

BEMESSUNG VON STAHLBETONSTÜTZEN UNTER ZWANGSVERFORMUNGEN

THÈSE No 524 (1984)

PRÉSENTÉE AU DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES TECHNIQUES

PAR

CHRISTOPH BRUNO THÜRLIMANN

Ingénieur civil EPFZ

originaire de Haggenschwil (SG) et de Wuppenau (TG)

acceptée sur proposition du jury :

R. Favre, professeur, EPF Lausanne, rapporteur

R. Walther, professeur, EPF Lausanne, corapporteur

J. Kammenhuber, professeur, RWTH Aachen, corapporteur

J.E. Breen, professeur, Univ. of Texas, Austin, corapporteur

Lausanne EPFL

1984

Avant-propos

Ce travail de doctorat aborde un problème très fréquent, celui du dimensionnement de colonnes retenues horizontalement. Dans les bâtiments, les noyaux ou murs refends raidissent et contreventent presque toujours le système porteur. Dans la construction des ponts, les colonnes sont souvent rattachées à une culée qui constitue le point fixe du système.

Monsieur Thürlimann s'est attaqué à ce problème à l'aide de réflexions nouvelles et originales par rapport aux méthodes de dimensionnement en vigueur. Au lieu d'isoler en esprit de telles colonnes, d'en former un système isostatique et d'y appliquer des sollicitations croissant jusqu'à la rupture, ce travail tient compte de l'ensemble du système jusqu'à la ruine en introduisant des rotules plastiques. Il est donc basé sur la théorie de plasticité appliquée au système et tient compte de la grande capacité de déformation d'une colonne en béton armé convenablement frettée.

Cette étude a utilisé et interprété des essais à la ruine exécutés aux USA et en Nouvelle Zélande, ainsi que des essais à l'état d'utilisation réalisés dans nos laboratoires de l'EPFL. Elle brosse un tableau très complet du sujet. Elle est à considérer comme base fondamentale pour l'élaboration d'une méthode de dimensionnement pratique.

Lausanne, le 22 mai 1984

Professeur Renaud Favre

Verdankungen

Diese Arbeit wurde am Institut de Statique et Structures (IBAP) der Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne durchgeführt. Leiter der Arbeit war Prof. R. Favre, dem der Verfasser für seine wertvollen Ratschläge und grosszügige Unterstützung ganz herzlich danken möchte.

Danken möchte ich auch den Mitgliedern der Jury, dem Präsidenten der Jury Prof. Ph.A. Bovy (EPFL) und den Experten Prof. Dr. R. Walther (EPFL), Prof. Dr. J. Kammenhuber (TH Aachen, Deutschland) und Prof. Dr. J.E. Breen (Univ. of Texas, Austin USA).

Ganz herzlich danken möchte ich auch meinen Freunden Dr. B. Houriet und Dr. M. Rossi sowie meinem Vater Prof. Dr. B. Thürlimann (ETHZ) für ihre Anregungen und Aufmunterungen zu meiner Arbeit.

Speziell danken möchte ich auch Herrn B.-F. Gardel für die ausgezeichnete Qualität der Zeichnungen und Frl. E. Lippuner für die Tipparbeit.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Teil I : Einleitung	

1. Problemstellung	1
2. Zielsetzung	4
3. Ueberblick	7
Teil II : Grundlagen	

4. Einführung	10
4.1 Materialgesetze	10
4.2 Verformungsverhalten von Stahlbetonstützen	11
4.3 Bemerkungen zu den nachfolgenden Untersuchungen	16
5. Elastisches Verformungsverhalten	18
5.1 Materialgesetze	19
5.2 Momenten-Krümmungsbeziehungen	19
6. Plastisches Verformungsverhalten	23
6.1 Materialgesetze	25
6.2 Momenten-Krümmungsbeziehungen	25
6.3 Maximaler Querschnittswiderstand	32
6.4 Maximaler Querschnittswiderstand ohne Betonüberdeckung	36
6.5 Momenten-Krümmungsverhalten schwach- und starkarmierter Querschnitte	37
6.6 Krümmungsbeschränkung	45
7. Bügel- und Längsarmierung	47
7.1 Kritischer Bügelabstand	48
7.2 Konstruktive Empfehlungen zur Stützenarmierung	54

8.	Zentrischer Knicknachweis	56
----	---------------------------	----

Teil III : Grenzwinkel

9.	Zulässiger Grenzwinkel	64
9.1	Zulässige Grenzkrümmung	64
9.2	Berechnung des zulässigen Grenzwinkels	69
10.	Plastischer Grenzwinkel	70
10.1	Plastische Grenzkrümmung	70
10.2	Berechnung des plastischen Grenzwinkels	73
11.	Maximaler Grenzwinkel	73
11.1	Maximale Grenzkrümmung	73
11.2	Stabilität der einer Verdrehung unterworfenen Stütze	87
11.3	Annahmen für die Berechnung des Querschnittwiderstandes	95
11.4	Berechnung des maximalen Grenzwinkels	96
12.	Geltungsbereich	98
12.1	Zulässige Auslenkung	99
12.2	Zulässiges Schlankheitsverhältnis	102

Teil IV : Vergleiche mit Versuchsergebnissen

13.	Verhalten von Stützen unter Langzeitbelastung	106
13.1	Beschreibung der Versuche	106
13.2	Diskussion der Versuchsergebnisse	108
14.	Verformungsverhalten von Stahlbetonstützen bei aufgezwungener Horizontalverschiebung	113
14.1	Beschreibung der Versuche	113

14.2	Beschreibung des Verformungsverhaltens der Versuchsstützen SC-3 und SC-5 mit Hilfe nichtlinearer Computerprogramme	118
14.3	Bemerkungen zu den Computerberechnungen	122
14.4	Beschreibung des Verformungsverhaltens der Versuchsstützen SC-3 mit Hilfe analytischer Methoden	128
15.	Spannungs-Stauchungsverhalten von Stahlbetonprüfkörpern bei niedriger und bei hoher Stauchungsgeschwindigkeit	133
15.1	Beschreibung der Versuche	133
15.2	Diskussion der Versuchsergebnisse	134

Teil V : Zwangsverdrehung

16.	Zwangsverdrehung im Gebrauchszustand	139
16.1	Zwangsverdrehung infolge Lastenexzentrizität	139
16.2	Zwangsverdrehung infolge einer Längenänderung der Decke	141
17.	Zwangsverdrehung im Bruchzustand	142
17.1	Lage des plastischen Gelenkes	144
17.2	Zwangsverdrehung bei der Mechanismusbildung	147

Teil VI : Bemessung

18.	Kontrolle des Schlankheitsgrades	153
19.	Nachweise der Trag- und Gebrauchsfähigkeit	154
19.1	Mechanismus mit plastischem Gelenk in einer Stütze	154
19.2	Mechanismus ohne ein plastisches Gelenk in einer Stütze	155

Teil VII : Beispiele

20. Beispiel Nr. 1 : Brücke	156
21. Beispiel Nr. 2 : Rahmen	171
22. Beispiel Nr. 3 : Gebäude	176
Zusammenfassung	197
Résumé	199
Summary	201
Resumen	203
Anhang A1 : Formeln für die Berechnung der Grenzwinkel	205
Anhang A2 : Zulässige, plastische und maximale Grenzkrümmungen einer Stütze in Abhängigkeit vom Normalkraftniveau	206
Anhang A3 : Zulässiger Schlankheitsgrad in Funktion des Normalkraftniveaus	207
Anhang A4 : Berechnung eines Durchlaufträgers	208
Anhang A5 : Verteilte Armierung	213
Anhang A6 : Schiefe Biegung	214
Anhang A7 : Erdbeben	216
Literatur	217
Bezeichnungen	219

Teil I : Einleitung

1. Problemstellung

Bei Stützen kann grundsätzlich zwischen Last- und Zwangsproblemen unterschieden werden.

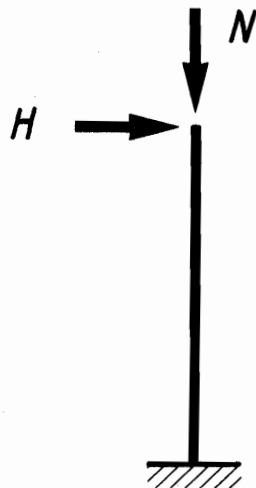


Bild 1.1 : Lastproblem

Bild 1.1 zeigt eine unten eingespannte Stütze mit freiem oberem Ende. Der Kragarm wird am freien Ende durch eine vertikale Kraft N und eine horizontale Kraft H belastet. Bei diesem Problem handelt es sich um ein Lastproblem.

Die Traglast der Stütze ist erreicht, sobald die am Einspannungsquerschnitt angreifenden Schnittkräfte (Normalkraft plus Moment 1. und 2. Ordnung) grösser werden als der Widerstand der Stütze.

Bei einer schlanken Stütze kommt es hingegen schon vor dem Erreichen des maximalen Widerstandes zu einem Versagen der Stütze infolge

Instabilität.

Bild 1.2 zeigt zwei Beispiele von Stützen, die horizontal gehalten sind. Bei diesen Problemen handelt es sich um Zwangsprobleme.

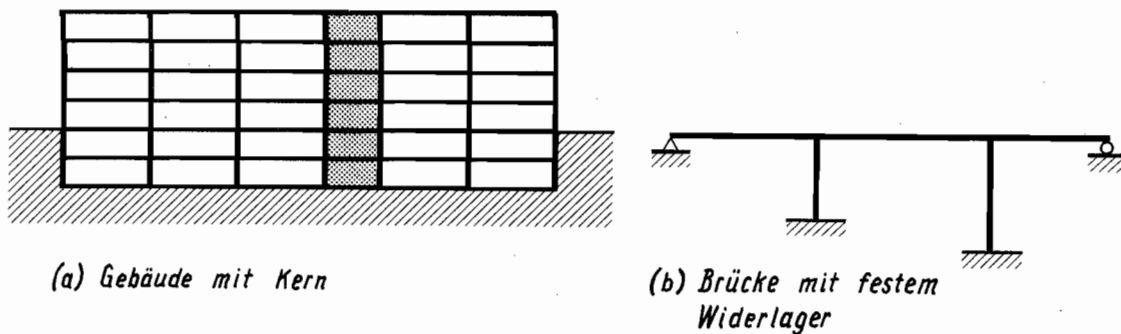


Bild 1.2 : Zwangsprobleme

In einem Gebäude mit einem Kern werden die horizontalen Lasten im wesentlichen durch den Kern aufgenommen. Bei Brücken mit einem festen Widerlager werden die horizontalen Lasten durch dieses Widerlager aufgenommen.

Die Aufgabe der horizontal gehaltenen Stützen besteht darin, die vertikalen Lasten zu übernehmen und diese in die Fundationen abzuleiten.

Die Stützen werden primär auf Druck und nur sekundär auf Biegung beansprucht. Biegung entsteht durch eine aufgezwungene Verdrehung oder Horizontalverschiebung der Stützenenden. Eine feldweise Belastung der Decke bewirkt eine Verdrehung der Stützenenden. Eine Horizontalverschiebung der Stützenenden kann auf Grund einer relativen Längenänderung einer Decke infolge Temperatur- oder Schwindeinflusses entstehen.

Die Dimensionierung solcher Stahlbetonstützen mit Normalkraft und Biegemoment ist in den meisten Fällen recht aufwendig und wird daher

oft nur angenähert durchgeführt.

Die Schwierigkeit besteht in der Bestimmung einer realistischen Momentenverteilung in dem mehrfach statisch unbestimmten System. Genaue Berechnungen der in einem Knoten auftretenden Momente erweisen sich als äusserst schwierig, sowohl wegen der geometrischen Nichtlinearität (Theorie 2. Ordnung) wie auch wegen des nichtlinearen zeitabhängigen Materialverhaltens und der Rissbildung im Beton.

Praktisch begnügt man sich deshalb meistens mit sogenannten Ueberschlagsrechnungen.

Bei solchen Stützenbemessungen ist es üblich, die unten und oben eingespannte Stütze auf den Fall einer isolierten Einzelstütze mit Endmomenten zurückzuführen.

Für die Endmomente werden meistens die Resultate einer elastizitätstheoretischen Berechnung 1. Ordnung des Rahmensystems verwendet. Häufig wird auch auf eine solche Berechnung verzichtet und einfach eine Anfangsexzentrizität der Normalkraft eingeführt. Das maximale Moment wird alsdann mit einem Vergrößerungsfaktor, der die Stützenschlankheit berücksichtigt, bestimmt.

Mit Hilfe des Momentes und der Normalkraft wird schliesslich ein Bruchsicherheitsnachweis im massgebenden Querschnitt durchgeführt.

Diese Art von Bemessung führt aber zu unlogischen Aussagen.

Eine Pendelstütze, auf die eine mittige Normalkraft wirkt, besässe danach eine grössere Traglast als eine eingespannte Stütze, auf die Normalkraft und Endverdrehungen wirken. Ausserdem wäre nur die Pendelstütze in der Lage, grössere Horizontalverschiebungen oder Verdrehungen der Decke aufzunehmen, da in der exzentrisch belasteten Einzelstütze der rechnerische Biegewiderstand ziemlich schnell erreicht wird.

Wegen diesen vermeintlich unaufnehmbaren grossen Verformungen werden vielfach unnötige, teure konstruktive Lösungen, wie Betongelenke, Kipp- oder Rollenlager gewählt.

Man weiss aber, dass jede Einspannung nicht nur billiger ist, sondern auch eine Verbesserung der Tragsicherheit mit sich bringt. Allein schon die Tatsache, dass die Knicklänge der Pendelstütze grösser ist

als jene der eingespannten Stütze, bedeutet doch, dass die Traglast einer eingespannten Stütze im allgemeinen grösser ist.

Die Fehlüberlegung beruht auf der Annahme einer isolierten Einzelstütze mit freien Endmomenten: die nichtlineare Interaktion der Stütze mit dem übrigen Tragwerk wird nicht betrachtet. Da es sich in Wirklichkeit um ein statisch unbestimmtes System handelt, ist eine Umverteilung der Momente dank der Ausbildung plastischer Gelenke im Bruchzustand möglich. Für die Stütze bedeutet dies, dass auch nach Erreichen des maximalen Biege widerstandes in einem Querschnitt noch grosse Verformungen stattfinden können.

Wesentliche Fragen bleiben deshalb bei einer üblichen Bemessung der Stütze mit Normalkraft und Biegemoment unbeantwortet:

Wie kann das Verhalten der Stützen im Gebrauchszustand kontrolliert werden? Was geschieht, wenn infolge grosser Verdrehung der Stütze der maximale Biege widerstand erreicht wird? Bestehen noch Reserven für weitere plastische Verformungen? Mit anderen Worten, wie duktil (verformbar) ist eine Stahlbetonstütze? Wie kann die Verformbarkeit beeinflusst werden? Sollte eher eine schlanke, stark beanspruchte oder eher eine dicke, wenig beanspruchte Stütze gewählt werden? Sollte die Stütze als Pendelstütze ausgebildet werden? Genügt die Anordnung eines Gelenkes am Stützenende oder kann die Stütze ohne Gefahr beidseitig eingespannt werden?

Neue, bessere Bemessungsverfahren für horizontal gehaltene Stahlbetonstützen in statisch unbestimmten Systemen sollten den vorstehenden Fragen Rechnung tragen.

2. Zielsetzung

In der vorliegenden Arbeit wird versucht, ein für horizontal gehaltene Stützen gültiges Bemessungsverfahren herzuleiten, das den Vorteil hat,

einfach und von Hand lösbar zu sein.

Bei einer horizontal gehaltenen Stütze ist nicht der in der Stütze vorhandene Biege- und Torsionswiderstand für die Tragfähigkeit massgebend, sondern die Verformungsfähigkeit der Stütze, das heisst, die Fähigkeit der Stütze, eine Zwangsverformung mitzumachen, ohne dass die vertikale Tragfähigkeit verloren geht. Die auf die Stütze wirkende Zwangsverformung sollte mit der für die Stütze möglichen Verformung verglichen werden. Die Normalkraft und die auf die Stütze wirkende Zwangsverformung sind somit die beiden für die Dimensionierung der Stütze wichtigen Parameter.

Mit der vorgeschlagenen Methode werden Gebrauchs- und Tragfähigkeit nachgewiesen, indem die auf die Stütze wirkenden Zwangsverdrehungen mit den für eine gegebene Normalkraft möglichen Verdrehungen (Grenzwinkeln) der Stütze verglichen werden. Es wird vorgeschlagen, das Verfahren als Grenzwinkelmethode zu bezeichnen.

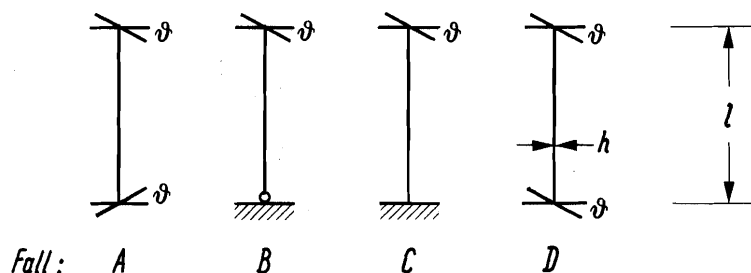


Bild 2.1 : Verformungsfälle

Grundsätzlich kann zwischen den vier, in Bild 2.1 gezeigten, Verformungsfällen unterschieden werden. Auf die Stützen wirken die axiale Normalkraft und Verdrehungen, die sich aus dem Zusammenwirken von Decken und Stütze ergeben. Die Stützenendpunkte seien horizontal gehalten.

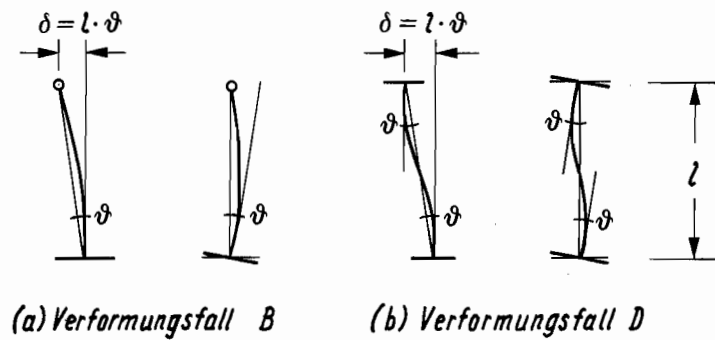


Bild 2.2 : Beziehung zwischen Horizontalverschiebung und Verdrehung der Stützenenden

Aufgezwungene Horizontalverschiebungen lassen sich, wie in Bild 2.2 gezeigt wird, auf Verdrehungen zurückführen.

Die zu erwartenden Zwangsverdrehungen der Stützenenden lassen sich relativ gut abschätzen (siehe Teil V) und können mit den möglichen Verdrehungen, den Grenzwinkeln der Stütze, die von der Normalkraft abhängen (siehe Teil III), verglichen werden.

Das Bemessungsverfahren beruht auf einer Betrachtung der Grenzzustände der Trag- und der Gebrauchsfähigkeit.

Die Tragfähigkeit einer Stütze ist gewährleistet, wenn die vertikale Last im Bruchzustand von der Stütze aufgenommen werden kann. Als Bruchzustand soll dabei jener Zustand bezeichnet werden, bei dem es zur Ausbildung eines Mechanismus in der Decke (oder im Träger) kommt.

Um die Tragfähigkeit einer Stütze nachzuweisen, muss somit gezeigt werden, dass die unter rechnerischer Bruchlast durch die Decke (oder den Träger) aufgezwungene Zwangsverdrehung φ_r kleiner ist als der maximale Grenzwinkel Θ_m der Stütze.

Die Gebrauchsfähigkeit ist gegeben, wenn die Stütze im Gebrauchszustand ein normales Verhalten zeigt. Die Verformungsfähigkeit der Stütze muss genügend gross sein, um die Zwangsverdrehungen, die im Gebrauchszustand auftreten, ohne Schaden aufnehmen zu können. Insbesondere sollten keine zu grossen Risse und kein Abplatzen des Betons vorkommen.

Um die Gebrauchsfähigkeit einer Stütze nachzuweisen, muss gezeigt werden, dass die unter Gebrauchslast durch die Decke (oder den Träger) aufgezwungene Zwangsverdrehung ψ kleiner als der zulässige Grenzwinkel Θ_d der Stütze ist.

Das Materialverhalten des Betons ist zeitabhängig. Die Trag- und Gebrauchsfähigkeit wird deshalb für zwei Extremzustände kontrolliert: es wird angenommen, dass die Zwangsverdrehung sehr schnell beziehungsweise sehr langsam aufgebracht wird. Dementsprechend soll die Trag- und die Gebrauchsfähigkeit für die Zeitpunkte t_0 und t_{∞} kontrolliert.

3. Ueberblick

In Teil II wird zunächst in einer Einführung das generelle Verformungsverhalten einer Stahlbetonstütze diskutiert, wobei besonders das duktile Verhalten des Stahlbetons hervorgehoben wird. Sodann werden die für die Beschreibung des elastischen und des plastischen Verformungsverhaltens dienenden analytischen Methoden dargestellt, in denen einfache Materialgesetze verwendet werden. Es werden die verschiedenen Momenten-Krümmungsbeziehungen hergeleitet. Voraussetzung für ein gutes plastisches Verformungsverhalten ist eine zweckmässige Bügel- und Längsarmierung, was im vorletzten Kapitel des Teils II behandelt wird. Am Schluss wird noch ein zentrischer Knicknachweis für Stahlbetonstützen vorgestellt.

Die Grenzwinkel, welche die Verformungsfähigkeit einer Stütze angeben, werden im Teil III behandelt. Einfache Ueberlegungen erlauben es, die in einer Stütze möglichen Krümmungen, kurz Grenzkrümmungen genannt, für den Gebrauchs- und den Bruchzustand zu definieren und damit die entsprechenden Grenzwinkel zu berechnen.

In Teil IV werden Vergleiche mit drei verschiedenen Versuchsserien angestellt.

Bei der ersten Versuchsserie handelt es sich um Stützenversuche, bei denen das Verhalten der Stützen unter Langzeitbelastung untersucht wurde. Die in den Versuchsstützen gemessenen Krümmungen, die im Laufe der Zeit infolge Kriechens zunahm, werden mit den in Teil III definierten theoretischen Grenzkrümmungen der Stützen zum Zeitpunkt t_0 und t_{∞} verglichen.

Bei der zweiten Versuchsserie wurde das Verformungsverhalten der Stützen bei einer kontinuierlich aufgebrauchten Verformung getestet. Das Verformungsverhalten der Versuchsstützen wird mit den Lösungen, die sich aus Handrechnungen ergeben, die auf den in Teil II hergeleiteten analytischen Methoden beruhen, und den Lösungen aus Computerberechnungen verglichen. Die analytische, wie auch die numerische Methode, können dabei auf ihre Genauigkeit hin überprüft werden. Die verschiedenen Faktoren, die die Genauigkeit der einen oder der anderen Methode ausmachen, werden aufgezeigt und erläutert.

Bei der letzten Versuchsserie wurde das Spannungs- und Stauchungsverhalten von Stahlbetonprüfkörpern bei niedriger und bei hoher Stauchungsgeschwindigkeit untersucht. Die erzielten Stauchungen sind sehr gross und zeigen, dass der Stahlbeton ein duktileres Verhalten besitzt. Die Versuche relativieren die Bedeutung der Versuche an unarmierten Betonprüfkörpern, die wohl eine Aussage über die Festigkeit des Betons erlauben, die aber keinesfalls dazu benützt werden sollten, Aussagen über die Duktilität von Stahlbeton zu treffen.

In Teil V werden die auf eine Stütze im Gebrauchs- und im Bruchzustand wirkenden Zwangsverdrehungen behandelt. Zur Abschätzung der zu

erwartenden Zwangsverdrehungen der Stützenenden werden einfache Methoden vorgeschlagen.

Die bei einer Stützenbemessung durchzuführenden Nachweise sind in Teil VI aufgeführt.

Teil VII enthält Berechnungsbeispiele. Mit den drei Beispielen, für eine Brücke, einen Rahmen und ein Gebäude, soll die vielfältige Anwendbarkeit der in dieser Arbeit vorgeschlagenen Bemessungsmethode aufgezeigt werden.

II : Grundlagen

4. Einführung

4.1 Materialgesetze

Grundlage jeder Verformungs- und Traglastberechnung sind die Materialgesetze. In den Bildern 4.1a/b findet man Beispiele idealisierter Materialgesetze für den Beton und Stahl.

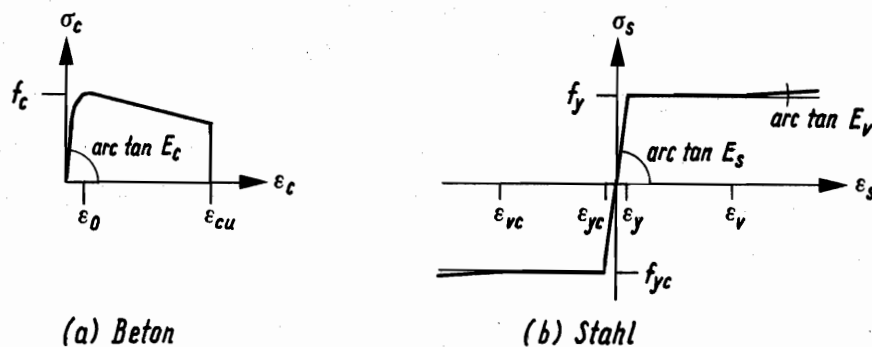


Bild 4.1 : Materialgesetze für Beton und Stahl

Der Beton verliert nach Erreichen der Druckfestigkeit f_c , bei einer Stauchung von ϵ_0 , einen Teil seiner Festigkeit. Bei Stauchungen, die grösser als ϵ_{00} sind, besitzt der Beton keine Festigkeit mehr. In Versuchen [4.1] an Stahlbetonprüfkörpern wurde festgestellt, dass im von der Armierung umschürzten Betonkern Stauchungen von -20 ‰ und mehr erzielt werden können, ohne dass der Beton viel von seiner Festigkeit verliert. Der von der Armierung nicht umschlossene Beton beginnt hingegen schon früher, bei -3 bis -4 ‰ , abzuplatzen.

Solche, wie in Bild 4.1a gezeigten Spannungs-Stauchungsverläufe, können durch verformungsgesteuerte Versuche an Stahlbetonprüfkörpern erhalten werden. Diese Kurven weichen wesentlich von den bekannten σ - ϵ Verläufen unarmerter Betonprüfkörper ab. Dort fällt die Festigkeit nach Erreichen der Höchstfestigkeit stark ab, da die günstige Wirkung der Armierung, die Umschnürung des Kernbetons, fehlt. Es ist wichtig, dass bei den Versuchen die Deformation gesteuert wird. Bei lastgesteuerten Versuchen tritt im allgemeinen unmittelbar nach Erreichen der Höchstfestigkeit völliges Versagen auf.

4.2 Verformungsverhalten von Stahlbetonstützen

Im folgenden soll das Verformungsverhalten einer Stahlbetonstütze, auf die eine konstante Normalkraft wirkt und die am unteren Ende zunehmend verdreht wird (Bild 4.2a), diskutiert werden.

Die in Bild 4.2b dargestellte Stütze, die am oberen Auflager eine zunehmende Zwangsverschiebung erfährt, ist das dazu analoge Problem. Für kleine Winkel θ ist

$$|N'| = |N| \cdot \cos\theta - H \cdot \sin\theta \approx |N| \quad (4.1)$$

und

$$H' = H \cdot \cos\theta + |N| \cdot \sin\theta \approx H + |N| \cdot \Delta/l \quad (4.2)$$

Das Moment am eingespannten Ende ist

$$M' = H' \cdot l \approx |N| \cdot \Delta + H \cdot l = M \quad (4.3)$$

In Bild 4.3 ist schematisch der Momenten-Krümmungsverlauf des Endquerschnittes dargestellt. Krümmungsmessungen an Versuchsstützen

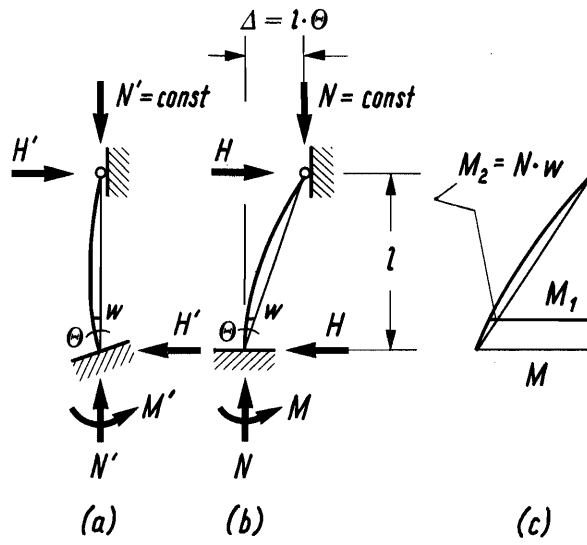


Bild 4.2 : Reaktionen und Momentenverlauf: Verformungsfall B

beim sich ausbildenden plastischen Gelenk am Stützenende ergeben solche Kurven.

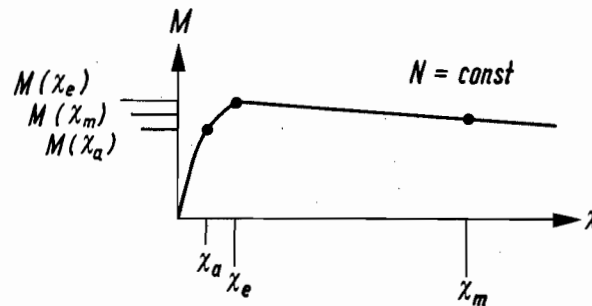


Bild 4.3 : Momenten-Krümmungsverlauf

Das Verformungsverhalten kann numerisch mit Hilfe eines nichtlinearen Computerprogramms (Nichtlinearität in Material und Geometrie) beschrieben werden. Wie man in Kapitel 14 sehen wird, lässt sich das Verformungsverhalten aber auch von Hand mit stark vereinfachten Materialgesetzen für den Beton und den Stahl beschreiben, wobei beide, Computer- und Handrechnung, praktisch gleichwertige Resultate liefern.

Solange die Stütze ungerissen ist und sich elastisch verhält, liegt ein linearer Momenten-Krümmungsverlauf vor. Nach der Rissbildung ist der Verlauf nichtlinear, wobei alsbald eine Plastifizierung der Armierungseisen eintritt und am Druckrand die Druckfestigkeit des Betons erreicht wird (Randstauchung zirka -3 bis -4 0/00). Nach Erreichen des maximalen Biege widerstandes fällt das Moment mit zunehmender Krümmung ab, da mit zunehmender plastischer Verformung eine Entfestigung des stark gestauchten Betons stattfindet.

In Bild 4.3 sind drei charakteristische Krümmungen eingezeichnet. Die Krümmung χ_a bezeichne die zulässige Grenzkrümmung im Gebrauchszustand, χ_e die plastische Grenzkrümmung bei Erreichen des maximalen

Biege- und Torsionswiderstandes und χ_m die maximale Grenzkrümmung des plastischen Gelenkes im Bruchzustand. Die Definition dieser drei Krümmungen erfolgt in Teil III.

Für die in Bild 4.2 gezeigte Stütze soll jetzt der Verlauf von Moment und Krümmung über die Stützenlänge diskutiert werden.

In Bild 4.4 ist der Verlauf von Moment und Krümmung für die drei charakteristischen Verformungszustände aufgezeichnet.

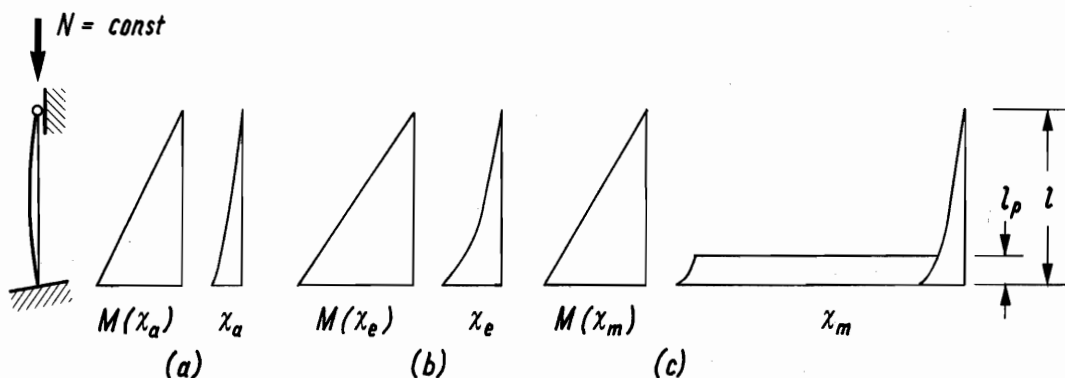


Bild 4.4 : Momenten- und Krümmungsverlauf für drei charakteristische Verformungszustände (Theorie 1. Ordnung)

Bei diesem Beispiel wurde angenommen, dass das durch die Auslenkung w der Stabachse entstehende Moment vernachlässigbar klein sei (Theorie 1. Ordnung). Der Einfluss 2. Ordnung wird später, in Kapitel 11.2 behandelt.

Moment und Krümmung nehmen zuerst mit steigender Verdrehung zu (Bild 4.4a/b). Nach Erreichen des maximalen Biege- und Torsionswiderstandes der Stütze spielt sich der grösste Teil der Deformation in einer Zone ab, die man als plastisches Gelenk bezeichnet (Bild 4.4c). Die plastische Gelenklänge betrage l_p . Die Länge des plastischen Gelenkes hängt vom Momentengradienten und damit von der Querkraft ab [4.2]. Die exakte

Grösse der plastischen Gelenklänge ist schwierig zu erfassen, sie bestimmt aber massgebend das Verformungsvermögen einer Stütze.

In Versuchen [z.B. 4.3] kann die Ausbreitung solcher Gelenke beobachtet werden. Ein plastisches Gelenk, das sich beim eingespannten Stützenende ausbildet, breitet sich stets über eine Länge aus, die zwischen der 0.5- und 2.0fachen Querschnittshöhe h liegt.

Mit steigender Verdrehung nimmt nur noch die Krümmung im plastischen Gelenk zu. Das Gleichgewicht der Stütze erfordert, dass das grösste Moment in der Stütze stets im Endquerschnitt wirkt. Die Krümmungen gehen daher im elastischen Bereich, entsprechend dem abfallenden Moment im Endquerschnitt, etwas zurück.

Der beim Uebergang vom elastischen zum plastischen Bereich in Bild 4.4c vorhandene Sprung im Krümmungsverlauf stellt eine Idealisierung dar. Der tatsächliche Krümmungsverlauf weist beim Uebergang zum plastischen Gelenk einen überaus starken Anstieg auf, um dann im plastischen Gelenk flacher zu werden.

Aus den in Bild 4.4a/c gezeigten Krümmungsverteilungen lassen sich die zulässigen beziehungsweise maximalen Grenzwinkel berechnen.

Für eine Abschätzung der Grenzwinkel durch eine Handrechnung genügt es, einen in zwei Abschnitten linearen Verlauf der Krümmungen anzunehmen. Die Grenzwinkel lassen sich dann durch Integration der Krümmungen über die Stützenlänge erhalten.

Analog lassen sich auch die Grenzwinkel für die andern in Bild 2.1 gezeigten Verformungsfälle bestimmen, indem dazu entsprechend vereinfachte, linearisierte Krümmungsverläufe angenommen werden.

Die Annahmen eines linearen Verlaufs der Krümmungen im elastischen und im plastischen Bereich der Stütze stellen Vereinfachungen gegenüber der Wirklichkeit dar. Der daraus resultierende Fehler in einer Deformationsberechnung erweist sich aber als unbedeutend gegenüber dem Fehler, der aus einer Fehleinschätzung der plastischen Gelenklänge entstehen kann.

Voraussetzung zur Berechnung des Grenzwinkels einer Stütze ist die Bestimmung der Grenzkrümmung im massgebenden Querschnitt der Stütze. Im folgenden gilt es nun, die zulässigen, plastischen und maximalen Grenzkrümmungen zu definieren und festzulegen. Ferner gilt es, den Schlankheitsgrad zu bestimmen, den eine Stütze haben darf, damit die in dieser Arbeit vorgeschlagene Bemessungsmethode angewendet werden kann. Insbesondere muss eine Stütze den maximalen Biege widerstand erreichen können, ohne dass ein Stabilitätsproblem entsteht.

Die Untersuchung beschränkt sich auf Stützen, bei denen es in den Verformungsfällen B, C und D zu einem plastischen Gelenk am verdrehten Stützenende kommt. Es ist damit möglich, einfache konstruktive Massnahmen für die eingespannten Stützen anzugeben. Stützen, die ein grosses Verformungsvermögen besitzen sollen, müssen an Stellen, an denen sich ein plastisches Gelenk ausbilden wird, gut verbügelt sein. In den Verformungsfällen B, C und D genügt es deshalb, nur an den Stützenenden eine enge Bügelarmierung anzuordnen. Wenn der Verformungsfall A eintritt, muss die Stütze auf der ganzen Länge eine enge Bügelarmierung besitzen.

Wie gross die Bügelabstände sein müssen und welche Durchmesser die Bügel haben dürfen, wird in Kapitel 7 behandelt.

Schlanke Stützen, bei denen es in den Verformungsfällen B, C und D zu einer plastischen Gelenkbildung im Mittelbereich der Stütze kommt, werden hier nicht weiter behandelt. Auch solche Stützen müssten mit einer engen Bügelarmierung über die ganze Stützenlänge versehen werden.

4.3 Bemerkungen zu den nachfolgenden Untersuchungen

In Bild 4.5 sind die geometrischen Bezeichnungen des in den nachfolgenden Untersuchungen verwendeten Querschnitts dargestellt.

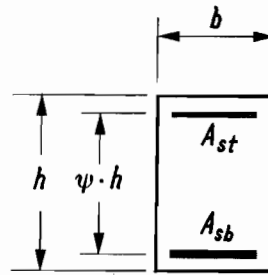


Bild 4.5 : Querschnitt

Um eine dimensionslose Darstellung der Resultate zu ermöglichen, werden normierte Grössen verwendet:

Bezogene Normalkraft	$n = \frac{N}{N_0}$	mit $N_0 = b \cdot h \cdot f_c $,
Bezogenes Moment	$m = \frac{M}{M_0}$	mit $M_0 = \frac{b \cdot h^2}{2} \cdot f_c $,
Mechanischer Armierungsgrad	$\omega_b = \rho_b \cdot \frac{f_y}{ f_c }$,	$\omega_t = \rho_t \cdot \frac{f_y}{ f_c }$.

Die geometrischen Armierungsgehalte ρ_b und ρ_t sind auf die Betonfläche innerhalb der Längsarmierung bezogen. Sie sind damit unabhängig von der gewählten Betonüberdeckung.

Es ist:

$$\rho_b = \frac{A_{sb}}{\psi \cdot b \cdot h}, \quad \rho_t = \frac{A_{st}}{\psi \cdot b \cdot h}.$$

Der auf die gesamte Betonfläche bezogene geometrische Armierungsgehalt beträgt:

$$\rho_{tot} = \psi \cdot (\rho_b + \rho_t) = \psi \cdot \frac{|f_c|}{f_y} \cdot (\omega_b + \omega_t) = \frac{A_{sb} + A_{st}}{b \cdot h}.$$

Im Falle einer symmetrischen Armierung werden die Indizes b und t weggelassen.

Der auf die gesamte Betonfläche bezogene mechanische Armierungsgehalt beträgt im Falle eines Querschnitts mit symmetrischer Armierung:

$$\rho_{\text{tot}} \cdot \frac{f_y}{|f_c|} = 2 \cdot \psi \cdot \omega \quad .$$

Die in den folgenden Kapiteln hergeleiteten Gleichungen und Beziehungen, die für den Querschnitt nach Bild 4.5 gelten, lassen sich sinngemäss auch für andere Querschnitte, Kreisquerschnitte, Rechteckquerschnitte mit einer über den ganzen Umfang verteilten Armierung (siehe Anhang A5) etc. herleiten.

Die schiefe Biegung wird in Anhang A6 behandelt. Vorerst wird angenommen, dass die Verdrehung um eine der beiden Hauptachsen erfolgt. Es liegt dann einachsige Biegung vor.

Es sei noch darauf hingewiesen, dass die Grenzwinkel einer Stütze, die ihre Verformungsfähigkeit angeben (siehe Teil III), auch dazu benützt werden können, das Verhalten einer Stütze bei einem Erdbeben zu untersuchen (siehe Anhang A7).

5. Elastisches Verformungsverhalten

In diesem Kapitel werden die analytischen Ausdrücke hergeleitet, die zur Beschreibung des Momenten-Krümmungsverhaltens von Stahlbetonstützen mit einer konstanten Normalkraft dienen, wobei elastisches Materialverhalten vorausgesetzt wird.

5.1 Materialgesetze

Für den Beton und den Stahl gelten die in Bild 5.1 dargestellten Materialgesetze. Die Zugfestigkeit des Betons wird vernachlässigt. Das Verhältnis zwischen dem Elastizitätsmodul des Stahls und dem des Betons sei $\eta = E_s / E_c$.

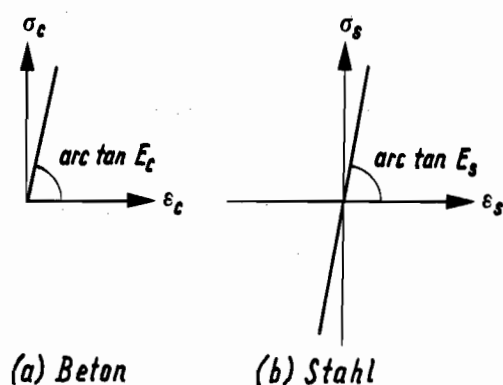


Bild 5.1 : Elastische Materialgesetze für Beton und Stahl

5.2 Momenten-Krümmungsbeziehungen

Der Querschnitt einer Stahlbetonstütze kann gerissen oder ungerissen sein. In Bild 5.2b/c sind diese beiden Verzerrungszustände abgebildet.

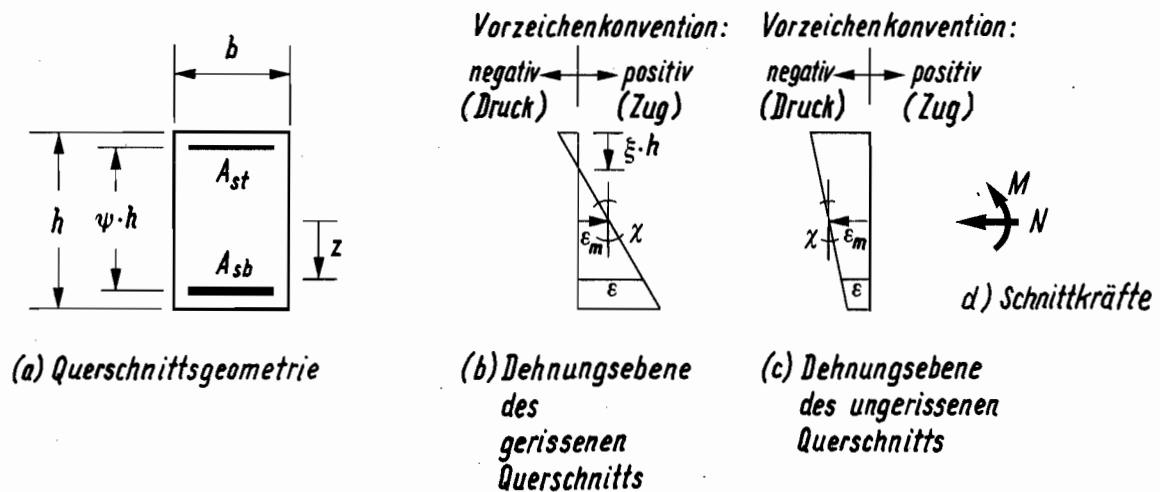


Bild 5.2 : Verzerrungszustände

ϵ_m ist gleich der Dehnung im Schwerpunkt des Querschnitts, ξ legt die Lage der neutralen Achse fest und χ ist gleich der Krümmung.

Es wird zwischen Stahl- und Betondehnungen (ϵ_s bzw. ϵ_c) unterschieden; es herrsche starrer Verbund, womit aus dem angenommenen Ebenbleiben des Querschnitts folgt

$$\epsilon = \epsilon_m + z \cdot \chi \quad (5.1)$$

ϵ ist gleich der Dehnung in der Lage z .

Die Schnittkräfte N und M sollen nun in Funktion der Parameter ϵ_m und χ für die beiden in Bild 5.2 gezeigten Verzerrungszustände hergeleitet werden.

Dazu wird von den Spannungen ausgegangen werden. Die Stahl- und die Betonspannungen lassen sich mit Hilfe des HOOKEschen Gesetzes aus dem Verzerrungszustand bestimmen.

Die Stahlspannung ist

$$\sigma_s = \epsilon_s \cdot E_s = (\epsilon_m \pm 0.5 \cdot \psi \cdot h \cdot \chi) \cdot E_s \quad . \quad (5.2)$$

Bei den Betonspannungen ist zwischen dem gerissenen und dem ungerissenen Zustand zu unterscheiden.

$$\sigma_c = 0 \quad \forall \epsilon_c > 0 \quad , \quad (5.3)$$

$$\sigma_c = \epsilon_c \cdot E_c = (\epsilon_m + z \cdot \chi) \cdot E_c \quad \forall \epsilon_c < 0 \quad . \quad (5.4)$$

Durch Summation des Betonanteils und der beiden Stahlteile ergibt sich für den gerissenen Querschnitt (Bild 5.2 b)

$$N = (\rho_1 \cdot \epsilon_m + \frac{\psi \cdot h}{2} \cdot \rho_2 \cdot \chi) \cdot E_s \cdot \psi \cdot b \cdot h + \left[\xi \cdot \epsilon_m + \frac{h}{2} \cdot (\xi^2 - \xi) \cdot \chi \right] \cdot E_c \cdot b \cdot h \quad (5.5)$$

$$M = (\rho_2 \cdot \epsilon_m + \frac{\psi \cdot h}{2} \cdot \rho_1 \cdot \chi) \cdot E_s \cdot \psi^2 \cdot \frac{b \cdot h^2}{2} + \left[(\xi^2 - \xi) \cdot \epsilon_m + \frac{2 \cdot h}{3} \cdot \left(\xi^3 - \frac{3}{2} \cdot \xi^2 + \frac{3}{4} \cdot \xi \right) \cdot \chi \right] \cdot E_c \cdot \frac{b \cdot h^2}{2} \quad (5.6)$$

Es wurden dabei die Abkürzungen

$\rho_1 = \rho_b + \rho_t$ und $\rho_2 = \rho_b - \rho_t$ verwendet.

Beim ungerissenen Querschnitt (Bild 5.2c) ist die Betondruckzone gleich $h \cdot b$. Die Schnittkräfte können aus den Gleichungen (5.5) und (5.6) erhalten werden, indem man für den Parameter ξ , der die Höhe der Betondruckzone definiert, 1 setzt.

Im folgenden werden die Momenten-Krümmungsbeziehungen für den gerissenen und den ungerissenen Querschnitt hergeleitet. Es werden dabei die in Kapitel 4.3 definierten bezogenen Größen verwendet.

Gerissener Querschnitt

Durch Elimination von ϵ_m aus Gleichung (5.5) lässt sich für eine konstante Normalkraft die Lage der neutralen Achse berechnen. Die Verträglichkeitsbedingung (Ebenbleiben des Querschnitts) ergibt die Beziehung zwischen der Lage ξ der neutralen Achse und der Dehnung ϵ_m . Es ist

$$\epsilon_m = (0.5 - \xi) \cdot h \cdot \chi \quad . \quad (5.7)$$

Aus (5.5) erhält man mit (5.7) die Lage ξ der neutralen Achse in Funktion der bezogenen Normalkraft n und der bezogenen Krümmung $h \cdot \chi$ zu

$$\xi = \psi \cdot \left[\sqrt{\eta^2 \cdot \rho_1^2 + \eta \cdot \left(\frac{\rho_1}{\psi} + \rho_2 \right) - \frac{2 \cdot |f_c| \cdot n}{E_c \cdot \psi^2 \cdot h \cdot \chi}} - \eta \cdot \rho_1 \right] \quad (5.8)$$

Aus (5.6) erhält man mit (5.7) das bezogene Moment in Funktion der Lage ξ der neutralen Achse und der bezogenen Krümmung $h \cdot \chi$ zu

$$m = \left[3 \cdot \eta \cdot \psi^3 \cdot \rho_1 + 3 \cdot \eta \cdot \psi^2 \cdot (1 - 2 \cdot \xi) \cdot \rho_2 + 3 \cdot \xi^2 - 2 \cdot \xi^3 \right] \cdot \frac{E_c}{6 \cdot |f_c|} \cdot h \cdot \chi \quad (5.9)$$

Das Moment nimmt im Fall $n = 0$ linear mit der Krümmung zu. Für $n < 0$ besteht zwischen Moment und Krümmung eine nichtlineare Beziehung. Für unendlich grosse Krümmungen ist die Lage der neutralen Achse eines Querschnittes mit Normalkraft gleich der Lage der neutralen Achse bei reiner Biegung.

Ungerissener Querschnitt

Die Stauchung ϵ_m ergibt sich aus Gleichung (5.5), indem man $\xi = 1$ setzt, zu

$$\epsilon_m = \frac{\frac{|f_c| \cdot h}{E_c \cdot \eta \cdot \psi} - \frac{\psi \cdot \rho_2}{2} \cdot h \cdot \chi}{\frac{1}{\eta \cdot \psi} + \rho_1} \quad (5.10)$$

Aus (5.6) erhält man das bezogene Moment, falls dort $\xi = 1$ eingesetzt wird, zu

$$m = \left(3 \cdot \eta \cdot \psi^3 \cdot \rho_1 + 6 \cdot \eta \cdot \psi^2 \cdot \frac{\epsilon_m}{h \cdot \chi} \cdot \rho_2 + 1 \right) \cdot \frac{E_c}{6 \cdot |f_c|} \cdot h \cdot \chi \quad (5.11)$$

Die Gültigkeit dieser linearen Beziehung wird durch jene Krümmung begrenzt, bei der die untere Randstauchung verschwindet, d.h. für

$$\epsilon_c = \epsilon_m + 0.5 \cdot h \cdot \chi = 0 \quad . \quad (5.12)$$

Mit (5.10) erhält man die bezogene Krümmung $h \cdot \chi$, bei der eine Rissbildung erfolgt, zu

$$h \cdot \chi_r = 2 \cdot \frac{f_c}{E_c} \cdot \frac{n}{(\eta \cdot \psi \cdot \rho_1 - \eta \cdot \psi^2 \cdot \rho_2 + 1)} \quad (5.13)$$

Im Falle eines symmetrisch armierten Querschnittes ($\rho_2 = 0$) nehmen Moment und Krümmung linear zu bis zur Rissbildung (Gleichung (5.11)). Danach verhalten sich Moment und Krümmung nichtlinear (Gleichung (5.9)).

6. Plastisches Verformungsverhalten

M. Rossi erkannte und zeigte in [6.1], dass zur Beschreibung des plastischen Verformungsverhaltens stark vereinfachte Materialgesetze ausreichen. Für den Stahl verwendete Rossi ein starr-idealplastisches Materialgesetz, für den Beton schlug er ein starr-entfestigendplastisches Materialgesetz mit dreieckförmigen σ - ϵ Verlauf vor (Bild 6.1a/b).

Das von ihm vorgeschlagene Materialgesetz für den Beton besticht durch seine Einfachheit, hat jedoch den Nachteil, dass die Festigkeit relativ rasch abfällt, sofern man die Stauchung ϵ_{00} nicht unmöglich gross werden lässt. Als anpassungsfähiger erweist sich ein trapezförmiger σ - ϵ Verlauf (Bild 6.1c). Durch Variation der Parameter ϵ_{cu} und ϵ_{00} lassen sich nämlich alle praktikablen σ - ϵ Verläufe einfach darstellen.

Mit $\epsilon_{cu} = \epsilon_{00}$ ergibt sich ein dreieckförmiger σ - ϵ Verlauf (Bild 6.1d). Wenn man ϵ_{00} gegen $-\infty$ gehen lässt, ergibt sich ein rechteckförmiger Verlauf (Bild 6.1e). Ein rechteckförmiger Verlauf ohne Festigkeitsverlust (starr-idealplastisches Betonverhalten) ergibt sich für $\epsilon_{cu} = \epsilon_{00}$ gegen $-\infty$ (Bild 6.1f).

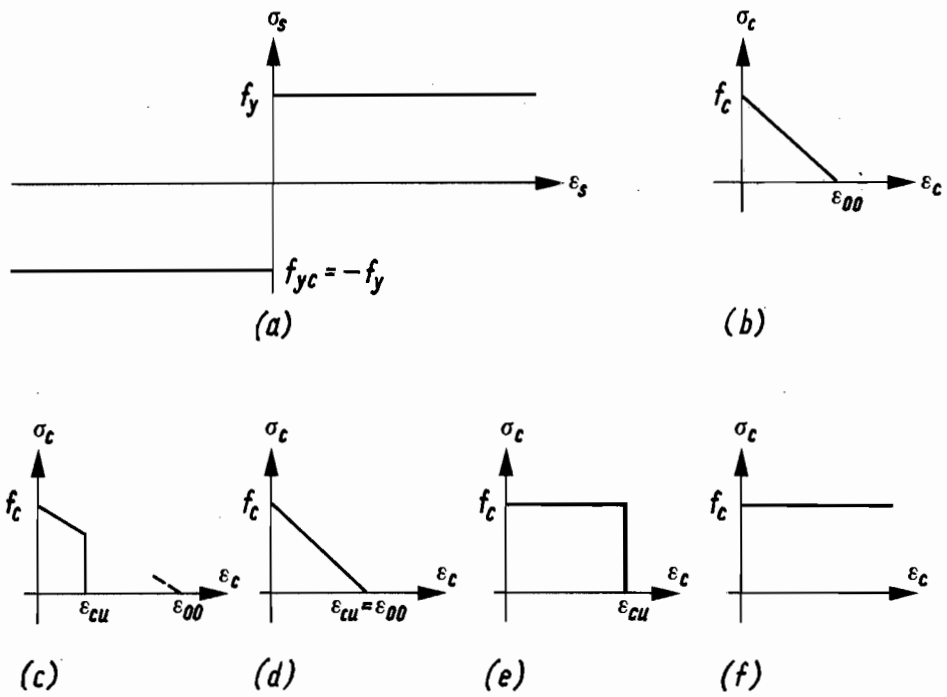


Bild 6.1 : Plastische Materialgesetze für Stahl (a) und Beton (b bis f)

Im folgenden werden die analytischen Ausdrücke, die zur Beschreibung des Momenten-Krümmungsverhaltens bei starr (entfestigend)-plastischem Materialverhalten dienen, hergeleitet. Es wird dabei vom allgemein verwendbaren Betonmaterialgesetz (trapezförmiger σ - ϵ Verlauf) von Bild 6.1, ausgegangen.

6.1 Materialgesetze

Für den Stahl und den Beton werden die in Bild 6.1a/c gezeigten Materialgesetze angenommen.

Für den Stahl gelte (Bild 6.1a)

$$\sigma_s = f_y , \quad \epsilon_s > 0 , \quad (6.1)$$

$$f_{yc} < \sigma_s < f_y , \quad \epsilon_s = 0 , \quad (6.2)$$

$$\sigma_s = f_{yc} , \quad \epsilon_s < 0 , \quad (6.3)$$

Für den Beton gelte (Bild 6.1c)

$$\sigma_c = \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{00}}\right) \cdot f_c , \quad \epsilon_{cu} \leq \epsilon_c \leq 0 , \quad (6.4)$$

$$\sigma_c = 0 , \quad \epsilon_c > 0 , \quad \epsilon_c < \epsilon_{cu} . \quad (6.5)$$

Ferner sei Ebenbleiben der Querschnitte vorausgesetzt.

6.2 Momenten-Krümmungsbeziehungen

Die Momenten-Normalkraft-Krümmungsbeziehungen werden zunächst für den unarmierten, dann für den armierten Querschnitt hergeleitet.

Unarmierter Querschnitt

Die Spannungsverteilung ist durch die Krümmung χ und die Lage ξ der neutralen Achse eindeutig festgelegt. Grundsätzlich kann zwischen den beiden in Bild 6.2 gezeigten Fällen unterschieden werden.

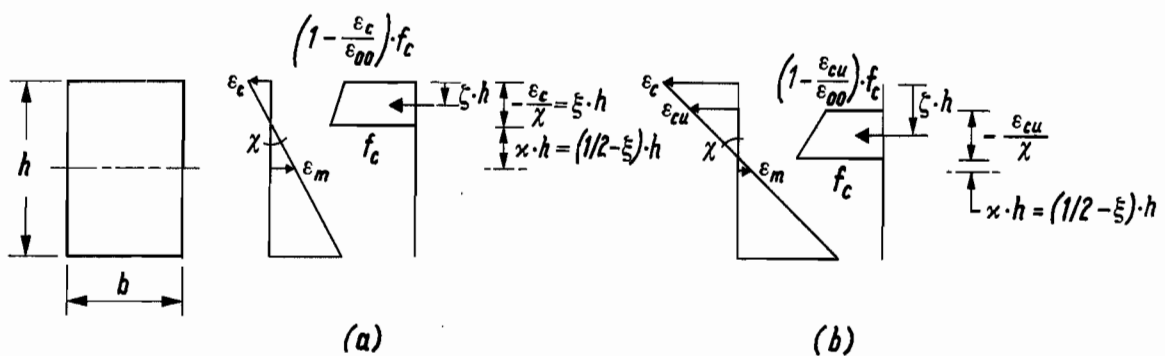


Bild 6.2 : Fallunterscheidungen

Anstatt der beiden oben genannten Parameter sollen im weiteren folgende zwei Abkürzungen verwendet werden:

$$\Phi = \frac{h \cdot \chi}{\epsilon_{00}} \quad ,$$

$$\kappa = \frac{\epsilon_m}{h \cdot \chi} \quad .$$

Die Lage der Dehnungsebene ist durch κ , die Krümmung durch Φ gegeben. Die Beziehung zwischen ξ und κ ist durch die Geometrie (Bild 6.2a) festgelegt und lautet

$$\kappa = 0.5 - \xi \quad . \quad (6.6)$$

Die Randstauchung ist

$$\epsilon_c = \xi \cdot h \cdot \chi = \xi \cdot \Phi \cdot \epsilon_{00} = \epsilon_m - \frac{h \cdot \chi}{2} \quad (6.7)$$

Im Falle (a) ist die Randstauchung $|\epsilon_c|$ kleiner als $|\epsilon_{cu}|$. Die Schnittkräfte, sowie die relative Lage des Schwerpunkts der Betonkraft berechnen sich somit zu

$$\begin{aligned} n_c &= \frac{N_c}{N_o} = \frac{1}{b \cdot h \cdot |f_c|} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_c}{\chi} \cdot \left(1 + 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{oo}} \right) \cdot b \cdot |f_c| \right] = \frac{1}{2 \cdot \Phi} \cdot \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(2 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{oo}} \right) = \\ &= \frac{1}{2 \cdot \Phi} \cdot \frac{\epsilon_m - \frac{h \cdot \chi}{2}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(2 - \frac{\epsilon_m - \frac{h \cdot \chi}{2}}{\epsilon_{oo}} \right) = \frac{1}{2 \cdot \Phi} \cdot \left(\kappa \cdot \Phi - \frac{\Phi}{2} \right) \cdot \left(2 - \kappa \cdot \Phi + \frac{\Phi}{2} \right) = \\ &= \left(\frac{-4 \cdot \kappa^2 + 4 \cdot \kappa - 1}{8} \right) \cdot \Phi - \left(\frac{1}{2} - \kappa \right) \quad , \quad (6.8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_c &= \frac{M_c}{M_o} = \frac{1}{\frac{b \cdot h^2}{2} \cdot |f_c|} \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_c}{\chi} \cdot \left(1 + 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{oo}} \right) \cdot b \cdot |f_c| \right] \cdot \left[\kappa \cdot h - \frac{\epsilon_c}{3 \cdot \chi} \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{oo} - 2 \cdot \epsilon_c}{2 \cdot \epsilon_{oo} - \epsilon_c} \right) \right] = \\ &= -\frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(2 \cdot \kappa - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{oo}} \cdot \kappa - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{oo} \cdot \Phi} + \frac{2 \cdot \epsilon_c^2}{3 \cdot \Phi \cdot \epsilon_{oo}^2} \right) = \\ &= -\frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_m - \frac{h \cdot \chi}{2}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left[2 \cdot \kappa - \frac{\epsilon_m - \frac{h \cdot \chi}{2}}{\epsilon_{oo}} \cdot \kappa - \frac{\epsilon_m - \frac{h \cdot \chi}{2}}{\epsilon_{oo} \cdot \Phi} + \frac{2 \cdot \left(\epsilon_m^2 - h \cdot \chi \cdot \epsilon_m + \frac{h^2 \cdot \chi^2}{4} \right)}{3 \cdot \Phi \cdot \epsilon_{oo}^2} \right] = \\ &= -\frac{1}{\Phi} \cdot \left(\kappa \cdot \Phi - \frac{\Phi}{2} \right) \cdot \left[2 \cdot \kappa - \kappa^2 \cdot \Phi + \frac{\kappa \cdot \Phi}{2} - \kappa + \frac{1}{2} + \frac{2 \cdot \left(\kappa^2 \cdot \Phi^2 - \kappa \cdot \Phi^2 + \frac{\Phi^3}{4} \right)}{3 \cdot \Phi} \right] = \\ &= \frac{4 \cdot \kappa^3 - 3 \cdot \kappa + 1}{12} \cdot \Phi + \frac{1 - 4 \cdot \kappa^2}{4} \quad , \quad (6.9) \end{aligned}$$

$$\xi = \frac{1}{3} \cdot \frac{\epsilon_c}{h \cdot \chi} \cdot \left(\frac{2 + 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{oo}}}{1 + 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{oo}}} \right) = \frac{1}{3} \cdot \xi \cdot \frac{3 - \frac{\epsilon_c}{h \cdot \chi} \cdot \Phi}{2 - \frac{\epsilon_c}{h \cdot \chi} \cdot \Phi} = \frac{1}{3} \cdot \xi \cdot \frac{3 + \xi \cdot \Phi}{2 + \xi \cdot \Phi} \quad (6.10)$$

Im Falle (b) ist die Randstauchung $|\epsilon_c|$ grösser als $|\epsilon_{cu}|$. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} n_c &= \frac{N_c}{N_o} = \frac{1}{b \cdot h \cdot |f_c|} \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\chi} \cdot \left(1 + 1 - \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \right) \cdot b \cdot |f_c| \right] = \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{oo}} \right) \quad , \quad (6.11) \\ m_c &= \frac{M_c}{M_o} = \frac{1}{\frac{b \cdot h^2}{2} \cdot |f_c|} \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\chi} \cdot \left(1 + 1 - \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \right) \cdot b \cdot |f_c| \right] \cdot \left[\kappa \cdot h - \frac{\epsilon_{cu}}{3 \cdot \chi} \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{oo} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{oo} - \epsilon_{cu}} \right) \right] = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{00}}\right) \cdot \left[-2 \cdot \kappa + \frac{2}{3 \cdot \Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{00} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{00} - \epsilon_{cu}}\right) \right], \quad (6.12)$$

$$\xi = \xi + \frac{\epsilon_{cu}}{h \cdot \chi} \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{00} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{00} - \epsilon_{cu}}\right) = \xi + \frac{1}{3 \cdot \Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{00} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{00} - \epsilon_{cu}}\right). \quad (6.13)$$

Gleichung (6.11) ist unabhängig von der Lage κ der Dehnungsebene und sagt aus, dass bei konstanter Normalkraft die Krümmung konstant bleibt. In einem unarmierten Querschnitt kann die Krümmung deshalb nur anwachsen, solange die Randstauchung noch kleiner als $|\epsilon_{cu}|$ ist. Mit $|\epsilon_{cu}|$ wird zugleich auch die maximale Krümmung erreicht. Danach ist die einzig mögliche Verformungszunahme eine Parallelverschiebung der Dehnungsebene (Bild 6.2b), was einer gleichmässigen Zunahme der Stauchung im Querschnitt gleichkommt. Diese Änderung der Lage der Dehnungsebene führt zwangsläufig zu einer Änderung des Momentes (Gleichung (6.12)).

