les valeurs approximatives pour y_s sont 1,1; 0,86; 0,67; 0,52; 0,40; 1,42.

7.2.4 Commentaires

Pour l'exemple simple traité (système à régler du premier ordre avec régulateur P, une seule non-linéarité), on a pu analyser de manière exacte le comportement du réglage échantillonné quantifié en régime établi. Pour des systèmes plus compliqués (systèmes à régler d'ordre supérieur, régulateurs standard ou régulateurs d'état avec ou sans observateur, plusieurs non-linéarités), il n'est plus possible d'analyser exactement le comportement du réglage échantillonné quantifié. De manière générale, ces systèmes sont caractérisés par la présence de plusieurs points d'équilibre stable; et par la possibilité d'apparition de cycles limites de différentes périodes et amplitudes. Néanmoins, l'exemple simple traité a permis de mettre en évidence un certain nombre de phénomènes qu'on peut retrouver également dans des systèmes plus compliqués et qui sont typiquement une conséquence de la quantification dans les réglages digitaux.

On a vu que le comportement en régime établi du réglage échantillonné quantifié peut être assez varié. Pour une plage de valeurs du coefficient K_p , la grandeur de consigne est toujours atteinte de manière exacte alors que pour d'autres valeurs de K_p il est possible d'avoir, selon les conditions initiales choisies, soit une erreur statique soit un cycle limite. On retrouve ces trois comportements possibles du réglage échantillonné quantifié (pas d'erreur statique, erreur statique, cycle limite) également pour des systèmes plus compliqués. Dans ce cas, le comportement en régime établi du réglage échantillonné quantifié dépend de la valeur des coefficients, des conditions initiales ainsi que des grandeurs de consigne et de perturbation.

On a vu également dans l'exemple simple traité que la probabilité d'apparition de cycles limites ainsi que l'amplitude maximale possible pour un cycle limite augmentent lorsque la grandeur du coefficient K_p augmente. Cette considération peut être étendue à des systèmes plus compliqués. En effet, des grands coefficients donnent des régulateurs énergiques qui amplifient de manière considérable les discontinuités des caractéristiques de quantification. On reviendra sur ce problème à la section 7.4.

Enfin, on a mis en évidence dans l'exemple traité que l'amplitude absolue d'un cycle limite est proportionnelle au pas de quantification q de l'organe de mesure digital mesurant la grandeur à régler. Cette considération est généralement valable aussi pour des systèmes plus compliqués et peut être étendue, dans une certaine mesure, à la quantification d'autres variables. Ceci suggère une possibilité pour réduire l'amplitude des cycles limites (voir section 7.5).

7.3 APERÇU DES METHODES DE RECHERCHE ET D'ELIMINATION DES CYCLES LIMITES DANS UN REGLAGE DIGITAL

7.3.1 Généralités

Dans cette section, on donnera un bref aperçu des principales méthodes qui ont été proposées pour la recherche et l'élimination des cycles limites dans un réglage digital en discutant de la validité, de l'efficacité et de la complexité de chacune de ces méthodes. Certaines de ces méthodes ont été approfondies en détail et étendues pour pouvoir les appliquer à des structures de réglage plus complexes. Néanmoins, à cause de leur intérêt restreint, on se limitera dans ce contexte à présenter une description très résumée de ces différentes méthodes.

On commencera par exposer deux méthodes permettant de déterminer les conditions d'existence de cycles limites dans un réglage digital. A ce niveau, le problème est donc de savoir si un cycle limite (éventuellement d'une période donnée) existe ou pas.

Ensuite, on discutera de différentes méthodes pour la détermination des cycles limites dans un réglage digital. Ici l'on désire généralement déterminer un cycle limite d'une période donnée.

Pour finir, après avoir examiné une méthode pour réaliser des réglages digitaux sans cycles limites, on tirera quelques conclusions.

7.3.2 Conditions d'existence de cycles limites dans les réglages digitaux

Dans ce qui suit, on va décrire deux méthodes permettant de déterminer les conditions d'existence de cycles limites dans un réglage digital.

La méthode de la fonction de transfert généralisée (voir [26], [27]) peut s'appliquer si le réglage échantillonné quantifié comporte une seule non-linéarité. Cette méthode, qui peut être considérée comme une généralisation du critère de Nyquist, prévoit un cycle limite si une intersection existe entre la réponse harmonique $G(e^{j\omega T})$ de la partie linéaire de la boucle de réglage et le lieu $-1/K(A)$, où $K(A)$ est la fonction de transfert généralisée décrivant la non-linéarité. Si une intersection entre ces deux lieux existe, les valeurs de $T = 2\pi/\omega$ et de A au point d'intersection constituent une estimation de la période et de l'amplitude du cycle limite.

Signalons que la détermination de la fonction de transfert généralisée d'une caractéristique de quantification n'est pas évidente. La méthode de calcul est esquissée dans [27] et le résultat dans le cas d'une quantification par arrondi est donné dans [26].

La méthode décrite de la fonction de transfert généralisée est d'une application relativement simple, mais d'une utilité limitée pour plusieurs raisons. En premier lieu, il s'agit d'une méthode approchée car, pour l'établissement de la fonction de transfert généralisée de la non-linéarité, on suppose des oscillations sinusoïdales de la grandeur à régler. Ceci n'est pas toujours le cas. Deuxièmement, cette méthode peut s'appliquer aux réglages échantillonnés quantifiés comportant une seule non-linéarité. En réalité, mis à part quelques cas particuliers lors d'implantations en virgule fixe (voir § 7.3.4), cette condition n'est pratiquement jamais vérifiée.

Une autre méthode pour déterminer les conditions d'existence de cycles

limites est exposée dans [28]. Cette méthode se base sur une linéarisation du réglage échantillonné quantifié. Ainsi, l'utilisation de l'algèbre linéaire permet d'aboutir à un critère pour l'inexistence de cycles limites d'une période T donnée. La structure de réglage considérée est le réglage d'état et les non-linéarités prises en compte sont celles des organes de mesure digitaux et celle inhérente à l'utilisation de l'organe de commande digital. Les grandeurs de consigne et de perturbation sont considérées comme nulles. Les conditions d'existence établies s'appliquent à des cycles limites dont la valeur moyenne de la grandeur de commande (sur une période du cycle limite) est nulle.

Cette deuxième méthode pour déterminer les conditions d'existence de cycles limites est intéressante, mais présente un intérêt limité dans des applications réelles. En effet, son utilisation est limitée à des cas particuliers. De plus, son application est d'autant plus compliquée que la période T (du cycle limite) examinée est grande.

En conclusion, on peut dire qu'il n'existe pas de critères d'existence de cycles limites qui soient valables quelle que soit la structure et la complexité du réglage ainsi que le type d'implantation utilisés. De manière générale, seule la simulation, et en particulier la simulation digitale, permet d'analyser le comportement de n'importe quel type de réglage échantillonné quantifié et en particulier de détecter la présence de cycles limites périodiques ou non-périodiques (voir § 7.3.3.2).

7.3.3 Méthodes pour la détermination des cycles limites dans les réglages digitaux

7.3.3.1 Généralités

On va discuter ici de quelques méthodes pour la détermination des cycles limites dans les réglages digitaux.

Dans les cinq premiers paragraphes, on traitera des méthodes de transition d'état. Ces méthodes utilisent les équations d'état du système pour déterminer son évolution dans l'espace d'état.

On discutera ensuite de la méthode des séquences (§ 7.3.3.7), qui est une méthode de transition d'état modifiée.

7.3.3.2 Simulation digitale

La simulation, et en particulier la simulation digitale, est une méthode très puissante pour étudier le comportement des réglages échantillonnés quantifiés (voir chapitre 4). Des cycles limites périodiques ou non périodiques peuvent être détectés dans des réglages de structure (réglages avec régulateurs standard, réglages d'état avec ou sans observateurs, réglages en cascade) et de complexité quelconque pour des implantations en virgule fixe et en virgule flottante. Toutes les non-linéarités présentes dans le réglage échantillonné quantifié peuvent être prises en compte. En particulier, il est même possible de tenir compte de non-linéarités inhérentes au système à régler (par exemple un frottement intervenant comme grandeur de perturbation). Ces dernières peuvent également être responsables de l'apparition de cycles limites (voir section 7.4). La simulation digitale à l'aide du programme à application générale décrit au

chapitre 4 est une méthode d'analyse d'une grande souplesse et d'utilisation très simple.

Il est bon de rappeler que l'existence et l'allure des cycles limites dépendent fortement des conditions initiales ainsi que de la valeur des grandeurs de consigne et de perturbation. Ainsi, même la simulation digitale présente quelques limitations en ce qui concerne la détermination des cycles limites dans les réglages digitaux. Le problème de l'influence des conditions initiales sur l'apparition des cycles limites peut être résolu, dans certains cas, en utilisant la méthode de recherche itérative décrite au paragraphe suivant.

7.3.3.3 Recherche itérative

La méthode de recherche itérative (voir [29]) est essentiellement une suite de simulations partant de conditions initiales toujours améliorées en vue d'aboutir sur le cycle limite recherché. Cette méthode peut s'appliquer dans le contexte tant d'une simulation hybride ([29]) que d'une simulation digitale. Le principe de la recherche itérative est le suivant : en partant d'un point quelconque x_0 de l'espace d'état, on simule le réglage pour une période T et on aboutit au point z_0 . Si z_0 est différent de x_0 , le calcul du nouveau point de départ x_1 peut se faire, à partir de x_0 et z_0 , en utilisant différentes méthodes dont celle assurant la meilleure convergence se trouve être la méthode de Newton-Raphson ([29]). Ainsi, s'il y a convergence, la méthode de recherche itérative permet d'atteindre le cycle limite de période T recherché en partant d'un point quelconque dans l'espace d'état. Bien qu'applicable à n'importe quelle structure de réglage comportant un nombre quelconque de non-linéarités dans des implantations en virgule fixe et en virgule flottante, la méthode de recherche itérative est d'une utilité pratique limitée pour plusieurs raisons. En premier lieu, la convergence de la méthode dépend de la structure et de l'ordre du système considéré. En particulier, cette convergence diminue lorsque l'ordre du système augmente. Ceci pénalise entre autres les réglages comportant un régulateur intégrateur (qui augmente de un l'ordre du système global). Deuxièmement, le traitement des cas particuliers, où la matrice J de Jacobi (voir [29]) est singulière, devient très compliqué lorsque l'ordre du système dépasse 2. Notons ensuite que la mise en oeuvre de la méthode de recherche itérative comporte une envergure de calcul considérable et que l'influence d'une grandeur de perturbation peut être prise en compte uniquement si cette dernière est constante ou peut être exprimée comme fonction d'une grandeur d'état (cas du frottement par exemple). De plus, si un cycle limite de période T est trouvé ou pas, on ne peut pas conclure qu'il est unique, respectivement qu'ils n'en existent pas avec cette période. En dernier lieu, le problème évoqué à propos de la simulation digitale (voir § 7.3.3.2), concernant l'influence de la valeur des grandeurs de consigne et de perturbation sur l'apparition de cycles limites, reste ouvert même pour la méthode de recherche itérative.

7.3.3.4 Programmation linéaire

Les méthodes de la programmation linéaire permettent de déterminer les frontières du domaine dans l'espace d'état, où des cycles limites peuvent

apparaître (voir [30]). Ces méthodes permettent également, dans certains cas, la détermination analytique des cycles limites (voir § 7.3.3.5).

La méthode exposée dans [30] et s'appliquant à l'équation d'état $\underline{x}[k+1] = \underline{A} \underline{x}[k]$ peut être étendue au cas du réglage d'état digital. A cet effet, on introduit comme variables indépendantes les différentes erreurs de quantification aux divers instants d'échantillonnage. Ceci permet d'aboutir à un modèle linéaire du cycle limite. On établit ensuite, sur la base des formats des différentes variables et de la précision des organes de mesure et de commande digitaux, les contraintes pour toutes les variables indépendantes. La détermination des frontières du domaine, où des cycles limites peuvent apparaître, se réduit donc à un problème de programmation linéaire, à savoir celui de la maximisation d'une fonction objectif dépendante de variables soumises à des contraintes. Ce problème peut être résolu en appliquant par exemple la méthode du Simplex. A cet effet, il est judicieux de faire appel à des librairies de programmes spécialisées (par exemple la librairie NAG, voir [31]).

La détermination, par les méthodes de la programmation linéaire, des frontières du domaine, où des cycles limites peuvent apparaître, exige une envergure de calcul considérable, d'autant plus grande que le nombre de variables indépendantes est grand. Le nombre de ces variables indépendantes augmente lorsque l'ordre du système à régler, l'ordre du cycle limite ainsi que le nombre de non-linéarités prises en compte augmentent. De plus, il n'est pas possible d'étudier des régulateurs implantés en virgule flottante et une grandeur de perturbation peut être prise en compte uniquement si elle est constante. Ainsi, pour l'envergure de calcul nécessaire et les résultats qu'il est possible d'obtenir, ces méthodes de programmation linéaire ne présentent pas d'intérêt pratique.

7.3.3.5 Résolution analytique

Une résolution analytique peut être envisagée pour déterminer si un cycle limite, résultant d'une séquence de valeurs particulière pour la grandeur de commande, existe ou pas. Ceci peut se faire en exploitant l'équation d'état du système à régler échantillonné et l'équation de la grandeur de commande. La résolution analytique (dans le sens strict du terme) n'est possible que dans des cas extrêmement simples. Dans des cas plus compliqués (cas pratiques), il faut avoir recours à la programmation linéaire et la résolution se complique considérablement. Ainsi, les résultats qu'il est possible d'obtenir et la complexité de résolution ne justifient pas une telle approche.

7.3.3.6 Plan de phase discret

La méthode du plan de phase discret ([32]) est une extension pour les systèmes échantillonnés non linéaires de la méthode du plan de phase utilisée pour les systèmes continus non linéaires. Cette méthode est essentiellement utilisée pour des systèmes à régler du deuxième ordre mais peut également s'appliquer à des systèmes d'un ordre quelconque. Dans ce cas, l'étude doit se faire dans l'espace de phase. Notons que la détermination pas à pas de l'état du système échantillonné, compte tenu des différentes non-linéarités présentes, est tout à fait analogue au procédé utilisé en simulation digitale (voir § 7.3.3.2).

7.3.3.7 Méthode des séquences

La méthode des séquences exposée dans [33] est une méthode de transition d'état modifiée qui peut s'appliquer à une certaine classe de réglages avec régulateurs d'état. En effet, les grandeurs de consigne et de perturbation intervenant sur le réglage sont considérées comme nulles et les non-linéarités prises en compte sont celles des organes de mesure digitaux et celle liée à l'utilisation de l'organe de commande digital. Pour limiter la complexité de calcul, seuls sont considérés les cycles limites dont la valeur moyenne de la grandeur de commande (sur une période du cycle limite) est nulle.

La méthode repose sur une linéarisation du réglage échantillonné quantifié et son principe est le suivant : la boucle de réglage est ouverte et des séquences de valeurs pour la grandeur de commande sont injectées au niveau du système à régler. Le recours à l'algèbre linéaire et les restrictions imposées par les non-linéarités permettent ensuite d'éliminer un grand nombre de séquences. Pour les séquences restantes, la simulation digitale permet de vérifier l'existence ou l'inexistence de cycles limites.

Cette méthode des séquences n'a que peu d'intérêt pratique pour différentes raisons. En premier lieu, son utilisation est assez compliquée et en particulier, d'autant plus compliquée que l'ordre des cycles limites recherchés est grand. Ensuite, cette méthode s'applique uniquement à des réglages dans des conditions très particulières ainsi qu'à une certaine classe de cycles limites. Enfin, il n'est pas possible de tenir compte de toutes les non-linéarités présentes dans le réglage échantillonné quantifié.

7.3.4 Méthode pour réaliser des réglages digitaux sans cycles limites

Une méthode pour la réalisation de réglages digitaux sans cycles limites est présentée dans [34]. Son utilisation se limite essentiellement à des applications en virgule fixe et à des réglages très simples comportant un seul organe de mesure digital.

Le principe de la méthode est le suivant : par un choix approprié de la précision des organes de commande et de mesure digitaux ainsi que des formats des différentes variables et coefficients, il est possible d'éliminer les non-linéarités introduites par le calcul (en précision limitée) de l'algorithme de réglage ainsi que la non-linéarité inhérente à l'utilisation de l'organe de commande digital. Le réglage échantillonné quantifié résultant ne comporte alors plus qu'une seule non-linéarité (celle de l'organe de mesure digital) et la stabilité peut alors être étudiée à l'aide du critère du cercle. Ce dernier, s'il est vérifié, fournit une condition suffisante (mais pas nécessaire) pour l'absence de cycles limites.

En pratique, cette méthode pour la réalisation de réglage digitaux sans cycles limites ne peut s'appliquer que dans quelques cas particuliers. En effet, l'élimination des non-linéarités introduites par les multiplications et les limitations de précision limite de manière considérable (souvent inadmissible) la précision des variables et des coefficients. De plus, le faible nombre de bits qu'on est généralement amené à utiliser pour la représentation des coefficients, limite la disparité de grandeur de ces derniers et donc l'applicabilité de la méthode.

7.3.5 Conclusions

Dans cette section, on a discuté de quelques critères d'existence ainsi que de quelques méthodes pour la détermination et l'élimination des cycles limites dans les réglages digitaux.

On a vu que dans un cas général, seule la simulation digitale (voir § 7.3.3.2) permet d'étudier de manière simple et efficace le comportement du réglage échantillonné quantifié et en particulier le problème de l'apparition de cycles limites.

