

MESURE DE L'INCONNEXE
D'UNE
FONCTION ALEATOIPE
(THEORIE DE LA PREVISIBILITE)

THESE

présentée à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
pour l'obtention du grade de Docteur ès sciences techniques

par

PIERRE E. RAVUSSIN
Ingénieur physicien dipl. E. P. F. L.
originaire de Baulmes (VD)

Directeur de thèse : Prof. Dr. François Baatard

Corapporteurs : Dr. André Junod
Prof. Alfred Roch

Multi-Office
Lausanne
1971



SOMMAIRE

La notion de mesure d'une grandeur physique est définie au sens de la mécanique aléatoire. Les équations générales de l'hydrodynamique sont données en exemple.

Un modèle mathématique de prévision basé sur des mesures physiques est formulé, tout d'abord dans un cas à une dimension, puis dans un champ tri-dimensionnel de vecteurs turbulents.



CHAPITRE I

AVANT-PROPOS

§ 1 INTRODUCTION.

Dès 1966, j'ai été chargé dans le cadre du groupe E. P. U. L. - I. S. M., comprenant le service de la protection de l'air (Dr. A. Junod) et la chaire de mécanique de la turbulence (Prof. F. Baatard), d'étudier une instrumentation nouvelle destinée à la mesure fine de la structure du vent. Cette étude se faisait parallèlement à des travaux théoriques afin d'établir des modèles mathématiques de diffusion permettant de calculer, donc de prévoir des concentrations de polluants dans l'espace et dans le temps.

Les travaux sont menés parallèlement sur des modèles semi-rationnels où les grandeurs statistiques n'interviennent que par des constantes (Protection de l'air) et sur les bases de la mécanique aléatoire (chaire de la mécanique de la turbulence).

J'ai été frappé par le côté empirique des modèles mathématiques semi-rationnels utilisés et par la difficulté d'établir un modèle de mécanique aléatoire évolutif.

Il est dès lors apparu nécessaire d'établir une théorie de la prévisibilité faisant le pont entre la physique rationnelle et la mécanique purement aléatoire.

Le modèle mathématique décrit ci-après permet d'étudier des phénomènes physiques, dont il n'existe pas de loi physique rationnelle, dont la loi déterministe n'est pas utilisable pratiquement ou dont on ne connaît qu'une partie du comportement physique (par exemple l'écoulement d'un fluide turbulent).

§ 2 MYSTICISME, DETERMINISME ET QUANTIFICATION.

Nous trouverons dans les pages qui suivent une théorie nouvelle de la prévision numérique dont les météorologistes français Dedeband et Wehrlé ont perçu certains éléments dans quelques-uns de leurs essais.

Dès que l'on parle de prévision, on fait appel à la notion de causalité ("causa efficiens" des Anciens). En remontant à la haute antiquité, la constatation de liens célestes entre certains phénomènes terrestres, par exemple entre la position du soleil sur le Zodiaque et le déroulement des saisons, aboutit à une application hâtive du principe de causalité. On attribua une signification particulière aux événements célestes qui devaient déterminer l'avenir des hommes. Ainsi naquit l'astrologie, qui avec ses lois aussi précises que mal fondées, et ses affirmations fatalistes, contribua à introduire le concept de nécessité absolue. L'interprétation mystique et animiste du mouvement des astres conduisit les philosophes antiques à la notion de cycle au bout duquel tous les phénomènes doivent se reproduire d'une façon identique et dans le même ordre. Ces concepts sont à rattacher à une théorie cosmologique concevant l'univers issu d'un "oeuf" initial et qui, après une période d'expansion se recondenserait.

Historiquement parlant, l'application du concept de causalité à la règle de cause à effet est relativement récente. Actuellement, lorsque nous apprenons qu'une chose arrive, nous présupposons toujours qu'une chose a précédé, dont la première découle selon une règle.

La physique de Newton, puis de Lagrange, (mécanique analytique) est ainsi conçue que l'on peut calculer à l'avance, à partir de l'état d'un système à un moment déterminé, le mouvement futur du système.

Le déterminisme est l'établissement de lois naturelles fixes qui prédisent rigoureusement l'état futur d'un système d'après l'état actuel. Ces lois sont celles de la physique générale, qui régissent l'évolution et les interactions de l'énergie au sens le plus général, dans l'espace-temps. Ces lois sont celles par exemple du champ électromagnétique de Maxwell ou de la théorie relativiste de la gravitation d'Einstein.

La science atomique a développé des notions qui conduisent la physique générale à une impasse : c'est l'impossibilité du physicien de déterminer exactement les conditions initiales. Cette difficulté a été partiellement soulevée en faisant appel à l'idée d'un concours statistique de nombreux petits processus isolés. Il en découle que l'on considère les lois de la nature uniquement comme des lois statistiques. Ces lois peuvent cependant conduire à des affirmations d'un degré de probabilité si élevé qu'il équivaut presque à une certitude. Ce "presque" est la différence qui existe entre une loi purement déterministe et une mécanique purement aléatoire. Les lois statistiques signifient que l'on ne connaît qu'incomplètement les systèmes physiques dont il s'agit. La physique quantique a d'ailleurs démontré qu'il n'était pas possible de connaître exactement les données d'un sys-

tème à un instant fixé (principe d'incertitude d'Heisenberg). Les thermodynamiciens présupposent une connaissance incomplète du système physique qu'ils étudient. La notion de température par exemple n'a pas de sens si l'on connaît toutes les positions et toutes les vitesses des atomes d'un gaz. Le concept de température caractérise un groupe de systèmes équivalents dont on connaît en moyenne la position et la vitesse des atomes.

Ainsi une mécanique aléatoire peut être décomposée en deux termes : l'un représentant la loi déterministe, l'autre la partie non connue du phénomène étudié. La théorie de la prévisibilité devra donc déterminer quelle est la partie rationnelle d'un phénomène étudié et donc, quelle est la probabilité que ce phénomène puisse se réaliser dans l'avenir.

CHAPITRE II

MESURE

§ 1 INTRODUCTION

L'étude des phénomènes de l'univers découle des mesures de l'énergie dans l'espace temps. Ces mesures nous donnent une connaissance par définition incomplète du phénomène étudié. En effet, elles sont toujours entachées d'erreurs provenant fondamentalement des propriétés quantiques de la matière ou bien, plus grossièrement, des perturbations apportées par l'appareil de mesure dans le milieu mesuré et, du fait que le capteur effectue une moyenne flottante le long et autour du processus du paramètre mesuré, dans un volume d'espace non nul (moyenne spatiale).

D'autre part il n'est souvent pas possible d'obtenir toutes les données permettant de déterminer la loi à laquelle obéit le phénomène étudié.

§ 2 DEFINITIONS

Soit $x_j(t)$ une valeur que peut prendre la fonction aléatoire $x(t)$ parmi un grand nombre de phénomènes semblables.

$$U \quad x_j(t) = x(t)$$

On notera aussi $x(t)$ une valeur non dénombrée.

Soit $X^*(t)$ la mesure d'un phénomène aléatoire représentable par la fonction aléatoire $x(t)$ en un point P de l'espace.

Soit $\bar{x}(t)$ la moyenne aléatoire à travers le processus, c'est-à-dire la moyenne prise sur un très grand nombre n de phénomènes semblables $x_j(t)$ caractérisés par la même fonction aléatoire $x(t)$.

La mesure $X^*(t)$ n'est pas suffisante pour définir l'ensemble des phénomènes décrits par $x(t)$, de plus X^* est entaché d'une erreur de mesure.

Par exemple la représentation théorique de la tension électrique provenant d'une source de tension sinusoïdale réelle est :

$$x_j(t) = A \left[\sin(\omega t + \phi) \right] g(t)$$

$g(t)$ processus gaussien stationnaire ergodique (voir note)

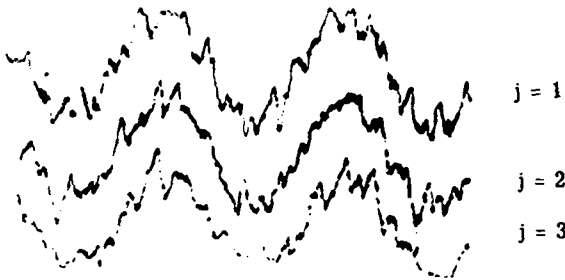


Fig. 1

Si nous prenons un grand nombre n de sources de pulsation ω identique, travaillant toutes en phase ($\phi = \text{constante}$), nous trouverons au temps t , n valeurs x_j qui peuvent être identiques pour n_1 sources différentes.

Par définition :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \quad \text{car } n \text{ est grand.}$$

les x_j étant des "réalisations" de x prises dans un grand nombre n de phénomènes semblables, au temps t .

$x_j(t)$ est la représentation d'un processus simple j . C'est une grandeur non aléatoire (purement déterministe).

Par hypothèse $x_j(t)$ est une fonction à variation bornée, admettant au plus des discontinuités du 1er ordre; car elle représente une grandeur physique mesurable.

Sur les n phénomènes, on va donc mesurer au temps t : n_1 fois la valeur x_1, \dots, n_i fois la valeur x_i etc.

$$\text{Avec } n = \sum_i n_i$$

Alors :

$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i$ ($k \leq n$) valeur moyenne de la fonction aléatoire $x(t)$ au temps t ou moment du 1er ordre.

En posant : $p_i = \frac{n_i}{n}$ probabilité de la grandeur réelle x_i à l'instant t .

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k p_i x_i$$

En passant au cas continu, nous noterons x la grandeur réelle.

$$\bar{x} = \int_{-x \text{ inf}}^{+x \text{ sup}} x p(x) dx \quad \text{au temps } t.$$

où $p(x)$ est la densité de probabilité.

$$p(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} p_i \quad \text{et} \quad x_i \rightarrow x$$

C'est une intégrale au sens de Lebesgue.

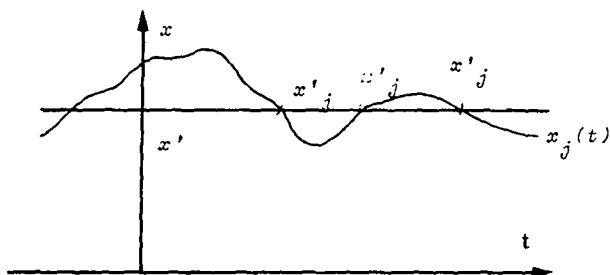


FIG. 2

Dans ce qui suit nous supposons implicitement que les grandeurs sont des fonctions du temps t .

Au temps t , x est une variable aléatoire.

§ 3 MESURE

Revenons à la grandeur macroscopique X^* .

Par définition : $X^* = \overline{X^*}$

La relation entre x et X^* s'écrit de la manière générale suivante, d'après A. Favre

$$x(P, t) = X^* + x^*$$

où x : fonction aléatoire du temps t , dans l'espace (au temps t et au point P , x est une variable aléatoire). x est caractérisée par :

\bar{x} sa valeur moyenne

x' sa partie purement aléatoire.

$$x = \bar{x} + x'$$

donc $\overline{x'} = \overline{x - \bar{x}} = \bar{x} - \bar{x} = 0$, en vertu de la linéarité de l'opérateur "valeur moyenne".

X^* est la grandeur macroscopique ou mesure caractérisant le phénomène rationnel défini par la mesure au point P et au temps t.

x^* est le terme complémentaire, aléatoire, qui exprime l'écart entre la fonction aléatoire et la grandeur macroscopique.

On peut donc écrire :

$$x^* = \bar{x}^* + x'^*$$

donc

$\bar{x} = X^* + \bar{x}^*$
$x' = x'^*$

La grandeur \bar{x}^* exprime l'écart entre la grandeur macroscopique X^* et la valeur moyenne \bar{x} de la fonction aléatoire x.

En général $\bar{x}^* \neq 0$, car même si X^* n'était pas entaché d'une erreur de mesure, X^* est la représentation à la fois de la moyenne, pendant Δt et d'un certain nombre de processus déterministes x_i autour d'un point P

$$X^* = \frac{1}{n \Delta t} \int_{t - \Delta t}^t \sum_{i=1}^n x_i(t) dt$$

ou dans le cas continu :

$X^*(P, t) = \frac{1}{\Delta V \Delta t} \iiint_{V - \Delta V}^V \int_{t - \Delta t}^t x(P, t) dV dt$

ce qui définit la notion de mesure.

$$\text{En général } X^* \neq \int_{-\infty}^{+\infty} x(P, t) p \left[x(P, t) \right] dx$$

sauf éventuellement pour certaines valeurs particulières de P et de t.

X^* représente donc la moyenne flottante au temps t le long d'un certain nombre de processus pris autour du point P, avec une constante de temps Δt et une constante d'espace ΔV . C'est une moyenne spatio-temporelle.

$X^* \neq \bar{x}$ sauf éventuellement pour certaines valeurs particulières de P et de t.

ΔV et Δt définissent l'échelle d'observation ou "l'étage" du phénomène macroscopique.

Note :

Processus stationnaire ergodique gaussien.

$x(t)$ défini par

$$p(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} (x - \bar{x})^2 \right] \quad \text{quel que soit } t$$

$$\text{avec } \bar{x} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^t x(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) dx$$

$$\overline{x^2} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^t x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 p(x) dx$$

$$\text{et } \sigma = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

CHAPITRE III

EQUATIONS SEMI-RATIONNELLES§ 1 EQUATIONS DIFFERENTIELLES D'UN PHENOMENE PHYSIQUE.

Il est de nombreux cas où l'on possède le système d'équations différentielles. On ne peut pas l'intégrer car l'on n'a pas toutes les conditions initiales. Il arrive aussi, en outre, que le système différentiel soit difficile à intégrer. Mais on possède en général une approximation de la solution sous la forme de mesure. Il est donc intéressant de pouvoir transformer le système rationnel en un système semi-aléatoire.

§ 2 TRANSFORMATION D'UN SYSTEME DETERMINISTE EN UN SYSTEME SEMI ALEATOIRE

Soit un système $f_i(X_j) = 0$

X_j représente n paramètres rationnels fonctions eux-mêmes de l'espace P et du temps $t : X_j(P, t)$

Nous postulons que le système

$$f_i(x_j) = 0$$

est le système aléatoire correspondant où x_j représente n fonctions aléatoi-

res, fonctions de l'espace P et du temps t $x_j(P, t)$.

Mais ce système est aussi vrai en moyenne, car il découle d'un système déterministe, donc

$$\overline{f_i(x_j)} = 0$$

est le système semi-rationnel correspondant.

Nous pouvons l'écrire en y introduisant la notion de mesure avec

$$x_j = X_j^* + x_j^*$$

$$\text{et } \bar{x}_j = X_j^* + \bar{x}_j^*$$

avec

$$\bar{x}_j^* = X_j^* - \bar{x}_j = \frac{1}{\Delta V \Delta t} \iiint_{V-\Delta V} \int_{t-\Delta t}^t x_j(P, t) dV dt - \int_{-\infty}^{+\infty} x_j p(x)_j dx_j$$

Une équation moyenne aléatoire $\overline{f(x)} = 0$ peut toujours se décomposer en une équation purement déterministe $F^*(X^*)$ et un terme complémentaire moyenne aléatoire $\overline{f^*(X^*, x^*)}$; l'équation $F^*(X^*) = 0$ est l'approximation macroscopique.

Le phénomène aléatoire existe dans les étages de phénomènes sous-jacents aux moyennes temporelles et spatiales de ces étages (moyennes X^* prises pour des valeurs de Δt et ΔV de plus en plus petites). La détermination des constantes aléatoires initiales du système se fera par la détermination des dépendances de probabilité, les moments de divers ordres rattachés aux échelles macroscopiques de plus en plus fines. Pour autant que la cohérence

entre les divers étages existe, il est possible de déterminer la dimension spatio-temporelle d'un phénomène moyen. Les dépendances de probabilités entre étages de moyennes flottantes permettent de donner la durée d'évolution et les dimensions spatiales moyennes "longueur de mélange" de la grandeur macroscopique X^* . Elles en fixent donc le degré de prévisibilité possible. Le degré de prévisibilité n'est pas égal à 1 et est entaché d'une erreur due au fait que l'on ne connaît pas tous les étages sous-jacents.

La prévision spatio-temporelle des phénomènes aléatoires se fera au moyen du terme complémentaire moyenne aléatoire \bar{x}^* .

La transformation $f_j(X) = 0 \Rightarrow f_j(x_j) = 0$ est possible en vertu de

- 1) la linéarité de l'opérateur "moyenne"
- 2) l'intégrabilité et la dérivabilité des fonctions aléatoires (cf. Dede-bant : Axiomatique des fonctions aléatoires).

Les règles de calcul sont donc :

$$\overline{x + y} = \bar{x} + \bar{y}$$

$$\overline{xy} = \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$\overline{xY^*} = \bar{x} Y^*$$

$$\frac{\partial \bar{x}}{\partial u} = \frac{\partial}{\partial u} \bar{x}$$

dérivabilité dans le continuum non aléatoire (es-pace-temps)

$$\frac{\partial \bar{x}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \bar{x}$$

Il faut remarquer que $\overline{f^*(X^*, x^*)}$ est à la fois une moyenne à tra-vers le processus et une moyenne flottante le long du processus pendant un temps Δt . et autour d'un volume ΔV .

CHAPITRE IV

EQUATIONS SEMI-ALEATOIRES DE L'HYDRODYNAMIQUE§ 1 INTRODUCTION

Il s'agit des équations de base d'une mécanique de la diffusion qui permet, par exemple, de calculer la dilution d'un polluant atmosphérique en fonction du lieu et du temps.

Les équations fondamentales de l'hydrodynamique classique sont :

- 1) équation de continuité de la masse ou de l'énergie exprimant que la masse ou l'énergie attachée à des particules enfermées dans un volume ne dépend que de la masse ou l'énergie qui diffuse à travers la surface, et de la masse et de l'énergie qui est créée ou disparaît à l'intérieur du volume (source ou puits).
- 2) équations d'Euler, faisant le bilan des forces de masse, d'inertie et de surface, dans un volume fermé.

On trouvera des relations entre les grandeurs au moyen des équations thermodynamiques caractérisant le fluide étudié.

§ 2 EQUATION DE CONTINUITÉ \int_c

L'équation de continuité s'écrit :

$$\partial_t (\gamma \rho) + \operatorname{div} (\gamma \rho \mathbf{v}) - \mathcal{S}(\gamma \rho) = 0 = \int_c$$

où ρ est la densité numérique des particules $[m^{-3}]$

γ est la masse ou l'énergie moyenne qui leur sont attachées $[Kg]$ ou $[Nm]$

$\gamma = \bar{\gamma} = \Gamma^*$ s'il représente la masse

\mathbf{v} est la vitesse macroscopique des particules

\mathcal{S} est la fonction source ou puits. $[Kg m^{-3} s^{-1}]$ ou $[Kg m^{-2} N s^{-1}]$

L'équation moyenne aléatoire de continuité s'écrit en dehors de toute source ou puits ($\mathcal{S} = 0$)

$$\int_c = \overline{\partial_t (\gamma \rho) + \operatorname{div} (\gamma \rho \mathbf{v})} = 0$$

avec

masse aléatoire $\gamma = \Gamma^* + \gamma^* \quad \bar{\gamma} = \Gamma^* + \bar{\gamma}^* \quad \gamma = \bar{\gamma} + \gamma'$

densité numérique aléatoire $\rho = P^* + \rho^* \quad \bar{\rho} = P^* + \bar{\rho}^* \quad \rho = \bar{\rho} + \rho'$

vecteur vitesse aléatoire $\mathbf{v} \quad \mathbf{v}_\alpha = V_\alpha^* + \mathbf{v}_\alpha^* \quad \bar{\mathbf{v}}_\alpha = V_\alpha^* + \bar{\mathbf{v}}_\alpha^* \quad \mathbf{v}_\alpha = \bar{\mathbf{v}}_\alpha + \mathbf{v}'_\alpha$

l'équation devient

$$\partial_t (\overline{\gamma \rho}) + \sum_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\overline{\gamma \rho \mathbf{v}}) = 0 \quad \alpha = 1, 2, 3$$

$$\partial_t \overline{(\Gamma^* + \gamma^*)(P^* + \rho^*)} + \sum_a \frac{\partial}{\partial x_a} \left[\overline{(\Gamma^* + \gamma^*)(P^* + \rho^*)(V_a^* + v_a^*)} \right] = 0$$

$$\partial_t (P^* \bar{\gamma}^* + P^* \Gamma^* + \overline{\rho^* \gamma^*} + \overline{\rho^* \Gamma^*}) +$$

$$\sum_a \frac{\partial}{\partial x_a} (P^* \bar{\gamma}^* V_a^* + P^* \Gamma^* V_a^* + \overline{\rho^* \gamma^* V_a^*} + \overline{\rho^* \Gamma^* V_a^*} + P^* \overline{\gamma^* v_a^*} + P^* \Gamma^* \bar{v}_a^* + \overline{\rho^* \gamma^* v_a^*} + \overline{\rho^* \Gamma^* v_a^*}) = 0$$

Si γ représente la masse, alors

$$\gamma = \Gamma^* = \text{cte} \quad \text{et} \quad \gamma^* = \bar{\gamma}^* = 0$$

pour simplifier l'écriture, nous poserons

$$\Gamma^* = 1 \quad \text{et} \quad \rho \quad \text{densité de masse} \quad [\text{kg m}^{-3}]$$

L'équation devient :

$$\partial_t (P^* + \bar{\rho}^*) + \frac{\partial}{\partial x_a} (P^* V_a^* + \bar{\rho}^* V_a^* + P^* \bar{v}_a^* + \overline{\rho^* v_a^*}) = 0$$

on peut la mettre sous la forme

$$\left\{ \frac{\partial \bar{\rho}^*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_a} \overline{\rho v_a} \right\} = 0 \quad \left(\sum_a \frac{\partial}{\partial x_a} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_a} \right)$$

En se rappelant que

$$a = 1, 2, 3$$

$$\mathcal{F}^* = \partial_t P^* + \frac{\partial}{\partial x_a} P^* V_a^*$$

la fonction complémentaire s'écrit

$$\left\{ \frac{\partial \bar{\rho}^*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_a} (\bar{\rho}^* V_a^* + P^* \bar{v}_a^* + \overline{\rho^* v_a^*}) \right\}$$

Dans un écoulement suffisamment cohérent

$$\bar{\rho}^* \ll P^* \quad \text{et} \quad \bar{v}_a^* \ll V_a^*$$

alors le terme $\overline{\rho^* v_a^*}$ est négligeable.

Il vient

$$\mathcal{F} + \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_a} (\bar{\rho}^* v_a^* + p^* \bar{v}_a^*) = 0$$

et

$$f = \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_a} (\bar{\rho}^* v_a^* + p^* \bar{v}_a^*)$$

est le terme fonction aléatoire complémentaire.

§ 3 VISCOSITE

Le coefficient de viscosité se définit par la force \vec{F} nécessaire pour déplacer à une vitesse \vec{v} une surface ΔS à une distance x d'un plan indéfini.

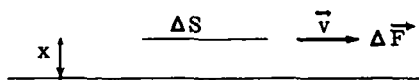


FIG. 3

Localement la contrainte de viscosité $d\vec{\tau}$ s'écrit

$$d\vec{\tau} = \frac{d\vec{F}}{dS} = \mu \frac{d\vec{v}}{dx} \quad \mu \text{ coefficient de viscosité}$$

mais le plan S peut aussi tourner sur lui-même : le déplacement différentiel par rotation des couches liquides se traduit par une augmentation de la pression interne.