Erreicht die sich verschiebende Betondruckzone schliesslich den anderen Querschnittsrand, so ist der Querschnitt vollständig überdrückt. Jede weitere Verformungszunahme führt zu einer Reduktion der inneren Normalkraft. Das Gleichgewicht ist dann nicht mehr erfüllt, es liegt Instabilität vor.

Armierter Querschnitt

Die Schnittkräfte werden erhalten, indem die Summe der beiden Anteile aus Beton und Stahl gebildet wird. Es gilt

$$n = n_c + n_s, \quad (6.14)$$

$$m = m_c + m_s. \quad (6.15)$$

Es werden die in Bild 6.3 gezeigten Fälle unterschieden. Die Resultate sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst.

Fall	m	n _s	m _s	m _c	ξ	Gültigkeitsbereich
(a)	(6.17)	$\psi \cdot (\omega_b + \omega_t)$				
(b)	(6.22)	$\psi \cdot (\omega_b + \omega_t)$	$\psi^2 \cdot (\omega_b - \omega_t)$		$0 \leq \xi < \frac{1-\psi}{2}$ (6.21)	$\phi > \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{oo}}\right) \cdot \frac{1}{n \cdot \psi \cdot (\omega_b + \omega_t)}$
(c)	(6.24)	$\psi \cdot (\omega_b + \omega_t)$	$\psi^2 \cdot (\omega_b - \omega_b)$		$0 \leq \xi < \frac{1-\psi}{2}$	$\phi = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{oo}}\right) \cdot \frac{1}{n \cdot \psi \cdot (\omega_b + \omega_t)}$
(d)	(6.27)			$\frac{\phi}{12} \cdot (1-\psi)^3 + \left(\frac{1-\psi}{2}\right)^2$	$\frac{1-\psi}{2}$	$\phi \geq - \frac{2}{1-\psi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}}$
(e)	(6.27)			$\frac{1}{3 \cdot \phi^2} \cdot \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}}\right)^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{oo} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}}\right)$	$\frac{1-\psi}{2}$	$\phi < - \frac{2}{1-\psi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}}$
(f)	(6.22)	$\psi \cdot (\omega_b - \omega_t)$	$\psi^2 \cdot (\omega_b + \omega_t)$		$\frac{1-\psi}{2} < \xi < \frac{1+\psi}{2}$ (6.21)	$\phi > \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{oo}}\right) \cdot \frac{1}{n \cdot \psi \cdot (\omega_b + \omega_t)}$
(g)	(6.24)	$\psi \cdot (\omega_b - \omega_t)$	$\psi^2 \cdot (\omega_b + \omega_t)$		$\frac{1-\psi}{2} < \xi < \frac{1+\psi}{2}$	$\phi = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{oo}}\right) \cdot \frac{1}{n \cdot \psi \cdot (\omega_b + \omega_t)}$
(h)	(6.28)			$\frac{\phi}{12} \cdot (1+\psi)^3 + \left(\frac{1+\psi}{2}\right)^2$	$\frac{1+\psi}{2}$	$\phi \geq - \frac{2}{1+\psi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}}$
(i)	(6.28)			$\frac{1}{3 \cdot \phi^2} \cdot \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}}\right)^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{oo} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}}\right)$	$\frac{1+\psi}{2}$	$\phi < - \frac{2}{1+\psi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}}$
(j)	(6.22)	$\psi \cdot (-\omega_b - \omega_t)$	$\psi^2 \cdot (-\omega_b + \omega_t)$		$\frac{1+\psi}{2} < \xi \leq 1$ (6.21)	$\phi > \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{oo}}\right) \cdot \frac{1}{n \cdot \psi \cdot (-\omega_b - \omega_t)}$
(k)	(6.24)	$\psi \cdot (-\omega_b - \omega_t)$	$\psi^2 \cdot (-\omega_b + \omega_t)$		$\frac{1+\psi}{2} < \xi \leq 1$	$\phi = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{oo}}\right) \cdot \frac{1}{n \cdot \psi \cdot (-\omega_b - \omega_t)}$

Tabelle 6.1 : Formeln für starr(entfestigend)-plastisches Materialverhalten

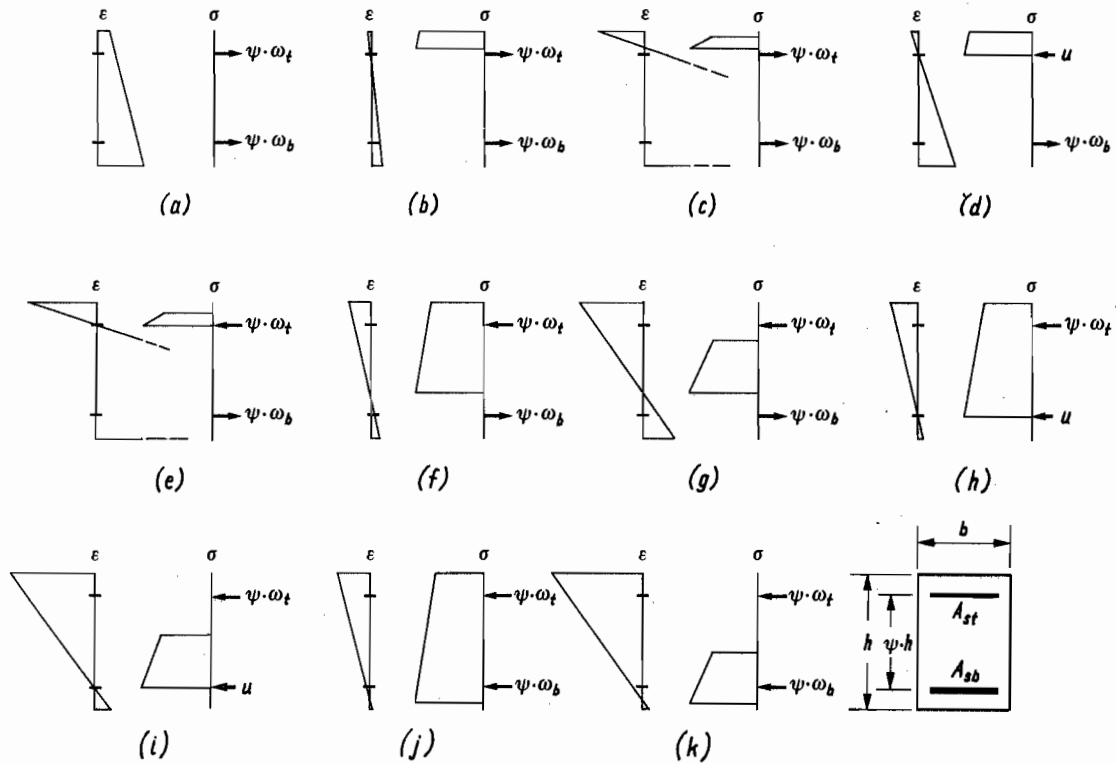


Bild 6.3 : Fallunterscheidungen

Fall (a) behandelt den vollständig gerissenen Querschnitt mit

$$n = \psi \cdot (\omega_b + \omega_t) \quad , \quad (6.16)$$

$$m = \psi^2 \cdot (\omega_b - \omega_t) \quad . \quad (6.17)$$

Für die Fälle (b), (f), (j) ist die Normalkraft gleich

$$n = \left(-\frac{4 \cdot \chi^2 + 4 \cdot \chi - 1}{8} \right) \cdot \Phi - \left(\frac{1}{2} - \chi \right) + n_s \quad . \quad (6.18)$$

Das Moment ergibt sich zu

$$m = \frac{4 \cdot \chi^3 - 3 \cdot \chi + 1}{12} \cdot \Phi + \frac{1 - 4 \cdot \chi^2}{4} + m_s \quad . \quad (6.19)$$

Aus (6.18) folgt durch Auflösen der quadratischen Gleichung

$$\chi = \frac{1}{\Phi} + \sqrt{\frac{1}{\Phi^2} - \frac{2}{\Phi} \cdot (n - n_s)} \quad (6.20)$$

Aufgelöst nach der Lage ξ der neutralen Achse (Gleichung (6.6)) ergibt sich

$$\xi = -\frac{1}{\Phi} - \sqrt{\frac{1}{\Phi^2} - \frac{2}{\Phi} \cdot (n - n_s)} \quad (6.21)$$

Durch Einsetzen von χ (6.20) in die Gleichung (6.19) des Momentes erhält man neu

$$m = m_s - (n - n_s) - \frac{2}{3} \cdot \left\{ \left[\frac{1}{\Phi} + (n - n_s) \right] \cdot \sqrt{\frac{1}{\Phi^2} - \frac{2}{\Phi} \cdot (n - n_s)} + \frac{1}{\Phi^2} \right\} \quad (6.22)$$

Für die Fälle (c), (g), (k) sind die Schnittkräfte gegeben durch die beiden Gleichungen

$$n = \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{00}} \right) + n_s \quad (6.23)$$

$$m = \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{00}} \right) \cdot \left[-2 \cdot \chi + \frac{2}{3 \cdot \Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{00} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{00} - \epsilon_{cu}} \right) \right] + m_s \quad (6.24)$$

Gleichung (6.23) sagt aus, dass bei einer konstanten Normalkraft die Krümmung konstant bleibt. Eine weitere Verdrehung wird erst möglich, wenn ein anderer Spannungszustand erreicht werden kann. Die Betondruckzone, die Kraft n_c , wird durch eine Parallelverschiebung der Dehnungsebene in die noch ungedrückte Zone des Querschnittes hineinwandern. Im Falle (c) wird der Spannungszustand (e) erreicht, im Falle (g) der Zustand (i). Im Fall (k) ist die maximale Krümmung hingegen bereits erreicht.

Für die Fälle (d) und (e) ist

$$n = n_c - u + \psi \cdot \omega_b , \quad (6.25)$$

wobei u die Stahlkraft in der Armierung ist, durch welche die Dehnungsebene verläuft. u kann zwischen $\pm \psi \cdot \omega_t$ liegen.

Bildet man das Momentengleichgewicht der statisch äquivalenten Kräfte n und $n_c + n_s$ bezüglich der Achse durch welche u verläuft, erhält man

$$\eta \cdot \frac{\psi}{2} + \frac{m_c}{2} = \psi \cdot \psi \cdot \omega_b + \frac{m_c}{2} \quad (6.26)$$

Das Moment ist damit

$$m = -n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega_b + m_c . \quad (6.27)$$

Die Ausdrücke für m_c sind in Tabelle 6.1 angegeben.

Für die Fälle (h) und (i) erhält man die Schnittkräfte nach der gleichen Methode zu

$$\begin{aligned} n &= n_c - u - \psi \cdot \omega_t , \\ m &= n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega_t + m_c . \end{aligned} \quad (6.28)$$

Die Ausdrücke m_c für diese zwei Fälle sind ebenfalls in Tabelle 6.1 aufgeführt.

6.3 Maximaler Querschnittswiderstand

Der maximale Widerstand von Stahlbetonquerschnitten kann mit Hilfe des starr-idealplastischen Materialgesetzes für den Stahl und des starr-plastischen Materialgesetzes (rechteckförmiges σ - ϵ Diagramm) für den Beton bestimmt werden (Bild 6.1a/e).

Im folgenden soll als Beispiel der maximale Widerstand von symmetrisch

armierten Querschnitten hergeleitet werden.

In der Stütze, die das oben genannte Materialverhalten besitzt, tritt im am stärksten beanspruchten Querschnitt keine Entfestigung ein, solange die Randstauchung ϵ_{cu} nicht erreicht worden ist. Je nach der Grösse der Normalkraft ergibt sich einer der in Bild 6.4 gezeichneten Fälle bei Beginn der Entfestigung.

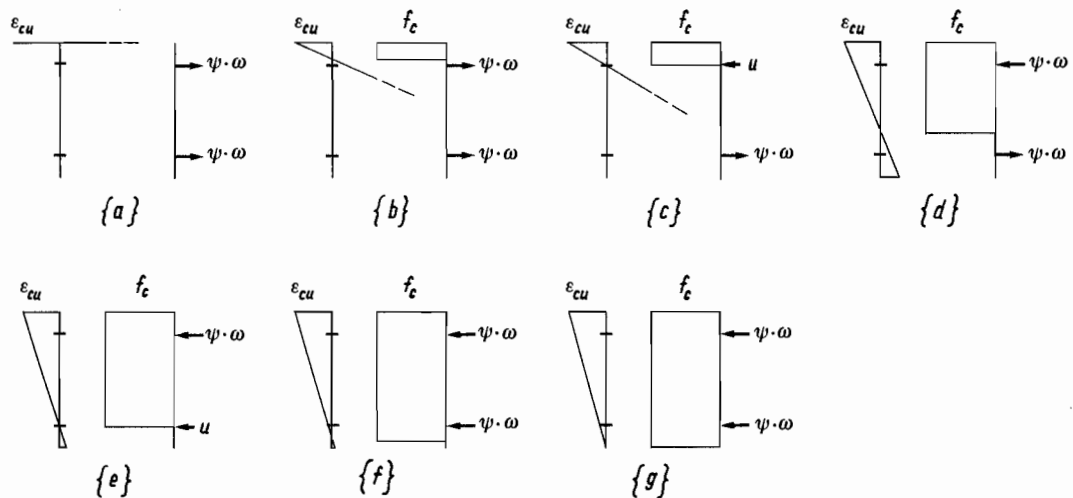


Bild 6.4 : Fallunterscheidungen

Die Armierung und die Normalkraft bestimmen die Grösse der Betonkraft und legen die Lage der neutralen Achse fest. Es ist

$$n_c = n - n_s = -\xi \quad (6.29)$$

Im Fall {a} ist das Moment gleich Null. Tabelle 6.1, Fall (c), liefert die Gleichung des Momentes für den Fall {b}. In der gleichen Tabelle geben die Gleichungen der Momente der Fälle (e),(g),(i),(k) die Momente für die Fälle {c},{d},{e},{f} und {g} wieder. Wenn man jeweils ϵ_{00} gegen $-\infty$ streben lässt, so ergeben sich die in der Tabelle 6.2 aufgeführten Gleichungen für das bezogene Moment.

Das Moment ist abhängig von den vorerst noch unbekanntem Ausdrücken für κ und $\epsilon_{cu}/\Phi \cdot \epsilon_{00}$.

Die Lage der Dehnungsebene (6.6) wird mit Gleichung (6.29) gleich

$$\kappa = 0.5 + n_c \quad . \quad (6.30)$$

Der Ausdruck $\epsilon_{cu}/\Phi \cdot \epsilon_{00}$ entspricht der Betonkraft n_c , denn es gilt

$$\frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} = \frac{\epsilon_{cu}}{h \cdot \chi} = -\xi = n_c \quad . \quad (6.31)$$

Die Gleichungen der Momente sind somit Funktionen der Betonkraft n_c . Die Betonkraft kann aber für jeden der in Bild 6.4 gezeigten Fälle in Funktion der Normalkraft und der Armierung ausgedrückt werden. Damit werden die in Tabelle 6.2 ganz rechts aufgeführten Gleichungen der Momente erhalten.

Fall	Gültigkeitsbereich	m	$\frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}}$	K	$m = 0$
{a}	$n = 2 \cdot \psi \cdot \omega$	0			$m = 0$
{b}	$2 \cdot \psi \cdot \omega \geq n \geq 2 \cdot \psi \cdot \omega - \frac{1-\psi}{2}$	$\frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(-2 \cdot \kappa + \frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \right)$	$n - 2 \cdot \psi \cdot \omega$	$\frac{1}{2} + n - 2 \cdot \psi \cdot \omega$	$m = -n - n^2 + 4 \cdot \psi \cdot \omega \cdot n + 2 \cdot \psi \cdot \omega - 4 \cdot \psi^2 \cdot \omega^2$
{c}	$2 \cdot \psi \cdot \omega - \frac{1-\psi}{2} \geq n \geq -\frac{1-\psi}{2}$	$-\frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(\frac{1}{\phi^2} \cdot \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \right)^2 \right)$	$-\frac{1-\psi}{2}$		$m = -n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega + \left(\frac{1-\psi}{2} \right)^2$
{d}	$-\frac{1-\psi}{2} \geq n \geq -\frac{1+\psi}{2}$	$\frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(-2 \cdot \kappa + \frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \right)$	n	$\frac{1}{2} + n$	$m = 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega - n - n^2$
{e}	$-\frac{1+\psi}{2} \geq n \geq -2 \cdot \psi \cdot \omega - \frac{1+\psi}{2}$	$\frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(\frac{1}{\phi} \cdot \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \right)^2 \right)$	$-\frac{1+\psi}{2}$		$m = n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega + \left(\frac{1+\psi}{2} \right)^2$
{f}	$-2 \cdot \psi \cdot \omega - \frac{1+\psi}{2} \geq n \geq -2 \cdot \psi \cdot \omega - 1$	$\frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(-2 \cdot \kappa + \frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \right)$	$n + 2 \cdot \psi \cdot \omega$	$\frac{1}{2} + n + 2 \cdot \psi \cdot \omega$	$m = -n - n^2 - 4 \cdot \psi \cdot \omega \cdot n - 2 \cdot \psi \cdot \omega - 4 \cdot \psi^2 \cdot \omega^2$
{g}	$n = -2 \cdot \psi \cdot \omega - 1$	$-\frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(-2 \cdot \kappa + \frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \right)$	-1	$\frac{1}{-2}$	$m = 0$

Tabelle 6.2 : Formeln für starr-idealplastisches Materialverhalten (maximaler Widerstand)

6.4 Maximaler Querschnittswiderstand ohne Betonüberdeckung

Bei der einer Verdrehung unterworfenen Stütze kommt es im plastischen Gelenk zu einem gewissen Zeitpunkt zum Abplatzen der Betonüberdeckung. Wie Versuche [4.1/4.3] zeigen, tritt ein Abplatzen der Ueberdeckung erst bei relativ grossen Stauchungen auf, falls sich das plastische Gelenk am Stützenende ausbildet, hingegen schon bei relativ kleinen Stauchungen, falls das plastische Gelenk im Mittelbereich der Stütze auftritt. Das Abplatzen der Ueberdeckung führt zu einem Verlust im Querschnittswiderstand. Im folgenden soll der in einem Querschnitt ohne Betonüberdeckung maximal noch vorhandene Widerstand untersucht werden.

Die Herleitung erfolgt wie für den maximalen Querschnittswiderstand (Kapitel 6.3).

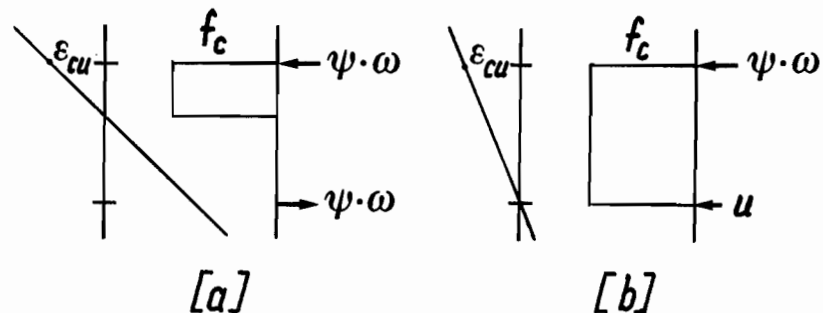


Bild 6.5 : Fallunterscheidungen

Die Momente für die gemäss Bild 6.5 unterscheidbaren Fälle [a] und [b] ergeben sich aus den Gleichungen (g) und (i) der Tabelle 6.1.

Für die Betonkraft gilt:

$$n_c = n - n_s = -\xi + (1 - \psi)/2 \quad (6.32)$$

Die Lage der Dehnungsebene ist gekennzeichnet durch

$$\kappa = \psi/2 + n_c \quad (6.33)$$

Der Ausdruck $\epsilon_{cu} / \Phi \cdot \epsilon_{00}$ entspricht der Betonkraft:

$$\frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} = \frac{\epsilon_{cu}}{h \cdot \chi} = -\xi + \frac{1-\psi}{2} = n_c \quad (6.34)$$

Hier werden für die Momente die in Tabelle 6.3 ganz rechts aufgeführten Gleichungen erhalten.

Fall	Gültigkeitsbereich	m	$\frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}}$	κ	
[a]	$0 \geq n \geq -\psi$	$2 \cdot \psi^2 \cdot \omega + \frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \cdot (-2 \cdot \kappa + \frac{1}{\phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}})$	n	$n + \frac{\psi}{2}$	$m = -n \cdot \psi - n^2 + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega$
[b]	$-\psi \geq n \geq -2 \cdot \psi \cdot \omega - \psi$	$n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega + \frac{1}{\phi^2} \cdot \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}}\right)^2$	$-\psi$		$m = n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega + \psi^2$

Tabelle 6.3 : Formeln für starr-idealplastisches Materialverhalten (maximaler Widerstand des Kernquerschnitts)

6.5 Momenten-Krümmungsverhalten schwach- und starkarmerter

Querschnitte

Die in Kapitel 6.2 hergeleiteten Formeln (Tabelle 6.1) erlauben es, das Momenten-Krümmungsverhalten nach Ueberschreiten des maximalen Biege widerstandes für Stahlbetonquerschnitte mit konstanter Normalkraft analytisch zu untersuchen. Das Materialverhalten wird durch das in Bild 6.1 gezeigte σ - ϵ Diagramm für den Stahl und eines der im selben Bild dargestellten σ - ϵ Diagramme für den Beton beschrieben.

In den Bildern 6.6 und 6.7 ist das Momenten-Krümmungsverhalten von schwach- und von starkarmierten Querschnitten mit einer Normalkraft von $n = -0.2, -0.4$ bzw. -0.6 dargestellt.

Betondiagramm	(1)	(2)
Rechteck (R)	$\epsilon_{cu} = -0.008, \epsilon_{00} \rightarrow -\infty$	$\epsilon_{cu} = -0.016, \epsilon_{00} \rightarrow -\infty$
Trapez (T)	$\epsilon_{cu} = -0.008, \epsilon_{00} = -0.0285$	$\epsilon_{cu} = -0.016, \epsilon_{00} = -0.057$
Dreieck (D)	$\epsilon_{cu} = -0.008 = \epsilon_{00}$	$\epsilon_{cu} = -0.016 = \epsilon_{00}$

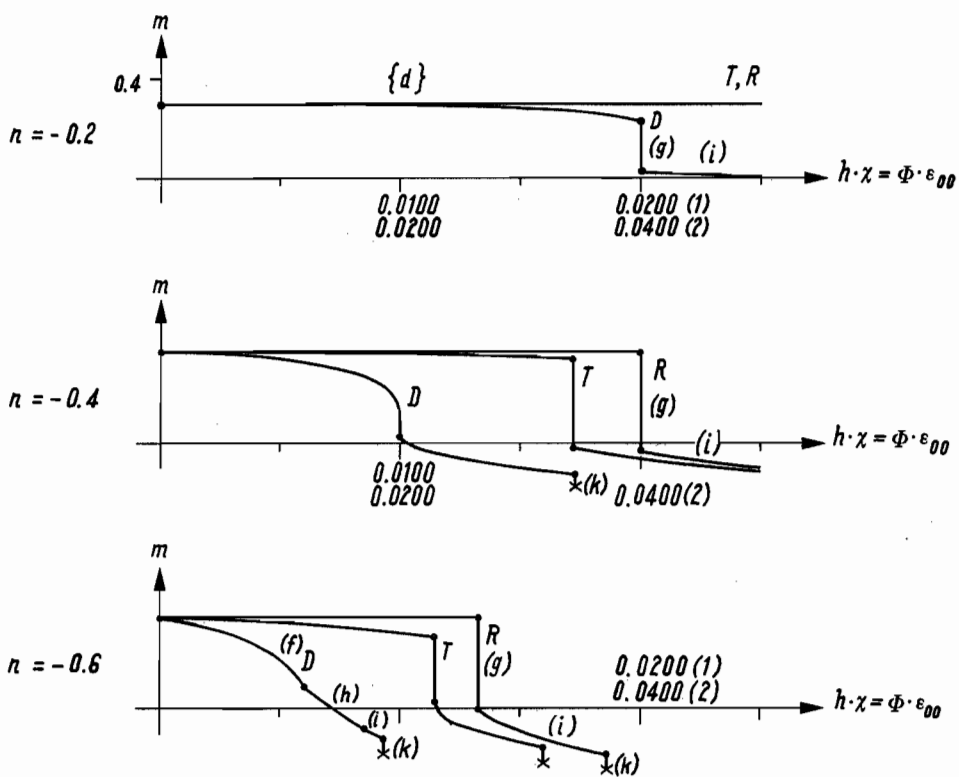


Bild 6.6 : Momenten-Krümmungsverhalten schwacharmerter Querschnitte $\omega = 0.1, \psi = 0.85$

Betondiagramm	(1)	(2)
Rechteck (R)	$\epsilon_{cu} = -0.008, \epsilon_{00} \rightarrow -\infty$	$\epsilon_{cu} = -0.016, \epsilon_{00} \rightarrow -\infty$
Trapez (T)	$\epsilon_{cu} = -0.008, \epsilon_{00} = -0.0285$	$\epsilon_{cu} = -0.016, \epsilon_{00} = -0.057$
Dreieck (D)	$\epsilon_{cu} = -0.008 = \epsilon_{00}$	$\epsilon_{cu} = -0.016 = \epsilon_{00}$

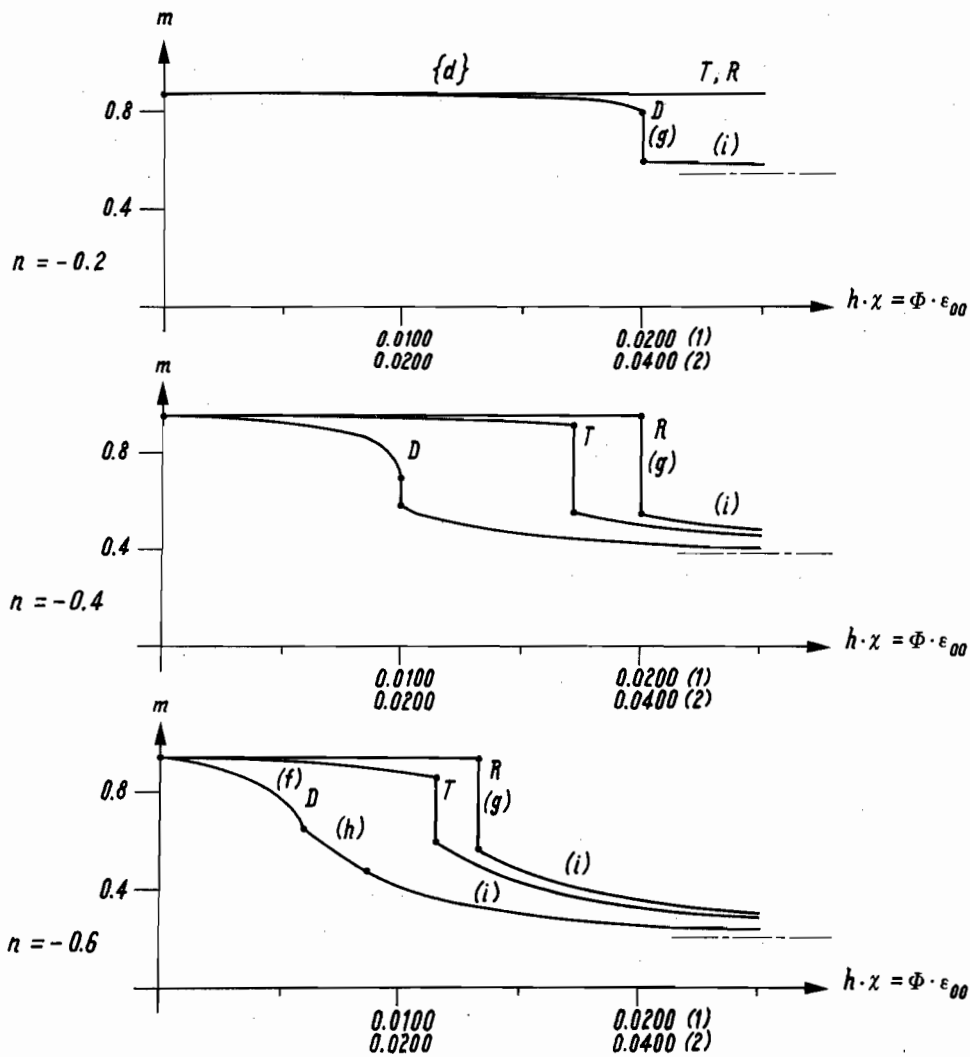


Bild 6.7 : Momenten-Krümmungsverhalten starkarmierter Querschnitte $\omega = 0.5, \psi = 0.85$

$h \cdot \chi$ stellt die Verdrehung eines plastischen Gelenkes dar, falls die plastische Gelenkslänge $l_p = h$ beträgt.

Die Normalkraft und die Armierung bestimmen die Grösse des maximalen Biegewiderstandes. Die Gleichungen der Momente sind in Tabelle 6.2 angegeben.

Der Momentenverlauf beginnt wie die Spannung in den σ - ϵ Diagrammen bei der Verformung Null mit dem maximalen Wert, der maximale Biegewiderstand wird bei der Krümmung Null erreicht. Die Spannungsverteilung im Querschnitt entspricht je nach Grösse der Normalkraft einem der in Bild 6.4 angegebenen Fälle.

Die Lage der Dehnungsebene zu Beginn der Entfestigung, die man für einen rechteckförmigen σ - ϵ Verlauf der Betonspannungen erhält, gibt für nichtrechteckförmige Verläufe Auskunft darüber, welcher der in Bild 6.3 dargestellten Fälle auftritt, wenn man die Krümmung etwas grösser als Null werden lässt. Von den in Bild 6.3 gezeigten zwei möglichen Spannungszuständen pro Lage der Dehnungsebene gilt derjenige, bei welchem die Betondruckzone den Rand berührt.

Nach Ueberschreiten der Randstauchung ϵ_{cu} gilt bei rechteckförmigem und bei nichtrechteckförmigem Verlauf der Betonspannungen derjenige Spannungszustand von Bild 6.3, bei dem die Betondruckzone den Rand nicht berührt.

Die in den Bildern 6.6 und 6.7 gezeigten Momenten-Krümmungsverläufe sollen im folgenden diskutiert werden.

Für beide Armierungsgehalte kann zunächst festgestellt werden, dass der Biegewiderstand bei zunehmender Krümmung umso rascher abfällt, je grösser die vorhandene Normalkraft ist und je schneller der Beton an Festigkeit verliert (dreieck-, trapez oder rechteckförmiger σ - ϵ Verlauf der Betonspannungen).

Bei grösser werdenden Krümmungen zeigt sich je nach Armierungsgehalt ein sehr unterschiedliches Verhalten.

Beim starkarmierten Querschnitt ist die Armierung so gross, dass der Stahl allein die ganze Normalkraft aufnehmen kann. Der Biegewiderstand nähert sich asymptotisch einem Endwert. Wegen der theoretisch unbeschränkten Verformbarkeit des Stahls ist das

Gleichgewicht auch bei einer unendlich gross werdenden Krümmung gewährleistet. Lässt man Φ gegen $-\infty$ streben, so verschwindet m_c in Gleichung (6.28). Der Endwert der Biegefestigkeit ist somit

$$m = n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega \quad . \quad (6.35)$$

Beim schwacharmierten Querschnitt reicht der Stahl hingegen nicht aus, um die ganze Normalkraft aufzunehmen. Mit zunehmender Verformung entfestigt sich der Beton so stark, dass es zum Spannungszustand (k) von Bild 6.3 kommt, bei dem das Gleichgewicht verletzt wird. In den Diagrammen von Bild 6.6 wurde dies mit einem Kreuz gekennzeichnet.

Die Normalkraft liegt zwischen $-(1-\psi)/2$ und $-(1+\psi)/2$. Der maximale Biegewiderstand ist durch Gleichung {d}, Tabelle 6.2, gegeben zu

$$m_p = 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega - n - n^2 \quad . \quad (6.36)$$

Rechteckförmiger σ - ϵ Verlauf der Betonspannungen

Besitzt das σ - ϵ Diagramm des Betons einen rechteckförmigen Verlauf, so beginnt die Entfestigung des Querschnittes erst, wenn am Rand die Stauchung ϵ_{cu} erreicht wird. Die Normalkraft ist dann durch die Gleichung (6.23), Fall (g), gegeben zu

$$n = n_c = \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \quad . \quad (6.37)$$

Die Krümmung ist somit

$$h \cdot \chi = \Phi \cdot \epsilon_{00} = \frac{\epsilon_{cu}}{n} \quad . \quad (6.38)$$

Nach erfolgter Momentenabnahme verhält sich der Querschnitt gemäss Fall (i). Das Moment (Gleichung (6.28)) beträgt dann

$$m = n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega + \frac{1}{\Phi^2} \cdot \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \right)^2 \quad (6.39)$$

Der mit $n = -0.6$ belastete schwacharmierte Querschnitt erreicht als einziger innerhalb des angegebenen Krümmungsbereichs den Fall (k). Gleichung (6.23) gibt die Normalkraft zu

$$n = n_c + n_s = \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} - 2 \cdot \psi \cdot \omega \quad (6.40)$$

Die Krümmung beträgt somit

$$h \cdot \chi = \Phi \cdot \epsilon_{00} = \frac{\epsilon_{cu}}{n + 2 \cdot \psi \cdot \omega} \quad (6.41)$$

Das Moment (Gleichung (6.24)) ergibt sich zu

$$m = \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \cdot \left[-2 \cdot \chi + \frac{\epsilon_{cu}}{\Phi \cdot \epsilon_{00}} \right] \quad (6.42)$$

Trapezförmiger σ - ϵ Verlauf der Betonspannungen

Bei einem trapezförmigen Verlauf beginnt die Entfestigung, sobald die Krümmung grösser als Null ist. Zunächst verhalten sich alle Querschnitte gemäss Fall (f). Das Moment (Gleichung (6.22)) beträgt

$$m = 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega - n - \frac{2}{3} \cdot \left[\left(\frac{1}{\Phi} + n \right) \cdot \sqrt{\frac{1}{\Phi^2} - \frac{2 \cdot n}{\Phi}} + \frac{1}{\Phi^2} \right] \quad (6.43)$$

Bei der Krümmung

$$h \cdot \chi = \Phi \cdot \epsilon_{00} = \frac{\epsilon_{cu}}{n} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{00}} \right) \quad (6.44)$$

tritt eine starke Abnahme des Biegemomentes ein, Fall (g). Die Normalkraft (Gleichung (6.23)) ist

$$n = n_c = \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{00}} \right) \quad (6.45)$$

Nach erfolgter Momentenabnahme gilt Fall (i). Das Moment (Gleichung (6.28)) beträgt

$$m = n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega + \frac{1}{3 \cdot \Phi^2} \cdot \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \right)^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{oo} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \right) \quad (6.46)$$

Innerhalb des angegebenen Krümmungsbereichs erreicht nur der am stärksten beanspruchte schwacharmierte Querschnitt den Fall (k). Die Normalkraft (Gleichung (6.23)) ist gleich

$$n = n_c + n_s = \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{oo}} \right) - 2 \cdot \psi \cdot \omega \quad (6.47)$$

Das Moment (Gleichung (6.24)) beträgt

$$m = \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{oo}} \right) \cdot \left[-2 \cdot \chi + \frac{2}{3 \cdot \Phi} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{oo} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{oo} - \epsilon_{cu}} \right) \right] \quad (6.48)$$

Dreieckförmiger σ - ϵ Verlauf der Betonspannungen

Zunächst gilt ebenfalls Fall (f). Das Moment (Gleichung (6.22)) ist gleich

$$m = 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega - n - \frac{2}{3} \cdot \left[\left(\frac{1}{\Phi} + n \right) \cdot \sqrt{\frac{1}{\Phi^2} - \frac{2 \cdot n}{\Phi}} + \frac{1}{\Phi^2} \right] \quad (6.49)$$

Bei der Krümmung

$$h \cdot \chi = \Phi \cdot \epsilon_{oo} = \frac{\epsilon_{oo}}{2 \cdot n} \quad (6.50)$$

ist für alle Querschnitte mit Ausnahme der beiden mit $n = -0.6$ belasteten Querschnitte der Fall (g) gültig. Die Normalkraft (Gleichung (6.23)) beträgt

$$n = n_c = \frac{1}{2 \cdot \Phi} \quad (6.51)$$

Das Momenten-Krümmungsverhalten wird danach durch den Fall (i) bestimmt. Für das Moment gilt die Gleichung (6.28) mit

$$m = n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega + \frac{1}{3 \cdot \Phi^2} \quad (6.52)$$

Bei den mit $n = -0.6$ belasteten Querschnitten geht der Fall (f) in den Fall (h) über. Beim Uebergang von einem Zustand in den andern ist die Normalkraft gegeben durch Gleichung (6.18). Mit $\kappa = -\psi/2$ und $n = 0$ ergibt sich

$$n = n_c = \frac{\psi^2 + 2 \cdot \psi + 1}{8} \cdot \Phi - \frac{1 + \psi}{2} \quad (6.53)$$

Die Krümmung beträgt somit beim Uebergang von Fall (f) zu (h)

$$h \cdot \chi = \Phi \cdot \varepsilon_{00} = -8 \cdot \left(n + \frac{1 + \psi}{2} \right) \cdot \frac{\varepsilon_{00}}{\psi^2 + 2 \cdot \psi + 1} \quad (6.54)$$

das Moment (Gleichung (6.19))

$$m = \frac{2 + 3 \cdot \psi - \psi^3}{24} \cdot \Phi + \frac{1 - \psi^2}{4} + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega \quad (6.55)$$

Beim Uebergang von Fall (h) zu Fall (i) ist die Krümmung

$$h \cdot \chi = \Phi \cdot \varepsilon_{00} = \frac{2}{1 + \psi} \cdot \varepsilon_{00} \quad (6.56)$$

Gleichung (6.28) beschreibt das Moment für den Fall (i)

$$m = n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega + \frac{1}{3 \cdot \Phi^2} \quad (6.57)$$

Bei den schwacharmierten Querschnitten wird der Fall (k) bei den mit $n = -0.4$ bzw. -0.6 belasteten Querschnitten innerhalb des angegebenen Krümmungsbereichs erreicht. Die Normalkraft ist durch Gleichung (6.23) gegeben zu

$$n = n_c + n_s = \frac{1}{2 \cdot \Phi} - 2 \cdot \psi \cdot \omega \quad (6.58)$$

Die Krümmung beträgt somit

$$h \cdot \chi = \bar{\Phi} \cdot \varepsilon_{00} = \frac{\varepsilon_{00}}{2 \cdot (\eta + 2 \cdot \psi \cdot \omega)} \quad (6.59)$$

Das Moment ist durch Gleichung (6.24) gegeben

$$m = - \frac{\chi}{\bar{\Phi}} + \frac{l}{3 \cdot \bar{\Phi}^2} \quad (6.60)$$

6.6 Krümmungsbeschränkung

Wie man aus den Momenten-Krümmungsdiagrammen der schwacharmierten Querschnitte (Bild 6.6) feststellen kann, ist die mögliche Krümmungszunahme, nachdem der Biege­widerstand einmal auf Null abgesunken ist, relativ klein. Sehr bald wird nämlich der Spannungszustand erreicht, in dem der ganze Querschnitt überdrückt ist und jede weitere Verformungszunahme zu einer Verletzung des Gleichgewichtes führt (Fall k).

Die für den Beton und den Stahl getroffenen Annahmen ermöglichen es, dass bei starkarmierten Querschnitten (Bild 6.7) die Krümmungen theoretisch unendlich gross werden können. Praktisch kommt es natürlich nicht so weit, da vorher schon das Material versagt. Nach dem Zerreißen eines Bügels und/oder Ausknicken der unter Druck stehenden Längsarmierung und dem damit verbundenen Festigkeitsverlust im Beton kommt es zu einer plötzlichen Entfestigung der Stütze, was einen totalen Verlust der Biegefestigkeit zur Folge hat und somit das Ende der Verformung bedeutet.

Welche Krümmung kann man aber erzielen? Es soll nun eine Grenzkrümmung festgesetzt werden, die im plastischen Gelenk einer

Stütze erreichbar ist, ohne dass es zu einem Materialversagen und damit zum Verlust der Tragfähigkeit kommt.

Versuche und theoretische Ueberlegungen ([4.1] und Kapitel 7) zeigen, dass in den Längsarmierungseisen eng verbügelter Stahlbetonstützen Stauchungen von über 10mal dem Wert der Stauchung ϵ_{yc} (Stauchung bei Erreichen der Fliesgrenze) erzielt werden können, ohne dass es zum Ausknicken der Armierungseisen oder zum Zerreißen der Bügel kommt.

Als maximale Grenzkrümmung, die in einer Stütze erreicht werden sollte, wird so die Krümmung

$$\boxed{h \cdot \chi_m = \frac{10 \cdot |\epsilon_{yc}|}{\psi}} \quad (6.61)$$

festgelegt.

Bei Erreichen der Krümmung $h \cdot \chi = 10 \cdot |\epsilon_{yc}| / \psi$ liegen die Stauchungen in den Druckstäben, je nach Grösse der aufgebrachten Normalkraft, zwischen 0 und 2 o/o. Eine Stütze mit einer sehr kleinen oder gar keinen Normalkraft, kann grössere Krümmungen im plastischen Gelenk erreichen, da keine Knickgefahr der Längsarmierungseisen besteht. Der vorgeschlagene Grenzwert genügt aber bereits, um grosse plastische Verformungen zu erreichen.

Es wird nun untersucht, bei welchen der in den Bildern 6.6 und 6.7 gezeigten Momenten-Krümmungsdiagrammen die Krümmung $h \cdot \chi_m = 10 \cdot |\epsilon_{yc}| / \psi = 0.02 / 0.85 = 0.0235$ mit noch positivem Biege­widerstand erreicht wird.

Die maximale Grenzkrümmung wird bei schwacharmierten Querschnitten (Bild 6.6) nur erreicht, wenn die Normalkräfte nicht zu gross sind.

Wenn $\epsilon_{cu} = -0.008$ ist, wird die maximale Grenzkrümmung nur für die Normalkraft $n = -0.2$ erreicht, unabhängig davon, welches der drei verschiedenen Materialgesetze für den Beton nun gültig ist. In allen anderen Querschnitten ist der Biege­widerstand schon vor Erreichen der maximalen Grenzkrümmung auf Null abgesunken.

Wenn $\epsilon_{cu} = -0.016$ ist, erreichen fast alle Querschnitte diese Krümmung.

Nicht erreicht wird die maximale Grenzkrümmung bei dem mit $n = -0.4$ belasteten Querschnitt, wenn das σ - ϵ Diagramm des Betons einen dreieckförmigen Verlauf besitzt. Ebenso erreichen die mit $n = -0.6$ belasteten Querschnitte diese Krümmung nicht, falls das σ - ϵ Diagramm einen dreieck- oder trapezförmigen Verlauf besitzt.

Bei allen starkarmierten Querschnitten wird die maximale Grenzkrümmung erreicht (Bild 6.7).

Folgende Voraussetzungen sind deshalb nötig, um in einem plastischen Gelenk einer Stütze die maximale Grenzkrümmung $h \cdot \chi_m = 10 \cdot |\epsilon_{yc}| / \nu$ erzielen zu können:

- Die Normalkraft darf nicht allzugross sein.
- Ist die Normalkraft gross, so muss eine entsprechend starke Längsarmierung angeordnet werden.
- Der Beton muss sich duktil verhalten, d.h. der Beton sollte mit zunehmender Stauchung nur wenig von seiner Festigkeit verlieren: trapez- bzw. rechteckförmiger σ - ϵ Verlauf der Betonspannungen. Dies kann durch eine enge Verbügelung des plastischen Gelenkes erreicht werden (siehe Kapitel 15).

7. Bügel- und Längsarmierung

Aufgabe der Bügel und der Längsarmierung ist es, den Kernbeton zusammenzuhalten. Der unter Druck stehende Beton soll am seitlichen Ausweichen gehindert werden. Im Kern herrscht so ein hydrostatischer Spannungszustand. Der Beton kann damit grossen plastischen Stauchungen unterworfen werden, bevor er seine Festigkeit verliert.

Die auf Zug beanspruchten Bügel müssen so stark ausgebildet werden, dass sie die Verformungen der Stütze mitmachen können ohne zu zerreißen. Versuche [4.1] zeigen, dass Bügel mit einem Durchmesser von 8 bis 12 mm im allgemeinen genügen.

Eine enge Verbügelung verhindert, dass es zum Ausknicken der

Druckstäbe kommt. Eine gute Verbügelung trägt somit dazu bei, dass der Kernbeton bei plastischen Verformungen im Innern verbleibt und dass die Längsarmierung die in ihr wirkende plastische Fließdruckkraft übertragen kann.

7.1 Kritischer Bügelabstand

Im folgenden wird untersucht, welchen maximalen Abstand zwei Bügel voneinander haben dürfen, damit die Längsarmierung nicht ausknickt. Dieser Abstand wird vom Durchmesser des Längsarmierungsstabes sowie von der zu erzielenden Stauchung abhängig sein.

Die kritische Spannung unter der ein Druckstab ausknickt beträgt

$$\sigma_{cr} = - \frac{\pi^2 \cdot E_{st}}{\lambda_{cr}^2} \quad (7.1)$$

Der zugehörige Schlankheitsgrad λ lässt sich ausdrücken zu

$$\lambda_{cr} = \frac{l_{cr}}{i} = \frac{2 \cdot s_s}{\emptyset} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E_{st}}{|\sigma_{cr}|}} \quad (7.2)$$

Die Knicklänge l_{cr} des Längsarmierungsstabes, der zwischen zwei Bügeln ausknickt, kann zur Hälfte des Bügelabstandes s_s angenommen werden. Der Trägheitsradius i beträgt ein Viertel des Stabdurchmessers \emptyset .

Ein Armierungsstab vom Durchmesser \emptyset , der eine Stauchung ϵ_s erleidet, wird nicht ausknicken, falls die ihn stützenden Bügel einen Abstand besitzen, der kleiner als s_s ist:

$$s_s = \frac{\pi}{2} \cdot \emptyset \cdot \sqrt{\frac{E_{st}}{|\sigma_{cr}|}} \quad (7.3)$$

Die im Armierungsstab herrschende Spannung $\sigma_s = \sigma_{cr}$ sowie der

vorhandene Elastizitätsmodul E_{st} hängen von der aufgetragenen Stauchung ϵ_s ab.

Zur Bestimmung der bei einer gegebenen plastischen Stauchung ϵ_s vorhandenen Spannung σ_s und des Tangentenmoduls E_{st} muss der gesamte Spannungs-Stauchungsverlauf des Armierungsstahls herangezogen werden. Grundsätzlich muss dabei zwischen kaltverformten und naturharten Armierungsstählen unterschieden werden.

Kaltverformter Armierungsstahl

In Bild 7.1 ist das Spannungs-Stauchungsdiagramm für einen kaltverformten Armierungsstahl gegeben.

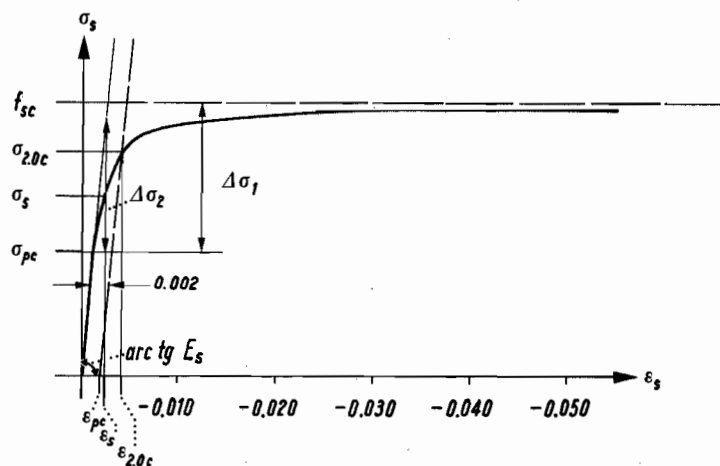


Bild 7.1 : Spannungs-Stauchungsdiagramm für einen kaltverformten Armierungsstahl

Im Bereich $\epsilon_s < \epsilon_{pc}$ soll die in [7.1] vorgeschlagene nichtlineare Spannungs-Stauchungsfunktion den Verlauf beschreiben:

$$\sigma_s = f_{sc} - \frac{\Delta\sigma_1^2}{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2} \quad (7.4)$$

Darin bedeuten

$$\Delta\sigma_1 = f_{sc} - \sigma_{pc} \quad (7.5)$$

$$\Delta\sigma_2 = E_s \cdot \epsilon_s - \sigma_{pc} \quad (7.6)$$

Die Proportionalitätsgrenze σ_{pc} lässt sich durch die Quetschgrenze $\sigma_{2,0c}$ ausdrücken.

Die Stahlstauchung an der Quetschgrenze $\sigma_{2,0c}$ beträgt

$$\epsilon_{2,0c} = \sigma_{2,0c} / E_s - 0.002 \quad (7.7)$$

Wird in (7.4) und (7.6) $\epsilon_s = \epsilon_{2,0c}$ und $\sigma_s = \sigma_{2,0c}$ gesetzt, so ergibt sich

$$\sigma_{pc} = - \left[|\sigma_{2,0c}| - \sqrt{0.002 \cdot E_s \cdot (|f_{sc}| - |\sigma_{2,0c}|)} \right] \quad (7.8)$$

Im Bereich $\epsilon_s < \epsilon_{pc}$ beträgt der Tangentenmodul

$$E_{st} = \frac{d\sigma_s}{d\epsilon_s} = \frac{\Delta\sigma_1^2}{(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2)^2} \cdot E_s \quad (7.9)$$

Durch Einsetzen der versuchsmässig bestimmbaren Werte $\sigma_{2,0c}$, f_{sc} und E_s in (7.4) und (7.9) kann für jede gegebene Stauchung $\epsilon_s < \epsilon_{pc}$ die Spannung σ_s sowie der Tangentenmodul E_{st} und damit das Verhältnis $E_{st} / |\sigma_s|$ bestimmt werden. In Tabelle 7.1 findet sich dazu ein numerisches Beispiel.

(a) Kaltverformter Armierungsstahl				(b) Naturharter Armierungsstahl			
$\frac{\sigma_{2,c} \Delta}{f_{yc}} = 1, \frac{f_{sc}}{f_{yc}} = 1.22, \frac{E_s}{ f_c } = 456.52$				$\frac{f_{yc}}{f_{yc}} = 1, \frac{f_{sc}}{f_{yc}} = 1.22, \frac{E_s}{ f_{yc} } = 456.52$			
				$\frac{E_v}{ f_{yc} } = \frac{1}{30} \cdot E_s = 15.22, \epsilon_{vc} = -0.020$			
ϵ_s	$\frac{E_{st}}{ f_{yc} }$	$\frac{\sigma_s}{f_{yc}}$	$\frac{E_{st}}{ \sigma_c }$	ϵ_s	$\frac{E_{st}}{ f_{yc} }$	$\frac{\sigma_s}{f_{yc}}$	$\frac{E_{st}}{ \sigma_s }$
-0.005	34.81	1.04	34.5				
-0.010	9.12	1.12	8.1				
-0.020	2.33	1.17	2.0	-0.020	15.22	1.00	15.2
-0.030	1.04	1.19	0.9	-0.030	5.38	1.09	4.9
-0.040	0.59	1.19	0.5	-0.040	2.72	1.12	2.4

Tabelle 7.1 : Verhältnis $E_{st} / |\sigma_s|$ für verschiedene Stauchungen des kaltverformten und des naturharten Armierungsstahls

Naturharter Armierungsstahl

In Bild 7.2 ist das Spannungs-Stauchungsdiagramm für einen kaltverformten Armierungsstahl gegeben.

Im Bereich $\epsilon_s < \epsilon_{vc}$ wird die nichtlineare Spannungsfunktion angesetzt zu:

$$\sigma_s = f_{sc} - \frac{\Delta\sigma_1^2}{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2} \quad (7.10)$$

Darin bedeuten:

$$\Delta\sigma_1 = f_{sc} - f_{yc} \quad (7.11)$$

$$\Delta\sigma_2 = E_v \cdot (\epsilon_s - \epsilon_{vc}) \quad (7.12)$$

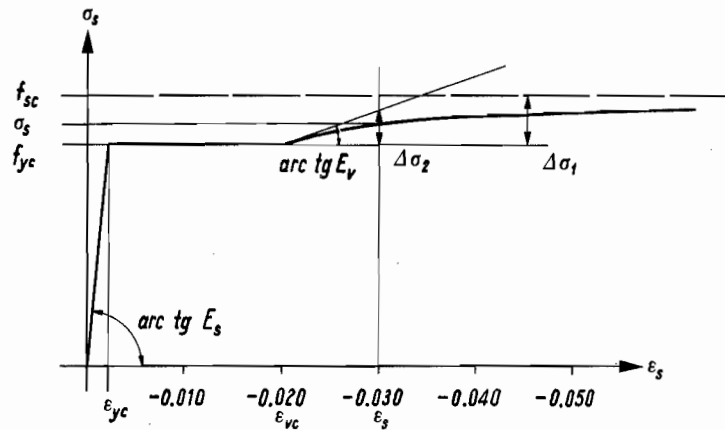


Bild 7.2 : Spannungs-Stauchungsdiagramm für einen naturharten Armierungsstahl

Im Bereich $\epsilon_s < \epsilon_{vc}$ beträgt der Tangentenmodul

$$E_{st} = \frac{d\sigma_s}{d\epsilon_s} = \frac{\Delta\sigma_1^2}{(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2)^2} \cdot E_v \quad (7.13)$$

Durch Einsetzen der Werte f_{yc} , f_{sc} , E_v und ϵ_{vc} in (7.10) und (7.13) kann für jede Stauchung $\epsilon_s < \epsilon_{vc}$ die Spannung σ_s sowie der Tangentenmodul E_{st} und damit das Verhältnis $E_{st} / |\sigma_s|$ bestimmt werden. In Tabelle 7.1 findet sich hierzu ebenfalls ein numerisches Beispiel.

Im Bereich $\epsilon_{vc} < \epsilon_s < \epsilon_{yc}$ fließt der Druckstab.

Fliessen beginnt an der schwächsten Stelle des Armierungsstahls und findet dort in einer sehr dünnen Schicht statt, wobei sich die Stauchung sofort von ϵ_{yc} auf ϵ_{vc} erhöht. Nacheinander kommen neue Schichten ins Fließen und bilden eine sich ausbreitende Zone, die den Verfestigungsbereich (E_v) erreicht hat, während im Restteil des Stabes noch ein elastisches Materialverhalten (E_s) vorliegt. Erst

wenn auf der ganzen Stablänge die Verfestigungsgrenze erreicht worden ist, bestehen im Armierungsstab wieder homogene Materialeigenschaften.

Bügelabstände

In der Tabelle 7.2 ist der maximale Bügelabstand gegeben, damit in der durch die Bügel gestützten Längsarmierung eine Stauchung von -20 0/00 erzielt werden kann.

Wenn für die Längsarmierung anstatt eines kaltverformten ein naturharter Stahl verwendet wird, kann für die Bügel ein grösserer Abstand gewählt werden. Es soll aber nicht vergessen werden, dass es sich hier um ein theoretisches Beispiel handelt. Ob wirklich ein Unterschied zwischen den zwei verschiedenen Stahlsorten besteht, können erst vergleichende Versuche zeigen.

Versuche, wie [4.1/4.3], zeigen aber, dass in Stahlbetonstützen grosse Stauchungen erzielt werden können, bevor es zum Ausknicken der Längsarmierung kommt. Die Versuche [4.1] an Stahlbetonstützen, deren Bügelabstand im plastischen Gelenk gleich dem 2.7 bis 4.9fachen Durchmesser eines Längsarmierungseisens war, ergaben eindruckliche Ergebnisse. Zum Ausknicken der Längsarmierungseisen kam es erst bei sehr grossen Stauchungen (-17 bis -38 0/00 bei zentrisch, -61 bis -74 0/00 bei exzentrisch belasteten Stützen), nachdem ein Bügel ($\emptyset 10$ bzw. $\emptyset 12$) riss.

	Kaltverformter Armierungsstahl	Naturharter Armierungsstahl
$\epsilon_s = -0.020$	$\frac{E_{st}}{ \sigma_s } = 2.0$	$\frac{E_{st}}{ \sigma_s } = 15.2$
Durchmesser ϕ (mm)	Bügelabstand s_s (mm)	Bügelabstand s_s (mm)
12	25	75
14	30	85
16	35	100
18	40	110
20	45	120
22	50	135
26	60	160
30	65	185
34	75	210
40	90	245

Tabelle 7.2 : Maximaler Bügelabstand um eine Stauchung von -20 o/oo in der Längsarmierung erreichen zu können

7.2 Konstruktive Empfehlungen für die Stützenarmierung

Die Stütze muss an den Stellen, wo plastische Gelenke erwartet werden und grosse Stauchungen auftreten werden, gut armiert sein (Bild 7.3). Normalerweise treten solche Gelenke an den Stützenenden auf.

Bügel von 8, 10 oder 12 mm sollten dort in engem Abstand über eine Länge, die eineinhalb bis zweimal der Querschnittshöhe der Stütze entspricht, angeordnet werden.

Besitzt die Längsarmierung einen Durchmesser zwischen 12 und 18 mm, so sollte ein Bügelabstand von 5 cm gewählt werden, damit es zu keinem Ausknicken der Längsarmierung unter den plastischen Verformungen kommt.