En ce qui concerne la conception de réglages digitaux sans cycles limites, on a vu que la méthode présentée au § 7.3.4 ne présente que peu d'intérêt pratique. Ainsi, il est généralement préférable d'effectuer la conception du réglage échantillonné quantifié selon la démarche indiquée au chapitre 2 en tenant compte des directives données au chapitre 8. Quant à l'élimination ou à la réduction d'éventuels cycles limites, on renvoie à la section 7.5.

7.4 ORIGINES DES CYCLES LIMITES

7.4.1 Introduction

Dans cette section, on va étudier les origines des cycles limites pouvant apparaître dans un réglage digital.

En supposant que la grandeur de consigne est compatible, au sens du § 1.5.3, avec la grandeur de sortie quantifiée, les cycles limites apparaissant dans un réglage digital ont généralement une (ou plusieurs) des origines suivantes :

- quantification des variables (d'entrée ou internes)
- existence d'une zone morte dans un organe de mesure digital
- existence d'une non-linéarité au niveau du système à régler

Il importe de souligner que plusieurs de ces origines peuvent exister simultanément.

Dans les trois prochains paragraphes, on étudiera séparément, sur la base des exemples d'application habituels, les trois origines évoquées pour l'apparition de cycles limites. Enfin, au § 7.4.5, on discutera brièvement des cycles limites ayant plusieurs origines combinées.

Il faut mentionner que dans le cas d'une implantation en virgule fixe et lorsqu'une arithmétique non-saturée (voir § 1.3.6) est utilisée, des cycles limites pourraient apparaître en cas de dépassements de capacité (voir [14]). Ce cas n'est pas considéré par la suite étant donné que, comme on l'a dit au § 1.3.6, on utilise généralement une arithmétique saturée.

7.4.2 Cycles limites dus à la quantification des variables

La grande majorité des cycles limites apparaissant dans un réglage digital sont dus à la quantification des variables (d'entrée ou internes).

On a vu dans l'exemple simple traité à la section 7.2, où la quantification intervenait uniquement au niveau de l'organe de mesure digital, que la probabilité d'apparition ainsi que l'amplitude maximale possible des cycles limites augmentaient lorsque la grandeur du coefficient K_p augmentait. Ceci

peut également s'expliquer de manière intuitive. En effet, plus la grandeur du coefficient K_p augmente, plus l'action du régulateur (proportionnel) devient énergique et donc plus grande sera son amplification des discontinuités de la caractéristique de quantification de l'organe de mesure digital. En d'autres mots, comme l'écart de réglage e est une grandeur quantifiée avec le même pas de quantification que celui de la grandeur de sortie quantifiée y_{sq} , la plus petite variation possible de l'écart de réglage est $\Delta e_{\min} = q$. Cette variation Δe_{\min} de e entraîne une variation minimale $\Delta u_{\min} = K_p \Delta e_{\min} = K_p q$ de la grandeur de commande u qui est d'autant plus grande que le coefficient K_p est grand. Ainsi, l'amplification (par des grands coefficients) des discontinuités des caractéristiques de quantification est à la base du phénomène de l'apparition de cycles limites.

De manière générale, tous les coefficients d'un régulateur digital amplifient des caractéristiques de quantification. En pratique, il faut prêter une attention particulière à la grandeur de certains coefficients critiques, c'est-à-dire aux coefficients qui amplifient les caractéristiques de quantification les plus grossières. A titre d'exemple, dans le cas d'un régulateur d'état avec observateur implanté dans une arithmétique en virgule flottante, le coefficient critique est le coefficient l_b . En effet, ce coefficient est lié à (amplifie) la caractéristique de quantification de l'organe de mesure digital mesurant la grandeur à régler. L'influence de la grandeur du produit $l_b q_{ysm}$, où q_{ysm} est le pas de quantification de y_{sm} , a été montrée à la section 6.4 (voir figures 6.10 et surtout 6.11) dans le cadre de l'exemple d'application No 1.

A la section 6.3, on a discuté de l'influence des zones mortes sur le comportement d'un réglage digital dans le cas des régulateurs classiques et d'état avec et sans régulateur intégrateur. Dans une certaine mesure, les cycles limites peuvent être mis en relation avec les zones mortes car celles-ci sont également dues à la quantification des variables. Dans certains cas, la plus grande zone morte au niveau de la grandeur à régler constitue une borne supérieure (presque jamais atteinte) pour l'amplitude d'éventuels cycles limites. A titre d'exemple, on a vu à la section 6.3 dans le cadre des exemples d'application No 3a et 3b (voir figures 6.7 et 6.8) que souvent l'amplitude des cycles limites sur la grandeur à régler est approximativement égale à la largeur des zones mortes de l'organe de mesure digital, mais peut également être beaucoup plus grande (voir le cas c_{T1} de la figure 6.8, où pour l'amplitude A_{c1} des cycles limites, on a $ZM_a > A_{c1} \gg ZM_{cmd}$).

Un autre exemple de cycles limites dus à la quantification des variables peut être obtenu en considérant l'exemple d'application No 2 de la section 3.3. En effectuant une simulation digitale du réglage échantillonné quantifié dans les mêmes conditions qu'au § 4.5.3.2, mais sans tenir compte de la zone morte sur la mesure de vitesse (voir § 3.3.8) et en imposant une grandeur de perturbation nulle, on peut observer sur la position mesurée des cycles limites de faible amplitude ($\pm q_v$).

7.4.3 Cycles limites dus à l'existence d'une zone morte dans un organe de mesure digital

L'existence d'une zone morte dans un organe de mesure digital peut conduire à l'apparition de cycles limites. Une telle zone morte n'est pas due à la quantification. Elle peut déjà exister dans l'organe de mesure analogique (s'il est présent) ou peut être due au fonctionnement échantillonné de l'organe de mesure digital comme c'est le cas par exemple pour l'organe de mesure digital de vitesse décrit au § 3.3.8.

Une zone morte dans un organe de mesure digital est gênante (en ce qui concerne l'apparition de cycles limites) surtout lorsque le réglage échantillonné quantifié comporte plusieurs organes de mesure digitaux. Ceci est le cas dans un réglage en cascade et peut être le cas dans un réglage d'état. Dans ces cas, les différents organes de mesure digitaux peuvent fournir des informations "contradictoires" (par exemple, la consigne de position n'est pas encore atteinte et la vitesse mesurée est nulle) pouvant conduire à l'apparition de cycles limites.

Par contre, lorsque le réglage échantillonné quantifié comporte un seul organe de mesure digital, une zone morte dans ce dernier ne conduit pas à l'apparition de cycles limites (une erreur statique est par contre possible), mais peut augmenter l'amplitude de cycles limites dus à la quantification des variables lorsque la grandeur de consigne (en valeur absolue) est légèrement supérieure à une des limites de la zone morte.

Pour montrer l'effet d'une zone morte dans un organe de mesure digital, on va reprendre l'exemple d'application No 2 de la section 3.3. On va effectuer le même essai qu'au § 4.5.3.2 (voir figure 4.31), mais en simulant le réglage échantillonné, où l'on suppose que la grandeur de perturbation intervenant sur le système à régler est nulle. Dans ce cas, la grandeur de consigne est atteinte de manière exacte. Lorsque l'on tient compte de la zone morte de $6q_v = 6 \cdot 2^{-14}$ (voir § 4.5.3.2) sur la mesure de vitesse, la simulation du réglage échantillonné fournit les résultats représentés à la figure 7.5, qui est directement comparable avec la figure 4.31. On constate l'apparition de cycles limites dus à la non-linéarité introduite par la zone morte sur la mesure de vitesse.

7.4.4 Cycles limites dus à l'existence d'une non-linéarité au niveau du système à régler

Des non-linéarités inhérentes au système à régler, comme par exemple le frottement (intervenant comme grandeur de perturbation) ou un jeu de transmission dans un entraînement, peuvent également conduire à l'apparition de cycles limites.

Cette affirmation sera prouvée, dans le cas d'une non-linéarité par frottement en ayant recours à l'exemple d'application No 2 de la section 3.3. On va effectuer le même essai qu'au § 4.5.3.2 (voir figure 4.31), mais en simulant le réglage échantillonné. Les résultats obtenus sont représentés à la figure 7.6, où l'on constate la présence de cycles limites de grande amplitude.

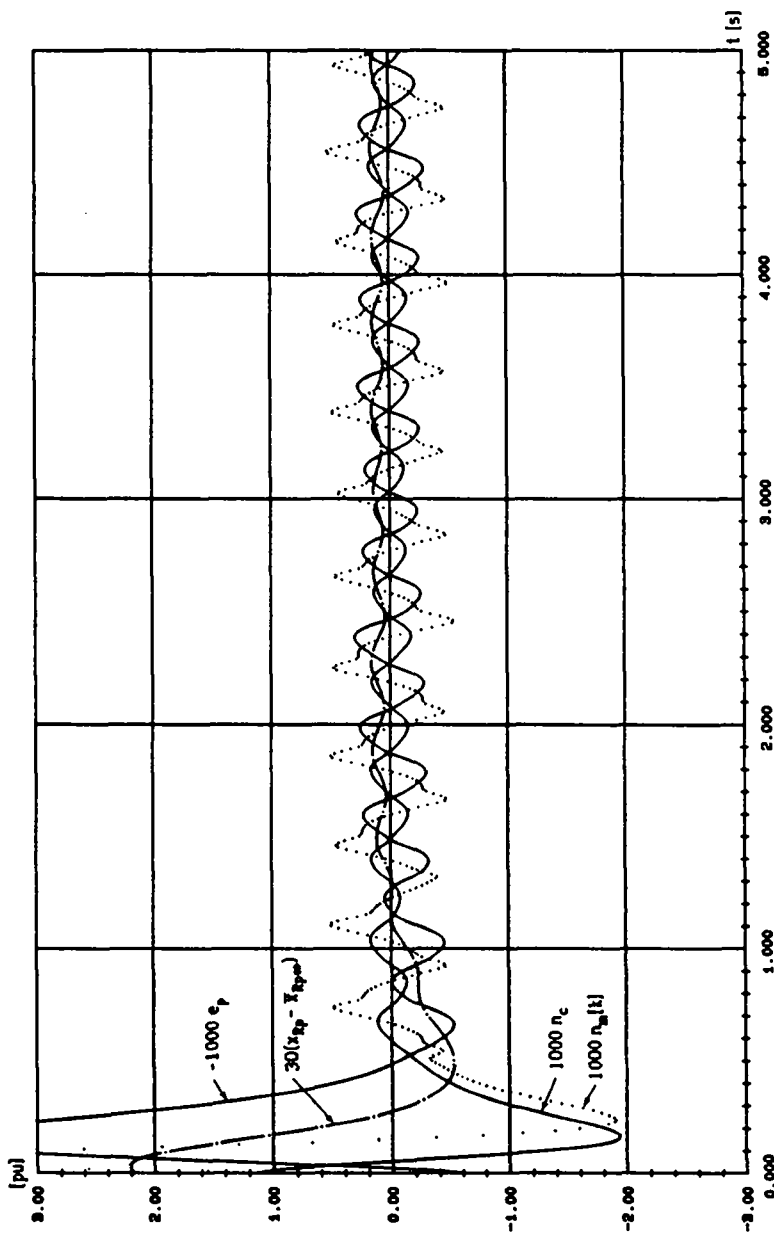


Figure 7.5 Simulation du réglage échantillonné avec zone morte sur la mesure de vitesse; $p_c = 0,1$ tours.

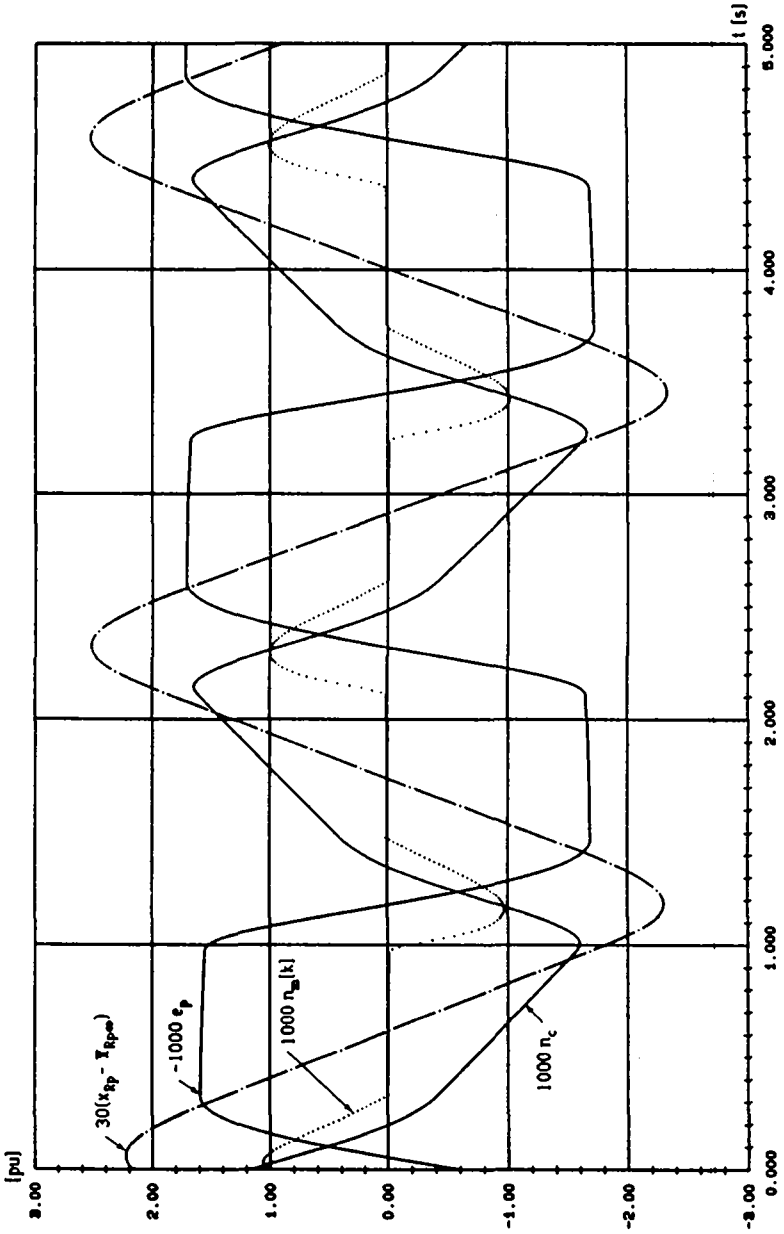


Figure 7.6 Simulation du réglage échantillonné avec frottement; $p_c = 0,1$ tours.

A noter sur cette figure les petites variations de la position et de la vitesse mesurée lorsque la machine est à l'arrêt. Ces variations sont dues à la simplification introduite (pas de changement de modèle d'état) pour la simulation d'un système soumis à une grandeur de perturbation non linéaire (voir la remarque du § 4.2.2.2).

7.4.5 Cycles limites ayant plusieurs origines combinées

Comme on l'a déjà souligné, plusieurs des origines évoquées au § 7.4.1 peuvent exister simultanément. Dans ce cas, on peut souvent déterminer quelle est l'origine dominante des cycles limites apparaissant dans un réglage digital.

On va à nouveau reprendre l'exemple d'application No 2 de la section 3.3. Comme aux § 7.4.3 et 7.4.4, on va simuler le réglage échantillonné, mais en tenant compte simultanément de la zone morte sur la mesure de vitesse et de la non-linéarité par frottement. Les résultats obtenus sont représentés à la figure 7.7, où l'on constate également des petites variations de la position et de la vitesse mesurée lorsque la machine est à l'arrêt (voir § 7.4.4). Au tableau 7.1, on a résumé, pour les essais correspondant aux figures 7.5, 7.6, 7.7 et 4.31, l'amplitude maximale (en valeur absolue) A_{cl} , exprimée en pas de quantification q_v [voir relation (4.112)], et la fréquence f_{cl} des cycles limites sur la position mesurée.

	figure 7.5	figure 7.6	figure 7.7	figure 4.31
$A_{cl} [q_v]$	≈ 4,3	≈ 27,5	≈ 30,5	≈ 32
$f_{cl} [Hz]$	≈ 2,6	≈ 0,44	≈ 0,46	≈ 0,49

Tableau 7.1 Amplitude et fréquence des cycles limites sur la position mesurée pour différents essais.

On constate que l'amplitude des cycles limites augmente progressivement en passant des cas des figures 7.5, 7.6, 7.7 et 4.31. En particulier, cette amplitude est maximale dans le cas de la figure 4.31, où toutes les non-linéarités (y compris celles introduites par la quantification) sont prises en compte. La comparaison des figures 7.7 et 4.31, ainsi que les résultats du tableau 7.1, montrent que la quantification n'a pas une grande influence sur l'allure des cycles limites.

Ceci a été confirmé en simulant le réglage échantillonné quantifié sans tenir compte de la zone morte sur la mesure de vitesse et de la non-linéarité par frottement (voir § 7.4.2). Par ailleurs, l'examen des figures 7.6, 7.7 et 4.31, ainsi que du tableau 7.1, montre que l'origine dominante des cycles limites observés au niveau du réglage échantillonné quantifié réside dans l'existence d'une grandeur de perturbation non linéaire (frottement) intervenant sur le système à régler.

Remarquons au passage que les essais correspondant aux figures 7.6, 7.7 et 4.31 se réfèrent à la machine pas chargée (résistance du rhéostat nulle).