Nous appellerons P_d : pression dynamique de viscosité

P_s : pression statique

En prenant pour volume de frontière S le cube curviligne déterminé par des surfaces de coordonnées, on calcule que la pression dynamique de viscosité vaut :

$$P_d = \frac{dF}{d\tau} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \iint_S \mu \vec{v} d\sigma = \text{div}(\mu \vec{v}), \text{ car } \text{div} \vec{v} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \iint_S \vec{v} d\sigma$$

Il faut remarquer que la grandeur macroscopique P^* est la mesure de la somme de la pression statique et de la pression dynamique de viscosité.

$$p_s + p_d = P^* + p_s^* + p_d^*$$

§ 4 EQUATION D'EULER

L'équation d'Euler s'écrit :

$$\rho \mathbf{n} - \mathbf{grad} p - \mathbf{j} = 0 = \mathbf{f}_e$$

ρ masse spécifique locale

\mathbf{n} forces extérieures = forces de pesanteur + forces électromagnétiques

$p = p_s + p_d$ pression statique + pression dynamique de viscosité

\mathbf{j} dérivée totale de la vitesse

$$\mathbf{j} = \frac{d}{dt} \mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$$

On a donc 3 équations scalaires ($\beta = 1, 2, 3$)

$$\rho n_\beta - \frac{\partial p}{\partial x_\beta} - \frac{\partial v_\beta}{\partial t} - \sum_a v_a \frac{\partial v_\beta}{\partial x_a} \quad (\beta = 1, 2, 3)$$

Les équations aléatoires s'écrivent :

$$\overline{\rho \mathbf{n}} - \overline{\mathbf{grad} (p_s + \text{div } \mu \mathbf{v})} - \overline{\rho \mathbf{j}} = 0$$

avec $\mathbf{grad} \text{div } \mu \mathbf{v} = \Delta \mu \mathbf{v} + \text{rot rot } \mu \mathbf{v}$,

alors

$$\overline{\rho \mathbf{n}} - \mathbf{grad} \overline{p_s} - \Delta \overline{\mu \mathbf{v}} - \text{rot rot } \overline{\mu \mathbf{v}} - \overline{\rho \mathbf{j}} = 0$$

soient 3 équations scalaires $\beta = 1, 2, 3$

$$\overline{\rho n}_\beta - \frac{\partial \bar{p}_s}{\partial x_\beta} - \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\sum_a \frac{\partial}{\partial x_a} \overline{\mu v}_a \right) - \rho \frac{\partial \overline{v}_\beta}{\partial t} - \sum_a \overline{\rho v}_a \frac{\partial \overline{v}_\beta}{\partial x_a} = 0$$

ce qui donne, avec $\bar{\mu} = M^* + \bar{\mu}^*$

$$\begin{aligned} & P^* N_\beta^* + P^* \bar{n}_\beta^* + \bar{\rho}^* N_\beta^* + \overline{\rho^* n}_\beta^* - \frac{\partial P_s^*}{\partial x_\beta} - \frac{\partial \bar{p}_s^*}{\partial x_\beta} \\ & - \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left[\sum_a \frac{\partial}{\partial x_a} \left(M^* \bar{v}_a^* + \overline{\mu^* v}_a^* + M^* V_a^* + \bar{\mu}^* V_a^* \right) \right] \\ & - P^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial t} - P^* \frac{\partial \bar{v}_\beta^*}{\partial t} - \overline{\rho^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial t}} - \overline{\rho^* \frac{\partial v_\beta^*}{\partial t}} \\ & - \sum_a \left[P^* V_a^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial x_a} + \bar{\rho}^* V_a^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial x_a} + P^* \bar{v}_a^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial x_a} + \overline{\rho^* v}_a^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial x_a} \right. \\ & \left. + P^* V_a^* \frac{\partial \bar{v}_\beta^*}{\partial x_a} + V_a^* \overline{\rho^* \frac{\partial v_\beta^*}{\partial x_a}} + P^* v_a^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial x_a} + \overline{\rho^* v}_a^* \frac{\partial v_\beta^*}{\partial x_a} \right] = 0 \end{aligned}$$

Si le système est suffisamment cohérent, on a

$$\begin{aligned} \bar{\rho}^* &\ll P^* & \bar{\mu}^* &\ll M^* \\ \bar{n}_\beta^* &\ll N_\beta^* & \bar{v}_\beta^* &\ll V_\beta^* \\ \bar{\rho}_s^* &\ll P_s^* \end{aligned}$$

alors les termes

$$\begin{aligned} & \overline{\rho^* n}_\beta^* , \quad \overline{\mu^* v}_\beta^* , \quad \overline{\rho^* \frac{\partial v_\beta^*}{\partial x_a}} , \quad \overline{\rho^* v}_a^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial x_a} , \\ & V_a^* \overline{\rho^* \frac{\partial v_\beta^*}{\partial x_a}} , \quad P^* v_a^* \frac{\partial \bar{v}_\beta^*}{\partial x_a} , \quad \overline{\rho^* v}_a^* \frac{\partial v_\beta^*}{\partial x_a} \end{aligned}$$

sont négligeables.

L'équation devient :

$$P^* N_\beta^* + P^* \bar{n}_\beta^* + \bar{\rho}^* N_\beta^* - \frac{\partial P_s^*}{\partial x_\beta} - \frac{\partial \bar{p}_s^*}{\partial x_\beta} :$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left[\sum_a \frac{\partial}{\partial x_a} (M^* \bar{v}_a^* + M^* V_a^* + \bar{\mu} V_a^*) \right] \\
& - P^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial t} - P^* \frac{\partial \bar{v}_\beta^*}{\partial t} - \bar{\rho}^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial t} \\
& - \sum_a \left[P^* V_a^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial x_a} + \bar{P}^* V_a^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial x_a} + P^* \bar{v}_a^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial x_a} + P^* V_a^* \frac{\partial \bar{v}_\beta^*}{\partial x_a} \right] = 0
\end{aligned}$$

Pour retrouver une forme similaire à une équation classique, il faut faire les hypothèses simplificatrices suivantes

1) forces extérieures nulles : $n_\beta = 0$

et 2) le coefficient de viscosité est une grandeur rationnelle

$$\mu = M^* \Rightarrow \bar{\mu}^* = 0$$

Comme nous avons supposé que le phénomène est suffisamment cohérent, cela veut dire, du point de vue physique, que l'influence des fluctuations locales du fluide sont négligeables :

$$\frac{\partial \bar{P}_s^*}{\partial x_\beta} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \sum_a \frac{\partial}{\partial x_a} M^* \bar{v}_a^* + P^* \frac{\partial \bar{v}_\beta^*}{\partial t} + \bar{P}^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial t} + \sum_a \bar{P}^* V_a^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial x_a} = 0$$

En d'autres termes nous gardons comme seul terme aléatoire celui qui correspond aux contraintes de surface.

L'équation s'écrit alors

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial P_s^*}{\partial x_\beta} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\sum_a \frac{\partial}{\partial x_a} M^* V_a^* \right) + P^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial t} + \sum_a P^* V_a^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial x_a} \\
& + \sum_a P^* \left(\bar{v}_a^* \frac{\partial V_\beta^*}{\partial x_a} + V_a^* \frac{\partial \bar{v}_\beta^*}{\partial x_a} \right) = 0
\end{aligned}$$

Conclusion : lorsque le phénomène est suffisamment cohérent, le seul terme supplémentaire apparaît dans le tenseur des tensions de surface et on peut supprimer le tenseur de corrélation

$$\left| \overline{v_{\alpha} \frac{\partial v_{\beta}}{\partial x_{\alpha}}} \right|$$

car il est négligeable devant d'autres termes.

§ 5 METHODE DE MESURE

Soit x la grandeur aléatoire à mesurer : $x = X^* + x^*$; le phénomène est suffisamment cohérent dans l'espace et dans le temps, c'est-à-dire que la "longueur de mélange" est bien plus grande que les dimensions du capteur, on peut admettre que

$$X^*(P', t') \cong \frac{1}{\Delta V \Delta t} \iiint_{V - \Delta V} \int_{t - \Delta t}^t x_i(P, t) dV dt$$

$$\cong \int_{-\infty}^{+\infty} x(P', t') p[x(P', t')] dx$$

ΔV volume d'épreuve donné par le capteur

Δt temps de réponse du capteur

où P' est situé dans le volume V et $t - \Delta t \leq t' \leq t$

d'autre part, cela signifie que le phénomène est suffisamment stationnaire et ergodique pendant un temps $\Delta t' \gg \Delta t$ alors on peut prendre $t' \cong t$ et

$$X_m^*(P', t) \cong \frac{1}{\Delta t'} \int_{t' - \Delta t'}^{t'} X_m^*(P', t') dt'$$

$$\bar{x}_m^*(P', t) \cong X_m^*(P', t) - X_m^*$$

RÉSUMÉ

x grandeur aléatoire

X^* mesure de cette grandeur au temps t

ΔV volume d'épreuve

Δt temps de réponse du capteur

$\Delta t' \gg \Delta t$ temps d'intégration

$$\left. \begin{aligned} X_m^* &= \frac{1}{\Delta t'} \int_{t'-\Delta t'}^{t'} X^* dt' \\ \bar{x}_m^* &= X^* - X_m^* \end{aligned} \right\} \text{données du calcul}$$

CHAPITRE V

ESPACE PROBABLE

§ 1 DEFINITIONS

On appelle variable aléatoire x un ensemble d'éléments x_i appelés valeurs ou réalisations de la variable aléatoire x . Les x_i sont ici des nombres réels.

La fonction de répartition $F(x_i)$ représente la probabilité pour qu'une réalisation quelconque x'_i de x soit inférieure à x_i .

$$F(x_i) = \text{Prob}(x'_i < x_i)$$

La densité de probabilité $p(x_i)$ de la variable aléatoire x est la fréquence relative d'apparition de la valeur x_i

$$p(x_i) = \frac{dF(x'_i)}{dx_i}$$

Une variable aléatoire x est donc définie sur l'ensemble des nombres réels x_i soit par sa fonction de répartition $F(x_i)$, soit par sa densité de probabilité $p(x_i)$

Soient deux variables aléatoires x^1 et x^2 .

On définit la fonction de répartition composée $F(x_i^1, x_j^2)$ des deux variables aléatoires x^1 et x^2 comme la probabilité que l'on ait à la fois

une réalisation quelconque $x_i^{1'}$ de x^1 inférieure à x_i^1 et une réalisation quelconque $x_j^{2'}$ de x^2 inférieure à x_j^2

$$F(x_i^{1'}, x_j^{2'}) = \text{prob}(x_i^{1'} < x_i^1 \text{ et } x_j^{2'} < x_j^2)$$

$F(x_i^1, x_j^2)$ possède les propriétés suivantes, déduites des axiomes

de base :

- 1) $F(x_i^1, x_j^2) \geq 0$
- 2) $F(+\infty, +\infty) = 1$
- 3) $F(x_i^1, -\infty) = 0$
- 4) $F(-\infty, x_j^2) = 0$
- 5) si $x_i^1 \leq x_i^{1''}$ et $x_j^2 \leq x_j^{2''}$

alors

$$F(x_i^1, x_j^2) + F(x_i^{1''}, x_j^{2''}) - F(x_i^{1''}, x_j^2) - F(x_i^1, x_j^{2''}) \geq 0$$

La densité de probabilité composée $p(x_i^1, x_j^2)$ est alors définie par :

$$p(x_i^1, x_j^2) = \frac{\partial^2 F(x_i^1, x_j^2)}{\partial x_i^1 \cdot \partial x_j^2}$$

Une variable aléatoire x peut être fonction de paramètres t_1, \dots, t_n .

C'est alors une fonction aléatoire $x(t_1, \dots, t_n)$

§ 2 REALISATIONS PROBABLES

Il existe une infinité de réalisations $x_i(t_1, \dots, t_n)$ de la fonction aléatoire $x(t_1, \dots, t_n)$. Mais les réalisations les plus probables sont celles qui correspondent aux maxima de la densité de probabilité.

Les $x'_i(t_1, \dots, t_n)$ les plus probables sont

définis par
$$\frac{\partial p_{x_i}(t_1, \dots, t_n)}{\partial x_i} = 0$$

et

$$\frac{\partial^2 p_{x_i}(t_1, \dots, t_n)}{\partial x_i^2} < 0$$

Il existe donc une infinité dénombrable de réalisations probables

$$x'_i(t_1, \dots, t_n)$$

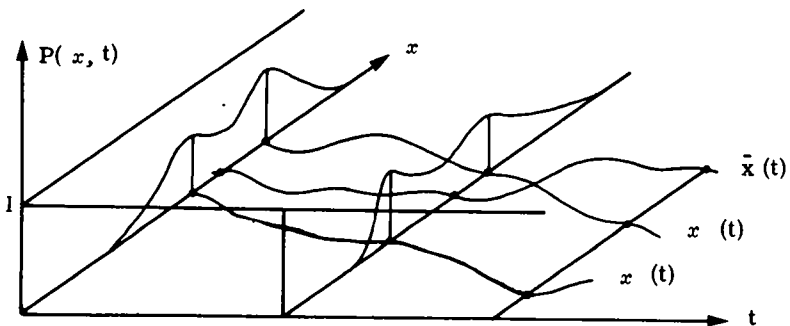


FIG. 4 (cas à 1 dimension)

Il faut remarquer que la fonction valeur moyenne $\bar{x}(t_1, \dots, t_n)$ n'est pas généralement une réalisation probable.

$$x'_i(t_1, \dots, t_n) \neq \bar{x}(t_1, \dots, t_n) \text{ en général.}$$

§ 3 CAS A UNE DIMENSION

Pour que ces courbes existent, il faut qu'il y ait une dépendance de probabilité entre deux variables aléatoires $x(t)$ et $x(t + \Delta t)$

$$p \left[x(t), x(t + \Delta t) + \Delta x(t + \Delta t) \right]$$

probabilité d'avoir à la fois les valeurs x et $x + \Delta x$.

Conditions d'existence :

$$\lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ \Delta x \rightarrow 0}} p \left[x(t), x(t + \Delta t) + \Delta x(t + \Delta t) \right] = 1 \quad \text{quels que soient } x \text{ et } t$$

Alors la surface de probabilité n est continue.

Si les lignes des "réalisations probables" existent, ce sont les projections sur le plan des lignes principales de la surface de probabilité n qui passent par les maxima. Elles sont déterminées

a) par des points particuliers donnés par

$$\begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} < 0 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{points} \\ \text{maxima sur la surface } n \\ \text{en } t. \end{array} \right.$$

b) Les équations différentielles des lignes principales (géométrie intrinsèque sur une surface)

$$\left| \begin{array}{l} \sum d_{1a} du^a \quad \sum d_{2a} du^a \\ \sum g_{1a} du^a \quad \sum g_{2a} du^a \end{array} \right| = 0 \quad a = 1, 2$$

avec $u_1 = x = x_1$ (changement de notation)

$$u_2 = t = x_2$$

$$p = x_3$$

$$g_{ij} = \vec{r}_{u^i} \cdot \vec{r}_{u^j} \quad \underline{\text{tenseur métrique}} \quad i = 1, 2$$

$$\vec{r}_{u^i} \quad \underline{\text{repère naturel tangent}}$$

de composante $\frac{\partial x^k}{\partial u^i}$ $k = 1, 2, 3$

$$d_{\alpha\beta} = x^i \frac{\partial^2 x^i}{\partial u^\alpha \partial u^\beta} \quad \underline{\text{tenseur 2 x covariant}}$$

\vec{X} Normale unité à la surface Π , de composante :

$$X^i = \frac{1}{\sqrt{g}} A^{jk}$$

avec

$$g = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad A^{jk} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x^j}{\partial u^1} & \frac{\partial x^k}{\partial u^1} \\ \frac{\partial x^j}{\partial u^2} & \frac{\partial x^k}{\partial u^2} \end{vmatrix}$$

Le champ de dépendance de probabilité $p(x_1, x_2)$ n'est généralement pas accessible à la mesure.

Le long d'une ligne $t = \text{cte}$, $p(x_1, x_2)$ est ramené à une courbe de densité de probabilité $p(x)$, qui définit le plan

Définitions :

Posons $x_1(t) = x(t)$ et $x_2(t + \Delta t) = x(t + \Delta t) + \Delta x(t + \Delta t)$

$$p[x_1(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x_1, x_2) dx_2$$

On peut définir :

$$\bar{x}_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 p(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad \text{moyenne de la variable aléatoire } x_1.$$

$$\bar{x}_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_2 p(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad \text{moyenne de la variable aléatoire de } x_2.$$

$$\overline{x_1^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1^2 p(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad \text{moment du 2e ordre de } x_1$$

$$\overline{x_2^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_2^2 p(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad \text{moment du 2e ordre de } x_2$$

$$\overline{x_1 x_2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad \text{moment composé de } x_1 \text{ et } x_2.$$

Le moment composé normalisé de x_1 et x_2 est le coefficient de corrélation des deux variables aléatoires x_1 et x_2 . Il mesure la dépendance stochastique entre les deux variables.

$$\rho_{x_1 x_2} = \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2) p(x_1, x_2) dx_1 dx_2$$

avec $\sigma_i = \sqrt{(x_i - \bar{x}_i)^2} = \sqrt{\overline{x_i^2} - \bar{x}_i^2}$ écart type

$$\rho_{12} = \frac{(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2)}{\sqrt{(\overline{x_1^2} - \bar{x}_1^2)(\overline{x_2^2} - \bar{x}_2^2)}} = \frac{\overline{x_1 x_2} - \bar{x}_1 \bar{x}_2}{\sqrt{(\overline{x_1^2} - \bar{x}_1^2) - (\bar{x}_1^2 - \bar{x}_2^2)}}$$

CHAPITRE VI

ESPACE ALEATOIRE

§ 1 INTRODUCTION

Nous allons maintenant définir un nouvel espace qui est l'espace aléatoire, dans lequel le champ de dépendance de probabilité $p(x_1, x_2)$ n'apparaîtra plus que sous la forme intrinsèque des moments du 1er et 2e ordre.

§ 2 VECTEUR ALEATOIRE

Une variable aléatoire x peut être représentée par un vecteur défini par sa norme $\|x\|$.

$$\|x\|^2 = \langle x | x \rangle = \overline{x^2} \quad (\text{définition})$$

le vecteur aléatoire \vec{x} est décomposable en un vecteur certain $\vec{\bar{x}}$ avec

$\|\vec{x}\| = \bar{x}$, porté par la droite certaine et un vecteur \vec{x}' purement aléatoire, orthogonal, représentant l'ensemble des nombres réels $x - \bar{x}$.

On doit alors avoir

$$\|x\|^2 = \|\vec{\bar{x}}\|^2 + \|\vec{x}'\|^2$$

ce qui est le cas, en vertu des propriétés des fonctions aléatoires.

La dépendance de probabilité entre 2 variables aléatoires x_1 et x_2 sera représentée dans l'espace aléatoire par l'angle α que forment les composantes purement aléatoires des vecteurs x'_1 et x'_2

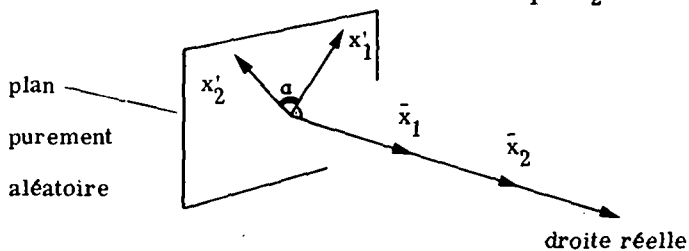


FIG. 5

avec $\cos \alpha = \rho_{x_1 x_2}$ coefficient de corrélation

est défini entre 0 et π

n vecteurs aléatoires forment donc, dans l'espace de Hilbert, un espace à $n + 1$ dimensions au plus, formé de la droite réelle perpendiculaire à l'espace purement aléatoire à n dimensions au plus.

Lorsque les n variables aléatoires sont toutes indépendantes mutuellement, alors $\cos \alpha_{ij} = 0$ quelles que soient i et j et les vecteurs forment une base orthogonale dans l'espace de Hilbert.

Lorsque les n variables aléatoires sont toutes dépendantes, alors $\rho_{ij} = 1$ et l'espace de Hilbert purement aléatoire dégénère en une droite purement aléatoire.

Les valeurs négatives de ρ correspondent à des cas particuliers de dépendance de probabilité où les variables aléatoires sont "antiressemblantes".

§ 3 ALGÈBRE ALEATOIRE

On peut définir dans l'espace vectoriel aléatoire une algèbre linéaire non commutative appelée algèbre aléatoire.

En effet on a :

- un corps de scalaires (nombres réels) munis de lois + et \times .
- un ensemble de vecteurs muni de lois de composition interne : \perp addition vectorielle et $*$ multiplication vectorielle.
- une loi de composition, externe liant les scalaires aux vecteurs.

Vérifiant :

I Propriétés propres à la première loi sur les vecteurs (addition)

- a) associativité $(x \perp y) \perp z = x \perp (y \perp z)$
- b) existence d'un élément neutre (vecteur nul) $x \perp 0 = 0 \perp x = x$
- c) existence d'un élément inverse $x \perp (-x) = (-x) \perp x = 0$
- d) commutativité $x \perp y = y \perp x$

II Propriété propre à la seconde loi sur les vecteurs (produit tensoriel)

$$(x * y) * z = x * (y * z)$$

III Propriétés de la seconde loi sur les vecteurs par rapport à la première loi sur les vecteurs

- a) distributivité à droite $(x \perp y) * z = (x * z) \perp (y * z)$
- b) distributivité à gauche $z * (x \perp y) = (z * x) \perp (z * y)$.

IV Propriété de la loi externe liant les scalaires aux vecteurs

a) distributivité par rapport aux scalaires $(\alpha + \beta) \mathbf{x} = \alpha \mathbf{x} \perp \beta \mathbf{x}$

b) distributivité par rapport aux vecteurs $\alpha (\mathbf{x} \perp \mathbf{y}) = \alpha \mathbf{x} \perp \alpha \mathbf{y}$

c) associativité des scalaires (1e loi sur les vecteurs) $\alpha (\beta \mathbf{x}) = (\alpha \beta) \mathbf{x}$

d) associativité des scalaires (2e loi sur les vecteurs)

$$(\alpha \mathbf{x} * \mathbf{y}) = (\alpha \mathbf{x}) * \mathbf{y} = \mathbf{x} * (\alpha \mathbf{y})$$

Existence d'un élément neutre scalaire 1

$$1 \mathbf{x} = \mathbf{x}$$

L'algèbre aléatoire est donc une algèbre unitaire non commutative.

§ 4 ESPACE VECTORIEL ALEATOIRE CORRESPONDANT A UNE FONCTION ALEATOIRE

Une fonction aléatoire $\mathbf{x}(t_1, \dots, t_n)$ est une variable aléatoire dépendant de paramètres t_1, \dots, t_n réels.

A deux groupes de valeurs t'_1, \dots, t'_n et t''_1, \dots, t''_n des paramètres, il correspond les deux variables aléatoires $\mathbf{x}(t'_1, \dots, t'_n)$ et $\mathbf{x}(t''_1, \dots, t''_n)$ représentées par 2 vecteurs aléatoires $\mathbf{x}(t'_1, \dots, t'_n)$ et $\mathbf{x}(t''_1, \dots, t''_n)$.

A une fonction aléatoire dépendant de n paramètres t_i , on peut donc faire correspondre un espace vectoriel aléatoire à $(n \infty + 1)$ dimensions au plus. (espace purement aléatoire et droite certaine.)

Ceci l'est en vertu des propriétés des fonctions aléatoires.

A chaque variable aléatoire $x(t_1, \dots, t_n)$ prise au point t_1, \dots, t_n on peut faire correspondre un vecteur unitaire purement aléatoire $\mathbf{u}'(t_1, \dots, t_n)$

avec

$$\mathbf{u}'(t_1, \dots, t_n) = \frac{\mathbf{x}'(t_1, \dots, t_n)}{\|\mathbf{x}'(t_1, \dots, t_n)\|} = \frac{\mathbf{x}'(t_1, \dots, t_n)}{\sigma_x}$$

CHAPITRE VII

PREVISIBILITE D'UNE FONCTION ALEATOIRE

§ 1 FONCTION RESEMBLANCE PAR RAPPORT AU PRESENT

Nous appellerons fonction ressemblance $R(t_1, \dots, t_n)$ la mesure de l'hyper volume à $n \infty$ dimensions, formé sur la base unitaire purement aléatoire $\nu'(t_1, \dots, t_n)$ définie par les segments de droite $t_1^0 - t_1, \dots, t_n^0 - t_n$.