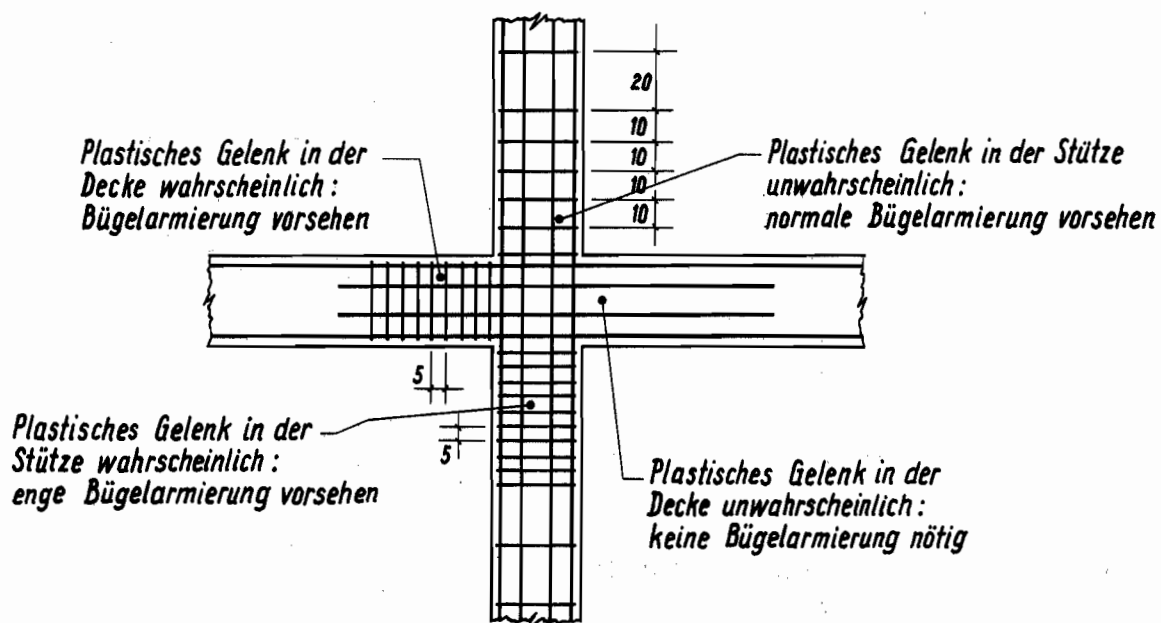


Bild 7.3 : Bügelarmierung eines Knotens im Falle eines plastischen Gelenkes in der Stütze bzw. im Träger

Ist der Durchmesser der Längsarmierung grösser gleich 20 mm, so kann der Abstand 10 cm betragen.

Das Verhältnis Bügelabstand zu Durchmesser eines Längsarmierungseisens beträgt damit im ungünstigsten Falle fünf.

Ein Abstand von mehr als 10 cm sollte nicht gewählt werden, weil sonst der Beton zwischen den Bügeln herausbrechen könnte.

Im übrigen Bereich der Stütze kann ein grösserer Bügelabstand gewählt werden. Der Abstand sollte aber nie grösser als die Querschnittshöhe sein und maximal 30 cm betragen.

Die Längsarmierung einer Stütze sollte keine Durchmesser kleiner als 12 mm haben, weil sich sonst zu kleine Abstände für die Bügel ergeben. Ein zu kleiner Abstand würde eine gleichmässige Verteilung des Betons während des Betonierens verhindern. Der gute Beton verbliebe im Innern des Armierungskorbes, aussen wäre ein Gemisch von Zement mit Sandkörnern vorhanden.

Der normale Längsarmierungsgehalt liegt zwischen $\rho_{tot} = 0.15$ und 0.45, was je nach Beton- und Stahlqualität einem Armierungsgehalt von 0.6 bis 3.0 0/0 entspricht. Ein grösserer Armierungsgehalt ist erlaubt und kann empfohlen werden (siehe Kapitel 11), ein kleinerer Armierungsgehalt sollte nicht gewählt werden.

Eine rechteckige Stütze sollte nicht nur vier Eckeisen als Längsarmierung besitzen, sondern auch dazwischen angeordnete Stäbe. Dies ermöglicht im Bruchzustand die Uebertragung der Horizontalkraft von der Decke auf die Stütze im Knotenelement, die als Scheibe entsprechend horizontal und vertikal ausarmiert werden muss.

Die Längsarmierung muss an einem Ausknicken gehindert werden. Dies gilt insbesondere für die Armierungseisen, die nicht wie die Eckeisen durch einen Bügel umfasst sind. S-Haken oder geschlossene Bügel sind für solche Armierungseisen anzuordnen.

8. Zentrischer Knicknachweis

Im folgenden wird ein zentrischer Knicknachweis präsentiert. Die Stabilität der einer Verdrehung unterworfenen Stütze wird später, in

Kapitel 11.2, behandelt.

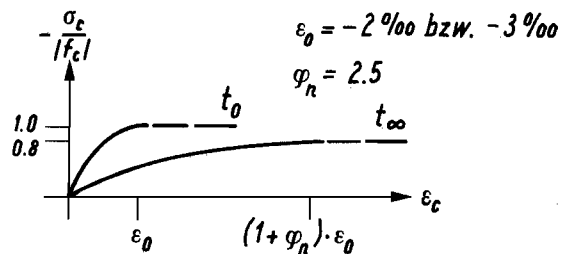


Bild 8.1 : Spannungs-Stauchungsdiagramm des Betons bis zum Erreichen der Betonfestigkeit

Für den Beton werden die in Bild 8.1 dargestellten Spannungs-Stauchungsdiagramme für die Zeitpunkte t_0 und t_∞ verwendet. Bekanntlich ist die Betonfestigkeit bei Dauerbelastung weniger gross als bei Kurzzeitbelastung. Dieser Tatsache wird dadurch Rechnung getragen, indem angenommen wird, dass zum Zeitpunkt t_∞ nur noch 80 0/0 der zum Zeitpunkt t_0 vorhandenen Betonfestigkeit vorliegt. Die Kurven selbst werden als Parabeln 3. Ordnung definiert. Die Spannung kann in Funktion der Stauchung ausgedrückt werden. Für den Zeitpunkt t_0 gelte:

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = 1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0}\right)^3, \quad (8.1)$$

für den Zeitpunkt t_∞ gelte:

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = 0.8 \cdot \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\epsilon_c}{(1 + \varphi_n) \cdot \epsilon_0} \right]^3 \right\}, \quad (8.2)$$

wobei φ_n gleich dem Kriechkoeffizienten ist.

Ebenso kann man den Tangentenmodul als Funktion der Stauchung ausdrücken.

Für den Zeitpunkt t_0 gelte:

$$\frac{E_{st}}{f_c} = \frac{3}{\varepsilon_0} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}\right)^2, \quad (8.3)$$

für den Zeitpunkt t_{∞} gelte:

$$\frac{E_{st}}{f_c} = 0.8 \cdot \left[\frac{3}{(1 + \varphi_n) \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[1 - \frac{\varepsilon_c}{(1 + \varphi_n) \cdot \varepsilon_0}\right]^2 \right] \quad (8.4)$$

Für den Stahl wird das in Bild 8.2 dargestellte Spannungs-Stauchungsdiagramm verwendet, welches dem in Bild 7.1 gezeigten Diagramm entspricht.

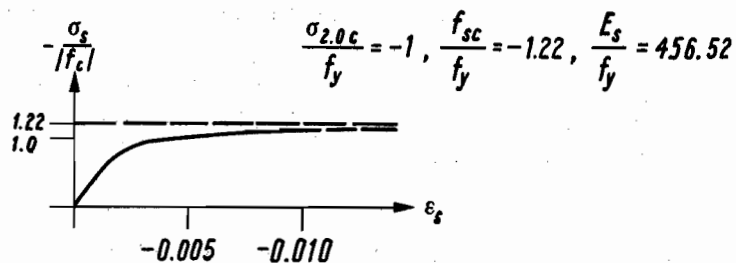


Bild 8.2 : Spannungs-Stauchungsdiagramm des Stahls

Die Spannung ist

$$\left| \frac{\sigma_s}{f_y} \right| = \left| \frac{f_{sc}}{f_y} \right| - \frac{\Delta\sigma_1^2}{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2}, \quad (8.5)$$

der Tangentenmodul

$$\frac{E_{st}}{f_y} = \frac{\Delta\sigma_1^2}{(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2)^2} \cdot \frac{E_s}{f_y} \quad (8.6)$$

Damit sind für jede Stauchung $\epsilon_c = \epsilon_s$ der Stütze Spannung und Elastizitätsmodul im Beton und Stahl genau definiert.

Die Last unter der eine Stütze auszuknicken beginnt beträgt

$$N_{cr} = A_c \cdot \sigma_c + A_s \cdot \sigma_s = -\pi^2 \cdot \frac{E_{ct} \cdot I_c + E_{st} \cdot I_s}{l_{cr}^2} \quad (8.7)$$

Mit

$$\lambda_{cr} = \frac{l_{cr}}{\sqrt{I_c/A_c}} \quad (8.8)$$

und

$$\frac{I_s}{I_c} = \frac{2 \cdot \frac{A_s}{2} \cdot \left(\frac{\psi \cdot h}{2}\right)^2}{A_c \cdot \frac{h^2}{12}} = 3 \cdot \psi^2 \cdot \rho_{tot} \quad (8.9)$$

ergibt sich die Normalkraft in dimensionsloser Darstellung zu

$$n_{cr} = \frac{N_{cr}}{N_0} = \frac{\sigma_c}{|f_c|} + \rho_{tot} \cdot \frac{\sigma_s}{|f_c|} = \pi^2 \cdot \frac{\frac{E_{ct}}{f_c} + 3 \cdot \psi^2 \cdot \rho_{tot} \cdot \frac{E_{st}}{f_c}}{\lambda_{cr}^2} \quad (8.10)$$

Der Schlankheitsgrad lässt sich somit in Funktion der Beton- und Stahlspannungen und der beiden Tangentenmoduli ausdrücken zu

$$\lambda_{cr} = \pi \cdot \sqrt{\frac{\frac{E_{ct}}{|f_c|} + 3 \cdot \psi^2 \cdot \rho_{tot} \cdot \frac{E_{st}}{|f_c|}}{\frac{\sigma_c}{f_c} + \rho_{tot} \cdot \frac{\sigma_s}{f_c}}} \quad (8.11)$$

Das zu diesem Schlankheitsgrad gehörende Normalkraftniveau beträgt

$$\frac{n_{cr}}{n_p} = \frac{\frac{\sigma_c}{f_c} + \rho_{tot} \cdot \frac{\sigma_s}{f_y}}{1 + \rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{|f_c|}} \quad (8.12)$$

Kritischer Schlankheitsgrad in Funktion des Normalkraftniveaus

In Bild 8.3 ist der kritische Schlankheitsgrad in Funktion des Normalkraftniveaus für die Zeitpunkte t_0 und t_∞ dargestellt. Es wurde nur die Betonsteifigkeit berücksichtigt ($\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c| = 0$). Für ϵ_0 wurden zwei Werte (-2 bzw. -3 0/00) verwendet, als Kriechkoeffizient wurde $\varphi_h = 2.5$ gewählt.

Der niedrigste Schlankheitsgrad ergibt sich für den Beton mit $(1 + \varphi_h) \cdot \epsilon_0 = -10.5$ 0/00 zum Zeitpunkt t_∞ . Die Kurve gibt den Grenzwert des zulässigen Schlankheitsgrades für eine Stütze ohne Armierung an.

Eine Armierung erhöht den zulässigen Schlankheitsgrad einer Stütze ganz beträchtlich.

In Bild 8.4 und 8.5 sind die kritischen Schlankheitsgrade für verschiedene Armierungsgrade dargestellt, wobei ψ einmal 0.6 und einmal 1.0 beträgt. Für den Beton wurde das Betondiagramm zum Zeitpunkt t_∞ angenommen ($(1 + \varphi_h) \cdot \epsilon_0 = -10.5$ 0/00).

Mit zunehmendem Schlankheitsgrad nimmt der prozentuelle Unterschied zwischen der zulässigen Normalkraft für eine Stütze mit Armierung und eine Stütze ohne Armierung zu. Dies ist auch logisch so. Bei einer kleinen Normalkraft ergeben sich in der Längsarmierung nur kleine Stauchungen, im Stahl ist damit noch die volle Steifigkeit ($E_s \cdot I_s$) wirksam. Bei einer grossen Normalkraft erfährt die Längsarmierung hingegen grosse Stauchungen, wodurch die Steifigkeit stark abgemindert wird ($E_{st} \cdot I_s$).

Die zweitunterste Kurve von Bild 8.4 kann als Kurve gewählt werden, die für alle Stützen, die einen Armierungsgehalt grösser gleich $\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c| = 0.15$ besitzen und deren Armierungsabstand ψ zwischen 0.6 und 1.0 liegt, den zulässigen Schlankheitsgrad in Funktion des Normalkraftniveaus angibt. Diese Kurve wird später gebraucht, um den Anwendungsbereich der in dieser Arbeit vorgeschlagenen Methode abzugrenzen (siehe Kapitel 18 und Bild A3.1).

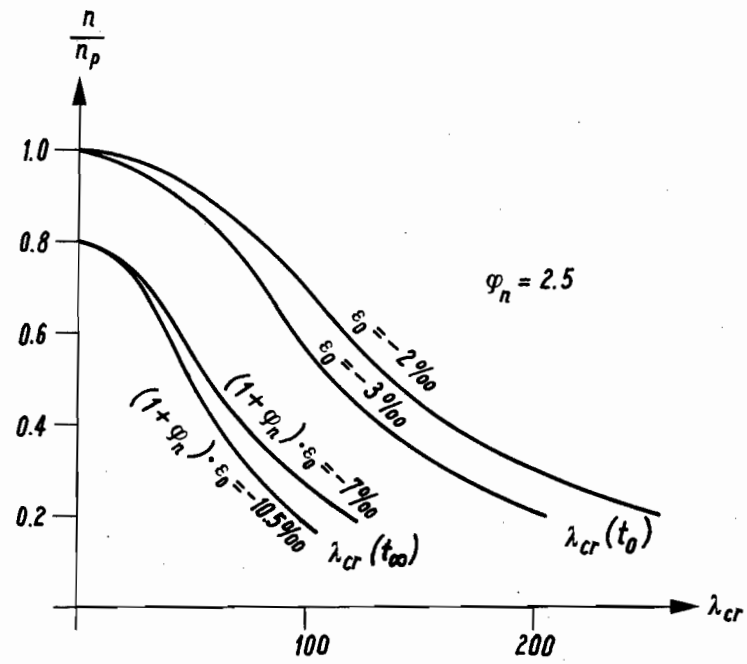


Bild 8.3 : Kritischer Schlankheitsgrad für t_0 und t_∞ in Funktion des Normalkraftniveaus (nur Betonfestigkeit)

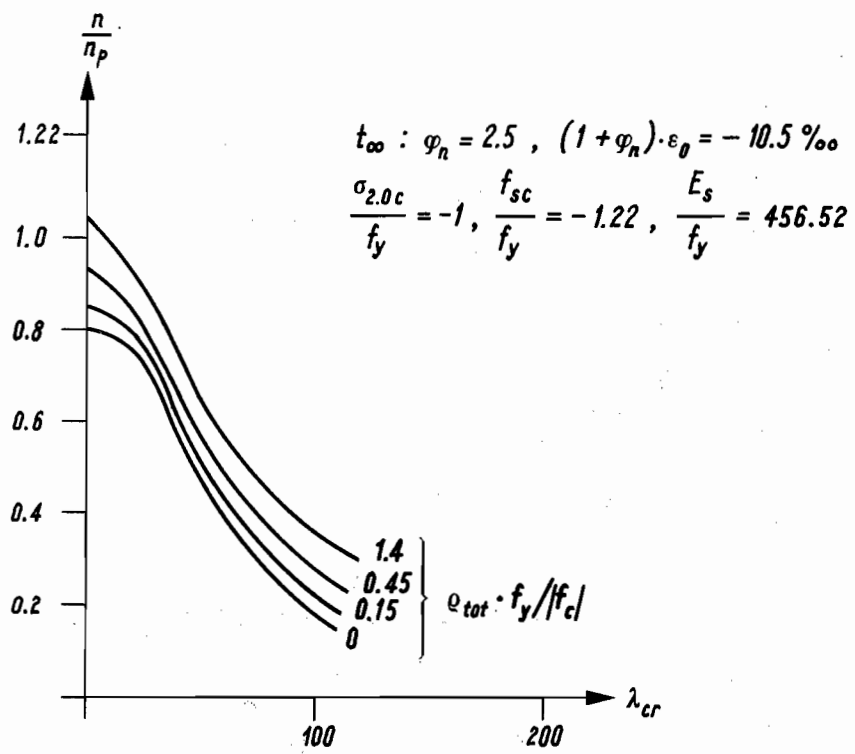


Bild 8.4 : Kritischer Schlankheitsgrad für t_{∞} für verschiedene Armierungsgehalte in Funktion des Normalkraftniveaus ($\psi = 0.6$)

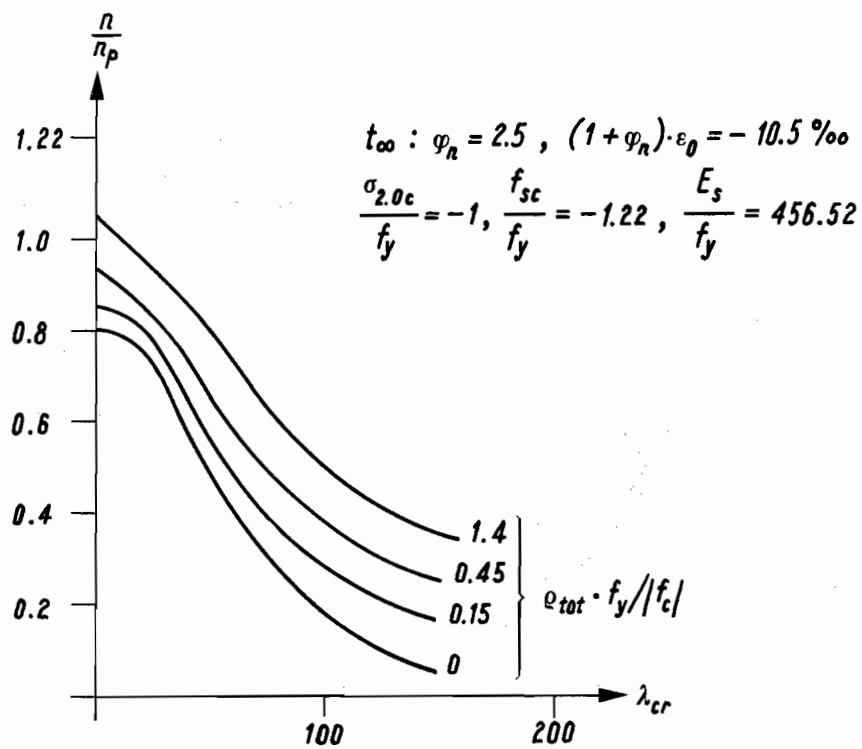


Bild 8.5 : Kritischer Schlankheitsgrad für t_{∞} für verschiedene Armierungsgehalte in Funktion des Normalkraftniveaus ($\psi = 1.0$)

Teil III : GRENZWINKEL

9. Zulässiger Grenzwinkel

9.1 Zulässige Grenzkrümmung

Im Gebrauchszustand dürfen sich auf der Zugseite einer gekrümmten Stütze keine zu grossen Risse bilden. Auf der Druckseite darf es zu keinem Abplatzen der äusseren Betonschale (Beton ausserhalb des von den Bügeln umfassten Kerns) kommen. Je nach der Grösse der Normalkraft wird bei einer Stütze die Zugseite (kleine Normalkraft) oder die Druckseite (grosse Normalkraft) massgebend sein.

Die Rissweite kann durch eine Beschränkung der Stahldehnung indirekt kontrolliert werden.

Eine Beschränkung der Stahldehnung im gerissenen Bereich der Stütze auf 1.1 0/00 scheint, wie die Versuche [9.1] zeigen, vernünftig zu sein. Es handelt sich dabei um eine mittlere Stahldehnung. Die Stahldehnung im Riss selbst ist bekannterweise etwas grösser, jene zwischen zwei Rissen wegen der Mitwirkung des gezogenen Betons hingegen etwas kleiner. Diese mittlere Stahldehnung entspricht einer Stahlspannung im Gebrauchszustand von 250 bis 320 N/mm² ($f_y = 460$ bis 580 N/mm²). Die Rissweiten bewegen sich dabei in einem durchaus verträglichen Rahmen.

Ein Abplatzen des Betons kann durch eine Beschränkung der Betonstauchung verhindert werden.

Verschiedene Versuche [4.1/4.3] zeigen, dass ein erstes Abplatzen der äusseren Betonschale bei Betonstauchungen von -4 bis -5 0/00 erfolgt. Die zulässige Betonstauchung wird daher zu -2 0/00 angenommen.

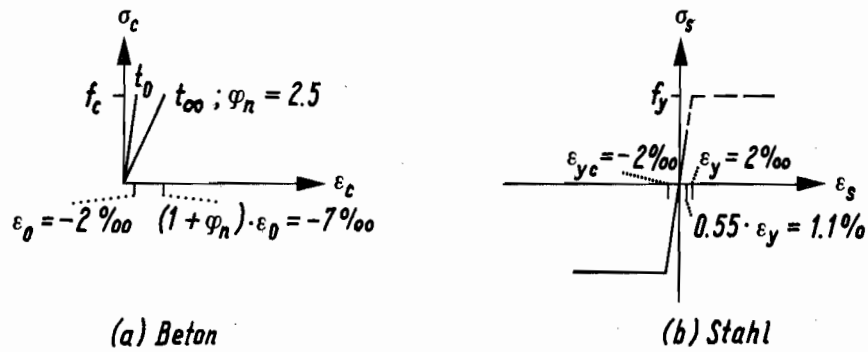


Bild 9.1 : Materialgesetze für Beton und Stahl

Mit Hilfe der in Bild 9.1 gegebenen Materialgesetze für den Beton und für den Stahl lassen sich jetzt die Grenzkrümmungen der Querschnitte im Gebrauchszustand in Abhängigkeit der Normalkraft bestimmen. Die verschiedenen Dehnungsebenen, die diese Grenzkrümmungen festlegen, werden so gewählt, dass die zulässigen Dehnungen eingehalten werden (Bild 9.2).

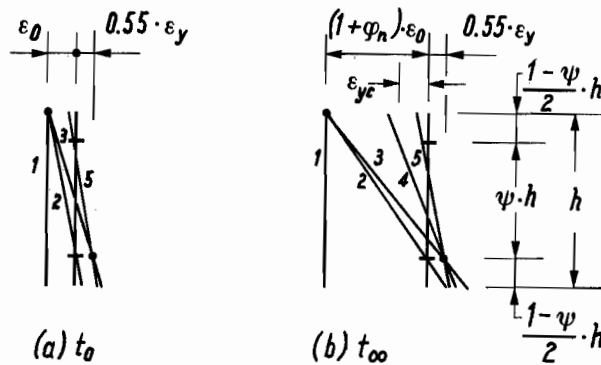


Bild 9.2 : Querschnittsdehnungsebenen für die Zeitpunkte t_0 und t_∞

t_0	ξ	n	$h \cdot X$
1	∞	$-1 - \rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{ f_c }$	0
2	$\frac{1+\psi}{2}$	$-\frac{1+\psi}{4} \cdot \frac{\psi \cdot \epsilon_0}{1+\psi} \cdot \frac{f_y}{\epsilon_y} \cdot \frac{\rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{f_c}}{\epsilon_y} + \left(\frac{0.55 - \frac{ \epsilon_0 }{ \epsilon_0 + 0.55 \cdot \epsilon_y}}{\epsilon_y} \cdot \frac{1 - \psi}{1+\psi} \cdot \frac{ \epsilon_0 + 0.55 \cdot \epsilon_y}{\epsilon_y} \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{ f_c }$	$\frac{2}{1+\psi} \cdot \epsilon_0 $
3	$\frac{1+\psi}{2} \cdot \frac{ \epsilon_0 }{ \epsilon_0 + 0.55 \cdot \epsilon_y}$	$-\frac{1+\psi}{4} \cdot \frac{ \epsilon_0 }{ \epsilon_0 + 0.55 \cdot \epsilon_y}$	$\frac{2}{1+\psi} \cdot (\epsilon_0 + 0.55 \cdot \epsilon_y)$
4	-	-	-
5	$\frac{\epsilon_0}{\epsilon_y} \cdot \rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{f_c} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\epsilon_0 \cdot \rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{f_c}}{\epsilon_y \cdot \rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{f_c}} - 1} \right)$	0	$\frac{0.55 \cdot \epsilon_y}{\frac{1+\psi}{2} - \xi}$
t_0	ξ	n	$h \cdot X$
1	∞	$-1 - \rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{ f_c }$	0
2	$\frac{1+\psi}{2}$	$-\frac{1+\psi}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{f_c}}{\epsilon_y} \cdot \frac{f_y}{ f_c }$	$\frac{2}{1+\psi} \cdot (1+\psi) \cdot \epsilon_0 $
3	$\frac{1+\psi}{2} \cdot \frac{(1+\psi) \cdot \epsilon_0 }{(1+\psi) \cdot \epsilon_0 + 0.55 \cdot \epsilon_y}$	$-\frac{1+\psi}{4} \cdot \frac{(1+\psi) \cdot \epsilon_0 }{(1+\psi) \cdot \epsilon_0 + 0.55 \cdot \epsilon_y} - 0.45 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{f_c}}{\epsilon_y}$	$\frac{2}{1+\psi} \cdot \left[(1+\psi) \cdot \epsilon_0 + 0.55 \cdot \epsilon_y \right]$
4	$\frac{1+\psi}{2} \cdot \frac{0.55}{1.55} \cdot \psi$	$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1+\psi}{2} - \frac{0.55}{1.55} \cdot \psi \right) \cdot \frac{1}{\psi} \cdot 1.55 \cdot \frac{\epsilon_y}{(1+\psi) \cdot \epsilon_0 } - 0.45 \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{ f_c }$	$\frac{1.55 \cdot \epsilon_y}{\psi}$
5	$\frac{(1+\psi) \cdot \epsilon_0}{\epsilon_y} \cdot \rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{f_c} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{(1+\psi) \cdot \epsilon_0 \cdot \rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{f_c}}{\epsilon_y \cdot \rho_{tot} \cdot \frac{f_y}{f_c}} - 1} \right)$	0	$\frac{0.55 \cdot \epsilon_y}{\frac{1+\psi}{2} - \xi}$

Tabelle 9.1 : Gleichungen für ξ , n und $h \cdot X$ für die in Bild 9.2 gezeigten Dehnungsebenen

In Tabelle 9.1 sind für die fünf in Bild 9.2 dargestellten Dehnungsebenen die Gleichungen für ξ , n und $h \cdot \chi$ aufgeführt. In Bild 9.3 sind für vier verschiedene Querschnitte die zulässigen Grenzkrümmungen in Funktion des Normalkraftniveaus n/n_p graphisch dargestellt.

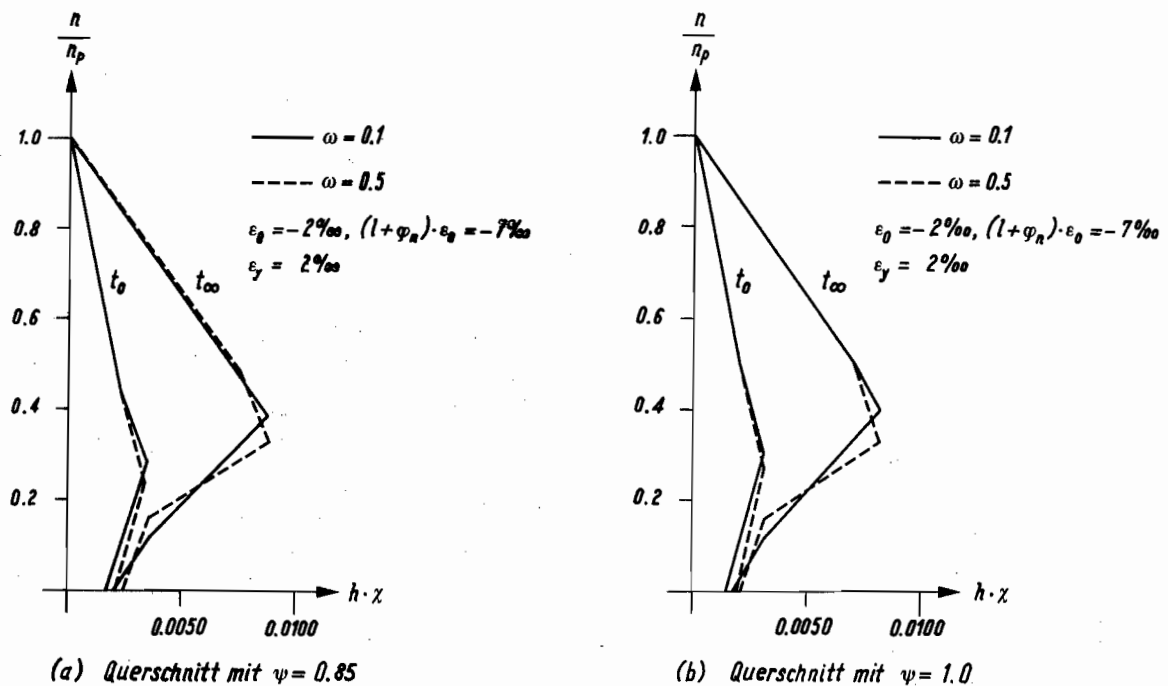


Bild 9.3 : Zulässige Grenzkrümmungen für die Zeitpunkte t_0 , t_∞

Wie man anhand von Bild 9.3 feststellen kann, ergeben sich die kleinsten zulässigen Grenzkrümmungen für den Querschnitt mit $\psi = 1$. Die für diesen Querschnitt geltenden zulässigen Grenzkrümmungen sind für alle Querschnitte, von $\psi = 0.6$ bis 1.0, ebenfalls zulässige Grenzkrümmungen.

Weiters ist aus Bild 9.3 ersichtlich, dass die Grenzkrümmungen für den schwacharmierten Querschnitt ($\omega = 0.1$) nur wenig verschieden sind von

den Grenzkrümmungen für den starkarmierten Querschnitt ($\omega = 0.5$).

Bild 9.3 zeigt ferner, dass eine Normalkraft von ungefähr 35 0/0 der plastischen Normalkraft eine deutliche Erhöhung der zulässigen Grenzkrümmung gegenüber der Stütze ohne Normalkraft ermöglicht.

Die grösste zulässige Grenzkrümmung im Zeitpunkt t_0 , bei der die Stahldehnung 1.1 0/00, die Betonstauchung -2 0/00 beträgt, kann für eine Stütze mit einer Normalkraft von ungefähr 30 0/0 der plastischen Normalkraft erzielt werden.

Die grösste zulässige Grenzkrümmung im Zeitpunkt t_∞ , bei der die Stahldehnung 1.1 0/00, die Betonstauchung -7 0/00 beträgt, kann für eine Stütze mit einer Normalkraft von ungefähr 35 0/00 der plastischen Normalkraft erzielt werden.

Für eine Stütze mit kleiner Normalkraft wird dementsprechend die zulässige Grenzkrümmung durch die zulässige Stahldehnung begrenzt. Bei einer grossen Normalkraft wird die zulässige Grenzkrümmung durch die zulässige Betonstauchung begrenzt. Bild 9.3 zeigt sehr schön, dass bei Stützen mit kleiner Normalkraft die zulässigen Grenzkrümmungen zum Zeitpunkt t_∞ massgebend sind. Eine Stütze, die beispielsweise schon im Zeitpunkt t_0 die zulässige Grenzkrümmung erreicht, wird im Laufe der Zeit infolge Kriechens eine Verformungszunahme erfahren, der Krümmungen entsprechen, die weit grösser sind als die für den Zeitpunkt t_∞ zulässigen Grenzkrümmungen. Zur Beurteilung des Verhaltens im Gebrauchszustand von Stützen mit kleiner Normalkraft genügt daher ein Vergleich der auftretenden Zwangsverdrehung mit dem zulässigen Grenzwinkel der Stütze zum Zeitpunkt t_∞ .

In Tabelle A2.1 (Anhang A2) sind die zulässigen Grenzkrümmungen aufgeführt, die zur Bestimmung der zulässigen Grenzwinkel benützt werden. Die in dieser Tabelle definierten zulässigen Grenzkrümmungen basieren auf den in Bild 9.3b gezeigten zulässigen Grenzkrümmungen und gelten somit für alle Querschnitte von $\psi = 0.6$ bis $\psi = 1.0$.

9.2 Berechnung des zulässigen Grenzwinkels

In Bild 9.4 sind für die vier Verformungsfälle die Krümmungsverläufe eingezeichnet, die für die Berechnung der zulässigen Grenzwinkel angenommen werden.

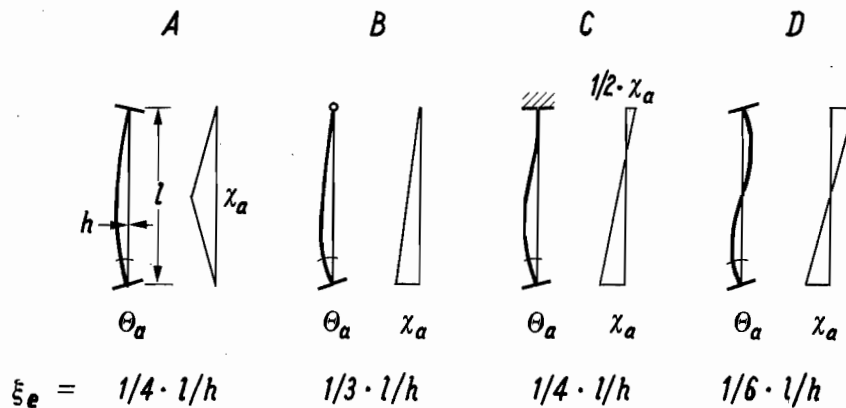


Bild 9.4 : Zulässiger Grenzwinkel:
Krümmungsverlauf und Koeffizient ξ_e

Es werden lineare Krümmungsverläufe angenommen, d.h. es wird homogen elastisches Materialverhalten vorausgesetzt. Lokale Krümmungsvariationen infolge Rissbildung werden nicht berücksichtigt. Ebensovienig werden die sich infolge der Verformung ergebenden Krümmungsänderungen nach Theorie 2. Ordnung berücksichtigt.

Im Fall A (Bild 9.4) wird ein dreieckförmiger Krümmungsverlauf angenommen. Bei gedrungenen Stützen wäre ein rechteckiger Krümmungsverlauf möglich. Bei schlanken Stützen ist das Moment in Stützenmitte, bei Berücksichtigung der horizontalen Auslenkung der Stütze, stets grösser als das Moment an den Stützenenden. Die Annahme eines rechteckigen Krümmungsverlaufs wäre für diese Stützen nicht

gerechtfertigt und würde zu einer Ueberschätzung des zulässigen Grenzwinkels führen. Um dies auszuschliessen, wurde ein dreieckförmiger Krümmungsverlauf angenommen.

In den Fällen B, C und D ist das sich infolge der Verdrehung ergebende Moment am Stützenende maximal. Die zulässige Grenzkrümmung wird damit am verdrehten Stützenende erreicht.

Der zulässige Grenzwinkel lässt sich für jeden Verformungsfall als Produkt der bezogenen Grenzkrümmung $h \cdot \chi_a$ mit einem Koeffizienten ξ_e ausdrücken:

$$\theta_a = \xi_e \cdot h \cdot \chi_a \quad . \quad (9.1)$$

Der Koeffizient ξ_e berücksichtigt den jeweiligen Verformungsfall und das Schlankheitsverhältnis l/h der Stütze (Bild 9.4).

Fall D besitzt den kleinsten zulässigen Grenzwinkel. Dieser Fall kommt bei Randstützen häufig vor. Eine Randstütze wird durch eine Last auf der oberen und unteren Decke in genau diesem Sinne verformt.

10. Plastischer Grenzwinkel

10.1 Plastische Grenzkrümmung

Um den plastischen Grenzwinkel einer Stütze, d.h. den Winkel, der bei Erreichen des maximalen Biege widerstandes erzielt wird, berechnen zu können, muss die plastische Grenzkrümmung bekannt sein. Die plastische Grenzkrümmung bezeichne die Krümmung, welche bei Erreichen des maximalen Biege widerstandes erzielt wird.

Zur Abschätzung der plastischen Grenzkrümmungen können elastische Materialgesetze verwendet werden. Die Grenzkrümmungen lassen sich

direkt beziehungsweise iterativ aus den Gleichungen (5.11), (5.13) bzw. (5.9), (5.8), welche die Momenten-Krümmungsbeziehungen für den ungerissenen bzw. gerissenen Querschnitt angeben, berechnen, indem für das Moment m der maximale Biege widerstand m_p eingesetzt wird. Die Gleichungen für den maximalen Biege widerstand symmetrisch armierter Querschnitte können in Tabelle 6.2 gefunden werden. Für unsymmetrisch armierte Querschnitte können beispielsweise die Gleichungen von Tabelle 10.1 [6.1] benützt werden.

Um die Grössenordnung der plastischen Krümmung $h \cdot \chi_e$ abzuschätzen, wurde eine Parameterstudie durchgeführt.

Für die in Tabelle 10.1 aufgeführten Querschnitte wurden für die Zeitpunkte t_0 und t_∞ die Krümmungen $h \cdot \chi_e$ bestimmt. Für die Normalkraftniveaus $n/n_p = 0.2; 0.4; 0.6; 0.8$ wurden je sechs Querschnitte mit $A_{sb} / A_{st} = 1$ untersucht. Für $n/n_p = 0$ wurden zwölf Querschnitte, sechs mit $A_{sb} / A_{st} = 1$ und sechs mit $A_{sb} / A_{st} = 2$ untersucht.

QS	ψ	f_{yc} / f_c	ρ_{tot}
1	1.0	25.55	0.006
2	1.0	25.55	0.01
3	1.0	25.55	0.02
4	1.0	17.04	0.01
5	0.8	25.55	0.01
6	0.8	17.04	0.01

Tabelle 10.1 : Parameter

Es wurde elastisches Materialverhalten vorausgesetzt. Für den Stahl wurde die Dehnung $\epsilon_y = 2.19 \text{ 0/00}$, für den Beton die Stauchung $\epsilon_0 = -2 \text{ 0/00}$ angenommen. Als Kriechkoeffizient wurde $\varphi_h = 2.5$ gewählt.

Die sich aus der Parameterstudie ergebenden Extremwerte sowie das arithmetische Mittel der Krümmungen $h \cdot \chi_e$ sind in Bild 10.1 gezeichnet.

Zum Vergleich sind auch die zulässigen Grenzkrümmungen angegeben (Treppenkurve in Bild 10.1).

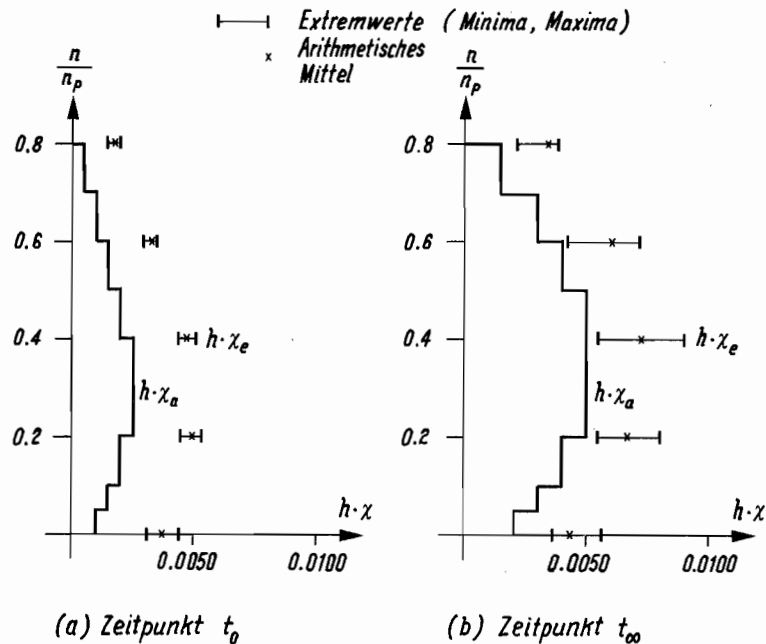


Bild 10.1 : Vergleich zwischen den zulässigen und den plastischen Grenzkrümmungen

Man sieht, dass die plastische Krümmung annähernd erhalten wird, indem zur zulässigen Grenzkrümmung ein konstanter Wert von 0.0025 hinzugezählt wird. Für Normalkraftniveaus zwischen 0.7 und 0.8 ergibt sich ein kleinerer Wert, nämlich 0.0010. Die sich so aus den zulässigen Grenzkrümmungen ergebenden plastischen Grenzkrümmungen sind in Tabelle A2.1 (Anhang A2) aufgeführt.

Die plastischen Grenzkrümmungen werden später gebraucht, um den maximalen Grenzwinkel einer Stütze abschätzen zu können (Kapitel 11). Es erweist sich dabei als ausreichend für die plastischen Grenzkrümmungen grobe Näherungswerte zu besitzen.

10.2 Berechnung des plastischen Grenzwinkels

Der plastische Grenzwinkel lässt sich für jeden Verformungsfall als Produkt der bezogenen Grenzkrümmung $h \cdot \chi_e$ und des in Bild 9.4 gegebenen Koeffizienten ξ_e ausdrücken:

$$\theta_e = \xi_e \cdot h \cdot \chi_e \quad . \quad (10.1)$$

Für die Krümmungsverläufe mögen dieselben Annahmen gelten wie bei den Krümmungsverläufen zur Berechnung der zulässigen Grenzwinkel (Kapitel 9.2).

11. Maximaler Grenzwinkel

11.1 Maximale Grenzkrümmung

In Kapitel 6.5 wurde gezeigt, dass der Querschnitt eines plastischen Gelenkes nur solange verdreht werden kann bis der Biege widerstand infolge Entfestigung auf Null abgesunken ist. Ob die in Kapitel 6.6 festgelegte Grenzkrümmung $h \cdot \chi_m = 10 \cdot |\epsilon_{yc}| / \psi$ erreicht werden kann oder nicht, hängt, wie man anhand der in den Bildern 6.6 und 6.7 gezeigten Beispiele für das Momenten-Krümmungsverhalten von Stahlbetonquerschnitten erkennen kann, von folgenden Parametern ab:

- von der Grösse der Normalkraft (Parameter n),
- vom Armierungsgehalt (Parameter ω),
- von der Duktilität des Betons (Parameter ϵ_{cu} , ϵ_{00}),
- von den geometrischen Verhältnissen (Parameter ψ).

Im folgenden soll nun der Widerstand des mit $h \cdot \chi_m = 10 \cdot |\epsilon_{cu}| / \psi$ verdrehten Querschnitts in Abhängigkeit der oben genannten Parameter

bestimmt werden.

Interaktionsflächen: Biegung-Normalkraft-Armierung

Der bei einer gegebenen Verformung vorhandene Querschnittswiderstand kann mit Hilfe vom $m-n-\rho_{\text{tot}} \cdot f_y / |f_c|$ Interaktionsflächen sehr anschaulich graphisch dargestellt werden.

Der in einer Stütze vorhandene Biege- und Normalkraftwiderstand m lässt sich für jede beliebige Krümmung in Funktion der Normalkraft n und des mechanischen Armierungsgehaltes $2 \cdot \psi \cdot \omega = \rho_{\text{tot}} \cdot f_y / |f_c|$ darstellen. In den Bildern 11.1 bis 11.6 sind die Interaktionsflächen für den mit der maximalen Grenzkrümmung $h \cdot \chi_m = 10 \cdot |\epsilon_{yc}| / \psi$ verdrehten Querschnitt dargestellt. Die Betonfestigkeit entspricht den in Bild 6.1c/d/e gezeigten σ - ϵ Diagrammen.

Die Kurve A (Bild 11.4) gibt den Widerstand des Querschnitts ohne Armierung an. Der Querschnitt ohne Armierung kann die Krümmung $h \cdot \chi_m = 10 \cdot |\epsilon_{yc}| / \psi$ nur für Normalkräfte erreichen, die innerhalb

$$-\psi \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{10 \cdot \epsilon_{yc}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{00}}\right) \leq n \leq 0$$

liegen (Bild 11.7a).

Normalkraft und Moment sind durch die Gleichungen (6.18), (6.19) gegeben

$$n_c = \left(\frac{-4 \cdot \kappa^2 + 4 \cdot \kappa - 1}{8} \right) \cdot \frac{10 \cdot \epsilon_{yc}}{\psi \cdot \epsilon_{00}} - \left(\frac{1}{2} - \kappa \right) , \quad (11.1)$$

$$m_c = \frac{4 \cdot \kappa^3 - 3 \cdot \kappa + 1}{12} \cdot \frac{10 \cdot \epsilon_{yc}}{\psi \cdot \epsilon_{00}} + \left(\frac{1 - 4 \cdot \kappa^2}{4} \right) , \quad (11.2)$$

wobei κ zwischen

$$\frac{1}{2} - \psi \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{10 \cdot \epsilon_{yc}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{00}}\right) \leq \kappa \leq \frac{1}{2}$$

variiert.

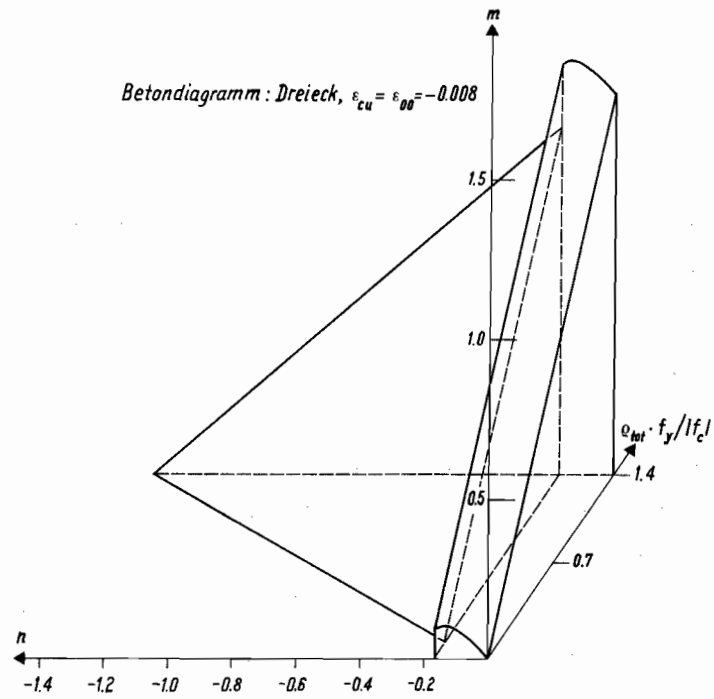


Bild 11.1 : $m-n-\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c|$ Interaktionsfläche für den mit $h \cdot \chi_m = 10 \cdot \epsilon_{yc} / \psi$ verdrehten Querschnitt ($\psi = 0.85$)

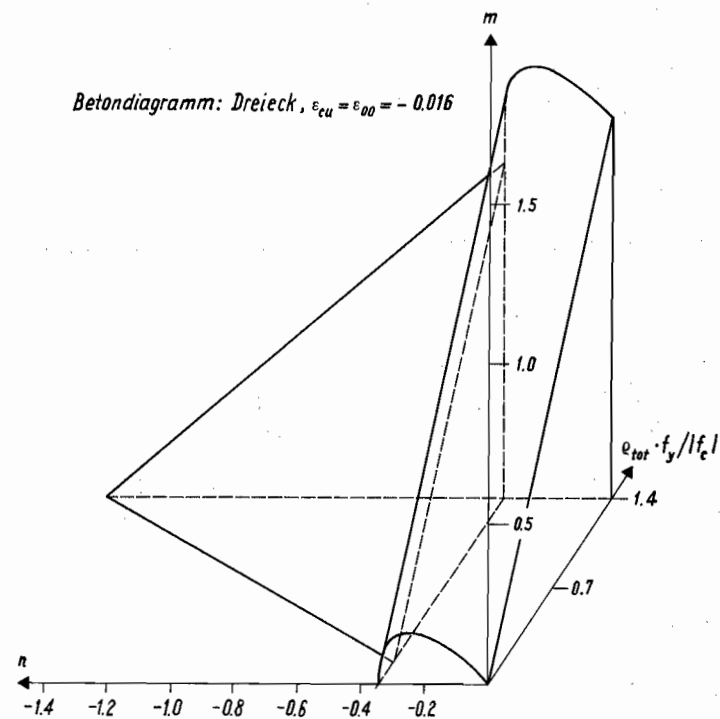


Bild 11.2 : $m-n-\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c|$ Interaktionsfläche für den mit $h \cdot \chi_m = 10 \cdot \epsilon_{yc} / \psi$ verdrehten Querschnitt ($\psi = 0.85$)

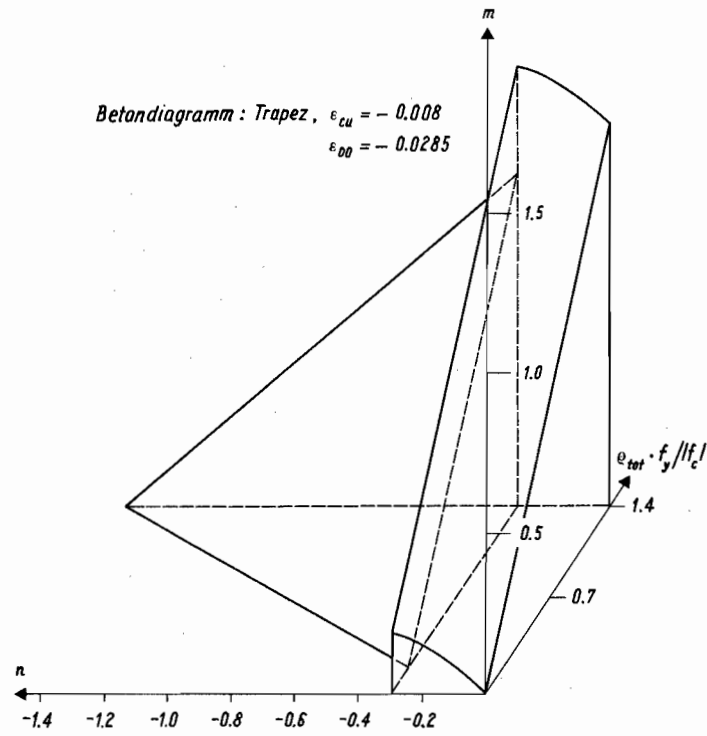


Bild 11.3 : $m-n-\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c|$ Interaktionsfläche für den mit $h \cdot \chi_m = 10 \cdot \epsilon_{yc} / \psi$ verdrehten Querschnitt ($\psi = 0.85$)

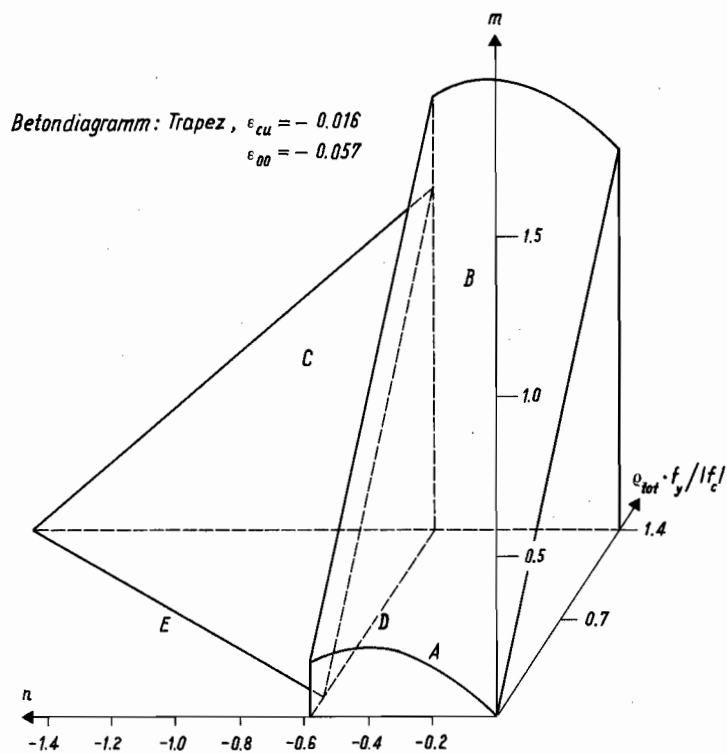


Bild 11.4 : $m-n-\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c|$ Interaktionsfläche für den mit $h \cdot \chi_m = 10 \cdot \epsilon_{yc} / \psi$ verdrehten Querschnitt ($\psi = 0.85$)

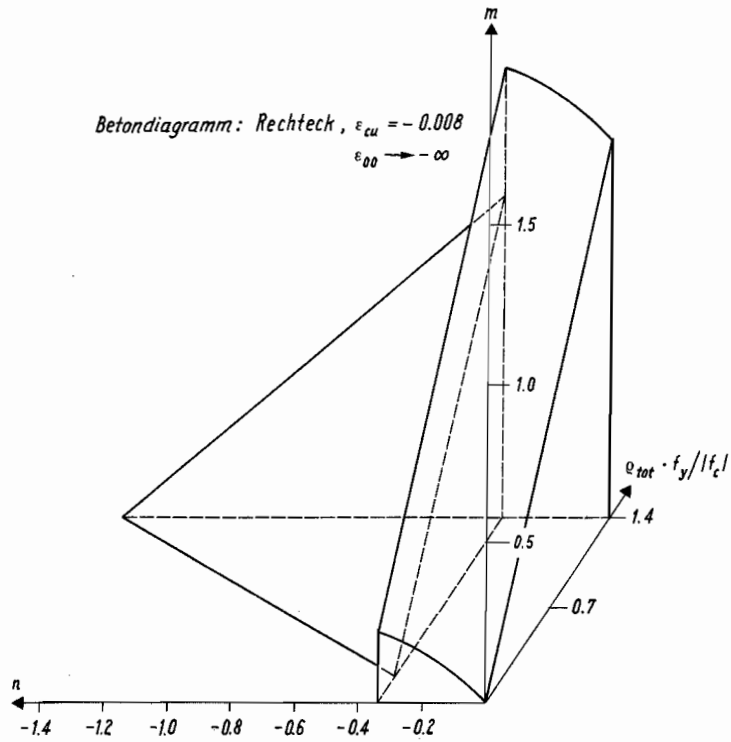


Bild 11.5 : $m-n-\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c|$ Interaktionsfläche für den mit $h \cdot \chi_m = 10 \cdot \epsilon_{yc} / \psi$ verdrehten Querschnitt ($\psi = 0.85$)

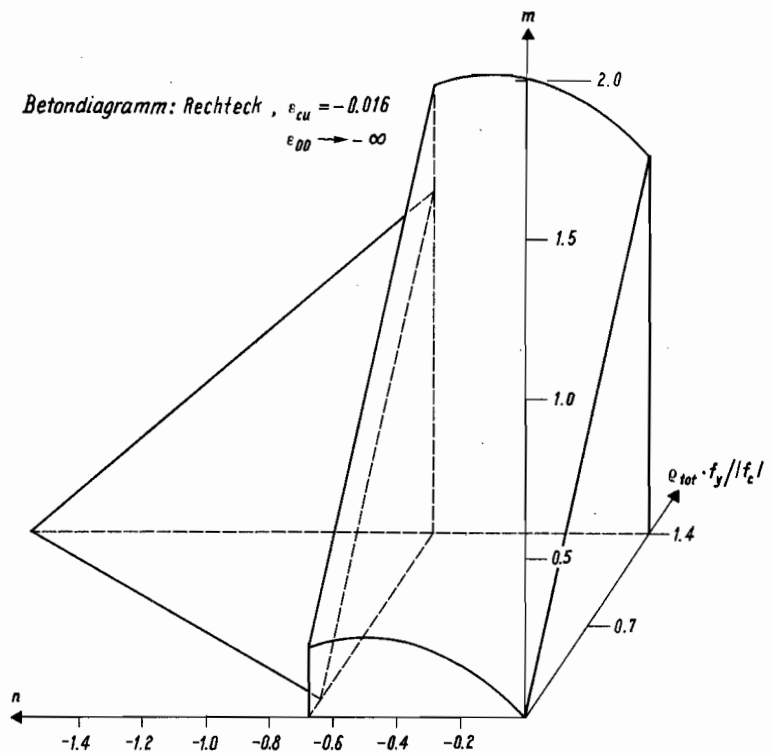


Bild 11.6 : $m-n-\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c|$ Interaktionsfläche für den mit $h \cdot \chi_m = 10 \cdot \epsilon_{yc} / \psi$ verdrehten Querschnitt ($\psi = 0.85$)

Eine Armierung erhöht den Biege­widerstand der mit $n = n_c$ belasteten Querschnitte um $m_s = 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega$ (Bild 11.7b).

Die Fläche B (Bild 11.4) stellt den Biege­widerstand der Querschnitte mit Armierung dar. Die Gleichungen (6.18), (6.19) ergeben

$$n = n_c = \left(\frac{-4 \cdot \kappa^2 + 4 \cdot \kappa - 1}{8} \right) \cdot \frac{10 \cdot \epsilon_{yc}}{\psi \cdot \epsilon_{oo}} - \left(\frac{1}{2} - \kappa \right) , \quad (11.3)$$

und

$$m = m_c + m_s = \frac{4 \cdot \kappa^3 - 3 \cdot \kappa + 1}{12} \cdot \frac{10 \cdot \epsilon_{yc}}{\psi \cdot \epsilon_{oo}} + \left(\frac{1 - 4 \cdot \kappa^2}{4} \right) + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega . \quad (11.4)$$

Die Gleichung des Momentes (11.4) gilt für $n < -(1-\psi)/2$. Für $-(1-\psi)/2 < n < 0$ gelten die Gleichungen (6.24), (6.28).

Die Ebene C (Bild 11.4) stellt den Biege­widerstand der armierten Querschnitte für Normalkräfte, welche zwischen

$$-\infty \leq n \leq -\psi \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{10 \cdot \epsilon_{yc}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{oo}} \right)$$

liegen (Bild 11.7c) liegen, dar.

Normalkraft, Moment und Armierung sind durch die Gleichung (6.28) miteinander verknüpft

$$m = n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega + \frac{1}{3} \cdot \psi^2 \cdot \left(\frac{\epsilon_{cu}}{10 \cdot \epsilon_{yc}} \right)^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{oo} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \right) . \quad (11.5)$$

Man bemerkt, dass der Biege­widerstand bei grossen Normalkräften nur dann positiv ist, wenn eine genügend grosse Armierung vorhanden ist.

Die Geraden D und E (Bild 11.4) geben die maximale Normalkraft eines Querschnitts in Funktion des mechanischen Armierungs­gehaltes an, damit bei einer Verdrehung von $h \cdot \chi_m$ der Biege­widerstand grösser gleich Null ist.

Die Gerade D ist durch Gleichung (6.11) gegeben

$$n = n_c = -\psi \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{10 \cdot \epsilon_{yc}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{oo}} \right) . \quad (11.6)$$

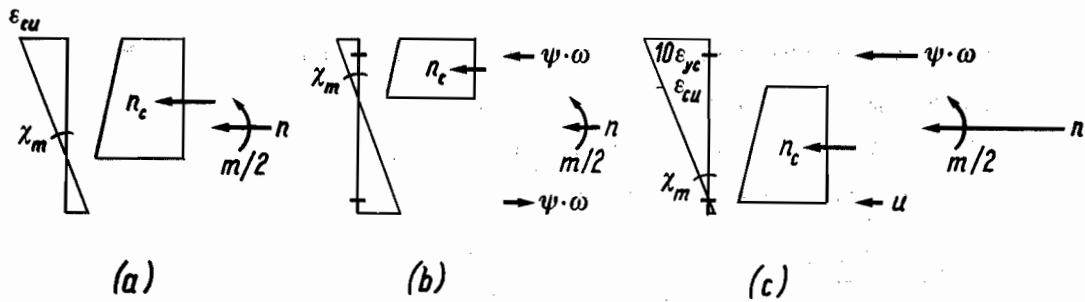


Bild 11.7 : Querschnitte mit positivem Biege­widerstand bei Erreichen der maximalen Grenzkrümmung

Wird in Gleichung (6.28) $m = 0$ gesetzt, so wird die Gerade E durch die Gleichung

$$n = -2 \cdot \psi \cdot \omega - \frac{\psi}{3} \cdot \left(\frac{\epsilon_{cu}}{10 \cdot \epsilon_{yc}} \right)^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{00} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \right) \quad (11.7)$$

beschrieben.

Der Schnittpunkt der beiden Geraden D und E ergibt sich, indem in Gleichung (11.7) n durch Gleichung (11.6) ersetzt wird. Der mechanische Armierungsgehalt beträgt

$$2 \cdot \psi \cdot \omega = \psi \cdot \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \right) \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{00}} \right) - \frac{\psi}{3} \cdot \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \right)^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{00} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{\epsilon_{00}} \right) \quad (11.8)$$

Ein Querschnitt, dessen Normalkraft und Armierung ein Wertepaar bilden, das auf die Gerade D zu liegen kommt, zeichnet sich dadurch aus, dass bei Erreichen der Krümmung $h \cdot \chi_m$ die Randstauchung ϵ_{cu} gerade erreicht wird (strichlierte Linie in Bild 11.8a). Die Betondruckzone wandert dann vom Druckrand nach innen. Der Biege­widerstand wird schliesslich negativ, die Resultierende verschiebt sich auf die andere Stützenseite.

Beim Querschnitt, der die durch die beiden Gleichungen (11.6), (11.8) definierten Werte für Normalkraft und Armierung besitzt, ist der

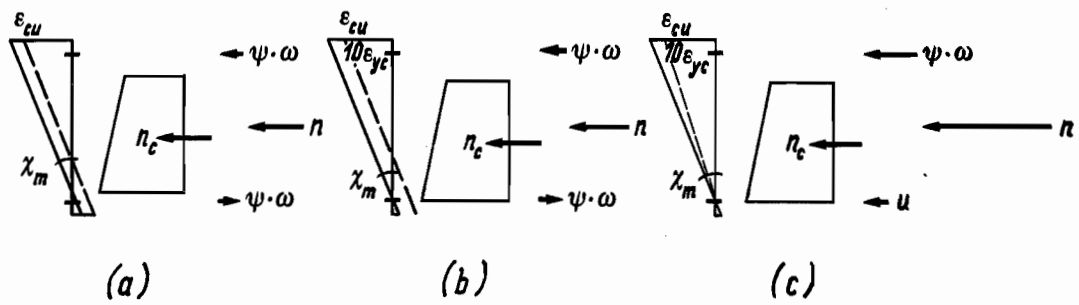


Bild 11.8 : Querschnitte mit Biege­widerstand gleich Null bei der maximalen Grenzkrümmung

Biege­widerstand gerade gleich Null geworden, wenn sich die Betondruckzone bis zu dem sich im Zugfließen befindlichen Armierungstab verschoben hat (Bild 11.8b).