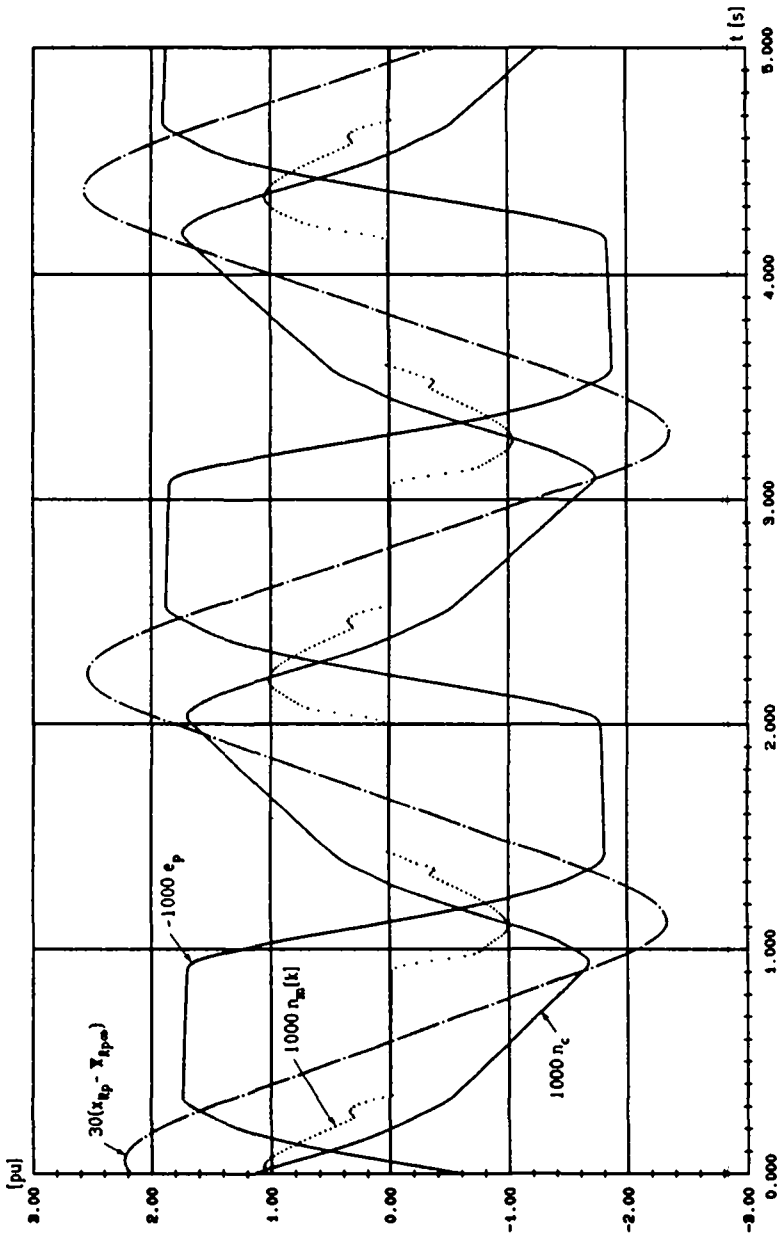


Figure 7.7 Simulation du réglage échantillonné avec zone morte sur la mesure de vitesse et frottement; $p_c = 0,1$ tours.

Lorsque la machine est chargée, la caractéristique $m_r(n)$ du couple résistant en fonction de la vitesse de rotation n'est que très peu modifiée dans le domaine qui nous intéresse (faibles vitesses), par rapport à la caractéristique $m_r(n)$ dans le cas de la machine pas chargée (voir § 4.5.3.2). Ainsi, le fait de charger plus ou moins la machine n'influence pas sensiblement l'amplitude et la fréquence des cycles limites sur la position mesurée. Ceci a été vérifié tant sur l'installation réelle qu'en simulation digitale.

7.5 ELIMINATION OU REDUCTION DES CYCLES LIMITES

7.5.1 Introduction

Les cycles limites apparaissant dans un réglage digital peuvent être plus ou moins gênants suivant leur amplitude, leur fréquence et l'application considérée. A noter que dans certains cas, les cycles limites au niveau de la grandeur de commande, dont l'amplitude peut également devenir importante, peuvent être plus gênants que les cycles limites au niveau de la grandeur à régler. Ceci peut être le cas lorsque l'organe de commande est soumis à une usure. Il est donc très important d'étudier les méthodes pour éliminer ou réduire (l'élimination complète n'est pas toujours possible) les cycles limites dans les réglages digitaux. Ceci fera l'objet de la présente section.

Suivant l'origine des cycles limites apparaissant dans un réglage digital (voir section 7.4), leur réduction peut se faire par une ou plusieurs des trois méthodes suivantes :

- utilisation d'une quantification plus fine
- modification du dimensionnement
- introduction de zones mortes sur l'écart de réglage

Ces trois moyens peuvent contribuer à réduire les cycles limites dus à la quantification des variables (§ 7.4.2). Par contre, pour la réduction de cycles limites dus essentiellement à l'existence d'une zone morte dans un organe de mesure digital (§ 7.4.3) et/ou à l'existence d'une non-linéarité au niveau du système à régler (§ 7.4.4), l'utilisation d'une quantification plus fine n'a pratiquement que très peu d'effets. Ceci résulte très bien de la comparaison des figures 4.31 et 7.7 se référant respectivement, dans le cas de l'exemple d'application No 1 de la section 3.2, à la simulation du réglage échantillonné quantifié et du réglage échantillonné. La réduction des cycles limites dus à l'existence d'une non-linéarité au niveau du système à régler (§ 7.4.4) peut se faire par l'introduction de zones mortes sur l'écart de réglage et dans une moindre mesure par une modification du dimensionnement. Par contre, la réduction des cycles limites dus à l'existence d'une zone morte dans un organe de mesure digital (§ 7.4.3) peut se faire uniquement par l'introduction de zones mortes sur l'écart de réglage. A noter qu'on a supposé implicitement qu'il n'est pas possible d'éliminer une non-linéarité inhérente au système à régler ou une zone morte dans un organe de mesure digital. Ceci est généralement le cas. Cependant, dans certains cas, suivant la méthode de mesure utilisée, il est possible de réduire, dans une certaine mesure, la zone morte d'un organe de mesure digital (voir l'exemple de la

mesure digitale de vitesse du § 6.4.2.5). Il est clair qu'une telle réduction contribue également à réduire les cycles limites causés par cette zone morte.

Dans les trois prochains paragraphes, on étudiera de manière plus détaillée, en s'appuyant sur les exemples d'application habituels, les trois méthodes proposées pour la réduction des cycles limites dans un réglage digital.

Pour finir, on fera quelques considérations d'ordre général à propos de ces méthodes de réduction des cycles limites.

7.5.2 Utilisation d'une quantification plus fine

Il est clair que l'utilisation d'une quantification plus fine peut contribuer à réduire les cycles limites dus à la quantification des variables (§ 7.4.2). Ceci a déjà été mis en évidence dans l'exemple simple traité à la section 7.2, où l'on a montré que l'amplitude des cycles limites était proportionnelle au pas de quantification de l'organe de mesure digital (voir § 7.2.4). Cette considération reste approximativement valable pour des systèmes plus compliqués et peut être étendue aux variables multipliant des coefficients critiques (voir § 7.4.2). A titre d'exemple, on a montré au § 6.4.2.4 (voir figure 6.11 et tableau 6.8), dans le cadre de l'exemple d'application No 1 de la section 3.2, l'influence du pas de quantification de l'organe de mesure digital sur le comportement du réglage échantillonné quantifié. A ce propos, on avait vu que pour un dimensionnement donné, l'amplitude des cycles limites était approximativement proportionnelle à q_{sm}^3 . Par ailleurs, dans le cadre de l'exemple d'application No 3a de la section 3.4, on a vu au § 6.3.3 qu'une augmentation de la précision de calcul et/ou de la précision de l'organe de commande digital conduisait à la disparition des cycles limites (voir les cas a, b, d, e de la figure 6.7 et le tableau 6.5).

On rappelle que la précision de calcul et des organes de commande et de mesure digitaux ne peut pas être augmentée à volonté. En effet, comme on l'a dit à la section 6.4, des raisons de prix, de réalisabilité, de bruit et de temps de calcul, limitent ces précisions qui, de plus, sont étroitement liées.

A noter que la simulation digitale se prête particulièrement bien pour analyser rapidement l'influence d'une quantification plus ou moins fine intervenant à différents endroits du réglage échantillonné quantifié.

7.5.3 Modification du dimensionnement

En modifiant le dimensionnement du régulateur, il est possible de réduire les cycles limites dus à la quantification des variables (§ 7.4.2) et/ou à l'existence d'une non-linéarité au niveau du système à régler (§ 7.4.4). Par contre, cette mesure n'a pratiquement aucun effet pour la réduction des cycles limites dus à l'existence d'une zone morte dans un organe de mesure digital (§ 7.4.3).

De manière générale, il faut modifier le dimensionnement de manière à réduire la grandeur des coefficients critiques (voir § 7.4.2). Ceci peut se faire de différentes manières. En effet, comme on l'a dit au chapitre 2, la grandeur des coefficients d'un régulateur dépend de différents paramètres (période d'échantillonnage, pôles/critère de dimensionnement). Pour ce qui est

de l'influence de ces paramètres sur la grandeur des coefficients ainsi que sur la qualité de réglage, on renvoie à la section 2.3, où cette influence a été discutée en détail dans le cas des régulateurs standard et des régulateurs d'état avec ou sans observateur. Dans ce contexte, on rappelle que la réduction de la grandeur des coefficients critiques entraîne en règle générale une diminution de la rapidité de réglage.

Comme directive pour la modification du dimensionnement, on peut mentionner qu'il faut éviter, lorsque ceci est possible, d'augmenter la période d'échantillonnage dans le but de réduire la grandeur des coefficients critiques. En effet, la période d'échantillonnage correspond au temps pendant lequel le système à régler (et en particulier la grandeur à régler) peut évoluer librement et donc une grande période d'échantillonnage peut conduire à une augmentation de l'amplitude des cycles limites sur la grandeur à régler. Notons que si dans le cas du réglage d'état, il est généralement possible, par un choix approprié des pôles (voir § 2.3.3), de réduire la grandeur des coefficients sans devoir augmenter la période d'échantillonnage, il n'en va pas de même pour les réglages avec régulateurs standard dimensionnés en utilisant les critères indiqués au tableau 2.1. Dans ce cas en effet, mis à part les cas où il est possible de jouer sur le critère de dimensionnement (voir par exemple la figure 2.5), une réduction de la grandeur des coefficients critiques entraîne nécessairement une augmentation de la période d'échantillonnage.

L'exemple simple traité à la section 7.2 a déjà montré qu'une modification du dimensionnement (réduction de la grandeur du coefficient K_p) permettait de réduire la probabilité d'apparition ainsi que l'amplitude maximale possible des cycles limites (voir § 7.2.3). Par ailleurs, dans le cadre de l'exemple d'application No 1 de la section 3.2, on a montré au § 6.4.2.4 l'influence de la grandeur du coefficient l_b sur le comportement du réglage échantillonné quantifié. Il importe de noter que ce qui est critique c'est le produit $l_b q_{ysm}$, où q_{ysm} est le pas de quantification de l'organe de mesure digital mesurant la grandeur à régler y_s . En particulier, on a vu au § 6.4.2.4 que l'amplitude totale maximale des cycles limites était, pour le cas considéré, approximativement proportionnelle à la grandeur du produit $l_b q_{ysm}^3$. Ceci met en évidence le caractère complémentaire de l'utilisation d'une quantification plus fine et d'une modification du dimensionnement dans le but de réduire des cycles limites. En effet, en ce qui concerne la grandeur du produit $l_b q_{ysm}^3$, on peut dire que rajouter un bit à l'organe de mesure digital mesurant y_s revient à réduire (par une modification du dimensionnement de l'observateur) à un huitième le coefficient l_b . Il est clair que la deuxième possibilité conduit à une diminution de la rapidité de l'observateur entraînant une dégradation de la qualité de réglage par rapport à des variations de la grandeur de perturbation (voir § 3.2.6.2).

7.5.4 Introduction de zones mortes sur l'écart de réglage

7.5.4.1 Généralités

Dans ce paragraphe, on montrera que l'introduction de zones mortes sur l'écart de réglage peut contribuer à réduire les cycles limites dus à la quantification des variables (§ 7.4.2) et/ou à l'existence d'une zone morte dans un organe de mesure digital (§ 7.4.3) et/ou à l'existence d'une non-linéarité au niveau du système à régler (§ 7.4.4). Il est possible que les zones mortes introduites sur l'écart de réglage conduisent à la présence d'une erreur statique en régime établi. Cette dernière est certainement préférable à la présence d'un cycle limite.

Suivant le régulateur utilisé, il est possible d'introduire une ou deux zones mortes sur l'écart de réglage. Pour les réglages comportant un régulateur intégrateur, une zone morte sur l'écart de réglage introduit une insensibilisation de la grandeur d'état du régulateur intégrateur (de la grandeur auxiliaire pour la composante intégrale). Notons que dans le cas des régulateurs d'état, on pourrait envisager l'introduction de zones mortes sur une ou plusieurs grandeurs d'état. Dans ce cas, ces zones mortes seraient centrées sur les valeurs finales (régime établi) des grandeurs d'état correspondantes. Il est clair que ceci complique passablement la mise en oeuvre de ces zones mortes (calcul préalable des valeurs finales).

Par la suite, on discutera de l'introduction de zones mortes sur l'écart de réglage dans le cas des régulateurs standard avec et sans composante intégrale, dans le cas des régulateurs d'état avec et sans intégrateur et avec et sans observateur, ainsi que dans le cas du réglage d'état en cascade. La validité de cette méthode pour la réduction des cycles limites sera prouvée sur la base des exemples d'application habituels.

7.5.4.2 Régulateurs standard sans composante intégrale

Dans le cas des régulateurs standard sans composante intégrale, il est possible d'introduire, comme indiqué au § 4.4.3.5, une zone morte ZM_e sur l'écart de réglage. Cette dernière introduit une certaine insensibilisation de la grandeur de commande vis-à-vis de l'écart de réglage. Pour montrer l'efficacité d'une telle zone morte, on va reprendre l'exemple d'application No 3b de la section 3.4. Au § 6.3.4, on a montré que la quantification de u_c et des produits par troncature en complément à 1 peut conduire à l'apparition de cycles limites de grande amplitude (voir le cas c_{T1} de la figure 6.8), qui disparaissent en effectuant les quantifications par arrondi. Un autre moyen de réduire ces cycles limites consiste à introduire une zone morte sur l'écart de réglage. Dans ce cas particulier, une zone morte de $ZM_e = 2q_c$ permet d'éliminer complètement ces cycles limites.

7.5.4.3 Régulateurs standard avec composante intégrale

Comme on l'a dit au § 4.4.4.5, il est possible, dans le cas des régulateurs standard avec composante intégrale, d'introduire deux zones mortes sur l'écart de réglage. Ces dernières permettent d'insensibiliser séparément la composante intégrale et les autres composantes (proportionnelle, de dérivée)

de la grandeur de commande. L'efficacité de ces zones mortes sera montrée à l'aide de l'exemple d'application No 3a de la section 3.4. On a vu au § 6.3.3 que suivant les formats utilisés, il est possible que des cycles limites apparaissent (voir les cas a et d de la figure 6.7 et le tableau 6.5). Comme on l'a souligné au § 7.5.2, l'utilisation d'une quantification plus fine permet d'éliminer ces cycles limites (cas b et e de la figure 6.7). Une autre méthode pour éliminer ces cycles limites consiste à introduire des zones mortes sur l'écart de réglage. Dans les cas a et d de la figure 6.7, l'introduction des zones mortes $ZM_{e1} = 3q_e$, $ZM_{e2} = 0$ respectivement $ZM_{e1} = 4q_e$, $ZM_{e2} = 0$ permet d'éliminer complètement les cycles limites. Notons que dans ces cas particuliers, il n'est pas nécessaire d'insensibiliser la composante intégrale. En effet, les valeurs de η_{1a} indiquées au tableau 6.5 montrent que cette dernière est automatiquement insensibilisée par le choix des formats.

7.5.4.4 Réglage d'état avec ou sans régulateur intégrateur, avec ou sans observateur

De manière générale dans un régulateur d'état, on pourrait envisager d'insensibiliser des composantes quelconques de la contre-réaction d'état par l'introduction de zones mortes sur les grandeurs d'état correspondantes. A noter que dans ce cas, les zones mortes seraient centrées sur les valeurs finales (régime établi) de ces grandeurs d'état. Cette possibilité doit être étudiée de cas en cas et ne sera pas discutée par la suite.

On se limitera donc dans le cas des régulateurs d'état, à la possibilité d'insensibiliser le régulateur intégrateur par l'introduction, comme indiqué au § 4.4.5.5, d'une zone morte sur l'écart de réglage.

Au § 6.4.2.2, dans le cadre de l'exemple d'application No 1, on a mentionné qu'une zone morte de $ZM_e = 2\text{mm}$ sur l'écart de réglage a dû être introduite pour obtenir un bon comportement du réglage sur l'installation réelle. L'efficacité d'une insensibilisation du régulateur intégrateur a été montrée en simulation digitale au § 6.4.2.4 (voir les cas b et c de la figure 6.10 et du tableau 6.7). A ce propos, on a vu qu'une telle insensibilisation permet d'arrêter l'intégration en régime établi et donc d'atteindre un état final sans cycles limites.

7.5.4.5 Réglage d'état en cascade

Comme dans le cas du réglage d'état (voir § 7.5.4.4), on ne va pas discuter de la possibilité d'insensibiliser des composantes quelconques des contre-réactions d'état des deux réglages d'état en cascade. On se limitera donc à l'insensibilisation des régulateurs intégrateurs qui, comme on l'a dit au § 4.4.7.5, peut se faire de deux manières différentes.

Ces deux possibilités seront illustrées à l'aide de l'exemple d'application No 2 de la section 3.3.

On a vu au § 7.4.5 que les cycles limites observés sur l'installation réelle (voir figure 4.30) sont dus essentiellement à l'existence d'une non-linéarité (frottement) au niveau du système à régler ainsi qu'à l'existence d'une zone morte sur la mesure digitale de vitesse. Sur la base des résultats expérimentaux de la figure 4.30 (voir § 4.5.3.1), il est possible d'effectuer quelques considérations permettant de justifier les méthodes

proposées pour éliminer ces cycles limites.