Cette mesure est la même que celle de l'hyper-volume unitaire de l'espace aléatoire complet, car la droite réelle est perpendiculaire à l'hyper-espace purement aléatoire.

$R(t_1, \dots, t_n)$ est une fonction monotone décroissante bornée,

car :

$R^2(t_1, \dots, t_n) = \left| \rho_{x'}(t_1', \dots, t_n') \quad x''(t_1'', \dots, t_n'') \right|$ déterminant des cosinus directeurs.

$0 \leq R \leq 1$ en vertu des propriétés de l'espace vectoriel aléatoire (inégalité de Schwarz).

En outre $R \rightarrow 0$ lorsque $t_i \nearrow$, car pour chaque augmentation de t_i , on multiplie R par un terme $0 \leq \Gamma \leq 1$ ($\Gamma = \text{Cosinus de l'angle que forme la nouvelle droite avec la normale à l'hyper-volume précédent}$) (angle compris entre $\frac{\pi}{2}$ et 0 puisque $R > 0$).

Par définition aussi :

$R = 1$ à l'origine.

Lorsque les dépendances de probabilité sont très grandes;

alors $\rho = 1$, $\Gamma = 0$, quelle que soit t_1 .

Donc $R(t_1, \dots, t_n) \rightarrow 0$ très rapidement.

$x(t_1, \dots, t_n)$ est certain.

$R \rightarrow 0$ lorsque $t_1 \rightarrow \infty$ signifie que l'on a une connaissance complète du phénomène au bout d'un temps ∞ . $R = \text{cte} = 1$, signifie que les dépendances de probabilité sont nulles et $\Gamma = \text{cte} = 1$

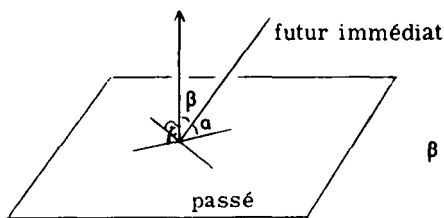


Fig. 6

$$\beta = \arccos \Gamma$$

R est le coefficient de corrélation multiple de la fonction aléatoire.

La grandeur $J = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arccos \Gamma \right)$ est une mesure de la dépendance de probabilité de la fonction aléatoire.

Lorsque $J = 1$, la dépendance de probabilité est maximum

pour $J = 0$, la dépendance de probabilité est nulle

lorsque $J = 1$, la fonction aléatoire est dépendante.

La connaissance d'une seule de ses réalisations $x(t)$ permet de la définir entièrement : la fonction est donc analytique et entièrement prévisible. Au

contraire, si $R \rightarrow 0$ plus lentement, la fonction n'est plus tout à fait dépendante; une réalisation $x(t)$ ne donne qu'une information incomplète sur la fonction aléatoire $x(t)$. La dépendance de probabilité multiple se relâche, et la prévision devient d'autant plus incertaine que R décroît plus lentement.

Considérons une mesure particulière $X_i^*(t_1, \dots, t_n)$ d'une fonction aléatoire $x(t_1, \dots, t_n)$ définie entre t_1 et t_1^0, \dots, t_n et t_n^0 .

Nous savons que si $x(t)$ est stationnaire, on peut remplacer les divers moments "à travers" le processus par des moments calculés le long du processus (le long des paramètres t_i). Nous allons étendre le principe ergodique aux fonction aléatoires non stationnaires en disant que R^* , calculé le long d'une mesure particulière X^* , est une mesure de la connaissance que l'on a de la fonction aléatoire $x(t)$, donnée par la mesure X^* , prise à partir du présent t_i vers le passé.

En effet, la prévision devra se faire en prenant le présent comme origine.

Par définition :

$$\begin{aligned} t_i < t_i^0 & \quad \text{passé ou connu} \\ t_i^0 & \quad \text{présent} \\ t_i > t_i^0 & \quad \text{futur ou inconnu.} \end{aligned}$$

Faisons le changement de variable $t_i^* = t_i^0 - t_i$ et posons, pour simplifier l'écriture

$$X_i^*(t_1^*, \dots, t_n^*) = x_t,$$

$$X_i^{**}(t_1^* + \Delta t_1, \dots, t_n^* + \Delta t_n) = x_{t''} :$$

mesures à partir du présent t_i^0 vers le passé; alors nous définissons les gran-

deurs aléatoires suivantes, par rapport au présent :

$\bar{x}_{t'}$, moment du 1er ordre ou moyenne en $t_1^{*'} , \dots t_n^{*'}$

$$\bar{x}_{t'} = \frac{1}{(t_1^{*'} - t_1^{\circ}) \dots (t_n^{*'} - t_n^{\circ})} \int_{t_1^{\circ}}^{t_1^{*'}} \dots \int_{t_n^{\circ}}^{t_n^{*'}} X_i^{*'}(t_1, \dots, t_n) dt_1 \dots dt_n$$

$\bar{x}_{t'}^2$, moment du 2e ordre en $t_1^{*'} , \dots t_n^{*'}$

$$\bar{x}_{t'}^2 = \frac{1}{(t_1^{*'} - t_1^{\circ}) \dots (t_n^{*'} - t_n^{\circ})} \int_{t_1^{\circ}}^{t_1^{*'}} \dots \int_{t_n^{\circ}}^{t_n^{*'}} X_i^{*2}(t_1, \dots, t_n) dt_1 \dots dt_n$$

$\overline{x_{t'} x_{t''}}$, moment composé en $t_1^{*'} , \dots t_n^{*'}$, et $t_1^{*''} + \Delta t_1 , \dots t_n^{*''} + \Delta t_n$

$$\overline{x_{t'} x_{t''}} = \frac{1}{(t_1^{\circ} - t_1 - \Delta t_1) \dots (t_n^{\circ} - t_n - \Delta t_n)} \int_{t_1 + \Delta t_1}^{t_1^{\circ}} \dots \int_{t_n + \Delta t_n}^{t_n^{\circ}} X_i^{*'}(t_1, \dots, t_n) X_i^{*''}(t_1 - \Delta t_1, \dots, t_n - \Delta t_n) dt_1 \dots dt_n$$

d'où $\sigma_{t'} = \sqrt{\bar{x}_{t'}^2 - \bar{x}_{t'}^2}$ écart type en $t' = t_1^{*'} , \dots t_n^{*'}$

$$\rho_{t', t''} = \frac{\overline{x_{t'} x_{t''}} - \bar{x}_{t'} \bar{x}_{t''}}{\sqrt{(\bar{x}_{t'}^2 - \bar{x}_{t'}^2)(\bar{x}_{t''}^2 - \bar{x}_{t''}^2)}} \quad \text{coefficient de corrélation en } t' \text{ et } t''$$

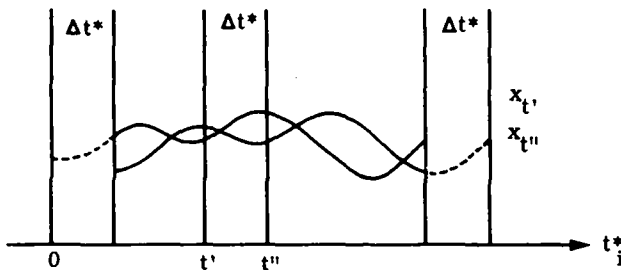


FIG. 7

L'espace vectoriel aléatoire correspondant à la mesure $x_{t'}$, par rapport au présent t_1° est donc entièrement défini.

§ 2 INCONNEXE D'UNE FONCTION ALEATOIRE

On appelle inconnexe J^* la grandeur

$$J^* = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \text{arc cos } \Gamma^* \right)$$

C'est la mesure de la dépendance de probabilité de la fonction aléatoire, calculée sur la mesure prise du présent vers le passé

$$J^*(t_i^*) = \sqrt{1 - \Gamma^*}$$

L'inconnexe se calcule à partir des moments de divers ordres pris le long du paramètre t_i^* sur la mesure $X_j^*(t_1, \dots, t_n)$.

C'est le cosinus de l'angle que fait la droite du futur immédiat avec l'hyper espace du passé

$$J^{*2} = 1 - \frac{\left| \begin{array}{c} p_{ij} \\ \vdots \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} p_{ij} \\ \vdots \end{array} \right|} \quad \begin{array}{l} (\infty + 1) \\ (\infty) \end{array}$$

§ 3 FONCTION CONNAISSANCE

On appelle fonction connaissance K , la fonction duale de la fonction ressemblance R .

On définit un espace vectoriel, dual de l'espace vectoriel aléatoire par :
(cf. fig. 6)

x', x'' vecteurs de l'espace aléatoire

x''^+ vecteur de l'espace dual

alors $\langle x' | x'' \rangle = \cos^2 \gamma = \rho^2_{x'x''}$

et $\langle x' | x'' \rangle = \cos^2 \delta$

avec $\cos^2 \gamma = \sqrt{1 - \cos^2 \delta}$

Nous avons

$$R^2 = \begin{vmatrix} \rho_{x'x''} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{vmatrix}$$

alors

$$K^2 = \begin{vmatrix} 1 & \sqrt{1 - \rho^2} \\ \sqrt{1 - \rho^2} & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \cos\left(\frac{\pi}{2} - \arccos \rho\right) \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \arccos \rho\right) & 1 \end{vmatrix} =$$

déterminant obtenu en remplaçant ρ par $\sqrt{1 - \rho^2}$, sauf sur la diagonale.

Lorsque la dépendance de probabilité est grande, K décroît lentement.

Au contraire, si la dépendance de probabilité est faible K décroît rapidement.

L'inconnexe se calcule alors simplement par

$$J^*(t_i^*) = \frac{K^*(t_i^* + dt_i)}{K^*(t_i^*)} = \cos a$$

§ 4 FONCTION PREVISIBILITE P

Postulat.

Le degré de prévisibilité du futur proche est égal à l'influence du passé proche sur le présent : c'est-à-dire à son degré de connaissance.

Soit $t_i^* > 0$ (passé) et $t_i > t_i^0$ (futur) pour $t_i^* \rightarrow 0$ et $t_i \rightarrow t_i^0$

$$K^*(t_i^*) = P(t_i - t_i^0)$$

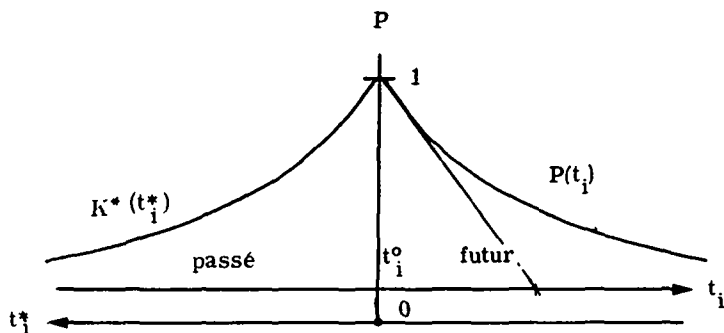


FIG. 8

Le degré de connaissance augmente jusqu'au présent où il vaut 1, ensuite la connaissance diffuse vers le futur et tend vers 0.

Pour $t_i^* \neq 0$, le postulat reste d'autant plus vrai que la fonction est plus prévisible, car $K^*(t_i^*) \cong 1 = \text{cte.}$

Le postulat reste vrai pour une classe particulière de fonctions aléatoires, dont les fonctions K^* sont identiques, quelle que soit l'origine t_i^o à partir de laquelle on la calcule.

Alors $K^*(t_i^* - \Delta t) = P(t_i - t_i^o - \Delta t)$ quelles que soient t_i^o et Δt , en vertu des propriétés de permutation de lignes et colonnes dans les déterminants.

§ 5 COEFFICIENT DE PREVISIBILITE Π

Le coefficient de prévisibilité est égal à moins l'inverse de la pente normalisée de la fonction connaissance

$$\frac{1}{\Pi} = - \frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t} \quad \text{alors} \quad \Pi = \frac{dt}{1-J} \leq \infty$$

Il a la dimension d'un temps et est toujours > 0

$$\text{car } K \geq 0$$

$$\text{et } \frac{\partial K}{\partial t} < 0$$

même démonstration que pour R .

La fonction prévisibilité peut donc se mettre sous la forme :

$$K = e^{-\int \frac{1}{\Pi} dt}$$

$$\text{Si } \Pi = \Pi_0 = \text{cte}$$

$$K = e^{-\frac{1}{\Pi_0} t}$$

$$\text{Si } \Pi \text{ est de la forme } \Pi_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\tau \geq 0)$$

$$\text{alors } K = e^{-\frac{\tau}{\Pi_0} \left(\frac{1}{e^{-\frac{t}{\tau}}} - 1 \right)}$$

§ 6 FONCTION DISSIPATIVE, LONGUEUR DE MELANGE

Lorsque la fonction aléatoire représente une vitesse (fluide) on peut définir une longueur de mélange par

$$\lambda(t_i^*) = \Pi \bar{v} \quad \bar{v} \text{ vitesse moyenne du fluide.}$$

On peut aussi définir une fonction dissipative D par rapport au present par

$$D = \int_{t_i^0}^{\infty} C \overline{v^2} dt_i \quad \overline{v^2} \text{ vitesse quadratique moyenne}$$

$$\text{Pour } \Pi = \Pi_0 = \text{cte et } \overline{v^2} = \overline{v^2} = \text{cte} \quad D = \int_{t_i^0}^{\infty} e^{-\frac{(t_i - t_i^0)}{\Pi_0} \overline{v^2}} dt = \overline{v^2} \Pi_0$$

D représente l'énergie de diffusion d'une particule d'un fluide.

Figures 9 et.10

Droite certaine

(suite de nombres 1, 2, ..., 400)

fonction purement aléatoire

(suite de nombres quelconques)

température à la surface du sol

(Payerne 1967)

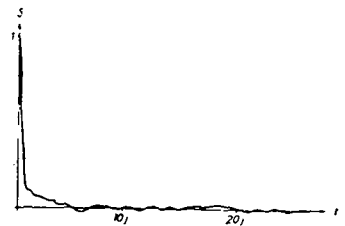
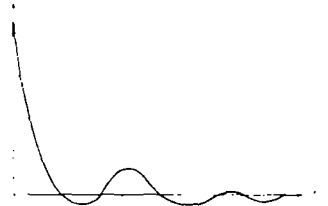
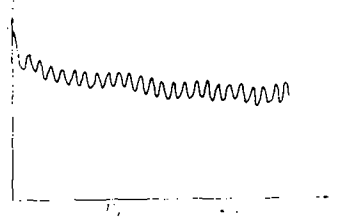
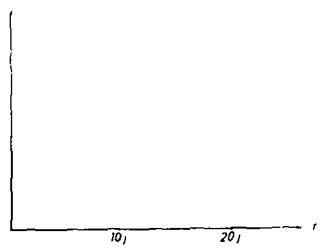
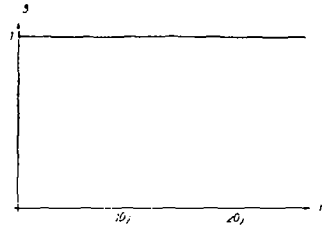
pression à la surface du sol

(Payerne 1967)

hauteur de la tropopause

(Payerne 1967)

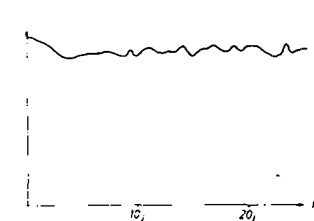
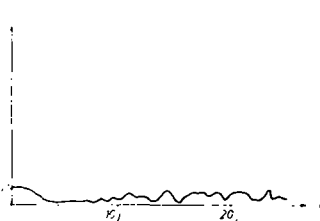
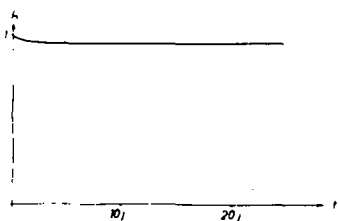
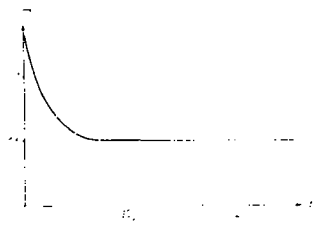
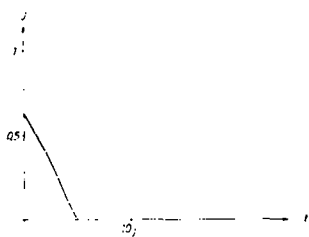
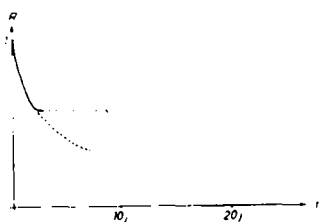
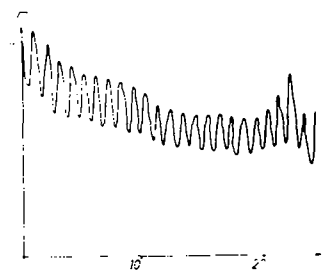
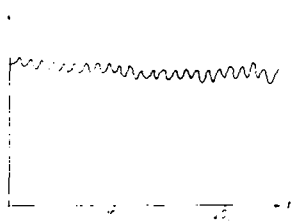
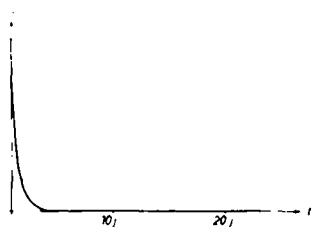
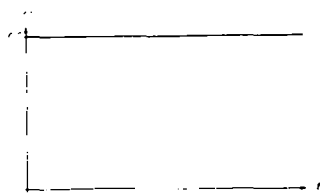
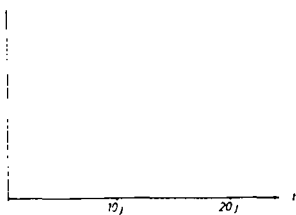
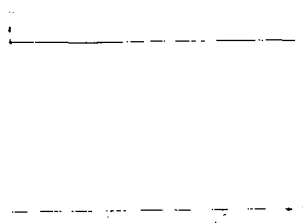
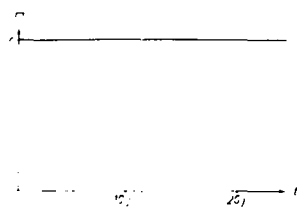
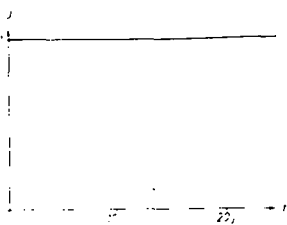
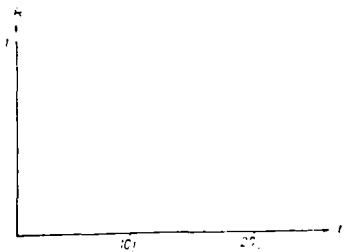
AUTOCORRELATION



fonction ressemblance

Inconnexe

coeff. de prévisibilité



§ 7 MODELE DE MARKOW

La loi de dépendance de probabilité en chaîne de Markow est un modèle particulier qui est défini par :

$$R^2 (n \Delta t) = \begin{pmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^n \\ \rho & 1 & & & \\ \vdots & & \ddots & & \\ \rho^n & & & & 1 \end{pmatrix} = (1 - \rho^2)^n \text{ avec } t = n \Delta t$$

alors

$$K^2 (t) = \begin{pmatrix} 1 & \dots & \sqrt{1 - \rho^2} & \dots & \rho^n \\ \vdots & & \ddots & & \\ \sqrt{1 - \rho^2} & \dots & \rho^n & \dots & 1 \end{pmatrix} = \rho^{2n}$$

et $K(t) = \frac{t}{\rho \Delta t}$ d'où

$$\boxed{\Pi = -\frac{\Delta t}{\ln \rho}}$$

La loi de Markow suppose que le coefficient de prévisibilité Π est une constante. La loi ne tient compte que de l'influence du passé proche sur le présent, et ceci d'une manière particulière.

§ 8 APPLICATIONS NUMERIQUES

Diverses données météorologiques de l'année 1967 provenant de la station aérologique de Payerne ont été traitées sur ordinateur, en collaboration avec le Centre de calcul de l'E. P. F. L. Il a, en outre, été étudié une suite de nombres purement aléatoires ainsi qu'une fonction certaine (droite).

Les figures 9 et 10 représentent successivement $\rho(t_i^*)$, $P(t_i - t_i^0)$, $J^*(t_i^*)$ et $\Pi(t_i - t_i^0)$.

CHAPITRE VIII

PREVISION D'UNE FONCTION ALEATOIRE $x(t_1, \dots, t_n)$

§ 1 PREVISION D'UNE FONCTION QUASI STATIONNAIRE

La fonction aléatoire ne nous est connue que par une mesure particulière $X^*(t_1, \dots, t_n)$ prise depuis $t_1 = 0, \dots, t_n = 0$ jusqu'à t_1^0, \dots, t_n^0 .

Nous allons étudier sa prévision le long du paramètre t_i

(nouvelle notation $X_i^*(t_1, \dots, t_n) = x(t)$)

Si $\frac{K(t+dt)}{K(t)} \cong 1$ fonction certaine

la mesure $x(t)$ est quasi stationnaire le long de t .

Considérons sa décomposition en série de Fourier : seuls les termes de fréquence élevée de période $\Delta t = \frac{1}{\nu} \ll t_i^0$ sont prépondérants, car sinon la mesure ne serait pas stationnaire.

Dans ce cas la mesure $x(t)$ est périodique avec $\frac{1}{\nu_{\min}} \ll t_i^0$

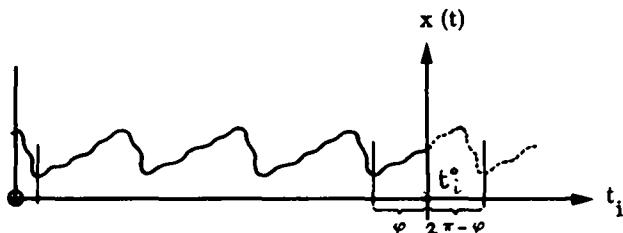


FIG. 11

Considérons la décomposition en série de Fourier calculée à partir de t_i^0 vers 0

$$C_n = \frac{1}{t_i^0} \int_0^{t_i^0} x(t_i - t_1) e^{-jn\omega_0(t_i^0 - t_1)} dt_1$$

avec $\omega_0 = 2\pi\nu_0 = \frac{2\pi}{t_i^0}$

Or $C_n = \|C_n\| e^{j\varphi_n}$

donc la fonction prévision $f(t_1)$, définie pour $t_1 \geq t_i^0$,

est donnée par

$$f(t_1) = \sum_{-\infty}^{+\infty} C_n^* e^{jn\omega_0(t_1 - t_i^0)} \quad \text{prévision d'une fonction certaine}$$

avec $C_n^* = \|C_n\| e^{j(2\pi - \varphi_n)}$

§ 2 PREVISION D'UNE FONCTION ALEATOIRE QUELCONQUE

Considérons maintenant le cas d'une fonction non entièrement prévisible.

La fonction prévision $f(t_1)$ est bornée, mais non forcément nulle à l' ∞ .

Nous ferons donc la prévision sur la pente $f'(t_1) = \frac{\partial f(t_1)}{\partial t_1}$ en posant comme condition $f'(\infty) = 0$.

On pourra retrouver la fonction $f(t_1)$ par intégration, connaissant la condition initiale $f(t_i^0) = x(t_i^0)$.

L'influence des fluctuations de $x(t_1)$ sur le présent est d'autant plus faible que l'on est plus loin dans le passé.