Ein Querschnitt, dessen Normalkraft und Armierung ein Wertepaar ergeben, das sich auf der Geraden E befindet, zeichnet sich dadurch aus, dass die Randstauchung ϵ_{cu} schon vor Erreichen der Krümmung $h \cdot \chi_m$ erreicht wird (strichlierte Linie in Bild 11.8c). Durch weitere Verdrehung und Kräfteumlagerung wird schliesslich der Querschnitt so weit entfestigt, dass der Biege­widerstand bei Erreichen der Krümmung $h \cdot \chi_m$ gerade gleich Null ist (ausgezogene Linie in Bild 11.8c).

Interaktionsdiagramme: Biegung-Normalkraft

Werden die weiter oben gezeigten Interaktionsflächen mit Ebenen, die parallel zur m-n Ebene verlaufen, geschnitten, so erhält man m-n Interaktionsdiagramme für konstante Armierungsgehalte.

In den Bildern 11.9 und 11.10 sind die m-n Interaktionsdiagramme der schwach- und starkarmierten Querschnitte ($\omega = 0.1$ und $\omega = 0.5$) für die verschiedenen Betondiagramme zusammengefasst.

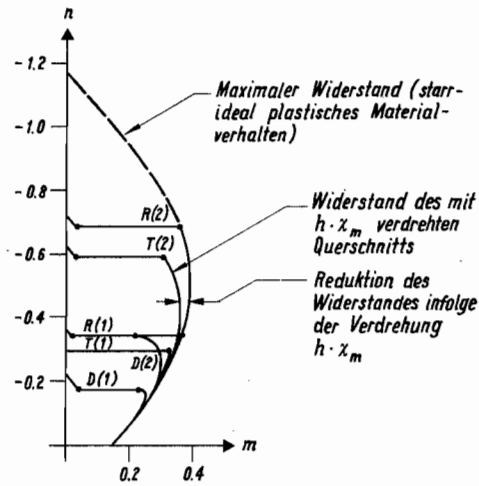


Bild 11.9 : m-n Interaktionsdiagramm des mit $h \cdot \chi_m = 10 \cdot |\epsilon_{yc}| / \psi$ verdrehten schwacharmierten Querschnitts
 $\omega = 0.1, \psi = 0.85$

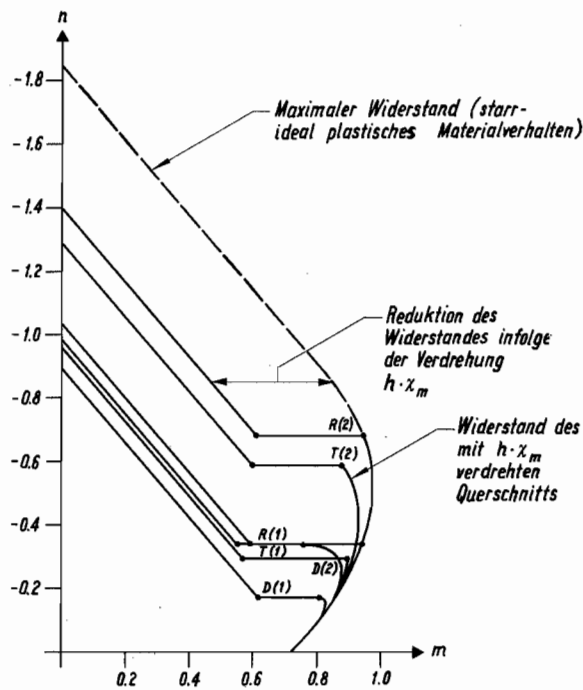


Bild 11.10 : m-n Interaktionsdiagramm des mit $h \cdot \chi_m = 10 \cdot |\epsilon_{yc}| / \psi$ verdrehten starkarmierten Querschnitts
 $\omega = 0.5, \psi = 0.85$

Die mit D, T und R bezeichneten Kurven stellen den Widerstand des mit $h \cdot \chi_m = 10 \cdot |\epsilon_{yc}| / \psi$ verdrehten Querschnitt dar, welchem ein dreieck-, trapez- oder rechteckförmiges σ - ϵ Betondiagramm entspricht, wobei ϵ_{cu} einmal -0.008 und einmal -0.016 beträgt.

Die äusserste Kurve stellt den maximalen Widerstand des Querschnittes dar, dem ein starr-idealplastisches Betonverhalten entspricht.

Für ein gewähltes Normalkraftniveau kann die bei Erreichen der Krümmung $h \cdot \chi_m$ eingetretene Reduktion des Widerstandes herausgelesen werden. Wie man sieht, ist die Widerstandseinbusse von der Grösse der Normalkraft und von der Armierung, aber auch vom Betonverhalten abhängig.

Die starkarmierten Querschnitte besitzen einen stark reduzierten Widerstand für Normalkräfte, die den Betrag von

$$n = -\psi \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{10 \cdot \epsilon_{yc}} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{00}} \right)$$

übersteigen.

Schwacharmierte Querschnitte besitzen für grosse Normalkräfte überhaupt keinen Widerstand mehr.

Die Verformungsfähigkeit einer Stütze wird somit entscheidend verbessert, wenn die Stütze ein Betonverhalten besitzt, dem ein annähernd rechteckiges σ - ϵ Diagramm entspricht, was durch enge Verbügelung zu erreichen ist, und wenn die Stütze eine Normalkraft besitzt, die nicht allzu gross ist, was sich durch ein kleines Verhältnis von vorhandener Normalkraft zu plastischer Normalkraft n/n_p ausdrückt.

Die bisher hergeleiteten Interaktionsflächen und -diagramme basieren auf Materialgesetzen bei denen der Beton bei der Stauchung ϵ_{cu} (8 oder 16 0/00) seine Festigkeit verliert. Je nach der Grösse der Normalkraft wirkt dabei die Betonüberdeckung noch mit (Fläche B in Bild 11.4) oder sie wirkt nicht mehr mit (Ebene C in Bild 11.4).

Im Extremfall ist mit einem vorzeitigen Abplatzen der Betonüberdeckung in einem plastischen Gelenk zu rechnen. Hingegen kann durch eine enge

Verbügelung des plastischen Gelenkes erreicht werden, dass es auch bei sehr grossen Stauchungen zu keinem Festigkeitsverlust des Betons im Kern kommt.

Der Stahlbetonquerschnitt, dessen Betonüberdeckung fehlt, in dem es aber zu keiner Entfestigung kommt, wird deshalb im folgenden noch besonders behandelt.

Interaktionsfläche und -diagramm des nichtentfestigenden

Kernquerschnittes

In Bild 11.11 ist die Interaktionsfläche für den mit $h \cdot \chi = |\epsilon_{cu}|/\psi$ verdrehten Querschnitt ohne Betonüberdeckung dargestellt. Ebenfalls eingezeichnet ist eine m_2 Ebene, die später (in Kapitel 12.1) gebraucht und erklärt wird.

Die Interaktionsfläche gilt für Querschnitte ohne Betonüberdeckung, bei denen es bis zur Krümmung $h \cdot \chi = |\epsilon_{cu}|/\psi$ zu keiner Entfestigung kommt. So gilt zum Beispiel die in Bild 11.11 gezeigte Interaktionsfläche für den mit $h \cdot \chi_m = 10 \cdot |\epsilon_{yc}|/\psi$ verdrehten Querschnitt, falls es bis zum Erreichen der Stauchung $10 \cdot |\epsilon_{yc}|$ in der Druckarmierung zu keinem Ausknicken der Längsarmierung und zu keiner Entfestigung des Betons im Kern kommt.

Die Kurve A (Bild 11.11) gibt den Widerstand des Querschnitts ohne Armierung an. Die Krümmung $h \cdot \chi = |\epsilon_{cu}|/\psi$ kann nur für Normalkräfte erreicht werden, die innerhalb

$$0 > n > -\psi$$

liegen. Normalkraft und Moment sind durch die Gleichung

$$m = -n_c \cdot \psi - n_c^2 \quad (11.9)$$

miteinander verknüpft.

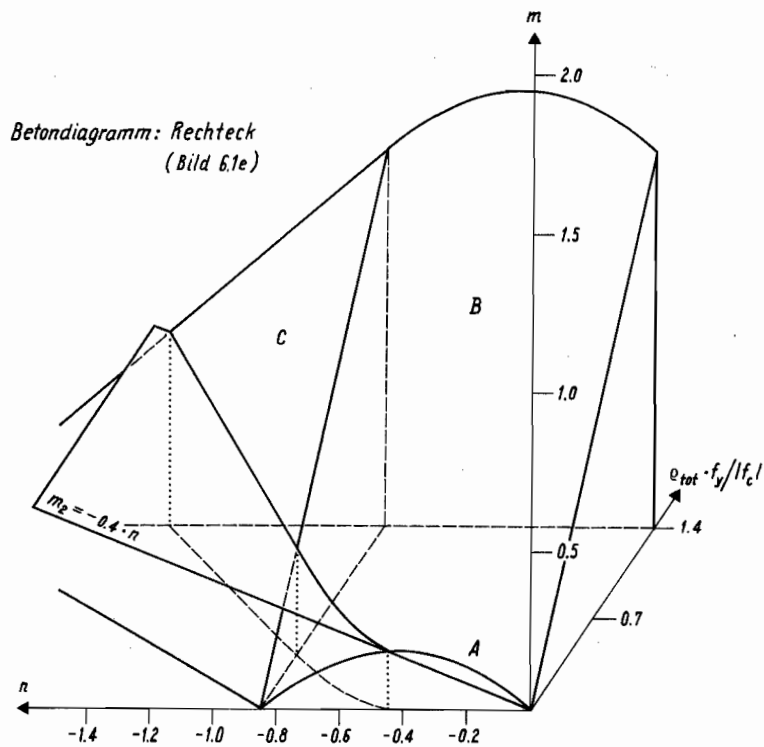


Bild 11.11 : $m-n-\rho_{\text{tot}} \cdot f_y / |f_c|$ Interaktionsfläche für den mit $h \cdot \chi = |\epsilon_{cu}| / \psi$ verdrehten Querschnitt ohne Betonüberdeckung ($\psi = 0.85$)

Die Fläche B und die Ebene C (Bild 11.11) stellen den Widerstand des Querschnitts mit Armierung dar, wobei für

$$0 > n > -\psi \quad : \quad m = -n \cdot \psi - n^2 + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega \quad (11.10)$$

$$-\psi > n > -2 \cdot \psi \cdot \omega - \psi \quad : \quad m = n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega + \psi^2 \quad (11.11)$$

gilt.

Die sich ergebene Diskontinuität im Querschnittswiderstand, falls mit der Betonüberdeckung gerechnet wird (siehe Bilder 11.1 bis 11.6), ist

hier verschwunden.

In den Bildern 11.12 und 11.13 sind die m-n Interaktionsdiagramme der schwach- und der starkarmierten Querschnitte dargestellt.

Für Normalkräfte, die

$$n = -2 \cdot \psi \cdot \omega - \psi$$

übersteigen, besitzen Querschnitte, denen die Betonüberdeckung fehlt, keinen Widerstand mehr.

Feststellungen

Solche wie in diesem Kapitel 11.1 gezeigten Interaktionsflächen und -diagramme besitzen gegenüber den allgemein bekannten m-n Interaktionsdiagrammen, die den Kurven des maximalen Widerstandes (strichlierte Kurven in den Bildern 11.9 bis 11.13) entsprechen, den Vorteil, dass sie die Verformungsfähigkeit, die Duktilität des Betons berücksichtigen. Die Flächen bzw. Diagramme geben an, ob der mit einer Normalkraft belastete Querschnitt eine bestimmte Verdrehung mitmachen kann oder nicht.

Durch die starken Vereinfachungen der Materialgesetze für den Beton und den Stahl werden die Einflüsse der verschiedenen Parameter n , ω , ϵ_{cu} , ϵ_{00} und ψ auf das Verformungsverhalten einer Stütze klar zum Ausdruck gebracht. Der funktionelle Zusammenhang der einzelnen Parameter ist in den einzelnen analytischen Gleichungen direkt erkenntlich.

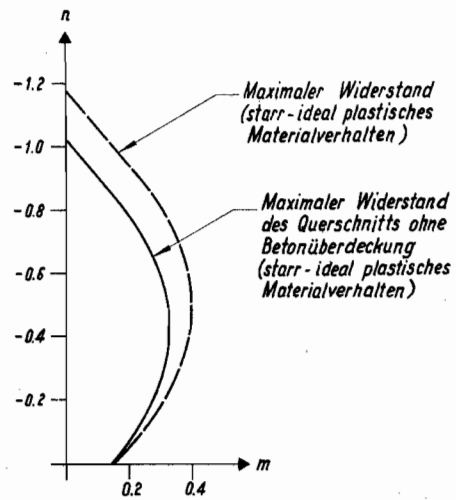


Bild 11.12 : m-n Interaktionsdiagramm des mit $h \cdot \chi = |\epsilon_{cu}| / \psi$ verdrehten Querschnitts ohne Betonüberdeckung
 $\omega = 0.1, \psi = 0.85$

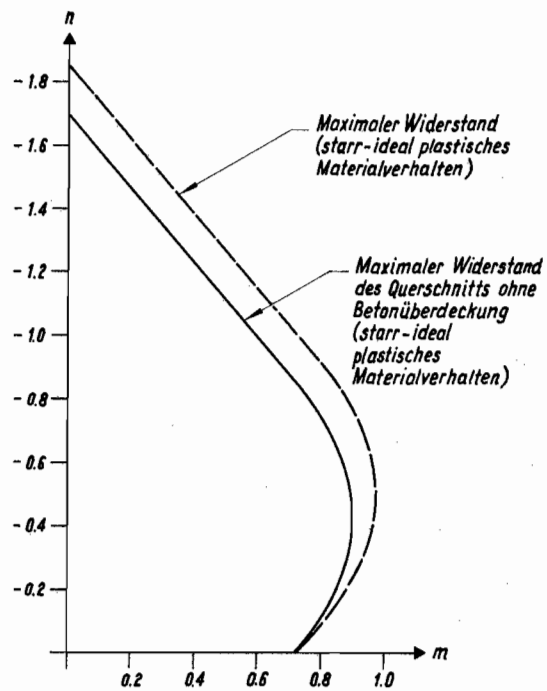


Bild 11.13 : m-n Interaktionsdiagramm des mit $h \cdot \chi = |\epsilon_{cu}| / \psi$ verdrehten Querschnitts ohne Betonüberdeckung
 $\omega = 0.5, \psi = 0.85$

11.2 Stabilität der einer Verdrehung unterworfenen Stütze

Generell kann gesagt werden, dass der in einer horizontal gehaltenen Stütze vorhandene Biege­widerstand ausreichen muss, das infolge der Auslenkung der Stabachse entstehende Moment 2. Ordnung aufzunehmen, da sonst Instabilität auftritt.

Die drei schematisch in Bild 11.14 gezeigten Momenten-Krümmungsverläufe geben das mögliche Verhalten eines Querschnitts wieder, der die maximale Grenzkrümmung erreicht. Der Biege­widerstand reicht jeweils aus, das Moment 2. Ordnung aufzunehmen.

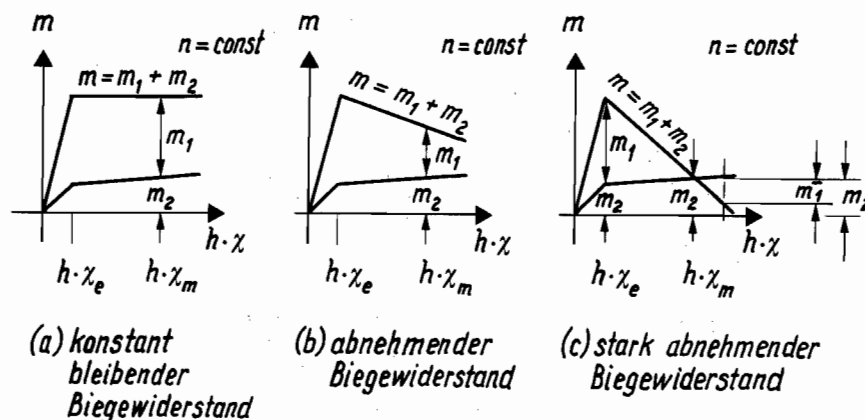


Bild 11.14 : Momenten-Krümmungsverhalten des massgebenden Querschnitts im plastischen Gelenk

Die in den Bildern 11.14a/b/c aufgezeichneten Biege­widerstände sind reine Querschnittswerte, hingegen sind die ebenfalls eingezeichneten Momente 2. Ordnung vom Schlankheitsverhältnis l/h und vom jeweiligen Verdrehungsfall (A, B, C oder D) abhängig.

Das Moment 2. Ordnung beträgt

$$M_2 = |N| \cdot w \quad , \quad (11.12)$$

beziehungsweise als bezogenes Moment ausgedrückt

$$m_2 = 2 \cdot |n| \cdot w/h \quad . \quad (11.13)$$

Das Moment 2. Ordnung nimmt nach dem Erreichen des maximalen Biege widerstandes in der Stütze weniger stark zu, weil die Krümmungen nur noch im plastischen Gelenk anwachsen.

In Bild 11.14a ist das Momenten-Krümmungsverhalten eines Querschnitts aufgezeichnet, welcher nach Erreichen des maximalen Momentes keine Reduktion des Biege widerstandes erfährt, weil die Stütze entweder mit einer kleinen Normalkraft belastet ist, oder weil die Stütze ein Betonverhalten besitzt, dem ein rechteckiges σ - ϵ Diagramm entspricht. Den in den Bildern 11.14b/c gezeigten Momenten-Krümmungsverhalten entsprechen Stützen, die ein entfestigendes σ - ϵ Diagramm besitzen.

In Bild 11.14b ist das Momenten-Krümmungsverhalten eines Querschnitts dargestellt, bei dem nach Erreichen des maximalen Biege widerstandes eine Entfestigung eintritt. Bei Erreichen der maximalen Grenzkrümmung ist der Biege widerstand grösser als das Moment 2. Ordnung.

In Bild 11.14c ist das Momenten-Krümmungsverhalten eines Querschnitts aufgezeichnet, der sich nach Erreichen des maximalen Biege widerstandes so stark entfestigt, dass der Biege widerstand bei Erreichen der Krümmung $h \cdot \chi_m$ gerade ausreicht, um das Moment 2. Ordnung aufzunehmen. Bei weiterer Verformung wächst das Moment 2. Ordnung an, das Moment 1. Ordnung wird hingegen negativ.

Dazu soll nochmals die aus Kapitel 4.2 bekannte Stütze betrachtet werden.

In Bild 4.2c ist der Momentenverlauf über die Stützenlänge gegeben. Nach Theorie 1. Ordnung ist der Momentenverlauf linear. Wird die

Auslenkung w der Stabachse in der Berechnung des Gleichgewichts berücksichtigt (Theorie 2. Ordnung), so ergibt sich ein leicht gekrümmter Verlauf. Der Verlauf des Momentes 2. Ordnung entspricht dabei dem in Bild 4.2a bzw. b gezeigten Verlauf der Auslenkung w .

Das am verdrehten Stützenende angreifende Moment 1. Ordnung (Bild 4.2c), das gleich der dort angreifenden Normalkraft N mal deren Exzentrizität e_1 ist, stellt sich immer so ein, dass die Summe aus den Momenten 1. und 2. Ordnung gleich dem in der Stütze vorhandenen Widerstand ist.

Dies bedeutet, dass das Moment 1. Ordnung bis zum Erreichen des maximalen Biegewiderstandes zunehmen wird, um dann, trotz weiterer Stützenverdrehung, abzunehmen (Bild 11.14).

Dies bedeutet weiters, dass in den mit dieser Stütze verbundenen Decken und Stützen eine Momentenumlagerung stattfinden muss. Eine solche Momentenumlagerung ist dank des statisch unbestimmten Systems möglich.

Eine Verdrehung der Stütze bewirkt, dass die am Stützenende angreifende Normalkraft sich nach aussen verschiebt bis schliesslich die maximale Exzentrizität, beziehungsweise der maximale Biegewiderstand der Stütze, erreicht wird (Bild 11.15b).

Bei weiterer Stützenverdrehung bewegt sich die Normalkraft zurück nach Innen. In Augenblick, in dem die Normalkraft wieder durch den Schwerpunkt verläuft (Bild 11.15c), ist das Moment 1. Ordnung gleich Null (Beispiel: Bild 11.14c).

Bei weiterer Verdrehung bewegt sich die Normalkraft auf die andere Stützenseite, das Moment 1. Ordnung wird negativ (Bild 11.15d, Beispiel: Bild 11.14c).

Eine solche negative Einspannung ist theoretisch zwar möglich, die Stütze ist aber alsbald nicht mehr fähig die Normalkraft zu übertragen. Sehr schnell wird sich nämlich die gesamte Längsarmierung im plastischen Gelenk im Druckfliessen befinden, womit jede weitere interne Kräfteumlagerung vom Beton auf den Stahl ausgeschlossen ist. Eine negative Einspannung der einer Zwangsverdrehung unterworfenen Stütze wird deshalb nicht in Betracht gezogen.

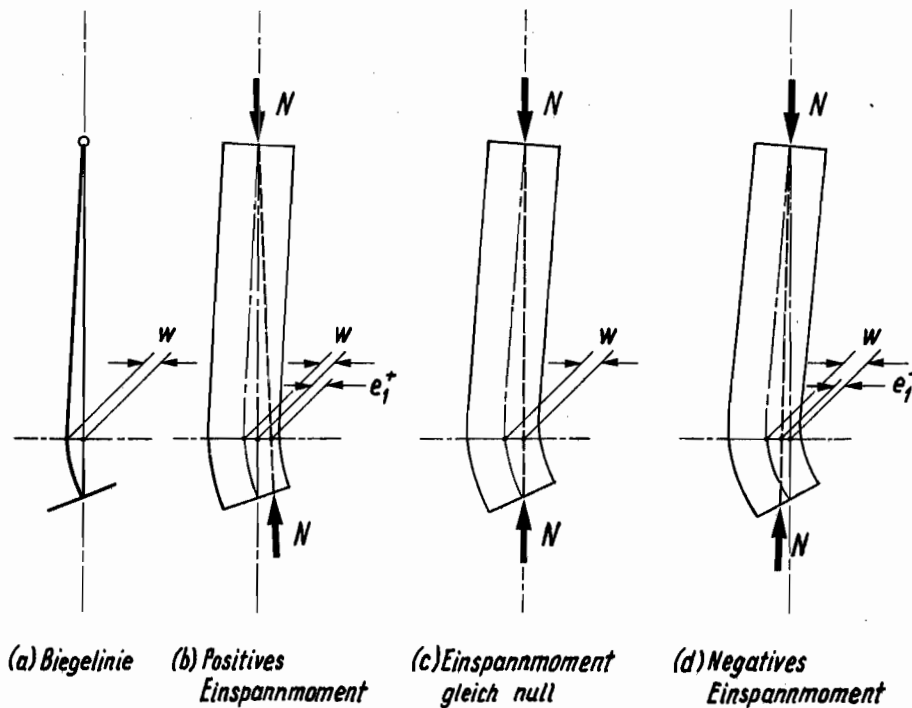


Bild 11.15 : Lage der resultierenden Normalkraft bei zunehmender plastischer Verdrehung: Verformungsfall B

Zulässiges Moment 2. Ordnung

Die in dieser Arbeit durchgeführte Untersuchung beschränkt sich auf Stützen bei denen es in den Verdrehungsfällen B, C und D zur Ausbildung eines plastischen Gelenkes am Stützenende kommt. Bedingung ist somit, dass bei Erreichen des plastischen Grenzwinkels der maximale Biegezug am Stützenende erreicht wird und dass der bei Erreichen des maximalen Grenzwinkels im plastischen Gelenk noch vorhandene Widerstand ausreicht, das sich infolge der Verdrehung ergebende Moment 2. Ordnung aufzunehmen.

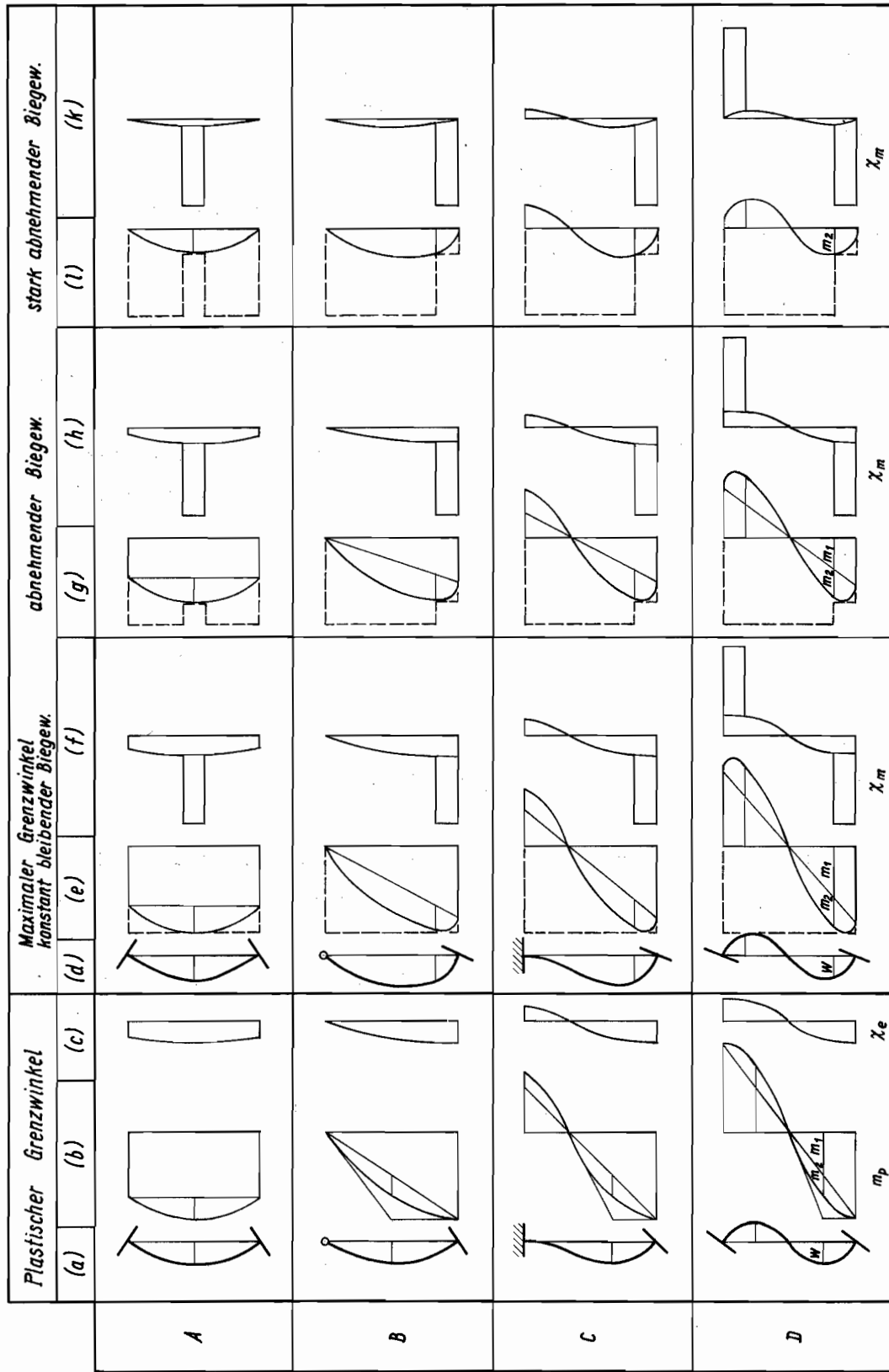
Im Verdrehungsfall A kommt es zur Ausbildung eines plastischen Gelenkes in der Stützenmitte. Bedingung im Fall A ist, dass der bei Erreichen des maximalen Grenzwinkels im plastischen Gelenk vorhandene Widerstand ausreicht, das Moment 2. Ordnung aufzunehmen.

In Bild 11.16 sind schematisch die Momenten- und Krümmungsdiagramme für die vier Grundfälle der Verdrehung gegeben. Für jeden Verdrehungsfall sind die beiden charakteristischen Zustände, das Erreichen des maximalen Biege­widerstandes (11.16 a bis c) und das Erreichen des maximalen Grenzwinkels (11.16 d bis k) dargestellt, wobei, je nach gegebenem Momenten-Krümmungsverhalten (Bild 11.14), die Momenten- und Krümmungsdiagramme bei Erreichen des maximalen Grenzwinkels anders aussehen.

In Bild 11.16a ist der Verlauf der Biegelinie bei Erreichen des maximalen Biege­widerstandes gegeben. In Bild 11.16b ist das dazu entsprechende Momentendiagramm, in Bild 11.16c das Krümmungsdiagramm dargestellt. Für die Fälle B, C und D wurde jeweils der für die Stützen im Extremfall noch mögliche Momentenverlauf eingezeichnet: die Momentenlinie besitzt eine vertikale Tangente am Stützenende. Der maximale Biege­widerstand wird somit gerade noch am Stützenende erreicht. Für den Verlauf des Momentes 2. Ordnung wurde ein parabolischer Verlauf angenommen.

Damit sich ein plastisches Gelenk in den Fällen B, C, D an den Stützenenden ausbildet, darf das bei Erreichen des maximalen Biege­widerstandes vorhandene Moment 2. Ordnung nicht zu gross sein. Die vertikale Tangente an die Momentenlinie am Stützenende bestimmt zusammen mit der Tangente, die durch den Wendepunkt der Momentenlinie verläuft, das maximal zulässige Moment 2. Ordnung zu $m_p/4$ (Bild 11.16b). Bei Erreichen des maximalen Biege­widerstandes gilt

$$m_2 < m_p/4 \quad . \quad (11.14)$$



1/16

Bild 11.16 : Momenten- und Krümmungsdiagramme für die vier Verformungsfälle

Bild 11.16 d gibt die Biegelinie bei Erreichen des maximalen Grenzwinkels wieder. Je nach gegebenem Momenten-Krümmungsverhalten (Bild 11.14), sehen die dazu gehörenden Momenten- und Krümmungsdiagramme jeweils anders aus.

Bei Erreichen des maximalen Grenzwinkels muss der Widerstand des plastischen Gelenkes im Verdrehungsfall A, B, C oder D ausreichen, das dann vorhandene grösste Moment 2. Ordnung im plastischen Gelenk aufnehmen zu können. Es gilt

$$m_2 \leq m \leq m_p \quad . \quad (11.15)$$

Falls $m_2 = m$ ist, bedeutet dies, dass das Moment am Stützenende gleich Null ist. In diesem Falle wäre es zu einer Zentrierung der Normalkraft gekommen (siehe Bild 11.15c).

Krümmungsverlauf für die Berechnung des Momentes 2. Ordnung

Der Krümmungsverlauf in einer Stütze variiert, je nach Materialverhalten und Einfluss 2.Ordnung sehr stark (siehe Bild 11.16).

Will man das Moment 2. Ordnung berechnen, um es mit dem in der Stütze vorhandenen Biegewiderstand vergleichen zu können, so geht man am besten von den vereinfachten Krümmungsverläufen des Bildes 11.17b/d aus. Die rechteckförmigen Krümmungsverläufe liefern ein etwas zu grosses Moment 2. Ordnung, man befindet sich damit aber auf der sicheren Seite für die Stütze.

	Plastischer Grenzwinkel		Maximaler Grenzwinkel		Auslenkung und Moment 2. Ordnung bei Erreichen des maximalen Grenz winkels	
	(a)	(b)	(c)	(d)	plastischen Grenzwinkels (maximalen Biege widerstandes)	maximalen Grenz winkels
A					$\frac{w}{h} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{h}\right)^2 \cdot h \cdot \chi_e \cdot \frac{1}{2}$ $m_2 = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{h}\right)^2 \cdot h \cdot \chi_e \cdot n $	$\frac{w}{h} = \left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{h}\right)^2 \cdot h \cdot \chi_e + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \frac{L}{h} \cdot \lambda_p \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \right] \cdot \frac{1}{2}$ $m_2 = \left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{h}\right)^2 \cdot h \cdot \chi_e + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \frac{L}{h} \cdot \lambda_p \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \right] \cdot n $
B					$\frac{w}{h} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{h}\right)^2 \cdot h \cdot \chi_e \cdot \frac{1}{2}$ $m_2 = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{h}\right)^2 \cdot h \cdot \chi_e \cdot n $	$\frac{w}{h} = \left[\left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p \cdot \frac{L}{h} \cdot h \cdot \chi_e + \left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p^2 \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \right] \cdot \frac{1}{2}$ $m_2 = \left[\left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p \cdot \frac{L}{h} \cdot h \cdot \chi_e + \left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p^2 \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \right] \cdot n $
C					$\frac{w}{h} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{h}\right)^2 \cdot h \cdot \chi_e \cdot \frac{1}{2}$ $m_2 = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{h}\right)^2 \cdot h \cdot \chi_e \cdot n $	$\frac{w}{h} = \left[\left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p \cdot \frac{L}{h} \cdot h \cdot \chi_e + \left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p^2 \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \right] \cdot \frac{1}{2}$ $m_2 = \left[\left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p \cdot \frac{L}{h} \cdot h \cdot \chi_e + \left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p^2 \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \right] \cdot n $
D					$\frac{w}{h} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{h}\right)^2 \cdot h \cdot \chi_e \cdot \frac{1}{2}$ $m_2 = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{h}\right)^2 \cdot h \cdot \chi_e \cdot n $	$\frac{w}{h} = \left[\left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p \cdot \frac{L}{h} \cdot h \cdot \chi_e + \left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p^2 \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \right] \cdot \frac{1}{2}$ $m_2 = \left[\left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p \cdot \frac{L}{h} \cdot h \cdot \chi_e + \left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p^2 \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \right] \cdot n $

11.17

Tabelle 11.1 :

Formeln für die Berechnung der Auslenkung und des Momentes 2. Ordnung

Bild 11.17 :

Krümmungsverlauf für die Berechnung des Momentes 2. Ordnung

Betrachtet man die vier Fälle von Bild 11.17, so sieht man, dass der Verdrehungsfall D dem Fall B entspricht, falls statt l die Hälfte, $0.5 \cdot l$, eingesetzt wird. Fall C liegt irgendwo zwischen diesen beiden Fällen. Um die Abschätzung des Momentes 2. Ordnung einfach zu machen, wird Fall C wie Fall B behandelt, indem statt l $0.8 \cdot l$ verwendet wird.

In Tabelle 11.1 sind die Formeln für die Auslenkungen und Momente 2. Ordnung angegeben. Für die Länge L muss je nach Verdrehungsfall l , $0.8 \cdot l$ oder $0.5 \cdot l$ eingesetzt werden.

11.3 Annahmen für die Berechnung des Querschnittwiderstandes

Aus den Kapiteln 6.5 und 11.1 weiss man, dass das Momenten-Verformungsverhalten einer Stütze massgebend vom Verhalten des Betons bestimmt wird. Je nachdem wie das Materialgesetz angenommen wird, bleibt der Querschnittwiderstand nach Erreichen des Maximums konstant, bis grosse Krümmungen erreicht werden, oder er nimmt ab, oder er nimmt so stark ab, dass überhaupt keine grösseren Krümmungen erzielt werden können. Die sich ergebenden Unterschiede sind beträchtlich.

Versuche [z.B. 4.1] zeigen, dass im Kernbeton eng verbügelter plastischer Gelenke grosse Stauchungen erzielt werden können, ohne dass es zum Ausknicken der Längsarmierungseisen kommt und ohne dass es zu einer wesentlichen Abnahme der Betonfestigkeit kommt. Zum Abplatzen der Betonüberdeckung kann es hingegen schon bei kleinen Stauchungen kommen. Gestützt auf diese Versuche und auf die in Kapitel 7 durchgeführten theoretischen Ueberlegungen werden deshalb folgende zwei Annahmen für die Berechnung des Querschnittwiderstandes eines eng verbügelten plastischen Gelenkes getroffen:

1. Auf die Betonüberdeckung wird in der Berechnung des Querschnittwiderstandes verzichtet.

2. Im Kernbeton und im Längsarmierungsstahl kann die Stauchung $10 \cdot |\epsilon_{yc}| = -20 \text{ 0/00}$ und damit im plastischen Gelenk die maximale Grenzkrümmung $h \cdot \chi_m = 10 \cdot |\epsilon_{yc}| / \psi$ erzielt werden, ohne dass es zu einer Einbusse im Widerstand kommt.

Für den Stahl und den im Kern vorhandenen Beton wird somit ein elastisch-idealplastisches Materialverhalten angenommen. Es gilt das in Bild 11.14a gezeigte Momenten-Krümmungsverhalten, wobei der maximale Biege­widerstand gleich dem im Kern vorhandenen Widerstand ist. In Bild 11.11 ist als Beispiel die für den Querschnitt $\psi = 0.85$ gültige Interaktionsfläche gegeben.

Die oben getroffenen Annahmen werden in den nun folgenden Kapiteln beibehalten, falls nichts anderes erwähnt wird. Der maximale Biege­widerstand des Kernquerschnitts wird mit M_{pk} bzw. m_{pk} bezeichnet.

11.4 Berechnung des maximalen Grenzwinkels

In Bild 11.18 sind für die vier Verformungsfälle A, B, C und D die Krümmungsverläufe dargestellt, die für die Berechnung der maximalen Grenzwinkel angenommen werden.

Im elastischen und plastischen Bereich der Stützen werden lineare Krümmungsverläufe angenommen. Ferner wird angenommen, dass der Biege­widerstand im plastischen Gelenk nach Erreichen des maximalen Momentes konstant bleibt (Kapitel 11.3). Im Querschnitt, der die maximale Grenzkrümmung χ_m erreicht, kann zwischen der Krümmung χ_e und dem plastischen Krümmungsanteil $\chi_m - \chi_e$ unterschieden werden.

Im Verformungsfall A wird der maximale Biege­widerstand in der Stützenmitte erreicht. Das plastische Gelenk bildet sich darum in der Stützenmitte aus.

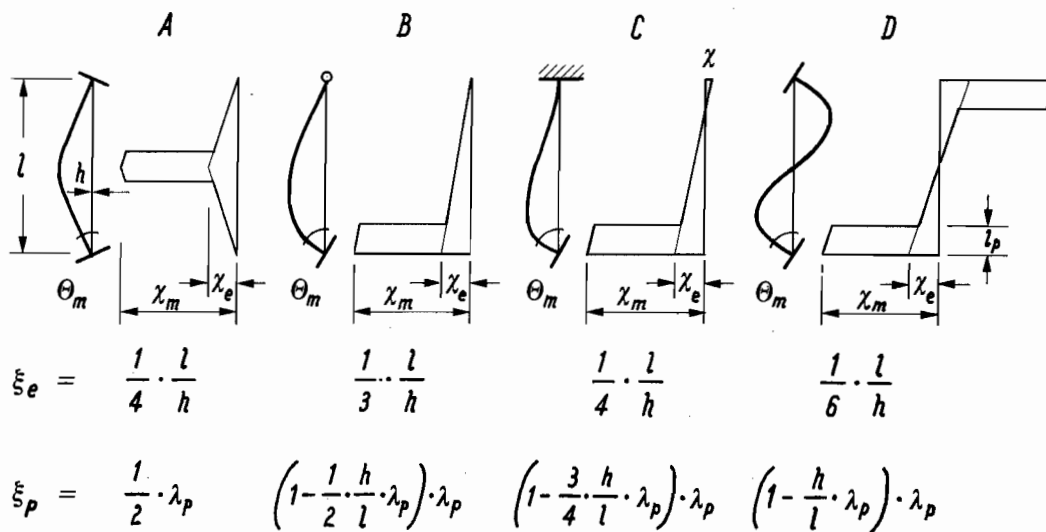


Bild 11.18 : Maximaler Grenzwinkel:
Krümmungsverlauf und Koeffizient ξ_e , ξ_p

Bei den drei anderen Verformungsfällen wird der maximale Biege- und Torsionswiderstand am verdrehten Stützenende erreicht. Das plastische Gelenk bildet sich am verdrehten Stützenende aus.

Im Verdrehungsfall C ist die Krümmung χ am unverdrehten Ende durch die Kompatibilitätsbedingung gegeben.

Es ist

$$\chi = \left[\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{h}{l}\right)^2 \cdot \lambda_p^2 \cdot \left(\frac{\chi_m}{\chi_e} - 1\right) \right] \cdot \chi_e \quad (11.16)$$

Der maximale Grenzwinkel lässt sich als Summe der Produkte der Grenzkrümmungen $h \cdot \chi_e$ bzw. $h \cdot \chi_m$ mit den Koeffizienten ξ_e bzw. ξ_p (Bild 11.18) ausdrücken:

$$\theta_m = \xi_e \cdot h \cdot \chi_e + \xi_p \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \quad (11.17)$$

Der Koeffizient ξ_e berücksichtigt, wie im Kapitel 9.2 dargestellt, den jeweiligen Verformungsfall und das Schlankheitsverhältnis l/h der Stütze.

Der Koeffizient ξ_p berücksichtigt neben dem Verformungsfall und dem Schlankheitsverhältnis l/h auch das Verhältnis der plastischen Gelenklänge bezüglich der Stützenquerschnittshöhe $\lambda_p = l_p/h$.

Zur Abschätzung der Verformungsfähigkeit einer Stütze für die Fälle B, C und D genügt es im allgemeinen $\lambda_p = 1$, d.h. $l_p = h$, anzunehmen.

Vergleiche von Verformungsmessungen an Versuchsstützen mit Verformungsberechnungen, bei denen die plastische Gelenklänge l_p gleich der Querschnittshöhe h gesetzt wurde, zeigen gute Übereinstimmungen [4.3].

Generell kann gesagt werden, dass bei Stützen, deren Enden über die Länge $h, 1.5 \cdot h$ bzw. $2.5 \cdot h$ eng verbügelt wurden, für die plastische Gelenklänge $l_p = 0.5 \cdot h, h$ bzw. $2 \cdot h$ gewählt werden darf.

Bei gedrungenen Stützen ist es möglich, dass sich das plastische Gelenk im Verdrehungsfall A, der zwar nicht häufig vorkommt (Fall A kommt z.B. bei Randstützen überhaupt nie vor), über die ganze Stützenlänge ausbildet.

Normalerweise reicht aber im Fall A eine Ausbildung des plastischen Gelenkes über h , eventuel $2 \cdot h$, aus, um die im Bruchzustand auftretende Zwangsverdrehung aufnehmen zu können, sodass von der zusätzlich in der Stütze noch vorhandenen Verformungsfähigkeit nie Gebrauch gemacht wird.

12. Geltungsbereich

Damit die in Kapitel 9.2 und 11.4 angegebenen Formeln für die Berechnung der zulässigen und der maximalen Grenzwinkel einer Stütze benützt werden dürfen, muss zuerst kontrolliert werden, ob die in der

Berechnung angenommenen Krümmungsverläufe erreicht werden können. Es muss überprüft werden, ob der maximale Biege­widerstand tatsächlich am Stützenende erreicht wird ($m_2 \leq m_{pk}/4$), falls Verdrehungsfall B, C oder D vorliegt, und ob bei Erreichen des maximalen Grenzwinkels der im plastischen Gelenk vorhandene Biege­widerstand ausreicht, das Moment 2. Ordnung aufzunehmen ($m_2 \leq m_{pk}$). Diese zweite Bedingung gilt für alle Verdrehungsfälle.

Es ist nicht immer nötig, diese zeitaufwendigen Kontrollen durchzuführen. Für viele Stützen erübrigt sich eine Kontrolle. Als Entscheidungskriterium dient dabei das Schlankheitsverhältnis der Stütze und die auf sie wirkende Normalkraft respektive das vorhandene Normalkraftniveau.

12.1 Zulässige Auslenkung

Die Auslenkung der Normalkraft bezüglich der Stützenachse darf maximal nur so gross sein, dass der Querschnittswiderstand ausreicht, das sich aus der Auslenkung mal der Normalkraft ergebende Moment 2. Ordnung aufzunehmen ($m_2 \leq m_{pk}$).

In Bild 11.11 sieht man, wie gross die Normalkraft in Abhängigkeit der Armierung sein darf, damit der Widerstand der Querschnitte ausreicht, das sich aus einer bestimmten Auslenkung, in diesem Fall $w = 0.2 \cdot h$ ergebende Moment 2. Ordnung aufzunehmen: die Normalkraft muss unterhalb der Kurve liegen, welche sich aus der Projektion der Schnittlinie der Interaktionsfläche mit dem Moment 2. Ordnung auf die $n \cdot \rho_{tot} \cdot f_y / |f_c|$ Ebene ergibt.

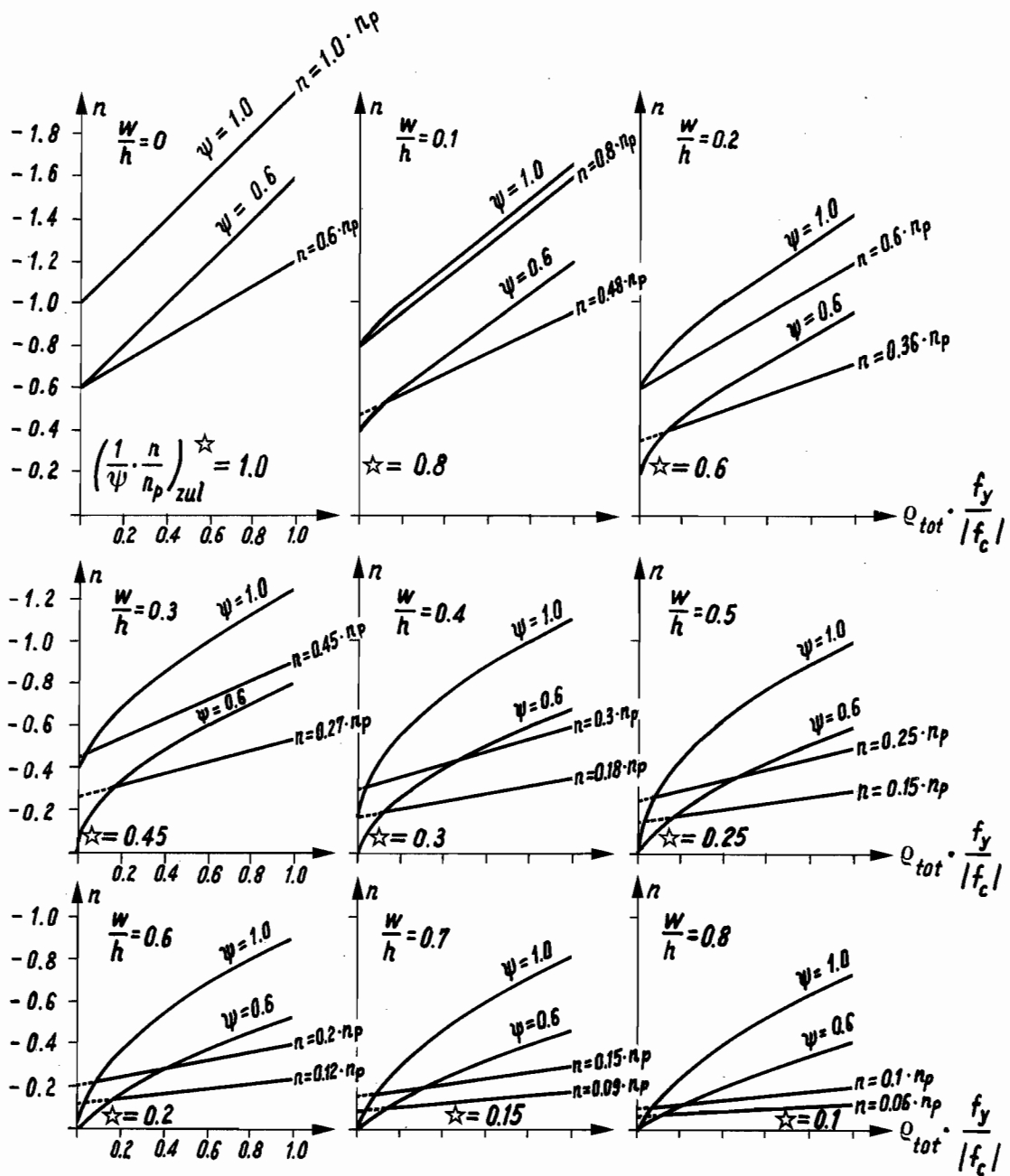


Bild 12.1 : $n - \rho_{tot} \cdot f_y / |f_c|$ Interaktionsdiagramm für die mit $h \cdot \chi_m = 10 \cdot |\epsilon_{yc}| / \psi$ verdrehten Querschnitte $\psi = 0.6$ und $\psi = 1.0$, rechteckförmiges Betondiagramm, eingetragen sind die exakten Lösungskurven und Näherungsgeraden

In Bild 12.1 ist die maximale Normalkraft in Funktion der Armierung für verschiedene Auslenkungen für Querschnitte mit $\psi = 0.6$ und 1.0 eingezeichnet. Allen Kurven ist gemeinsam, dass das vorhandene Moment 2. Ordnung gleich dem im Querschnitt vorhandene Widerstand ist ($m_2 = m_{pk}$).

Als Näherung können die für die Querschnitte $\psi = 0.6$ und 1.0 geltenden Kurven durch Geraden ersetzt werden. Die Geraden in Bild 12.1 wurden so gewählt, dass sich eine lineare Abhängigkeit zwischen dem Normalkraftniveau n/n_p und dem Verhältnis ψ ergibt (siehe angegebene Werte für $n/\psi \cdot n_p$ in Bild 12.1). Die Geraden wurden weiters so gewählt, dass sie die Kurven, welche die maximalen Normalkräfte angeben, bei einem Armierungsgehalt schneiden, der kleiner oder höchstens gleich dem minimalen Armierungsgehalt $\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c| = 0.15$ ist.

Man bemerkt, dass die Geraden, welche für die jeweiligen Auslenkungen zulässige Normalkraftniveaus darstellen, nur für Querschnitte mit Armierungsgehalten, welche nahe beim minimalen Armierungsgehalt liegen, gute untere Grenzwerte angeben. Je grösser aber der Armierungsgehalt und die Auslenkung ist, desto tiefer liegt die zulässige Normalkraft unter der maximal möglichen Normalkraft (siehe Bild 12.1, z.B. für $w/h = 0.8$). Dies soll aber nicht weiter störend sein, weil die Werte für die zulässigen Normalkraftniveaus $(n/\psi \cdot n_p)_{zul}$ in Funktion der Auslenkung w/h , respektive umgekehrt die Werte für die zulässigen Auslenkungen $(w/h)_{zul}$ in Funktion des Normalkraftniveaus $n/\psi \cdot n_p$, nur für eine Abschätzung der für jeden Verdrehungsfall zulässigen Schlankheitsverhältnisse benützt werden sollen, für die der Einfluss 2. Ordnung nicht kontrolliert zu werden braucht (Kapitel 12.2). Die zulässigen Schlankheitsverhältnisse sollen dabei für alle Stützen gelten, deren Armierungsgehalt grösser als $\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c| = 0.15$ ist und die ein ψ besitzen, das zwischen 0.6 und 1.0 liegt.

12.2 Zulässiges Schlankkeitsverhältnis

Damit der maximale Biege­widerstand im Verdrehungsfall B, C oder D am Stützenende erreicht wird und es somit zur Ausbildung eines plastischen Gelenkes am Stützenende kommt, darf das sich in Stützenmitte ergebende Moment 2. Ordnung nicht grösser als ein Viertel des maximalen Biege­widerstandes sein.

Es gilt

$$m_2 \leq m_{pk}/4 \quad (12.1)$$

Die Ungleichung 12.1 lässt sich in Funktion der Auslenkung w und der zulässigen Auslenkung w_{zul} ausdrücken, die in Kapitel 11.2, respektive 12.1 definiert wurden. Für die zulässige Auslenkung sind in Bild 12.1 untere Grenzwerte in Funktion des Normalkraftniveaus $n/\psi \cdot n_p$ angegeben, damit der in einem Querschnitt vorhandene Widerstand ausreicht, das sich aus der Auslenkung ergebende Moment 2. Ordnung aufzunehmen ($m_2 \leq m_{pk}$). Gemäss Ungleichung 12.1 darf somit die Auslenkung in Stützenmitte bei Erreichen des maximalen Biege­widerstandes höchstens ein Viertel der zulässigen Auslenkung betragen, falls das maximale Biegemoment am Stützenende erreicht werden soll. Die Bedingung für die Auslenkung in Stützenmitte lautet:

$$\frac{w}{h} = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{L}{h}\right)^2 \cdot h \cdot \chi_e \leq \left(\frac{w}{h}\right)_{zul} / 4 \quad (12.2)$$

Im Verdrehungsfall A, B, C oder D muss der Biege­widerstand des plastischen Gelenkes ausreichen, das bei Erreichen des maximalen Grenzwinkels vorhandene Moment 2. Ordnung aufzunehmen.

Es gilt

$$m_2 \leq m_{pk} \quad (12.3)$$

Die Ungleichung 12.3 lässt sich nun ebenso wie die Ungleichung 12.1 in

Funktion der Auslenkung w und der zulässigen Auslenkung w_{zul} ausdrücken.

Im Verdrehungsfall A lautet die Bedingung für die Auslenkung in Stützenmitte:

$$\frac{w}{h} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{h} \right)^2 \cdot h \cdot \chi_e + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{h}{L} \cdot \lambda_p \right) \cdot \frac{L}{h} \cdot \lambda_p \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \right] \leq \left(\frac{w}{h} \right)_{zul} \quad (12.4)$$

Im Verdrehungsfall B, C oder D ergibt sich folgende Bedingung für die Auslenkung im plastischen Gelenk, $l_p = \lambda_p \cdot h$ von der Einspannstelle entfernt:

$$\frac{w}{h} = \frac{1}{2} \cdot \left[\left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p \right) \cdot \lambda_p \cdot \frac{L}{h} \cdot h \cdot \chi_e + \left(1 - \frac{h}{L} \cdot \lambda_p \right) \cdot \lambda_p^2 \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \right] \leq \left(\frac{w}{h} \right)_{zul} \quad (12.5)$$

Das grösste zulässige Schlankheitsverhältnis L/h , das eine Stütze, dessen Armierungsgrad grösser gleich $\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c| = 0.15$ ist und dessen ψ zwischen 0.6 und 1.0 liegt, haben darf, ohne dass der Einfluss 2. Ordnung kontrolliert zu werden braucht, ergibt sich, indem in die Bedingungen 12.2, 12.4 und 12.5 für die plastische Grenzkrümmung die grösste zum Zeitpunkt t_{∞} vorhandene Grenzkrümmung $h \cdot \chi_e = 0.0075$ (siehe Tabelle A2.1, Anhang A2) eingesetzt wird und in den Bedingungen 12.4 und 12.5 $\psi = 0.6$ und damit $h \cdot \chi_m = 0.0333$ verwendet wird. Wird für λ_p in den Bedingungen 12.4 und 12.5 $\lambda_p = 2$ gesetzt, so gelten die Schlankheitsverhältnisse für alle Stützen, deren plastische Gelenklänge l_p zwischen $0.5 \cdot h$ und $2 \cdot h$ liegt.

Damit können die in der Tabelle 12.1 aufgeführten Schlankheitsverhältnisse L/h gefunden werden. Im Verdrehungsfall B, C oder D wird stets die Bedingung 12.2 massgebend. Im Verdrehungsfall A ist nur die Bedingung 12.4 massgebend.

In Bild 12.2 sind nun die sich aus Tabelle 12.1 ergebenden Schlankheitsgrade $\lambda = \sqrt{12} \cdot l/h$ in Funktion des Normalkraftniveaus $n/\psi \cdot n_p$ für die vier Verdrehungsfälle graphisch dargestellt. Zwischen den einzelnen Punkten wurden Geraden eingelegt.

Werte aus Bild 12.1		Fall B,C oder D Gl. 12.2	Fall A Gl. 12.4
$\frac{1}{\psi} \cdot \frac{n}{n_p}$	$\left(\frac{w}{h}\right)_{zul}$	$\frac{L}{h}$	$\frac{L}{h}$
0.8	0.1	5.2	6.0
0.6	0.2	7.3	9.7
0.4	0.35	9.7	13.9
0.2	0.6	12.7	19.6
0.1	0.8	14.6	23.4

Tabelle 12.1 : Zulässige Schlankheitsverhältnisse L/h

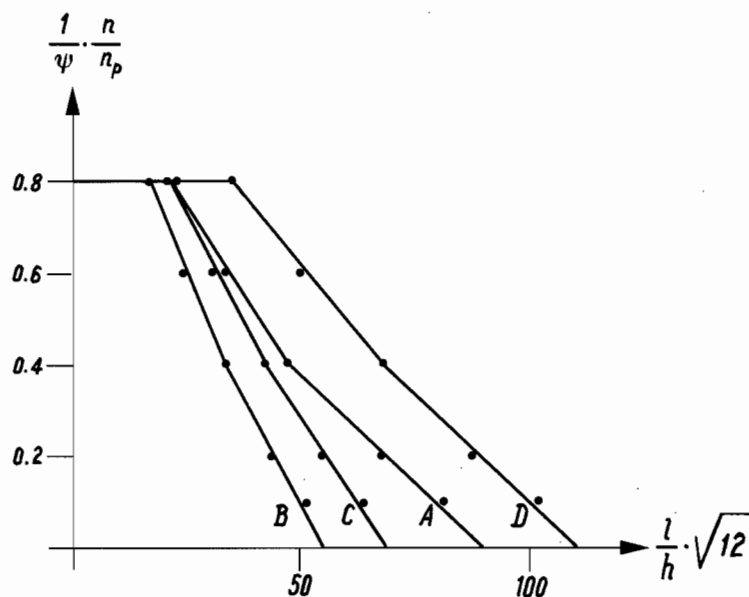


Bild 12.2 : Zulässiger Schlankheitsgrad für alle Stützen mit einem Armierungsgehalt von mindestens $\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c| = 0.15$ und einem Verhältnis Stahlabstand zu Querschnittshöhe ψ zwischen 0.6 und 1.0 damit der Einfluss 2.Ordnung nicht kontrolliert zu werden braucht

Auf die Angabe von Schlankheitsgraden für Normalkraftverhältnisse grösser als $n/\psi \cdot n_p = 0.8$ wurde verzichtet, da sich sehr kleine Werte ergeben. Für $n/\psi \cdot n_p = 1.0$ z.B. ist $(w/h)_{zul} = 0$ (siehe Bild 12.1). Bild 12.2 bzw. A3.2 gibt untere Grenzwerte der Schlankheitsgrade an, die eine Stütze haben darf, damit der Einfluss 2. Ordnung nicht kontrolliert zu werden braucht. Ebenfalls braucht die Stütze nicht auf zentrisches Knicken hin untersucht zu werden, da die in Bild A3.2 angegebenen Schlankheitsgrade kleiner sind als die für zentrisches Knicken gültigen Schlankheitsgrade.

Für Stützen, deren Normalkraftniveau und Schlankheitsgrad ausserhalb des für den jeweiligen Verdrehungsfall angegebenen Bereichs (Bild A3.2) liegt, muss der Einfluss 2. Ordnung kontrolliert werden (siehe dazu auch Kapitel 18).

Teil IV : Vergleiche mit Versuchsergebnissen

13. Verhalten von Stützen unter Langzeitbelastung

13.1 Beschreibung der Versuche

1982/83 wurden am "Institut de Statique et Structures, (IBAP)" der Eidgenössischen Technischen Hochschule Lausanne, im Zusammenhang mit einer anderen Doktorarbeit [9.1], Stützenversuche durchgeführt, um das Verhalten von Stützen unter Langzeitbelastung zu untersuchen.

Es seien hier die drei am stärksten beanspruchten Stützen herausgegriffen, welche die Bezeichnungen A3, A6, A7 erhielten (Bild 13.1, Tabellen 13.1).

Die drei Stützen wurden exzentrisch belastet, wobei die Normalkräfte verschieden gross waren.

Die Linienlager der Stützen wiesen oben und unten jeweils die gleiche Exzentrizität auf, sodass sich ein konstanter Momentenverlauf ergab.

Die Exzentrizität wurde für jede dieser drei Stützen so gewählt, dass die Beanspruchung (M,N) noch zulässig war (Bild 13.2). Die Grenze der zulässigen Beanspruchung ergibt sich, indem man die Abstände z , vom Nullpunkt bis zu den Punkten $[M_p/N(M_p)]$ der Kurve des maximalen Widerstandes durch 1.8, den in der Schweiz verwendeten Sicherheitsfaktor, dividiert.

Die Belastung wurde 28 Tage nach Betonieren der Stützen aufgebracht (Zeitpunkt t_0). Während einem Jahr wurden die durch Schwinden und Kriechen entstandenen Zunahmen der Krümmungen, Rissweiten und horizontalen Auslenkungen verfolgt.