Lorsque la position mesurée p est constante, la variation de la consigne de vitesse n_c [relation (3.86)] est due uniquement à la variation de la grandeur d'état x_{Rp} du régulateur intégrateur. Ceci est bien visible à la figure 4.30, par exemple entre les temps t_1 et t_2 , où la variation par palier de n_c est due aux zones mortes du produit $k_{Rp} x_{Rp}$ (voir § 1.5.4).

Lorsque la position mesurée p n'est pas constante, la variation (et pas la valeur) de la consigne de vitesse n_c [relation (3.86)] est due à l'action conjointe de la composante proportionnelle $-k_p p$ et de la composante intégrale $k_{Rp} x_{Rp}$. Normalement, comme $k_p \gg k_{Rp}$ [voir (3.92)], l'intervention de la composante proportionnelle est prépondérante. Cependant, lorsque la position mesurée p varie très peu, la variation de la consigne de vitesse n_c est due essentiellement à la composante intégrale. Ceci est le cas par exemple entre les instants t_3 et t_4 à la figure 4.30, où l'on constate une augmentation de n_c malgré le fait que la composante proportionnelle $-k_p p$ diminue.

Par ailleurs, la présence d'une zone morte sur la mesure de vitesse implique une grande intégration de x_{Rn} lorsque la vitesse se trouve dans la zone morte et que $n_c \neq 0$ ($n_m = 0$ donc $e_n = n_c$). Cette grande intégration au niveau de x_{Rn} se répercute à travers le coefficient k_{Rn} , qui est assez grand [voir (3.76)], sur la consigne de courant i_c [relation (3.68)]. Ainsi, plus la consigne de vitesse n_c devient grande lorsque $n_m = 0$ (voir par exemple la figure 4.30 entre les instants t_3 et t_4), plus la vitesse d'intégration de x_{Rn} augmente $[(\Delta x_{Rn}/T_e)(k) = x_{Rn}[k+1] - x_{Rn}[k] = n_c[k]]$ et plus grande sera la répercussion sur la consigne de courant.

Toutes ces considérations suggèrent que l'insensibilisation du régulateur intégrateur du réglage de position (grandeur d'état x_{Rp}) peut contribuer à réduire les cycles limites. En effet, si à la figure 4.30 l'on suppose d'arrêter x_{Rp} au temps t_3 , la consigne de vitesse n_c diminuerait (au lieu d'augmenter) ce qui causerait la diminution de la vitesse d'intégration de x_{Rn} et donc de la composante intégrale de la consigne de courant i_c .

Il est intéressant d'examiner les conditions de stabilité du réglage échantillonné lorsqu'on suppose l'existence d'une zone morte ZM_p sur l'écart de position e_p . L'absence de cycles limites en régime établi impose la condition

$$n_c = n_m = n = 0 \quad (7.24)$$

Le diagramme de transition d'état de la figure 4.3 montre que pour rester à l'état 0 ($x_{s1} = n = 0$), il faut vérifier la condition, x_{s1} représentant i_a

$$V_0^- \leq i_a \leq V_0^+ \quad (7.25)$$

où V_0^+ et V_0^- définissent, selon (4.3), le comportement à l'origine de la non-linéarité $m_1(n)$. En régime établi, on a $i_a = i_c$ et la relation (3.68) donne, compte tenu de (7.24) et (7.25)

$$\frac{V_0^-}{k_{Rn}} \leq x_{Rn} \leq \frac{V_0^+}{k_{Rn}} \quad (7.26)$$

Compte tenu de (7.24), la relation (3.86) impose $x_{Rp} = \text{cte}$ et, en l'absence de limitations, la relation (3.87) donne

$$|e_p| < ZM_p \quad (7.27)$$

Cette relation peut être explicitée à l'aide de (3.86), (3.88) et de la condition (7.24). Après un bref calcul, on obtient

$$\left| P_c \left(1 - \frac{k_{wp}}{k_p} \right) - \frac{k_{Rp}}{k_p} x_{Rp} \right| < ZM_p \quad (7.28)$$

Pour l'absence de cycles limites en régime établi, les grandeurs d'état x_{Rn} et x_{Rp} des régulateurs intégrateurs doivent vérifier les conditions (7.26) et (7.28). Notons que sans la zone morte sur l'écart de position e_p , la condition sur x_{Rp} devient beaucoup plus stricte, le membre de gauche de la relation (7.28) devant s'annuler.

Pour la réduction des cycles limites, on ne va pas considérer le cas (peu réaliste), où la grandeur de perturbation (frottement) est nulle. Ainsi, on va considérer le réglage échantillonné quantifié avec la même grandeur de perturbation qu'au § 4.5.3.2 et avec ou sans zone morte sur la mesure digitale de vitesse.

Lorsque la zone morte sur la mesure digitale de vitesse n'est pas prise en compte, l'insensibilisation du régulateur intégrateur du réglage de position (grandeur d'état x_{Rp}) suffit pour éliminer presque complètement les cycles limites. Ceci a été prouvé par un essai en simulation digitale dans les mêmes conditions qu'au § 4.5.3.2, mais avec un organe de mesure digital de vitesse sans zone morte et avec une insensibilisation des régulateurs intégrateurs (voir § 4.4.7.5) selon

$$\left. \begin{aligned} ZM_{e1} &= 0 \\ ZM_{e2} &= 28 q_v \end{aligned} \right\} \quad (7.29)$$

où q_v est donné par (4.112). Les résultats obtenus ont montré la présence en régime établi d'un cycle limite de très faible amplitude ($A_{cl} \approx q_v/2$).

Lorsque l'on tient compte de la zone morte sur la mesure digitale de vitesse, l'insensibilisation du régulateur intégrateur du réglage de position (grandeur d'état x_{Rp}) permet de réduire de manière considérable l'amplitude et la fréquence des cycles limites. La figure 7.8 reporte les résultats obtenus par un essai en simulation digitale dans les mêmes conditions qu'au § 4.5.3.2, mais avec une insensibilisation des régulateurs intégrateurs (voir § 4.4.7.5) selon

$$\left. \begin{array}{l} ZM_{e1} = 0 \\ ZM_{e2} = 32 q_v \end{array} \right\} \quad (7.30)$$

La comparaison des figures 4.31 et 7.8 montre que l'insensibilisation de x_{Rp} permet de réduire considérablement l'amplitude (environ un facteur 4,5) et la fréquence (environ un facteur 12) des cycles limites. A noter que sur l'installation réelle, l'insensibilisation de x_{Rp} selon (7.30) permet d'éliminer complètement les cycles limites. Cette différence de comportement peut se justifier par les mêmes raisons évoquées au § 4.5.3.2 à propos des différences observées entre les résultats expérimentaux et les résultats obtenus en simulation digitale.

Une méthode plus efficace pour la réduction des cycles limites dus au frottement et à la zone morte sur la mesure de vitesse, consiste à insensibiliser les régulateurs intégrateurs avec la deuxième méthode indiquée au § 4.4.7.5. La figure 7.9 reporte les résultats obtenus en simulation digitale dans les mêmes conditions qu'au § 4.5.3.2, mais avec une insensibilisation des régulateurs intégrateurs (voir § 4.4.7.5) selon

$$\left. \begin{array}{l} ZM_{e2} = 28 q_v \\ Y_H = 0 \\ x_{RH} = 0 \end{array} \right\} \quad (7.31)$$

On constate à la figure 7.9 que l'insensibilisation de x_{Rp} avec synchronisation de x_{Rn} (s'effectuant au temps t_1) permet d'éliminer complètement les cycles limites. Par rapport à l'insensibilisation de x_{Rp} uniquement (voir figure 7.8), on peut utiliser une zone morte ZM_{e2} plus petite et l'on obtient une stabilisation plus rapide (et définitive) du système réglé.

La justification de cette méthode d'insensibilisation avec synchronisation est à rechercher dans le phénomène mentionné précédemment concernant la grande intégration au niveau de x_{Rn} lorsque la vitesse se trouve dans la zone morte et que $n_c \neq 0$. Or la stabilisation complète du système réglé nécessite que l'excursion en régime établi de x_{Rn} soit limitée [voir relation (7.26)]. Ceci est assuré par la méthode proposée, qui permet, pour des faibles écarts de position ($|e_p| < ZM_{e2}$), d'annuler x_{Rn} lorsque la vitesse se trouve dans la zone morte.

Pour l'exemple d'application No 2, on a montré l'efficacité des méthodes proposées pour la réduction des cycles limites dans le cas de la machine pas chargée (résistance du rhéostat nulle). Les mêmes méthodes restent valables, pour les raisons exposées au § 7.4.5, pour la réduction des cycles limites dans le cas de la machine chargée.

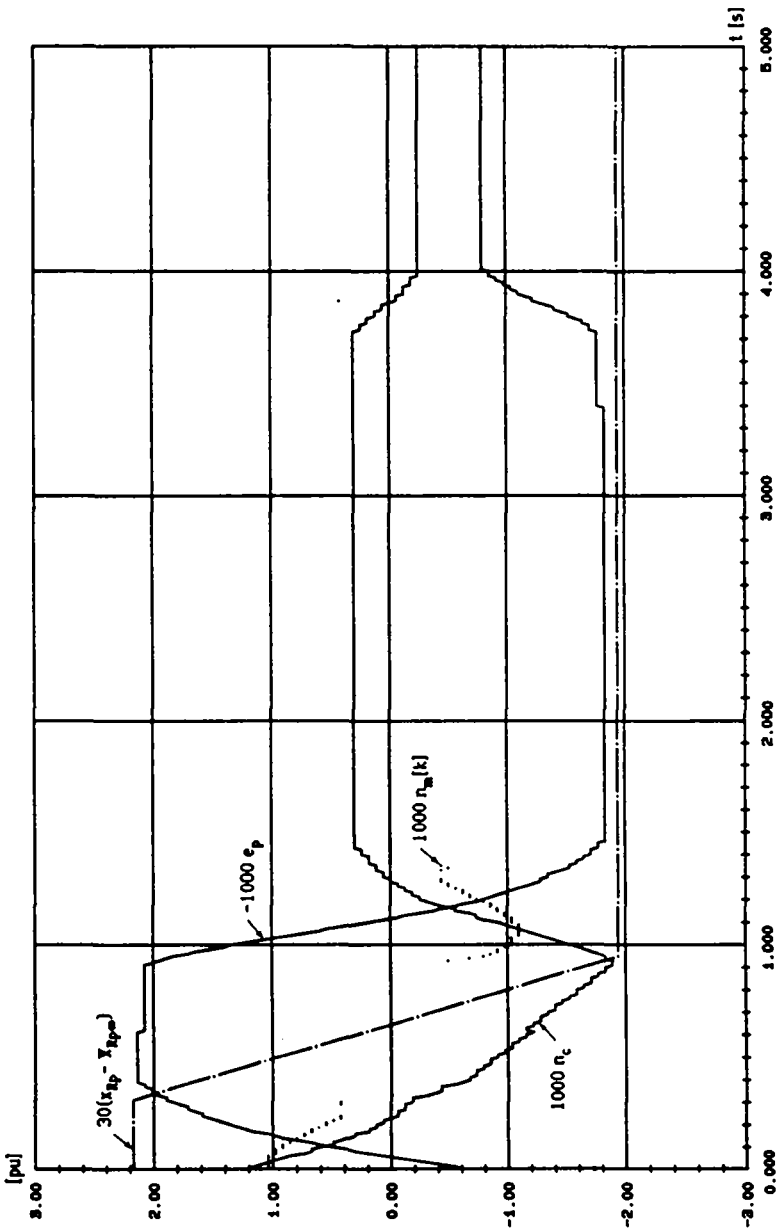


Figure 7.8 Simulation du réglage échantillonné quantifié avec zone morte et frottement; insensibilisation de x_{rp} : $ZM_{e1} = 0$; $ZM_{e2} = 32q_v$.

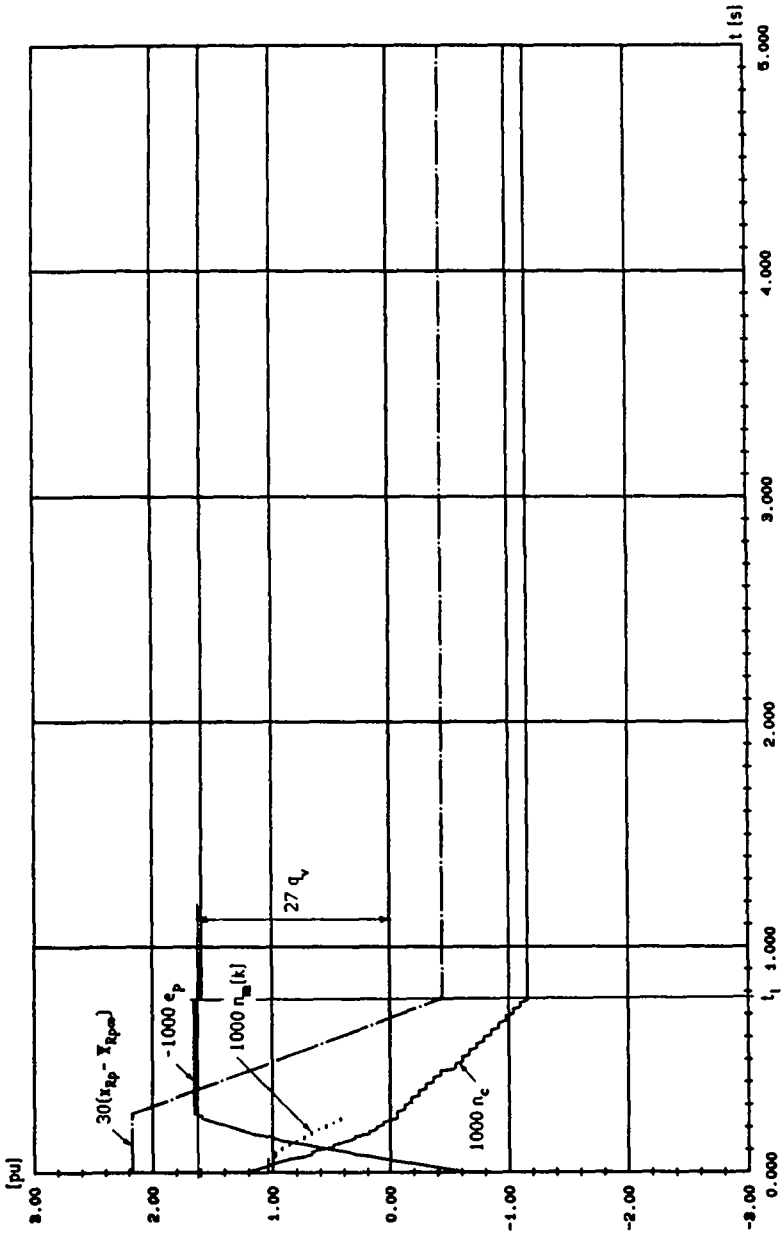


Figure 7.9 Simulation du réglage échantillonné quantifié avec zone morte sur la mesure de vitesse et frottement; insensibilisation de x_{Rp} et synchronisation de x_{Rp} : $ZM_{e2} = 28q_v$, $Y_H = 0$, $x_{RH} = 0$.

7.5.5 Commentaires

On a discuté dans cette section des méthodes pour la réduction des cycles limites dans les réglages digitaux, où l'on a vu que suivant l'origine de ces cycles limites, une ou plusieurs méthodes de réduction peuvent être utilisées. Dans ce contexte, si les cycles limites ont une origine dominante (voir § 7.4.5), il est judicieux de commencer à appliquer la méthode de réduction la mieux adaptée pour ces cycles limites.

En ce qui concerne l'introduction de zones mortes sur l'écart de réglage (voir § 7.5.4), on n'a pas traité explicitement le cas du régulateur de structure générale (peu utilisé en pratique) et celui du réglage en cascade avec régulateurs standard étant donné que ces structures de réglage n'ont pas été implantées dans le programme PRECREG (voir chapitre 4). Néanmoins, les considérations effectuées au § 7.5.4 peuvent facilement être adaptées à ces structures de réglage.

Dans le domaine des filtres numériques, pour certains filtres implantés en virgule fixe, la réduction des cycles limites (dus à la quantification des variables) peut se faire en jouant sur les caractéristiques de quantification (voir [14]). Dans ces cas, la quantification des produits, par troncature en complément à 1 plutôt que par arrondi, permet de réduire les cycles limites au prix d'une augmentation du bruit interne. Cette méthode pour la réduction des cycles limites n'a qu'un effet très limité dans le domaine des réglages digitaux. En effet, elle permettrait de réduire les cycles limites du régulateur (boucle ouverte) qui, comme on l'a dit à la section 7.1, sont généralement négligeables vis-à-vis des cycles limites du réglage (boucle fermée). Par ailleurs, il est bon de rappeler que dans les régulateurs classiques sans composante intégrale, les caractéristiques de quantification utilisées peuvent avoir une influence considérable sur les cycles limites du réglage. Ceci a été mis en évidence au § 6.3.4 (voir les cas c_{T1} et c_R de la figure 6.8).

En conclusion, on rappelle que l'élimination complète des cycles limites dans un réglage digital n'est pas toujours possible. Dans un grand nombre de cas, la réduction de ces cycles limites peut se faire par les méthodes proposées, qui sont simples et d'utilisation générale. Leur effet dans une application quelconque peut être vérifié très facilement à l'aide du programme de simulation digitale décrit au chapitre 4.