Alors nous calculerons les composantes de la série de Fourier sur la pente de $x(t_i)$, en tenant compte du terme prévisibilité.

$$x'(t_i) = \frac{\partial x(t_i)}{\partial t_i}$$

$$C'_n = \frac{1}{t_i^0} \int_0^{t_i^0} x'(t_i^0 - t_i) P(t_i^0 - t_i) e^{-jn \omega_0 (t_i^0 - t_i)} dt_i$$

C'_n est une valeur moyenne sur l'intervalle 0 à t_i^0 ; pour calculer la fonction prévision, il faudra pondérer C_n^{*} d'un facteur F diminuant avec le temps.

$$\text{En } t_i^0 \text{ le facteur } F \text{ vaut: } F = \frac{1}{\frac{1}{t_i^0} \int_0^{t_i^0} P(t_i^0 - t_i) dt_i} = \frac{1}{P} \geq 1$$

et $\frac{1}{t_i^0} \int_0^{t_i^0} P(t_i^0 - t_i) dt_i$ car $P \leq 1$

$$F(t_i) = \frac{e^{-t_i^0}}{\int_0^{t_i^0} P(t_i^0 - t_i) dt_i} P(t_i - t_i^0)$$

On tient donc compte du fait que $x(t_i)$ n'est pas connu depuis $t_i < 0$

$P(t_i)$ mesure aussi la probabilité que la prévision soit exacte. Alors

la dérivée de la fonction prévision vaut :

$$f'(t_i) = F(t_i) \sum_{-\infty}^{+\infty} C_n^{*} e^{jn \omega_0 (t_i - t_i^0)}$$

$$\text{avec } C_n^{*} = \|C'_n\| e^{j(2\pi - \varphi_n)}$$

ce qui définit $f(t_1)$ car on connaît

$f'(t_0) = x'(t_0)$: valeur de la pente au présent

$f(t_0) = x(t_0)$ valeur de la fonction au présent

La fonction prévision $f(t_1)$ permet donc de prolonger dans le futur une mesure $X^*(t_1)$; la fonction prévisibilité $P(t_1)$ permet de dire avec quelle probabilité la prévision risque de se réaliser.

CHAPITRE IX

PREVISION DANS UN CHAMP ALEATOIRE TRIDIMENSIONNELDE VECTEURS FONCTION DU TEMPS

§ 1 INTRODUCTION

Soit $\mathbf{V}(x, y, z, t)$ un champ tridimensionnel de vecteurs fonction du temps, représentant un phénomène aléatoire. (Par exemple l'écoulement d'un fluide visqueux dans l'espace ou le courant électrique dans un conducteur.

Les composantes cartésiennes \mathbf{V}_x , \mathbf{V}_y , \mathbf{V}_z sont des fonctions aléatoires des paramètres x , y , z et t .

Soient V_x^* , V_y^* , V_z^* les mesures des composantes des vecteurs prises entre x_1 et x_2 , y_1 et y_2 , z_1 et z_2 et, t_1 et t_2 .

On peut donc immédiatement définir pour chaque composante cartésienne \mathbf{V}_x , \mathbf{V}_y ou \mathbf{V}_z 24 fonctions prévisions

- | | | | | |
|----|------------------------------|------------------------------|-----------------------------|--|
| a) | prévisions dans la direction | $\overrightarrow{x_1 x_2}$, | fonctions respectivement de | y, z, t . |
| b) | " | " | " | $\overrightarrow{x_2 x_1}$, " " y, z, t |
| c) | " | " | " | $\overrightarrow{y_1 y_2}$, " " x, z, t |
| d) | " | " | " | $\overrightarrow{y_2 y_1}$, " " x, z, t |
| e) | " | " | " | $\overrightarrow{z_1 z_2}$, " " x, y, t |
| f) | " | " | " | $\overrightarrow{z_2 z_1}$, " " x, y, t |

- g) prévisions dans la direction $\overrightarrow{t_1 t_2}$, fonctions respectivement de x, y, z
 h) " " " $\overrightarrow{t_2 t_1}$, " " " x, y, z

Pour uniformiser les notations, nous travaillerons dans l'espace - temps de Minkowski défini par :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

avec c vitesse de la lumière.

On effectue alors le changement de notation suivant :

$$x^1 = -x ; x^2 = -y ; x^3 = -z ; x^4 = ct$$

noté x^a a (ou tout indice grec) = 1, 2, 3, 4

Alors nous noterons

$f^{\alpha i}$ les 12 fonctions prévisions "à droite"; c'est-à-dire, définies dans les directions $\overrightarrow{x_1 x_2}$

et

$f^{\beta i}$ les 12 fonctions prévisions "à gauche", dans les directions $\overrightarrow{x_2 x_1}$

avec $\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4$ représentant l'espace temps

et $i = 1, 2, 3$ représentant les composantes cartésiennes.

Remarque : on peut faire une prévision aussi bien dans le futur, après que la mesure soit finie, que dans le passé, avant que la mesure ait commencé.

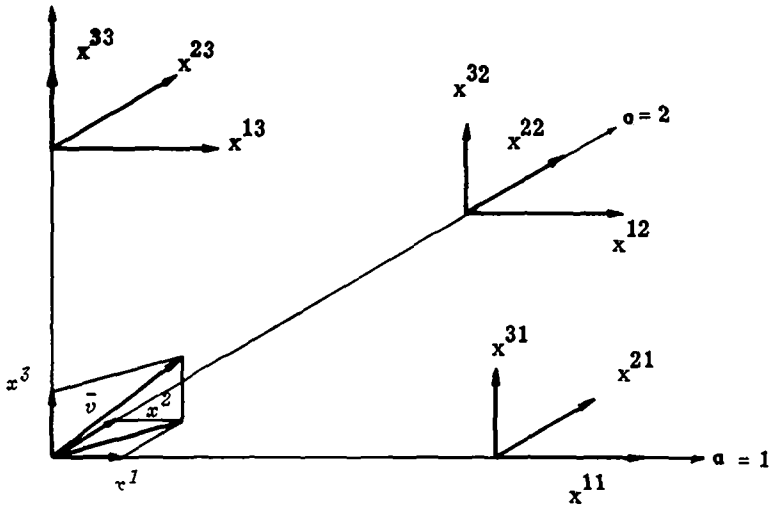


FIG. 12

On notera x^{ia} la fonction "composante i d'une mesure du vecteur V le long du repère a , passant par P , au temps t ."

§ 2 MOMENTS DANS UN CHAMP ALEATOIRE DE VECTEURS

Le champ aléatoire de vecteurs est entièrement défini par le champ scalaire à 7 dimensions de probabilité composée $p(v^i, x^a)$.

C'est la probabilité d'avoir à la fois les valeurs v^1, v^2, v^3 des 3 composantes du vecteur V au point x^1, x^2, x^3 et au temps x^4 .

Nous pouvons donc former 3 moments de 1er ordre

$$\overline{v^i} = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} v^i p(v^1, \dots, v^3, x^1, \dots, x^4) dv^1 \dots dv^3, dx^1, \dots, dx^4$$

6 moments du 2e ordre (i, j = 1, 2, 3)

$$\overline{v^i v^j} = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} v^i v^j p(v^1, \dots, v^3, x^1, \dots, x^4) dv^1, \dots, dv^3, dx^1, \dots, dx^4$$

car $\frac{\overline{v^i v^j}}{v^i v^j} = \frac{\overline{v^j v^i}}{v^j v^i}$

10 moments du 3e ordre

$$\overline{v^i v^j v^k} = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} v^i v^j v^k p(v^1, \dots, v^3, x^1, \dots, x^4) dv^1, \dots, dv^3, dx^1, \dots, dx^4$$

car $\frac{\overline{v^i v^j v^k}}{v^i v^j v^k} = \frac{\overline{v^i v^k v^j}}{v^i v^k v^j} = \frac{\overline{v^j v^i v^k}}{v^j v^i v^k} = \frac{\overline{v^k v^i v^j}}{v^k v^i v^j} = \frac{\overline{v^k v^j v^i}}{v^k v^j v^i}$

A partir des moments du 1er et 2e ordre on tire 3 champs scalaires des coefficients de corrélation dans l'espace de Minkowski.

$$\rho_{ij} = \frac{\overline{(v^i - \bar{v}^i)(v^j - \bar{v}^j)}}{\sqrt{(\overline{v^i - \bar{v}^i})^2 (\overline{v^j - \bar{v}^j})^2}} = \frac{\overline{v^i v^j} - \bar{v}^i \bar{v}^j}{\sqrt{(\overline{v^i}^2 - \bar{v}^i{}^2) (\overline{v^j}^2 - \bar{v}^j{}^2)}}$$

A partir des moments du 1er, 2e et 3e ordre, nous pouvons définir un champ scalaire d'un coefficient de corrélation à 3 dimensions, dans l'espace de Minkowski

$$\rho_{ijk} = \frac{\overline{(v^i - \bar{v}^i)(v^j - \bar{v}^j)(v^k - \bar{v}^k)}}{\sqrt[3]{(\overline{v^i - \bar{v}^i})^3 (\overline{v^j - \bar{v}^j})^3 (\overline{v^k - \bar{v}^k})^3}} =$$

$$= \frac{\overline{v^i v^j v^k} - \bar{v}^i \bar{v}^j \bar{v}^k - \bar{v}^j \bar{v}^i \bar{v}^k - \bar{v}^k \bar{v}^i \bar{v}^j + 2\bar{v}^i \bar{v}^j \bar{v}^k}{\sqrt[3]{(\overline{v^i}^3 - \bar{v}^i{}^3) (\overline{v^j}^3 - \bar{v}^j{}^3) (\overline{v^k}^3 - \bar{v}^k{}^3)}}$$

Il mesure la dépendance de probabilité triple entre les composantes du vecteur, dans l'espace-temps, lorsque $i = 1$, $j = 2$ et $k = 3$.

§ 3 DENSITE DE PROBABILITE DANS L'ESPACE-TEMPS ALEATOIRE.

En définissant le champ vectoriel par une dépendance de probabilité à 7 dimensions, cela implique que l'on considère l'espace-temps lui-même comme étant aléatoire.

Il faut remarquer que rien, si ce n'est une convention d'écriture, ne permet de distinguer une fonction aléatoire d'un paramètre certain $x(t)$, d'une variable aléatoire à 2 dimensions (x, t) .

Dans le 1er cas, la fonction est définie pour chaque valeur de t par sa densité de probabilité $p(x)$ au temps t que l'on peut représenter par un tableau à 2 dimensions :

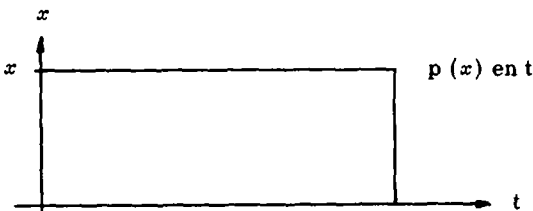


FIG. 13

Tandis que dans l'autre cas on définit le champ de probabilité à 2 dimensions

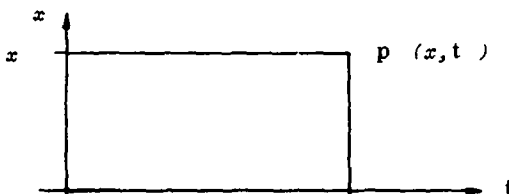


FIG. 14

avec

$$p(x) \text{ en } t = p(x/t) \quad \text{car}$$

$$\text{l'intégrale } p(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, t) dt \quad \text{mesure la probabilité d'ob-$$

tenir la valeur x , quel que soit (t)

Or $p(x)$ en t mesure la probabilité d'obtenir x lorsque la valeur t est réalisée.

$$p(x) \text{ en } t = p(x/t) = \frac{p(x, t)}{p(t)}$$

c'est une densité de probabilité conditionnelle.

Pour un phénomène macroscopique $p(t) = 1$

$$\text{et } p(x) \text{ en } t = p(x, t)$$

Dans l'espace temps, on écrira :

$$p(v^1, v^2, v^3) \text{ en } P \text{ et } t = p(v^1, v^2, v^3 / x^1, x^2, x^3, x^4) = \frac{p(v^1, v^2, v^3, x^1, x^2, x^3, x^4)}{p(x^1, x^2, x^3, x^4)}$$

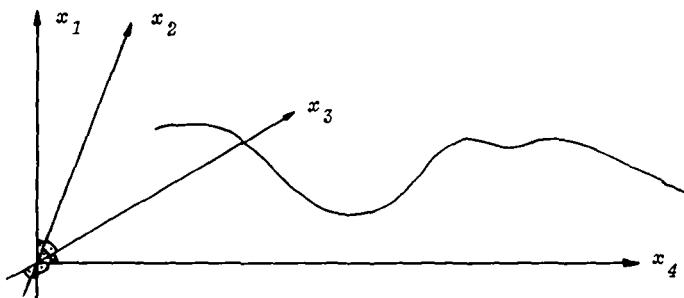
$p(x^1, x^2, x^3, x^4)$ est la probabilité d'existence de l'espace-temps.

§ 4 TRAJECTOIRE D'UN PHENOMENE PHYSIQUE

Un phénomène physique se traduit par une cohérence plus ou moins grande du champ de probabilité conditionnel dans l'espace-temps. Dans les régions de cohérence, le champ scalaire $p(v^1, v^2, v^3 / x^1, x^2, x^3, x^4)$ est

dérivable. Le centre d'inertie du phénomène physique (particule aléatoire) se déplace le long d'une trajectoire où le champ scalaire est maximum

FIG. 15



la trajectoire est biunivoque le long de x_4 : le phénomène physique ne revient pas en arrière dans le temps.

Comme le champ de probabilité est cohérent autour de la trajectoire, les maxima du champ le long de x_4 sont donnés par

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x^1} &= 0 & \frac{\partial^2 p}{\partial x^{12}} &< 0 \\ \frac{\partial p}{\partial x^2} &= 0 & \frac{\partial^2 p}{\partial x^{22}} &< 0 \\ \frac{\partial p}{\partial x^3} &= 0 & \frac{\partial^2 p}{\partial x^{32}} &< 0 \end{aligned}$$

En généralisant la notion de lignes principales à un espace à 5 dimensions comprenant la probabilité et l'espace-temps (cf. fig. 4), les lignes principales sur la surface de probabilité Π dans l'espace à 5 dimensions sont déterminées par des points particuliers définis par les 6 équations ci-dessus, et par le système de j équations différentielles

$$\begin{vmatrix} \sum_{\alpha} d_{j\alpha} du^{\alpha} & \sum d_{4\alpha} du^{\alpha} \\ \sum_{\alpha} g_{j\alpha} du^{\alpha} & \sum g_{4\alpha} du^{\alpha} \end{vmatrix} = 0 \quad \alpha = j, 4$$

avec $j = 1, 2, 3$ et

$$u^1 = x^1$$

$$u^2 = x^2$$

$$u^3 = x^3$$

$$u^4 = x^4$$

$$p = x^5$$

Le repère naturel tangent \mathbf{R}_{u^i} sur la surface Π a pour composantes :

$$\mathbf{R}_{u^i} \left(\frac{\partial x^k}{\partial u^i} \right) \quad i, l = 1, 2, 3, 4$$

$$k = 1, 2, 3, 4, 5$$

et

$$g_{il} = \mathbf{R}_{u^i} \cdot \mathbf{R}_{u^l} \quad \text{tenseur métrique}$$

$$d_{\alpha\beta} = \sum_i X^i \frac{\partial^2 x^i}{\partial u^{\alpha} \partial u^{\beta}} \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3, 4$$

où $\mathbf{X} (X^i)$ normale unité à la surface

$$\mathbf{X} = \frac{1}{\sqrt{g}} \prod_i \mathbf{R}_{u^i} \quad (\text{produit vectoriel})$$

$$g = |g^{il}|$$

$$d'ou \quad x^5 = L(x^1, x^2, x^3, x^4)$$

ligne principale sur la surface de probabilité.

Le centre d'inertie d'un phénomène physique va suivre la projection d'une ligne principale dans l'espace temps

$$L(x^1, x^2, x^3, x^4) = 0$$

comme x^4 est univoque, on peut sortir x^4 de l'expression L et on a les 3 équations

$$x^4 = \tau_j(x^j) \quad j = 1, 2, 3$$

Ce sont les équations paramétriques de la trajectoire du centre de gravité du phénomène physique aléatoire.

Prévision dans le champ aléatoire.

Lorsque l'on fait une mesure macroscopique, l'espace-temps devient certain et

$$p(x^1, x^2, x^3, x^4) = 1$$

alors

$$p(v^1, v^2, v^3/x^1, x^2, x^3, x^4) = p(v^1, v^2, v^3, x^1, x^2, x^3, x^4)$$

On peut faire la prévision de diverses façons.

Si l'on s'intéresse à la trajectoire du centre d'inertie du phénomène physique, on utilisera la formule :

$$x^4 = \tau_j^*(x^j)$$

où les τ_j^* sont les équations paramétriques de la trajectoire calculée à partir des mesures.

On est donc ramené à un cas à une dimension.

On peut aussi désirer faire la prévision à partir d'un point quelconque de l'espace-temps (point de vue Eulérien).

Les 3 composantes v^1, v^2, v^3 du vecteur \mathbf{v} forment, si l'on se trouve dans une région de cohérence, un repère à 3 dimensions dans l'espace aléatoire, défini

par leur norme $\|\mathbf{v}^i\|$ et par

les cosinus directeurs $\cos \alpha_{ij} = \rho_{ij}$ coefficient de corrélation $i, j = 1, 2, 3$

$\alpha_{ij} = \angle \mathbf{v}^i, \mathbf{v}^j$ angle que forment les vecteurs composantes dans l'espace aléatoire.

On définit sur le repère \mathbf{v}^i des vecteurs unitaires

$$\mathbf{u}^i = \frac{\mathbf{v}^i}{\|\mathbf{v}^i\|}$$

Les \mathbf{u}^i délimitent un volume parallélépipédique dont la mesure vaut

$$\begin{vmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 \end{vmatrix}^{\frac{1}{2}} = \left\| \mathbf{v}_{x^1 x^2 x^3 x^4} \right\| = \left\| \mathbf{v}^0 \right\|$$

c'est le volume aléatoire au point P et au temps t.

En un point voisin P' et en un temps t' on déterminera de même

$$\left\| \mathbf{v}_{x^1 x^2 x^3 x^4} \right\| = \left\| \mathbf{v}' \right\|$$

$\mathbf{V}(P, t)$ et $\mathbf{V}(P', t')$ détermine dans l'espace aléatoire un repère à 6 dimensions

$$\left\| \mathbf{V}_{x^1 x^2 x^3 x^4 x^1 x^2 x^3 x^4} \right\| = \mathbf{V}_{x^1 x^2 x^3 x^4} \otimes \mathbf{V}_{x^1 x^2 x^3 x^4}$$

et

$$V_{x^1 x^2 x^3 x^4 x^{1'} x^{2'} x^{3'} x^{4'}} = \begin{vmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{11'} & \rho_{12'} & \rho_{13'} \\ \rho_{21} & 1 & . & . & . & . \\ . & . & 1 & . & . & . \\ . & . & . & 1 & \rho_{1'2'} & \rho_{1'3'} \\ . & . & . & . & 1 & . \\ \rho_{3'1} & . & . & . & . & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \|V^0\|$$

Lorsque V est déterminé par des mesures V^* , on calculera les ρ_{ij} de la même manière que dans le cas à une dimension traité précédemment. $\|V^0\|$ est la mesure de la cohérence entre les 3 composantes de V en P et en t et $\|V'\|$ en est la mesure en P' et t' .

$\|V^0\|$ est la mesure de la cohérence mutuelle du champ de V en P, t et P', t' .

La grandeur

$$R(x^1, x^2, x^3, x^4) = \left| \|V^0\| \right|$$

déterminant des $\|V^0\|$

est le coefficient de corrélation multiple dans le champ du vecteur, le long d'une trajectoire quelconque donnée par

$$x^i = \mathcal{F}_i(x^j, x^k, x^l) \quad i, j, k, l = 1, 2, 3, 4$$

\mathcal{F}_i équations paramétriques de la trajectoire. On est donc ramené à un cas à 1 dimension.

Conclusion

Les modèles mathématiques développés permettent de prévoir, avec un degré de certitude connu, des phénomènes physiques dont la complexité échappe à l'analyse rationnelle.

II e P A R T I E

MESURES DANS UN CHAMP ALEATOIRE DE VECTEURS
=====

CHAPITRE I

DIMENSIONNEMENT ET PROPRIETES D'UN CAPTEUR DIGITALA HELICE DE CHEMIN DE VENTEtude théorique et expérimentale

§ 1 INTRODUCTION

La précision et la finesse d'une mesure physique sont déterminées principalement par le capteur.

La cadence d'échantillonnage optimum d'un capteur digital sera déterminée à priori à partir des propriétés du capteur.

§ 2 CHEMIN DU VENT

Nous définirons le chemin du vent comme l'intégrale de la vitesse du vent au point de mesure.

$$x = \int_{t_1}^{t_2} \dot{x} dt$$

La digitalisation de la mesure impose de définir un chemin du vent minimum Δx correspondant à une impulsion électrique (top).

Au point de vue physique, cela n'a pas de sens de prendre $\Delta x \ll d$, où d est le ϕ de l'hélice.

Cependant, il faut une "fréquence" d'échantillonnage plus élevée que la fréquence limite du phénomène à observer si l'on veut conserver toute l'information.

Par analogie avec le théorème de Shannon, nous avons pris

$$\Delta x = \frac{d}{2} \quad \Delta x = 0,1 \text{ m}$$

Cette distance correspond à 1/3 de tour d'hélice. 1 top correspond à 10 cm de chemin du vent mesuré.

§ 3 PROPRIETES DU CAPTEUR

L'énergie cinétique acquise par l'hélice est perdue par le vent.

On peut écrire :

$$\frac{1}{2} I \dot{\phi}^2 = \frac{1}{2} M \dot{x}^2$$

où I moment d'inertie de l'hélice

$\dot{\phi}$ vitesse de rotation

M masse d'air déplacée

\dot{x} vitesse du vent.

En régime stationnaire on a :

$$\dot{\phi} = a \dot{x}$$

α est déterminé par le pas de l'hélice

$$\alpha = \frac{2 \pi}{0,3} \quad \text{radian/mètre}$$

M représente la masse d'air interceptée par l'hélice. C'est donc un cylindre de longueur x_0 et de surface égale à celle limitée par la circonférence de l'hélice.

$$M = \rho \pi r^2 x_0$$

ρ masse spécifique de l'air

r rayon de l'hélice

On peut donc écrire :

$$\alpha^2 I = M$$

$$I = \frac{\rho \pi r^2 x_0}{\alpha^2}$$

$$x_0 = \frac{\alpha^2 I}{\rho \pi r^2}$$

x_0 représente la distance de réponse de l'hélice. Cette distance est indépendante de la vitesse du vent.

Par conséquent, le temps de réponse de l'hélice dépend de la vitesse du vent.

$$\tau = \frac{x_0}{\dot{x}}$$

On remarque que x_0 dépend de ρ , donc de la pression, de la température et de l'humidité de l'air (P, T, U).

Si la section de la pale de l'hélice ne dépend pas du rayon (pale de section constante mais de forme variable), on peut écrire :

$$I = \int_0^r r^2 \rho_h S(r) dr$$

ou S section de la pale de l'hélice = cte

ρ_h masse spécifique de l'hélice

si $S = \text{cte}$

$$I = \frac{1}{3} r^2 M_h$$

M_h masse de l'hélice = 12 g

d'où

$$x_0 = \frac{a^2 M_h}{3 \pi \rho}$$

La longueur de réponse est indépendante du rayon de l'hélice.

$$x_0 = \frac{12 \cdot 10^{-3} \cdot 400}{3 \cdot 9 \cdot 1,293} = 0,43 \text{ m}$$

§ 4 DYNAMIQUE DU MOUVEMENT DE L'HELICE

On peut se représenter le mouvement de l'hélice de la manière suivante.