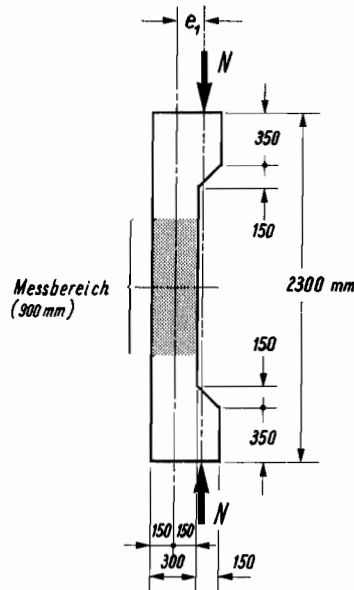


Bild 13.1 : System

Versuchsstützen A3; A6; A7		
Länge	2300	mm
b x h	300x300	mm
Armierung	8 ϕ 12	mm
ρ_{tot}	1,0	%
Betonüberdeckung	30	mm
ψ	0,8	-
Betonfestigkeit	-36	N/mm ²
Fließgrenze Stahl	550	N/mm ²

(a) Charakteristische Daten der Versuchsstützen

Stütze	N		e_1	
A3	-260	kN	198	mm
A6	-520	kN	113	mm
A7	-790	kN	65	mm

(b) Belastung

Tabelle 13.1 : Daten der Versuchsstützen

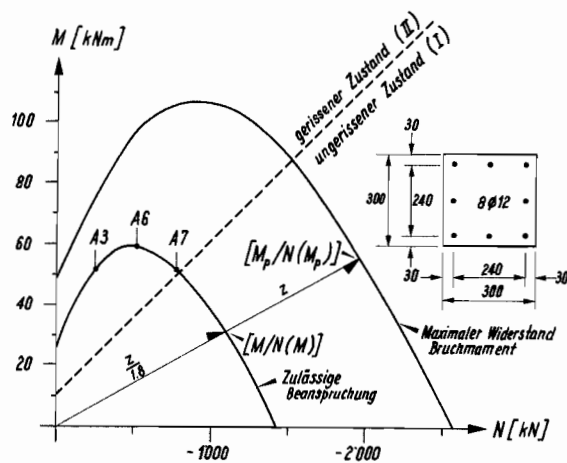


Bild 13.2 : Interaktionsdiagramm Biegung-Normalkraft

13.2 Diskussion der Versuchsergebnisse

Die nach einem Jahr noch stattfindenden Verformungszunahmen sind verhältnismässig klein, da Schwinden und Kriechen bis dann stark abgeklungen sind.

In Tabelle 13.2a ist der gemessene Kriechkoeffizient für vier verschiedenen Zeitpunkte eingetragen. Für den Zeitpunkt t_{∞} lässt sich daraus ein Kriechkoeffizient von $\varphi_n = 1.7$ abschätzen.

Zeitpunkt	t_0	t_{56}	t_{181}	t_{366}	
φ_n	0	0.84	1.15	1.27	-

(a) Kriechkoeffizient φ_n

Stütze	t_0	t_{56}	t_{181}	t_{366}	
A3	-0.69	-1.20	-1.40	-1.57	o/oo
A6	-0.77	-1.44	-1.68	-1.88	o/oo
A7	-0.68	-1.31	-1.55	-1.73	o/oo

(b) Mittlere Stauchung am Druckrand

Stütze	t_0	t_{56}	t_{181}	t_{366}	
A3	0.79	1.11	1.15	1.16	o/oo
A6	0.36	0.61	0.65	0.64	o/oo
A7	0.02	0.08	0.03	0.02	o/oo

(c) Mittlere Dehnung auf Höhe Armierungseisen

Stütze	t_0	t_{56}	t_{181}	t_{366}	
A3	0.17	0.25	0.28	0.27	mm
A6	0.10	0.16	0.17	0.18	mm
A7	0.02	0.03	0.04	0.03	mm

(d) Maximale Rissöffnung

Stütze	t_0	t_{56}	t_{181}	t_{366}	
A3	3.46	5.16	5.83	6.09	mm
A6	2.54	4.45	5.08	5.50	mm
A7	1.51	2.75	3.15	3.48	mm

(e) Horizontale Auslenkung in Stützenmitte

Tabelle 13.2 : Versuchsergebnisse

In Bild 13.3 findet man für die Stützen A3, A6, A7 die über den Messbereich (900 mm) gemittelte Krümmung für die Zeitpunkte t_0 , t_{56} , t_{181} , t_{366} , eingezeichnet.

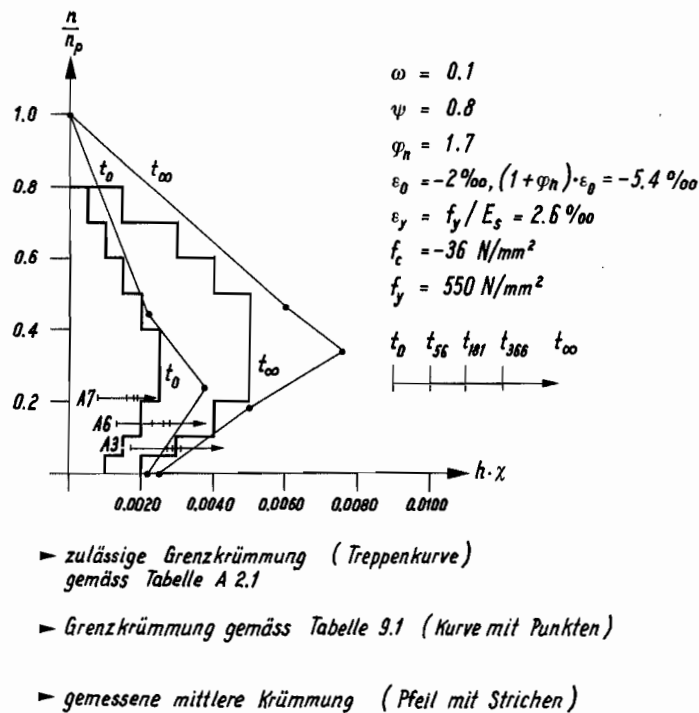


Bild 13.3 : Gemessene mittlere Krümmung im Vergleich zur zulässigen Grenzkrümmungen

Die Pfeilspitzen markieren die zum Zeitpunkt t_∞ voraussichtlich vorhandenen Krümmungen. Die in diesem Bild mit Punkten unterbrochenen Kurven stellen die Grenzkrümmungen zum Zeitpunkt t_0 und t_∞ dar. Die Punkte dieser Kurven lassen sich mit Hilfe der in der Tabelle 9.1, gegebenen Gleichungen und den in Bild 13.3 aufgeführten charakteristischen Werten bestimmen.

Beim Wert der Fliessspannung f_y des Armierungsstahls gilt es zu beachten, dass es sich um den im Zugversuch ermittelten dynamischen Wert handelt. Der statische Wert liegt etwas tiefer, dies soll nicht

weiter störend sein. Die Dehnung ϵ_y beträgt 2.6 0/00.

Für den Beton wurde die Druckfestigkeit f_c aus der nach 28 Tagen bestimmten mittleren Würfeldruckfestigkeit hergeleitet, indem diese mit dem Faktor 0.8 multipliziert wurde. Die Stauchung ϵ_0 wurde auf -2 0/00 beschränkt.

Der Kriechkoeffizient für den Zeitpunkt t_∞ wurde, wie oben bereits erwähnt, zu $\varphi_n = 1.7$ angenommen.

Die Grenzkrümmungen können im gleichen Bild 13.3 mit den in Tabelle A2.1 (Anhang A2) für die Bemessung von Stützen vorgeschlagenen zulässigen Grenzkrümmungen verglichen werden. Wie man sieht, handelt es sich bei den zulässigen Grenzkrümmungen um recht konservative Werte.

Für die weiteren Ueberlegungen werden jetzt nur noch die für diese Versuche gültigen Grenzkrümmungen (Kurven mit Punkten) betrachtet, da es sich hier um eine Interpretierung von Versuchsergebnissen handelt und von bekannten charakteristischen Grössen ausgegangen werden kann. Bild 13.3 zeigt, dass alle drei Stützen nach erfolgter Belastung Krümmungen aufwiesen, die kleiner als die zum Zeitpunkt t_0 möglichen Grenzkrümmungen waren.

Durch Schwinden und Kriechen nahmen die Krümmungen danach stark zu. In der Stütze A3 wird die Krümmung zum Zeitpunkt t_∞ (Pfeilspitze) grösser sein als die dann gültige Grenzkrümmung. Dies bedeutet, dass die Stütze A3 zum Zeitpunkt t_∞ sehr wahrscheinlich Risse aufweisen wird, die über das erlaubte Mass hinausgehen.

In den Stützen A6 und A7 werden die zum Zeitpunkt t_∞ vorhandenen Krümmungen kleiner sein als die dann möglichen Grenzkrümmungen.

Es stellt sich die Frage, ob diese beiden Stützen eventuell mit einem grösseren Moment hätten belastet werden dürfen, da die gewählten Momente doch Krümmungen verursachen, die ziemlich weit unter den möglichen Grenzkrümmungen liegen.

Für statisch bestimmte Stützen ist ein solches Vorhaben gefährlich. Bei einer zu starken Vergrösserung des Biegemomentes würde man sich unzulässig nahe dem Bruchmoment nähern, das bei statisch bestimmten

Stützen gleich dem maximalen Biege­widerstand ist.

In statisch unbestimmten Systemen hingegen können horizontal gehaltene Stützen bis Nahe zum maximalen Biege­widerstand hin belastet werden, vorausgesetzt, dass die zulässigen Grenzkrümmungen des Gebrauchszustandes nicht überschritten werden. Das Erreichen des maximalen Biege­widerstandes würde bedeuten, dass das plastische Moment erreicht worden ist. Von einem Bruchmoment zu sprechen wäre hier dagegen falsch, da die Stütze erst nach grossen plastischen Verformungen zugrunde gehen würde.

Nach einem Jahr wiesen die Stützen A3, A6, A7 keinerlei Mängel auf. Es konnte weder ein Abplatzen des Betons noch das Vorhandensein von grossen Rissen festgestellt werden. Bild 13.3 bestätigt dies. Die nach einem Jahr vorhandenen Krümmungen liegen alle unterhalb den möglichen Grenzkrümmungen für t_{∞} .

In Tabelle 13.2b sind die auf der Druckseite der Stütze gemessenen mittleren Stauchungen des Betons angegeben. Die Stütze A6 besass nach einem Jahr die grösste Stauchung -1.88 0/00.

In Tabelle 13.2c sind die auf der Höhe der gezogenen Armierungseisen gemessenen mittleren Dehnungen aufgeführt. Die Stütze A7 wies sehr kleine Dehnungen auf, deren Werte im Bereich der Messgenauigkeit lagen. Die Stütze A3 besass nach einem Jahr die grösste mittlere Dehnung 1.16 0/00.

In Tabelle 13.2d sind die gemessenen maximalen Rissöffnungen der drei Stützen eingetragen. Gemäss dem CEB MANUAL "Fissuration et déformations" [13.1] sollten Risse nicht grösser als 0.2 bis 0.4 mm sein. Wie man sehen kann, wiesen die Stützen nach einem Jahr Risse auf, die alle kleiner als 0.27 mm sind.

In Tabelle 13.2e sind schliesslich die gemessenen horizontalen Auslenkungen der Stützenmitte angegeben. Es handelt sich um relativ kleine Auslenkungen. Die Stütze A3, die die Normalkraft mit der grössten Exzentrizität besass, hatte nach einem Jahr mit 6 mm die grösste Auslenkung von allen Stützen erreicht.

14. Verformungsverhalten von Stahlbetonstützen bei aufgezwungener

Horizontalverschiebung

14.1 Beschreibung der Versuche

Im Rahmen eines Forschungsprogrammes über Stahlbetonstützen und Stahlbetonrahmen wurden im "Phil M. Ferguson Structural Engineering Laboratory" der "University of Texas, Austin USA", im Jahre 1976 an elf Stahlbetonstützen Kurzzeitversuche durchgeführt [4.3/14.1/14.2]. Zweck der Versuche war es, das Verformungsverhalten von Stahlbetonstützen mit grossen Normalkräften experimentell zu untersuchen. Zwei der elf Stützen, die untersucht wurden, mussten wegen konstruktiven Mängeln ausgeschieden werden.

In der horizontal aufgebauten Versuchsanlage wurden jeweils zwei identische Stützen gelenkig miteinander verbunden und an ihren beiden Enden in starke Träger eingespannt (Bild 14.1).

Auf die Stützen wurde eine axiale Normalkraft aufgebracht, die dann konstant gehalten wurde. Das Normalkraftniveau n/n_p lag bei den neun untersuchten Stützen zwischen 0.54 und 0.65. Durch Schliessen eines Ventils wurde darauf das hydraulische System in zwei voneinander unabhängige Systeme unterteilt, sodass sich an den Stützenenden als Reaktion auf eine horizontale Verschiebung der Stützenköpfe ein Einspannmoment bilden konnte.

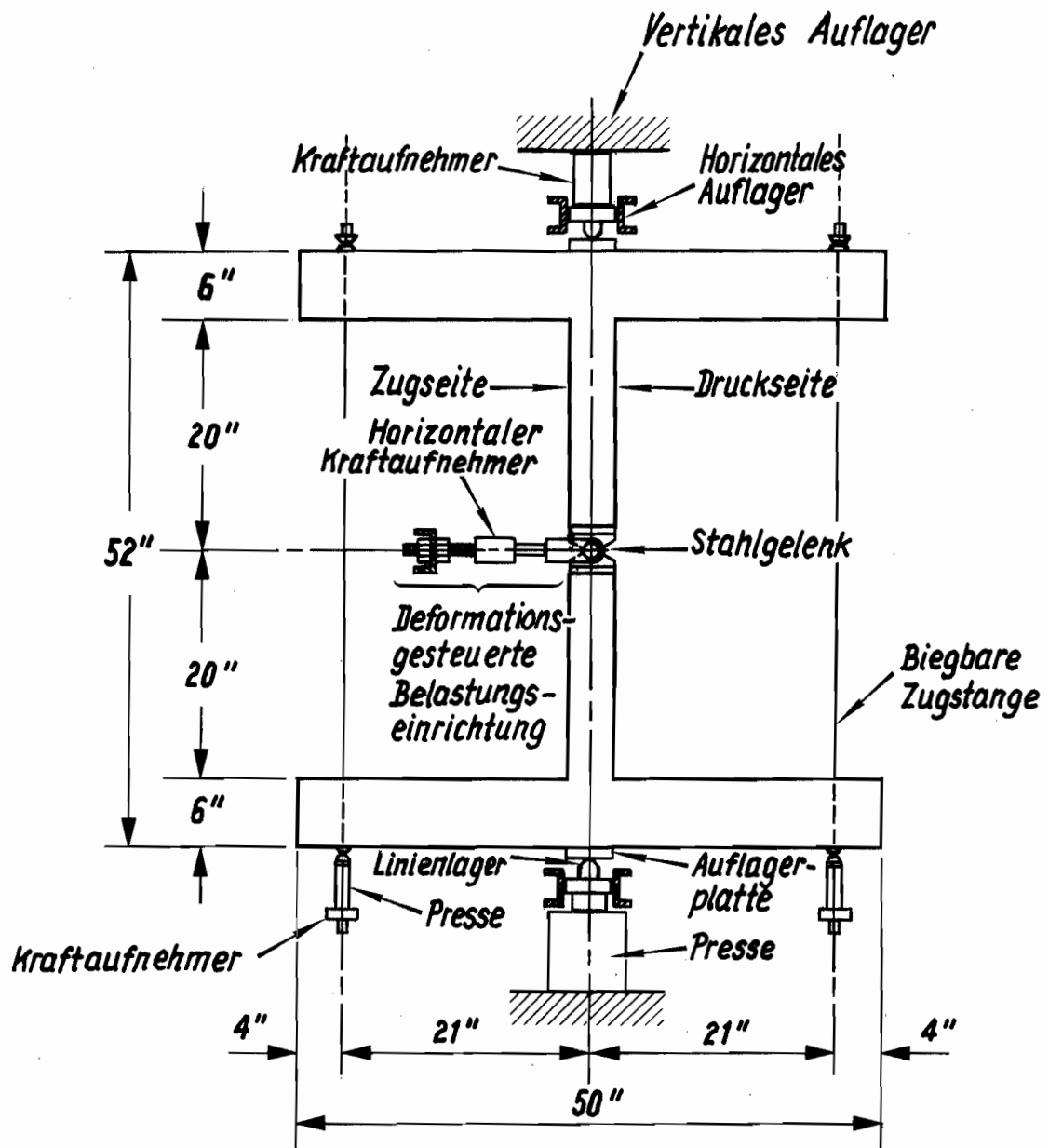


Bild 14.1 : Schema der Versuchsanlage (Bild von [4.3])

Die Verschiebung der Stützenköpfe erfolgte in einzelnen kleinen Verschiebungsintervallen, wobei nach jedem Intervallschritt die Stützendurchbiegung, die aufgebrachte horizontale Last und die vertikale Last gemessen, beziehungsweise kontrolliert, wurden.

Die Krümmung wurde mit Hilfe von sogenannten Krümmungsarmen gemessen. Bei den Krümmungsarmen handelt es sich um senkrecht zur Stützenachse angebrachte Stahlprofile, an deren Enden sich Potentiometer befinden. Durch die Verdrehung der Stütze nähern sich die Enden der Stahlprofile auf der konkaven Seite, während sie sich auf der konvexen Seite voneinander entfernen. Damit konnte einerseits die mittlere Krümmung, andererseits die mittlere Stauchung der äussersten Betonfaser bestimmt werden. Es wurde angenommen, dass eine lineare Dehnungsebene vorliegt.

Bemerkungen zu Untersuchungen der Duktilität des Stahlbetons

Die Versuche waren deformationsgesteuert. Damit war es möglich, auch den abfallenden Ast des Momenten-Krümmungsdiagramms zu untersuchen. Dadurch dass die Stützen in deformationsgesteuerten Versuchen definitionsgemäss horizontal gehalten sind, wird verhindert, dass die Stützen bei Erreichen des maximalen Biegegewiderstandes versagen, wie dies in einem lastgesteuerten Versuch der Fall wäre.

Mit den Versuchen [4.3] konnte sehr schön gezeigt werden, dass Stahlbetonstützen ein duktileres Verformungsverhalten besitzen. Das Momenten-Krümmungsdiagramm bricht bei Erreichen des maximalen Biegegewiderstandes nicht einfach ab, wie das heute noch verschiedentlich in der Literatur zu finden ist, sondern es besitzt einen grossen, flachen bis leicht abfallenden Ast.

Bei Erreichen des maximalen Biegegewiderstandes betragen die Stauchungen in der äussersten Betonfaser zwischen -3.9 und -5.9 0/00. Dabei wurde jeweils ein erstes leichtes Abblättern der Betonoberfläche beobachtet. Bei weiterer Verdrehung kam es zur Ausbildung eines plastischen Gelenkes. Obwohl eigentlich keine gute Verschnürung des plastischen

Gelenkes vorlag, die Bügelabstände waren gleich der Querschnittshöhe h , konnten grosse Krümmungen im plastischen Gelenk erzielt werden. Die Krümmungen ($h \cdot \chi$) lagen zwischen 0.0120 und 0.0200, bevor es zum Abplatzen der äusseren Betonschale über eine Länge, die etwa der Querschnittshöhe h entsprach, kam. Das Abplatzen der Betonschale hatte, wegen den grossen Normalkräften, praktisch den Verlust des gesamten Widerstandes zur Folge. Die dabei erzielten Stauchungen in der äussersten Betonfaser lagen zwischen -9.6 und -16.0 0/00. Durch eine engere Verbügelung hätten bestimmt noch grössere plastische Verformungen erzielt werden können.

Die Autoren [4.3] verglichen die experimentellen Resultate mit den Resultaten eines von ihnen erstellten Computerprogrammes, wobei das von ihnen verwendete Betongesetz einen absteigenden Ast nach Erreichen der Druckfestigkeit bei ϵ_0 besass. Die experimentellen und die theoretischen Resultate zeigten eine gute Uebereinstimmung.

Es ist klar, dass analytische Verfahren, die auf einem elastisch-plastischem Stahlgesetz und einem Betongesetz beruhen, bei welchem die Stauchung auf ϵ_0 , d.h. auf etwa -2 bis -4 0/00 begrenzt wird, bei weitem nicht ausreichen, um das Verformungsverhalten einer Stahlbetonstütze zu beschreiben.

Theoretische Ueberlegungen mit einem auf ϵ_0 beschränkten Betongesetz, sowie experimentelle Versuche, die lastgesteuert gefahren wurden, führten früher vielfach dazu, dass daraus falsche Schlüsse gezogen wurden und behauptet wurde, Stahlbetonstützen besässen keine oder nur eine sehr geringe Duktilität.

Stahlbetonstützen zeigen aber ihr duktiles Verhalten, wenn sie richtig untersucht werden.

Daten der Versuchsstützen SC-3 und SC-5

Von den neun Stützen seien hier zwei, die mit SC-3 und SC-5 bezeichneten Versuchsstützen, herausgegriffen und etwas näher untersucht.

In den Tabellen 14.1 sind die Abmessungen und Materialkennwerte der beiden Versuchsstützen angegeben.

Versuchsstützen SC-3, SC-5				
Länge	508	mm	20	in
b x h	152x102	mm	6 x 4	in
Armierung	4 \emptyset 9 ⁵	mm	4 -No.3	in
ρ_{tot}	1.83	%	1.83	%
Betonüberdeckung	19	mm	0.75	in
ψ	0.625	-	0.625	
Betonfestigkeit	-19/-26	N/mm ²	-2.74/-3.77	ksi
Fliessgrenze Stahl	400/385	N/mm ²	58.0 /55.8	ksi

(a) Charakteristische Daten der Versuchsstützen

Stütze	N		N		n/n _p
SC-3	-236	kN	-53	kips	0.58
SC-5	-298	kN	-67	kips	0.58

(b) Belastung

Tabellen 14.1: Daten der Versuchsstützen

Der Schlankheitsgrad der Stützen betrug $\lambda = 17$. Als Bügel wurden dünne Drähte mit einem Durchmesser von 3 mm (11-gage wire) und mit einer Fließspannung von $f_y = 290 \text{ N/mm}^2$ (42 ksi) verwendet. Die Stütze SC-3 wurde mit einer Normalkraft von -236 kN (-53.0 kips) belastet, die Stütze SC-5 mit -298 kN (-67.0 kips). Das Normalkraftverhältnis betrug für beide Stützen $n/n_p = 0.58$.

14.2 Beschreibung des Verformungsverhaltens der Versuchsstützen

SC-3 und SC-5 mit Hilfe nichtlinearer Computerprogramme

Momenten-Krümmungsverhalten

Die Bilder 14.2 und 14.3 geben das im Querschnitt h von der Einspannstelle entfernt wirkende Moment in Funktion der mittleren Krümmung für die beiden Versuchsstützen SC-3 und SC-5 wieder. Des Weiteren sind die mittleren Randstauchungen im plastischen Gelenk angegeben.

In den Bildern 14.2 und 14.3 sind neben den Kurven, welche die Versuchswerte wiedergeben, je zwei theoretische Kurven dargestellt. Die eine gibt die von den Autoren der Versuchsstützen mit ihrem Computerprogramm [14.3] erhaltene Lösung wieder, die andere gibt die vom Autor dieser Doktorarbeit mit dem Computerprogramm PIFF [14.4] erhaltene Lösung wieder.

Beim Programm PIFF handelt es sich um ein nichtlineares Finite Element Programm, das nebst der geometrischen Nichtlinearität auch ein nichtlineares Materialverhalten berücksichtigen kann. Bild 14.9a gibt das für die Analyse verwendete statische System der Stütze wieder. Die Elementlänge wurde zu h angenommen. In Bild 14.4 sind die verwendeten Materialgesetze abgebildet.

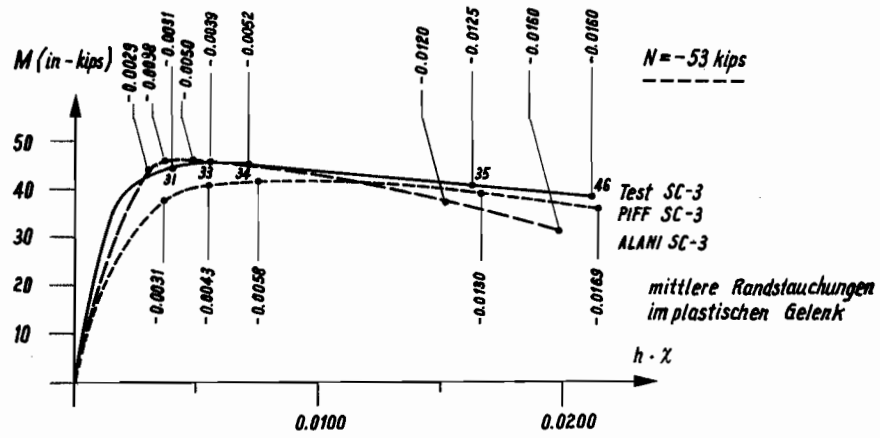


Bild 14.2 : Momenten-Krümmungsverhalten der Versuchsstütze SC-3

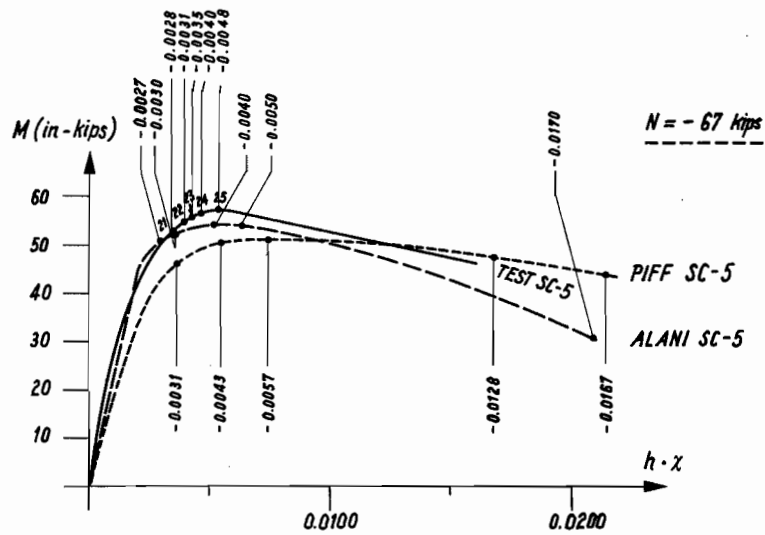


Bild 14.3 : Momenten-Krümmungsverhalten der Versuchsstütze SC-5

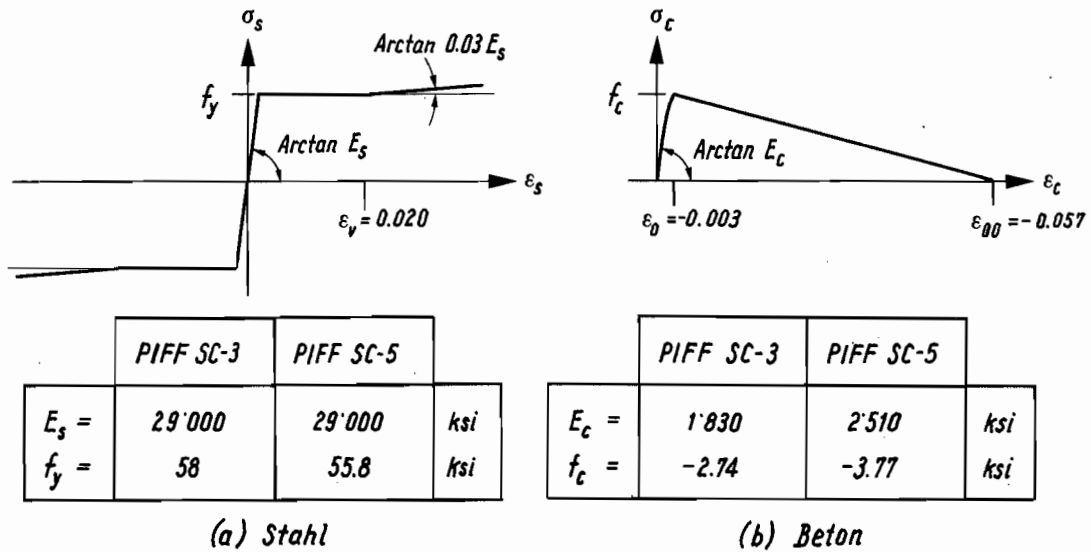


Bild 14.4 : Verwendete Materialgesetze im Computerprogramm PIFF

Momenten-Verdrehungsverhalten

In den Bildern 14.5 und 14.6 sind die Momenten-Verdrehungsdiagramme für die beiden Versuchsstützen aufgezeichnet. Zusätzlich ist jeweils die Lösung des Computerprogramms PIFF eingezeichnet. In Bild 14.7b ist das für die Computerlösung verwendete statische System aufgezeichnet.

Weil in den Versuchen die Verdrehungen der Stützen bezüglich des Einspannträgers nicht direkt gemessen wurden, mussten die Kurven Test SC-3 bzw. Test SC-5 von Bild 14.7b mit Hilfe der vorhandenen Momenten-Krümmungsdiagramme [14.1/14.2] und der Verschiebungsprofile (siehe Schema Bild 14.7a) bestimmt werden.

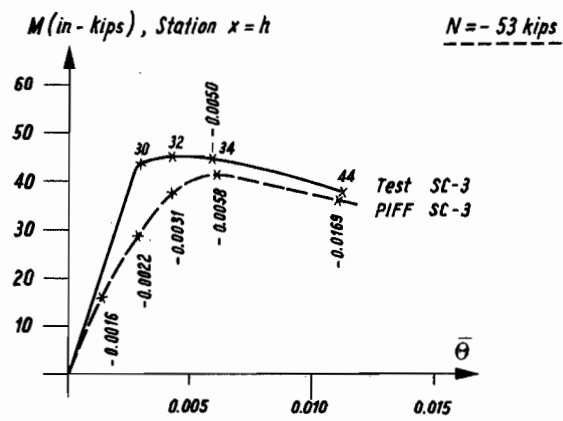


Bild 14.5 : Momenten-Verdrehungsverhalten der Versuchsstütze SC-3

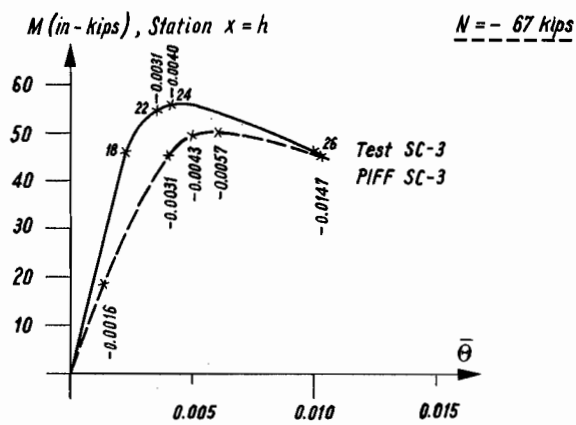


Bild 14.6 : Momenten-Verdrehungsverhalten der Versuchsstütze SC-5

Beim Winkel $\bar{\theta}$ handelt es sich um den Sekantenwinkel, der durch die Geraden I und II (Bild 14.7a/b) bestimmt wird.

Der Winkel θ , der die Verdrehung des eingespannten Endes angibt, ist um einiges grösser als $\bar{\theta}$. Gemäss dem Computeroutput PIFF SC-3 entspricht dem Sekantenwinkel $\bar{\theta} = 0.011$ (Bild 14.5) der Winkel $\theta = 0.022$.

Dem Sekantenwinkel $\bar{\theta} = 0.010$ (Bild 14.6) der Stütze SC-5 entspricht der Winkel $\theta = 0.020$.

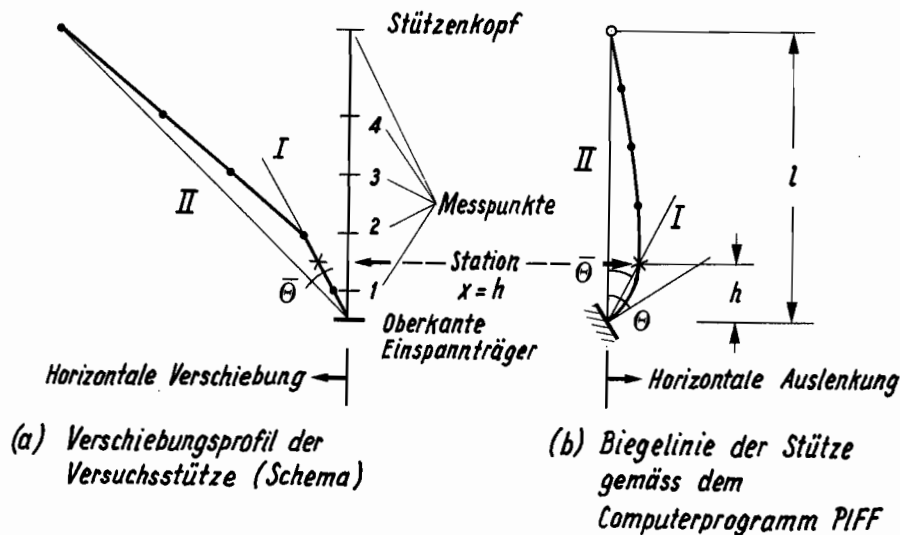


Bild 14.7 : Verdrehungswinkel

14.3 Bemerkungen zu den Computerberechnungen

Die Genauigkeit der Computerberechnungen, die sich auf nichtlineare Finite Element Programme stützen, hängt von verschiedenen Faktoren ab. Die zwei Wichtigsten werden nachstehend kurz behandelt.

Einfluss der Elemententeilung

Die Elemententeilung ist bei plastischem Materialverhalten von entscheidender Bedeutung.

Eine Verfeinerung der Elemententeilung führt bei linear elastischem Materialverhalten zu genaueren Resultaten. Dies ist bei plastischem Materialverhalten nicht der Fall.

Die plastische Verformung beschränkt sich nämlich auf dasjenige Element, bei dem der plastische Biege­widerstand zuerst erreicht wird. Je nachdem, ob nun dort ein grosses oder kleines Element vorhanden ist, ergeben sich ganz unterschiedliche Ergebnisse.

Bei einer unendlich feinen Elemententeilung würde sich die ganze plastische Krümmung in einem einzigen Punkt konzentrieren. Da sich das plastische Gelenk in Wirklichkeit auch nicht auf einen Punkt konzentriert, sondern stets eine gewisse Länge besitzt, muss dem auch in einer Computerberechnung Rechnung getragen werden, indem für das plastische Gelenk eine vernünftige Länge gewählt wird.

Die Ausbreitung der Gelenklänge entspricht der Einleitung der exzentrisch angreifenden schiefen Kraft (Normal- und Querkraft) am Stützenende.

Mit Hilfe von Stringermodellen [14.5] lassen sich Krafteinleitungsprobleme gut verstehen. Genau gleich wie die in einem Fachwerk wirkenden Stabkräfte sind die in den Betondruckdiagonalen und Stringern angreifenden Kräfte über eine gewisse Länge konstant. Bei grossen Verformungen kommt es so zum Fliessen des Druckstringers über eine Länge, die ungefähr der Querschnittshöhe h entspricht. Dies obwohl der plastische Biege­widerstand nur in einem einzigen Punkt, im Einspannquerschnitt, erreicht wird.

Einfluss der Materialgesetze

Neben der Elemententeilung ist auch die Wahl der Materialgesetze, insbesondere des Verhaltens des Betons im plastischen Verformungsbereich von ausschlaggebender Bedeutung für die Qualität einer Analyse.

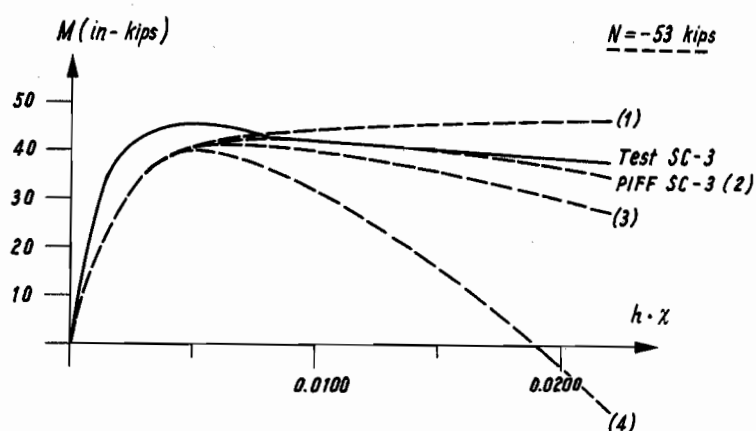


Bild 14.8 : Einfluss des Betonmaterialgesetzes auf das Momenten-Krümmungsverhalten

In Bild 14.8 ist das Momenten-Krümmungsverhalten der Versuchsstütze SC-3 aufgezeichnet, die mit vier im selben Bild 14.8 dargestellten Computerlösungen verglichen werden kann. Die Kurve 1 entspricht der Lösung mit $\epsilon_{00} = -1.997$, was bedeutet, dass der Beton praktisch keinen Festigkeitsverlust erleidet (horizontaler Ast im σ - ϵ Diagramm).

Für die Kurven 2,3 und 4 lautet ϵ_{00} -0.057 , -0.037 respektive -0.017 .

Abbruch der Computerberechnungen

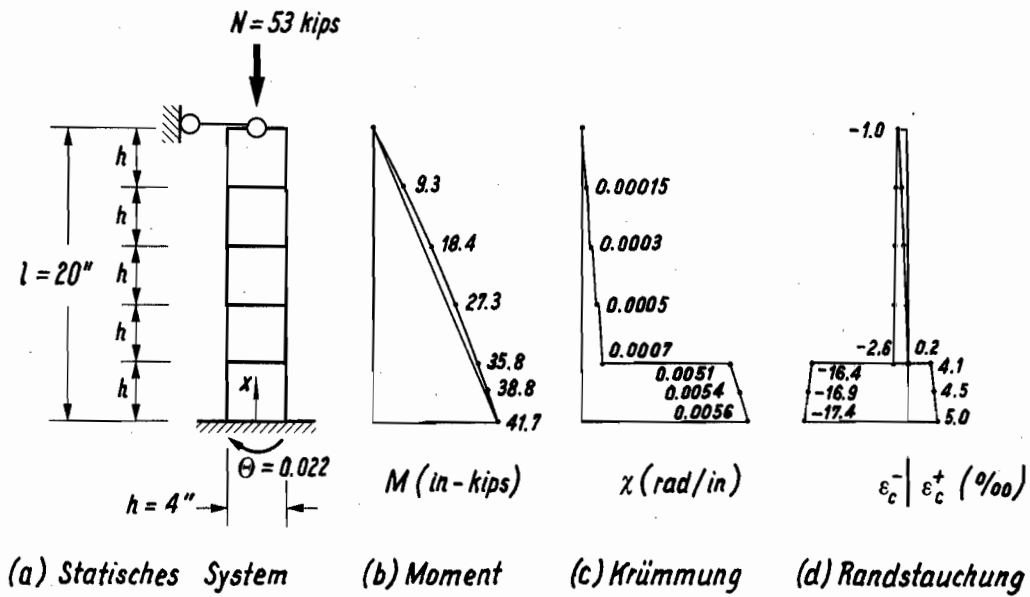
Der Computer bricht seine Berechnung ab, sobald eine gewissen Anzahl vorher bestimmter Konvergenzschritte erreicht wird. Dies bedeutet, dass trotz aller bis dahin durchgeführten Konvergenzschritte, bei denen jedesmal die Steifigkeitsmatrix modifiziert wurde, noch keine Konvergenz zwischen den internen Gleichgewichtslasten und den äusseren Lasten erzielt werden konnte. Wenn ein stark entfestigendes σ - ϵ Diagramm verwendet wird, tritt sehr bald der Zustand ein, bei dem das Gleichgewicht nicht mehr erfüllt werden kann. Der Computer bricht dann die Berechnung ab.

Weitere Computerresultate für die Stütze SC-3

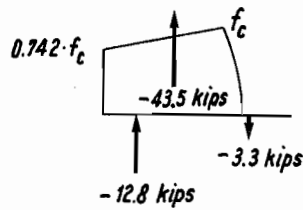
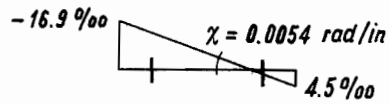
Die Versuchsstütze SC-3 verlor bei einer mittleren Randstauchung im plastischen Gelenkes von $\epsilon_{cu} = -0.016$ den vorher praktisch konstant gebliebenen Biegewiderstand.

Das Computerprogramm brach die Berechnung bei Erreichen der Stauchung von -16 0/00 nicht ab, die Verformung konnte weiter gesteigert werden, ohne dass das Gleichgewicht verletzt wurde.

Die Computerberechnung verliert aber nach Erreichen einer mittleren Randstauchung von -16 0/00 ihre Gültigkeit, weil das im Programm verwendete Betongesetz (Bild 14.4b, $\epsilon_{00} = -0.057$) nur bis zu einer Stauchung von $\epsilon_{cu} = -0.016$ gültig ist (Abplatzen der Betonüberdeckung im Versuch). Im Computerprogramm erfolgte die Verdrehung der Stütze mit einem festgelegten Verformungsinkrement ($\Delta\theta = 0.002$). Der Verformungszustand, dem gerade eine mittlere Randstauchung von -16 0/00 entspricht, wurde nicht genau erreicht. Der diesem am nächsten kommende Verformungszustand wird im folgenden diskutiert.



$N = -53 \text{ kips}$
 $M = 38.8 \text{ in-kips}$
 $\chi = 0.0054 \text{ rad/in}$



(e) Dehnungsebene und Schnittkraftverteilung

Bild 14.9 : Verformungszustand der Stütze SC-3 bei Erreichen einer mittleren Randstauchung von -16.9 o/o im plastischen Gelenk

Die Computerlösung PIFF SC-3 wies beim Winkel $\Theta = 0.022$ eine mittlere Randstauchung von $-16.9 \text{ } 0/00$ im plastischen Gelenk auf. In Bild 14.9 sind die Momenten- Krümmungs-, und Dehnungsdiagramme gegeben.

Man bemerkt, dass der Einfluss 2.Ordnung sehr klein ist, es liegt ein annähernd linearer Momentenverlauf vor.

Die Krümmungen und Stauchungen nehmen im am stärksten beanspruchten Element sprunghaft zu. Solche Diskontinuitäten existieren in Wirklichkeit natürlich nicht. Beim Uebergang zum plastischen Gelenk besteht jedoch ein sehr steiler Anstieg im Krümmungs- beziehungsweise Stauchungsverlauf.

Bei gedrungenen Stützen ist die bezogene Krümmung des plastischen Gelenkes praktisch gleich der Verdrehung der Stütze:

$$\Theta = h \cdot \chi = 4 \text{ (in)} \cdot 0.0054 \text{ (rad/in)} = 0.022 \quad .$$

Wenn die Formel aus Bild A1.1 (Fall B) benützt wird, ergibt sich die Verdrehung mit $\chi_e = 0.00085 \text{ (rad/in)}$ zu

$$\Theta = \frac{1}{3} \cdot \frac{20}{4} \cdot (4 \cdot 0.00085) + \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{20}\right) \cdot (4 \cdot 0.0056 - 4 \cdot 0.00085) = 0.023$$

In Bild 14.9e ist für den Querschnitt bei $x = 0.5 \cdot h$ die Dehnungsebene und die Schnittkraftverteilung aufgezeichnet. Der Armierungsstahl in der Druckzone befindet sich im Druckfliessen, im anderen Armierungsstahl herrscht eine kleine Zugkraft. Man erkennt, dass der elastische Verlauf des σ - ϵ Betondiagramms bei plastischem Materialverhalten praktisch bedeutungslos ist. Die in Bild 14.9e gezeigten Betonspannungsverteilung hätte sehr gut durch eine trapez- oder gar rechteckförmige Spannungsverteilung ersetzt werden, können ohne dass eine grosse Ungenauigkeit begangen worden wäre.

Das Verformungsverhalten der Stütze SC-3 soll im folgenden mit solchen stark vereinfachten Materialgesetzen untersucht werden.

14.4 Beschreibung des Verformungsverhaltens der Versuchsstütze

SC-3 mit Hilfe analytischer Methoden

In Kapitel 14.2 wurde gezeigt, dass das elastische und plastische Verformungsverhalten von Stahlbetonstützen mit Hilfe nichtlinearer Computerprogramme gut beschrieben werden kann.

Es ist aber auch möglich, das Verformungsverhalten mit den in den Kapiteln 5 und 6 hergeleiteten algebraischen Ausdrücken zu beschreiben.

Die vereinfachten Materialgesetze für Beton und Stahl (Bilder 5.1 und 6.1) ermöglichen eine äusserst einfache und zudem sehr anschauliche Lösung. Die sich ergebenden Unterschiede zu Computerlösungen, welche die Materialgesetze von Bild 14.4 verwenden, sind unbedeutend, wie im folgenden gezeigt wird.

Momenten-Krümmungsverhalten

In Bild 14.10 sind sieben Kurven dargestellt.

Kurve 1 gibt das Momenten-Krümmungsverhalten der Versuchsstütze SC-3 wieder, Kurve 2 stellt die Computerlösung PIFF SC-3 dar.

Die Kurven 3 und 4 beschreiben das elastische Verformungsverhalten. Für den Stahl wurde der im Bericht [4.3] erwähnte Elastizitätsmodul $E_s = 29'000$ ksi verwendet.

Für den Beton wurde der Elastizitätsmodul zu 1370 ksi (Kurve 3, $E_c = f_c/\epsilon_0$ mit $\epsilon_0 = -0.002$) beziehungsweise zu 913 ksi (Kurve 4, $E_c = f_c/\epsilon_0$ mit $\epsilon_0 = -0.003$) angenommen.

Die Kurven 5, 6 und 7 beschreiben das plastische Verformungsverhalten.

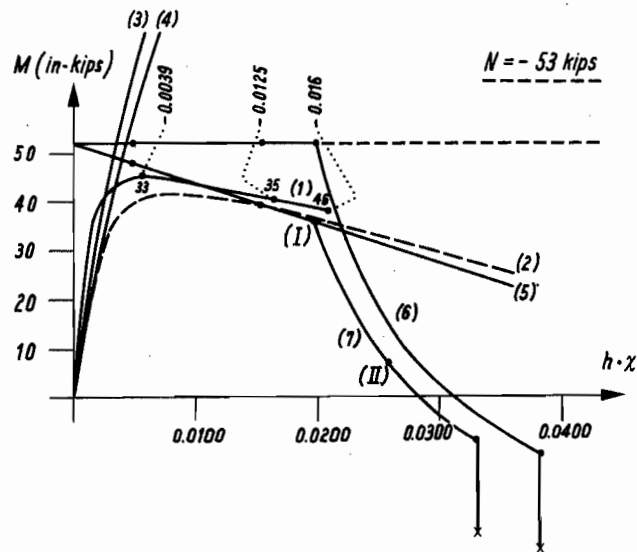


Bild 14.10 : Momenten-Krümmungsverhalten der Versuchsstütze SC-3

Für den Stahl wurde starr-idealplastisches Materialverhalten (Bild 6.1a) angenommen.

Für den Beton wurde einmal ein dreieckförmiges (Bild 6.1d, $\epsilon_{cu} = \epsilon_{00} = -0.016$; Kurve 5 in Bild 14.10), dann ein trapezförmiges (Bild 6.1c, $\epsilon_{cu} = -0.16$, $\epsilon_{00} = -0.057$; Kurve 6 in Bild 14.10) und schliesslich ein rechteckförmiges (Bild 6.1e, $\epsilon_{cu} = -0.016$, $\epsilon_{00} \rightarrow -\infty$; Kurve 7 in Bild 14.10) σ - ϵ Diagramm angenommen.

Der Momenten-Krümmungsverlauf der Stützen wurde im Versuch jeweils bis zu Beginn des starken Abfalls im Biege­widerstand verfolgt. Der dann erreichte Verformungszustand wurde als Bruchzustand bezeichnet. Der weitere Momenten-Krümmungsverlauf fehlt leider im Versuchsbericht. Bei der Versuchsstütze SC-3 ist deshalb der Momenten-Krümmungsverlauf nur bis zum Abplatzen der äusseren Betonschale dargestellt (Bild 14.10, Kurve 1). Die äussere Betonschale platzte bei einer Randstauchung von $-16 \text{ } 0/00$ zwischen $x = 0.5 \cdot h$ und $x = 1.5 \cdot h$ ab.

Mit Hilfe des starr-idealplastischen Materialgesetzes für den Stahl (Bild 6.1a) und des trapezförmigen σ - ϵ Verlaufs für den Beton (Bild 6.1c) lassen sich die Verformungszustände, vor und nach dem Verlust der Betonüberdeckung darstellen (Bild 14.11a/b).

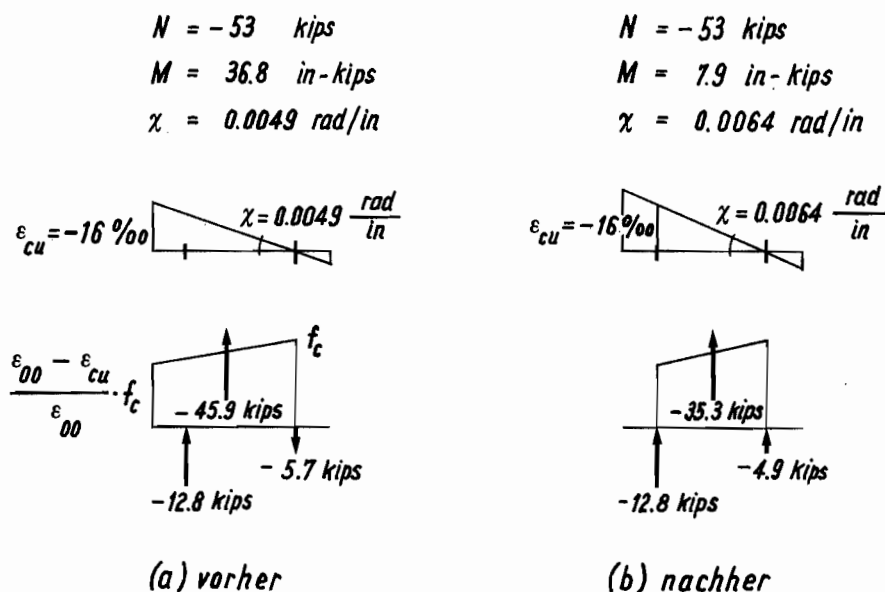


Bild 14.11 : Dehnungsebene und Schnittkraftverteilung vor und nach Abplatzen der Betonüberdeckung

Die Betondruckzone wandert um den durch Abplatzen verloren gegangenen Abstand $(1-\psi) \cdot h/2$ nach innen. Die auf die Stütze wirkende Normalkraft ist gross. Es kommt zu einer Kräfteumlagerung vom Beton auf den Stahl und zu einem damit verbundenen Krümmungszuwachs (Uebergang von Fall h zu Fall i, Bild 6.3).

Bei einer kleineren Normalkraft käme es zu keinem Krümmungszuwachs nach dem Abplatzen der Betonschale, da die Dehnungsebene sich parallel verschiebt (Uebergang von Fall f zu Fall g, Bild 6.3).

Das Biegemoment beträgt vor dem Abplatzen der Betonschale (Gleichung 6.28)

$$m = n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1 + \psi}{2} \right)^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{oo} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \right) = 0.28 ,$$

bzw.

$$M = 36.8 \text{ in-kips}$$

Danach beträgt der Biege­widerstand noch

$$m = n \cdot \psi + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega + \frac{1}{3} \cdot \psi^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \epsilon_{oo} - 2 \cdot \epsilon_{cu}}{\epsilon_{oo}} \right) = 0.06 ,$$

bzw.

$$M = 7.9 \text{ in-kips.}$$

Beinahe 80 0/0 des Biege­widerstandes gingen somit auf einen Schlag durch Abplatzen der Betonschale ver­lustig. Gleich­zeitig erfolgte ein rascher Krümmungszuwachs von $\Delta h \cdot \chi = 0.0059$ ($\Delta \chi = 0.0015 \text{ rad/in}$).

In Bild 14.10 sind diese beiden Verformungszustände durch die Punkte I und II markiert (Kurve 7).

Die Kurven 2 und 5 (Bild 14.10) ergeben fast dieselbe Lösung im plastischen Verformungsbereich. Warum wird einem klar, wenn man die beiden dreieckförmigen Materialgesetze für den Beton miteinander vergleicht. Sie sind einander sehr ähnlich. Die Kurven 6 und 7 geben aber eine realistischere Lösung an, weil sie den plötzlichen Biege­widerstandsverlust berücksichtigen.

Mit einer rechteckförmigen σ - ϵ Spannungsverteilung (Kurve 6) wird der an der Stelle $x = h$ vorhandene Biege­widerstand zwar etwas überschätzt, die erzielbare plastische Verformung wird aber sehr genau beschrieben. Im übrigen muss berücksichtigt werden, dass es sich beim gemessenen Moment (Kurve 1) um das in Punkt $x = h$ gemessene Moment handelt. Der maximale Biege­widerstand wird aber im Einspannquerschnitt und nicht bei $x = h$ erreicht. Es ist somit ganz natürlich, dass die Kurve 1 den maximalen Biege­widerstand nicht erreicht.

Momenten-Verdrehungsverhalten

Mit Hilfe der in Bild 14.10 gezeigten Kurven 3 und 7, welche das Momenten-Krümmungsverhalten des plastischen Gelenkes beschrieben, kann auch der Winkel abgeschätzt werden, den die Stütze bei Erreichen der Randstauchung von -16 0/00 besitzt.

Bei Erreichen des plastischen Biege widerstandes beträgt die Krümmung $h \cdot \chi_e = 0.0034$ (Kurve 3, Bild 14.10). Die Randstauchung des plastischen Gelenkes beträgt bei einer Krümmung von $h \cdot \chi = 0.0197$ -16 0/00.

Wird der in Bild (11.18) für den Fall B gezeigte Krümmungsverlauf angenommen, so berechnet sich der Winkel zu

$$\Theta = \frac{1}{3} \cdot \frac{l}{h} \cdot h \cdot \chi_e + \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{l}\right) \cdot (h \chi - h \chi_e) = 0.020$$

Wird für die Krümmung bei Erreichen des plastischen Biege widerstandes, anstatt des Wertes der Kurve 3, der Wert von Kurve 4 ($h \cdot \chi_e = 0.0043$) verwendet, ergibt sich $\Theta = 0.021$.

Die "genauere" Computerberechnung PIFF SC-3 hat, wie schon erwähnt $\Theta = 0.022$ ergeben, wobei die Randstauchung aber -16.9 0/00 betrug.

15. Spannungs-Stauchungsverhalten von Stahlbetonprüfkörpern bei

niedriger und bei hoher Stauchungsgeschwindigkeit

15.1 Beschreibung der Versuche

Im "Civil Engineering Department" der "University of Canterbury, Christchurch New Zealand" wurde das Spannungs-Stauchungsverhalten von Stahlbetonprüfkörpern bei niedriger und bei hoher Stauchungsgeschwindigkeit untersucht [4.1].

Von den 25 untersuchten Stahlbetonprüfkörpern (kurze armierte Stützen) seien hier sieben etwas eingehender betrachtet. In Tabelle 15.1 sind die Abmessungen und Materialkennwerte dieser Stützen aufgeführt.

Versuchsstützen Nummer 1, 6/ 7, 17 / 18, 19, 20		
Länge	1200	mm
b x h	450 x 450	mm
Armierung	- / 8Ø24 / 8Ø24	mm
ρ_{tot}	- / 1.79/ 1.79	%
Betonüberdeckung	- / 20 / 20	mm
ψ	- / 0.87/ 0.87	
Betonfestigkeit	-25.3 / -25.3 / -24.8	N/mm ²
Fliessgrenze Stahl	- / 394 / 394	N/mm ²

Tabelle 15.1 : Charakteristische Daten der Versuchsstützen

Die Stütze Nr.1 war unarmiert. Die Stützen Nr. 6,7,17 und 18 besaßen Bügel mit \varnothing 10, die Stützen 19 und 20 Bügel mit \varnothing 12. Die Fliessgrenze der Bügel betrug $f_y = 276 \text{ N/mm}^2$.

Die Bügelabstände lagen zwischen 64 und 98 mm. An den Stützenenden wurden halb so grosse Bügelabstände gewählt. Damit wurde erreicht,

dass der Bruch immer im mittleren Bereich der Stütze erfolgte, welcher mit Messinstrumenten bespickt war. Alle Stützen wurden entweder zentrisch oder exzentrisch von Null bis zum Bruch belastet.

Neben der aufgebrachten Last wurde auch die Stauchung des von den Bügeln umschnürten Kerns, über eine Messlänge von 400 mm, gemessen. Des weiteren wurde die Dehnung von drei Bügeln mit Hilfe von Dehnmessstreifen beobachtet. Die Versuche waren deformationsgesteuert, sodass auch der absteigende Ast des Last-Verformungsdiagrammes verfolgt werden konnte.

15.2 Diskussion der Versuchsergebnisse

Erzielte Stauchungen

In den Versuchen wurde beobachtet, dass sich bei einer Stauchung von -4 bis -5 0/00 vertikale Risse bildeten, die zur Folge hatten, dass sich die äussere Betonschale vom Kern loslöste.

Die Last konnte trotz Verlust der Betonüberdeckung weiter gesteigert werden, da dann die Umschnürung des Betons wirksam zu werden begann. Der unter starkem Druck stehende und in horizontaler Richtung ausweichen wollende Beton begann sich jetzt durch Bogenwirkung auf die Längs- und Bügelmarmierungseisen abzustützen.

Bei weiterer Verformung nahm die Last ab, der im Kern vorhandene Beton entfestigte sich zunehmend.

Es kam erst bei sehr grossen Stauchungen zum Zerreißen von einzelnen Bügeln, wobei es zum lokalen Ausknicken von Längsarmierungseisen kam. Als Bruch wurde jener Zustand bezeichnet, bei dem es zum Zerreißen des ersten Bügels kam. In allen Versuchen wurde beobachtet, dass die Stützen ihre Tragfähigkeit erst verloren, nachdem mehrere Bügel zerrissen waren.

Für zentrisch belastete Stützen lag die Stauchung, bei der es zum Zerreißen des ersten Bügels kam, zwischen -17 und -38 0/00.

Für Stützen mit exzentrischer Belastung betrug die Randstauchung -61 bis -74 0/00.

Einfluss eines horizontalen und eines vertikalen Dehnungsgradienten

Der Grund für den deutlichen Unterschied in der erzielten Stauchung lag bei dem in den exzentrisch belasteten Stützen vorhandenen Dehnungsgradienten über die Querschnittshöhe. Daneben hat sicher auch der in Längsrichtung vorhandene Dehnungsgradient eine gewisse Rolle gespielt. Zu einem solchen Dehnungsgradienten in Längsrichtung kam es infolge der relativ grossen Stützendurchbiegung, was einen gekrümmten Momentenverlauf in der Stütze ergab.

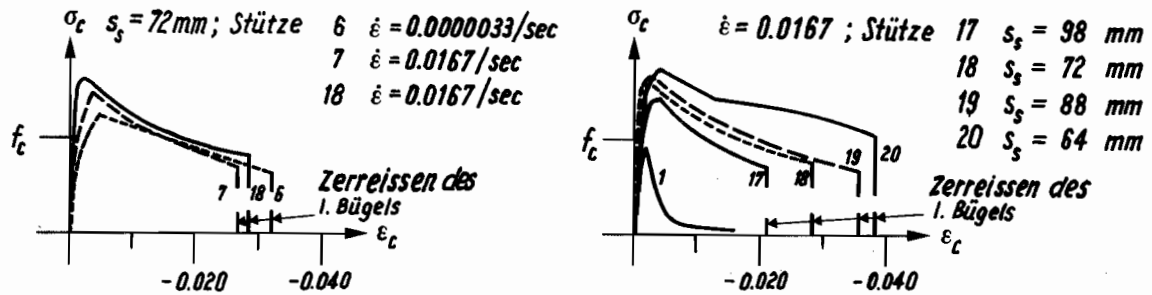
Das Vorhandensein eines Dehnungsgradienten in einer Stütze bewirkt, dass der stark gestauchte Bereich der Stütze durch die daneben liegenden weniger stark beanspruchten Bereiche am seitlichen Ausweichen gehindert wird. Bei den exzentrisch belasteten Stützen wurden die Bügel deshalb weniger stark gedehnt als bei den zentrisch belasteten Stützen, sodass es erst bei sehr grossen Stauchungen zu einem Zerreißen der Bügel kam.

Spannungs-Stauchungsdiagramme von umschnürtem Beton

In Bild 15.1 sind die Resultate von einigen Stützenversuchen dargestellt.

In Bild 15.1a sind die Spannungs-Stauchungsverläufe für den Kernbeton der zentrisch beanspruchten Stützen 6, 7 und 18 dargestellt. Bei diesen Stützen wurden die Versuche mit zwei verschiedenen Stauchungsgeschwindigkeiten durchgeführt.

Die Stauchungsgeschwindigkeit beeinflusst die maximal erzielbare Stauchung und den Endwert der Betonfestigkeit nur sehr wenig.



(a) Spannungs- Stauchungs Kurven für den Kernbeton von zentrisch beanspruchten Stützen, die mit zwei verschiedenen Stauchungsgeschwindigkeiten belastet wurden

(b) Spannungs- Stauchungs Kurven für den Kernbeton von zentrisch beanspruchten Stützen, die verschiedene Bügelabstände aufwiesen

Bild 15.1 : Spannungs-Stauchungsdiagramme von umschnürtem Beton

In Bild 15.1b sind die Spannungs-Stauchungsverläufe für den Kernbeton der zentrisch beanspruchten Stützen 17, 18, 19 und 20 dargestellt. Alle Stützen wiesen verschiedene Bügelabstände auf.