7.6 CONCLUSIONS

Dans ce chapitre, on a abordé le problème très vaste des cycles limites dans les réglages digitaux. Ces cycles limites sont un phénomène typique des systèmes non linéaires et on a vu qu'un réglage échantillonné quantifié peut comporter plusieurs non-linéarités (pas seulement dues à la quantification). Dans ce contexte, on a étudié les différentes origines possibles des cycles limites dans un réglage digital ainsi que les moyens de les réduire.

L'étude analytique des différents problèmes concernant ces cycles limites (existence, recherche, élimination) devient très vite impraticable. Ainsi, dans un cas général, le seul outil d'analyse efficace reste la simulation digitale.

CHAPITRE 8

DIRECTIVES

8.1 INTRODUCTION

Au chapitre 2, on a décrit de manière générale les différents paramètres intervenant dans la conception d'un réglage digital, leurs interactions de même que leur influence sur les performances du réglage digital. On a également indiqué la démarche à suivre pour effectuer la conception du réglage échantillonné quantifié. En particulier, les figures 2.8 et 2.9 représentent les étapes à suivre lors de la conception pour la minimisation des coûts respectivement pour l'optimisation des performances.

Ces notions seront complétées dans ce chapitre par une liste résumée de directives visant à diminuer les effets néfastes de la quantification et de non-linéarités sur le comportement du réglage échantillonné quantifié. Ces directives sont à considérer comme un complément aux figures 2.8 et 2.9 et facilitent ainsi, avec les considérations du § 2.2.2 et de la section 2.3 concernant l'étape de dimensionnement, la conception du réglage échantillonné quantifié. Dans ce contexte, on se limitera essentiellement à fournir des directives liées aux problèmes de la quantification et de non-linéarités inhérentes au système à régler. Ainsi, on ne fournira pas de directives générales concernant le choix du régulateur et son dimensionnement (choix de la période d'échantillonnage, choix des pôles ou d'un critère de dimensionnement), pour lequel on renvoie au § 2.2.2 et à la section 2.3.

Comme on l'a vu au chapitre 2 et dans les divers exemples traités, la conception d'un réglage digital est une tâche assez complexe à cause des nombreux paramètres étroitement liés entre eux qu'elle fait intervenir. En particulier, comme le montrent les figures 2.8 et 2.9, cette conception est généralement une opération itérative faisant largement appel à la simulation digitale et, dans une moindre mesure, à des programmes de dimensionnement.

Un certain nombre de directives peuvent être établies pour faciliter cette conception, mais l'expérience du concepteur joue un rôle très important. Il apparaît donc que la conception de réglages digitaux peut être une application possible pour l'intelligence artificielle et en particulier pour les systèmes experts. Dans ce contexte, on décrira de manière très générale la structure possible d'un système expert pour la conception de réglages digitaux.

8.2 LISTE RESUMEE DES DIRECTIVES

8.2.1 Généralités

Dans cette section, on fournira une liste de directives ayant pour but de faciliter la conception du réglage échantillonné quantifié effectuée selon les étapes indiquées aux figures 2.8 et 2.9. Comme on l'a déjà mentionné, on se limitera essentiellement à des directives liées aux problèmes de la quantification et de non-linéarités inhérentes au système à régler. Ces directives rassemblent essentiellement celles qui ont été établies dans les chapitres précédents. A ces dernières, on a rajouté quelques directives

supplémentaires. Toutes ces directives seront indiquées de manière résumée et, pour celles qui n'ont pas été discutées précédemment, une justification sera donnée. Pour faciliter leur utilisation, ces directives seront subdivisées en différents groupes, qui feront l'objet de paragraphes différents.

8.2.2 Directives diverses

Ci-après, on a regroupé quelques directives concernant, dans le contexte de la quantification, le choix du régulateur, le dimensionnement ainsi que l'équilibrage ou l'optimisation des coefficients

- Les régulateurs de structure générale ainsi que les régulateurs d'état avec observateur utilisant les formes canoniques de réglage ou d'observateur, sont très sensibles à la quantification des coefficients. L'utilisation de ces structures de réglage est à éviter si l'on ne peut pas assurer une précision assez élevée pour les coefficients (voir § 5.2.1 et section 5.3).
- Dans le cas des régulateurs d'état avec observateur, il est judicieux de ne pas imposer tous les pôles de l'observateur à l'origine dans le plan z . En effet, en ralentissant le comportement dynamique de l'observateur, on obtient une diminution de la grandeur des coefficients ainsi que de l'influence néfaste du bruit de quantification introduit par la mesure de la grandeur à régler (voir § 2.2.2.3).
- Dans le cas d'un régulateur d'état avec observateur implanté en virgule fixe, il peut être avantageux, si l'on dispose d'une faible précision pour les coefficients, de les équilibrer (voir section 5.3).
- Pour des implantations en virgule fixe, où l'on dispose d'une faible précision pour les coefficients, il peut être avantageux de les optimiser, surtout si le régulateur en comporte un grand nombre (voir section 5.4).

8.2.3 Directives concernant l'implantation du régulateur

Dans ce paragraphe, on a regroupé les directives qui concernent, dans un sens général, l'implantation du régulateur. En particulier, ces directives se réfèrent aux caractéristiques de quantification à utiliser, à la compatibilité entre la grandeur de consigne et la grandeur à régler, au choix et à l'utilisation des organes de mesure et de commande digitaux, au choix des formats ainsi qu'au choix de la précision des organes de mesure et de commande digitaux et de la précision de calcul.

Concernant les caractéristiques de quantification à utiliser, on peut énoncer la directive suivante :

- Dans le cas des régulateurs classiques sans composante intégrale, il faut prêter une attention particulière à la zone morte de l'algorithme. Pour éviter l'apparition d'erreurs statiques importantes ou de cycles limites, il est judicieux d'effectuer une quantification par arrondi de u , et, pour des implantations en virgule fixe, de chaque produit (voir §

6.3.4). La relation (6.47) peut être exploitée pour implanter l'arrondi dans le cas d'une arithmétique en virgule fixe.

A propos de la compatibilité entre la grandeur de consigne et la grandeur à régler, on peut énoncer la directive suivante :

- De manière générale, il faut assurer la compatibilité entre la grandeur de consigne et la grandeur à régler quantifiée. Cependant, une compatibilité parfaite (tenant compte d'une éventuelle zone morte de l'organe de mesure digital ainsi que de l'adaptation effectuée) est à éviter au niveau d'une grandeur de consigne interne dans le cas d'un réglage en cascade, lorsque l'organe de mesure digital mesurant la grandeur à régler interne correspondante, comporte une zone morte (voir § 1.5.3 et § 4.3.3.7). En effet, dans un tel cas, une compatibilité parfaite augmenterait l'influence néfaste de cette zone morte, car, lorsque la grandeur de consigne interne serait dans la zone morte, le régulateur superposé aurait tendance à l'augmenter (en valeur absolue) de manière à la faire sortir de cette zone morte. Ceci aurait comme conséquence une augmentation de l'amplitude des cycles limites.

Concernant le choix des organes de mesure et de commande digitaux ainsi que leur utilisation, on peut énoncer les directives suivantes :

- En général, pour des raisons de précision, il est préférable d'utiliser des organes de mesure digitaux plutôt que des organes de mesure analogiques suivis par des convertisseurs A/D (voir § 6.4.2.5). En effet, dans ce deuxième cas, la précision est limitée tant par le bruit entâchant le signal de mesure analogique que par les erreurs introduites par le convertisseur A/D (voir § 1.4.2).
- La directive précédente peut s'appliquer dans une moindre mesure au cas des organes de commande digitaux. En effet, très souvent, la grandeur physique de commande est une tension (par exemple, la grandeur de consigne d'un réglage analogique de courant dans le cas d'un réglage en cascade).
- Lors de l'utilisation de convertisseurs A/D et D/A, les gains des organes de mesure et de commande analogiques doivent être réglés de manière à utiliser au maximum les plages de conversion de ces convertisseurs. En effet, l'erreur de quantification relative ϵ_{qr} sur une grandeur mesurée ou sur la grandeur de commande est d'autant plus faible que cette grandeur est élevée (voir § 1.3.4).
- Pour des implantations en virgule fixe, il est préférable de réaliser l'adaptation au niveau des organes de mesure et de commande digitaux par décalage. En effet, l'adaptation par facteur multiplicatif introduit généralement une erreur de quantification supplémentaire. Les développements du § 4.2.4 montrent qu'une adaptation par décalage impose des contraintes au niveau des organes de mesure et de commande digitaux (D_{xN} et D_{yN} doivent être des multiples de deux). Lors de l'utilisation de convertisseurs A/D et D/A, ces contraintes peuvent être

respectées en agissant sur les gains des organes de mesure et de commande analogiques.

- Dans le cas particulier d'une mesure digitale de vitesse, il peut être intéressant, plutôt que d'effectuer une mesure par différence, d'observer la vitesse à partir de la position mesurée. Ceci peut être le cas pour des applications caractérisées par des périodes d'échantillonnage relativement grandes (voir § 6.4.2.5).

Concernant le choix des formats pour des applications en virgule fixe, on peut énoncer les directives suivantes :

- De manière générale, les formats des différentes variables sont à choisir de façon à éviter tout dépassement de capacité lors des calculs intermédiaires. Ceci peut se faire en estimant, par des simulations du réglage échantillonné, les domaines de variation des différentes variables pendant les phénomènes transitoires. Cependant, ces domaines de variation estimés sont d'autant moins valables que la quantification est grossière. Ainsi, il est conseillé d'effectuer également des simulations du réglage échantillonné quantifié et d'analyser le fichier de dépassement de capacité généré (voir § 4.3.5.1).
- On peut montrer que pour éviter des dépassements de capacité lors du calcul de la somme de n termes suivante

$$y = \sum_{i=1}^n x_i \quad (8.1)$$

où les termes x_i et l'accumulateur y sont représentés respectivement sur B_x et B_y bits en complément à 2, il faut choisir B_y , qui dépend de n , de manière à vérifier la relation

$$B_y = B_x + l + 1 \quad \text{pour } n = 2^l + 1, \dots, 2^{l+1} ; l = 0, 1, \dots \quad (8.2)$$

- Pour représenter sans erreur le résultat de la multiplication

$$y = x_1 x_2 \quad (8.3)$$

où x_1 , x_2 et y sont représentés respectivement sur B_1 , B_2 et B bits, il faut avoir $B = B_1 + B_2 - 1$ lorsque les trois nombres sont représentés en binaire en complément à 2, tandis qu'un bit supplémentaire est nécessaire lorsqu'un des opérandes est représenté en binaire pur.

- Pour augmenter la précision lors du calcul d'un produit scalaire, il peut être judicieux d'utiliser des formats différents pour chaque variable et chaque coefficient. Ceci entraîne cependant une augmentation du temps de calcul lorsqu'on ne dispose pas comme périphérique d'un multiplicateur câblé permettant d'effectuer un décalage du résultat.
- Dans le cas d'un régulateur d'état avec observateur d'état et de

perturbation, il peut être avantageux de recourir à la possibilité de calcul automatique des formats du programme PRECREG (voir § 4.4.6.4).

- Dans le cas des régulateurs classiques avec composante intégrale, le format de x_R (et donc la précision nécessaire pour son calcul) doit être choisie de manière à respecter la relation (6.32). Ceci permet d'éviter que la composante intégrale ne devienne inefficace pour des faibles valeurs de l'écart de réglage. Lorsque la relation (6.32) ne peut pas être vérifiée, il est judicieux d'utiliser les algorithmes de réglage modifiés selon les relations (6.34) à (6.36) (voir § 6.3.3).

Concernant le choix de la précision des organes de mesure et de commande digitaux ainsi que de la précision de calcul, on peut énoncer les directives suivantes :

- La précision de l'organe de mesure digital mesurant la grandeur à régler fixe la limite supérieure atteignable pour la précision du réglage digital et doit être déterminée de manière à ne pas dépasser l'amplitude maximale admissible pour les cycles limites sur la grandeur à régler (voir § 6.4.2). Dans ce contexte, il est bon de rappeler, d'une part le caractère complémentaire du dimensionnement et de l'utilisation d'une quantification plus fine pour la réduction des cycles limites (voir section 7.5) et d'autre part l'existence de limitations sur la précision maximale atteignable pour un organe de mesure digital (voir § 6.4.2.5). Enfin, dans le cas d'un organe de mesure analogique suivi d'un convertisseur A/D, on doit tenir compte également de l'erreur statique et dynamique de l'organe de mesure analogique [voir relation (6.57)].
- La précision de l'organe de commande digital peut être estimée, à partir de celle de l'organe de mesure digital mesurant la grandeur à régler, à l'aide des relations indicatives (6.51) ou (6.54), qui, suivant le système considéré, peuvent être plus ou moins bien vérifiées (voir § 6.4.3 et § 6.4.5). Des essais en simulation digitale sont à effectuer pour fixer de manière définitive la précision de l'organe de commande digital.
- Dans le cas des régulateurs classiques, des considérations sur les zones mortes permettent de déterminer des relations liant la précision de l'organe de commande digital à celle de l'organe de mesure digital.
Pour un régulateur PID, suivant le comportement désiré pour le réglage, on peut choisir q_u de manière à vérifier la relation (6.33) ou la relation suivante

$$K_{pid} q_e < q_u \leq 3 K_{pid} q_e \quad (8.4)$$

déoulant de la condition $ZM_{p1} = q_e \dots 2q_e$ (voir § 6.3.3).

Pour un régulateur PD2, on peut choisir q_u de manière à vérifier la relation suivante

$$K_{dd2} q_e < q_u \leq 3 K_{dd2} q_e \quad (8.5)$$

déoulant de la condition $ZM_{p_2} = q_e \dots 2q_e$ (voir § 6.3.4).

A noter que ces relations confirment la directive précédente en indiquant pour l'organe de commande digital une précision inférieure à celle de l'organe de mesure digital.

- Dans le cas des régulateurs d'état, les zones mortes de chaque produit rendent compte de la sensibilité du régulateur à la variation de chaque variable (voir § 6.3.5). Ces zones mortes permettent de mettre en relation la précision des différents organes de mesure digitaux à la précision de l'organe de commande digital et peuvent donc fournir des indications pour son choix.
- La précision de calcul est étroitement liée à la précision des organes de commande et de mesure digitaux (voir § 6.4.4 et § 6.4.5). Une estimation de la précision de calcul nécessaire peut être obtenue à l'aide de la relation (6.52) [équivalente à (6.55)]. Cette relation et la relation (6.51) montrent que la précision de calcul et celle des organes de mesure et de commande digitaux doivent être bien coordonnées. A titre d'exemple, si pour l'exemple d'application No 1, on se fixe $n_{OMD} = 17$, on obtient $n_{OCD} = 13$ et une mantisse de $\$F = 20$ bits. Ainsi, une précision de calcul de $\$F = 23$ bits est largement suffisante et une augmentation à $\$F = 30$ n'aurait pas d'influence, ce qui est confirmé par les résultats de la figure 6.13.

8.2.4 Directives concernant la réduction ou l'élimination des cycles limites

Ci-après, on va résumer brièvement les méthodes proposées pour la réduction ou l'élimination des cycles limites, qui ont été discutées en détail à la section 7.5, à laquelle on se référera pour plus d'informations.

Au tableau 8.1, on a indiqué, suivant l'origine dominante des cycles limites (voir section 7.4), l'efficacité des différentes méthodes pour les réduire.

On rappelle que souvent plusieurs méthodes peuvent être combinées. Dans ce contexte, si les cycles limites ont une origine dominante, il est judicieux de commencer à appliquer la méthode de réduction la mieux adaptée pour ces cycles limites (voir tableau 8.1).

Lors d'une modification du dimensionnement, il faut essayer, lorsque ceci est possible, de diminuer la grandeur des coefficients critiques sans devoir augmenter la période d'échantillonnage (voir § 7.5.3). Quant à l'influence de la période d'échantillonnage, des pôles ou du critère de dimensionnement sur la grandeur des coefficients, on renvoie à la section 2.3.

En ce qui concerne l'introduction de zones mortes sur l'écart de réglage, différentes possibilités existent selon le régulateur utilisé (voir § 7.5.4). A mentionner le cas du réglage d'état en cascade, où l'insensibilisation des régulateurs intégrateurs peut se faire de deux manières différentes.

On rappelle que l'élimination complète des cycles limites n'est pas toujours possible et que l'efficacité des méthodes proposées pour leur réduction peut être aisément vérifiée en simulation digitale.

origine dominante \ méthode	utilisation d'une quantification plus fine	modification du dimensionnement	introduction de zones mortes sur l'écart de réglage
quantification des variables	+	+	+
existence d'une zone morte dans un organe de mesure digital	-	0	+
existence d'une non-linéarité au niveau du système à régler	-	+	++

Tableau 8.1 Efficacité des différentes méthodes pour la réduction des cycles limites suivant l'origine dominante de ces derniers ; méthode à préférer (++), efficace (+), très peu efficace (-), n'ayant aucun effet (0).

8.2.5 Conclusion

Dans cette section, on a regroupé des directives visant à diminuer l'influence néfaste de la quantification et de non-linéarités inhérentes au système à régler. Cette liste de directives ne se veut pas exhaustive et peut être élargie, en particulier, en vue de réaliser un système expert pour la conception de réglages digitaux. Comme on le verra à la section suivante, pour une telle réalisation, il est également indispensable d'établir des directives générales concernant le choix du régulateur et son dimensionnement.

8.3 SYSTEME EXPERT POUR LA CONCEPTION DE REGLAGES DIGITAUX

8.3.1 Généralités

La réalisation d'un système expert pour la conception de réglages digitaux constitue une tâche de grande ampleur. Dans ce contexte, on se limitera à introduire le problème en décrivant de manière très générale une possible structure pour un tel système expert et en indiquant dans quelle mesure les études effectuées dans le présent travail peuvent être exploitées pour sa réalisation. Cette réalisation pourrait d'ailleurs constituer un sujet très intéressant pour un travail de thèse ultérieur.