Supposons l'hélice initialement arrêtée dans un vent à vitesse constante. La vitesse de rotation de l'hélice va croître exponentiellement par rapport à la rotation (et non pas au temps).

$$\dot{\phi} = \dot{\phi}_0 (1 - e^{-\phi/\dot{\phi}_0})$$

$$\dot{\phi}_0 = a \dot{x}_0$$

$$\phi_0 = a x_0$$

\dot{x}_0 vitesse du vent

x_0 distance de réponse de l'hélice

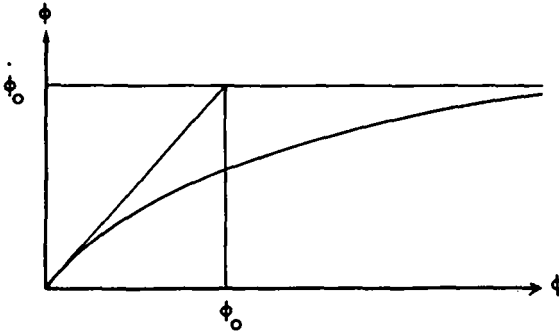


Fig. 16

En dérivant on obtient :

$$\dot{\phi}_0 \ddot{\phi} = (\dot{\phi}_0 - \dot{\phi}) \dot{\phi} \quad \text{ou} \quad \ddot{\phi} = \frac{\dot{\phi}_0 \dot{\phi}}{\phi} + \dot{\phi}$$

L'accélération de l'hélice est proportionnelle au produit de la vitesse de rotation par l'écart entre la vitesse de rotation et la vitesse de rotation finale.

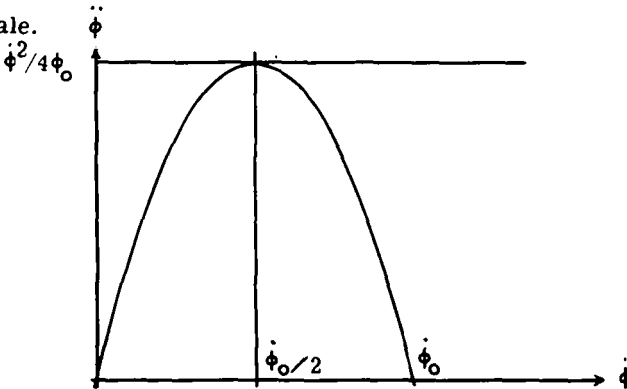


Fig. 17

$\dot{\phi}_0$ représente la valeur effective de la vitesse du vent.

Nous écrivons :

$$a \dot{x}' = \frac{\phi_0 \ddot{\phi}}{\dot{\phi}} + \dot{\phi}$$

$$\dot{x}' = \frac{x_0 \ddot{x}}{\dot{x}} + \dot{x}$$

avec : \dot{x}' vitesse du vent effective
 \dot{x} vitesse du vent mesurée
 \ddot{x} accélération du vent mesurée.

Cette équation permet de calculer la vitesse du vent à partir des valeurs mesurées, lors d'une variation brusque (turbulence).

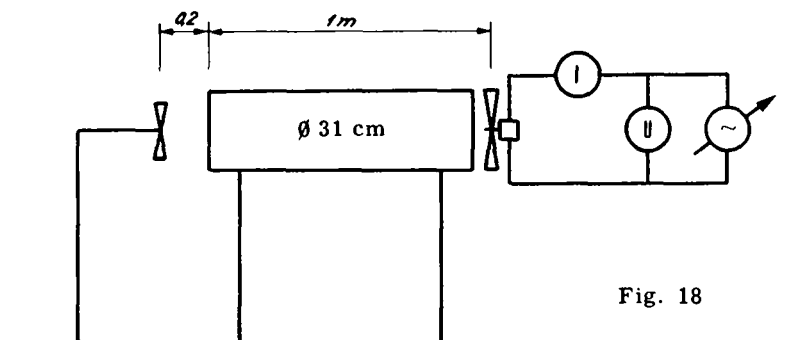
CHAPITRE II

VERIFICATION EXPERIMENTALE

§ 1 PRINCIPE

On mesure l'accélération de l'hélice (arrêtée au préalable) dans un vent de vitesse moyenne constante .

§ 2 METHODE.



Les impulsions du système N E Z sont envoyées sur un enregistreur graphique dont la vitesse de défilement est constante.

Pour adapter la vitesse de défilement à la fréquence des tops, ceux-ci sont préalablement enregistrés sur Ampex à vitesse maximum et lus à une

vitesse 8 fois plus faible.

La distance séparant 2 tops sur le papier est proportionnelle au temps écoulé.

$$\Delta t = k \Delta l$$

t temps
l longueur

La vitesse de l'hélice est proportionnelle à l'inverse de cette longueur.

$$\dot{x} = \frac{\Delta x}{k \Delta l} \quad \dot{\phi} = a \dot{x}$$

$\Delta x = 0,1 \text{ m}$

On utilise directement la vitesse apparente \dot{x} (ou mesurée) du vent à la place de la vitesse de rotation. L'accélération est égale au rapport de la différence des vitesses correspondant à 3 impulsions successives par le temps moyen séparant ces impulsions.

$$\ddot{x} = \frac{2(\dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n)}{\Delta t_n + \Delta t_{n+1}} \quad \Delta t_n = t_n - t_{n-1}$$

Pratiquement, nous avons opéré de la manière suivante :

l'hélice est initialement arrêtée sur une position précédant de peu l'émission d'un top. Ainsi, le premier top émis peut être considéré comme l'origine de la mesure (Top N° 0).

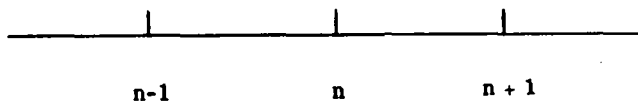


Fig. 19

La distance séparant les différents tops successifs est mesurée :

$$l_1 \dots l_n \dots$$

On calcule ensuite

$$\dot{x}_n = \frac{\Delta x}{k (l_n - l_{n-1})} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Δx distance correspondant à un top

\dot{x}_n valeur moyenne de la vitesse entre deux tops mesurées à

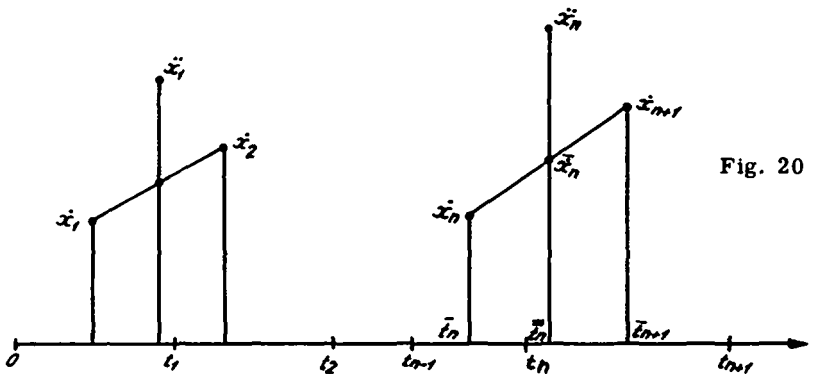
$$\bar{t}_n = k \frac{l_{n-1} + l_n}{2}$$

puis

$$\ddot{x}_2 = \frac{\dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n}{\bar{t}_{n+1} - \bar{t}_n} = \frac{2 (\dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n)}{k (l_{n+1} - l_{n-1})} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

pris au temps

$$\bar{t}_n = \frac{\bar{t}_n + \bar{t}_{n+1}}{2} = \frac{k}{2} (l_{n+1} + l_{n-1})$$



§ 3 DEPOUILLEMENT SIMPLIFIE

Le graphique montre le résultat de l'application de la formule

$$\dot{x}'_n = \frac{x_0 \ddot{x}_n}{\dot{x}_n} + \dot{x}_n \quad \text{pris à } t_n$$

au lieu de

$$\dot{x}'_n = \frac{x_0 \ddot{x}_n}{\bar{x}_n} + \bar{x}_n \quad \text{pris à } \bar{t}_n$$

Nous avons pris

$$x_0 = 0,43 \text{ m valeur théorique}$$

$$a = \frac{20 \pi}{3} \text{ radian / mètre}$$

$$k = 9,42 \cdot 10^{-2} \text{ sec/m}$$

k a été calculé après mesure de la vitesse moyenne de rotation de l'hélice au moyen d'un stroboscope et d'après la moyenne de \dot{x} pris sur les 10 dernières mesures. Etant donné l'incertitude qui règne sur la valeur du glissement de l'hélice (a réel \neq a géométrique) et sur x_0 , nous pouvons considérer les appareils comme parfaits.

§ 4 VERIFICATIONS DE LA VALEUR DE x_0

x_0 détermine l'amplitude de la correction à apporter sur la valeur lue.

La moyenne des 10 premières mesures donne 0,9028 m/s au lieu de 0,8 m/s mesuré lorsque l'hélice est arrêtée.

La moyenne sur les 35 premières mesures donne 0,979 m/s au lieu de 0,975 m/s mesuré au stroboscope sur la vitesse de rotation de l'hélice. Pour cette valeur, l'accord est excellent.

Réponse d'une hélice NEZ

m/s.
x

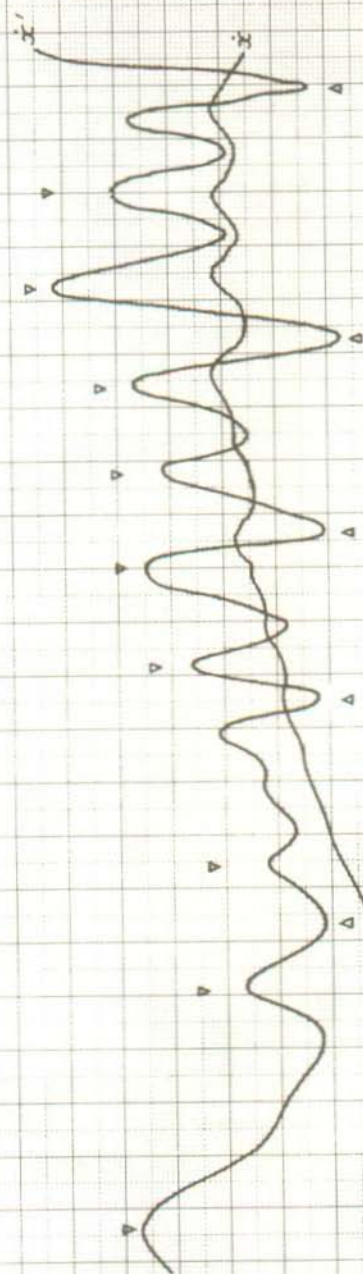


fig 21

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35

n	l_n	\dot{x}_n	\dot{x}'_n
1	5,50	0,193	1,166
2	8,40	0,366	0,323
3	10,55	0,493	0,851
4	12,40	0,574	0,798
5	14,10	0,624	0,960
6	15,62	0,698	0,825
7	17,08	0,727	0,814
8	18,50	0,747	0,913
9	19,85	0,786	0,866
10	21,17	0,804	0,912
11	22,45	0,829	0,916
12	23,70	0,849	1,006
13	24,90	0,884	0,793
14	26,13	0,863	1,056
15	27,30	0,907	0,877
16	28,48	0,900	0,930
17	29,65	0,907	1,142
18	30,75	0,965	0,789
19	31,90	0,923	0,923
20	33,05	0,923	1,107
21	34,15	0,965	0,965
22	35,25	0,965	0,965
23	36,35	0,965	1,167
24	37,40	1,011	0,818
25	38,50	0,965	0,788
26	39,65	0,923	1,315
27	40,70	1,011	1,204
28	41,80	0,965	0,965
29	42,90	0,965	1,167
30	43,95	1,011	1,204
31	45,05	0,965	0,965
32	46,15	0,965	1,167
33	47,20	1,011	0,818
34	48,30	0,965	1,235
35	49,38	0,900	

$$\dot{x}'_n = \frac{x_0 \ddot{x}_n}{\dot{x}_n} + \dot{x}_n$$

On remarque encore une variation périodique de la vitesse du vent de longueur d'onde de 30 cm et 60 cm. Cette valeur est égale à 1/4 et 1/2 de la longueur séparant l'hélice du ventilateur. On a probablement un effet de résonance dans le tube.

§ 5 MESURES ANNEXES : COUPLE DE FROTTEMENT et COUPLE D'ENTRAÎNEMENT.

L'hélice est arrêtée au moyen d'une cale placée sur le trajet d'une pale, de telle sorte qu'une autre pale soit horizontale.

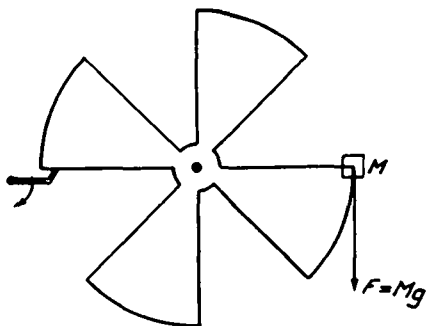


Fig. 22

La masse M est augmentée jusqu'à ce que l'hélice se mette à tourner.

Sachant que le couple est proportionnel au carré de la vitesse (loi analogue à la portance d'une aile), on doit savoir

$$\frac{M}{\dot{x}_m^2} = \text{cte}$$

on obtient

\dot{x}_m (m/s)	$M(g)$	M/\dot{x}_m^2
0,8	0,310	0,485
1,1	0,610	0,504
2,15	2,090	0,452
3,2	4,59	0,448

ce qui laisse croire que les valeurs de 0.8 et 1.1 m/s sont trop basses; valeurs corrigées 0.83 m/s et 1.16 m/s. Nous pouvons en conclure que la valeur de x_0 est légèrement trop élevée de $\frac{0,9 - 0,83}{0,83} = 8,45 \%$

d'où $x_0 = 0,4 \text{ m}$

Notons encore que le fait de prendre la formule simplifiée revient à sous-estimer la correction, donc à surestimer x_0 .

Nous n'avons pas tenu compte de l'influence de P, T et U sur la valeur de

$$\rho = \rho (P, T, U)$$

§ 6 SEUIL DU CAPTEUR.

A vent nul nous déterminons la masse M provoquant la rotation de l'hélice.

Extrapolons la vitesse de rotation correspondant à un couple égal au couple de frottement

$$\frac{M}{x^2} = 0,45 \quad \text{pour } M = 0,01 \text{ g}$$

$$\dot{x}_s = 0,15 \text{ m/s}$$

=====

CHAPITRE III

MESURE D'UN JET

§ 1 INTRODUCTION

Cette expérience consiste à la mesure du champ des vecteurs vitesse de l'air à la sortie d'une cheminée.

Pratiquement nous avons utilisé une tuyère de 3 m de long et d'un \varnothing de 1 m placée horizontalement dans un local fermé, pour soustraire le jet des influences extérieures.

Le local mesure 31 m 80 de long sur 18m 80 de large.

La hauteur de plafond est de 5 m 20; toutefois des poutres transversales abaissent la hauteur utile à 4 m 50.

Le local est séparé en deux parties par 4 piliers espacés longitudinalement.

L'axe de la tuyère a été placé à 6 m 40 de la paroi latérale et à 2 m 25 du sol, la bouche à 5 m 80 du fond.

La turbine soufflant l'air dans la tuyère a une puissance de 1800 W.

§ 2 MESURES

Nous avons effectué 3 séries de mesures du jet :

- 1) la mesure du champ de vecteurs vitesse moyenne.
- 2) la mesure du champ des vecteurs vitesse instantanée .
- 3) la mesure des variations rapides du module du vecteur vitesse instantané en un point du champ de vecteurs.

Les 2 premières séries de mesures ont été effectuées au moyen du système anémométrique NEZ. Nous utilisons 3 bras optoélectroniques mesurant chacun les composantes cartésiennes du vecteur vent.

Chaque bras est fixé à un mât coulissant sur un support vertical.

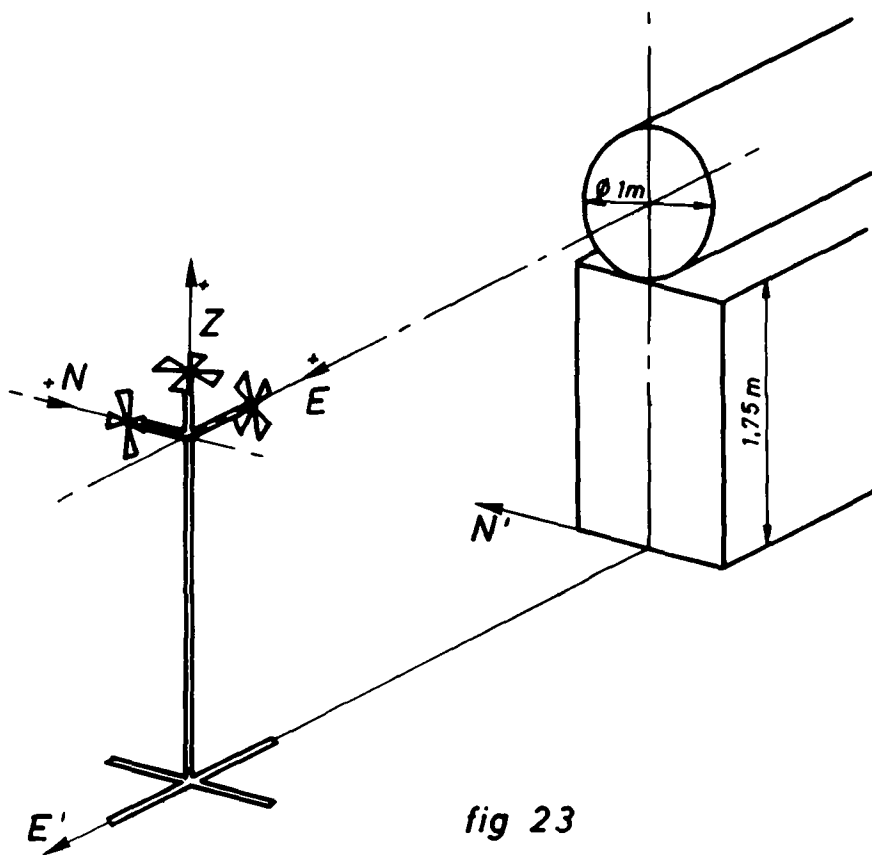
Ce support est lui-même fixé sur une base montée sur roulettes

Cette base est munie d'un index permettant de positionner le capteur sur un réseau de coordonnées cartésiennes tracé sur le sol.

Les capteurs horizontaux se déplacent dans un plan horizontal passant par l'axe de la tuyère (cf. fig. 23).

Pour certaines mesures à l'orifice de la tuyère, nous avons placé l'hélice Z dans ce même plan.

DISPOSITIF DE MESURE



CHAPITRE IV

PROPRIETE DU CAPTEUR NEZ

§ 1 HELICE

Chaque bras du capteur est muni d'une hélice dont la réponse est quasi cosinusoidale par rapport à l'axe du bras. On mesure donc bien la composante cartésienne du vecteur vent.

Chaque hélice effectue une révolution pour un parcours du chemin d'un vent constant de 30 cm. Le codeur donne une impulsion pour chaque tiers de tour d'hélice, chaque impulsion correspond donc à un chemin du vent mesuré de $\Delta x = 10$ cm.

§ 2 ERREURS DE MESURES DUES AU CAPTEUR NEZ

Les erreurs de mesure sont de 4 ordres :

a) l'effet de seuil dû au frottement

L'hélice se met à tourner lorsque le vent atteint une vitesse de 15 cm/sec. Le frottement dynamique doit donc être bien inférieur à cette valeur. Il n'a pas pu être mesuré jusqu'à présent.

b) Inertie de l'hélice

A cause de son inertie, l'hélice ne répond pas de façon instantanée

aux variations du vent. On peut représenter cet effet par l'équation suivante :

$$I) \quad \dot{x}' = \frac{\ddot{x} x_0}{k} + \dot{x}$$

\dot{x} vitesse mesurée du vent

\ddot{x} accélération mesurée du vent

\dot{x}' vitesse réelle du vent

x_0 distance de réponse de l'hélice (due à l'inertie de l'hélice)

c) Influence de l'angle d'attaque

La réponse de l'hélice n'est pas exactement cosinusoidale elle varie légèrement avec l'angle d'incidence θ du vent pris entre le vecteur vent et l'axe de l'hélice.

Cet effet est représenté par l'équation

$$II \quad \dot{x}'' = \dot{x}' (1 + \alpha |\sin 2\theta|)$$

$$\alpha = 0,07$$

l'erreur maximum est donc de 7 %.

d) Effet géométrique

La non coïncidence géométrique des capteurs des composantes cartésiennes provoque une erreur sur la mesure fine du vent, car on ne mesure pas exactement le vecteur vent à l'intersection des 3 bras. Cet effet peut provoquer des erreurs non négligeables sur des calculs statistiques de la structure fine du vent.

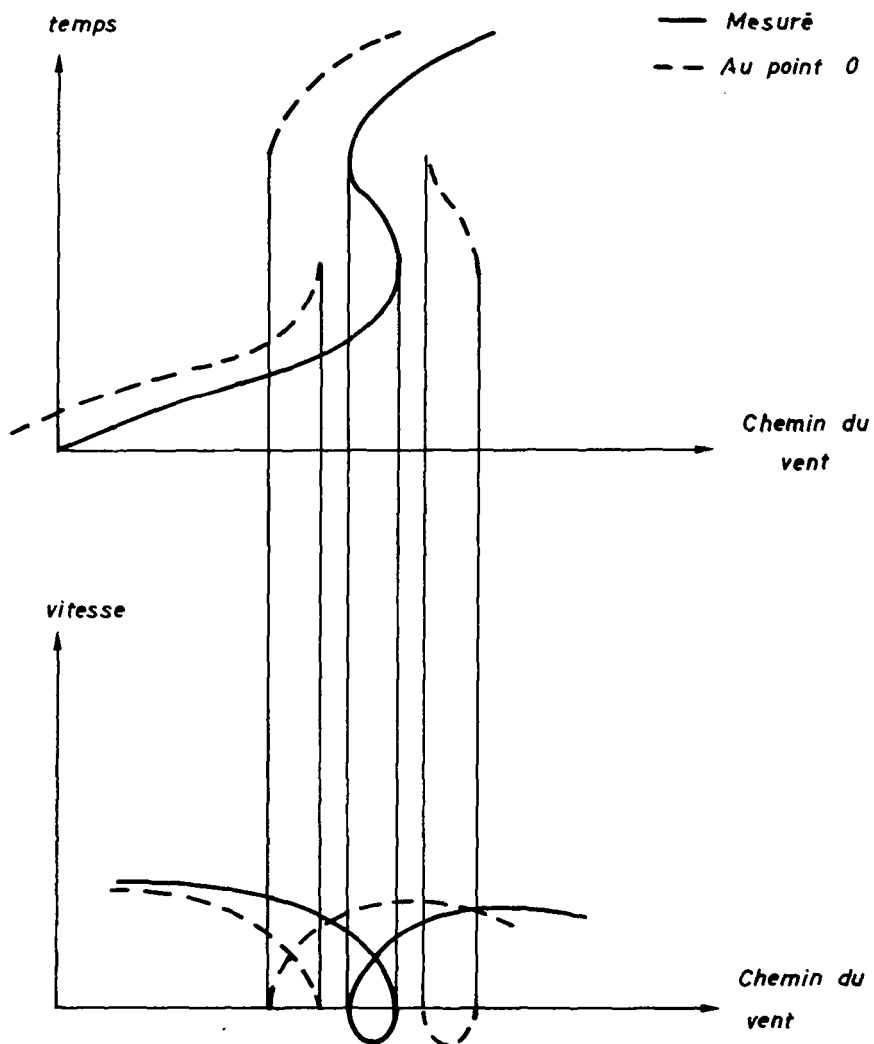


fig 24

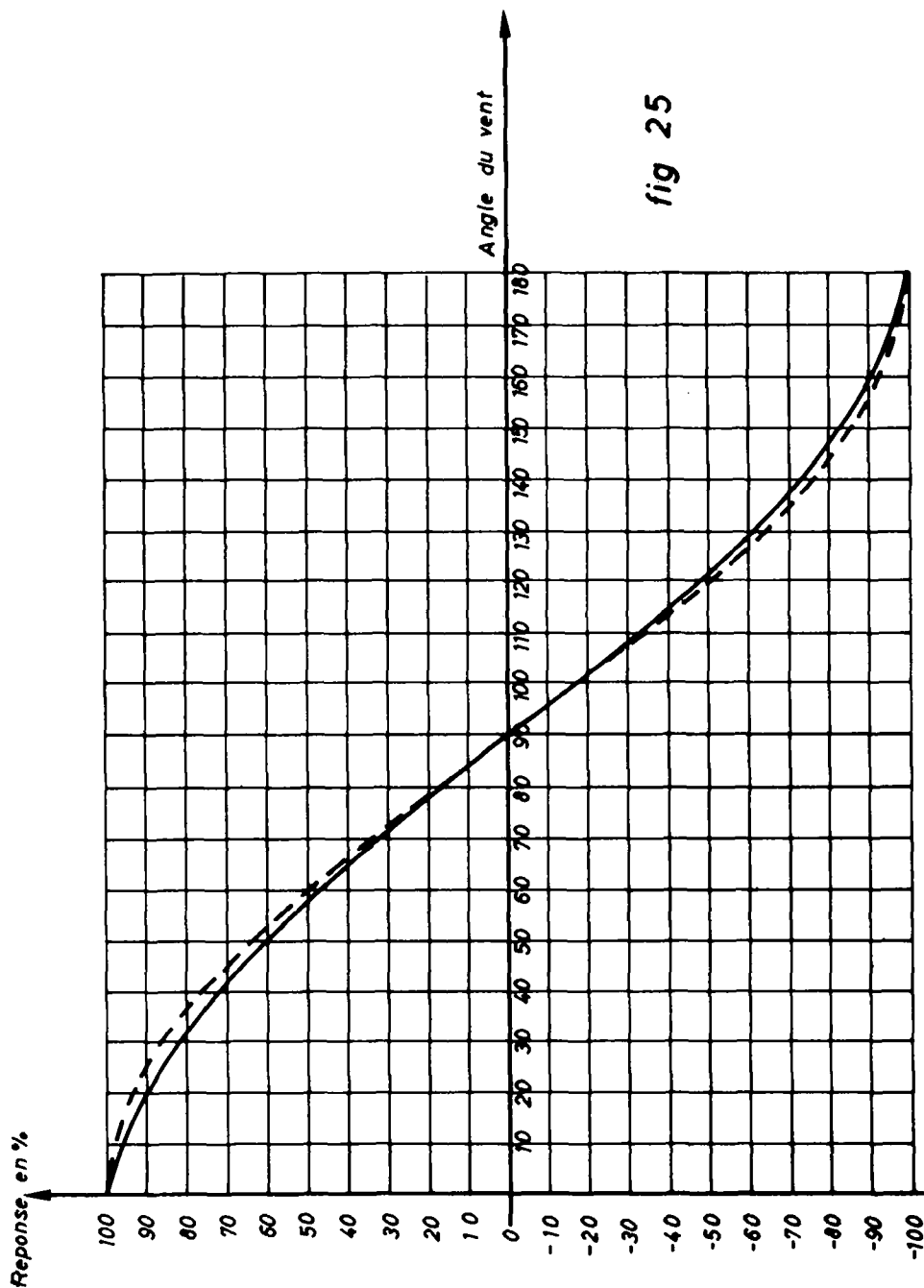


fig 25

Les capteurs ne peuvent guère mesurer des tourbillons dont la longueur d'onde est bien inférieure au diamètre de l'hélice.