Der Bügelabstand hat sowohl auf die maximale Betonfestigkeit, wie auch auf die maximal erzielbare Stauchung einen Einfluss. Je enger die Bügelarmierung ist, desto grösser ist die maximale Betonfestigkeit und die Stauchung bei der es zum Zerreißen eines Bügels kommt.

Zum Vergleich ist in Bild 15.1b auch die σ - ϵ Kurve der unarmierten Stütze Nr. 1 gegeben. Dieser Versuch wurde mit der niedrigeren Stauchungsgeschwindigkeit durchgeführt.

Wie man sieht, fällt die Betonfestigkeit nach Erreichen eines Höchstwertes stark ab. Ein Vergleich der σ - ϵ Kurve der unarmierten Stütze mit den übrigen Kurven zeigt, wie günstig sich eine gute

Verschnürung auf die Festigkeit und die Verformungsfähigkeit des Betons auswirkt. Es kann deshalb behauptet werden, dass es sich beim Beton und beim Stahlbeton im Grunde genommen um zwei ganz verschiedene Materialien handelt. Bild 15.1 unterstreicht dies sehr deutlich.

Mit einem σ - ϵ Gesetz, das auf standardisierten Betonprüfkörperversuchen (Zylinder-, Würfeldruckversuche) beruht, kann der Querschnittwiderstand einer Stahlbetonstütze wohl gut bestimmt werden, über die plastische Verformbarkeit einer Stahlbetonstütze lässt sich mit einem solchen Betongesetz aber sicher nichts aussagen. Dazu müssen andere Gesetze verwendet werden, Gesetze, die den in Bild 15.1 gezeigten σ - ϵ Kurven entsprechen.

Abplatzen der Betonüberdeckung

Das Abplatzen der Betonüberdeckung kann durch das Instabilwerden von Streifen oder Fibern, welche durch vertikale Risse gebildet werden, erklärt werden. Verschiedene Autoren, u.a. [15.1], stellten darüber Untersuchungen an.

Ein Momentengradient erhöht die maximal mögliche Stauchung beträchtlich, bevor es zum Ausknicken dieser Betonstreifen und damit zum Verlust der Betonüberdeckung kommt.

Bei den Stützenversuchen von [4.1] und jenen von [4.3] wurden unterschiedliche Stauchungswerte gefunden, bei denen die Betonüberdeckung abplatzte.

Bei den zentrisch belasteten Stützen von [4.1] begann die Betonschale bei einer Stauchung von etwa -4 0/00 abzuplatzen, bei den exzentrisch belasteten Stützen bei etwa -5 0/00 .

Bei den Stützenversuchen von [4.3] wurde ein leichtes Abplatzen bei Stauchungen von -4 bis -5 0/00 beobachtet. Zum Abplatzen der Betonüberdeckung kam es jedoch erst bei Stauchungen von -9.6 bis -16 0/00 .

Der Unterschied, dass einmal grosse und einmal kleine Stauchungen erzielt wurden, bevor es zum totalen Abplatzen der Betonüberdeckung

kam, ist sicher einmal darauf zurückzuführen, dass die Stützen auf unterschiedliche Art und Weise verformt wurden.

Bei den Versuchen von [4.1] wurde die Verformung sehr schnell, ohne Anzuhalten, von Null bis zum Bruch aufgebracht. Bei den Versuchen von [4.3] wurde hingegen mehrere Male angehalten, um Messungen vorzunehmen.

Weiters muss beachtet werden, dass sich das plastische Gelenk in einem Fall in der Stützenmitte, im andern Fall beim verdrehten Ende ausbildete. Die Einspannung verhinderte dort, dass der stark gestauchte Beton am Stützenende seitlich ausweichen konnte, sodass es erst bei grösseren Stauchungen zum Abplatzen der Betonüberdeckung kam. Der Beton platzte dabei nicht direkt an der Einspannstelle ab, sondern er brach zwischen $x = 0.5 \cdot h$ und $x = 1.5 \cdot h$ von der Einspannstelle entfernt heraus, weil dort der behindernde Einfluss der Einspannung fehlte.

Dass bei den Stützen, welche am eingespannten Ende ein plastisches Gelenk ausbildeten [4.3], die Betonüberdeckung auch bei Stauchungen von weit über -5 ‰ noch mitarbeitete, zeigen die gemessenen Biegegewiderstände. Die in den Stützen beim Erreichen grosser Randstauchungen (-9.6 bis -16 ‰) gemessenen Biegegewiderstände lassen sich nämlich durch den Biegegewiderstand des Kernbetons allein nicht erklären (z.B. SC-3: Bild 14.9 Punkt I, Bild 14.10a).

Ein Verlust der Betonüberdeckung bedeutet stets eine beträchtliche Widerstandseinbusse. In der Berechnung des Querschnittwiderstandes eines plastischen Gelenkes sollte deshalb auf die Betonüberdeckung verzichtet werden, wie das bereits in Kapitel 11.3 vorgeschlagen wurde.

Teil V : Zwangsverdrehung

Bei den auf eine Stütze wirkenden Zwangsverdrehungen ist zwischen der im Gebrauchszustand unter der Gebrauchslast und der im Bruchzustand unter der rechnerischen Bruchlast wirkenden Zwangsverdrehung zu unterscheiden.

Die Zwangsverdrehungen sollen mit möglichst einfachen Methoden berechnet werden. Solche Berechnungsmethoden werden im folgenden vorgestellt.

16. Zwangsverdrehung im Gebrauchszustand

16.1 Zwangsverdrehung infolge Lastexzentrizität

Die Zwangsverdrehung einer Stütze im Gebrauchszustand infolge exzentrischer Belastung kann mit Hilfe des Drehwinkelverfahrens bestimmen werden. Da es sich um eine Abschätzung der Zwangsverdrehung handelt, genügt es, einen einzigen Knoten, sowie die daran anschliessenden Stabelemente (Stütze, Decke) zu betrachten (Bild 16.1).

Die Decke ist an ihrem Ende gelenkig gelagert, falls ein Gelenk oder ein nicht biegesteifer Randknoten vorhanden ist (Bild 16.1, Knoten 4). Die Decke ist eingespannt im Falle eines biegesteifen Innen- oder Randknotens (Bild 16.1, Knoten 2).

Die Stütze ist an ihrem Ende eingespannt, falls der dortige Knoten nicht verdreht wird (Bild 16.1, Knoten 3). Wenn keine Einspannung vorliegt, ist die Stütze gelenkig gelagert. Für eine Stütze, die an ihren Enden ein in Betrag und Vorzeichen gleiche Verdrehung erfährt,

kann ein Ersatzstab mit der Länge $0.5 \cdot l$ mit einem fiktiven Gelenk im Wendepunkt der Biegelinie gewählt werden (Bild 16.1a, Knoten 4).

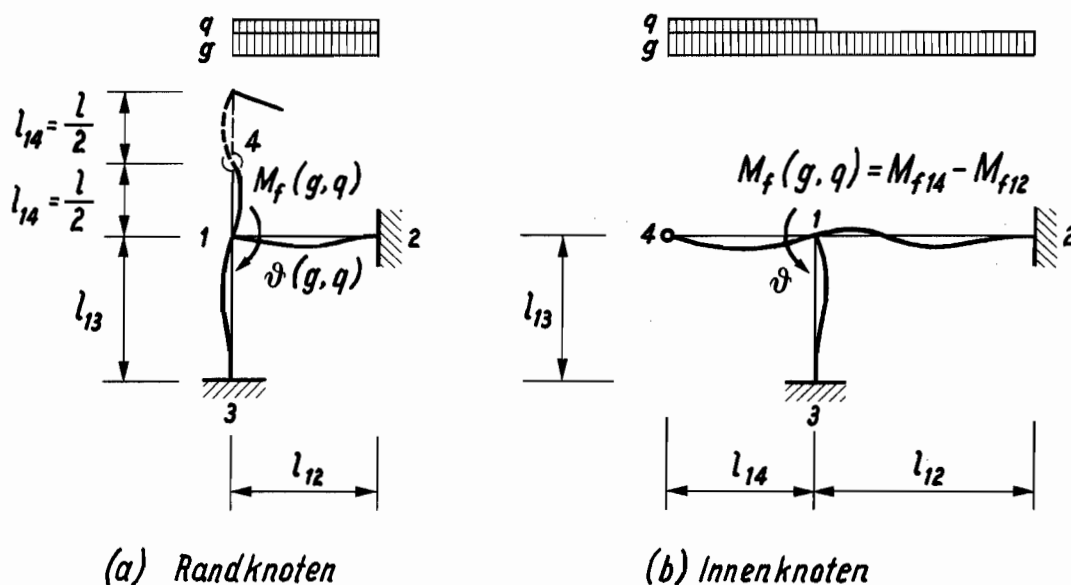


Bild 16.1 : Zwangsverdrehung infolge exzentrischer Belastung

	$\iota = 3$
	$\iota = 4$
	$\iota = 3$

Tabelle 16.1 : Werte für den Steifigkeitsfaktor ι

Für die Berechnung der auf die Stütze wirkenden Zwangsverdrehung im Gebrauchszustand wird elastisches Materialverhalten angenommen. Der vergrößernde Einfluss der Normalkraft auf die Steifigkeit einer Stütze wird vernachlässigt.

Die Zwangsverdrehung infolge des Festeinspannmomentes M hängt von der Gesamtsteifigkeit ab:

$$\varphi = \frac{M_f}{\sum S_i} \quad (16.1)$$

Die Gesamtsteifigkeit ist gleich : $\sum S_i = \sum_{j=2}^n S_{ij}$

Die Stabsteifigkeiten betragen : $S_{ij} = \ell \cdot E \cdot I_{ij} / l_{ij}$

Die Werte von ℓ können Tabelle 16.1 entnommen werden.

Die Stabendmomente hängen von der relativen Steifigkeit ab:

$$M_{ij} = S_{ij} \cdot \varphi = \frac{S_{ij}}{\sum S_i} \cdot M_f \quad (16.2)$$

Im Gebrauchszustand wird allgemein vorausgesetzt, dass sich die Tragstruktur elastisch verhalten soll. Eine Kontrolle der Stabendmomente zeigt, ob ein elastisches Verhalten im Gebrauchszustand vorliegt. Ein elastisches Verhalten liegt vor, falls bei

$$\text{Stützen : } M_{ij} < M_p \quad (16.3)$$

ist und bei

$$\text{Decken : } * M_{ij} + M_{fij} < M_{pd} \quad \text{bzw.} \quad M_{ij} < M_{pd,r} \quad (16.4)$$

ist.

16.2 Zwangsverdrehung infolge einer Längenänderung der Decke

Eine Zwangsverdrehung bzw. eine Zwangsverschiebung einer Stütze kann durch die Längenänderung einer Decke aufgrund eines Temperatur- oder

Schwindeinflusses entstehen. Die Zwangsverschiebung einer Stütze entspricht der Zwangsverdrehung multipliziert mit der Stützenlänge.

Die Zwangsverschiebung infolge differentiellen Schwinden beträgt zum Zeitpunkt t_{∞} :

$$\delta_{CS} = \vartheta_{CS} \cdot l = \kappa_{CS} \cdot \epsilon_{CS} \cdot l_{df} \quad . \quad (16.5)$$

Der Koeffizient κ_{CS} berücksichtigt das differentielle Schwinden der Decken:

$\kappa_{CS} = 1/3$ in Gebäuden .

$\kappa_{CS} = 1$ im Erdgeschoss eines Gebäudes und bei Brücken für Stützen, die ins Fundament eingespannt sind.

ϵ_{CS} ist gleich dem Endschwindmass und l_{df} gleich dem horizontalen Abstand der Stütze zum Fixpunkt.

Die Zwangsverschiebung infolge eines Temperaturunterschiedes beträgt:

$$\delta_t = \vartheta_t \cdot l = \alpha_t \cdot \Delta T \cdot l_{df} \quad . \quad (16.6)$$

$\alpha_t = 10^{-5}/^{\circ}\text{K}$ ist gleich der Ausdehnungsziffer für Beton und Stahl. ΔT ist gleich dem vorhandenen Temperaturunterschied.

17. Zwangsverdrehung im Bruchzustand

Die Tragfähigkeit der Decke ist erreicht, falls sich in der Decke ein Bruchmechanismus ausgebildet hat. Jede mit der Decke biegesteif verbundene Stütze sollte dann die auf sie wirkende Normalkraft noch übertragen können.

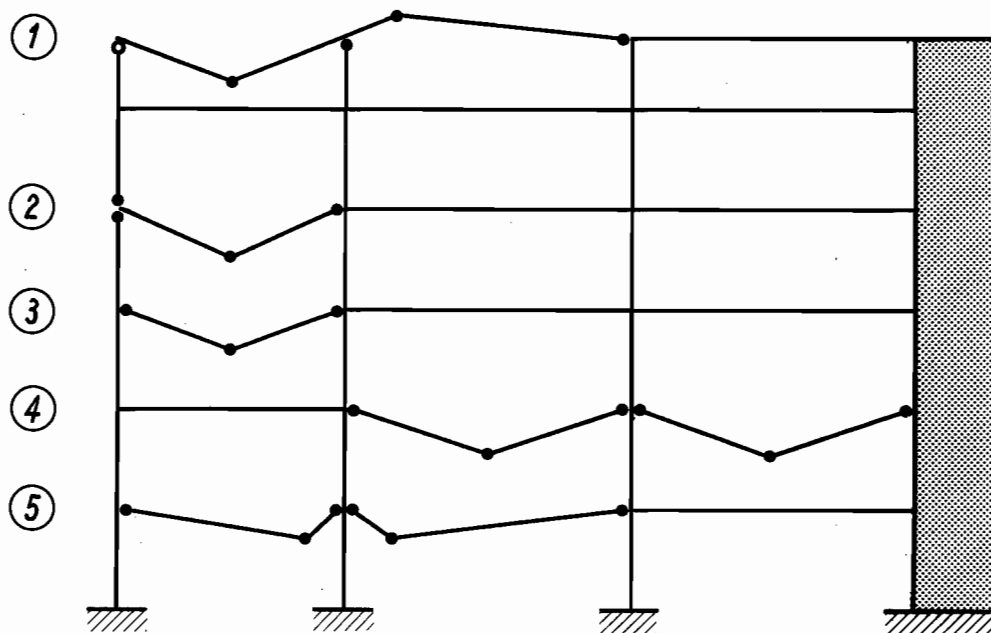


Bild 17.1 : Mögliche Mechanismen in einem Gebäude:
 - Plastisches Gelenk in einer Innenstütze ①
 - Plastische Gelenke in den Randstützen ②
 - Keine plastische Gelenke in den Stützen ③, ④, ⑤

Die für die Stützen kritischen Bruchmechanismen der Decke sind jene Mechanismen, bei denen es zur Ausbildung plastischer Gelenke in den Stützen kommt. Von diesen Stützen wird ein grosses Verformungsvermögen verlangt. Die Stützen benötigen hingegen ein viel weniger grosses Verformungsvermögen, wenn es zur Ausbildung von plastischen Gelenken in der Decke kommt.

Wo und in welcher Reihenfolge sich plastische Gelenke ausbilden werden, ist eine Frage des vorhandenen plastischen Biege widerstandes. In Bild 17.1 sind Beispiele von möglichen Mechanismen gegeben.

17.1 Lage des plastischen Gelenkes

Randknoten

Bei Randknoten kann die Frage, wo sich plastische Gelenke ausbilden werden, einfach beantwortet werden.

Wenn der plastische Biege­widerstand der Randstützen (ΣM_p) kleiner ist als der plastische Biege­widerstand der Decke ($M_{pd,r}$), werden plastische Gelenke in den Randstützen ausgebildet.

Für die Berechnung des plastischen Biege­widerstandes der Decke wird vorgeschlagen, links und rechts der Randstützen eine mitwirkende Breite, die zweimal der Deckenstärke entspricht, anzunehmen.

Plastische Gelenke in den Randstützen, falls

$$\Sigma M_p < M_{pd,r} \quad . \quad (17.1)$$

Wenn dies nicht der Fall ist, kommt es zur Ausbildung eines plastischen Gelenkes in der Decke.

Bei einem Randfeld bildet sich normalerweise ein erstes plastisches Gelenk beim Randknoten aus, weil dort der Biege­widerstand am kleinsten ist. Ein weiteres Gelenk bildet sich später beim Innenknoten aus und zuletzt bildet sich das Gelenk in Feldmitte aus.

Wenn es am Randknoten zur Bildung eines plastischen Gelenkes in einer Stütze kommt, ist diese Stütze gezwungen, die gesamte Zwangsverdrehung bis zur Ausbildung des vollständigen Mechanismus mitmachen.

Um zu verhindern, dass Randstützen solch grosse Verformungen mitmachen müssen, genügt es, nur solche Randstützen zu wählen, die einen plastischen Biege­widerstand besitzen, der grösser als der in der Decke bei den Randknoten vorhandene negative Biege­widerstand ist ($\Sigma M_p > M_{pd,r}$).

Innenknoten

Bei Innenknoten ist die Frage, wo sich plastische Gelenke ausbilden werden, nicht ganz so einfach zu beantworten.

Wenn der plastische Biege­widerstand der Innenstützen grösser als der plastische Biege­widerstand der Decke ist, kommt es zur Bildung eines plastischen Gelenkes in der Decke. Tritt ein Linienmechanismus ein, so ist die mitwirkende Breite der Decke gleich der gesamten Deckenbreite.

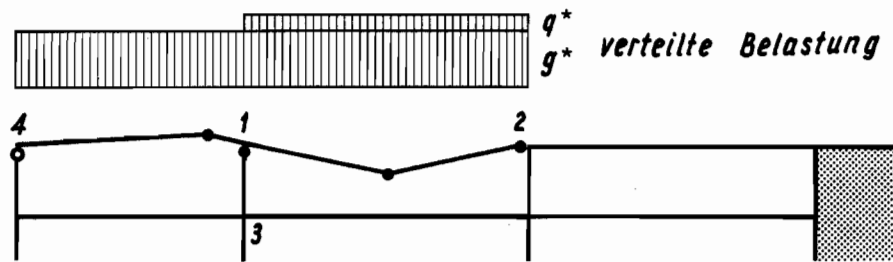
Der plastische Biege­widerstand der Decke ist in vielen Fällen grösser als der plastische Biege­widerstand der Innenstützen, vor allem dann, wenn diese schlank sind. Trotzdem kommt es bei schlanken Innenstützen kaum zur Ausbildung von plastischen Gelenken. Damit nämlich ein über mehrere Felder laufender Mechanismus auftritt, der in den Innenstützen plastische Gelenke verursacht, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

- die einzelnen Spannweiten müssen stark unterschiedlich lang sein;
- die im Verhältnis zum Eigengewicht der Decke grosse Nutzlast muss einseitig auf der grossen Spannweite verteilt sein;
- die oberen Armierungseisen über den Stützen müssen kurz sein, sodass eine starke Abnahme des Biege­widerstandes vorliegt.

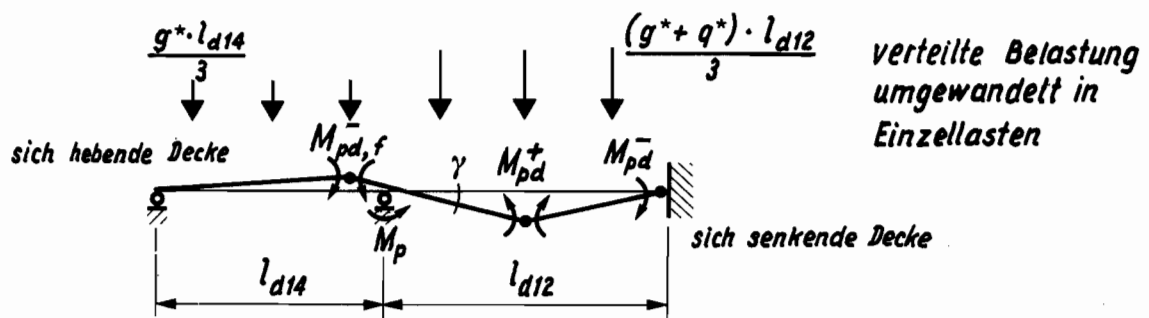
In Gebäuden ist jedoch das Eigengewicht der Decken meistens grösser als die Nutzlast. Ausserdem werden über den Innenstützen für die obere Armierung normalerweise Armierungseisen mit einer genügenden Länge gewählt (Gesamtlänge etwa 40 0/0 der Spannweite), sodass eine starke Abnahme des Biege­widerstandes selten vorliegt.

In den allermeisten Fällen kommt es somit im Bruchzustand zu einem Mechanismus, der keine plastischen Gelenke in den Innenstützen besitzt. Um zu verhindern, dass es im Bruchzustand zu plastischen Gelenken in den Innenstützen kommt, ist es deshalb nicht unbedingt notwendig, dass die Innenstützen einen grösseren plastischen Biege­widerstand besitzen als die Decke.

Geht man von der Annahme aus, dass ein über mehrere Felder laufender Mechanismus auftritt, der in den Innenstützen plastische Gelenke verursacht, so kann als statisches System ein Durchlaufträger gewählt werden (Bild 17.2b).



(a) Mechanismus



(b) Statisches System : Durchlaufträger



(c) Momente beim Innenknoten

Bild 17.2 : Mechanismus über zwei Felder mit einem plastischem Gelenk in der Innenstütze

Die Berechnung des Durchlaufträgers erfolgt am besten mit der

Mechanismusmethode. Die anschliessend durchzuführende Plastizitätskontrolle zeigt, ob ein solcher Mechanismus überhaupt auftreten kann oder nicht (siehe Beispiel in Anhang A4). Das Moment darf nirgends grösser sein als der in der Decke vorhandene plastische Biege­widerstand. Insbesondere ist bei Innenknoten mit plastischen Gelenken in den Stützen zu kontrollieren, ob das Moment in der sich senkenden Decke (M_{sd}^-) kleiner ist als der vorhandene plastische Biege­widerstand (M_{pd}^-):

Plastische Gelenke in den Innenstützen, falls

$$M_{sd}^- = M_{hd}^- + \Sigma M_p < M_{pd}^- \quad , \quad (17.2)$$

M_{sd}^- Biegemoment in der sich senkenden Decke,

M_{hd}^- Biegemoment in der sich hebenden Decke,

ΣM_p Plastischer Biege­widerstand der Stützen,

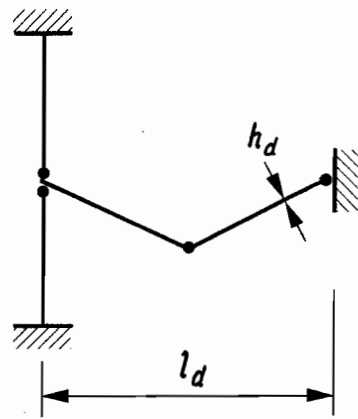
M_{pd}^- Plastischer Biege­widerstand der Decke.

Wenn dies nicht der Fall ist, kommt es zur Ausbildung eines plastischen Gelenkes in der Decke. Der Mechanismus beschränkt sich auf ein Feld.

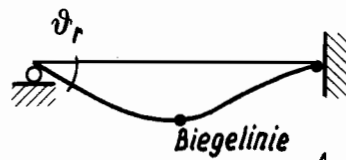
17.2 Zwangsverdrehung bei der Mechanismusbildung

Es soll nun versucht werden, die auf eine Stütze im Bruchzustand wirkende Zwangsverdrehung abzuschätzen. Als Bruchzustand wird jener Zustand bezeichnet, bei dem sich ein Mechanismus in der Decke gerade ausgebildet hat.

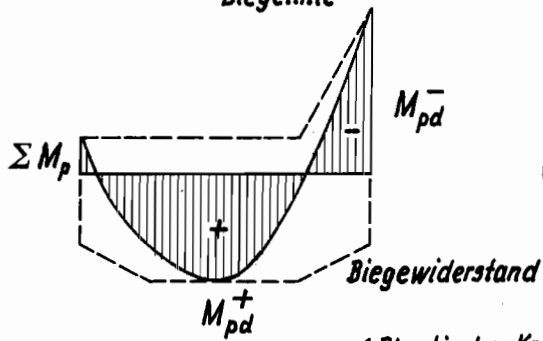
Es muss zwischen Mechanismen, die plastische Gelenke ausschliesslich in der Decke ausbilden und Mechanismen, die Gelenke auch in Stützen ausbilden, unterschieden werden.



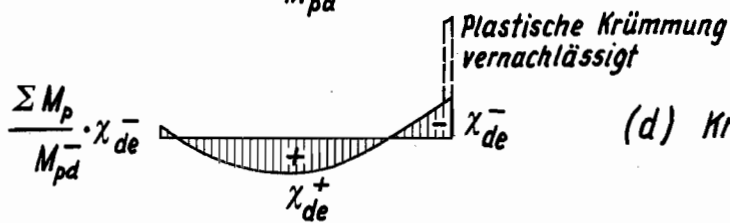
(a) Mechanismus



(b) Biegelinie (Mechanismus gerade ausgebildet)



(c) Momentendiagramm



(d) Krümmungsdiagramm



(e) Virtuelles Moment

Bild 17.3 : Mechanismus mit plastischen Gelenken in den Randstützen

Plastisches Gelenk in einer Randstütze

Der in Bild 17.3a dargestellte Mechanismus soll betrachtet werden. Der Mechanismus ist bereits eingetreten. Wie dies allgemein üblich ist, sind nur die plastischen Verformungen eingezeichnet.

Bild 17.3b gibt die Biegelinie der Decke für den Augenblick wieder, bei dem der Mechanismus gerade ausgebildet ist. Der Winkel ϑ_r ist gleich der auf die Randstütze wirkenden Zwangsverdrehung bei Eintreten des Mechanismus.

Die plastischen Gelenke werden sich in folgender Reihenfolge ausbilden:

1. Gelenk in den Randstützen, 2. Gelenk beim Innenknoten, 3. Gelenk in Feldmitte.

In Bild 17.3c ist das Momentendiagramm für den Bruchzustand dargestellt. Es wird angenommen, dass die Länge der plastischen Gelenke in der Decke gleich Null ist. Diese Annahme ist gerechtfertigt, da die Länge eines plastischen Gelenkes im Verhältnis zur Deckenspannweite klein ist. Das in Bild 17.3d dargestellte Krümmungsdiagramm verläuft damit kontinuierlich. Die maximal vorhandene Krümmung in der Decke ist gemäss der oben getroffenen Annahme gleich der Krümmung, die bei Erreichen des plastischen Biegegewiderstandes erzielt worden ist. Vernachlässigt man den kleinen Anteil der beim Randknoten vorhandenen negativen Krümmungen und nimmt man ferner einen parabolischen Verlauf der Krümmungen an, so lässt sich die Zwangsverdrehung ϑ_r berechnen.

Die Arbeitsgleichung ergibt:

$$\vartheta_r = \int_0^{l_d} \chi_d \cdot \bar{M} \cdot dx = \frac{1}{3} \cdot \left(\chi_{de}^+ + \frac{\chi_{de}^-}{2} \right) \cdot l_d - \frac{1}{6} \cdot \chi_{de}^- \cdot l_d = \frac{1}{3} \cdot \frac{l_d}{h_d} \cdot h_d \cdot \chi_{de} \quad (17.3)$$

$h_d \cdot \chi_e$ ist gleich der Krümmung in der Decke, die bei Erreichen des plastischen Biegegewiderstandes erzielt wird. Aus Tabelle A2.1 können für die Zeitpunkte t_0 und t_{∞} die Werte $h \cdot \chi_{de} = 0.0035$ bzw. $h \cdot \chi_{de} = 0.0045$ herausgelesen werden.

Die Zwangsverdrehung ϑ_r beträgt somit zum Zeitpunkt

$$t_0 : \vartheta_r = 0.0012 \cdot l_d/h_d \quad , \quad (17.4)$$

$$t_\infty : \vartheta_r = 0.0015 \cdot l_d/h_d \quad . \quad (17.5)$$

Die Zwangsverdrehung hängt somit nur vom Schlankheitsverhältnis l_d/h_d der Decke ab.

Plastisches Gelenk in einer Innenstütze

Bild 17.4a zeigt einen Mechanismus über zwei Felder, der in der Innenstütze ein plastisches Gelenk verursacht hat.

Die in Bild 17.4b dargestellte Biegelinie verläuft kontinuierlich. Sie wird mit Hilfe des in Bild 17.4e gezeigten Krümmungsdiagramms erhalten. Die Biegelinie ist aber falsch. Moment und Winkel weisen nämlich beim zweiten Innenknoten dasselbe Vorzeichen auf (Bild 17.4b). Das bedeutet, dass negative Arbeit geleistet worden ist, was nicht möglich ist. Die Biegelinie I muss so verdreht werden, dass sie eine Tangente beim zweiten Innenknoten besitzt: man erhält dann die richtige Biegelinie, Biegelinie II (Bild 17.4c).

Die Reihenfolge, in der die plastischen Gelenke ausgebildet werden, ist damit folgende:

1. Gelenk in der Innenstütze, 2. Gelenk im Feld der sich hebenden Decke, 3. Gelenk in Feldmitte der sich senkenden Decke, 4. und letztes Gelenk beim zweiten Innenknoten.

Gemäss dem gegebenen Verhältnis von 5:1 der beiden Winkel im Innenfeld (Bild 17.4a) muss die Biegelinie I um $5 \cdot \vartheta_{r2}$ verdreht werden. Damit ergibt sich die Zwangsverdrehung ϑ_r der Innenstütze zu

$$\vartheta = \vartheta_{r1} + 5 \cdot \vartheta_{r2}$$

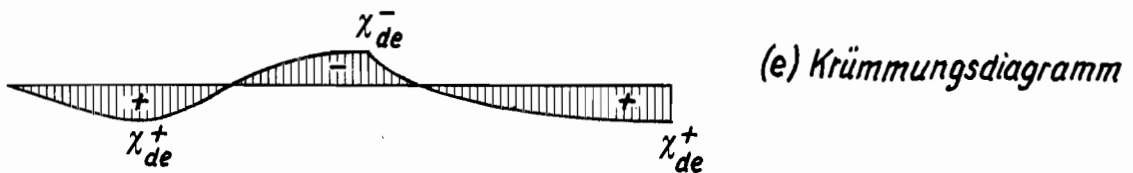
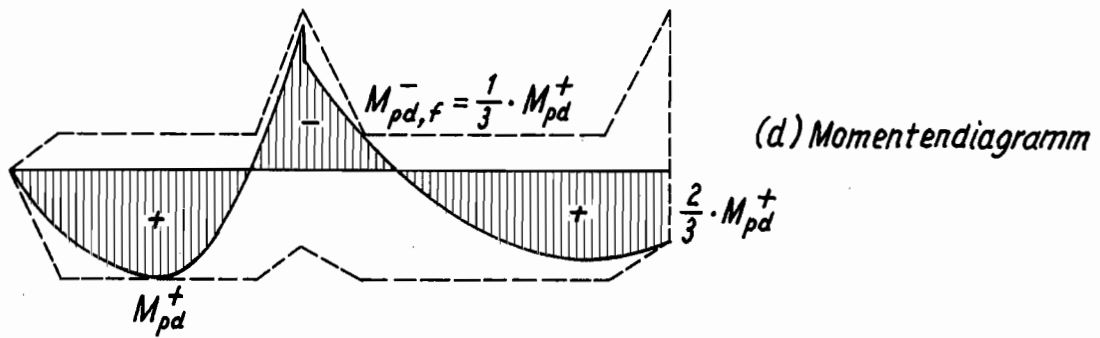
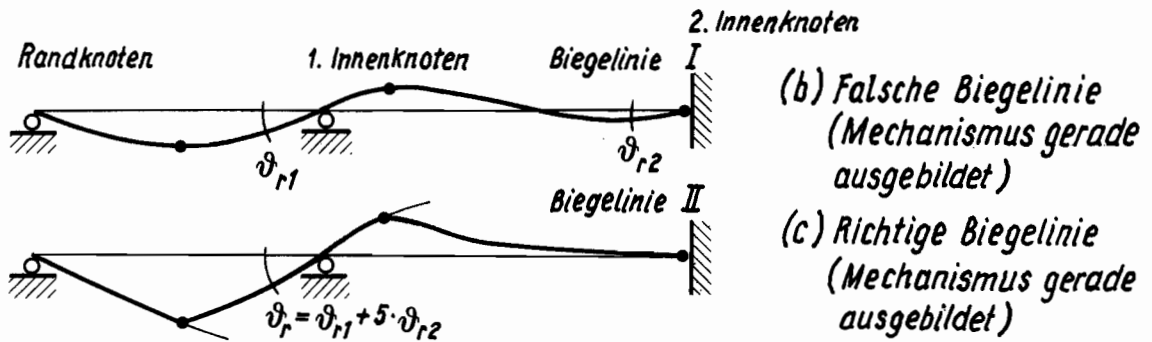
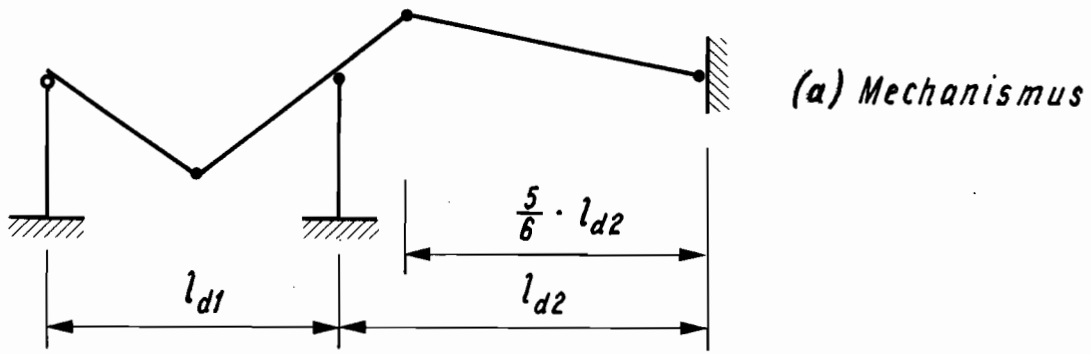


Bild 17.4 : Mechanismus über zwei Felder mit einem plastischem Gelenk in der Innenstütze

Plastisches Gelenk in der Decke

Die im Bruchzustand auf die Stütze wirkende Zwangsverdrehung (Bild 17.5) kann mit dem Drehwinkelverfahren bestimmt werden. Es gelten die in Kapitel 16.1 getroffenen Annahmen. Wenn sich bei einem Knoten ein plastisches Gelenk in der Decke ausbildet, verhalten sich die angrenzende Decke und die Stützen gewöhnlich elastisch.

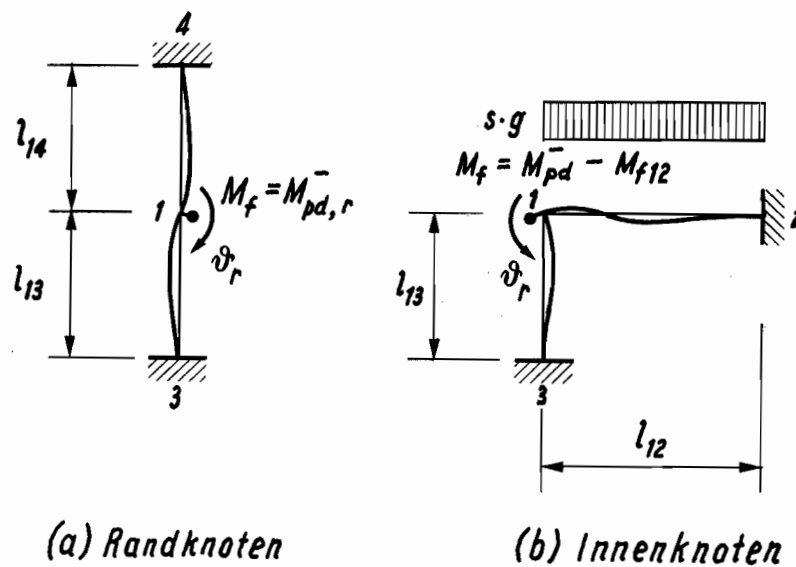


Bild 17.5 : Mechanismen mit plastischen Gelenken in der Decke

Teil VI : Bemessung

18. Kontrolle des Schlankheitsgrades

Um die Trag- und Gebrauchsfähigkeit einer horizontal gehaltenen Stütze mittels der Grenzwinkelmethode nachzuweisen, muss für den Schlankheitsgrad im

$$\text{Fall A : } \lambda < \lambda_A , \quad (18.1)$$

$$\text{Fall B : } \lambda < \lambda_B , \quad (18.2)$$

$$\text{Fall C : } \lambda < \lambda_C , \quad (18.3)$$

$$\text{Fall D : } \lambda < \lambda_D , \quad (18.4)$$

sein (siehe Bild A3.2), damit die in Anhang A1 angegebenen Formeln für die Grenzwinkel benutzt werden dürfen, ohne dass der Einfluss 2. Ordnung kontrolliert werden muss. Bild A3.2 gibt untere Grenzwerte der Schlankheitsgrade an.

Für Stützen, deren Normalkraftniveau grösser als der in Bild A3.2 angegebene maximale Wert von $n/\psi \cdot n_p = 0.8$ ist und für Stützen, deren Normalkraftniveau unter diesem Wert liegt, deren Schlankheitsgrad aber grösser als der für den jeweiligen Verdrehungsfall angegebene Grenzwert ist, muss der Einfluss 2. Ordnung kontrolliert werden.

Im Verdrehungsfall A muss nachgewiesen werden, dass das Moment 2. Ordnung bei Erreichen des maximalen Grenzwinkels kleiner ist als der Biegezugwiderstand des Gelenkes ($m_2 < m_{pk}$).

Im Verdrehungsfall B, C oder D muss nachgewiesen werden, dass das maximale Moment am verdrehten Stützenende, und nicht im Mittelbereich der Stütze erreicht wird ($m_2 < m_{pk}/4$). Ebenso muss nachgewiesen werden, dass das Moment 2. Ordnung bei Erreichen des maximalen Grenzwinkels kleiner ist als der Biegezugwiderstand des Gelenkes ($m_2 < m_{pk}$).

m_{pk} ist der Biege­widerstand des Querschnitts ohne Betonüberdeckung. Für die Berechnung des Momentes 2. Ordnung stehen die Formeln von Tabelle 11.1 zur Verfügung. Die Werte der Grenzkrümmungen sind in den Tabellen A2 aufgeführt.

Das Normalkraftniveau n/n_p und der Schlankheitsgrad dürfen nicht ausserhalb der für das zentrische Knicken gültigen Kurve liegen (Bild A3.1).

Stützen, welche die oben erwähnten Bedingungen nicht erfüllen, müssen mit einer anderen als der hier vorgeschlagenen Methode auf ihre Trag- und Gebrauchsfähigkeit hin untersucht werden.

19. Nachweise der Trag- und Gebrauchsfähigkeit

19.1 Mechanismus mit plastischem Gelenk in einer Stütze

Im Bruchzustand der Decke kommt es zur Bildung eines plastischen Gelenkes in einer Randstütze, wenn der Biege­widerstand der Stütze kleiner ist als der Biege­widerstand der Decke an der Einspannstelle. Es kommt zu einem plastischen Gelenk in einer Innenstütze, wenn die oberen Armierungseisen der Decke, die über der Stütze verlaufen, eine ungenügende Länge besitzen und somit ein starker Abfall des negativen Biege­widerstandes vorliegt.

Um die Tragfähigkeit der Stütze nachzuweisen, muss gezeigt werden, dass die unter rechnerischer Bruchlast durch die Decke aufgezwungene Zwangsverdrehung kleiner ist als der maximale Grenzwinkel der Stütze:

$$\boxed{\vartheta_r < \theta_m} \quad (19.1)$$

Um die Gebrauchsfähigkeit der Stütze nachzuweisen, muss gezeigt werden, dass die unter Gebrauchslast durch die Decke aufgezwungene Zwangsverdrehung kleiner ist als der zulässige Grenzwinkel der Stütze:

$$\vartheta < \theta_a$$

(19.2)

19.2 Mechanismus ohne ein plastisches Gelenk in einer Stütze

Im Bruchzustand der Decke kommt es zu keinem plastischen Gelenk in einer Randstütze, wenn der Biege­widerstand der Stütze grösser ist als der Biege­widerstand der Decke an der Einspannstelle.

Es kommt zu keinem plastischen Gelenk in einer Innenstütze, wenn die über der Stütze verlaufenden oberen Armierungseisen der Decke eine genügende Länge (ungefähr 20 0/0 der Spannweite) besitzen. Für Systeme mit stark unterschiedlich langen Spannweiten und mit einer gegenüber dem Eigengewicht sehr grossen Nutzlast ist diese Aussage ungültig.

Die Tragfähigkeit der Stütze, bei der es im Bruchzustand der Decke zu keiner Ausbildung eines plastischen Gelenkes kommt, ist gewährleistet, da die Verformungsfähigkeit der Stütze viel grösser ist als die im Bruchzustand auftretende kleine Zwangsverdrehung. Der Nachweis der Tragfähigkeit muss nicht erbracht werden.

Um die Gebrauchsfähigkeit der Stütze nachzuweisen, muss gezeigt werden, dass die unter Gebrauchslast durch die Decke aufgezwungene Zwangsverdrehung kleiner ist als der zulässige Grenzwinkel der Stütze:

$$\vartheta < \theta_a$$

(19.3)

Im Hochbau sind die Verhältnisse meistens so, dass es im Bruchzustand der Decke zu keiner Ausbildung von plastischen Gelenken in den Stützen kommt. Da die Tragfähigkeit der Stützen gewährleistet ist, muss nur noch ihre Gebrauchsfähigkeit nachgewiesen werden.

Teil VII : Beispiele

Im folgenden werden drei praktische Anwendungsbeispiele präsentiert. Sie sind ausführlich beschrieben, damit ein Nachvollziehen der einzelnen Rechnungen einfach wird.

Bei den drei Beispielen handelt es sich um Demonstrationsbeispiele. Einige der getroffenen Annahmen stimmen dabei nicht unbedingt mit der Wirklichkeit überein (gesamte Nutzlast als permanente Last angesetzt, kleiner Elastizitätsmodul für die Berechnung der Steifigkeiten eingeführt, etc.). Die ermittelten Zwangsverdrehungen sind so relativ gross, was zur Folge hat, dass bei einigen eingespannten Stützen Probleme auftreten. Anhand dieser Fälle kann aber gezeigt werden, was gemacht werden muss, wenn die auf eine Stütze wirkende Zwangsverdrehung im Gebrauchs- bzw. im Bruchzustand den zulässigen bzw. maximalen Grenzwinkel überschreiten sollte.

20. Beispiel Nr. 1 : Brücke

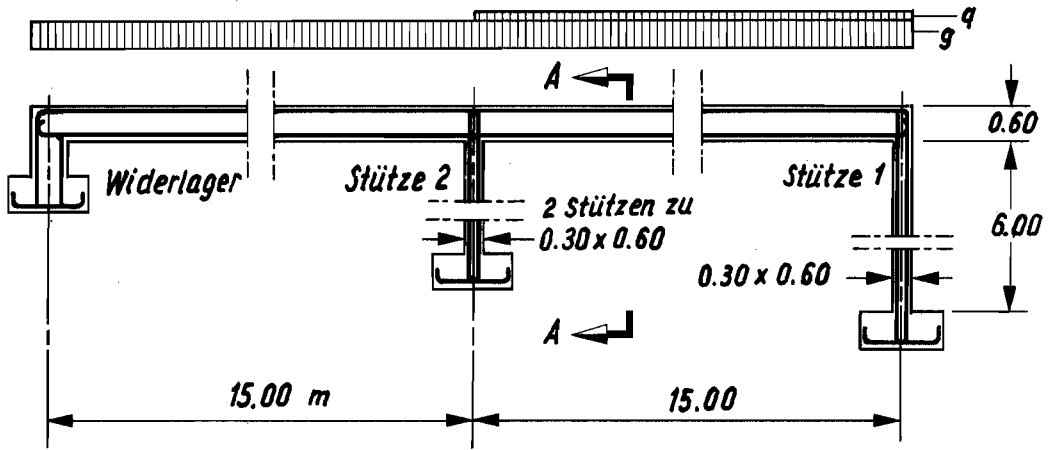
Gegeben

In Bild 20.1 ist der Längs- und Querschnitt einer Stahlbetonbrücke gegeben.

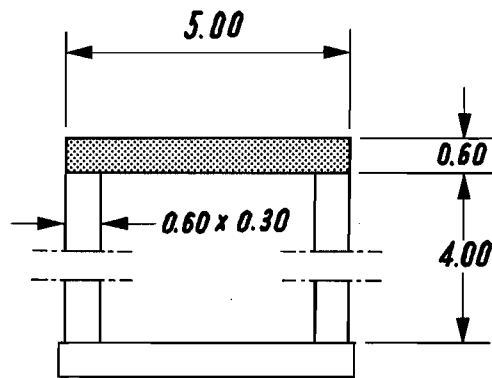
Gegeben sei folgendes:

Beanspruchung

Eigengewicht	$g = 75 \text{ kN/m}$
Nutzlast	$q = 25 \text{ kN/m}$
Bruchsicherheitskoeffizient	1.8
Temperaturunterschied	$\Delta T = \pm 30 \text{ }^\circ\text{K}$



(a) Längsschnitt



(b) Schnitt A-A

Bild 20.1 : Brücke

Ausdehnungskoeffizient $\alpha_t = 10^{-5}/^{\circ}\text{K}$
 Endschwindmass $\epsilon_{cs} = -30 \cdot 10^{-5}$

Stützen:

Armierungsgehalt $\rho_{\text{tot}} = 1 \text{ 0/0}$
 Bezogener Armierungsabstand $\psi = 0.75$
 Länge $l = 4.00 \text{ bzw. } 6.00 \text{ m}$
 Querschnittshöhe $h = 0.30 \text{ m}$
 Querschnittsbreite $b = 0.60 \text{ m}$

Decke:

Länge $l_d = 15.00 \text{ m}$
 Querschnittshöhe $h_d = 0.60 \text{ m}$
 Querschnittsbreite $b_d = 5.00 \text{ m}$

Beton:

Betonfestigkeit $f_c = -27 \text{ N/mm}^2$
 Kriechkoeffizient $\varphi_h = 2.5$

Stahl:

Stahlfestigkeit $f_y = -f_c = 460 \text{ N/mm}^2$

Bemerkungen

- Der für die Rechnung zu verwendende Elastizitätsmodul des Betons betrage gemäss dem Materialgesetz von Bild 9.1a zum Zeitpunkt

$$t_0 : E = 500 \cdot |f_c| = 13.5 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2 ,$$

$$t_{\infty} : E = 500 \cdot |f_c| / (1 + \varphi_h) = 3.85 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2 .$$

Der Elastizitätsmodul des Stahls sei gleich

$$E_S = 210 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2 \quad .$$

- Zur Vereinfachung der Berechnung wird $K_C = E \cdot I_d / l_d$ gesetzt. Damit ergibt sich zum Zeitpunkt
zum Zeitpunkt

$$t_0 : K_{C0} = E_{C0} \cdot b_d \cdot h_d^3 / 12 \cdot l = 81000 \text{ kNm} \quad .$$

$$t_\infty : K_{C\infty} = E_{C\infty} \cdot b_d \cdot h_d^3 / 12 \cdot l = 23000 \text{ kNm} \quad .$$

- Die Stützen sind unten im Fundament und oben im Träger eingespannt. Der Träger selbst ist mit dem Widerlager fest verbunden. Im Längsschnitt, Bild 20.1a, sind die wichtigsten Längsarmierungseisen eingezeichnet. Der Träger soll eine konstante untere Armierung und eine gleich grosse obere Armierung beim Widerlager sowie bei der Stütze 2 besitzen. Die aussen liegenden Armierungseisen der Stütze 1 werden oben umgebogen und in den Träger hineingeführt.

Aufgabe

Folgende Fragen sollen beantwortet werden:

- Wie gross ist der notwendige plastische Widerstand des Trägers, um die 1.8fach erhöhten Lasten aufnehmen zu können?
- Dürfen beide Stützen in den Brückenträger eingespannt werden, d.h. ist die Verformungsfähigkeit der Stützen genügend gross, um die Zwangsverdrehung der Stützenenden, die im Gebrauchs- und im Bruchzustand auftreten werden, aufnehmen zu können?

Lösung

Im Bruchzustand wird sich im rechten Feld ein Mechanismus mit drei Gelenken ausbilden. Das 1. Gelenk wird sich beim Randknoten in der Stütze 1 bilden, weil dort der Biege­widerstand am kleinsten ist. Als nächstes wird der Biege­widerstand im Träger beim Innenknoten erreicht, sodass sich dort das 2. Gelenk ausbildet. Das 3. Gelenk bildet sich in Feldmitte aus.

Der erforderliche plastische Biege­widerstand des Trägers beträgt unter Vernachlässigung des negativen Widerstandes beim Randknoten (Bild 20.2b)

$$M_{pd}^- = M_{pd}^+ = 1.8 \cdot (g + q) \cdot l_d^2 / 8 \cdot 1.5 = 3370 \text{ kNm} \quad .$$

Die Nachweise der Trag- und Gebrauchsfähigkeit der beiden Stützen werden für die beiden Zeitpunkte t_0 und t_∞ durchgeführt.

Für die Stütze 1 und die Stütze 2 werden zuerst die Normalkraft, der plastische Biege­widerstand und die zulässigen und maximalen Grenzwinkel bestimmt (Tabellen 20.1 und 20.2), sowie die Schlankheitsgrade kontrolliert. Danach werden die im Bruchzustand auftretenden Zwangsverdrehungen der Stützen bestimmt und mit den maximalen Grenzwinkeln verglichen (Nachweis der Tragfähigkeit). Schliesslich werden die im Gebrauchszustand auftretenden Zwangsverdrehungen der Stützen berechnet und mit den zulässigen Grenzwinkeln verglichen (Nachweis der Gebrauchsfähigkeit).

		Stütze 1	Stütze 2	
N		-375	-656	kN
n		-0.08	-0.13	
n/n _p		0.07	0.12	
m		0.20	0.24	
M _{pc}		149	176	kNm
h·χ _a	t _o	0.0015	0.0020	Tab.A2.1
	t _∞	0.0030	0.0040	
θ _a	t _o	0.008	0.007	
	t _∞	0.015	0.013	
Δ _a	t _o	45	27	mm
	t _∞	90	53	mm

		Stütze 1	Stütze 2	
N*		-675	-1181	kN
n*		-0.14	-0.24	
n*/n _p		0.12	0.12	
m		0.25	0.31	
M _{pc}		181	226	kNm
h·χ _e	t _o	0.0045	0.0050	Tab.A2.1
	t _∞	0.0065	0.0075	
θ _e	t _o	0.023	0.017	
	t _∞	0.033	0.025	
h·χ _m	t _o	0.0267	0.0267	Tab.A2.2
	t _∞	0.044	0.037	
θ _m	t _o	0.044	0.037	
	t _∞	0.052	0.043	

Tabelle 20.1 :
Zulässige Grenzwinkel und
Grenzverschiebungen

Tabelle 20.2 :
Plastische und maximale
Grenzwinkel

Ermittlung des Normalkraftniveaus

$$\text{Stütze 1 : } N = -0.5 \cdot l_d s \cdot (g + q) / 2$$

$$\text{Stütze 2 : } N = -0.5 \cdot l_d \cdot [s \cdot g + s \cdot (g + q)] / 2$$

mit $s = 1.0$ für den Gebrauchszustand

und $s = 1.8$ für den Bruchzustand.

$$n = N / b \cdot h \cdot |f_c|$$

$$n_p = -1 - \rho_{\text{tot}} \cdot f_y / |f_c|$$

Ermittlung des Biege widerstandes

Verwendung der in Tabelle 6.2 aufgeführten Formeln:

$$m = (1 - \psi)^2 / 4 + 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega - n \cdot \psi \quad \text{für } 2 \cdot \psi \cdot \omega - (1 - \psi) / 2 \geq n \geq -(1 - \psi) / 2,$$

$$m = 2 \cdot \psi^2 \cdot \omega - n - n^2 \quad \text{für } -(1 - \psi) / 2 \geq n \geq -(1 + \psi) / 2,$$

mit $\omega = \omega_b = \omega_t = \rho_{\text{tot}} \cdot f_y / |f_c| \cdot 2 \cdot \psi$.

$$M = m \cdot b \cdot h^2 \cdot |f_c| / 2 \quad .$$

(Für die Bestimmung der Biegegewiderstände von Querschnitten mit verteilter Armierung existieren Bemessungstabellen)

Ermittlung des zulässigen bzw. maximalen Grenzwinkels

Es liegt Verformungsfall C vor:

$$\theta_a = \frac{1}{4} \cdot \frac{\ell}{h} \cdot h \cdot \chi_a \quad ,$$

$$\Delta = \theta \cdot l \quad ,$$

$$\theta_m = \frac{1}{4} \cdot \frac{\ell}{h} \cdot h \cdot \chi_e + \left(1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{h}{\ell} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \quad .$$

Es wird eine "normale" plastische Gelenklänge gewählt, $\lambda_p = 1$. Die Stützen müssen an den Enden dementsprechend über eine Länge von mindestens $1.5 \cdot h$ eng verbügelt werden.

Kontrolle des Schlankheitsgrades

Der Schlankheitsgrad der Stütze 1 beträgt

$$\lambda = \sqrt{12} \cdot l / h = 6 \cdot \sqrt{12} / 0.3 = 70 \quad .$$

Der Einfluss 2.Ordnung muss kontrolliert werden, weil der Schlankheitsgrad grösser als $\lambda_c = 58$ (Bild A3.2 $n^* / \psi \cdot n_p = 0.16$) ist. Gemäss Kapitel 18 muss gezeigt werden, dass das maximale Moment am verdrehten Stützenende erreicht wird. Für das Moment 2.Ordnung in Stützenmitte muss gelten:

$$m_2 = (0.8 \cdot l / h)^2 \cdot h \chi_e \cdot |n| / 4 < m_{pk} / 4 \quad .$$

Für die Berechnung des Momentes 2. Ordnung wird die Formel von Tabelle 11.1 (Fall C) verwendet. m_{pk} ist der Widerstand des Querschnitts ohne Betonüberdeckung (Gleichung [a], Tabelle 6.3).

Es ergibt sich zum Zeitpunkt

$$t_0 : m_2 = (4.8/0.3)^2 \cdot 0.0045 \cdot 0.14/4 = 0.040 < m_{pk}/4 = 0.053 \quad .$$

$$t_\infty : m_2 = (4.8/0.3)^2 \cdot 0.0065 \cdot 0.14/4 = 0.058 > m_{pk}/4 = 0.053 \quad .$$

Der Widerstand der Stütze 1 muss etwas vergrößert werden, damit die Bedingung für den Zeitpunkt t_∞ erfüllt ist. Mit $\rho_{tot} = 1.2$ 0/0 ist dies erreicht

$$t_\infty : m_2 = 0.058 < m_{pk}/4 = 0.060 \quad .$$

Damit ist garantiert, dass sich ein plastisches Gelenk am Stützenende ausbilden wird, wie das in der Berechnung der Grenzwinkel angenommen wird.

Es muss jetzt noch kontrolliert werden, ob der im plastischen Gelenk vorhandene Widerstand bei Erreichen des maximalen Grenzwinkels ausreicht, das Moment 2. Ordnung aufzunehmen. Für das Moment 2. Ordnung, $l_p = \lambda_p \cdot h$ von der Einspannstelle entfernt, gilt:

$$m_2 = \left[\left(1 - \frac{h}{0.8 \cdot l} \cdot \lambda_p \right) \cdot \lambda_p \cdot \frac{0.8 \cdot l}{h} \cdot h \cdot \chi_e + \left(1 - \frac{h}{0.8 \cdot l} \cdot \lambda_p \right) \cdot \lambda_p^2 \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \right] \cdot |n| \leq m_{pk} \quad .$$

Für $\lambda_p = 1$ ergibt sich zum Zeitpunkt

$$t_0 : m_2 = \left[\left(1 - \frac{0.3}{4.8} \right) \cdot \frac{4.8}{0.3} \cdot 0.0045 + \left(1 - \frac{0.3}{4.8} \right) \cdot (0.0266 - 0.0045) \right] \cdot 0.14 = 0.012 < m_{pk} = 0.239,$$

$$t_\infty : m_2 = \left[\left(1 - \frac{0.3}{4.8} \right) \cdot \frac{4.8}{0.3} \cdot 0.0065 + \left(1 - \frac{0.3}{4.8} \right) \cdot (0.0266 - 0.0065) \right] \cdot 0.14 = 0.016 < m_{pk} = 0.239.$$

Die Formeln für die Berechnung der Grenzwinkel (Bild A1.1) können somit benützt werden.

Der Schlankheitsgrad der Stütze 2 ist gleich

$$\lambda = \sqrt{12} \cdot l/h = 4 \cdot \sqrt{12}/0.3 = 46 < \lambda_c = 50 \text{ (Bild A3.2 } n^*/\psi \cdot n_p = 0.28) \text{ .}$$

Für die Stütze 2 muss der Einfluss 2. Ordnung nicht kontrolliert werden. Die Formeln für die Berechnung der Grenzwinkel können benützt werden.

Nachweise der Trag- und Gebrauchsfähigkeit

Tragfähigkeit

In Bild 20.2 sind einige Hilfsskizzen gezeichnet, die es erlauben die nachfolgenden Berechnungen besser zu verstehen.

Stütze 1

Die Zwangsverdrehung beträgt nach Gleichung (17.4), (17.5) zum Zeitpunkt

$$t_0 : \vartheta_r = 0.0012 \cdot l_d/h_d = 0.030 < \Theta_m = 0.044 \quad ,$$

$$t_\infty : \vartheta_r = 0.0015 \cdot l_d/h_d = 0.038 < \Theta_m = 0.052 \quad .$$

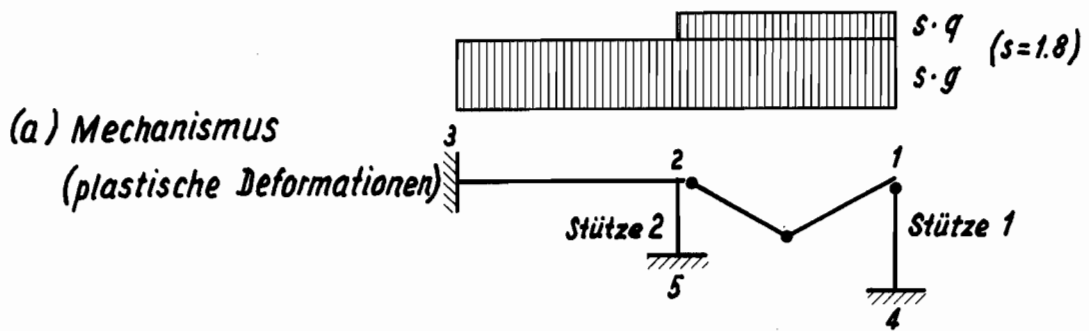
Die Tragfähigkeit ist gewährleistet.

Stütze 2

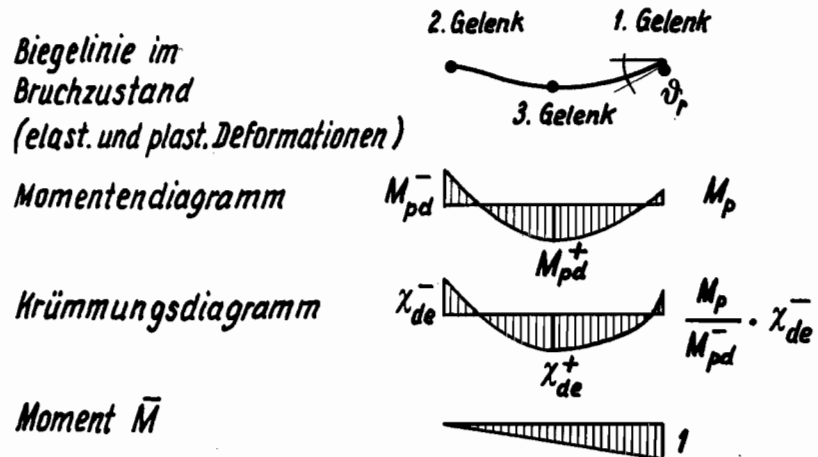
Die Zwangsverdrehung der Stütze 2 kann mit Hilfe des Drehwinkelverfahrens bestimmen werden (siehe Kapitel 16.1).

Das Festeinspannmoment im Knoten 2 beträgt:

$$M_f = \bar{M}_{pd} - s \cdot g \cdot l_d^2 / 12 = 3370 \text{ kNm} - 2530 \text{ kNm} = 840 \text{ kNm} \quad .$$



(b) Stütze 1:



(c) Stütze 2:

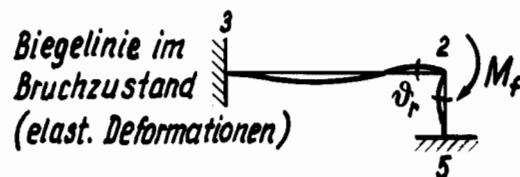


Bild 20.2 : Hilfsskizzen für die Berechnung der Zwangsverdrehung im Bruchzustand

Die Stabsteifigkeiten betragen

$$S_{23} = 4 \cdot E \cdot I_d / l_d = 4 \cdot K_C \quad ,$$

$$S_{25} = 4 \cdot E \cdot I / l = 4 \cdot l_d \cdot 2 \cdot b \cdot h^3 \cdot K_C / l \cdot b_d \cdot h_d^3 = 0.45 \cdot K_C$$

(beide Stützen zusammen) ,

$$\Sigma S_2 = 4.45 \cdot K_C \quad .$$

Die Zwangsverdrehung beträgt zum Zeitpunkt

$$t_0 : \vartheta_r = M_f / \Sigma S_2 = 0.002 \ll \theta_e = 0.017 \ll \theta_m = 0.037 \quad ,$$

$$t_\infty : \vartheta_r = M_f / \Sigma S_2 = 0.008 \ll \theta_e = 0.025 \ll \theta_m = 0.043 \quad .$$

Die Stabendmomente betragen

$$M_{21} = M_{pd} = 3370 \text{ kNm} \quad ,$$

$$M_{25} = M_f \cdot S_{25} / \Sigma S_2 = 85 \text{ kNm} \ll \Sigma M_p = 452 \text{ kNm} \quad ,$$

$$M_{23} = s \cdot g \cdot l_d^2 / 12 + M_f \cdot S_{23} / \Sigma S_2 = 3285 \text{ kNm} < M_{pd} = 3370 \text{ kNm} \quad .$$

Die Tragfähigkeit der Stütze 2 ist gewährleistet. Im Bruchzustand des Trägers wird sich in der Stütze 2 kein plastisches Gelenk ausbilden.