8.3.2 Structure générale du système expert

A la figure 8.1, on a représenté une structure générale possible d'un système expert pour la conception de réglages digitaux. Cette structure met en évidence en plus des deux éléments principaux de tout système expert, à savoir la base de connaissances et le moteur d'inférence, une interface utilisateur et deux programmes auxiliaires.

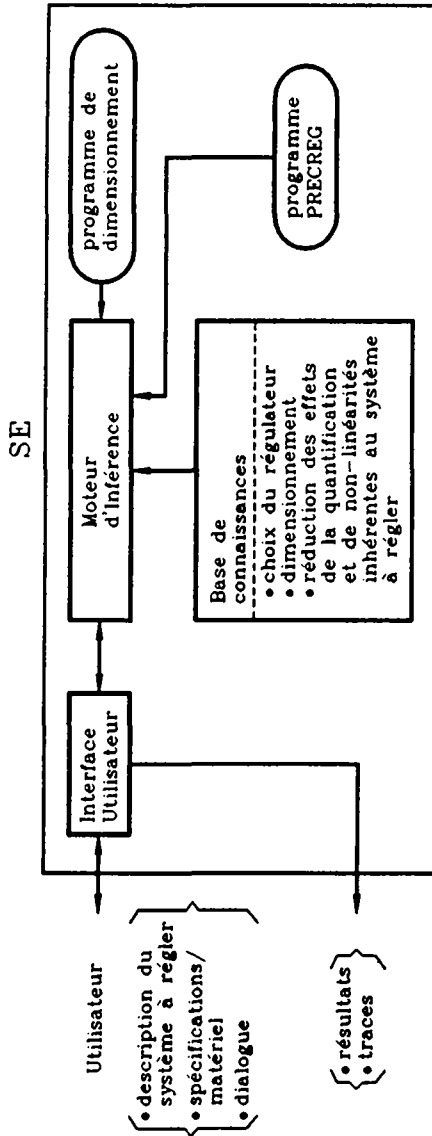


Figure 8.1 Structure générale d'un système expert pour la conception de réglages digitaux.

L'interface utilisateur assure le dialogue interactif avec l'utilisateur. Ce dernier doit introduire la description du système à régler ainsi que, suivant le but envisagé lors de la conception (voir figure 2.7), les performances désirées pour le réglage ou le matériel à disposition. De plus, tout au long de la conception, l'utilisateur doit répondre aux questions qui lui sont posées par le système expert pour pouvoir effectuer ses choix. Pour faciliter l'utilisation du système expert, l'interface utilisateur doit également supporter des périphériques d'entrée/sortie graphique (terminal graphique, plotter, imprimante,...). Ces derniers permettront de fournir à l'utilisateur toutes sortes de résultats (diagrammes, schéma-blocs, traces de raisonnement,...).

La base de connaissances est composée d'un ensemble non structuré de faits et d'un ensemble de règles, les règles d'inférence, qui permettent de déterminer de nouveaux faits. L'ensemble de ces connaissances structurées peut être subdivisé en trois groupes principaux, à savoir les faits et les règles concernant le choix du régulateur, concernant le dimensionnement et concernant la réduction des effets de la quantification et de non-linéarités inhérentes au système à régler.

Le problème du choix du régulateur n'a été abordé dans le présent travail que dans le contexte de la quantification (voir § 8.2.2). Ce problème doit être repris de manière plus globale afin d'aboutir à des règles générales. A titre d'exemple, des règles concernant le choix du régulateur sont données par :

- SI le système à régler possède un comportement oscillant mal amorti
ALORS l'utilisation de régulateurs standard est à éviter et il est préférable d'avoir recours à un régulateur d'état.
- SI l'on désire obtenir simultanément un bon comportement dynamique par rapport à la grandeur de consigne et par rapport à la grandeur de perturbation
ALORS l'utilisation de régulateurs standard est à éviter et il est préférable d'avoir recours à un régulateur d'état.

A propos du dimensionnement du régulateur (choix de la période d'échantillonnage, choix des pôles ou d'un critère de dimensionnement), un certain nombre de règles peuvent être déduites du § 2.2.2 et de la section 2.3. A titre d'exemple, des règles concernant le choix d'un critère de dimensionnement, dans le cas d'un régulateur standard, sont données par

- SI l'on désire optimiser le comportement du réglage par rapport à la grandeur de consigne (perturbation)
ALORS le critère méplat (symétrique) est un choix judicieux.
- SI le système à régler possède un comportement intégral et est soumis à une grandeur de perturbation
ALORS le critère méplat est un mauvais choix.

D'autres exemples sont donnés par les règles suivantes, concernant le choix

des pôles

- SI l'on désire augmenter la robustesse du réglage
ALORS la configuration optimale des pôles (voir § 2.2.2.3)
est un choix judicieux.
- SI un dépassement n'est absolument pas toléré
ALORS il faut imposer uniquement des pôles réels.

Quant à la réduction des effets de la quantification et de non-linéarités inhérentes au système à régler, un certain nombre de règles peuvent être facilement déduites des directives données à la section 8.2.

Le moteur d'inférence est un programme qui dirige la séquence des déductions qu'il est possible de réaliser à partir de la base de connaissances. De manière générale, on peut supposer de réaliser le système expert pour qu'il effectue la conception du réglage échantillonné quantifié selon les étapes indiquées aux figures 2.8 et 2.9, où il n'y aurait évidemment plus l'étape consistant à évaluer la qualité du réglage sur l'installation réelle et où il faudrait rajouter l'étape du choix du régulateur. Il apparaît donc que dans le cas du système expert considéré, certaines connaissances consistent dans une exploitation judicieuse de la simulation digitale. En effet, cette dernière est utilisée par l'expert, souvent de manière itérative, pour évaluer les performances du réglage échantillonné et du réglage échantillonné quantifié (voir section 2.4). Ceci explique pourquoi dans la structure du système expert représentée à la figure 8.1, on a fait intervenir le programme de simulation digitale PRECREG décrit au chapitre 4. Dans le même ordre d'idées, il est judicieux d'englober dans le système expert, un programme général de dimensionnement comme par exemple celui décrit dans [8]. A noter que c'est principalement l'intervention de ces deux programmes auxiliaires et en particulier, du programme de simulation digitale, qui différencie le système expert pour la conception de réglages digitaux d'un système expert classique.

8.3.3 Conclusions

Dans cette section, on a présenté une introduction au problème de la réalisation d'un système expert pour la conception de réglages digitaux. Un tel système expert aurait une très grande utilité tant pour l'enseignement que pour les praticiens confrontés avec des problèmes de réglage. Comme on l'a vu, les études effectuées dans le cadre du présent travail apportent une certaine contribution à la réalisation d'un tel système expert. Des travaux supplémentaires sont nécessaires pour aboutir à un système expert opérationnel. Premièrement, il s'agit d'établir des directives générales concernant le choix du régulateur ainsi que de compléter les directives fournies concernant le dimensionnement et la réduction des effets de la quantification et de non-linéarités inhérentes au système à régler. Ensuite, il faut traduire toutes ces directives en règles, en vue d'établir la base de connaissances. Enfin, il faut développer le moteur d'inférence (qui doit pouvoir exploiter le programme de simulation digitale et le programme de dimensionnement) et l'interface utilisateur.

CONCLUSION

Dans ce travail, on a analysé l'influence de la quantification et d'une certaine classe de non-linéarités sur la conception, la simulation et les performances des réglages digitaux. On a étudié les effets de la quantification des variables et des coefficients ainsi que l'origine des cycles limites et les moyens de les réduire. Des directives ont été établies pour effectuer la conception d'un réglage digital de manière à réduire l'influence néfaste de la quantification et de non-linéarités inhérentes au système à régler. L'ensemble de l'étude s'appuie essentiellement sur des exemples d'application réels et l'outil principal d'analyse utilisé est la simulation digitale.

Cette dernière constitue un point central de ce travail. En effet, l'étude analytique d'un grand nombre de problèmes concernant la quantification et l'existence de non-linéarités devient très vite impraticable et souvent, dans un cas général, le seul outil d'analyse efficace reste la simulation digitale. La validité du programme de simulation digitale à application générale réalisé a été prouvée en comparant, dans le cadre des exemples d'application réels, les performances du réglage échantillonné quantifié obtenues sur l'installation réelle et en simulation digitale. En particulier, on a montré l'efficacité de la méthode utilisée pour la simulation d'un système à régler soumis à une grandeur de perturbation non linéaire ainsi que la nécessité, dans le cas d'un réglage d'état en cascade, d'effectuer la simulation du système à régler à l'aide de son modèle d'état global.

En ce qui concerne le programme de simulation réalisé, différentes extensions peuvent être envisagées. En premier lieu, on pourrait implanter d'autres structures de réglage (réglage d'état avec observateur d'état, observateur réduit, réglage en cascade avec régulateurs standard, réglage en cascade avec plus de deux régulateurs en cascade, ...) ainsi que d'autres grandeurs de perturbation non linéaires (par exemple, jeu mécanique). Par ailleurs, la simulation d'opérations arithmétiques en virgule flottante a été implantée de manière simplifiée et peut être améliorée. Ensuite, on pourrait étendre le programme au cas des réglages multivariables. Pour finir, la réalisation de versions de ce programme fonctionnant sur ordinateur personnel permettrait d'élargir considérablement le potentiel des utilisateurs (étudiants, industries, ...).

L'étude des effets de la quantification des coefficients a permis de mettre en évidence la grande sensibilité de certaines structures de réglage à la quantification des coefficients. En particulier, on a montré que lorsqu'on ne dispose pas d'une grande précision pour représenter les coefficients, il faut éviter d'utiliser des régulateurs de structure générale ainsi que des régulateurs d'état avec observateur utilisant des formes canoniques de réglage ou d'observateur.

L'étude des effets de la quantification des variables a permis de montrer que dans un cas général, la simulation digitale reste le seul moyen permettant d'évaluer ces effets et de vérifier les performances du réglage échantillonné quantifié et en particulier, son comportement en régime établi. Ceci est particulièrement vrai en ce qui concerne le problème des cycles limites (existence, recherche, élimination). Dans ce contexte, on a montré qu'une grandeur de perturbation non linéaire (en particulier, un frottement)

peut conduire à l'apparition de cycles limites qu'il est possible de réduire par des moyens appropriés. A ce propos, il serait intéressant de continuer ces études en considérant d'autres grandeurs de perturbation non linéaires (jeu mécanique, ...).

Les études effectuées dans le présent travail ont bien mis en évidence que la conception d'un réglage digital fait largement appel à des connaissances heuristiques qu'on acquiert par expérience. Dans ce contexte, on a donné une introduction au problème de la réalisation d'un système expert pour la conception de réglages digitaux. Un tel système expert serait du plus grand intérêt tant du point de vue pédagogique que du point de vue industriel. On a montré dans quelle mesure les études effectuées dans le présent travail peuvent contribuer à la réalisation d'un tel système expert, qui serait l'aboutissement logique de la problématique étudiée. Cette réalisation pourrait d'ailleurs constituer un sujet très intéressant pour un travail de thèse ultérieur.

L'apport original de ce travail peut être résumé par les points suivants :

- étude des différents paramètres intervenant dans la conception d'un réglage digital, de leurs interactions et de leur influence sur les performances du réglage échantillonné quantifié (pour différentes structures de réglage).
- mise en évidence des deux buts différents (minimisation des coûts, optimisation des performances) lors de la conception d'un réglage digital et indication des étapes à suivre pour effectuer ces conceptions.
- description et réalisation d'un programme de simulation digitale à application générale pour simuler l'influence de la quantification et de non-linéarités inhérentes au système à régler.
- étude de l'influence de la période d'échantillonnage sur la précision nécessaire pour représenter les coefficients.
- étude de l'influence de l'équilibrage (par des méthodes utilisées en analyse numérique) des coefficients d'un régulateur d'état avec observateur.
- étude de la possibilité d'optimiser les coefficients d'un régulateur digital.
- mise en évidence des limitations de l'approche statistique pour l'étude du bruit de quantification dans les réglages digitaux.
- établissement de directives indicatives concernant le choix de la précision de calcul et des organes de mesure et de commande digitaux.
- étude de l'origine des cycles limites dans un réglage digital et des moyens pour les réduire.

- établissement de directives pour faciliter la conception d'un réglage digital selon les étapes indiquées.

Pour finir, on peut énoncer quelques prévisions en ce qui concerne les tendances futures au niveau de la recherche dans le domaine de la conception de réglages digitaux.

Comme on l'a dit, l'avènement de microprocesseurs de plus en plus performants travaillant en virgule flottante permettra de négliger les effets de la quantification des coefficients, mais ne réduira que de peu les problèmes introduits par la quantification des variables. Ainsi, l'amélioration des performances des réglages digitaux sera en grande partie liée à l'amélioration des organes de mesure et de commande digitaux.

Un autre axe de recherche consistera dans le développement de systèmes experts de plus en plus performants pour la conception de réglages digitaux.

Enfin, il n'est pas exclu que la disponibilité de puissances de calcul toujours plus grandes permette la mise au point de nouveaux algorithmes de réglage permettant de compenser, dans une certaine mesure, les erreurs introduites par la quantification.

ANNEXES

ANNEXE A1

Fichier de données pour la simulation de l'exemple d'application No 2

```
3.679e-1  0      0      0
1.054e-2  1      0      0
6.131e-3  1      0      0
6.738e-4  1.099e-1  0      1
6.321e-1
6.131e-3
2.202e-3
2.420e-4
0
-1.667e-2
-8.333e-3
-9.158e-4
1
2
3
2
4
v
0
0  0  1
0  0  1.585e1
0
7.647
1.501
0.1308
0  1
0  5.656e-1
0
1.905e-1
1.159e-2
5.2493
0.6868
```

ANNEXE A2

Fichier de données pour la simulation de l'exemple d'application No 2
(réglage d'état de structure optimale du sous-système externe)

8.232e-1	0
9.986e-2	1
1.768e-1	
1.003e-2	
0	
0	
0	1
0	5.656e-1
0	
1.905e-1	
1.159e-2	

ANNEXE A3

Fichier de définition d'organes de mesure et de commande digitaux
pour la simulation de l'exemple d'application No 2

n

n

y

16384

16

truncC2

6

18.14

n

0

y

16384

32

truncC2

0

18.14

n

0

y

16384

32

truncC2

0

18.14

n

0

n

819

12

18.14

y

16

3277

ANNEXE A4

Fichier de formats pour la simulation de l'exemple d'application No 2

1.0 1.0 8.8

1.0

8.8

18.14

8.8

8.8

18.14

18.14

1.0 8.8

1.0

8.8

18.14

8.8

8.8

8.8

18.14

18.14

ANNEXE A5

Fichier de données pour la simulation de l'exemple d'application No 1;
équations d'état sous forme naturelle (F.N)

1.00000000000000E+00	5.00000000000000E-02	5.107735225042381E-03	8.562705139132872E-05
0.00000000000000E+00	1.00000000000000E+00	2.013305648749196E-01	5.107735225042381E-03
0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	9.140349919713849E-01	4.855886614399416E-02
0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	-3.388465310618067E+00	9.140349919713849E-01
5.166399929487418E-04			
-2.057700045937649E-02			
-2.556842738467664E-03			
-1.007825523743275E-01			
4.696727208624926E-04			
1.870636405397863E-02			
-2.324402489516058E-03			
-9.162050215847953E-02			
1.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00
-7.954166853796013E-01	5.00000000000000E-02	5.107735225042381E-03	8.562705139132872E-05
-1.966302520420687E+01	1.00000000000000E+00	2.013305648749196E-01	5.107735225042381E-03
-1.099919860983575E+01	0.00000000000000E+00	9.140349919713849E-01	4.855886614399416E-02
1.240008514502447E+02	0.00000000000000E+00	-3.388465310618067E+00	9.140349919713849E-01
1.795416685379601E+00			
1.966302520420687E+01			
1.099919860983575E+01			
-1.240008514502447E+02			
-8.271878057789900E+01	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00
8.271878057789900E+01			
3.310826320937122E+01	1.541657484439947E+01	-2.036673380538844E+00	-2.530485642920723E+00
9.501636369727456E+00			
9.090909090909091E-01			
1.404875952248744E+00			

ANNEXE A6

Fichier de données pour la simulation de l'exemple d'application No 1;
équations d'état sous la forme canonique de réglage (F.C.R)

0.00000000000000E+00	1.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00
0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	1.00000000000001E+00	0.00000000000000E+00
0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	1.00000000000000E+00
-9.99999999999991E-01	3.828069983942770E+00	-5.656139967885539E+00	3.828069983942769E+00
0.00000000000000E+00			
0.00000000000000E+00			
0.00000000000000E+00			
1.00000000000000E+00			
0.00000000000000E+00			
0.00000000000000E+00			
0.00000000000000E+00			
9.090909090909132E-01			
5.166399929487419E-04	-4.539334221055880E-04	-4.539334221055873E-04	5.166399929487418E-04
-1.686983722253862E+01	1.582228059249556E+01	1.482228059249554E+01	-1.686983722253861E+01
-1.713423894906872E+01	1.505459087077931E+01	1.605459087077929E+01	-1.713423894906872E+01
-1.596955049033849E+01	1.403126510240282E+01	1.403126510240279E+01	-1.496955049033848E+01
-1.501143543602310E+01	1.613888394122868E+01	6.654673989400349E+00	-1.018336545208032E+01
3.265298361099262E+04			
3.316475530915525E+04			
3.091040319815677E+04			
2.712030742345808E+04			
-4.273583021449427E-02	3.754881914012694E-02	3.754881914012688E-02	-4.273583021449426E-02
8.271878057789900E+01			
-5.499452207807117E-01	1.657867708292110E+00	-1.698340509816637E+00	5.945702336101032E-01
9.501636369727456E+00			
9.090909090909091E-01			
1.404875952248744E+00			