Or nous savons que la longueur de mélange de tels tourbillons est bien supérieure à leur longueur d'onde. Comme l'hélice a un \emptyset de 0,2 m, on peut supposer que la structure du vent est conservée sur la distance correspondant à la longueur de bras (0,40 m).

Soit \dot{n}' , \dot{e}' et \dot{z}' les vitesses vraies des composantes axiales du vecteur vent mesurées aux extrémités des 3 bras orthogonaux de longueur l .

Au point d'intersection 0 des 3 bras, les composantes \dot{n}_0 , \dot{e}_0 et \dot{z}_0 du vecteur vent \dot{v}_0 au temps t_0 sont les composantes, prises respectivement aux extrémités des 3 bras N, E et Z aux temps t_n , t_e et t_z donnés par la relation.

$$-l = \int_{t_0}^{t_n} \dot{n}' dt = \int_{t_0}^{t_e} \dot{e}' dt = \int_{t_0}^{t_z} \dot{z}' dt$$

(cf. fig. 24)

Ceci n'est valable que lorsque la longueur de mélange du fluide est bien plus grande que la longueur du bras.

CHAPITRE V

PROPRIETE DU CAPTEUR A FIL CHAUD

§ 1 REPONSE DU CAPTEUR

Le capteur à fil chaud mesure le module du vecteur vent lorsque la moyenne de celui-ci est située dans un plan perpendiculaire au filament. La réponse d'un tel capteur est parabolique, selon la loi :

$$VI \quad v = \alpha (u + \beta)^2$$

v module du vecteur vent (composante coplanaire) u étant la tension à la sortie de l'appareil de mesure.

Malheureusement chaque capteur doit être au préalable étalonné (mesure de α et de β). De plus le capteur est affligé d'une dérive dans le temps qui influence le paramètre β essentiellement.

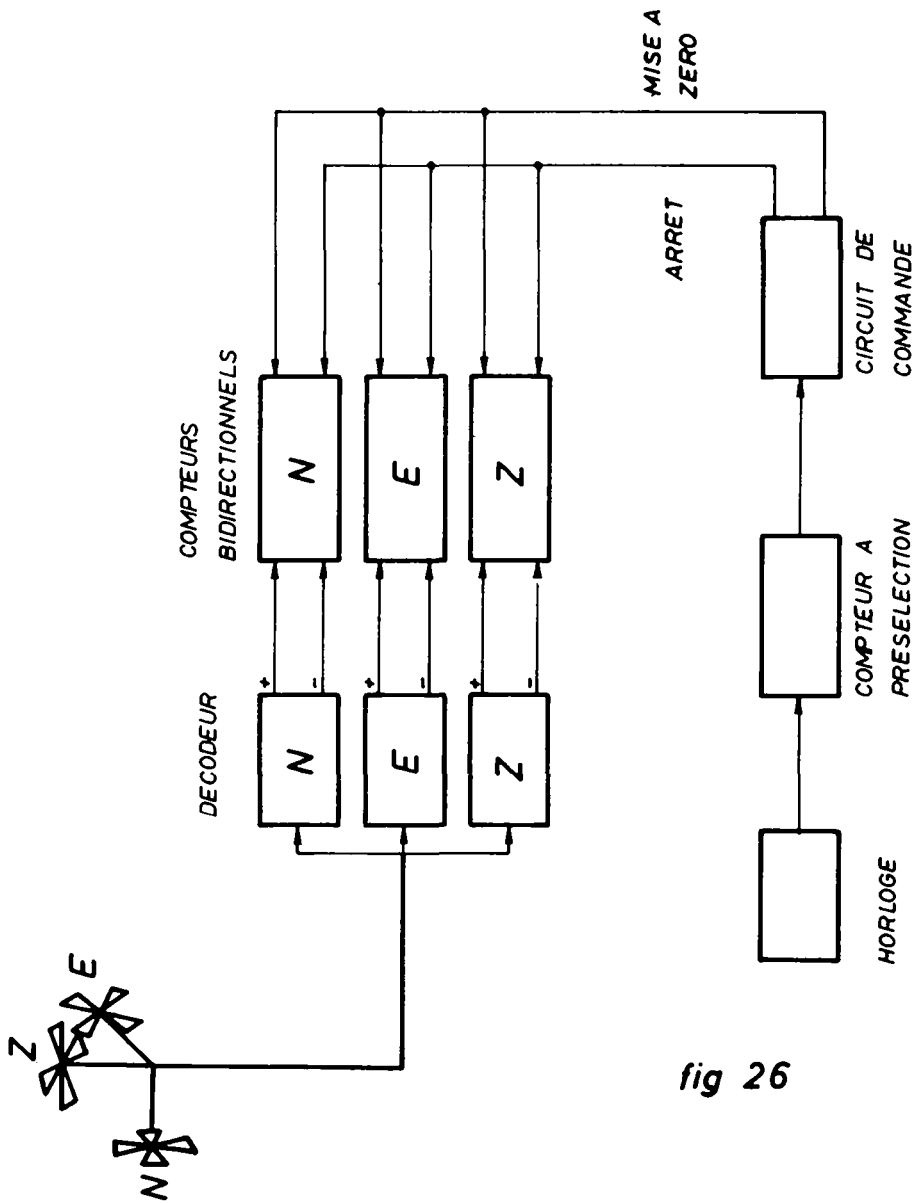


fig 26

CHAPITRE VI

CHAMP DE VECTEURS VITESSE MOYENNE VRAIE

§ 1 PRINCIPLE DE LA MESURE

Les impulsions provenant du décodeur du système anémométrique NEZ sont transmises à 3 compteurs bidirectionnels dont l'arrêt et la mise à zéro sont commandés par un compteur à présélection branché sur une horloge. On mesure ainsi le nombre c d'impulsions (chemin du vent mesuré) pendant un temps fixé

(cf. fig. 26)

$$\bar{n} = c_n \frac{\Delta x_o}{\Delta t}$$

VII

$$\bar{e} = c_e \frac{\Delta x_o}{\Delta t}$$

$$\bar{z} = c_z \frac{\Delta x_o}{\Delta t}$$

c peut être positif ou négatif.

§ 2 DETERMINATION DU TEMPS DE MESURE Δt

Afin d'estimer le temps de mesure optimum, nous avons effectué la série de mesures suivante, au point :

$$N = 2 \text{ m} \quad E = 15 \text{ m}$$

a) mesure pendant 54360 secondes

$$c_e = 44'308$$

$$c_n = - 14'895$$

$$\bar{e} = 44'308 \frac{10}{54360} = 8,150846 \text{ cm/sec}$$

$$\bar{n} = - 14895 \frac{10}{54360} = - 2,740066 \text{ cm/sec}$$

b) 10 mesures des 100 sec

Z	E	N
0	34	-24
2	144	-48
0	321	-78
0	97	-26
0	11	10
1	63	-32
0	114	- 8
0	-4	10
0	171	63
1	33	-28
$\frac{1}{n} \sum$	4 cm/s	9,84 cm/s -1,61 cm/s

c) 7 mesures de 10 sec

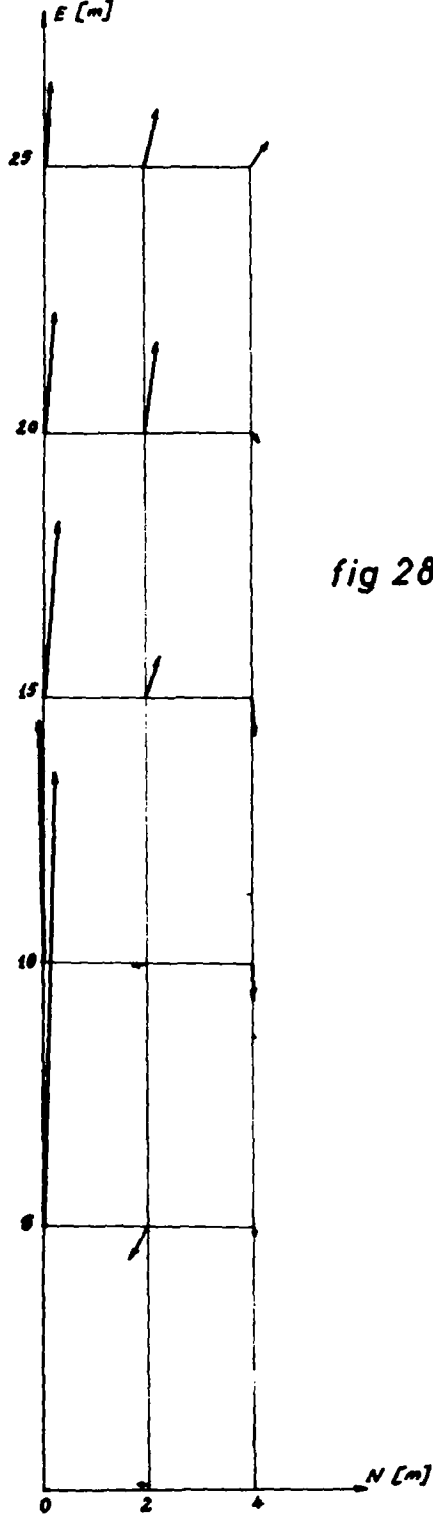
	E	N
	27	0
	13	-2
	14	-8
	13	-3
	7	0
	10	-3
	19	-4
Σ	103	-20
$\frac{1}{n}\Sigma$	14,7 cm/s	-2,9 cm/s

Champ des vecteurs vitesses moyennes

Mesures : Pour chaque position de l'anémomètre, on a fait 7 mesures sur 10 secondes.

Position	vitesses : (nombre de tope en 10 secondes)							Moyennes									
	E	N	E	N	2	3	4		5	6	7	E	N				
0,1	2	0	10	0	18	0	0	0	0	0	0	0	4				
5	0	179	0	192	2	188	-5	166	1	162	-11	159	-12	157	0	172	-3,5
5	2	-11	6	-13	7	-22	2	-18	12	-13	8	-5	8	-7	11	-12,7	7,7
5	4	0	0	-11	0	-3	0	2	0	0	0	0	-1	0	0	-1,7	0
10	0	84	6	100	2	99	-2	56	6	107	3	80	3	110	10	92	1,1
10	2	-8	9	-1	13	-7	11	-4	7	5	1	4	-2	3	-1	-1,1	5,4
10	4	-15	-1	-12	0	-24	0	-3	0	-9	1	-19	-1	-21	0	-14	0
15	0	64	-6	45	4	51	1	56	-6	90	-4	86	-11	74	-9	66	-4,4
15	2	27	0	13	-2	14	-8	13	-13	7	0	10	-3	19	-4	14,7	-4,3
15	4	-15	-1	-14	-2	-13	-4	-13	0	-22	0	-13	0	-13	-1	-14,7	-1,1
20	0	41	2	34	-6	43	-5	53	2	51	-6	54	-15	35	4	44,5	-3,4
20	2	36	-10	26	-11	36	-9	40	5	10	0	30	-8	50	-11	32,5	-6,3
20	4	-1	3	1	-16	0	-1	0	0	-3	0	-10	0	-	-	-2,2	-2
25	0	22	0	49	-1	29	1	25	1	46	-3	36	-1	35	1	31,5	-0,3
25	2	26	3	16	-7	22	-2	10	-1	28	-9	35	-8	12	-8	21,5	-4,6
25	4	18	-9	21	-11	17	-21	2	-4	0	0	2	0	5	0	9,3	-6,4

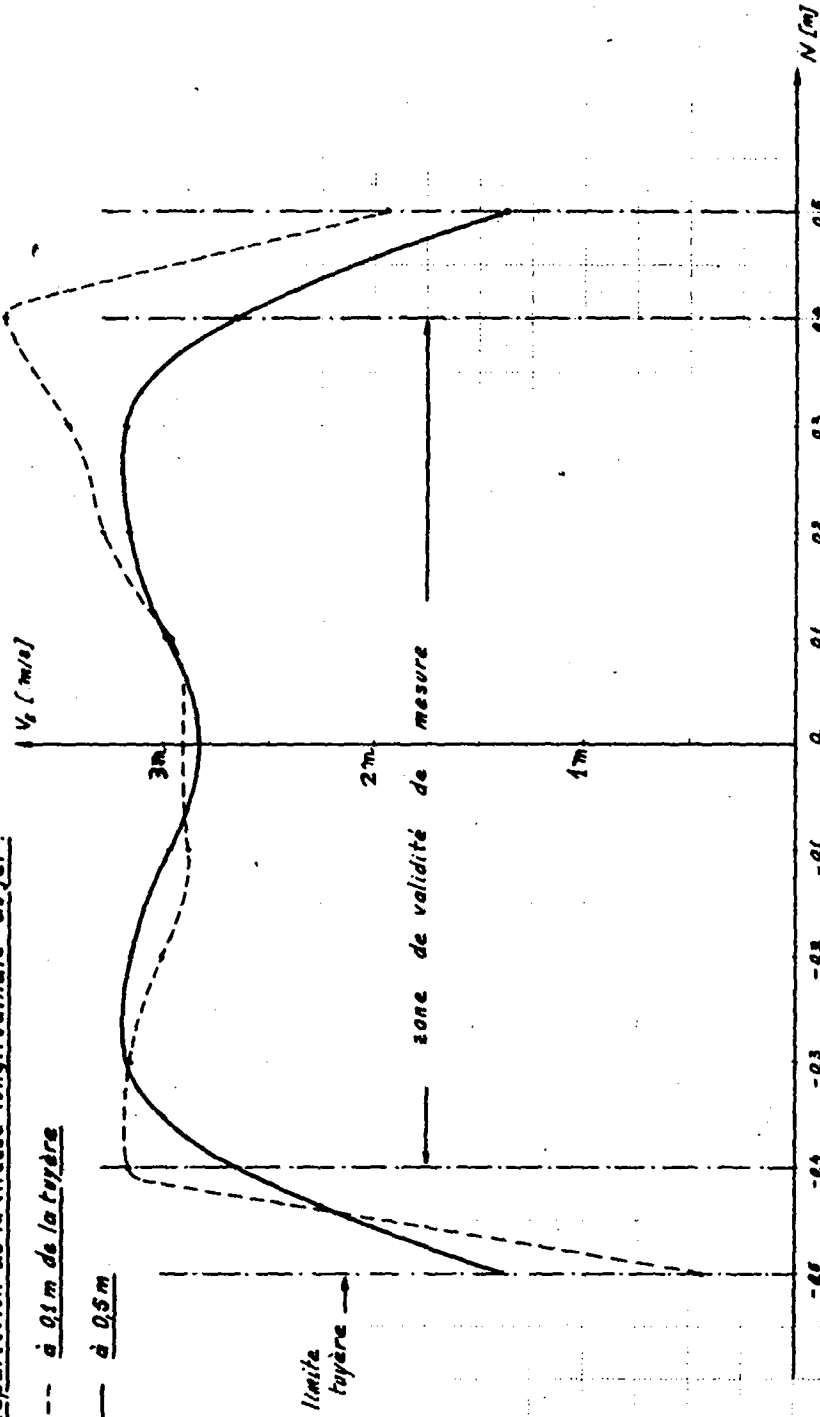
Tableau 27



Répartition de la vitesse longitudinale du jet :

--- à 0,1 m de la tuyère

— à 0,5 m



limite
tuyère

zone de validité de mesure

Repartition de la vitesse de rotation de l'et

à 0,5m de la tuyère

à 0,5m de la tuyère

à l'axe à 0,4m plus haut

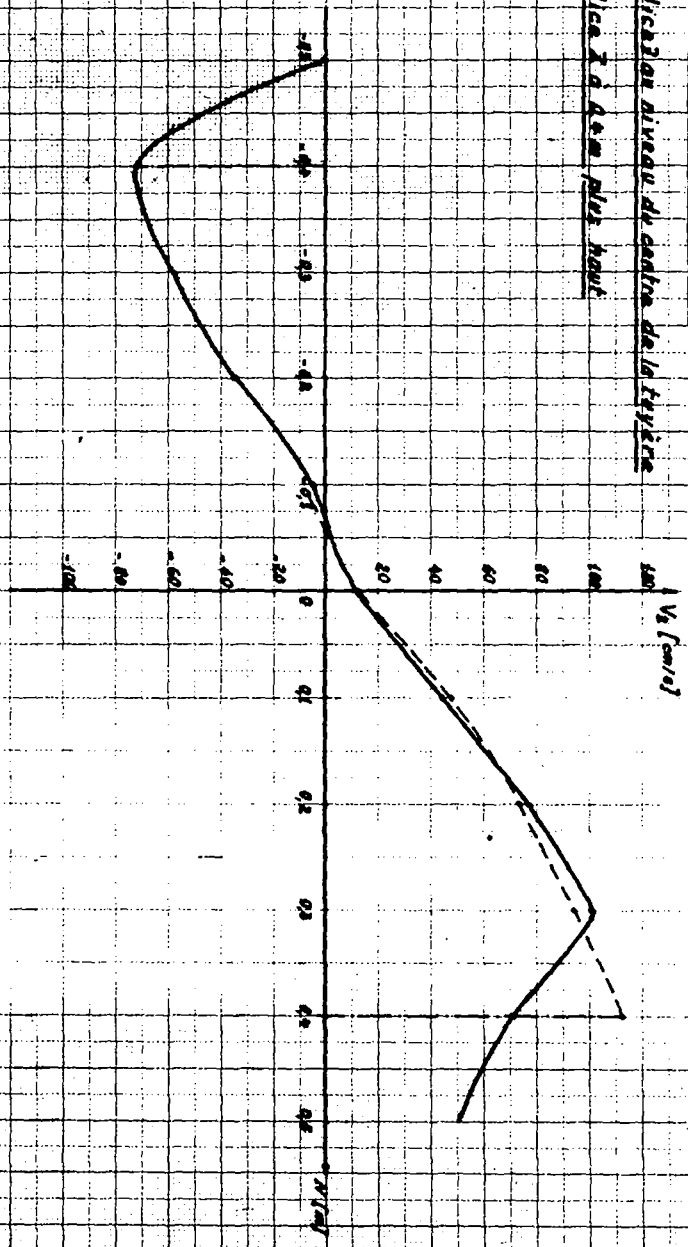


Fig. 30

Repartition de la vitesse d'écoulement de l'air

à 0,02 m de la tuyère

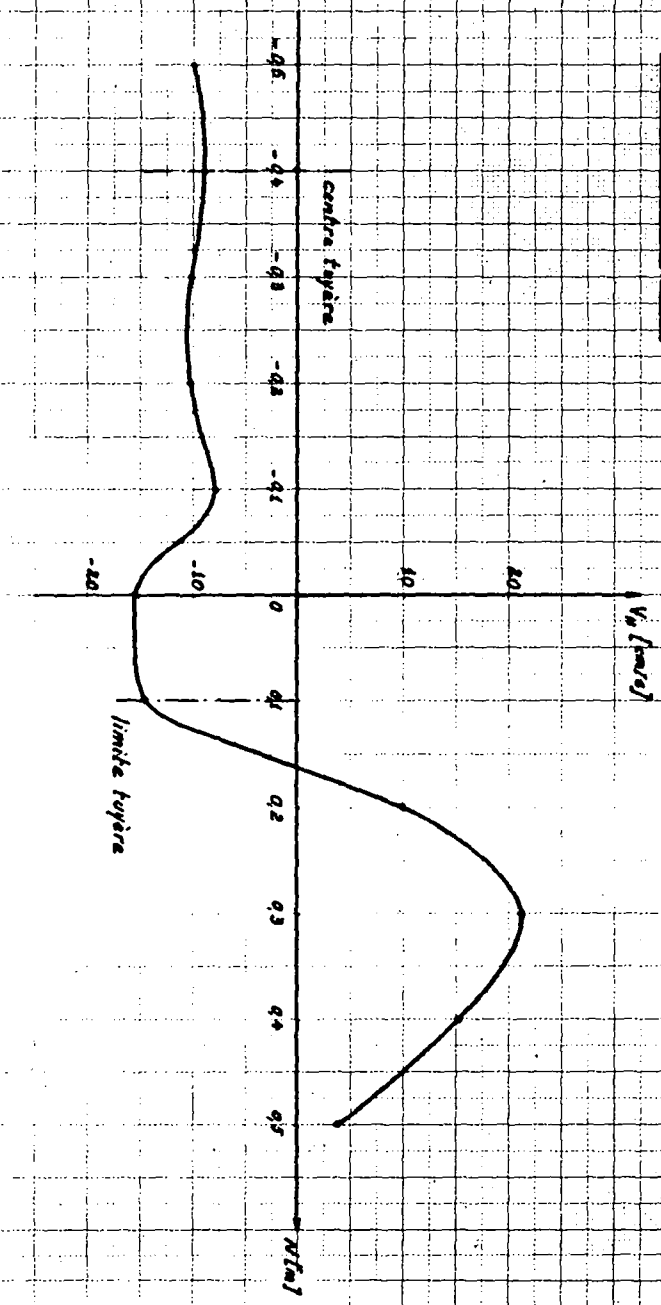


Fig. 31

On voit que les mesures varient considérablement d'une fois à l'autre, même pour un temps de 100 sec. Ceci est dû à la structure fortement tourbillonnaire du vent, dont la valeur dépend de la circulation dans la salle et des réflexions sur les parois. Le temps nécessaire pour qu'une perturbation fasse le tour de la salle est très long, car, en dehors du jet, la vitesse est très faible (de l'ordre du cm/sec). Comme l'ordre de grandeur des dimensions de la salle se chiffre en dizaine de mètres, il faudrait prendre la moyenne sur une période de l'ordre de 10^4 secondes soit de plusieurs heures pour être sûr de se trouver dans un cas stationnaire lorsqu'on se trouve en dehors de l'axe du jet. Cependant les chiffres trouvés montrent qu'une série de mesures sur une période de 10 secondes donnent une estimation de la valeur moyenne du vecteur vent, pour autant que l'on prenne la précaution de ne pas perturber le jet lorsque l'on déplace l'anémomètre d'une position à l'autre.