Gebrauchsfähigkeit

In Bild 20.3 sind einige Hilfsskizzen gezeichnet, die es erlauben die nachfolgenden Berechnungen besser zu verstehen.

Stütze 1

Zwangsverdrehung infolge Lastexzentrizität:

Das Festeinspannmoment im Knoten 1 beträgt

$$M = (p + q) \cdot l_d^2 / 12 = 1875 \text{ kNm} \quad .$$

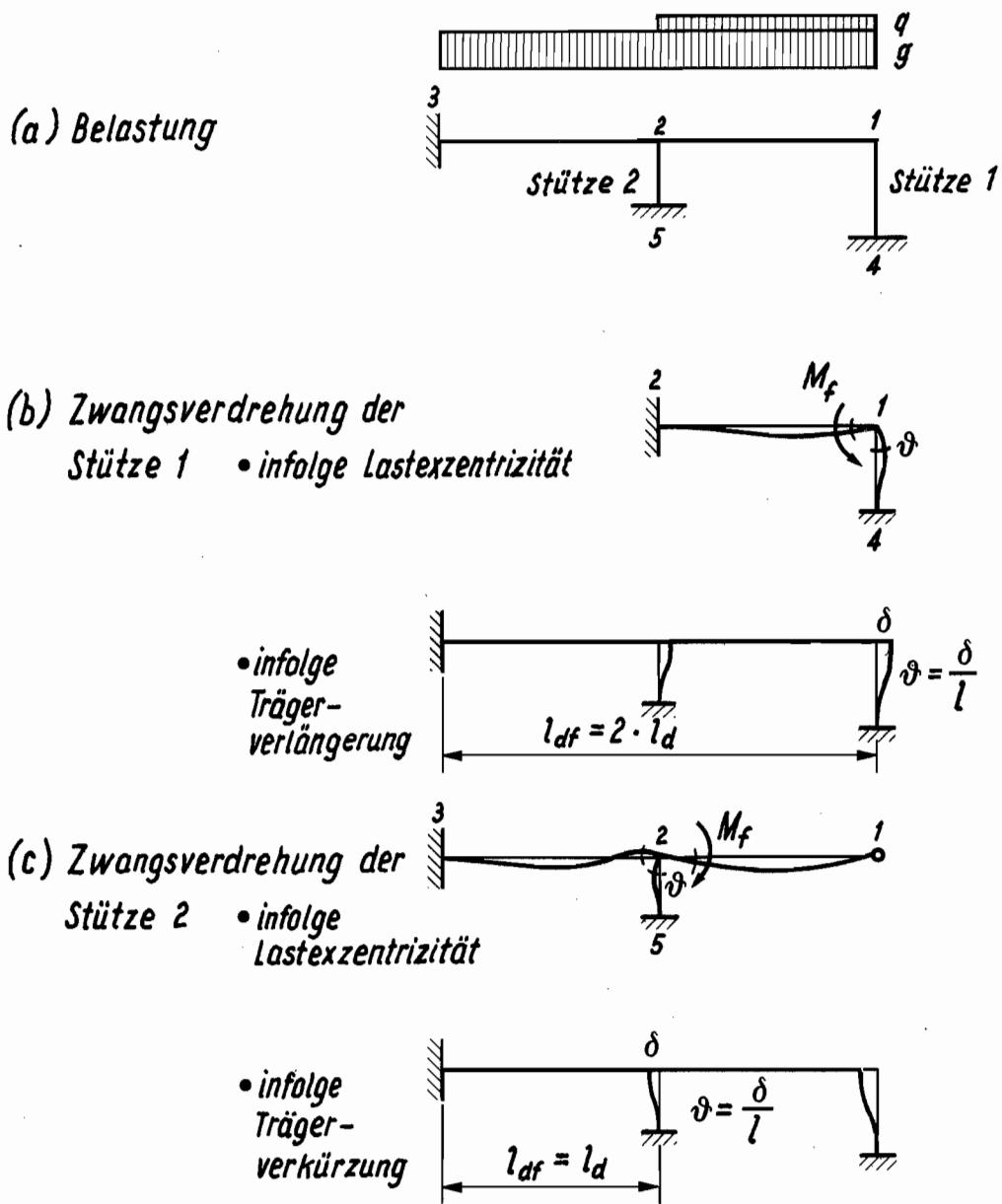


Bild 20.3 : Hilfsskizzen für die Berechnung der Zwangsverdrehung im Gebrauchszustand

Die Stabsteifigkeiten betragen

$$S_{12} = 4 \cdot E \cdot I_d / l_d = 4 \cdot K_C \quad .$$

$$S_{14} = 4 \cdot E \cdot I / l = 0.3 \cdot K_C \quad .$$

$$\Sigma S_1 = 4.3 \cdot K_C \quad .$$

Die Zwangsverdrehung beträgt zum Zeitpunkt

$$t_0 : \vartheta = M_f / \Sigma S_1 = 0.005 \quad .$$

$$t_\infty : \vartheta = M_f / \Sigma S_1 = 0.015 \quad .$$

Zwangsverdrehung infolge Trägerverlängerung:

Ein Temperaturunterschied ΔT bewirkt die Längenänderung

$$\delta_t = \alpha_t \cdot \Delta T \cdot l_{df} = 9 \text{ mm} \quad .$$

Die daraus resultierende Zwangsverdrehung beträgt

$$\vartheta_t = \delta_t / l = 0.002 \quad .$$

Schwinden verursacht eine Trägerverkürzung zum Zeitpunkt t

$$\delta_{CS} = \kappa_{CS} \cdot \epsilon_{CS} \cdot l_{df} = -9 \text{ mm} \quad .$$

mit $\kappa_{CS} = 1$. Damit ist

$$\vartheta_{CS} = -0.002 \quad .$$

Die gesamte Zwangsverdrehung der Stütze 1 beträgt somit zum Zeitpunkt

$$t_0 : \vartheta + \vartheta_t = 0.007 < \theta_d = 0.008 \quad .$$

$$t_\infty : \vartheta + \vartheta_t + \vartheta_{CS} = 0.019 > \theta_d = 0.015 \quad .$$

Die Gebrauchsfähigkeit der Stütze 1 ist in etwa gewährleistet.

Stütze 2

Zwangsverdrehung infolge Lastexzentrizität:

Das Festeinspannmoment im Knoten 2 beträgt

$$M_f = -g \cdot l_d^2 / 12 + (g + q) \cdot l_d^2 / 8 = 1406 \text{ kNm} \quad .$$

Die Stabsteifigkeiten betragen

$$S_{21} = 3 \cdot E \cdot I_d / l_d = 3 \cdot K_C \quad .$$

$$S_{23} = 4 \cdot E \cdot I_d / l_d = 4 \cdot K_C \quad .$$

$$S_{25} = 4 \cdot E \cdot I / l = 0.45 \cdot K_C \quad .$$

$$\Sigma S_2 = 7.45 \cdot K_C \quad .$$

Die Zwangsverdrehung beträgt zum Zeitpunkt

$$t_0 : \vartheta = M_f / \Sigma S_2 = 0.002 \quad .$$

$$t_\infty : \vartheta = M_f / \Sigma S_2 = 0.008 \quad .$$

Zwangsverdrehung infolge Trägerverkürzung:

Ein Temperaturunterschied ΔT bewirkt die Längenänderung

$$\delta_t = 4.5 \text{ mm} \quad .$$

damit

$$\vartheta_t = 0.001 \quad .$$

Schwinden verursacht eine Trägerverkürzung zum Zeitpunkt t_∞

$$\delta_{CS} = 4.5 \text{ mm} \quad .$$

damit

$$\vartheta_{CS} = 0.001 \quad .$$

Gesamte Zwangsverdrehung der Stütze 2: zum Zeitpunkt

$$t_0 : \vartheta + \vartheta_t = 0.003 < \Theta = 0.017 \quad ,$$

$$t_\infty : \vartheta + \vartheta_t + \vartheta_{CS} = 0.010 < \Theta = 0.013 \quad .$$

Die Gebrauchsfähigkeit der Stütze 2 ist gewährleistet.

Diskussion

Die Stütze 2 bietet keinerlei Probleme, sie kann eingespannt werden.

Im Gebrauchszustand ist die Zwangsverdrehung der Stütze 1 zum Zeitpunkt t_0 noch kleiner als der zulässige Grenzwinkel. Zum Zeitpunkt t_∞ ist die Zwangsverdrehung aber grösser als der zulässige Grenzwinkel.

Das Gebrauchsverhalten der Stütze 1, die eine kleine Normalkraft besitzt, wird durch die Risse bestimmt. Die zum Zeitpunkt t_∞ vorhandenen Rissweiten werden aller Voraussicht nach die zulässigen Werte überschritten haben.

Es liegt nun am einzelnen Ingenieur, ob er dies toleriert, oder ob er eine andere Lösung, z.B. ein Rollenlager, vorsieht. Als eingespannte Stütze besitzt die Stütze 1 eine genügend grosse Verformungsfähigkeit im Bruchzustand. Sie kann die Zwangsverdrehung mitmachen, vorausgesetzt, dass eine enge Bügelarmierung an den Stützenenden angeordnet worden ist.

21. Beispiel Nr. 2 : Rahmen

Aufgabe

Der in Bild 21.1 gegebene Rahmen soll bemessen werden.

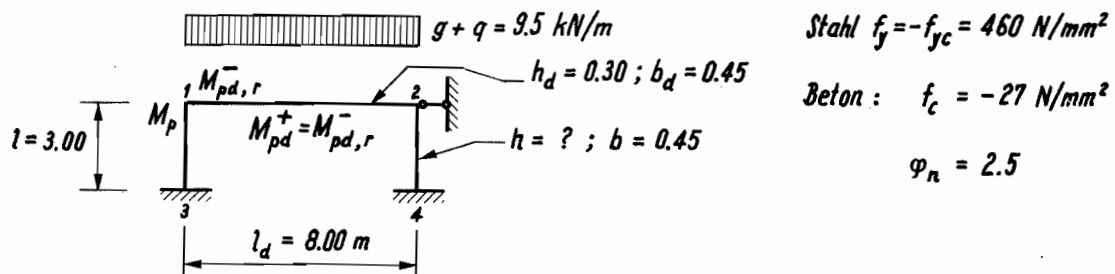


Bild 21.1 : Rahmen

Lösung

Riegel:

Der erforderliche Biegesteifigkeit im Riegel beträgt:

$$M_{pd,r}^- = M_{pd,r}^+ = 0.5 \cdot 1.8 \cdot (g + q) \cdot l_d^2 / 8 = 68.4 \text{ kNm} \quad ,$$

(Bruchsicherheitskoeffizient 1.8).

Die auf eine Stütze wirkende Normalkraft, bzw. die beim Auflager im Riegel herrschende Querkraft beträgt

$$\text{im Gebrauchszustand : } N = -(g + q) \cdot l_d / 2 = -38.0 \text{ kN} \quad ,$$

im Bruchzustand : $N^* = 1.8 \cdot N = -64.4 \text{ kN}$.

Für den Riegel wird folgende Armierung vorgeschlagen:

Längsarmierung : $5 \varnothing 18$; Auflager : 3 oben, 2 unten;

Feldmitte : 2 oben, 3 unten.

Bügelarmierung : $\varnothing 10$; Auflager/Feldmitte : 10 cm Abstand;

sonst : 20 cm Abstand.

Stütze :

Wahl: $h = 0.25 \text{ m}$, $b_d = 0.45 \text{ m}$, $\psi = 0.75$.

Längsarmierung : $6 \varnothing 18$; $\rho_{tot} = 1.36 \text{ 0/0}$.

Das Normalkraftniveau ist sehr tief, nämlich $n/n = 0.01$ bzw.

$n^*/n_p = 0.02$.

Die plastischen Biege widerstände ergeben sich zu

$M_p(N) = 71.0 \text{ kNm}$ und $M_p(N^*) = 75.0 \text{ kNm}$.

Kontrolle des Schlankheitsgrades

Der Schlankheitsgrad der Stütze beträgt

$\lambda = \sqrt{12} \cdot l/h = 3 \cdot \sqrt{12}/0.25 = 42 < \lambda_c = 69$ (Bild A3.2, $n^*/\psi \cdot n_p = 0.02$).

Der Einfluss 2. Ordnung braucht nicht kontrolliert zu werden. Es können die Formeln von Bild A1.1 (Fall C) zur Berechnung der Grenzwinkel benützt werden. In den Tabellen A2.1 und A2.2 können die verschiedenen Grenzkrümmungen für das gegebene Normalkraftniveau gefunden werden.

Nachweise der Trag- und Gebrauchsfähigkeit

Tragfähigkeit

Im Bruchzustand wird sich ein plastisches Gelenk im Riegel ausbilden, weil der plastische Biege widerstand der Stützen grösser ist als der des Riegels. Die Verformungsfähigkeit der Stützen ist grösser als die im Bruchzustand auf die Stützen wirkende Zwangsverdröhung. Die Tragfähigkeit der Stützen ist gewährleistet.

Gebrauchsfähigkeit

Es ist:

$$E_{c0} = 500 \cdot |f_c| = 13.5 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2 \quad ,$$

$$E_{c\infty} = 500 \cdot |f_c| / (1 + \varphi_n) = 3.85 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2 \quad ,$$

$$K_c = E \cdot I_d / l_d = E \cdot b_d \cdot h_d^3 / 12 \cdot l_d \quad ,$$

$$K_{c0} = 1710 \text{ kNm} \quad ,$$

$$K_{c\infty} = 490 \text{ kNm} \quad .$$

Das Festeinspannmoment im Knoten 1 ist

$$M_f = (g + q) \cdot l_d^2 / 12 = 50.7 \text{ kNm} \quad .$$

Die Stabsteifigkeiten betragen

$$S_{|2} = 2 \cdot E \cdot I_d / l_d = 2 \cdot K_c \quad (\text{symmetrische Belastung}) \quad ,$$

$$S_{|3} = 4 \cdot E \cdot I / l = 4 \cdot l_d \cdot h^3 \cdot K_c / l \cdot h_d^3 = 6.2 \cdot K_c \quad ,$$

$$\Sigma S_{|1} = 8.2 \cdot K_c \quad .$$

Die Zwangsverdröhung betrögt mit $\vartheta = M_f / \Sigma S_{|1}$, im Zeitpunkt

$$t_0 : \vartheta = 0.004 \quad ,$$

$$t_{\infty} : \vartheta = 0.013 \quad .$$

Der zulässige Grenzwinkel ist

$$t_0 : \theta_a = \frac{1}{4} \cdot \frac{l}{h} \cdot h \cdot \chi_a = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{0.25} \cdot 0.0010 = 0.003 ,$$

$$t_{\infty} : \theta_a = \frac{1}{4} \cdot \frac{l}{h} \cdot h \cdot \chi_a = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{0.25} \cdot 0.0020 = 0.006 .$$

Die Zwangsverdrehungen sind grösser als die zulässigen Grenzwinkel, es muss daher eine andere Stütze gewählt werden.

Wahl : $h = 0.40 \text{ m}$, $b_d = 0.45 \text{ m}$.

Längsarmierung ; 8 $\varnothing 18$; $\rho_{tot} = 1.13 \text{ O/O}$.

Kontrolle des Schlankheitsgrades

$$\lambda = \sqrt{12} \cdot l/h = 3 \cdot \sqrt{12}/0.40 = 26 < \lambda_c = 69 \text{ (Bild A3.2, } n^*/\psi \cdot n_p = 0.02\text{)} .$$

Nachweis der Trag- und Gebrauchsfähigkeit

Tragfähigkeit

Im Bruchzustand bildet sich kein plastisches Gelenk in den Stützen aus.

Die Tragfähigkeit der Stützen ist gewährleistet.

Gebrauchsfähigkeit

Die Stabsteifigkeiten betragen

$$S_{12} = 2 \cdot K_C \quad .$$

$$S_{13} = 25,3 \cdot K_C \quad .$$

$$\Sigma S_1 = 27.3 \cdot K_C \quad .$$

Damit beträgt die Zwangsverdrehung zum Zeitpunkt

$$t_0 : \vartheta = 0.001 \quad .$$

$$t_\infty : \vartheta = 0.004 \quad .$$

Der zulässige Grenzwinkel ist

$$t_0 : \Theta_a = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{0.30} \cdot 0.0010 = 0.002 \quad ,$$

$$t_\infty : \Theta_a = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{0.30} \cdot 0.0020 = 0.004 \quad .$$

Vorgeschlagen wird eine Stütze von 40x45 cm:

Längsarmierung : 8 Ø18 ,

Bügelarmierung : Ø10 ; Einspannstellen : 10 cm Abstand,

sonst : 20 cm Abstand.

22. Beispiel Nr. 3 : Gebäude

Gegeben

In Bild 22.1 ist der Grundriss und der Querschnitt eines Gebäudes gegeben.

Die permanente Nutzlast und das Eigengewicht der Decke seien gleich 10 kN/m^2 , die mobile Nutzlast betrage 5 kN/m^2 .

Ferner sei der Stahl mit $f_y = 460 \text{ N/mm}^2$ und der Beton mit $f_c = -27 \text{ N/mm}^2$ sowie $\varphi_n = 2.5$ gegeben. Das Endschwindmass des Betons betrage $\epsilon_{cs} = -30 \cdot 10^{-5}$.

Ein Wetterumschwung bewirke eine Temperaturänderung von $\Delta T = 30^\circ\text{K}$. Der Ausdehnungskoeffizient von Beton und Stahl beträgt $\alpha_t = 10^{-5}/^\circ\text{K}$.

Aufgabe

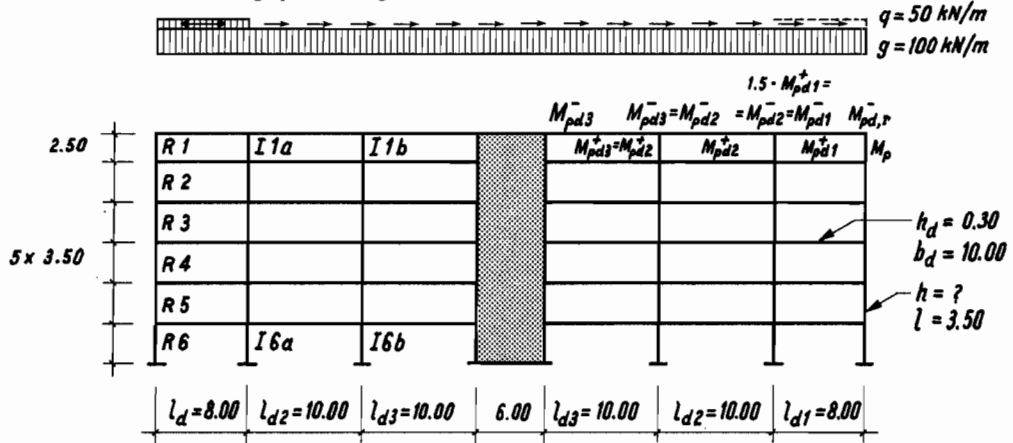
Folgende Fragen sollen beantwortet werden:

- Wie gross ist der notwendige plastische Widerstand der Decke um die 1.8fach erhöhten Lasten aufnehmen zu können?
- Wie gross sind die Stützenabmessungen?

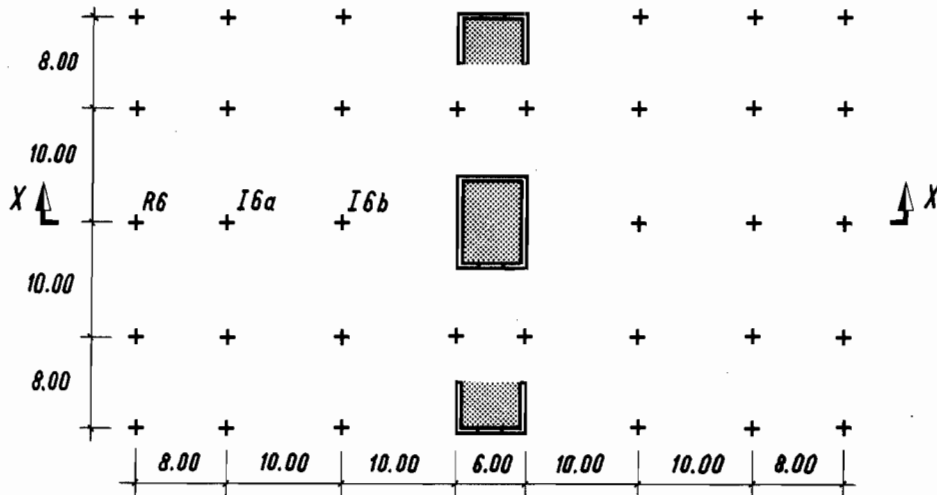
Bemerkungen

Die Stützen sollen quadratisch sein und über je zwei Stockwerke die gleichen Abmessungen besitzen. Alle Innenstützen, deren Querschnittshöhe kleiner als 1.20 m sind, sollen einen Pilz $0.2 \times 1.2 \times 1.2 \text{ m}$ besitzen. Damit soll ein Durchstanzen der Stützen vermieden werden.

Belastung pro Etage auf einer Breite von 10.00 m.



(a) SCHNITT X-X 1:400



(b) GRUNDRISS 1:400

Bild 22.1 : Gebäude

Eine Vollbelastung aller Decken mit der Nutzlast ist nicht zu erwarten. Die Nutzlast einer Stütze darf gemäss [22.1] mit dem Reduktionsfaktor $\gamma = 1 - A/\bar{A}$ multipliziert werden. A ist die massgebende Belastungsfläche in m^2 und \bar{A} ist gleich $500 m^2$. Der Reduktionsfaktor darf 0.4 nicht unterschreiten.

Es sollen möglichst alle Stützen eingespannt werden.

Lösung

Plastischer Biege­widerstand der Decke

Die Decke 1 (Bild 22.1a) forme im Bruchzustand einen Linienmechanismus über die ganze Gebäudebreite. Die plastischen Biege­widerstände in den drei Gelenken seien M_{pd1}^+ , M_{pd2}^- und beim Randknoten der kleinere der zwei Werte M_p bzw. $M_{pd,r}^-$.

Die plastischen Biege­widerstände der Decke 1 ergeben sich unter Vernachlässigung des kleinen negativen Widerstandes beim Randknoten zu

$$M_{pd1}^+ = M_{pd2}^- / 1.5 = 1.8 \cdot (g + q) \cdot l_{d1}^2 / 8 \cdot 1.75 = 1235 \text{ kNm} \quad ,$$

sowie

$$M_{pd1}^- = 1.5 \cdot M_{pd1}^+ = \quad = 1850 \text{ kNm} \quad .$$

Damit die Decke 2 bzw. die Decke 3 dieselbe Tragfähigkeit wie die Decke 1 besitzt, muss gelten

$$M_{pd2}^+ = M_{pd3}^+ = 1.8 \cdot (g + q) \cdot l_{d2}^2 / 8 - M_{pd2}^- = 1525 \text{ kNm} \quad ,$$

und

$$M_{pd2}^- = M_{pd3}^- = M_{pd1}^- = 1850 \text{ kNm} \quad .$$

Der Biege­widerstand der Decken kann z.B. durch Spannkabel und eine schlaffe Armierung gegeben sein.

Wahl der Stützenabmessungen

Die Abmessungen werden zu 0.50x0.50/0.65x0.65/0.80x0.80 m gewählt.

Der Armierungsgehalt ρ_{tot} sei gleich 1 0/0.

Es gilt jetzt das Normalkraftniveau der Stützen zu bestimmen.

Die auf eine Randstütze vom Typ R (Bild 22.1) wirkende Last pro Etage beträgt

$$G = l_{d1} \cdot g/2 = 400 \text{ kN} \quad ,$$

$$Q = l_{d2} \cdot q/2 = 200 \text{ kN} \quad .$$

Die massgebende Belastungsfläche pro Etage ist gleich 40 m².

Die auf eine Innenstütze vom Typ Ib (Bild 22.1) wirkende Last pro Etage beträgt

$$G = l_{d1} \cdot g = 1000 \text{ kN} \quad ,$$

$$Q = l_{d2} \cdot q = 500 \text{ kN} \quad .$$

Die massgebende Belastungsfläche pro Etage ist gleich 100 m².

Die auf eine Stütze wirkende Normalkraft beträgt

$$N = -v \cdot (G + \sqrt{Q}),$$

wobei v gleich der Anzahl Decken über dieser Stütze ist.

Es müssen die Normalkraftniveaus n/n_p , n^*/n_p und $n^*/\psi \cdot n_p$ bestimmt werden, wobei $n = N/b \cdot h \cdot |f_c|$ und $n_p = -1 - \rho_{\text{tot}} \cdot f_y / |f_c|$ ist.

In Tabelle 22.1 sind die Normalkräfte, die Normalkraftniveaus und die Schlankheitsgrade für die verschiedenen Stützen aufgeführt.

Kontrolle der Schlankheitsgrade

Die Stützen der zweitobersten Etage besitzen mit $\lambda = 24$ den grössten Schlankheitsgrad.

Die Schlankheitsgrade liegen für alle drei möglichen Verdrehungsfälle, Fälle A, C und D, unter den in Bild A3.2 angegebenen Grenzwerten, sodass der Einfluss 2. Ordnung nicht kontrolliert zu werden braucht. Die Formeln für die Grenzwinkel dürfen benützt werden.

Randstützen										
Stütze	bxh	ψ	ν	A	ν	N	n/n_p	n^*/n_p	$n^*/\psi \cdot n_p$	λ
R1	0.50	0.86	1	-	1.00	-600	0.08	0.14	0.16	17
R2	0.50	0.86	2	2x40	0.84	-1140	0.14	0.25	0.29	24
R3	0.65	0.89	3	3x40	0.76	-1660	0.12	0.22	0.25	19
R4	0.65	0.89	4	4x40	0.68	-2140	0.16	0.29	0.33	19
R5	0.80	0.91	5	5x40	0.60	-2600	0.13	0.23	0.25	15
R6	0.80	0.91	6	6x40	0.52	-3020	0.15	0.27	0.30	15
	m			m ²		kN				
Innenstützen										
Stütze	bxh	ψ	ν	A	ν	N	n/n_p	n^*/n_p	$n^*/\psi \cdot n_p$	λ
I1b	0.50	0.86	1	-	1.00	-1500	0.19	0.34	0.40	17
I2b	0.50	0.86	2	2x100	0.60	-2600	0.33	0.59	0.69	24
I3b	0.65	0.89	3	3x100	0.40	-3600	0.27	0.49	0.55	19
I4b	0.65	0.89	4	4x100	0.40	-4800	0.36	0.65	0.73	19
I5b	0.80	0.91	5	5x100	0.40	-6000	0.30	0.54	0.59	15
I5b	0.80	0.91	6	6x100	0.40	-7200	0.38	0.68	0.75	15
	m			m ²		kN				

Tabelle 22.1 : Normalkräfte, Normalkraftniveaus und Schlankheitsgrade der verschiedenen Stützen

Nachweis der Trag- und Gebrauchsfähigkeit

Tragfähigkeit

Die am wenigsten biegesteifen Stützen befinden sich im obersten Stockwerk. Es wird deshalb dort mit der Ueberprüfung begonnen.

Randstützen

Die Randstütze R1 besitzt mit $n^*/n_p = 0.14$ ein sehr niedriges Normalkraftniveau. Man kann sich die Frage stellen, wieso nicht eine schlankere, besser ausgenützte Stütze gewählt wird.

Der Grund liegt einerseits darin, dass die Durchstanzgefahr für eine Stütze mit kleineren Abmessungen wesentlich grösser ist. Für die Randstützen sind ja keine Pilze vorgesehen. Andererseits werden im Bruchzustand oft viel kleinere Anforderungen an die Verformungsfähigkeit von dickeren Randstützen gestellt als an die Verformungsfähigkeit von schlanken Randstützen. Dies soll jetzt anhand eines Vergleichs einer 0.50x0.50m Randstütze mit einer Randstütze von 0.35x0.35 m illustriert werden.

- a) Randstütze R1 mit: $h = 0.35 \text{ m}$, $\eta = 0.8$,
 Längsarmierung : 8 Ø14; ($\rho_{tot} = 10/10$),
 Normalkraft : $N^* = -1.8 \cdot 4 \text{ m} \cdot 150 \text{ kN/m} =$
 $= -1080 \text{ kN}$,
 Normalkraftniveau : $n^*/n_p = 0.28$,
 Biege­widerstand : $M_p(N^*) = 180 \text{ kNm}$.

Der Biege­widerstand der Randstütze muss mit dem in der Decke am Randknoten vorhandenen negativen Biege­widerstand verglichen werden. Für die Berechnung des Biege­widerstandes der Decke wird links und rechts der Randstütze eine mitwirkende Breite von $2 \cdot h$ angenommen. Die auf der Aussenseite der Stütze sich befindlichen Armierungseisen 3 Ø14 werden oben umgebogen und in die Decke hineingeführt. Die Decke

besitze beim Randknoten Steckbügel mit $\varnothing 16$ und mit einem Abstand von 10 cm.

Der in der Decke beim Randknoten vorhandene negative Biege­widerstand beträgt somit im Falle der 0.35 m Stütze

$$M_{pd,r}^- = A_s \cdot 0.9 \cdot f_y \cdot h_d \cdot (1 + \psi_d) / 2 = 320 \text{ kNm} \quad ,$$

mit $A_s = 2874 \text{ mm}^2$ (3 $\varnothing 14$ + 12 $\varnothing 16$), $\psi_d = 0.8$.

Ein Vergleich der plastischen Biege­widerstände zeigt, dass $M_p(N^*) < M_{pd,r}^-$ ist.

Im Bruchzustand wird sich ein plastisches Gelenk in der Randstütze ausbilden.

Es muss jetzt nachgewiesen werden, dass die durch den Bruchmechanismus der Decke verursachte Zwangsverdrehung kleiner ist als der maximale Grenzwinkel der Stütze. Es wird angenommen, dass es zu einem Mechanismus mit drei Gelenken in der obersten und in der zweitobersten Decke kommt (Bild 22.2a). Die Stütze R1 wird somit oben und unten gleichmässig verdreht. Es liegt Verformungsfall D vor.

Die Zwangsverdrehung beträgt nach Gleichung (17.4), (17.5) zum Zeitpunkt

$$t_0 : \vartheta_r = 0.0012 \cdot l_d / h_d = 0.032 \quad ,$$

$$t_\infty : \vartheta_r = 0.0015 \cdot l_d / h_d = 0.040 \quad .$$

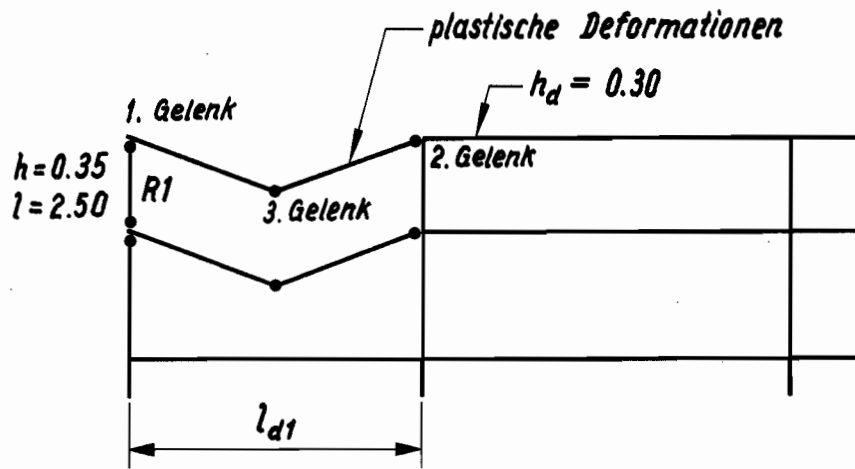
Der maximale Grenzwinkel ist nach der Formel in Bild A1.1 für den Fall c

$$\Theta_m = \frac{1}{6} \cdot \frac{l}{h} \cdot h \cdot \chi_e + \left(1 - \frac{h}{l} \cdot \lambda_p\right) \cdot \lambda_p \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e) \quad .$$

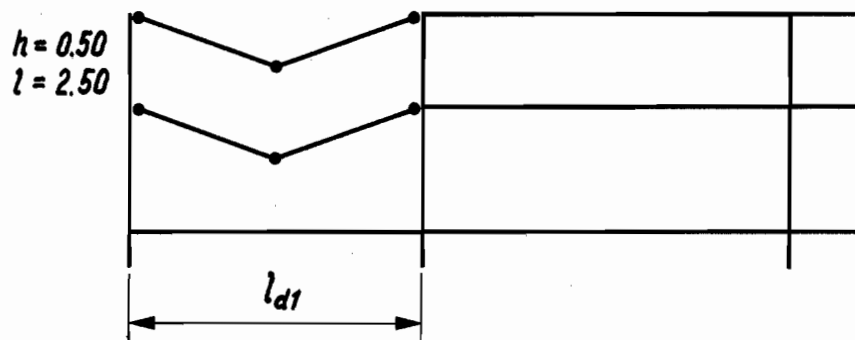
Für $\lambda_p = 1$ ergibt sich zum Zeitpunkt

$$t_0 : \Theta_m = \frac{1}{6} \cdot \frac{2.50}{0.35} \cdot 0.0050 + \left(1 - \frac{0.35}{2.50}\right) \cdot (0.0250 - 0.0050) = 0.023 \quad ,$$

$$t_\infty : \Theta_m = \frac{1}{6} \cdot \frac{2.50}{0.35} \cdot 0.0075 + \left(1 - \frac{0.35}{2.50}\right) \cdot (0.0250 - 0.0075) = 0.024 \quad ,$$



(a) *Plastische Gelenke in schlanken Randstützen*



(b) *Keine plastische Gelenke in dicken Randstützen*

Für $\lambda_p = 2$ ergibt sich zum Zeitpunkt

$$t_0 : \quad \theta_m = \frac{1}{6} \cdot \frac{2.50}{0.35} \cdot 0.0050 + \left(1 - \frac{0.35}{2.50} \cdot 2\right) \cdot 2 \cdot (0.0250 - 0.0050) = 0.035,$$

$$t_\infty : \quad \theta_m = \frac{1}{6} \cdot \frac{2.50}{0.35} \cdot 0.0075 + \left(1 - \frac{0.35}{2.50} \cdot 2\right) \cdot 2 \cdot (0.0250 - 0.0075) = 0.034,$$

Die Verformungsfähigkeit ist für $\lambda_p = 1$ und auch für $\lambda_p = 2$ ungenügend. Die Stütze vermag die Zwangsverdrehung selbst mit plastischen Gelenken über eine Länge von $l_p = 2 \cdot h$ nicht aufzunehmen. Die Tragfähigkeit ist nicht gewährleistet, die Stütze wird instabil noch bevor sich in der Decke der vollständige Mechanismus ausbilden kann.

Es bestehen folgende drei Möglichkeiten, um das Verformungsverhalten der Stütze zu verbessern:

- Vergrößerung der Verformungsfähigkeit der Stütze, indem eine engere Verbügelung gewählt wird, Bügelabstand kleiner als 50 mm. Dadurch werden die maximale Grenzkrümmung und der maximale Grenzwinkel der Stütze vergrößert.
- Wahl einer Pendelstütze. Die Stütze wird so nicht verdreht, weil keine Einspannung herrscht.
- Wahl einer grösseren Querschnittshöhe, sodass der Biege­widerstand der Stütze grösser wird als der Biege­widerstand der Decke. Es wird so verhindert, dass die Stütze im Bruchzustand die gesamte Verdrehung der Decke mitmachen muss, da es zur Ausbildung eines plastischen Gelenkes in der Decke kommt.

Es wird die dritte Möglichkeit gewählt.

b) Randstütze R1 mit : $h = 0.50 \text{ m}$, $\psi = 0.86$

Längsarmierung : 8 Ø20; $\rho_{tot} = 1 \text{ O/O}$,

Normalkraft : $N^* = -1080 \text{ kN}$,

Normalkraftniveau: $n^*/n_p = 0.14$,

Biege­widerstand : $M_p(N^*) = 405 \text{ kNm}$.

Der in der Decke am Randknoten vorhandene negative Biege­widerstand beträgt im Falle der 0.50 m Stütze

$$M_{pd,r} = A_s \cdot 0.9 \cdot f_y \cdot h_d \cdot (1 + \psi_d) / 2 = 375 \text{ kNm} \quad ,$$

mit $A_s = 3354 \text{ mm}^2$ (3 \varnothing 20 + 12 \varnothing 16), $\psi_d = 0.8$.

Ein Vergleich der plastischen Biege­widerstände zeigt, dass $M_p(N^*) > M_{pd,r}$ ist.

Im Bruchzustand wird sich ein plastisches Gelenk in der Decke ausbilden (Bild 22.2b), die Tragfähigkeit der Stützen ist gewährleistet.

Die dicke Stütze hat ein besseres Verformungsverhalten im Bruchzustand als die schlanke Stütze. An die dicke Stütze werden im Bruchzustand keine so grossen Anforderungen bezüglich der Verformungsfähigkeit gestellt wie an die schlanke Stütze, dessen plastisches Gelenk die Zwangsverdrehung bis zum Bruch der Decke mitmachen muss.

Die Tragfähigkeit aller übrigen Randstützen ist ebenfalls gewährleistet. In keiner der Randstützen kommt es im Bruchzustand zur Ausbildung eines plastischen Gelenkes.

Innenstützen

Ein Bruchzustand mit plastischen Gelenken in den Innenstützen (siehe Beispiel im Anhang A4) wird verhindert, wenn die oberen Armierungseisen eine genügende Länge ($0.2 \cdot l_d$) zu beiden Seiten der Stützen besitzen. Dies sei hier vorausgesetzt. Die Tragfähigkeit aller Innenstützen ist somit gewährleistet.

Gebrauchsfähigkeit

Die Zwangsverdrehungen infolge einer Lastexzentrizität und einer Längenänderung der Decke infolge Schwind- und Temperatureinflüsse werden in diesem Beispiel getrennt behandelt.

Es wird der ungünstigste Verformungsfall, Fall D, für die Zwangsverdrehung infolge Lastexzentrizität untersucht. Es wird hingegen als fraglich angesehen, ob die grösst mögliche Zwangsverdrehung infolge Temperatureinflusses gleichzeitig mit der Zwangsverdrehung infolge Lastexzentrizität auftreten kann und ob beide Zwangsverdrehungen dann gerade auch noch dasselbe Vorzeichen besitzen.

Es wird folgende Abkürzung gebraucht:

$$K_c = E_c \cdot I_d / |l_d| = E_c \cdot b_d \cdot h^3_d / 12 \cdot |l_d|$$

Der Elastizitätsmodul betrage gemäss dem Materialgesetz von Bild 9.1a zum Zeitpunkt

$$t_0 : E_{c0} = 500 \cdot |f_c| = 13.5 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$t_\infty : E_{c\infty} = 500 \cdot |f_c| / (1 + \varphi_n) = 3.85 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

Somit ist

$$K_{c0} = 37970 \text{ kNm}$$

$$K_{c\infty} = 10830 \text{ kNm}$$

In der Berechnung der Steifigkeiten der Pilzstützen wird die Geschosshöhe eingesetzt.

Für die Berechnung der zulässigen Grenzwinkel bzw. Grenzverschiebungen wird hingegen die Länge der Stützen ohne Pilz verwendet.

Zwangsverdrehung infolge Lastexzentrizität

Randstützen

In Bild 22.3 sind einige Hilfsskizzen gezeichnet, die es erlauben, die nachfolgenden Berechnungen besser zu verstehen.

Bild 22.3a

Knoten 1 : Festeinspannmoment : $M_f = (g + q) \cdot l_{dl}^2 / 12 = 800 \text{ kNm}$.

Stabsteifigkeiten : $S_{12} = 4 \cdot E \cdot I_d / l_{dl} = 4 \cdot K_C$,

$$\begin{aligned} S &= 6 \cdot E \cdot I_1 / l_1 = \\ &= 6 \cdot l_{dl} \cdot h^3_1 \cdot K_C / l_d \cdot b_d \cdot h^3_d = \\ &= 4.4 \cdot K_C. \end{aligned}$$

Zwangsverdrehung : $\vartheta = M_f / 8.4 \cdot K_C$,

$$t_0 \vartheta = 0.003$$

$$t_\infty \vartheta = 0.009$$

Stütze R1 : Normalkraft

$$N = -4 \text{ m} \cdot 150 \text{ kN/m} = -600 \text{ kN},$$

$$n/n_p = 0.08 \rightarrow h \cdot \chi_a \text{ (Tab. A2.1)}.$$

Zul. Grenzwinkel

$$t_0 \theta_a = \frac{1}{6} \cdot \frac{2.50}{0.50} \cdot 0.0015 = 0.001,$$

$$t_\infty \theta_a = \frac{1}{6} \cdot \frac{2.50}{0.50} \cdot 0.0030 = 0.003.$$

Die Zwangsverdrehungen sind grösser als die zulässigen Grenzwinkel.

Die Einspannung der Stütze R1 wird oben gelöst.

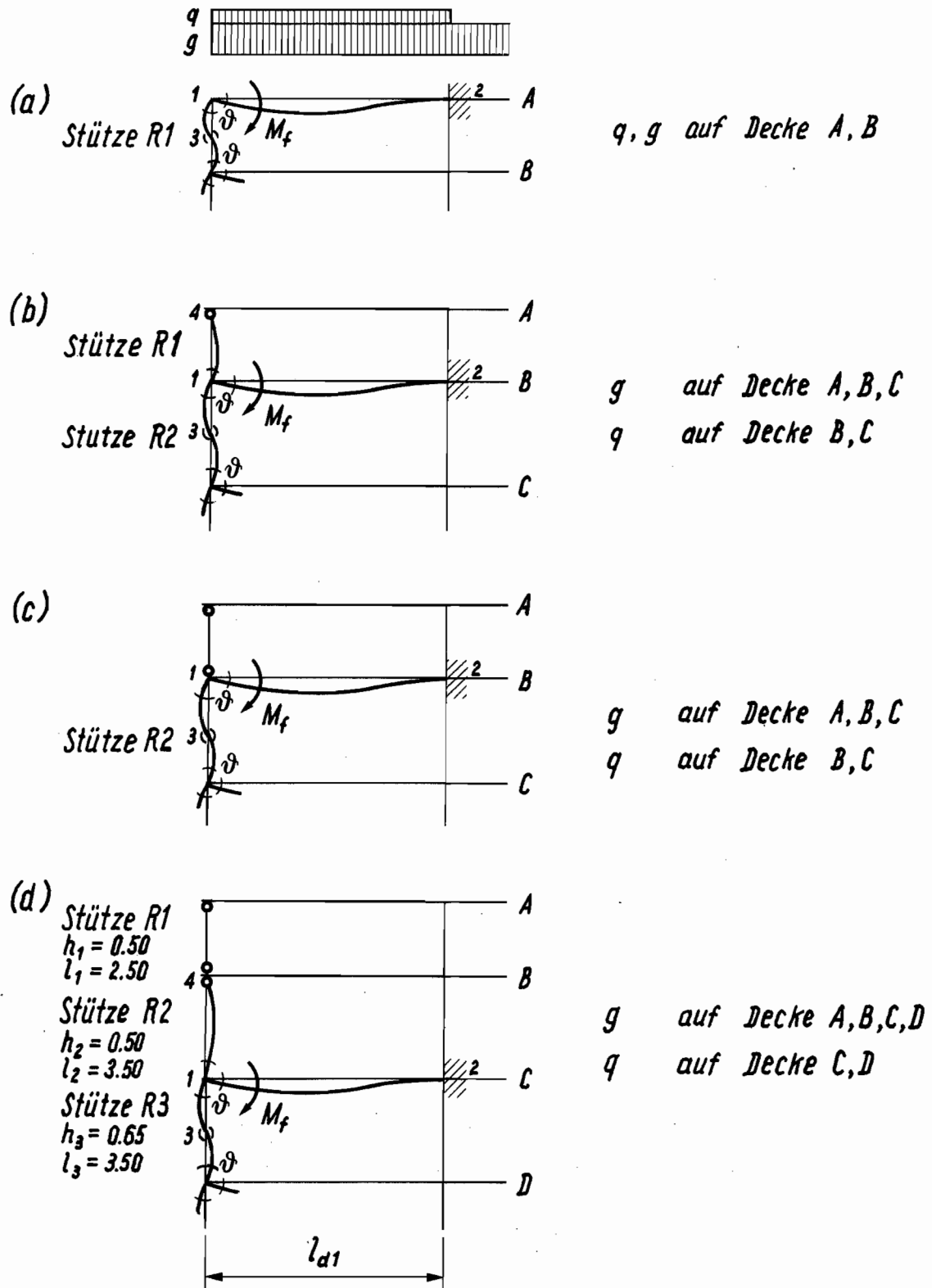


Bild 22.3 : Hilfsskizzen für die Berechnung der Zwangsverdrehung der Randstützen infolge Lastexzentrizität im Gebrauchszustand

Bild 22.3b

Knoten 1 : Festeinspannmoment : $M_f = 800 \text{ kNm}$.

Stabsteifigkeiten : $S_{12} = 4 \cdot K_C$,

$$\begin{aligned} S_{14} &= 3 \cdot EI_1 / l_1 = \\ &= 3 \cdot l_{d1} \cdot h^3 \cdot K_C / l_1 \cdot b_d \cdot h^3 d = \\ &= 2.2 \cdot K_C , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{13} &= 6 \cdot E \cdot I_2 / l_2 = \\ &= 6 \cdot l_{d1} \cdot h^3 \cdot K_C / l_2 \cdot b_d \cdot h^3 d = \\ &= 3.2 \cdot K_C . \end{aligned}$$

Zwangsverdrehung : $\vartheta = M_f / 9.4 \cdot K_C$,

$$t_0 \vartheta = 0.002 ,$$

$$t_\infty \vartheta = 0.008 .$$

Stütze R1 : Normalkraft : $N = -4 \text{ m} \cdot 100 \text{ kN/m} = -400 \text{ kN}$,

$$n/n_p = 0.05 \rightarrow h \cdot \chi_a \text{ (Tab.A2.1)} .$$

Zul. Grenzwinkel

$$t_0 \Theta_a = \frac{1}{3} \cdot \frac{2.50}{0.50} \cdot 0.0015 = 0.003 ,$$

$$t_\infty \Theta_a = \frac{1}{3} \cdot \frac{2.50}{0.50} \cdot 0.0030 = 0.005 .$$

Stütze R2 : Normalkraft : $N = -4 \text{ m} \cdot (100 \text{ kN/m} + 150 \text{ kN/m}) = -1000 \text{ kN}$,

$$n/n_p = 0.013 \rightarrow h \cdot \chi_a \text{ (Tab.A2.1)} .$$

Zul. Grenzwinkel

$$t_0 \Theta_a = \frac{1}{6} \cdot \frac{3.50}{0.50} \cdot 0.0020 = 0.002 ,$$

$$t_\infty \Theta_a = \frac{1}{6} \cdot \frac{3.50}{0.50} \cdot 0.0040 = 0.005 .$$

Die Zwangsverdrehungen sind grösser als die zulässigen Grenzwinkel.

Die Einspannung der Stütze R1 wird auch unten gelöst.

Bild 22.3c

Knoten 1 : Festeinspannmoment: $M_f = 800 \text{ kNm}$.

Stabsteifigkeiten : $S_{12} = 4 \cdot K_C$,

$$S_{13} = 3.2 \cdot K_C .$$

$$\begin{aligned} \text{Zwangsverdrehung} \quad \vartheta &= M_f / 7.2 \cdot K_C , \\ t_0 \quad \vartheta &= 0.003 , \\ t_\infty \quad \vartheta &= 0.010 . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Stütze R2 : Zul. Grenzwinkel :} \quad t_0 \quad \theta_a &= 0.002 , \\ t_\infty \quad \theta_a &= 0.005 . \end{aligned}$$

Die Zwangsverdrehungen sind grösser als die zulässigen Grenzwinkel.
Die Einspannung der Stütze R2 wird oben gelöst.

Bild 22.3d

$$\begin{aligned} \text{Knoten 1 : Festeinspannmoment : } M_f &= 800 \text{ kNm} , \\ \text{Stabsteifigkeiten : } S_{12} &= 4 \cdot K_C , \\ S_{14} &= 3 \cdot E \cdot I_2 / l_2 = 1.6 \cdot K_C , \\ S_{13} &= 6 \cdot E \cdot I_3 / l_3 = \\ &= 6 \cdot l_d \cdot h^3 \cdot K_C / l_3 \cdot b_d \cdot h_d^3 = \\ &= 9.1 \cdot K_C . \\ \text{Zwangsverdrehung} \quad \vartheta &= M_f / 14.7 \cdot K_C , \\ t_0 \quad \vartheta &= 0.001 , \\ t_\infty \quad \vartheta &= 0.005 . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Stütze R2 : Normalkraft} \quad N &= -4m \cdot (100 \text{ kN/m} + 100 \text{ kN/m}) = -800 \text{ kN} , \\ n/n_p &= 0.10 \rightarrow h \cdot \chi_a \text{ (Tab. A2.1)} . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Zul. Grenzwinkel} \quad t_0 \quad \theta_a &= \frac{1}{3} \cdot \frac{3.50}{0.50} \cdot 0.0020 = 0.005 , \\ t_\infty \quad \theta_a &= \frac{1}{3} \cdot \frac{3.50}{0.50} \cdot 0.0040 = 0.009 , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Stütze R3 : Normalkraft} \quad N &= -4m \cdot (2 \cdot 100 \text{ kN/m} + 150 \text{ kN/m}) = -1400 \text{ kN} . \\ n/n_p &= 0.10 \rightarrow h \cdot \chi_a \text{ (Tab. A2.1)} . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Zul. Grenzwinkel} \quad t_0 \quad \theta_a &= \frac{1}{6} \cdot \frac{3.50}{0.65} \cdot 0.0020 = 0.002 , \\ t_\infty \quad \theta_a &= \frac{1}{6} \cdot \frac{3.50}{0.65} \cdot 0.0040 = 0.004 . \end{aligned}$$

Die Zwangsverdrehung überschreitet ganz leicht den zulässigen Grenzwinkel der Stütze R3 zum Zeitpunkt t_{∞} . Dies ist aber tolerierbar.

Ein Kontrolle der Stabmomente zeigt, dass sich die Stütze R3 elastisch verhält:

Stabendmomente:

$$M_{12} = 218 \text{ kNm} < M_{p d, r} = 375 \text{ kNm} \quad .$$

$$M_{13} = 495 \text{ kNm} < M_p(N) = 875 \text{ kNm} \quad .$$

$$M_{14} = 87 \text{ kNm} < M_p(N) = 405 \text{ kNm} \quad .$$

Der plastische Biege widerstand der Stütze R3 (14 Ø 20, $\psi = 0.89$) und der aller anderen Stützen wurde mit einer Bemessungstabelle bestimmt.

Innenstützen

Die in Bild 22.4 gezeichneten Hilfsskizzen erlauben es, die nachfolgenden Berechnungen besser zu verstehen.

Die Einspannung der Stütze 11a wurde vorsehlich gelöst, weil die Stütze eine grosse Zwangsverschiebung infolge des Schwind- und Temperatureinflusses erleiden wird.

Bild 22.4a

$$\text{Knoten 1 : Festeinspannmoment: } M_f = (g+q) \cdot l_{d2}^2 / 12 - g \cdot l_{d1}^2 / 8 = 450 \text{ kNm}$$

$$\text{Stabsteifigkeiten : } S_{12} = 4 \cdot E I_d / l_{d2} = 4 \cdot l_{d1} \cdot K_C / l_{d2} = 3.2 \cdot K_C \quad ,$$

$$S_{13} = 6 \cdot E \cdot I_2 / l_2 = 3.2 \cdot K_C \quad ,$$

$$S_{14} = 3 \cdot E \cdot I_1 / l_1 = 2.2 \cdot K_C \quad .$$

$$S_{15} = 3 \cdot K_C \quad .$$

$$\text{Zwangsverdrehung } \vartheta = M_f / 11.6 \cdot K_C \quad ,$$

$$t_0 \vartheta = 0.001 \quad .$$

$$t_{\infty} \vartheta = 0.004 \quad .$$

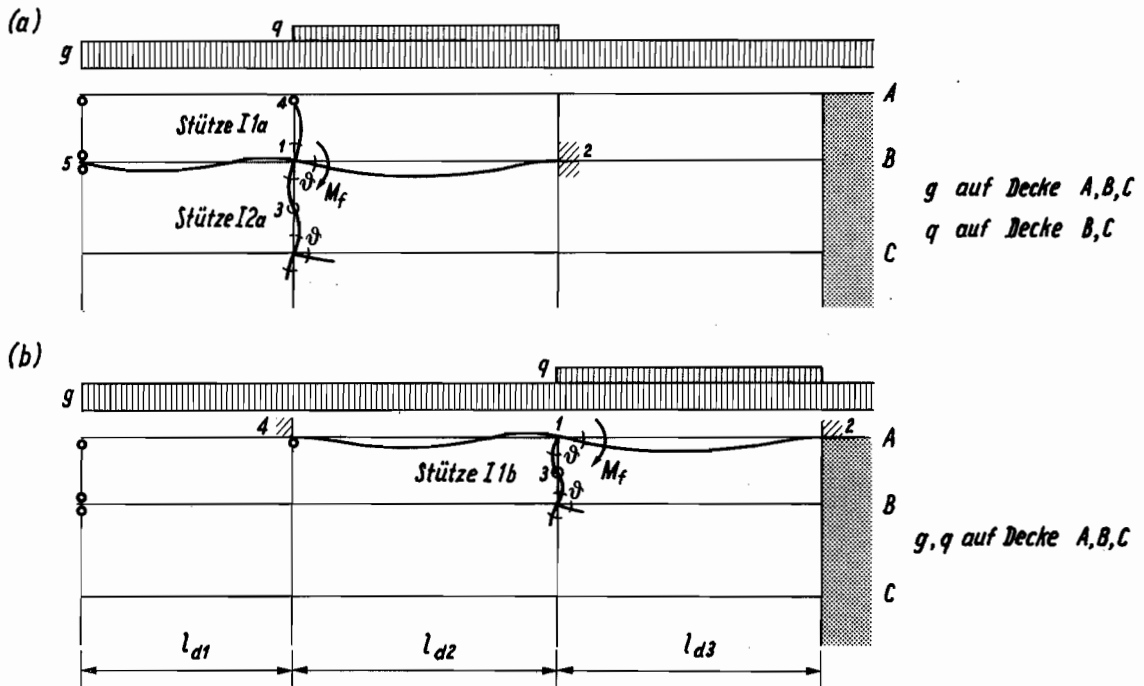


Bild 22.4 : Hilfsskizzen für die Berechnung der Zwangsverdrehung der Innenstützen infolge Lastexzentrizität im Gebrauchszustand

Stütze I1a: Normalkraft

$$N = -9 \text{ m} \cdot 100 \text{ kN/m} = -900 \text{ kN} ,$$

$$n/n_p = 0.11 \rightarrow h \cdot \chi_a \text{ (Tab. A2.1)} .$$

Zul. Grenzwinkel

$$t_0 \quad \theta_a = \frac{1}{3} \cdot \frac{2.30}{0.50} \cdot 0.0020 = 0.003 ,$$

$$t_\infty \quad \theta_a = \frac{1}{3} \cdot \frac{2.30}{0.50} \cdot 0.0040 = 0.006 .$$

Stütze I2a : Normalkraft : $N = -2 \cdot 9 \text{ m} \cdot 100 \text{ kN/m} + 5 \text{ m} \cdot 50 \text{ kN/m} = -2050 \text{ kN} ,$

$$n/n_p = 0.26 \rightarrow h \cdot \chi_a \text{ (Tab. A2.1)} .$$

Zul. Grenzwinkel

$$t_0 \quad \theta_a = \frac{1}{6} \cdot \frac{3.30}{0.50} \cdot 0.0025 = 0.003 ,$$

$$t_\infty \quad \theta_a = \frac{1}{6} \cdot \frac{3.30}{0.50} \cdot 0.0050 = 0.006 .$$

Ein anderer interessanter Verformungsfall ist in Bild 22.4b dargestellt.

Bild 22.4b

Knoten 1 : Festeinspannmoment : $M_f = q \cdot l^2 d_3 / 12 = 415 \text{ kNm}$.

Stabsteifigkeiten : $S_{12} = 3.2 \cdot K_C$,

$S_{14} = 3.2 \cdot K_C$,

$S_{13} = 6 \cdot E \cdot I_1 / l_1 = 4.4 \cdot K_C$.

Zwangsverdrehung : $\vartheta = M_f / 10.8 \cdot K_C$,

$t_0 \vartheta = 0.001$,

$t_\infty \vartheta = 0.004$.

Stütze Ilb : Normalkraft : $N = -10\text{m} \cdot 100\text{kN/m} + 5\text{m} \cdot 50\text{kN/m} = 1250\text{kN}$,

$n/n_p = 0.16 \rightarrow h \cdot \chi_a$ (Tab.A2.1) .

Zul. Grenzwinkel

$$t_0 \Theta_a = \frac{1}{6} \cdot \frac{2.30}{0.50} \cdot 0.0020 = 0.002 ,$$

$$t_\infty \Theta_a = \frac{1}{6} \cdot \frac{2.30}{0.50} \cdot 0.0040 = 0.003 .$$

Der zulässige Grenzwinkel wird zur Zeit t_∞ etwas überschritten. Dies ist aber tolerierbar. Eine Kontrolle der Stabendmomente zeigt, dass sich die Stütze Ilb elastisch verhält.

Stabendmomente:

$$M_{12} = (g + q) \cdot l^2 d_3 / 12 - M_f \cdot S_{12} / \sum S_i = 1250 \text{ kNm} - 123 \text{ kNm} = 1127 \text{ kNm} < M_{pd3} = 1850 \text{ kNm} ,$$

$$M_{14} = q \cdot l^2 d_2 / 12 + M_f \cdot S_{14} / \sum S_i = 835 \text{ kNm} + 123 \text{ kNm} = 958 \text{ kNm} < M_{pd2} = 1850 \text{ kNm} ,$$

$$M_{13} = M_f \cdot S_{13} / \sum S_i = 169 \text{ kNm} = 169 \text{ kNm} < M_p = 435 \text{ kNm} .$$

Der plastische Biege widerstand der Stütze Ilb, auf die eine Normalkraft von 1250 kN wirkt, ist mit Hilfe einer Bemessungstabelle bestimmt worden.

Die Stützen in den unteren Stockwerken sind viel steifer als jene in den oberen Stockwerken. Die Zwangsverdrehungen dieser Stützen infolge exzentrischer Lasten brauchen deshalb nicht kontrolliert zu werden.

Zwangsverschiebung infolge einer Längenänderung der Decke

Es wird angenommen, dass der Wetterumschwung eine Temperaturänderung von $\Delta T = 30^\circ\text{K}$ in der obersten Decke bewirkt. Die daraus resultierende Längenänderung $\delta_t = \alpha_t \cdot \Delta T \cdot l_{df}$ erzeugt eine Zwangsverschiebung der Stützen des obersten Stockwerkes.

Die Decken schwinden unterschiedlich stark. Die relative Längenänderung zwischen der Decke des Erdgeschosses und dem starren Fundament sei zum Zeitpunkt t_∞ gleich $\delta_{CS} = |\epsilon_{CS}| \cdot l_{df}$. Die relative Längenänderung zwischen den einzelnen Decken des Gebäudes wird zu $\delta_{CS} = |\epsilon_{CS}| \cdot l_{df}/3$ angenommen.

Für die Stützen des obersten Stockwerkes ist bei

$$\begin{aligned} t_0 \quad \delta &= \delta_t &= \alpha_t \cdot \Delta T \cdot l_{df} \quad , \\ t_\infty \quad \delta &= \delta_t + \kappa_{CS} \cdot \delta_{CS} &= \alpha_t \cdot \Delta T \cdot l_{df} + \kappa_{CS} \cdot |\epsilon_{CS}| \cdot l_{df} \quad , \text{ wobei } \kappa_{CS} = 1/3 \quad . \end{aligned}$$

Für die Stützen in allen anderen Stockwerken ist bei

$$\begin{aligned} t_0 \quad \delta &= 0 \\ t_\infty \quad \delta &= \delta_{CS} = \kappa_{CS} \cdot |\epsilon_{CS}| \cdot l_{df} \quad , \text{ wobei } \kappa_{CS} = 1/3 \text{ bzw. } 1. \end{aligned}$$

In Tabelle 22.2 ist die Zwangsverschiebung δ infolge des Schwind- und Temperatureinflusses für verschiedene Stützen eingetragen. Ebenfalls aufgeführt ist die zulässige Grenzverschiebung Δ_a .

$$\Delta_a = \xi_e \cdot h \cdot \chi_a \cdot l \quad .$$

Die zulässige Grenzkrümmung ist umso kleiner, je niedriger das Normalkraftniveau n/n_p ist. In der Normalkraft N wurden deshalb nur die permanenten Lasten berücksichtigt.