ANNEXE A7

Fichier de données pour la simulation de l'exemple d'application No 1;
équations d'état sous la forme canonique d'observateur (F.C.O)

0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	-1.00000000000000E+00
1.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	3.828069983942770E+00
0.00000000000000E+00	1.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	-5.656139967885539E+00
0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	1.00000000000000E+00	3.828069983942770E+00
5.166399929487419E-04			
-4.539334221055880E-04			
-4.539334221055873E-04			
5.166399929487418E-04			
4.696727208624927E-04			
-4.126667473687164E-04			
-4.126667473687158E-04			
4.696727208624926E-04			
0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	1.00000000000000E+00
0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	-1.209357533643486E-01
1.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	5.898759529461055E-01
0.00000000000000E+00	1.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	-1.607290358410810E+00
0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	1.00000000000000E+00	2.032653298563169E+00
-8.790642466356515E-01			
3.238194030996663E+00			
-4.048849609474729E+00			
1.795416685379601E+00			
0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	-8.271878057789900E+01
8.271878057789900E+01			
-4.357834947590574E+03	-5.154477902259481E+03	-4.756577891538289E+03	-3.199437607450093E+03
9.501636369727456E+00			
9.090909090909091E-01			
1.404875952248744E+00			

ANNEXE A8

Fichier de définition d'organes de mesure et de commande digitaux
pour la simulation de l'exemple d'application No 1; arithmétique
en virgule flottante et en virgule fixe

virgule flottante

y

3980

13

rounding

0

0.000251256281

400

13

rounding

400

virgule fixe

y

3980

13

rounding

0

1.15

y

8

400

13

5.11

y

8

50

ANNEXE A9

Fichier de données pour la simulation de l'exemple d'application No 1;
balancement de E_{bb} (B.F)

1.00000000000000E+00	1.60000000000000E+00	1.634475272013562E-01	2.192052515618015E-02
0.00000000000000E+00	1.00000000000000E+00	2.013305648749196E-01	4.086188180033905E-02
0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	9.140349919713849E-01	3.884709291519533E-01
0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	-4.235581638272584E-01	9.140349919713849E-01
3.306495954871947E-02			
4.115400091875298E-02			
-5.113685476935328E-03			
-2.519563809358188E-02			
1.202362165407981E-01			
1.496509124318290E-01			
-1.859521991612846E-02			
-9.162050215847953E-02			
1.56250000000000E-02	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00
-7.954166853796013E-01	1.60000000000000E+00	1.634475272013562E-01	2.192052515618015E-02
-6.144695376314647E-01	1.00000000000000E+00	2.013305648749196E-01	4.086188180033905E-02
-3.437249565573672E-01	0.00000000000000E+00	9.140349919713849E-01	3.884709291519533E-01
4.843783259775184E-01	0.00000000000000E+00	-4.235581638272584E-01	9.140349919713849E-01
1.149066678642945E+02			
3.932605040841374E+01			
2.199839721967150E+01			
-3.100021286256117E+01			
-3.231202366324180E-01	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00
2.067969514447475E+01			
5.173166126464253E-01	7.708337422199735E+00	-1.018336690269422E+00	-1.012194257168289E+01
9.501636369727456E+00			
3.6363636363636E+00			
1.404875952248744E+00			

ANNEXE A10

Fichier de données pour la simulation de l'exemple d'application No 1;
balancement global (B.G)

1.00000000000000E+00	4.00000000000000E-01	8.172376360067810E-02	5.480131289045038E-03
0.00000000000000E+00	1.00000000000000E+00	4.026611297498392E-01	4.086188180033905E-02
0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	9.140349919713849E-01	1.942354645759766E-01
0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	-8.471163276545167E-01	9.140349919713849E-01
4.133119943589934E-03			
2.057700045937649E-02			
-1.278421369233832E-03			
-1.259781904679094E-02			
3.005905413519953E-02			
1.496509124318290E-01			
-9.297609958064232E-03			
-9.162050215847953E-02			
1.25000000000000E-01	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00
-7.954166853796013E-01	4.00000000000000E-01	8.172376360067810E-02	5.480131289045038E-03
-2.457878150525859E+00	1.00000000000000E+00	4.026611297498392E-01	4.086188180033905E-02
-6.874499131147344E-01	0.00000000000000E+00	9.140349919713849E-01	1.942354645759766E-01
1.937513303910073E+00	0.00000000000000E+00	-8.471163276545167E-01	9.140349919713849E-01
1.436333348303681E+01			
1.966302520420687E+01			
5.499599304917875E+00			
-1.550010643128059E+01			
-1.292480946529672E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00
1.033984757223738E+01			
4.138532901171402E+00	1.541667484439947E+01	-4.073346761077688E+00	-2.024388514336578E+01
9.501636369727456E+00			
7.272727272727273E+00			
1.404875952248744E+00			

ANNEXE A11

Fichier de formats indispensables pour la simulation de l'exemple
d'application No 1

forme naturelle (F.N)

1.15
1.15
1.15
1.15
4.12
5.11
16
16
16
16

balancement de E_{bb} (B.F)

7.9
2.14
1.15
1.15
1.15
5.11
16
16
16
16

balancement global (B.G)

4.12
2.14
1.15
1.15
1.15
5.11
16
16
16
16

ANNEXE A12

Données pour la simulation digitale de l'exemple d'application No 3b

modèle d'état du système échantillonné

$F_s (T_e/T_1=0,25) :$

1,000000000000000E+00	0,000000000000000E+00	0,000000000000000E+00
2,211992169285951E-01	7,788007830714049E-01	0,000000000000000E+00
4,892909356982370E-02	3,445402467175429E-01	6,065306597126334E-01

$E_s (T_e/T_1=0,1) :$

1,000000000000000E+00	0,000000000000000E+00	0,000000000000000E+00
9,516258196404043E-02	9,048374180359596E-01	0,000000000000000E+00
9,055917006062716E-03	1,722133299159554E-01	8,187307530779819E-01

$h_s (T_e/T_1=0,25) :$

1,000000000000000E+00	1,000000000000000E+00
2,211992169285951E-01	9,516258196404043E-02
4,892909356982370E-02	9,055917006062716E-03

$h_s (T_e/T_1=0,1) :$

$h_{sv} :$

0,000000000000000E+00
 0,000000000000000E+00
 0,000000000000000E+00

$c_s^T :$

0,000000000000000E+00 0,000000000000000E+00 1,000000000000000E+00

coefficients du regulateur

	K_p	K_d	K_{d2}
$T_e/T_1=0,25$	0,52156862	2,6403398	2,8307148
$T_e/T_1=0,1$	0,50207295	7,0415668	21,5619550

formats des coefficients

	K_{pd2}	K_{dd2}	K_{d2}
$T_e/T_1=0,25$	4.12	5.11	3.13
$T_e/T_1=0,1$	6.10	7.9	6.10

définition des organes de commande et de mesure digitaux

. D_{zN}	=	1024
. n_z	=	12
. carQUA	=	ROUNDING
. zM	=	0
. format de x_m	=	6.10
. adaptation sans facteur		
. s_x	=	0
		$u_1^*=6.6 \quad u_1^*=6.9$
. D_{uN}	=	64 512
. n_u	=	12 15
. format de u_i	=	6.6 6.9
. adaptation sans facteur		
. s_u	=	0 0

ANNEXE A13

Données pour la simulation digitale de l'exemple d'application No 3a

modèle d'état du système échantillonné

$F_s (T_e/T_1=0,25) :$	
7,788007830714049E-01	0,000000000000000E+00
3,445402467175429E-01	6,065306597126334E-01
$F_s (T_e/T_1=0,1) :$	
9,048374180359596E-01	0,000000000000000E+00
1,722133299159554E-01	8,187307530779819E-01
$h_s (T_e/T_1=0,25) :$	
2,211992169285951E-01	9,516258196404043E-02
4,892909356982369E-02	9,055917006062716E-03
$h_{sv} :$	
0,000000000000000E+00	
0,000000000000000E+00	
$c_s^T :$	
0,000000000000000E+00	1,000000000000000E+00

coefficients du regulateur

	K_p	K_I	K_d
$T_e/T_1=0,25$	2,6403398	0,52156862	2,8307148
$T_e/T_1=0,1$	7,0415668	0,50207295	21,561955

formats des coefficients

	K_I''	K_{pid}''	K_d''	K_{cor}''
$T_e/T_1=0,25$	1.15	4.12	3.13	1.15
$T_e/T_1=0,1$	1.15	6.10	6.10	1.15

définition des organes de commande et de mesure digitaux

. D_{zN}	=	1024		
. n_z	=	12		
. carQUA	=	ROUNDING		
. zM	=	0		
. format de x_m	=	6.10		
. adaptation sans facteur				
. s_z	=	0		
		$u_1''=6.2$	$u_1''=6.6$	$u_1''=6.9$
. D_{uN}	=	4	64	512
. n_u	=	8	12	15
. format de u_i	=	6.2	6.6	6.9
. adaptation sans facteur				
. s_u	=	0	0	0

BIBLIOGRAPHIE

- [1] H. Bühler "Réglages échantillonnés", Volume 1, "Traitement par la transformée en z", Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1982.
- [2] H. Bühler "Réglages échantillonnés", Volume 2, "Traitement dans l'espace d'état", Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1983.
- [3] H. Bühler "Cours d'Electronique industrielle", Volumes 1 et 2, EPFL, 1985/86.
- [4] DEC "VAX-11 PASCAL, Language Reference Manual", October 1982.
- [5] J.-P. Favre "Correction de la composante intégrale de régulateurs digitaux en cas de limitation", Bulletin-ASSPA, Vol-04, 1984.
- [6] J.-F. Spring "Réglage d'état digital d'une machine à courant continu", Travail de diplôme, LEI-DE-EPFL, 1985.
- [7] H. Bühler "Electronique de réglage et de commande", Traité d'Electricité, Vol. XVI, Ed. Georgi, St-Saphorin, 1979.
- [8] M. Corrévon
R. Zoia "Librairie LIBSUB. Concerne l'ensemble des sous-programmes utiles pour le traitement des algorithmes de réglage dans l'espace d'état. Version II", Rapport interne 84/03, EPFL-LEI, 1984.
- [9] P. Feller "Réglages analogiques modernes appliqués à la machine à courant continu et à la machine asynchrone", Thèse de Doctorat, EPFL, 1984.
- [10] P.-J. Riedo "Réglages d'état digitaux appliqués à la machine à courant continu et à la machine synchrone", Thèse de Doctorat, EPFL, 1985.
- [11] J.-D. Nicoud "Calculatrices", Traité d'Electricité, Vol. XIV, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1983.
- [12] National
Semiconductor "NS16081-6 Floating-Point Unit", documentation du fabricant.
- [13] R. Best "Théorie systématique des convertisseurs A/D. Comportement statique et dynamique", Journées d'Electronique 1973, Session A3, EPFL-LEG.

- [14] R. Boite
H. Leich "Les filtres numériques", Collection technique et scientifique du CNET-ENST, 2ème édition, MASSON, Paris, 1982.
- [15] P. Katz "Digital Control using Microprocessors", Prentice Hall International, London, 1981.
- [16] F. de Coulon "Théorie et traitement des signaux", Traité d'Electricité, Vol. VI, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1984.
- [17] J.J. Dongarra
J.R. Bunch
C.B. Moler
G.W. Stewart "LINPACK User's Guide", Philadelphia, PA:SIAM, 1979.
- [18] D. Joos "Reduzierung numerischer Probleme bei linearen dynamischen Systemen durch Balancieren", Regelungstechnik 1983, p. 269-271.
- [19] E.E. Osborne "On Pre-Conditioning of Matrices", J. Assoc. Comp. Mach., 7(1960), p. 338-345.
- [20] G. Grübel "Die regelungstechnische Programmbibliothek RASP", Regelungstechnik 1983, p. 75-81.
- [21] I. Shenberg "The Design and Implementation of Digital Compensation Networks", IEEE Israel Tenth Conference, Tel-Aviv, 1977.
- [22] H. Bühler "Minimierung der Norm des Rückführvektors bei der Polvorgabe", Automatisierungstechnik, 34. Jahrgang, Heft 4/1986.
- [23] H. Bühler "Conception de systèmes automatiques", Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1988.
- [24] J. Claret "Simulation digitale en temps réel et réglage d'une grue à portique", Travail de diplôme, LEI-DE-EPFL, 1986.
- [25] National Semiconductor "DB32016 Development Board User's Manual", 1984.
- [26] K.J. Åström
B. Wittenmark "Computer Controlled Systems", Prentice-Hall, New Jersey, 1984.
- [27] R. Isermann "Digital Control Systems", Springer, Berlin, 1981.

- [28] P. Gruber "Limit-cycles in nonlinear sampled data control systems", 7th IFAC World Congress, Session 42, Helsinki, June 1978, Pergamon Press, Oxford.
- [29] M.A. Mansour "Hybrid computational method for limit cycles in nonlinear sampled-data and pulse-width modulated control systems", 6th International Hybrid Computation Meeting, Munich, 1970.
- [30] K. Scheel "Der Einfluss der Rundungsfehlers beim Einsatz des Prozessrechners I und II", Regelungstechnik, 1971, p. 326, 329-331 et 389-392.
- [31] NAG "Manuel NAG FORTRAN LIBRARY", partie H-Operations Research.
- [32] P. Vidal "Systèmes échantillonnés non linéaires", Gordon & Breach, Paris, 1968.
- [33] P. Gruber "The determination of limit-cycles in nonlinear sampled data systems", JACC 76.
- [34] H. Schütze "Entwurf eines grenzyykelfrei arbeitenden Mikroprozessor-reglers mit kurzer Wortlänge", Regelungstechnik 28. Jahrgang 1980, Heft 5, p. 157-163.
- [35] U. Benz "Observateur d'accélération et de vitesse. Etude de l'influence de la quantification de la mesure de position sur les grandeurs observées et la précision statique", Rapport interne 86/05/B, EPFL-LEI, 1986.
- [36] G. Siffling
R. Sommer "Untersuchung von DDC-Regelkreisen mit Quantisierungskennlinien", Regelungstechnik 1979, p. 70-75.

LISTE DES SYMBOLES UTILISES

a	nombre de bits avant la virgule d'un nombre réel représenté en virgule fixe
a	paramètre pour la définition de la fonction non linéaire $f_1(x_{s1})$
a	coefficient
a_1	coefficient du dénominateur de la fonction de transfert discrète
A_c	facteur d'adaptation (OCDA)
A_{c1}	amplitude maximale, en valeur absolue, des cycles limites
A_m	facteur d'adaptation (OMDA)
\underline{A}	matrice de système d'un système continu
b	nombre de bits après la virgule d'un nombre réel représenté en virgule fixe
b	paramètre pour la définition de la fonction non linéaire $f_1(x_{s1})$
b_1	coefficient du numérateur de la fonction de transfert discrète
B	nombre de bits (avec bit de signe) pour la représentation d'un nombre entier
Biais	biais de l'exposant d'un nombre réel représenté en virgule flottante
\underline{b}_u	vecteur d'entrée d'un système continu monovarié
\underline{b}_v	vecteur d'entrée de la grandeur de perturbation d'un système continu monovarié
c	coefficient
C	contour d'intégration
carQUA	caractéristique de quantification
consigne	fichier d'entrée de valeurs pour la grandeur de consigne (programme PRECREG)
cycle	fichier de sortie de cycles limites (programme PRECREG)
\underline{c}^T	vecteur ligne de sortie d'un système monovarié
\underline{c}^T	vecteur ligne de sortie élargi pour le balancement
D_{un}	nombre de bits de \tilde{u}_1 correspondant à $u_{1c} = 1$ (OCD)
D_{zn}	nombre de bits de \tilde{x}_m correspondant à $x = 1$ (OMD)
D(s)	fonction de transfert continue
D(z)	fonction de transfert discrète
$D_1(z)$	fonction de transfert liant la source de bruit i à la sortie du régulateur
defOMCDA	fichier d'entrée de définition d'organes de mesure et de commande digitaux (programme PRECREG)
DEP	flag indiquant un dépassement de capacité lors de la simulation d'une opération arithmétique en virgule fixe
depas	fichier de sortie de signalisation en cas de dépassement de capacité (programme PRECREG)
donne	fichier d'entrée de données (programme PRECREG)
e	nombre de bits attribués à l'exposant E
e	écart de réglage

e(k)	écart de réglage à l'instant k
E	exposant d'un nombre réel représenté en virgule flottante
élément	nombre entier, nombre réel, format, OMDA ou OCDA
ensemble	suite, matrice, vecteur ligne, vecteur ou élément
f	fonction
f _{cl}	fréquence des cycles limites
F	force
fixedP	flag indiquant si les calculs en précision limitée sont exécutés en virgule fixe (programme PRECREG)
formatIN	fichier d'entrée de formats (programme PRECREG)
formatOUT	fichier de sortie de formats (programme PRECREG)
\underline{E}	matrice de système d'un système échantillonné
\underline{E}_b	matrice de système de l'observateur
\underline{E}_{bb}	matrice de système de l'observateur élargie pour le balancement
\underline{E}_{bg}	matrice de système de l'observateur global
\underline{E}_g	matrice de système du système global fermé
g	constante de gravitation universelle
G(s)	fonction de transfert continue
G(z,ε)	fonction de transfert échantillonnée
h	réponse indicielle
\underline{h}_b	vecteur d'entrée élargi pour le balancement
\underline{h}_{sor}	vecteur de contre-réaction élargi pour le balancement
\underline{h}_u	vecteur d'entrée d'un système échantillonné monovariable
\underline{h}_v	vecteur d'entrée de la grandeur de perturbation d'un système échantillonné monovariable
\underline{h}_{vs}^T	vecteur ligne liant $\underline{x}_b[k]$ à $v_b[k+1]$
i	indice de sommation
i	courant relatif
I	courant
I*	composante intégrale (régulateur PID) intervenant de manière indirecte (variation de x_R)
I _{per}	composante de \underline{x}_{s2} constituant v_1 (réglage d'état en cascade)
i _s	vecteur d'indices pour la simulation du réglage d'état en cascade
j	indice de produit
\underline{J}	matrice de Jacobi
k	indice de produit ou de sommation
k	indice d'un instant d'échantillonnage
k	coefficient
k _{cor}	coefficient de correction de la grandeur d'état du régulateur intégrateur
k _R	coefficient de contre-réaction d'état du régulateur intégrateur
k _v	coefficient d'intervention directe de la grandeur de perturbation
k _w	coefficient d'intervention directe de la grandeur de consigne
K	constante pour la force de commande (grue à portique)
K	facteur de transfert