§ 3 RESULTATS

a) Champ de vecteurs vitesse moyenne

Le tableau 27 montre le résultat des mesures. Le graphique 28 visualise le champ des vecteurs vitesse moyenne. La composante Z est tellement faible que nous avons supprimé sa mesure.

b) Structure du jet à la sortie de la tuyère

Les graphiques 29, 30 et 31 montrent le résultat des mesures.

Nous avons décomposé ces mesures en 3 parties :

- vitesse longitudinale du jet (graphique 29)

- vitesse de rotation du jet sur lui-même (graphique 30)
- vitesse d'expansion latérale du jet (graphique 31).

Ces mesures permettront de calculer un modèle théorique du jet et de vérifier certaines hypothèses pour l'équation du mouvement d'un fluide visqueux.

CHAPITRE VII

CHAMP DE VECTEURS VITESSE INSTANTANNEE

§ 1 PRINCIPE DE MESURE

Les impulsions provenant du décodeur du système anémométrique NEZ sont enregistrées sur bande magnétique en même temps qu'un signal d'horloge à 150 Hz.

Ultérieurement cette bande magnétique a été lue et les informations transmises à un enregistreur graphique à grande vitesse de défilement. Puis les distances séparant les tops sont mesurées et munies de leur signe (sens positif ou négatif du vent).

§ 2 STRUCTURE FINE DU JET:

Pour étudier la structure fine du jet, nous avons enregistré le signal provenant de l'anémomètre à fil chaud à la place du canal Z.

Le dépouillement de l'enregistrement graphique se fait de la manière suivante : on mesure à intervalle de temps Δt fixe la distance séparant une droite origine arbitraire du signal analogique enregistré.

La corrélation entre le signal de l'anémomètre cartésien et l'anémomètre à fil chaud permet de déterminer le paramètre de ce dernier.

§ 3 QUANTITE D'INFORMATION

Etant donné l'immense quantité d'information enregistrée (plusieurs dizaines de milliers de données), nous n'avons fait des mesures qu'en deux points, et seule une partie de celles-ci ont été dépouillées manuellement. Elles ont été utilisées avec les programmes de dépouillement destinés à l'ordinateur du Centre de calcul de l'EPFL. (cf. annexe).

CHAPITRE VIII

PRETRAITEMENT DE L'INFORMATION

§ 1 DONNEES :

deux séries de nombres (avec signe) l_n :

série N

série E

et des facteurs d'échelle k_j

Chaque nombre l_n correspond à une augmentation (positif ou négatif) de la composante N ou E du chemin du vent mesuré d'une unité Δx et au temps t_n :

Par exemple :

l_1 2,00

l_2 60,25

l_3 119,33

l_4 175,33

etc.

§ 2 PRETRAITEMENT DES INFORMATIONS

a) Temps :

l'échelle de temps varie d'une mesure à l'autre.

Soit k_j le facteur d'échelle;

j correspond à la série j de mesures,

le temps t_n correspondant à la mesure n de la série j vaut donc

$$t_n = |l_n k_j|$$

b) Vitesse vraie du vent

La vitesse vraie du vent \dot{x}' se calcule par la formulé :

$$\dot{x}' = -\frac{x_0 \ddot{x}}{\dot{x}} + \dot{x}$$

\dot{x}' vitesse vraie du vent

x_0 distance de réponse de l'hélice

\ddot{x} accélération mesurée du vent

\dot{x} vitesse mesurée du vent

b₁) Étapes du calcul

On calculera la vitesse vraie du vent \dot{x}'_n

au temps \bar{t}_n et le chemin vrai du vent x'_n

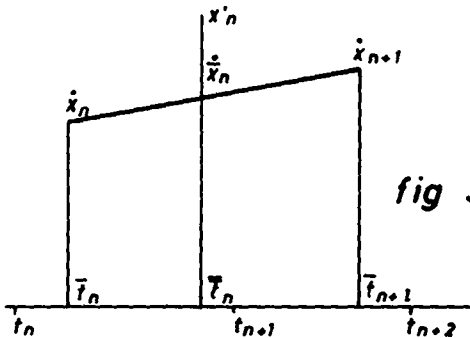


fig 32

t_n temps de la mesure n

$$t_n = k_j |l_n|$$

on calculera successivement

\bar{t}_n temps moyen de la vitesse mesurée \dot{x}_n

$$\bar{t}_n = \frac{t_n - t_{n-1}}{2}$$

\dot{x}_n vitesse mesurée

$$\dot{x}_n = \frac{\Delta x}{k_j (l_{n+1} - l_n)}$$

\bar{t}_n temps moyen de la vitesse vraie \dot{x}'_n

$$I \quad \bar{t}_n = \frac{t_n + t_{n+1}}{2}$$

\dot{x}_n vitesse mesurée au temps \bar{t}_n

$$\dot{x}_n = \frac{\dot{x}_n + \dot{x}_{n+1}}{2}$$

\ddot{x}_n = accélération au temps \bar{t}_n

$$\ddot{x}_n = \frac{2 (\dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n)}{t_{n+1} - t_{n-1}}$$

\dot{x}'_n vitesse vraie au temps \bar{t}_n

$$II \quad \dot{x}'_n = \frac{x_0 \ddot{x}_n}{\dot{x}_n} + \dot{x}_n$$

$\Delta x'_n$ augmentation du chemin vrai du vent au temps \bar{t}_n

$$\Delta x'_n = (\bar{t}_{n+1} - \bar{t}_n) \dot{x}'_n$$

x'_n chemin vrai du vent au temps \bar{t}_n

$$\text{III} \quad \boxed{x'_n = \sum_1^n \Delta x'_n}$$

b₂) Changement de signe

Lorsque le signe de 2 mesures successives change :

$l_{n-1} \cdot l_n < 0$, Δx n'est plus déterminé, il faut prendre à ce moment pour \dot{x}'_n une valeur interpolée données par l'expression :

$$\text{si } l_{n+1} \cdot l_n < 0$$

$$\dot{x}'_n = \dot{x}'_{n-1} + \frac{\dot{x}'_{n-1} + \dot{x}'_{n+1}}{\bar{t}_{n+1} - \bar{t}_{n-1}} (\bar{t}_n - \bar{t}_{n-1})$$

Remarque : $\frac{\dot{x}'}{x'} = \frac{1}{n t_{n \max}} \sum_1^{n \max} \dot{x}'_n (\bar{t}_{n+1} - \bar{t}_n)$

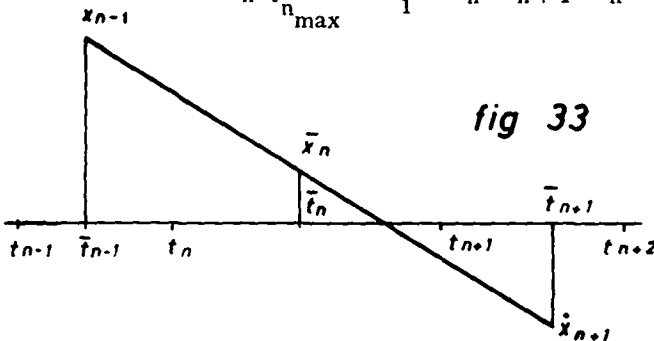


fig 33

Cette formule n'est plus applicable si on a deux changements de signe consécutifs.

Il faut prendre $\bar{x}'_n = 0$ si $l_{n-1} l_n < 0$ ce qui est statistiquement juste.

c) Décalage du point de mesure

Le point de mesure étant décalé d'une distance Δx_1 , il est nécessaire de ramener les mesures au point origine.

Nous admettrons qu'au point 0, les mesures au temps \bar{t}_n sont les mêmes qu'au point de mesure, mais décalées dans le temps de t_n donné par l'expression du chemin du vent.

$$\Delta x_1 = \int_t^{t + \Delta t_n} \dot{x}'_n dt = \sum_n^{n+k} \dot{x}_i t_i$$

$$\bar{t}'_n = \bar{t}_n - \Delta t_n$$

k positif ou négatif

Malheureusement, le chemin du vent fonction du temps ou de la vitesse n'est pas une fonction monotone. Elle se prête donc difficilement aux calculs de la mécanique aléatoire. L'interprétation de l'influence du décalage devra se faire après le calcul statistique, de même que l'étude des grandeurs utilisant le paramètre chemin du vent. cf. fig. 24.

d₁) Echantillonnage

L'échantillonnage utilisé jusqu'à présent n'est pas biunivoque, car Δx peut être accompagné du signe positif ou négatif. Pour le calcul statistique nous utiliserons la fonction.

$$\dot{x}'_m (\bar{t}'_m)$$

vitesse vraie au temps \bar{t}'_m

$$\bar{t}'_m = m \Delta t$$

Δt pas d'échantillonnage. cf. p. 113.

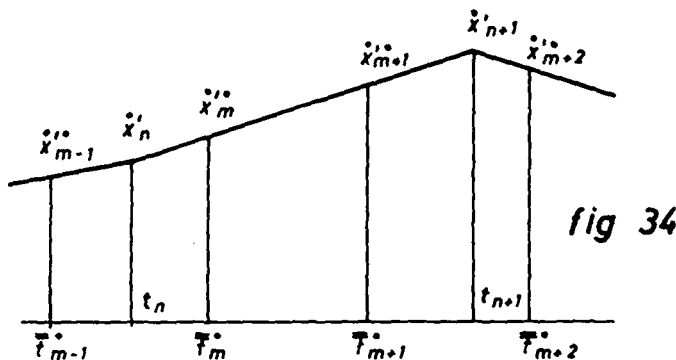


fig 34

Soient \bar{t}_n et \bar{t}_{n+1} tels que

$$\bar{t}_m^* - \bar{t}_n \geq 0 \quad \text{et} \quad \bar{t}_m^* - \bar{t}_{n+1} < 0$$

Alors

$$\text{IV} \quad \dot{x}'_m^* = \dot{x}'_n + \frac{\dot{x}'_{n+1} - \dot{x}'_n}{\bar{t}_{n+1} - \bar{t}_n} (\bar{t}_m^* - \bar{t}_n)$$

de même on calculera la fonction :

x'_m^* chemin vrai du vent au temps \bar{t}_m^*

$$\text{V} \quad x'_m^* = x'_n + \frac{x'_{n+1} - x'_n}{\bar{t}_{n+1} - \bar{t}_n} (\bar{t}_m^* - \bar{t}_n)$$

L'étude de la fonction \ddot{x}'_n doit nous donner les indications :

- sur le comportement du capteur (frottements).
- sur les erreurs du dépouillement manuel.

d₂) Valeur à l'origine

La première mesure l_1 ne représente pas le temps séparant 2 tops, car le départ de la base de temps ne coïncide pas forcément avec un top.

Nous prendrons comme valeur de \dot{x}'_0 celle prise en extrapolant les valeurs \dot{x}'_1 et \dot{x}'_2

$$\text{VII} \quad \dot{x}'_0 = \dot{x}'_2 - \frac{\dot{x}'_2 - \dot{x}'_1}{\bar{t}_2 - \bar{t}_1} (\bar{t}_2 - \bar{t}_0)$$

e) Résumé du prétraitement

— données initiales :

- série de nombre l_n
- facteur d'échelle k_j

— données annexes :

- unité de chemin du vent Δx
- distance de réponse de l'hélice x_0
- unité de temps d'échantillonnage Δt (cf. p. 113).

Résultat

- accélération de l'hélice \ddot{x}_n
- vitesse vraie du vent échantillonnée \dot{x}'_m *
- chemin vrai du vent échantillonné x'_m *

CHAPITRE IX

TRAITEMENT DES INFORMATIONS

§ 1 DONNEES

Pour simplifier l'écriture, nous noterons :

n_n	chemin vrai, selon la composante N du vent échantillonné au temps $t_n = n \Delta t$
e_n	chemin vrai, selon la composante E du vent échantillonné au temps $t_n = \dots$
z_n	chemin vrai, selon la composante Z du vent échantillonné au temps $t_n = \dots$
\dot{n}_n	vitesse vraie selon la composante N du vent échantillonné au temps $t_n = \dots$
\dot{e}_n	vitesse vraie selon la composante E du vent échantillonné au temps $t_n = \dots$
\dot{z}_n	vitesse vraie selon la composante Z du vent échantillonné au temps $t_n = \dots$
\ddot{n}_n	accélération du capteur N au temps \bar{t}_n
\ddot{e}_n	accélération du capteur E au temps \bar{t}_n
\ddot{z}_n	accélération du capteur Z au temps \bar{t}_n

Nous calculerons successivement :

§ 2 MOMENT DU 1er ORDRE \bar{x}

$$\text{VIII} \quad \bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) dt = \frac{1}{n} \sum_1^n x_n$$

§ 3 MOMENT DU 2e ORDRE $\overline{x^2}$

$$\text{IX} \quad \overline{x^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x^2(t) dt = \frac{1}{n} \sum_1^n x_n^2$$

§ 4 VARIANCE

$$\text{X} \quad \mu_2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{1}{n^2} \left[n \sum_1^n x_n^2 - \left(\sum_1^n x_n \right)^2 \right]$$

§ 5 ECART TYPE

$$\text{XI} \quad \sigma = \sqrt{\mu_2}$$

§ 6 DISTRIBUTION OU DENSITE DE PROBABILITE $p(x)$

$$\text{XII} \quad p(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

avec $F(x) = \text{Prob}(X < x)$

X variable aléatoire (ensemble des x_n)

On calcule $p(x_k)$ distribution de la valeur x_k

Soit x_{\min} la valeur minimum de X

Soit x_{\max} la valeur maximum de X

Soit n le nombre d'échantillons x_n de l'ensemble X

On prendra $k_{\max} =$ valeur entière de \sqrt{n} , alors dx est défini

par :

dx tel que $x_{\max} = x_{\min} + k_{\max} dx$

soit m_k le nombre d'éléments x_n tels que

$$x_n \leq x_k + 1/2 dx$$

$$x_n > x_k - 1/2 dx$$

(de tous les x_n on ne compte que ceux qui répondent aux deux inégalités ci-dessus).

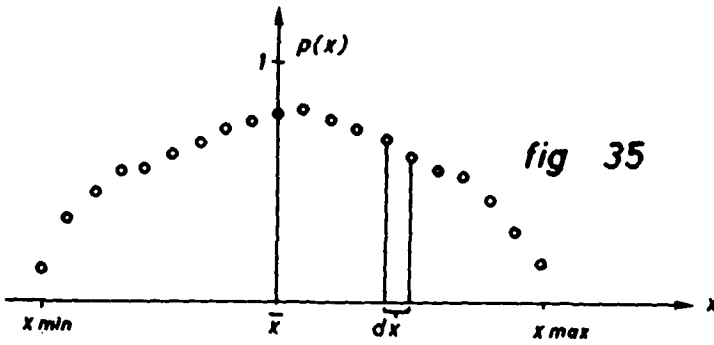
alors

$$\text{XIII} \quad p_k(x_k) = \frac{m_k}{n}$$

Remarque : $\sum_1^{k_{\max}} m_k = n$

d'où

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = \sum_1^k p_k = 1$$



§ 7 DENSITE DE PROBABILITE COMPOSEE $p(x, y)$

soit $p(x_k, y_l)$ avec k et l , dx et dy , définis comme précédemment,

soit m_{kl} , le nombre de couples

x_n, y_n tels qu'à la fois:

$$x_n \leq x_k + 1/2 dx$$

$$x_n > x_k - 1/2 dx$$

$$y_n \leq y_l + 1/2 dy$$

$$y_n > y_l - 1/2 dy$$

par définition de l'échantillonnage, n est le même pour x et y , mais dx peut être différent de dy , car les extremum ne sont pas forcément identiques.

$$\text{donc } k_{\max} = l_{\max}$$

§ 8 FONCTION D'AUTOCORRELATION

$$\text{XIV } \rho(x, \tau_k) = \frac{\sum_{m=1}^{m=n-k} x_m x_{m+k} - \left(\sum_{m=1}^{m=n-k} x_m \right) \left(\sum_{m=1}^{m=n-k} x_{m+k} \right)}{\sqrt{\left[\sum_{m=1}^{m=n-k} x_m^2 - \left(\sum_{m=1}^{m=n-k} x_m \right)^2 \right] \left[\sum_{m=1}^{m=n-k} x_{m+k}^2 - \left(\sum_{m=1}^{m=n-k} x_{m+k} \right)^2 \right]}}$$

avec $\tau_k = k \Delta t$ et $k = 0, \dots, n-1$

§ 9 FONCTION D'INTERCORRELATION

$$\text{XV } \rho(x, y, \tau_k) = \frac{\sum_{m=1}^{m=n-k} x_m y_{m+k} - \left(\sum_{m=1}^{m=n-k} x_m \right) \left(\sum_{m=1}^{m=n-k} y_{m+k} \right)}{\sqrt{\left[\sum_{m=1}^{m=n-k} x_m^2 - \left(\sum_{m=1}^{m=n-k} x_m \right)^2 \right] \left[\sum_{m=1}^{m=n-k} y_{m+k}^2 - \left(\sum_{m=1}^{m=n-k} y_{m+k} \right)^2 \right]}}$$

§ 10 SPECTRE DE FREQUENCE

Nous calculerons le spectre de fréquence par la transformée de Fourier F de la fonction d'autocorrélation

$$\text{XVI } S_x(f) = F \left[\rho(x, \tau) \right] = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x, \tau) e^{-2 \pi j f \tau} d\tau$$

Si l'on veut éviter une déformation du spectre, il faut prendre une fréquence d'échantillonnage double de la fréquence limite du phénomène étudié.

Ceci définit à la fois le df et le Δt .

En effet soit $\dot{\bar{x}}$ la vitesse moyenne de la composante du vent, le temps de passage d'une perturbation à travers une hélice d'épaisseur e est

$$t = \frac{e}{\dot{\bar{x}}}$$

La fréquence correspondante est

$$f = \frac{\dot{\bar{x}}}{e}$$

Nous prendrons donc en relation avec le théorème de Shannon un intervalle de fréquence df donné par

$$\text{XVII} \quad df = \frac{2 \dot{\bar{x}}}{e}$$

et un intervalle d'échantillonnage

$$\text{XVIII} \quad \Delta t = \frac{e}{2 \dot{\bar{x}}}$$

D'autre part la fréquence minimum utile est donnée par la durée totale de l'échantillonnage $t_{\max} = \frac{1}{f_{\min}} = n \Delta t = \frac{2 n \dot{\bar{x}}}{e}$

XIX

ce qui définit n , nombre de valeurs échantillonnées,

§ 11 SPECTRE COUPLE DE FREQUENCE

Nous définirons le spectre couplé de fréquence comme la transformée de Fourier F de la fonction d'intercorrélation

$$\text{XX} \quad S_{x,y}(f) = F \left[\rho(x, y, \tau) \right] = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x, y, \tau) e^{-2\pi j f \tau} d\tau$$

les grandeurs d'échantillonnage se définissent de la même manière que celle

de $S_x(f)$:

$$\text{si } \dot{\bar{x}} \leq \dot{\bar{y}} \quad df = \frac{2 \dot{\bar{x}}}{e}$$

$$\Delta t = \frac{e}{2 \dot{\bar{y}}}$$

$$f_{\min} = \frac{1}{t_{\max}}$$

CHAPITRE X

TRAITEMENT DES DONNEES DE LA MESURE D'UN JET

§ 1 COMPOSANTE AXIALE DU FLUIDE, PRISE DANS L'AXE DU JET, A 15 M.

facteur d'échelle $k_1 = 1/150$ sec.

on calcule :

- a) la moyenne \bar{x} de la vitesse \dot{x}
- b) l'écart type σ_x de la vitesse \dot{x}
- c) la distribution de la vitesse $p(\dot{x})$

présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres \dot{x}_k, p_k .

2) graphique.

- d) fonction d'autocorrélation de la vitesse $\rho(\dot{x}, \tau)$

présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres $\tau_k, \rho(\dot{x}, \tau_k)$

2) graphique.

- e) spectre de fréquence de la vitesse $S_x(f)$

présenté sous forme :

1) colonnes de chiffres $f_p, S_x(f_p)$

2) graphique.

f) moyenne $\ddot{\bar{x}}$ de l'accélération \ddot{x}

g) l'écart type $\sigma_{\ddot{x}}$ de l'accélération \ddot{x}

h) la distribution de l'accélération $p(\ddot{x})$ présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres \ddot{x}_k, p_k .

2) graphique.

i) la fonction d'autocorrélation de l'accélération $\rho(\ddot{x}, \tau)$ présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres $\tau_k, \rho(\ddot{x}, \tau_k)$

2) graphique.

j) le spectre de fréquence de l'accélération $S_{\ddot{x}}(f)$ présenté sous forme :

1) colonnes de chiffres $f_p, S_{\ddot{x}}(f_p)$

2) graphique.

§ 2 COMPOSANTES AXIALES ET LATÉRALES DU FLUIDE, PRISES AU POINT

E = 15 m, N = 2 m

facteur d'échelle $k_2 = 1$ [s]

a) la moyenne $\dot{\bar{n}}$ de la vitesse \dot{n}

b) la moyenne $\dot{\bar{e}}$ de la vitesse \dot{e}

c) l'écart type $\sigma_{\dot{n}}$ de la vitesse \dot{n}

d) l'écart type $\sigma_{\dot{e}}$ de la vitesse \dot{e}

e) la distribution de la vitesse $p(\dot{n})$ présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres $\dot{n}_k, p_k(\dot{n})$

2) graphique.

f) la distribution de la vitesse $p(\dot{e})$ présentée sous forme

1) colonnes de chiffres $\dot{e}_k, p_k(\dot{e})$

2) graphique.

g) la distribution à 2 dimensions des vitesses $p(\dot{n}, \dot{e})$, présentée sous forme d'un tableau de chiffres.

h) la fonction d'autocorrélation de la vitesse $\rho(\dot{n}, \tau)$ présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres $\tau_k, \rho_k(\dot{n}, \tau_k)$

2) graphique.

i) la fonction d'autocorrélation de la vitesse $\rho(\dot{e}, \tau)$ présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres $\tau_k, \rho_k(\dot{e}, \tau_k)$

2) graphique.

j) la fonction d'intercorrélacion des vitesses $\rho(\dot{n}, \dot{e}, \tau)$ présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres $\tau_k, \rho_k(\dot{n}, \dot{e}, \tau_k)$

2) graphique.

k) le spectre de fréquence de la vitesse $S_{\dot{n}}(f)$ présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres $f_k, S_{\dot{n}}(f_k)$

2) graphique.

l) le spectre de fréquence de la vitesse $S_{\dot{e}}(f)$ présenté sous forme :

1) colonnes de chiffres $f_p, S_{\dot{e}}(f_p)$

2) graphique.

m) le spectre couplé de fréquence des vitesses $S_{n, \dot{e}}(f)$

présenté sous forme :

1) colonnes de chiffres $f_p, S_{p, n, \dot{e}}(f_p)$

2) graphique.

CHAPITRE XI

COMPARAISON ENTRE L'ANEMOMETRE CARTESIEN NEZ
ET UN ANEMOMETRE A FIL CHAUD.

§ 1 ETALONNAGE

La réponse d'un anémomètre à fil chaud a une forme parabolique répondant à l'équation

$$v = a (u + \beta)^2$$

Les points de mesure de la courbe d'étalonnage sont entachés d'une erreur statistique due à la turbulence.