Die Zwangsverschiebung ist für die beidseitig eingespannte Stütze I1a zu gross (siehe Tabelle 22.2). Die obere Einspannung musste deshalb gelöst werden ($\xi_e \cdot h/l = 1/3$ statt $1/6$).

Stütze	h	l	l_{df}	κ_{cs}	t_o ∂	t_∞ ∂	N	n/n_p	t_o $h \cdot \chi_a$	t_∞ $h \cdot \chi_a$	$\xi_e \cdot h/l$	t_o Δ_a	t_∞ Δ_a
I1a	0.50	2.30	20.0	1/3	6	8	-900	0.11	0.0020	0.0040	1/6	4	7
I1a	0.50	2.30	20.0	1/3	6	8	-900	0.11	0.0020	0.0040	1/3	7	14
I1b	0.50	2.30	10.0	1/3	3	4	-1000	0.13	0.0020	0.0040	1/6	4	7
R2	0.50	3.50	28.0	1/3	0	3	-800	0.10	-	0.0040	1/3	-	33
I2a	0.50	3.30	20.0	1/3	0	2	-1800	0.23	-	0.0050	1/6	-	18
R3	0.65	3.50	28.0	1/3	0	3	-1200	0.09	-	0.0030	1/6	-	9
R6	0.80	3.50	28.0	1	0	8	-2400	0.12	-	0.0040	1/6	-	10
I6a	0.80	3.30	28.0	1	0	6	-5400	0.27	-	0.0050	1/6	-	13
	m	m	m		mm	mm	kN					mm	mm

Tabelle 22.2 : Zwangsverschiebung und Grenzverschiebung von verschiedenen Stützen

Diskussion

In diesem Beispiel wurde angenommen, dass die auf das Flachdach des Gebäudes wirkende Nutzlast gleich gross sei wie die auf eine

Geschossdecke wirkende Nutzlast. Die auf ein Flachdach wirkende Nutzlast ist in Wirklichkeit meistens kleiner, ausgenommen, es handle sich beim Gebäude um ein Parkhaus mit Autoparkplätzen auf dem Dach. Aber auch dann würde es sich um eine mobile und nicht, wie angenommen, um eine permanente Nutzlast handeln.

Die angenommene Temperaturänderung vom 30°K in der obersten Decke ist eher zu hoch. Besser sollten 10°K angenommen werden, da das Dach eines solchen Gebäudes meistens eine aussen liegende Wärmedämmschicht besitzt.

Die getroffenen Annahmen führen dazu, dass es in den Randstützen und in den am weitesten vom Kern entfernt sich befindlichen Innenstützen des obersten Stockwerkes zu Problemen im Gebrauchszustand kommt. Realistischere Annahmen ergäben kleinere Zwangsverdrehungen, wodurch keine Schwierigkeiten aufträten und alle Stützen eingespannt werden könnten.

Zusammenfassung

Gebäude werden oft durch einen Kern oder Schubwände horizontal stabilisiert. Ebenso werden Brückenträger häufig durch ein horizontal unverschiebliches Widerlager gehalten. Entsprechend sind dann die Stützen solcher Systeme gegen seitliches Ausweichen gehalten.

Die tatsächlichen Beanspruchungen solcher Stahlbetonstützen sind schwierig zu bestimmen. Um eine Stütze mit Hilfe der Normalkraft und des Momentes zu dimensionieren, wird die Stütze üblicherweise isoliert vom übrigen Tragwerk betrachtet. Damit wird aber die nichtlineare Interaktion der Stütze mit dem Tragwerk nicht berücksichtigt. Falls aufgrund der Belastung der maximale Biege- und Torsionswiderstand in einem Querschnitt der Stütze erreicht wird, bildet sich ein plastisches Gelenk aus, sodass noch grosse Verformungen erzielt werden können. Die Normalkraft zentriert sich am verdrehten Stützenende sobald der Biege- und Torsionswiderstand erreicht ist. Bruch tritt erst dann ein, wenn die Durchbiegung im plastischen Gelenk ein Moment bewirkt, das gleich dem noch vorhandenen Widerstand ist. Für die Bemessung der Stütze ist nicht der maximale Biege- und Torsionswiderstand wichtig, sondern die aufgezwungenen Endverdrehungen und die aufgebrachte Normalkraft.

In der vorliegenden Arbeit wird eine neue Bemessungsmethode vorgeschlagen, welche der Tatsache Rechnung trägt, dass es sich bei diesen Problemen um Zwangsprobleme handelt. Die Bemessung einer Stütze erfolgt aufgrund der Normalkraft und der Zwangsverdrehungen der Stützenenden, welche sich aus dem Zusammenwirken von Decken (beziehungsweise Träger) und Stütze ergeben. Die Zwangsverdrehungen werden mit den für die gegebene Normalkraft möglichen Grenzwinkeln der Stütze verglichen.

Aufgrund von Versuchsergebnissen von Stahlbetonstützen unter Zwangsverformungen und theoretischen Betrachtungen können vernünftige Grenzwerte für die in einer Stütze möglichen Dehnungen und Krümmungen definiert werden.

Eine Stahlbetonstütze kann eine Stauchung von 0.002 zur Zeit t_0 und

0.007 zur Zeit t_{∞} nach Kriechen erreichen, ohne dass es zum Abplatzen der Betonüberdeckung kommt.

Dehnungen von 0.0011 in den Zugstäben ergeben zulässige Rissweiten.

Die zulässige Grenzkrümmung einer Stütze hängt von der Grösse der aufgebrachten Normalkraft ab und wird von den zwei oben erwähnten Dehnungsgrenzwerten bestimmt.

Eine Stauchung von 0.02 und mehr kann sowohl in den Druckstäben als auch im Kern einer Stahlbetonstütze mit enger Verbügelung (50 bis 100 mm, Bügeldurchmesser 8 bis 12 mm) erreicht werden, ohne dass es zum Ausknicken der Längsstäbe oder zu einem spürbaren Widerstandsverlust im Kern kommt.

Die maximale Grenzkrümmung kann zu $0.02/h \cdot \psi$ festgesetzt werden, womit grosse plastische Krümmungen möglich sind. ψ ist gleich dem Verhältnis von Abstand der einander gegenüberliegenden Längsarmierungen zu Querschnittshöhe h .

Mit der gewählten Definition der möglichen Grenzkrümmungen in einer Stütze können der zulässige und maximale Grenzwinkel für den gegebenen Verformungsfall abgeschätzt werden.

Die IVBH hat 1984 eine kurze Zusammenfassung dieser Arbeit veröffentlicht.

Titel des Artikels :

Design of R.C. Columns Subjected to Imposed End Deformations

Adresse der IVBH :

IABSE-AIPC-IVBH

ETH-Hönggerberg

CH-8093 Zürich, Schweiz

Résumé

Les bâtiments sont souvent stabilisés dans le sens horizontal par un noyau ou des refends. Les tabliers de ponts sont de même fréquemment tenus par une culée avec un appui horizontal fixe. Les colonnes de ces systèmes sont donc toujours tenues vis-à-vis d'un déplacement latéral.

Les sollicitations effectives de ces colonnes en béton armé sont difficiles à estimer. Pour dimensionner une colonne à l'aide de l'effort normal et du moment, on isole habituellement la colonne du reste de la structure. On néglige par conséquent l'interaction non linéaire de la colonne avec la structure. Par ailleurs, si la colonne atteint la résistance à la flexion due aux charges dans une section, une rotule plastique se forme de sorte que de grandes déformations peuvent encore se produire. Après que la résistance à la flexion est atteinte. La rupture n'est atteinte que lorsque la déformation dans la rotule plastique provoque un moment qui devient égal à la résistance encore présente. Les déformations imposées aux extrémités de la colonne et l'effort normal appliqué sont donc importants pour le dimensionnement de la colonne et non pas la résistance flexionnelle maximale.

On propose dans ce travail une nouvelle méthode de dimensionnement, tenant compte du fait qu'il s'agit de problèmes de déformations imposées. Le dimensionnement d'une colonne se fait à l'aide de l'effort normal et des rotations imposées aux extrémités résultant de l'interaction entre dalles (ou tablier) et colonne. On compare donc les rotations imposées avec les angles limites possibles dans la colonne pour l'effort normal donné.

Des résultats d'essais sur des colonnes en béton armé soumises à des déformations imposées et des considérations théoriques permettent de définir des limites raisonnables pour les allongements et courbures possibles dans des colonnes pour les états-limites ultime et d'utilisation.

Une colonne en béton armé peut atteindre un raccourcissement de 0.002 au temps t_0 et de 0.007 au temps t_{∞} après fluage sans qu'il y ait éclatement du béton de recouvrement.

Des allongements de 0.0011 dans les barres d'armatures en traction conduisent à des ouvertures de fissure acceptables.

La courbure limite admissible d'une colonne dépend de l'ampleur de l'effort normal appliqué, elle doit respecter les deux limites d'allongements mentionnées plus haut.

Un raccourcissement de 0.02 et plus peut être atteint dans les barres d'armatures en compression et dans le noyau d'une colonne en béton armé dans laquelle les étriers (8 jusqu'à 12 mm) sont peu espacés (50 jusqu'à 100 mm), sans qu'il y ait flambement des barres longitudinales ni une perte significative de la résistance dans le noyau.

La courbure limite maximale peut être fixée à $0.02/h \cdot \psi$, ce qui est suffisant pour permettre des grandes rotations plastiques. ψ est égal au rapport de la distance entre les barres longitudinales des faces opposées et la largeur de la colonne h .

La définition des courbures limites possibles dans une colonne permet l'estimation de l'angle limit admissible et maximal pour le cas de déformation donné.

L'AIPC a publié en 1984 un bref résumé de ce travail en anglais.

Titre de l'article :

Design of R.C. Columns Subjected to Imposed End Deformations

Adresse de l'AIPC :

IAPSE-AIPC-IVBH

ETH-Hönggerberg

CH-8093 Zürich, Suisse

Summary

Buildings are very often horizontally stabilized by means of a core or by shear walls. Bridge girders are also often laterally restrained by a horizontal fixed support at the abutment. It follows that the columns of such systems are restrained against any lateral movement. The actual design actions for such reinforced concrete columns are difficult to estimate. For the design of such a column using a normal force and moment, it is usual to isolate the column from the rest of the structure. Consequently, the nonlinear interaction of the column with the structure is neglected. Actually if the maximum flexural resistance due to external loads will be attained in a section of the column a plastic hinge will simply be formed which allows further large deformations to occur. The normal force starts to centre itself at the rotated column end after the maximum flexural resistance has been reached. The column fails when the deflection within the plastic hinge produces a moment which becomes equal to the remaining resistance. The imposed end deformation and the applied normal force are important for the design of a column and not the maximum flexural resistance.

A new design method is proposed in this work, which takes into account the fact that these are problems of imposed deformations. The design of a column is carried-out by considering the normal force and the imposed end rotations due to the interaction of the column with the slabs (or the girder). The imposed end rotations are then compared with the possible limit end rotations of the column for the given normal force.

Results from tests on reinforced concrete columns under imposed deformations and theoretical considerations make it possible to define reasonable limits for the possible strains and curvatures in columns for the ultimate and serviceability limit states.

A reinforced concrete column can reach a compression strain of 2×10^{-3} at time t_0 and 7×10^{-3} , after creep, at time t_{∞} without any concrete

spalling. Average strains of about 1.1×10^{-3} in tension reinforcement bars lead to small, permissible cracks.

The admissible limit curvature in a column depends on the level of the applied normal force and is limited by the two above mentioned strain limits.

A strain of 20×10^{-3} and more can be reached in the compression reinforcement bars and in the core of reinforced concrete columns with closely spaced (50 to 100 mm) stirrups (8 to 12 mm) without buckling of the reinforcement bars nor any significant loss in the resistance of the core concrete.

The maximum limit curvature can be fixed to $0.02/h \cdot \psi$, which is sufficiently large to allow large plastic rotations. ψ is equal to the ratio of the distance between the longitudinal reinforcement of opposite faces and the column width, h .

The definition of the possible limit curvatures in a column allows the estimation of the admissible and maximum limit angle for the given deformation case.

IAPSE has published in 1984 a small summary of this thesis in english.

Title of the article :

Design of R.C. Columns Subjected to Imposed End Deformations

Address of IAPSE :

IAPSE-AIPC-IVBH

ETH-Hönggerberg

CH-8093 Zürich, Switzerland

Resumen

Los edificios están estabilizados a menudo por un núcleo y/o por muros de corte. De la misma manera, los tableros de puentes están frecuentemente sostenidos por un estribo con un apoyo horizontal fijo. En consecuencia, las columnas de tales sistemas se encuentran siempre sostenidas cuando se produce un desplazamiento lateral.

Las sollicitaciones efectivas de estas columnas en hormigón armado son difíciles de estimar. Para dimensionar una columna, mediante el esfuerzo normal y el momento, generalmente se aísla la columna del resto de la estructura. De esta manera se desprecia la interacción no lineal de la columna con la estructura. Por otra parte, si la columna alcanza la resistencia a la flexión en una sección debido a las cargas, una rótula plástica se forma permitiendo grandes deformaciones. Después que la resistencia a la flexión ha sido alcanzada, el esfuerzo normal comienza a centrarse en la extremidad de la columna que está sometida a una rotación. La ruptura es alcanzada cuando la deformación en la rótula plástica produce un momento que es igual a la resistencia aún existente. Las deformaciones impuestas en las extremidades de la columna y el esfuerzo normal aplicado son importante para el dimensionamiento de la columna y no así la resistencia máxima a la flexión.

Se propone en este trabajo un nuevo método de dimensionamiento teniendo en cuenta el hecho de que se trata de problemas de deformaciones impuestas. El dimensionamiento de una columna se hace por medio del esfuerzo normal y de las rotaciones impuestas en los extremos, resultando dichas rotaciones de la interacción entre las lozas (o el tablero) y la columna. De este modo se comparan las rotaciones impuestas con las rotaciones límites que son posibles en la columna para el esfuerzo normal dado.

Los resultados de ensayos sobre columnas en hormigón armado sometido a deformaciones impuestas y consideraciones teóricas permiten de definir

límites razonables para los alargamientos relativos y las curvaturas en columnas para los estados límites último y de utilización.

Una columna en hormigón armado puede alcanzar un encogimiento relativo de 0.002 al tiempo t_0 y de 0.007 al tiempo t_{∞} bajo el efecto de la fluencia, sin que haya descascaramiento del hormigón.

Alargamientos relativos de 0.0011 en las barras de armadura en tracción conducen a aberturas de fisuras aceptables.

La curvatura límite admisible de una columna depende de la magnitud del esfuerzo normal aplicado y ella debe respetar los dos límites de alargamiento relativo mencionados más arriba.

Un encogimiento relativo de 0.02 y más puede ser alcanzado en las barras de armadura en compresión y en el núcleo de una columna en hormigón armado en la cual los estribos (8 hasta 12 mm) están poco espaciados (50 hasta 100 mm), sin que haya pandeo de las barras longitudinales ni una pérdida apreciable de la resistencia en el núcleo.

La curvatura límite máxima puede ser fijada a $0.02/h \cdot \psi$, lo que es suficiente para permitir grandes rotaciones plásticas. ψ es igual a la relación entre la distancia que separa las barras longitudinales de las caras opuestas y el ancho h de la columna.

La definición de las curvaturas límites posibles en una columna permite la estimación de la rotación límite admisible y máxima para el caso de deformación dado.

La AIPC a publicado en 1984 un breve resumen de este trabajo en inglés.

Título del artículo :

Design of R.C. Columns Subjected to Imposed End Deformations

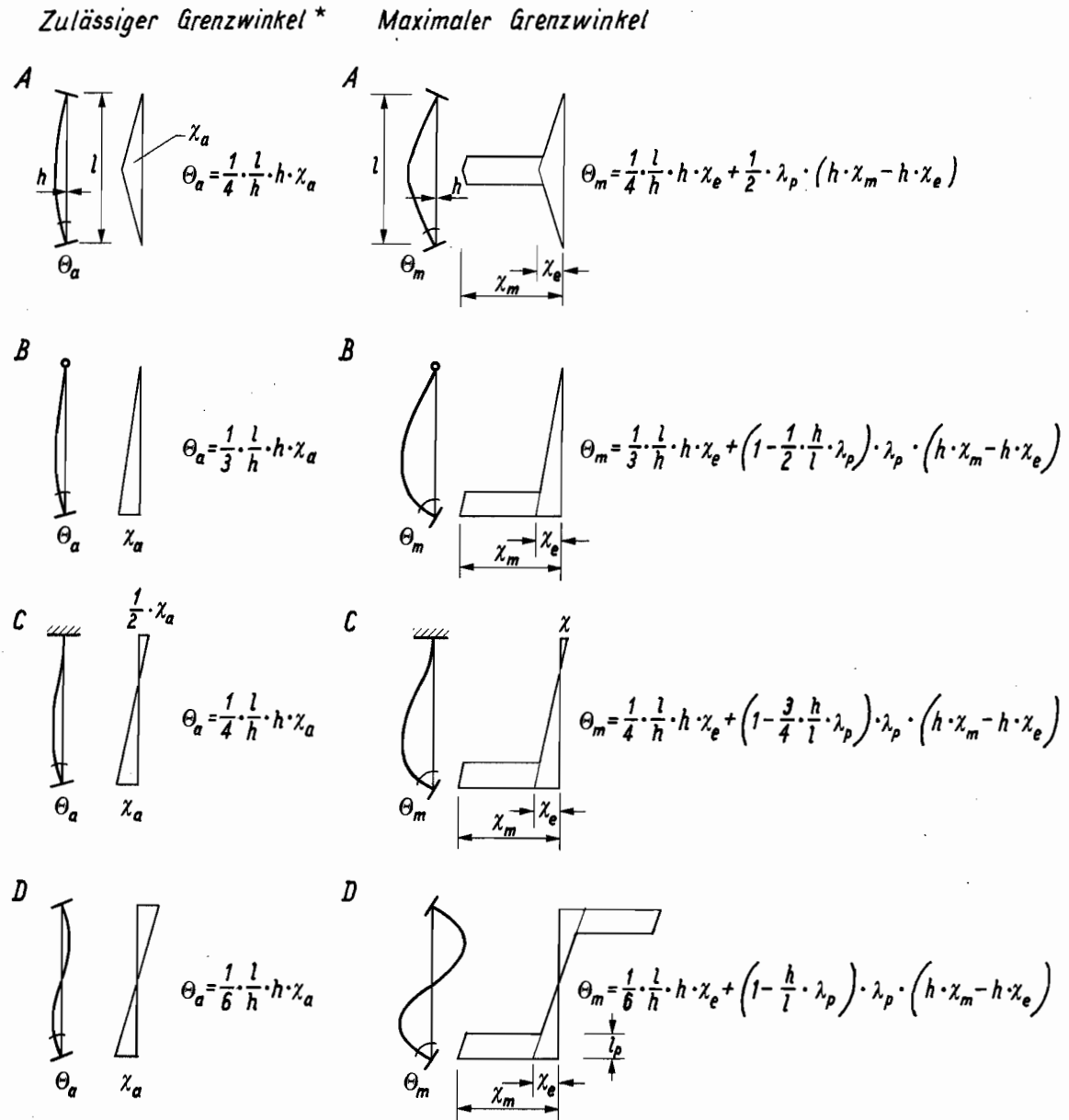
Dirección de la AIPC :

IABSE-AIPC-IVBH

ETH-Hönggerberg

CH-8093 Zürich, Suiza

Anhang A1 : Formeln für die Berechnung der Grenzwinkel



* Mit den Formeln für die zulässigen Grenzwinkel lassen sich auch die plastischen Grenzwinkel berechnen indem $h \cdot \chi_a$ durch $h \cdot \chi_e$ ersetzt wird.

Bild A1.1 : Krümmungsverläufe und Grenzwinkel für die vier Verformungsfälle A,B,C,D

Anhang A2 : Zulässige, plastische und maximale Grenzkrümmungen

einer Stütze in Abhängigkeit vom Normalkraftniveau

n/n_p	$h \cdot \chi_a(t_0)$	$h \cdot \chi_a(t_\infty)$	$h \cdot \chi_e(t_0)$	$h \cdot \chi_e(t_\infty)$
0 ÷ 0.05	0.0010	0.0020	0.0035	0.0045
0.05 ÷ 0.1	0.0015	0.0030	0.0040	0.0055
0.1 ÷ 0.2	0.0020	0.0040	0.0045	0.0065
0.2 ÷ 0.4	0.0025	0.0050	0.0050	0.0075
0.4 ÷ 0.5	0.0020	0.0050	0.0045	0.0075
0.5 ÷ 0.6	0.0015	0.0040	0.0040	0.0065
0.6 ÷ 0.7	0.0010	0.0030	0.0035	0.0055
0.7 ÷ 0.8	0.0005	0.0015	0.0015	0.0025

Tabelle A2.1 : Zulässige und plastische Grenzkrümmungen für die Zeitpunkte t_0 und t_∞

n/n_p	$h \cdot \chi_m$
0 ÷ $0.8 \cdot \psi$	$\frac{10 \cdot \epsilon_{yc} }{\psi}$

Tabelle A2.2 : Maximale Grenzkrümmung für die Zeitpunkte t_0 und t_∞

Anhang A3 : Zulässiger Schlankheitsgrad in Funktion

des Normalkraftniveaus

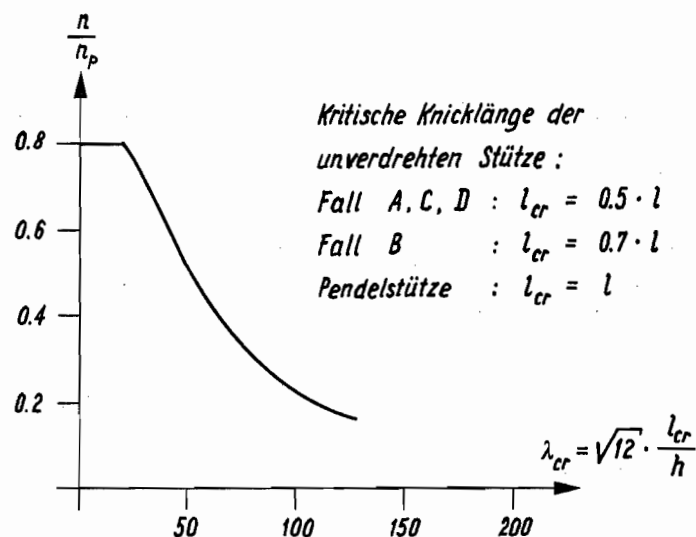


Bild A3.1 : Zulässiger Schlankheitsgrad für t_{∞} für alle Stützen mit einem Armierungsgehalt grösser gleich $\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c| = 0.15$ und einem Verhältnis Stahlabstand zu Querschnittshöhe ψ zwischen 0.6 und 1.0 damit kein zentrisches Knicken auftritt

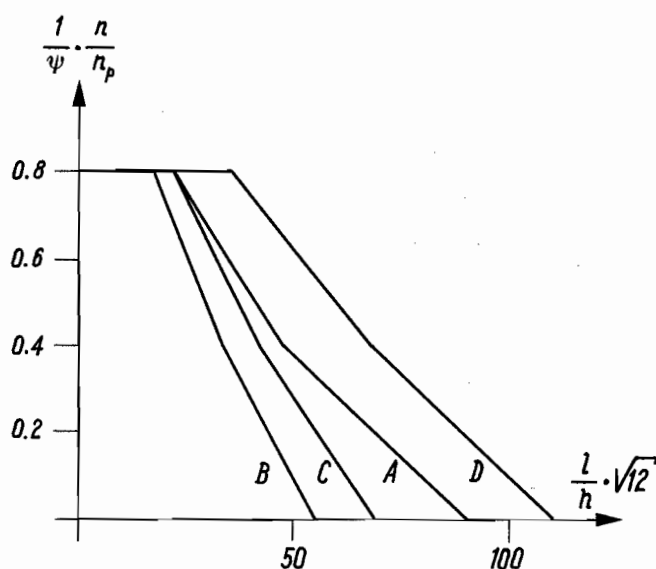
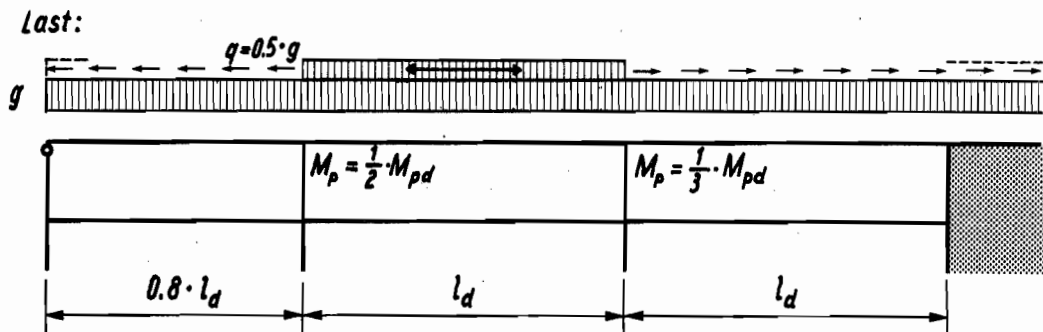


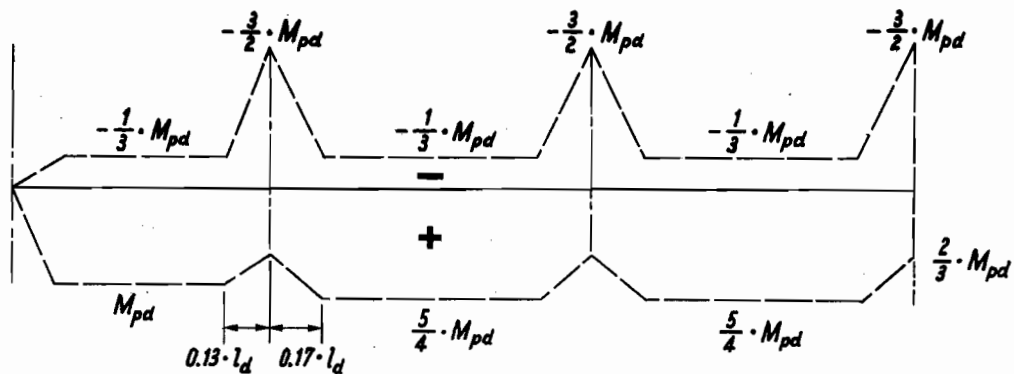
Bild A3.2 : Zulässiger Schlankheitsgrad für alle Stützen mit einem Armierungsgehalt von mindestens $\rho_{tot} \cdot f_y / |f_c| = 0.15$ und einem Verhältnis Stahlabstand zu Querschnittshöhe ψ zwischen 0.6 und 1.0 damit der Einfluss 2. Ordnung nicht kontrolliert zu werden braucht

Anhang A4 : Berechnung eines Durchlaufträgers

In Bild A4.1a ist ein Gebäude gegeben, deren oberste Decke den in Bild A4.1b eingetragenen Biege­widerstand besitze. Die auf das Gebäude wirkende Nutzlast q betrage 50 0/0 der permanenten Last g .



(a) Deckenbelastung und Biege­widerstand der Stützen



(b) Biege­widerstandsdiagramm der Decke

Bild A4.1 : Gebäude

Es soll der massgebende Bruchmechanismus der Decke gefunden werden sowie die Traglast der Decke bestimmt werden.

Der Bruchsicherheitskoeffizient sei 1.8.

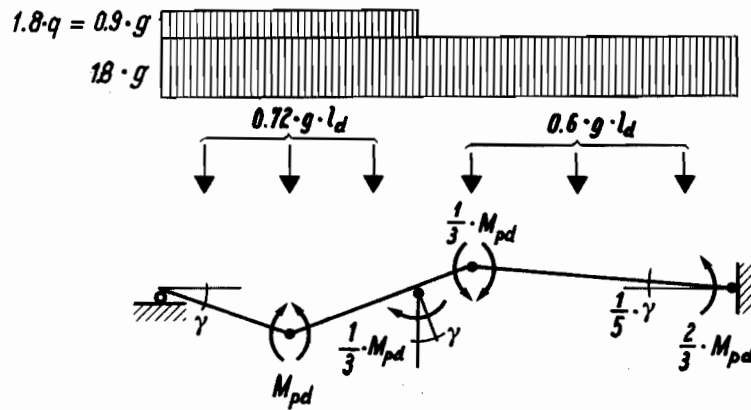


Bild A4.2 : Mechanismus I

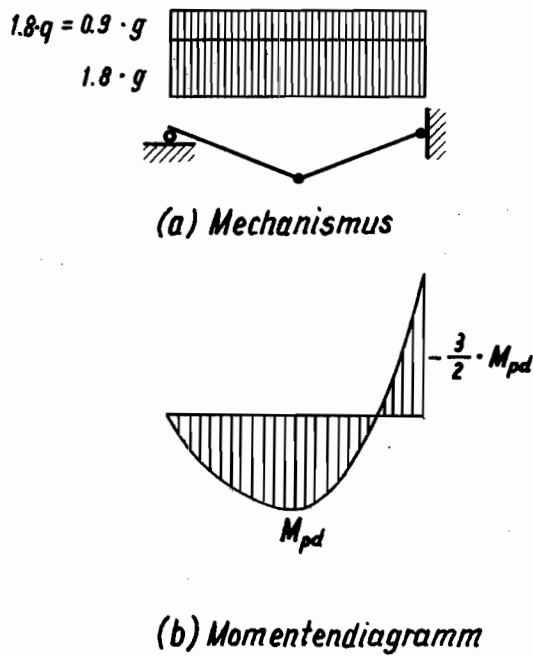


Bild A4.3 : Mechanismus II

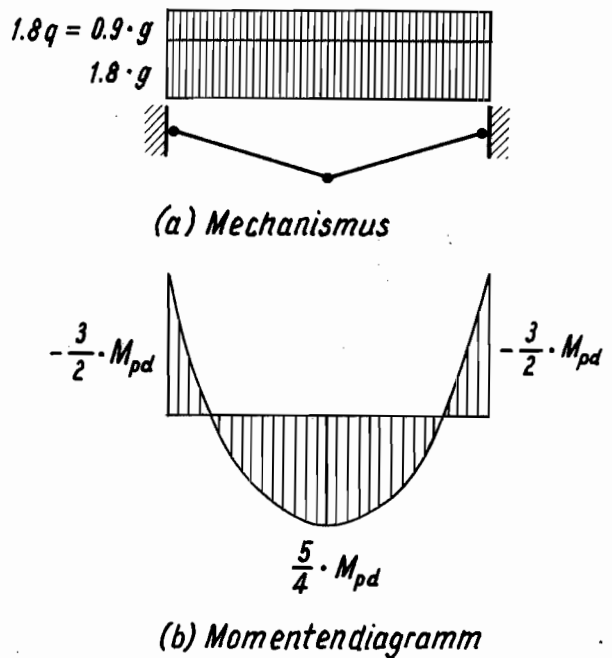
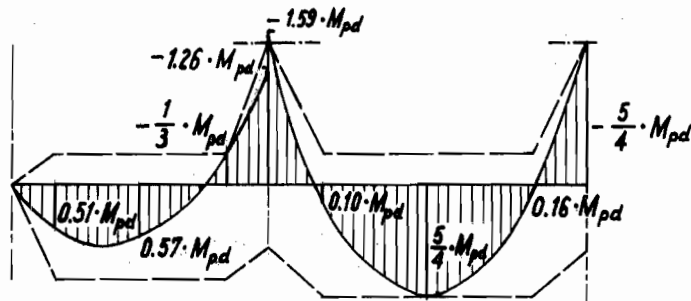
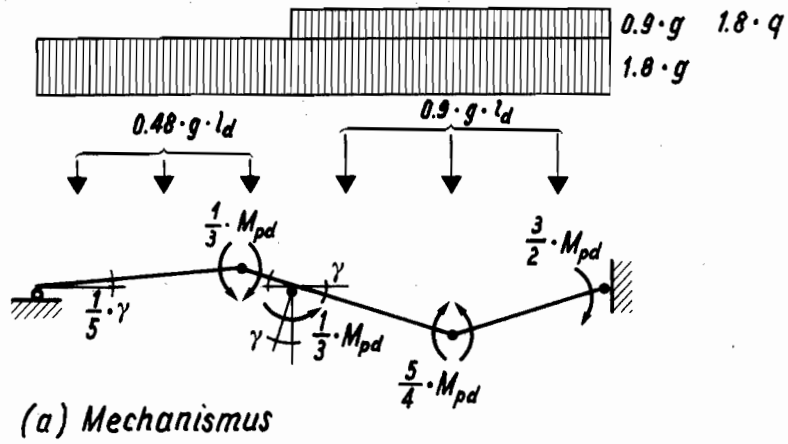


Bild A4.4 : Mechanismus III



$$M_{hd}^- = 1.26 \cdot M_{pd} \quad M_{sd}^- = 1.59 \cdot M_{pd}$$

$$M_p = \frac{1}{3} \cdot M_{pd}$$

(c) Gleichgewicht beim Innenknoten : $M_{sd}^- = M_{hd}^- + M_p$

Bild A4.5 : Mechanismus IV

Es können die in den Bildern A4.2 bis A4.5 gezeigten vier unabhängigen Mechanismen unterschieden werden.

Mechanismus I

Die bei einer virtuellen Verdrehung γ geleistete äussere Arbeit entspricht der geleisteten inneren Arbeit.

Die äussere Arbeit ist

$$A_a = 0.72 \cdot g \cdot l_d \cdot 0.8 \cdot (\gamma \cdot l_d / 6 + \gamma \cdot l_d / 2 + \gamma \cdot l_d / 6) - 0.6 \cdot g \cdot l_d \cdot (\gamma \cdot l_d / 6 + \gamma \cdot l_d / 10 + \gamma \cdot l_d / 30)$$

$$A_a = 0.3 \cdot g \cdot l_d \cdot \gamma$$

Die innere Arbeit ist

$$-A_i = 2 \cdot \gamma \cdot M_{pd} + \gamma \cdot M_{pd} / 3 + 1.2 \cdot \gamma \cdot M_{pd} / 3 + 0.2 \cdot \gamma \cdot M_{pd} / 1.5 = 2.87 \cdot M_{pd} \cdot \gamma$$

Durch Gleichsetzen der Gleichungen ergibt sich

$$g_{\text{I}} = 9.6 \cdot M_{pd} / l_d^2$$

Mechanismus II

Es gilt

$$1.8 \cdot 1.5 \cdot g \cdot (0.8 \cdot l_d)^2 / 8 = M_{pd} + 0.75 \cdot M_{pd}$$

Damit ist

$$g_{\text{II}} = 8.1 \cdot M_{pd} / l_d^2$$

Mechanismus III

Es gilt

$$1.8 \cdot 1.5 \cdot g \cdot l_d^2 / 8 = 1.25 \cdot M_{pd} + 1.5 \cdot M_{pd} \quad .$$

Damit ist

$$g_{III} = 8.1 \cdot M_{pd} / l_d^2 \quad .$$

Mechanismus IV

Die äussere Arbeit ist

$$\begin{aligned} A_a &= 0.9 \cdot g \cdot l_d \cdot (\gamma \cdot l_d / 6 + \gamma \cdot l_d / 2 + \gamma \cdot l_d / 6) - 0.48 \cdot g \cdot l_d \cdot 0.8 \cdot (\gamma \cdot l_d / 6 + \gamma \cdot l_d / 10 + \gamma \cdot l_d / 30) \\ &= 0.63 \cdot g \cdot l_d \cdot \gamma \quad . \end{aligned}$$

Die innere Arbeit ist

$$- A_i = 1.2 \cdot \gamma \cdot M_{pd} / 3 + \gamma \cdot M_{pd} / 3 + 2 \cdot \gamma \cdot 1.25 \cdot M_{pd} + \gamma \cdot 1.5 \cdot M_{pd} = 4.73 \cdot M_{pd} \cdot \gamma \quad .$$

Durch Gleichsetzen der Gleichungen ergibt sich

$$g_{IV} = 7.5 \cdot M_{pd} / l_d^2 \quad .$$

Mechanismus IV ergibt die kleinste Last. Die Traglast wurde gefunden, falls die Plastizitätskontrolle zeigt, dass das Moment im Durchlaufträger überall kleiner oder gleich dem vorhandenen plastischen Biege­widerstand ist.

Die Plastizitätskontrolle zeigt aber, dass beim Innenknoten das Moment der sich senkenden Decke grösser ist als der vorhandene plastische Biege­widerstand (Bild A4.5c). Ein solcher Mechanismus ist somit nicht möglich. Massgebender Mechanismus ist daher Mechanismus I, bzw. II, bei denen die Gleichgewichts- und die Plastizitätsbedingung erfüllt ist.

Die Traglast beträgt $g = 8.1 \cdot M_{pd} / l_d^2$.

Anhang A5 : Verteilte Armierung

Möchte man für Querschnitte mit Armierungen, die über den ganzen Umfang verteilt sind, analytische Gleichungen herleiten, die das Verformungsverhalten beschreiben, so empfiehlt es sich für die über die Querschnittshöhe verteilte Armierung eine in Querschnittsmitte konzentrierte Armierung anzunehmen (siehe Beispiel Bild A5.1a/b). Die sich ergebenden Ausdrücke haben den Vorteil einfach und überblickbar zu sein.

Die in Bild A3.2 dargestellten Bereiche, in denen das Normalkraft- und Schlankheitsverhältnis einer Stütze liegen darf, damit der Einfluss 2. Ordnung nicht kontrolliert zu werden braucht, gelten auch für die Stützen mit verteilter Armierung, wenn in der Bestimmung des Normalkraftniveaus der Abstand der auf zwei Seiten konzentriert gedachten Armierung $\bar{\psi}$ (Bild A5.1c) verwendet wird. Der Widerstand der Stütze wird dabei etwas unterschätzt, da der Beton mit dem Abstand $\bar{\psi}$ "bestraft" wird.

Bessere Resultate, d.h. höhere zulässige Normalkraftniveaus ergeben sich, wenn die in Kapitel 18 erwähnten Kontrollen ($m_2 < m_{pk}/4$ bzw. $m_2 < m_{pk}$) durchgeführt werden.

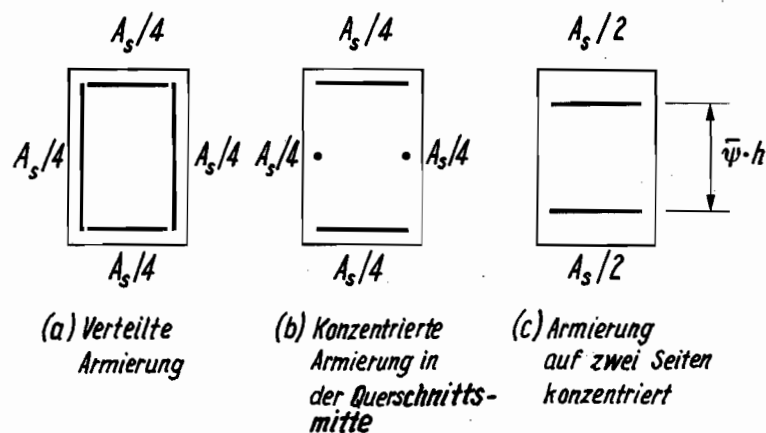


Bild A5.1 : Querschnitte

Anhang A6 : Schiefe Biegung

Mit den in Teil III und V hergeleiteten Formeln für die Berechnung der Grenzwinkel und Zwangsverdrehungen einer Stütze kann die Trag- und Gebrauchsfähigkeit von einaxig beanspruchten Stahlbetonstützen kontrolliert werden.

Wie aber steht es mit Stützen, die nicht einaxig, sondern schief verdreht werden, wie dies häufig vorkommt?

Dazu sei der in Bild A6.1 gegebene Querschnitt einer rechteckigen Stütze, dessen Breite b gleich der Hälfte der Höhe h ist, betrachtet werden. Der Querschnittsbiege­widerstand sei um die y -Achse maximal und um die z -Achse minimal. Die Verdrehungsachse sei durch den Winkel Θ gegeben.

Betrachtet man die Gleichungen (Formeln in Bild A1.1) für die zulässigen und maximalen Grenzwinkel, beziehungsweise die darin vorkommenden Koeffizienten ξ_e und ξ_p (Bild 9.4 und 11.18), so erkennt man, dass der zulässige Grenzwinkel für eine Verdrehung um die y -Achse nur gleich der Hälfte des zulässigen Grenzwinkels um die z -Achse ist. Das Schlankheitsverhältnis ist bei der Verdrehung um die y -Achse l/h und bei der Verdrehung um die z -Achse $l/b = 2 \cdot l/h$. Beim maximalen Grenzwinkel ist der Unterschied hingegen weniger gross, weil das Schlankheitsverhältnis eine weniger grosse Rolle beim plastischen Deformationsanteil des Grenzwinkels spielt.

Bei einer schiefwinkligen Verdrehungsachse (Bild A6.1) liegen die Grenzwinkel zwischen den Grenzwinkeln für die y und z -Achse.

Bei einer schiefwinkligen Zwangsverdrehung einer Stütze können die Komponenten in der y und z -Achse mit den entsprechenden Grenzwinkeln verglichen werden. Normalerweise ist zum vorneherein klar, welche der beiden Hauptachsen der Stütze die massgebende Verdrehungsachse ist, sodass die Trag- und Gebrauchsfähigkeit nur für die Verdrehung um die eine Achse nachgewiesen werden muss.

Besitzt die Decke, welche die Zwangsverdrehung verursacht, unterschiedlich grosse Spannweiten (Bild A6.2a), so ist jene Hauptachse der Stütze massgebend, die parallel zur grösseren Spannweite verläuft, da die Zwangsverdrehung um diese Achse um ein vielfaches grösser ist als die Zwangsverdrehung um die andere Achse. Bei gleich grossen Spannweiten (Bild A6.2b) ist jene Hauptachse massgebend, die parallel zur kurzen Stützenseite verläuft.

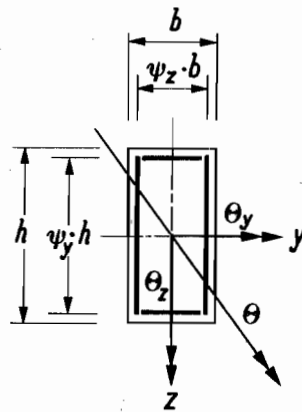


Bild A6.1 : Querschnitt ($h = 2 \cdot b$, Armierung auf jeder Seite: $A_s/4$)

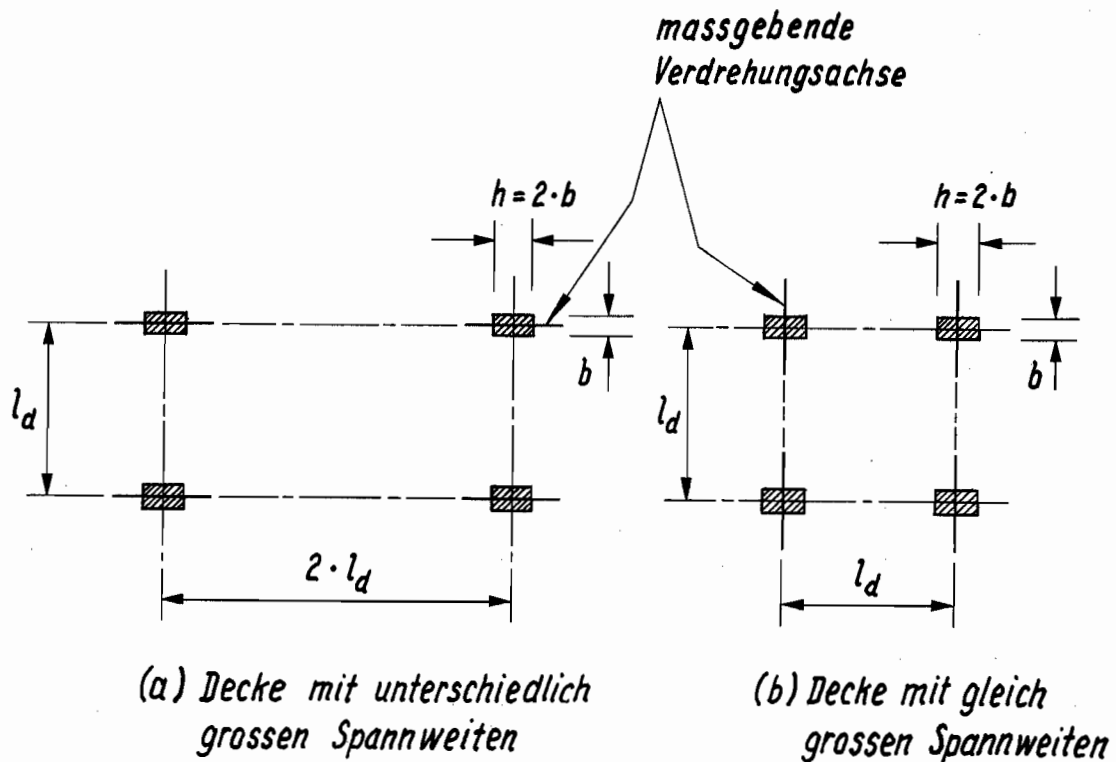


Bild A6.2 : Grundrisse von
horizontal gehaltenen Decken

Anhang A7 : Erdbeben

Die bei einem Erdbeben auf ein Gebäude wirkenden dynamischen Kräfte werden am geeignetsten durch den Kern oder durch Scheibenwände aufgenommen.

Bei einem starken Beben kann es zu grösseren horizontalen Verschiebungen des Gebäudes kommen. Falls die in einem Erdbeben zu erwartenden Verschiebungen δ bekannt sind, können sie mit den Grenzverschiebungen Δ der einzelnen Stützen verglichen werden:

- $\delta < \Delta_a$: An der Stütze kommt es zu keinen Schäden.
- $\Delta_a < \delta < \Delta_e$: Grössere Risse und leichtes Abplatzen des Betons zu erwarten.
- $\Delta_e < \delta < \Delta_m$: Es kommt zu grösseren plastischen Verformungen. Die Stütze wird an ihren Enden stark beschädigt.
- $\Delta_m < \delta$: Die Stütze verliert ihre Tragfähigkeit.

Literatur

-
- [4.1] Scott B.D., Park R. and Priestley M.J.N.,
"Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping
Hoops at Low and High Strain Rates",
ACI JOURNAL, Title no. 79-2, January-February 1982.
- [4.2] Grenacher M.,
"Einfluss von Verschiebungen und verschiedenen Lagerungen
auf das Tragverhalten von Stahlbetonstützen",
Februar 1976, Bericht Nr. 61, IBK, ETH Zürich,
Birkhäuser Verlag Basel · Boston · Stuttgart.
- [4.3] Ford J.S., Chang D.C. and Breen J.E.,
"Behavior of Concrete Columns Under Controlled Lateral
Deformation",
ACI JOURNAL, Title no. 78-1, January-February 1981.
- [6.1] Rossi M.,
"Unelastisches Verhalten zyklisch verformter Stahlbetonbalken",
März 1982, Bericht Nr. 125, IBK, ETH Zürich,
Birkhäuser Verlag Basel · Boston · Stuttgart.
- [7.1] Oelhafen U.H.,
"Formänderungen von Stahlbetonstützen unter exzentrischer
Druckkraft",
Oktober 1970, Bericht Nr. 31, IBK, ETH Zürich,
Birkhäuser Verlag Basel · Boston · Stuttgart.
- [9.1] Najdanovic D.,
"Vérification de l'état d'utilisation des colonnes en béton
armé sous l'effet de déformations imposées de longue durée,
Thèse en préparation à l'EPFL.

- [13.1] Manuel du CEB.
"Fissuration et déformations"
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1983.
- [14.1] Chang D.C..
"Behavior of Multipanel Reinforced Concrete Frames
Subjected to Vertical and Lateral Loads",
PhD Dissertation, The University of Texas at Austin, May 1977.
- [14.2] Ford J.S..
"Behavior of Concrete Columns in Unbraced Multipanel Frames",
PhD Dissertation, The University of Texas at Austin, Dec.1977.
- [14.3] Alani A.F..
"Correlation of Physical Tests with Computer Simulation
Models for Slab and Girder Bridge Systems",
PhD Dissertation, The University of Texas at Austin, May 1971.
- [14.4] Bazzi G..
"Ein Beitrag zur dynamischen Berechnung nichtlinearer
Tragwerke", Nr. 7018,
Dissertation am Institut für Informatik, ETH Zürich, 1982.
- [14.5] Thürlimann B., Marti P., Pralong J., Ritz P., Zimmerli B..
"Anwendung der Plastizitätstheorie auf Stahlbeton",
Vorlesung, Institut für Baustatik und Konstruktion,
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 1983.
- [15.1] Uppal J.Y. and Kemp K.O..
"An Instability Theory of Failure for Concrete",
Magazine of Concrete Research (London), Vol.25, No.82:
March 1973, pp. 21-30.
- [22.1] SIA Norm 160 (Ausgabe 1970), Art. 17.2,
"Norm für die Belastungsannahmen, die Inbetriebnahme und
die Ueberwachung der Bauten".
Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein, Zürich.

Bezeichnungen

Geometrische und mechanische Grössen

A	Massgebende Belastungsfläche (Kapitel 22)
$\bar{A} = 500 \text{ m}^2$	Fläche (Kapitel 22)
A_c	Betonfläche
A_{sb}	Stahlfläche unten
A_{st}	Stahlfläche oben
$A_{stot} = A_{sb} + A_{st}$	Totale Stahlfläche
b	Querschnittsbreite
h	Querschnittshöhe
i	Trägheitsradius
I	Trägheitsmoment
l, L	Länge
l/h	Schlankheitsverhältnis
l_{cr}	Kritische Knicklänge
l_{df}	Abstand der eingespannten Stütze bis zum Fixpunkt
$l_p = \lambda_p \cdot h$	Plastische Gelenklänge
s_s	Bügelabstand
x, y, z	Koordinaten
$\lambda = l/i$	Schlankheitsgrad
$\lambda_{cr} = l_{cr}/i$	Kritischer Schlankheitsgrad
$\lambda_p = l_p/h$	Verhältnis der plastischen Gelenklänge zur Querschnittshöhe
$\nu = 1 - A/\bar{A}$	Nutzlastabminderungsfaktor (Kapitel 22)
$\rho = A_{stot} / 2 \cdot \psi \cdot b \cdot h$	Armierungsgehalt unten/oben, falls $A_{sb} = A_{st}$

$\rho_b = A_{sb} / \psi \cdot b \cdot h$	Armierungsgehalt unten
$\rho_t = A_{st} / \psi \cdot b \cdot h$	Armierungsgehalt oben
$\rho_{tot} = \psi \cdot (\rho_b + \rho_t) = (A_{sb} + A_{st}) / b \cdot h = \psi \cdot (\omega_b + \omega_t) \cdot f_c / f_y$	Totaler Armierungsgehalt
$\rho_{tot} \cdot f_y / f_c = 2 \cdot \psi \cdot \omega$	Totaler Armierungsgehalt, falls $A_{sb} = A_{st}$
$\rho_1 = \rho_b + \rho_t$	(Kapitel 5.2)
$\rho_2 = \rho_b - \rho_t$	(Kapitel 5.2)
v	Anzahl Decken über einer Stütze (Kapitel 22)
$\psi, \bar{\psi}$	Verhältnis Stahlabstand zu Querschnittshöhe
$\omega = A_{stot} \cdot f_y / f_c \cdot 2 \cdot \psi \cdot b \cdot h = \rho \cdot f_y / f_c $	Mechanischer Armierungsgehalt unten/oben falls $A_{sb} = A_{st}$
$\omega_b = A_{sb} \cdot f_y / f_c \cdot \psi \cdot b \cdot h = \rho_b \cdot f_y / f_c $	Mechanischer Armierungsgrad unten
$\omega_t = A_{st} \cdot f_y / f_c \cdot \psi \cdot b \cdot h = \rho_t \cdot f_y / f_c $	Mechanischer Armierungsgrad oben
\emptyset	Bügeldurchmesser

Kraftgrößen

G	Eigengewicht
g	Eigengewicht pro Lauf- oder Quadratmeter
H, H'	Horizontale Kraft
M, M'	Moment, Biege­widerstand
$m = M/M_0 = m_1 + m_2 = m_c + m_s$	Bezogenes Moment, bezogener Biege­widerstand
m_c	Betonanteil am bezogenen Biege­widerstand
M_f	Festeinspannmoment
M_{hd}	Moment in der sich hebenden Decke
M_p	Maximaler Biege­widerstand
$m_p = M_p/M_0$	Bezogener maximaler Biege­widerstand

M_{pd}	Plastisches Moment der Decke in Feldmitte (positiv) oder bei einer Innenstütze (negativ)
$M_{pd,f}$	Plastisches Moment der Decke im Feld
$M_{pd,r}$	Plastisches Moment der Decke bei einer Randstütze
M_{pk}	Maximaler Biege­widerstand des Kernquerschnitts
$m_{pk} = M_{pk}/M_0$	Bezogener maximaler Biege­widerstand des Kernquerschnitts
m_s	Stahlanteil am bezogenen Biege­widerstand
M_{sd}	Moment in der sich senkenden Decke
$M_0 = b \cdot h^2 \cdot f_c / 2$	Bezugsmoment
$M_1 = e_1 \cdot N$	Moment 1.Ordnung
$m_1 = M_1/M_0$	Bezogenes Moment 1.Ordnung
$M_2 = N \cdot w$	Moment 2.Ordnung
$m_2 = M_2/M_0$	Bezogenes Moment 2.Ordnung
N, N'	Normalkraft
$n = N/N_0 = n_c + n_s$	Bezogene Normalkraft
$N_p = A_c \cdot f_c + A_s \cdot f_{yc}$	Plastische Normalkraft
$n_p = -1 - \rho_{tot} \cdot f_y / f_c $	Bezogene plastische Normalkraft ($n_p = -1 - 2 \cdot \psi \cdot \omega$ falls $A_{sb} = A_{st}$)
n_s	Stahlanteil an der bezogenen Normalkraft
$N_0 = b \cdot h \cdot f_c $	Bezugsnormalkraft
$N^* = s \cdot N$	Rechnerische Bruchlast
$n^* = N^*/N_0$	Bezogene rechnerische Bruchlast
Q	Nutzlast
q	Nutzlast pro Lauf- oder Quadratmeter

Elastizitätsmoduli, Festigkeitswerte, Steifigkeiten, Spannungen

E	Elastizitätsmodul
E_C	Elastizitätsmodul des Betons
E_{ct}	Tangentenmodul des Betons
E_S	Elastizitätsmodul des Stahls
E_{st}	Tangentenmodul des Stahls
E_V	Verfestigungsmodul des Stahls
f_C	Druckfestigkeit des Betons
f_{sc}	Druckfestigkeit des Stahls
f_y, f_{yc}	Fliessspannung des gezogenen bzw. des gedrückten Stahls
$K_C = E \cdot I_{ij} / l_{ij}$	Steifigkeit für $\lambda = 1$
$S_{ij} = \lambda \cdot E \cdot I_{ij} / l_{ij}$	Steifigkeit
$\eta = E_S / E_C$	Verhältnis der Elastizitätsmoduli
λ	Steifigkeitskoeffizient (Kapitel 16.1)
σ	Spannung
σ_C	Betonspannung
σ_{cr}	Kritische Knickspannung
σ_{pc}	Proportionalitätsgrenze des gedrückten Stahls
σ_S	Stahlspannung
$\sigma_{2,0C}$	Quetschgrenze des Stahls

Verformungsgrössen

e_1	Exzentrizität der Kraftachse bezüglich der undeformierten Stabachse
$w, w/h$	Auslenkung der Stabachse
$w_{zul}, w/h_{zul}$	Zulässige Auslenkung (Kapitel 12.1)

$\alpha_t = 10^{-5}/^{\circ}\text{K}$	Ausdehnungsziffer für Beton und Stahl
γ	Virtuelle Verdrehung
$\Delta = \theta \cdot l$	Verschiebung
$\Delta_a = \theta_a \cdot l$	Zulässige Grenzverschiebung
$\Delta_e = \theta_e \cdot l$	Plastische Grenzverschiebung
$\Delta_m = \theta_m \cdot l$	Maximale Grenzverschiebung
$\delta = \beta \cdot l$	Zwangsverschiebung im Gebrauchszustand
$\delta_{cs} = \beta_{cs} \cdot l$	Zwangsverschiebung infolge Schwinden
$\delta_r = \beta_r \cdot l$	Zwangsverschiebung im Bruchzustand
$\delta_t = \beta_t \cdot l$	Zwangsverschiebung infolge eines Temperaturunterschiedes
ϵ	Dehnung (Stauchung)
$\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt$	Stauchungsgeschwindigkeit
ϵ_c	Betonstauchung
ϵ_{cs}	Endschwindmass
ϵ_{cu}	Betonstauchung bei Festigkeitsverlust
ϵ_m	Schwerpunktsdehnung (-stauchung)
ϵ_{pc}	Stahlstauchung bei Erreichen der Proportionalitätsgrenze
ϵ_s	Stahldehnung (-stauchung)
$\epsilon_y, \epsilon_{yc}$	Stahldehnung (-stauchung) bei Erreichen der Fließgrenze
$\epsilon_v, \epsilon_{vc}$	Stahldehnung (-stauchung) bei Beginn der Verfestigung
ϵ_0	Betonstauchung bei maximaler Festigkeit
ϵ_{00}	Betonstauchung bei Nullspannung im Falle eines dreieckförmigen σ - ϵ Diagramms
$\epsilon_{2,0C}$	Stahlstauchung bei Quetschgrenze

ζ	Lage des Schwerpunkts der Betondruckkraft bezüglich dem Querschnittsrand (bezogen auf h)
θ	Verdrehung, Winkel
$\bar{\theta}$	Sekantenwinkel (Kapitel 14.2)
$\theta_a = \xi_e \cdot h \cdot \chi_a$	Zulässiger Grenzwinkel
$\theta_e = \xi_e \cdot h \cdot \chi_e$	Plastischer Grenzwinkel
$\theta_m = \xi_e \cdot h \cdot \chi_e + \xi_p \cdot (h \cdot \chi_m - h \cdot \chi_e)$	Maximaler Grenzwinkel
f	Zwangsverschiebung im Gebrauchszustand
f_r	Zwangsverschiebung im Bruchzustand
$\kappa = 0.5 - \xi$	Lage der neutralen Achse bezüglich dem Querschnittsmittelpunkt (bezogen auf h)
κ_{cs}	Faktor für differentiellles Schwinden (Kapitel 16.2)
ξ	Lage der neutralen Achse bezüglich dem Querschnittsrand (bezogen auf h)
ξ_e	Koeffizient zur Berechnung des zulässigen, plastischen und maximalen Grenzwinkels (Kapitel 9.2/10.2/11.4)
ξ_p	Koeffizient zur Berechnung des maximalen Grenzwinkels (Kapitel 11.4)
$\Phi = h \cdot \chi / \epsilon_{00}$	Bezogene Krümmung
φ_n	Kriechkoeffizient
χ , $h \cdot \chi$	Krümmung, Verdrehung
χ_a , $h \cdot \chi_a$	Zulässige Grenzkrümmung
χ_{de} , $h \cdot \chi_{de}$	Krümmung der Decke bei Erreichen des maximalen Biege widerstandes (Kapitel 17.2)
χ_e , $h \cdot \chi_e$	Plastische Grenzkrümmung (Krümmung bei Erreichen des maximalen Biege widerstandes)
χ_m , $h \cdot \chi_m$	Maximale Grenzkrümmung
χ_r , $h \cdot \chi_r$	Krümmung bei Rissbildung (Kapitel 5.2)

Sicherheitskoeffizient, Temperatur, Zeitgrößen

s	Sicherheitskoeffizient
t_j	Zeitpunkt j Tage nach Aufbringen der Belastung
t_0	Zeitpunkt Null
t_∞	Zeitpunkt Unendlich
ΔT	Temperaturunterschied

Wichtige Indizes und Vorzeichen

c	Beton, Druck
d	Decke
i	Allgemeiner Zähler
ij	Allgemeine Zähler
n	Ganze Zahl
s	Stahl
t	Oben, Tangente, Temperatur
°	Zum Zeitpunkt Null
∞	Zum Zeitpunkt Unendlich
+/-	Vorzeichen für Kräfte (Zug/Druck), Momente (positives/negatives Moment) und Verschiebungen (Dehnung/Stauchung)

CURRICULUM VITAE

Name Christoph Bruno Thürlimann

Geboren am 2. Juli 1954 in Bethlehem PA., USA

Heimatort Häggenschwil/SG und Wuppenau/TG

Studien Primarschulen in Meilen, Feldmeilen und Egg

Gymnasium Stella Matutina Feldkirch, Oesterreich
1973 Matura Type B

Bauingenieurstudium an der Eidgenössischen
Technischen Hochschule Zürich
Diplom 1977

**Berufliche
Tätigkeiten** 1978 - 1979 (Okt)
Ingenieur bei Freeman Fox & Partners, Consulting
Engineers, London
Projektstudien für Hänge- und Bogenbrücken sowie
für demontierbare Ueberführungen

1979 (Okt) - 1984
Assistent am Institut de Statique et Structures
der Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Mitwirkung an Forschungsarbeiten im Bereich des Ge-
brauchzustandes von Stahlbetontragwerken, Studium
des Verformungsverhaltens von Stahlbetonstützen
bei aufgezwungenen Endverdrehungen