K	période (exprimée en nombre de périodes d'échantillonnage) d'une grandeur de consigne ou de perturbation
K(A)	fonction de transfert généralisée d'une non-linéarité
k_b	vecteur de contre-réaction de l'observateur
k_{b0}	vecteur de contre-réaction globale de l'observateur
k^T	vecteur ligne de la contre-réaction d'état
k^T	vecteur ligne de la contre-réaction d'état élargi pour le balancement
K_{cor}	coefficient de correction de la composante intégrale
K_d	coefficient de dérivée
K_{d2}	coefficient de dérivée double
K_i	coefficient d'intégrale
K_p	coefficient de proportionnalité
l	indice de produit ou de sommation
l	longueur du pendule (grue à portique)
l	longueur de mot pour les coefficients représentés en virgule fixe
l_b	coefficient de contre-réaction pour l'observateur de perturbation
limitCOM	pseudo-instruction pour la limitation de la grandeur de commande
L_I	limite inférieure pour la limitation de la grandeur de commande
L_S	limite supérieure pour la limitation de la grandeur de commande
m	indice de sommation
m	nombre de valeurs de la suite de valeurs à imposer pour la grandeur de consigne ou de perturbation
m	rapport entre les périodes d'échantillonnage des réglages d'état des sous-systèmes externe et interne dans le cas d'un réglage d'état en cascade
m	pois
m	nombre de bits attribués à la mantisse M
m	nombre de bits (sans bit de signe) pour la représentation d'un nombre entier
m_e	couple électromagnétique relatif
m_r	couple résistant relatif
m_{x1}	valeur moyenne de x_1
m_ϵ	valeur moyenne de ϵ_q
$m_\epsilon[k]$	valeur moyenne des $\epsilon[i]$ ($i = 0$ à k)
$m_{\epsilon1}$	valeur moyenne de ϵ_{q1}
$m_{\epsilon u}$	valeur moyenne du bruit à la sortie du régulateur dû au bruit blanc ϵ_{q1}
$m_{\epsilon u}$	valeur moyenne du bruit à la sortie du régulateur dû à l'ensemble des sources de bruit présentes
M	ordre d'un cycle limite
M	mantisse d'un nombre réel représenté en virgule flottante
maxD	borne supérieure (en nombre de bits) de dépassement de capacité lors de la conversion de x en \tilde{x}_m (OMDA)
minD	borne inférieure (en nombre de bits) de dépassement de capacité lors de la conversion de x en \tilde{x}_m (OMDA)

n	vitesse relative
n	ordre du système
n	nombre entier
n	nombre de bits (avec bit de signe) pour la représentation d'un nombre binaire en complément à 2
n°	valeur particulière pour n
n_c	nombre de paires de pôles complexes conjugués
n_i	intégrale de la vitesse relative n
n_r	nombre de pôles réels
n_s	dimension du vecteur d'état d'un système
n_u	nombre de bits de \tilde{u}_i (OCD)
n_x	nombre de bits de \tilde{x}_m (OMD)
n_M	nombre de bits de la mantisse d'un nombre représenté en virgule flottante
N	nombre de sources de bruit présentes dans le régulateur
N	état ($x_{s1} < 0$) d'un système soumis à une grandeur de perturbation non linéaire
N_{com}	nombre de bits pour le calcul de u_+ (calcul automatique des formats)
N_{int}	nombre de bits pour le calcul de x_{R+} (calcul automatique des formats)
N_{obl}	nombre de bits pour le calcul de x_{b+} (calcul automatique des formats)
N_{ob2}	nombre de bits pour le calcul de v_{b+} (calcul automatique des formats)
p	position angulaire relative
p	nombre de passes d'optimisation
p_i	pôle de la fonction de transfert normale
p_i^+	pôle p_i déplacé
p_i^-	pôle p_i déplacé
P	puissance
P	polynôme caractéristique
P	état ($x_{s1} > 0$) d'un système soumis à une grandeur de perturbation non linéaire
P'	composante proportionnelle (régulateur PID) due à un coefficient $K'_p \neq K_p$
$p_e(\epsilon_q)$	densité de probabilité continue du bruit de quantification ϵ_q
$P(\epsilon_q = \epsilon_{q1})$	probabilité que $\epsilon_q = \epsilon_{q1}$: cas d'une densité de probabilité discrète pour ϵ_q
perturb	fichier d'entrée de valeurs pour la grandeur de perturbation (programme PRECREG)
plotter	fichier de sortie plotter (programme PRECREG)
q	pas de quantification
q_L	pas de quantification d'une variable quantifiée x à quantifier
q_0	pas de quantification minimum dans le cas d'une représentation en virgule flottante
R	résistance

R	régulateur
R	module de la variation d'un pôle
result	fichier de sortie de resultats (programme PRECREG)
s	position
s_u	nombre de bits de décalage à gauche (OCDA)
s_x	nombre de bits de décalage à gauche (OMDA)
S	système à régler
S	valeur du bit de signe pour un nombre réel représenté en virgule flottante
S	module de \vec{S}
S	somme normalisée des carrés de coefficients
S_y	somme des valeurs absolues des différences entre les valeurs des grandeurs de sortie mesurées du RE et du REQ
S	fonction objectif pour l'optimisation des coefficients
simOCDA	pseudo-instruction pour la simulation d'un OCDA
simOMDA	pseudo-instruction pour la simulation d'un OMDA
simSYS	pseudo-instruction pour la simulation du système à régler
\underline{S}	inverse de la matrice de transformation \underline{I}
\vec{S}	sensibilité globale des pôles à la variation des coefficients
S_j^1	sensibilité d'un pôle ou d'un zéro à la variation d'un coefficient
\underline{S}_1	matrice pour le balancement partiel
\underline{S}_2	matrice pour le balancement global
\vec{S}	force de tension d'un câble
t	temps
t_c	temps de calcul
t_{max}	durée de la simulation digitale
T	constante de temps dominante
T	période d'un cycle limite
T_{bal}	période de balancement de la charge (grue à portique)
T_e	période d'échantillonnage
T_e	constante de temps équivalente
T_e	période d'échantillonnage correspondant au maximum de la fonction $ \Delta z _{max}$
T_i	constante de temps d'intégration
T_m	constante de temps mécanique
T_p	petite constante de temps
T_{pos}	constante de temps de position
T_r	temps de retard sur la sortie de la grandeur de commande
\underline{I}	matrice de transformation
\vec{I}	sous-matrice de transformation
u	grandeur de commande
u[k]	grandeur de commande à l'instant k
$\vec{u}[k]$	grandeur de sortie d'un régulateur calculée sans tenir compte de la quantification
u_{cm}	tension de commande

u_1	grandeur de commande limitée
\tilde{u}_1	grandeur de commande limitée après adaptation (OCDA)
u_{1c}	grandeur de commande limitée analogique
u_{1MAX}	borne supérieure de dépassement de capacité lors de l'adaptation de u_1 dans \tilde{u}_1 (OCDA)
u_{1MIN}	borne inférieure de dépassement de capacité lors de l'adaptation de u_1 dans \tilde{u}_1 (OCDA)
U	tension
v	grandeur de perturbation
v_b	grandeur de perturbation observée
V	amplitude d'un saut indiciel de la grandeur de perturbation
V_0	amplitude maximale d'une grandeur de perturbation sinusoïdale
V_0	paramètre pour la définition des fonctions non linéaires $f_1(x_{s1})$, $f_2(x_{s1})$ et $f_3(x_{s1})$
V_0^+	valeur de $v = f_{NL}(x_{s1})$ pour $x_{s1} = 0^+$
V_0^-	valeur de $v = f_{NL}(x_{s1})$ pour $x_{s1} = 0^-$
V_1	paramètre pour la définition des fonctions non linéaires $f_1(x_{s1})$ et $f_2(x_{s1})$
V_2	paramètre pour la définition des fonctions non linéaires $f_1(x_{s1})$ et $f_2(x_{s1})$
verif	fichier de sortie de vérification (programme PRECREG)
w	grandeur de consigne
W	amplitude d'un saut indiciel de la grandeur de consigne
W_0	amplitude maximale d'une grandeur de consigne sinusoïdale
x	nombre réel
x	grandeur d'état
x	signal (variable)
x_i	signal (variable), source de bruit i
\tilde{x}_m	grandeur digitale mesurée, avant adaptation (OMDA)
x_q	nombre réel quantifié (de précision finie)
x_R	grandeur d'état du régulateur intégrateur
x_{s1}	variable d'état dont dépend la grandeur de perturbation non linéaire $v = f_{NL}(x_{s1})$
x_{sj}	grandeur de comparaison
x_1	paramètre pour la définition des fonctions non linéaires $f_2(x_{s1})$ et $f_3(x_{s1})$
x_2	paramètre pour la définition des fonctions non linéaires $f_2(x_{s1})$ et $f_3(x_{s1})$
x_3	paramètre pour la définition de la fonction non linéaire $f_2(x_{s1})$
\underline{x}	vecteur d'état
$\underline{x}[k]$	vecteur d'état à l'instant d'échantillonnage k
\underline{x}_b	vecteur d'état de l'observateur
\underline{x}_{bb}	vecteur d'état de l'observateur élargi pour le balancement
\underline{x}_s	vecteur d'état du système à régler
y	grandeur de sortie
y	nombre réel

y_q	nombre réel quantifié
Y_U	valeur finale de la grandeur à régler du sous-système interne (réglage d'état en cascade)
z	déplacement selon l'axe z (grue à portique)
z^{-1}	décalage (retardé) d'une période d'échantillonnage
z_1	pôle de la fonction de transfert échantillonnée ou discrète
z_1^-	pôle d'un intégrateur discret (pour $z_1 \rightarrow 1$)
z_1^+	pôle z_1 déplacé
z_1^-	pôle z_1 déplacé
z_{01}	zéro de la fonction de transfert échantillonnée ou discrète
Z_m	maximum de la fonction $ \Delta z _{\max}$
z_M	zone morte (exprimée en bits) de l'OMD
ZM	largeur des zones mortes
ZM_e	zone morte à introduire sur l'écart de réglage
δ	amortissement pour des pôles alignés dans le plan s
δ	coefficient d'amortissement d'un système oscillant
δ	partie réelle négative de pôles complexes
Δ	variation
Δ	amplitude d'un saut indiciel
Δ°	amplitude du saut indiciel utilisé pour optimiser les coefficients quantifiés
ϵ	fraction de temps relatif entre deux instants d'échantillonnage
ϵ	variation relative sur un coefficient
ϵ	nombre réel $\ll 1$
$\epsilon[i]$	i -ème échantillon d'une suite d'échantillons
ϵ_d	erreur due au dépassement de capacité
ϵ_d	erreur dynamique d'un organe de mesure analogique
ϵ_{ilm}	différence entre les grandeurs de commande non-limitée et limitée
ϵ_q	erreur de quantification absolue
ϵ_q	bruit de quantification
ϵ_{qi}	bruit de quantification dû à la quantification de x_i (source de bruit i)
ϵ_{qi}	valeur discrète de ϵ_q
ϵ_{qr}	erreur de quantification relative
ϵ_r	retard relatif sur la sortie de la grandeur de commande
ϵ_s	erreur absolue (en valeur absolue) lors d'une suite d'additions
ϵ_s	erreur statique d'un organe de mesure analogique
ϵ_u	bruit de quantification total à la sortie du régulateur
η	largeur des zones mortes d'un produit si la variable à multiplier n'est pas quantifiée
μ	variation relative des pôles
θ	angle
$\dot{\theta}$	vitesse angulaire
ρ	partie réelle négative des pôles complexes
σ	partie réelle négative des pôles complexes
σ_x	écart-type de x

σ_{x_1}	écart-type de x_1
σ_ϵ^2	variance de ϵ_q
$\sigma_{\epsilon_i}^2(k)$	variance des ϵ_i ($i = 0$ à k)
$\sigma_{\epsilon_i}^2$	variance de ϵ_{q_i}
$\sigma_{\epsilon_{ui}}^2$	variance du bruit de quantification à la sortie du régulateur dû au bruit blanc ϵ_{q_i}
$\sigma_{\epsilon_u}^2$	variance du bruit à la sortie du régulateur dû à l'ensemble des sources de bruit présentes
ω	partie imaginaire des pôles complexes
Ω	vitesse angulaire
Ω	pulsation
Φ	matrice de transition d'état
$\underline{\Psi}$	intégrale de la matrice de transition d'état
$\underline{0}$	état ($x_{s1} = 0$) d'un système soumis à une grandeur de perturbation non linéaire
$\underline{1}$	matrice unité
$\$F$	nombre de bits pour la mantisse pour la simulation d'opérations arithmétiques en virgule flottante

INDICES

a	induit d'une machine à courant continu
a	algorithme
AD	convertisseur A/D
b	observateur
bai	balancée
c	consigne
c	coefficient
CAL	calculs (arithmétique en virgule fixe)
DC	facteur de transfert en régime établi d'une fonction de transfert
e	écart de réglage
f	valeur finale (régime établi)
g	treuil (grue à portique)
g	grand
G	système global fermé
i	circuit de réglage de courant
i	indice général
I_a	composante intégrale (incrémentations de x_R)
I_b	composante intégrale (intervention d'une incrémentations de x_R sur la grandeur de commande)
j	indice général
m	mesuré
m	montée
max	valeur maximale
min	valeur minimale
n	circuit de réglage de vitesse
N	nominal
N	négatif

NL	non linéaire
o	observateur
O	observateur
omd	organe de mesure digital
opt	optimisé
OCD	organe de commande digital
OMD	organe de mesure digital
p	circuit de réglage de position
p	petit
p	produit
P	produit
P	positif
q	quantifié
r	réglage
r	résistance (frottement)
R	réglage
R	arrondi
s	système à régler
s	position
t	transformé
t	tolérance
T1	troncature en complément à 1
T2	troncature en complément à 2
u	commande
uf	souppassement
v	perturbation
v	variable
w	consigne
y	grandeur de sortie
y	chariot (grue à portique)
0	initial
1	concernant le réglage d'état du sous-système interne (réglage d'état en cascade)
2	concernant le réglage d'état du sous-système externe (réglage d'état en cascade)
-1	valeur d'une variable échantillonnée à l'instant [k-1]
-2	valeur d'une variable échantillonnée à l'instant [k-2]
∞	valeur finale
+	précision étendue (virgule fixe)

OPERATEURS

det	déterminant
j	opérateur complexe
$Q_f[x]$	opérateur de quantification (virgule flottante)
$Q_R[x]_q$	opérateur de quantification par arrondi (virgule fixe)
$Q_{T1}[x]_q$	opérateur de quantification par troncature en complément à 1 (virgule fixe)

$Q_{T_2}[x]_q$	opérateur de quantification par troncature en complément à 2 (virgule fixe)
s	opérateur de la transformation de Laplace
T	transposition
tr	trace
\dot{x}	dérivée par rapport au temps
\ddot{x}	deuxième dérivée par rapport au temps
\bar{x}	valeur moyenne de x
\tilde{x}	variable x en format différent (arithmétique en virgule fixe)
z	opérateur de la transformation en z
Δ	différence
Δ	variation
∞	valeur finale
*	format d'une grandeur réelle représentée en virgule fixe
x_+ ---> x	conversion de x_+ en x (arithmétique en virgule fixe)
x ---> \tilde{x}	génération de \tilde{x} à partir de x (arithmétique en virgule fixe)
o - ●	correspondance entre la fonction originale et la transformée de Laplace
■ - ●	correspondance entre la transformée en z et la transformée de Laplace

ABBREVIATIONS

B.F	balancement de E_{bb}
B.G	balancement global
CQO	coefficients quantifiés optimisés
CQS	coefficients quantifiés standard
F.C.J	forme canonique de Jordan
F.C.O	forme canonique d'observateur
F.C.R	forme canonique de réglage
F.N	forme naturelle
instR	installation réelle
OCD	organe de commande digital
OCDA	organe de commande digital avec adaptation
OMD	organe de mesure digital
OMDA	organe de mesure digital avec adaptation
RE	réglage échantillonné
REQ	réglage échantillonné quantifié
SE	système expert
simRE	simulation digitale du réglage échantillonné
simREQ	simulation digitale du réglage échantillonné quantifié
<u>OMDA</u>	organe de mesure digital avec adaptation multiple

CURRICULUM VITAE

COLOMBI Silvio né le 28 février 1959 à Locarno (TI), Suisse.

1965 - 1970 Ecole primaire, Scuole comunali di Losone.

1970 - 1975 Ecole secondaire, Ginnasio cantonale di Locarno.

1975 - 1978 Liceo cantonale di Locarno, maturité fédérale (type C).

1978 - 1982 Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL),
Section d'Electricité.

janvier 1983 Diplôme d'ingénieur électricien (EPFL).

dès 1983 Assistant au Laboratoire d'Electronique Industrielle de
l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.