Pour trouver les paramètres de la parabole nous faisons une application $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}'^2$ qui transforme la parabole en droite.

$$v' = mu' + b$$

avec

$$\begin{array}{lll} v' = \sqrt{v} & \text{ou} & v = v'^2 \\ u' = u & & u = u' \\ m = \sqrt{a} & & a = m^2 \\ b = \sqrt{a} \beta & & \beta = b/m \end{array}$$

Les paramètres sont donc déterminés

a) par les moments du 1er ordre

$$\bar{v}' = m \bar{u}' + b$$

b) par les rapports des moments

$$m = \frac{\sum (u'_i - \bar{u}') (v'_i - \bar{v}')}{\sum (u'_i - \bar{u}')^2}$$

Il est intéressant de calculer le coefficient de corrélation, qui donne une mesure de la perfection du modèle utilisé.

$$m = \frac{16,4014}{0,8991} = 18,24 \quad a = m^2 = \underline{\underline{332,8}} \quad \text{cm/V}$$

$$b = \bar{v}' - m \bar{u}' = 11,22 - 51,53 = -40,31 \text{ cm}$$

$$\beta = b/m = \underline{\underline{-2,204}} \text{ V} \quad \text{cf. p. 121}$$

§ 2 CALCUL DE LA CORRELATION

$$\text{Posons : } u_i^* = u'_i - \bar{u}' \quad v_i^* = v'_i - \bar{v}'$$

alors

$$\rho_{uv} = \frac{n \sum u' v' - \sum u' \sum v'}{\sqrt{[n \sum u'^2 - (\sum u')^2] [n \sum v'^2 - (\sum v')^2]}}$$

$$\rho^* = \frac{\overline{u^* v^*}}{\sqrt{(\overline{u^{*2}})(\overline{v^{*2}})}}$$

$$\rho = \frac{16,4014}{\sqrt{0,8991 \cdot 301,6033}} = \frac{16,4014}{\sqrt{271,171}} =$$

$$\underline{\underline{\rho = 0,9960}}$$

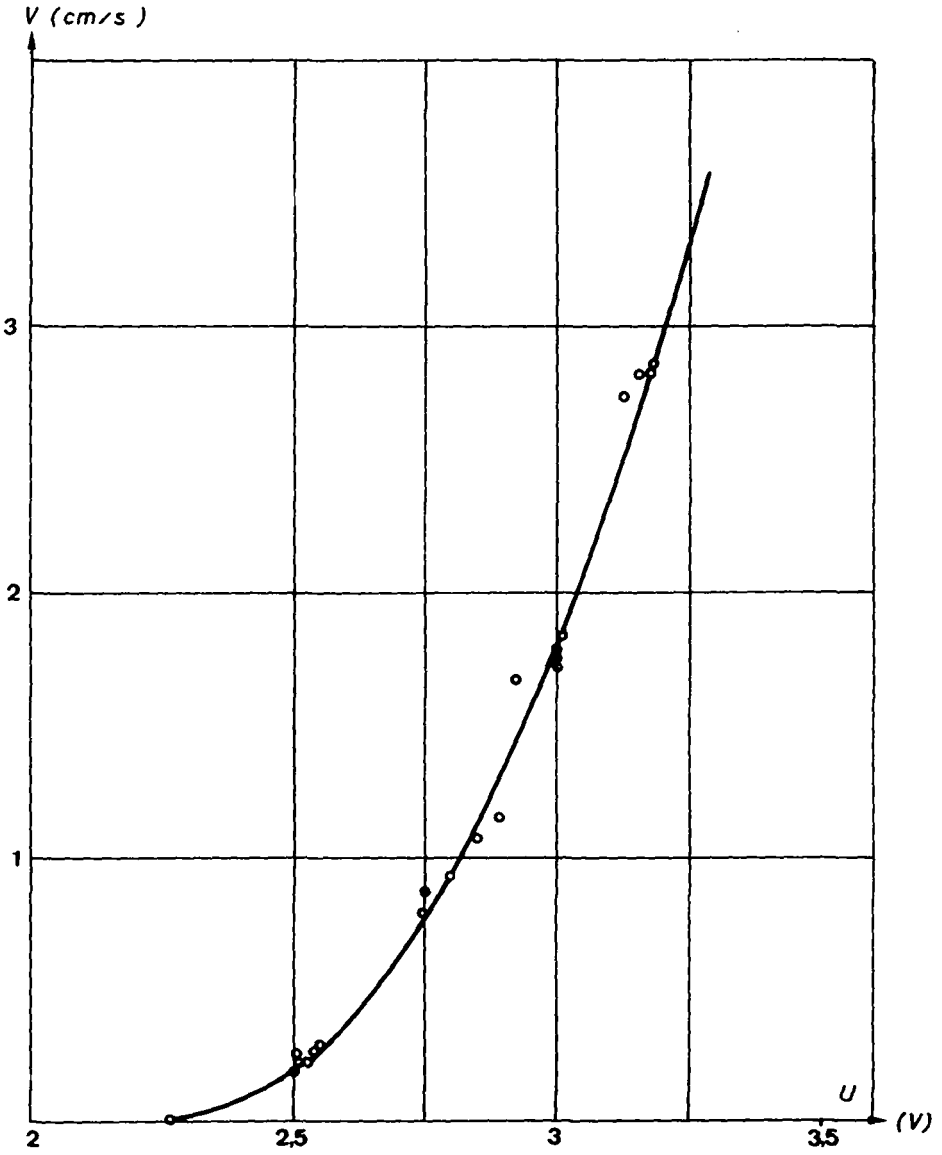
Calcul de m

v_i cm/s	v_i'	u_i'	$u_i' - \bar{u}'$	$v_i' - \bar{v}'$	$(v_i' - \bar{v}')^2$	$(u_i' - \bar{u}')^2$	$(u_i' - \bar{u}')(v_i' - \bar{v}')$
22	4,69	2,52	-0,36	-6,54	42,7716	0,1296	2,3544
24	4,40	2,51	-0,37	-6,33	40,0689	0,1369	2,3421
25	5,00	2,54	-0,34	-6,23	38,8129	0,1156	2,1182
28	5,29	2,55	-0,33	-5,94	35,2836	0,1089	1,9602
93	9,65	2,80	-0,08	-1,58	2,4964	0,0064	0,1264
107	10,34	2,85	-0,03	-0,89	0,7921	0,0009	0,0270
87	9,36	2,75	-0,13	-1,87	3,4969	0,0169	0,2431
114	10,69	2,90	+0,02	-0,54	0,2916	0,0004	-0,0108
175	13,22	3	0,12	1,99	3,9601	0,0144	0,2388
182	13,50	3,02	0,14	2,27	5,1529	0,0196	0,3178
171	13,09	3	0,12	1,86	3,4596	0,0144	0,2232
167	12,92	2,92	0,09	1,69	2,8561	0,0081	0,1521
283	16,81	3,18	0,30	5,58	31,1364	0,0900	1,6740
282	16,80	3,16	0,28	5,57	31,0249	0,0784	1,5596
274	16,55	3,13	0,25	5,32	28,3024	0,0625	1,3300
284	16,86	3,19	0,31	5,63	31,6969	0,0961	1,7453
Σ	179,67	46,07	-0,01	-0,01	301,6033	0,8991	16,4014
	$\bar{v}' = 11,22$	$\bar{u}' = 2,80$					

chaque mesure est une moyenne sur 10 secondes.

Tableau 36

Etalonnage de l'anémomètre a fil chaud



$$\alpha = 3,328 \text{ m/s}$$
$$\beta = -2,204 \text{ V}$$

fig 37

Cette valeur montre que l'expérience se rapproche beaucoup de la courbe parabolique théorique (cf fig. 37).

Calculons maintenant le coefficient de corrélation pour les différents groupes de mesure.

	$\sum u^*$	$\sum v^*$	$\sum u^{*2}$	$\sum v^{*2}$	$\sum u^* v^*$
1	-1,40	-25,04	0,4910	156,9370	8,7749
2	-0,22	-4,88	0,0246	7,0770	0,3857
3	0,47	7,81	0,0565	15,4287	0,9319
4	1,14	22,10	0,3270	122,1606	6,3089

$$P_1 = \frac{8,7749}{\sqrt{0,4910 \cdot 156,9370}} = 0,99950$$

$$P_2 = \frac{0,3857}{\sqrt{0,0246 \cdot 7,0770}} = 0,922$$

$$P_3 = \frac{0,9319}{\sqrt{0,0565 \cdot 15,4287}} = 0,99812$$

$$P_4 = \frac{6,3089}{\sqrt{0,3270 \cdot 122,1606}} = 0,99816$$

C'est donc la mesure n° 2 qui est la plus imprécise.

§ 3 PRETRAITEMENT DES INFORMATIONS DE L'ANEMOMETRE CARTESIEN

L'anémomètre à fil chaud est sensible au module du vecteur vent, le prétraitement des informations de l'anémomètre cartésien donnera :

$$\dot{v}_k = \sqrt{\dot{n}_k^2 + \dot{e}_k^2} \quad \text{module du vecteur vitesse échantillonné}$$

au temps $t_k = k \Delta t$

Ici Δt est l'intervalle d'échantillonnage de l'anémomètre à fil chaud.

§ 4 PRETRAITEMENT DES INFORMATIONS DE L'ANEMOMETRE A FIL CHAUD.

a) Calibration de l'anémomètre

Il s'agit d'utiliser les paramètres α et β de la parabole.

Soient u_k les tensions échantillonnées au temps t_k .

Soit \dot{p}_k le module du vecteur vitesse échantillonné mesuré par l'anémomètre à fil chaud au temps t_e

alors

$$u_e = \frac{2}{t_{1+1} - t_{1-1}} \int_{t = \frac{t_1 + t_{1-1}}{2}}^{t = \frac{t_1 + t_{1+1}}{2}} u(t) dt$$

$$\dot{p}_k = \alpha (u_k + \beta)^2$$

§ 5 RESUME DU PRETRAITEMENT

a) Données

Δt intervalle d'échantillonnage

k_j facteur d'échelle

u_k tension au temps $t_k = k \Delta t$

N_n^1 temps du n° top de la composante cartésienne N

E_m^1 temps du m° top de la composante cartésienne E

b) Résultats

\dot{p}_k module du vecteur vitesse échantillonné au temps $t_k = k \Delta t$
mesuré par l'anémomètre à fil chaud.

\dot{v}_k module du vecteur vitesse échantillonné au temps $t_k = k \Delta t$
mesuré par l'anémomètre cartésien.

§ 6 COMPARAISON ENTRE L'ANEMOMETRE CARTESIEN ET L'ANEMOMETRE A FIL CHAUD FAITE AU POINT : N = 2m E = 15 m

Facteur d'échelle : $k_3 = 1$

On demande :

a) la moyenne \bar{v} du module \dot{v}

b) la moyenne \bar{p} du module \dot{p}

c) l'écart type σ_v du module \dot{v}

e) la distribution du module $p(\dot{v})$ présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres $\hat{v}_k, P_k(\hat{v}_k)$

2) graphique.

f) la distribution du module $P(\hat{p})$ présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres $\hat{p}_k, P_k(\hat{p}_k)$

2) graphique.

g) la fonction d'autocorrélation du module $\rho(\hat{p}, \tau)$ présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres $\tau_k, \rho_k(\hat{p}, \tau_k)$

2) graphique.

h) la fonction d'autocorrélation du module $\rho(\hat{v}, \tau)$ présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres $\tau_k, \rho_k(\hat{v}, \tau_k)$

2) graphique.

i) la fonction d'intercorrélacion des modules $\rho(\hat{v}, \hat{p}, \tau)$ présentée sous forme :

1) colonnes de chiffres $\tau_k, \rho(\hat{v}, \hat{p}, \tau_k)$

2) graphique.

j) le spectre de fréquence du module $S_{\hat{v}}(f)$ présenté sous forme :

1) colonnes de chiffres $f, S_{\hat{v}}(f_k)$

2) graphique.

k) le spectre de fréquence du module $S_{\hat{p}}(f)$ présenté sous forme:

1) colonnes de chiffres $f_k, S_{\hat{p}}(f_k)$

2) graphique.

1) le spectre couplé de fréquence des modules $S_{\dot{v}, \dot{p}}(f_k)$

présenté sous forme :

1) colonnes de chiffres $f_k, S_{\dot{v}, \dot{p}}(f_k)$

2) graphique.

CHAPITRE XII

TRAITEMENT DES DONNEES SUR ORDINATEUR

Les chapitres précédents ont servi de base pour l'établissement du programme par le Centre de calcul de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. C'est le dossier établi en collaboration avec le Centre de calcul qui sera utilisé pour des développements ultérieurs (voir annexe).

CHAPITRE XIII

DEPOUILLEMENT DES RESULTATS

§ 1 REMARQUES PRELIMINAIRES

Le dépouillement des résultats conduira à l'application de la théorie de la mécanique aléatoire des écoulements turbulents aux mesures du jet. Ceci fera l'objet des travaux ultérieurs du groupe EPFL-ISM. Nous nous bornerons donc dans ce qui suit à quelques remarques qualitatives sur les résultats.

CHAPITRE XIV

STRUCTURE DU JET A L'ORIFICE

§ 1) VITESSE LONGITUDINALE

La figure 29 de la page 94 montre la répartition longitudinale du jet. On y remarque un creux central dû probablement à la turbine qui a un mauvais rendement au centre et qui a tendance à expulser les particules d'air vers l'extérieur. On constate un fort ralentissement du jet vers les parois; ceci est causé d'une part par le frottement de l'air sur les parois de la tuyère et d'autre part par les dimensions de l'hélice : en effet, lorsqu'elle est placée au bord, seule la moitié de l'hélice est soumise au jet. Comme elle mesure le flux moyen du fluide qui passe à travers la circonférence circonscrite aux pales, on peut multiplier par deux les résultats trouvés à 0,5 m de l'axe du jet dans le cas de la mesure à l'orifice de la tuyère.

§ 2) VITESSE D'EXPANSION

Le graphique 30, de la page 95 montre l'expansion du jet en fonction de la distance au centre de la tuyère. Comme la vitesse d'expansion est beaucoup plus faible que la vitesse longitudinale, cette mesure n'est pas significative. On constate toutefois une augmentation de la vitesse d'expansion à la limite intérieure du jet, et une diminution de la vitesse à la limite extérieure.

Ceci est dû à un effet d'aspiration de l'air extérieur par la couche limite du jet et à un effet de freinage du jet sur cette même couche.

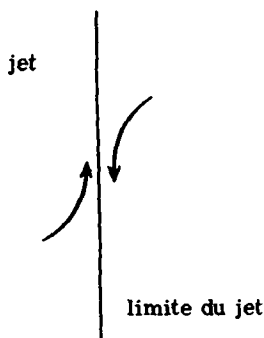


Fig. 38

§ 3) VITESSE DE ROTATION

Le graphique 31 de la page 96 montre que le jet tourne en bloc sur lui-même avec une vitesse angulaire de rotation de 2,7 radian/sec (sauf près des parois, à cause du frottement). La vitesse extrapolée aux parois vaut donc 0,135 m/sec.

§ 4) CONCLUSION

Le gradient des vitesses en fonction du rayon est toujours faible, sauf au voisinage des parois de la tuyère où il n'a pas pu être mesuré avec précision. Ce sera donc cette mince zone au voisinage de la limite annulaire du jet qui est génératrice de turbulence.

Comme le jet n'est soumis à aucune influence extérieure, les tra-

jectoires des particules d'air sont des droites gauches par rapport à l'axe du jet. La vitesse d'une particule d'air n'est pas constante, à cause des forces de frottement dues au gradient des vitesses.

L'enveloppe du jet que nous définirons comme la surface sur laquelle la vitesse moyenne du vent est nulle est donc un hyperboloïde à une nappe.

(cf. fig. 28).

CHAPITRE XV

CHAMP DES VECTEURS VITESSE MOYENNE

§ 1) RESULTATS

La figure 28 de la page 93 représente le champ des vecteurs vitesse moyenne. On remarque que le cône asymptote mesuré est 2 fois plus petit que la valeur théorique. Cela provient du fait que le gradient de vitesse sur les trajectoires tangentes aux parois de la tuyère est très élevé : l'énergie cinétique de translation des particules d'air extérieures est rapidement transformée en énergie de rotation; elles ne participent donc plus au jet que sous forme de turbulence et n'interviennent plus dans la vitesse moyenne.

D'autre part la paroi du local fait apparaître un contre-courant qui perturbe la mesure.

§ 2) CALCULS THEORIQUES

Le champ des vecteurs vitesse moyenne peut être calculé par intégration en partant de la distribution des vitesses à l'orifice de la tuyère, en tenant compte du gradient des vitesses et en sachant que les trajectoires des particules d'air sont des droites. Le gradient des vitesses est mesuré au moyen d'un anémomètre à fil chaud ou calculé en considérant l'écoulement dans la tuyère. On trouvera ainsi le champ théorique des vitesses moyennes; ce dernier

est le champ générateur de tourbillons qui permettra de calculer le champ de turbulence du jet défini par le champ des moments de divers ordres.

CHAPITRE XVI

CHAMP DE VECTEURS VITESSE INSTANTANEE

§ 1) MESURES A 15 m, DANS L'AXE DU JET

a) données et moyenne de la vitesse

Nous avons pris 105 données et avons obtenu 103 valeurs corrigées ce qui correspond à une durée de mesure de 19,22 secondes et un chemin du vent de 10,59 m. La moyenne du vent est de 55,09 cm/seconde dans l'axe (les autres composantes sont négligeables).

Ces données ont été échantillonnées en 512 valeurs espacées d'un intervalle de temps de 0,0369 sec.

b) distribution de la vitesse

La fig. 39 montre la distribution de la vitesse. Celle-ci n'est pas une courbe de Gauss ce qui montre bien que les écoulements turbulents ne sont pas des phénomènes purement aléatoires, cependant il faudrait établir la distribution au moyen de données prises pendant un temps bien plus long pour s'assurer que l'on se trouve dans un cas stationnaire.

Dans l'axe du jet la turbulence est relativement faible car le rapport écart-type sur vitesse moyenne est relativement faible : 0,283.

Vitesse du vent a 15 m , dans l'axe
Distribution de la composante E

$$E = 55,0574 \text{ cm/s}$$

$$\sigma_E = 15,5237 \text{ cm/s}$$

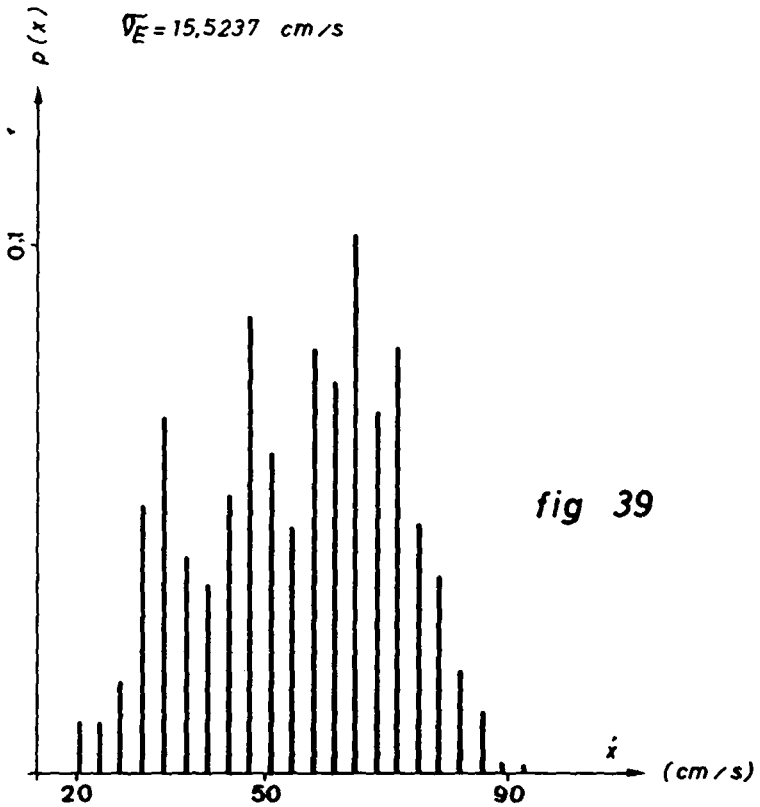


fig 39

$S(r)$

Autocorrelation de la composante E à 15 m

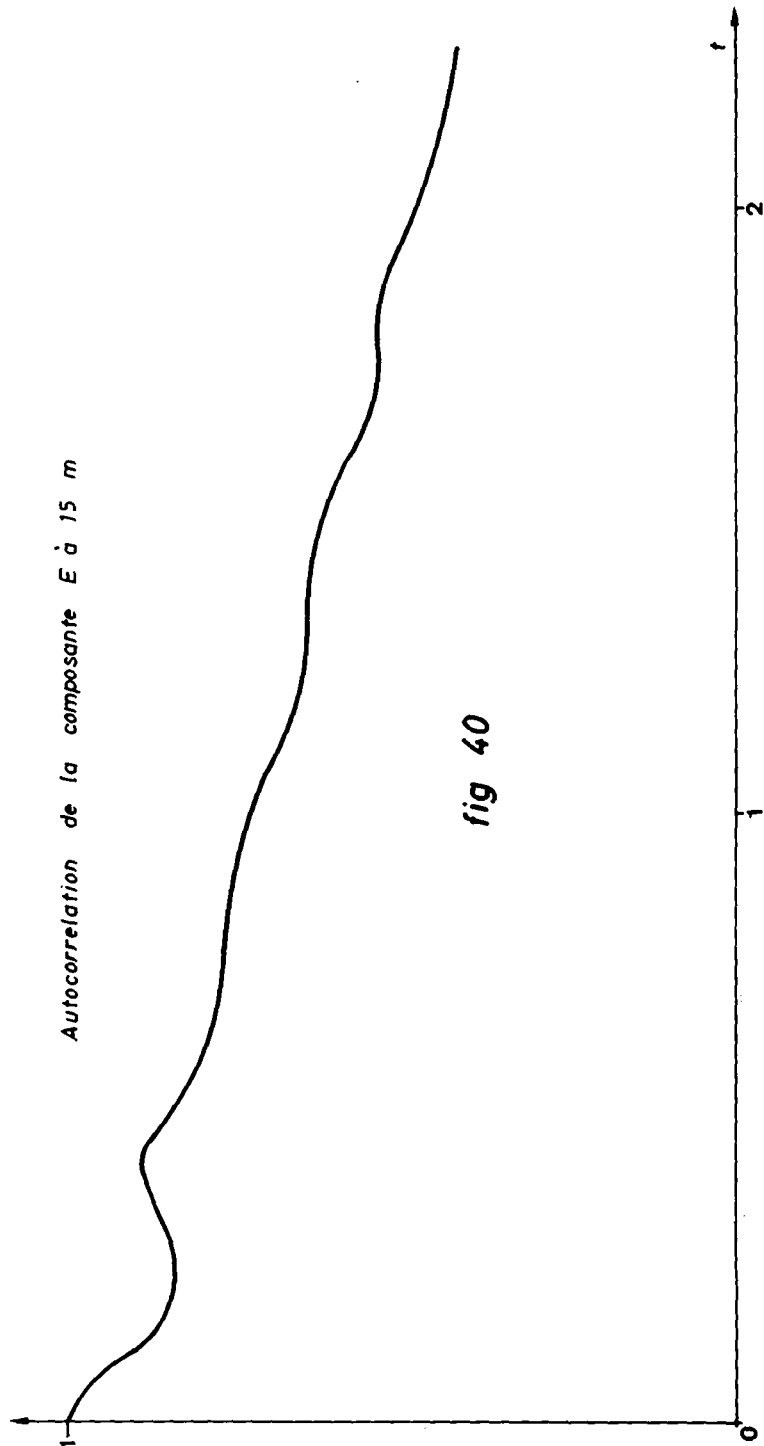


fig 40

Spectre de la composante E à 15 m

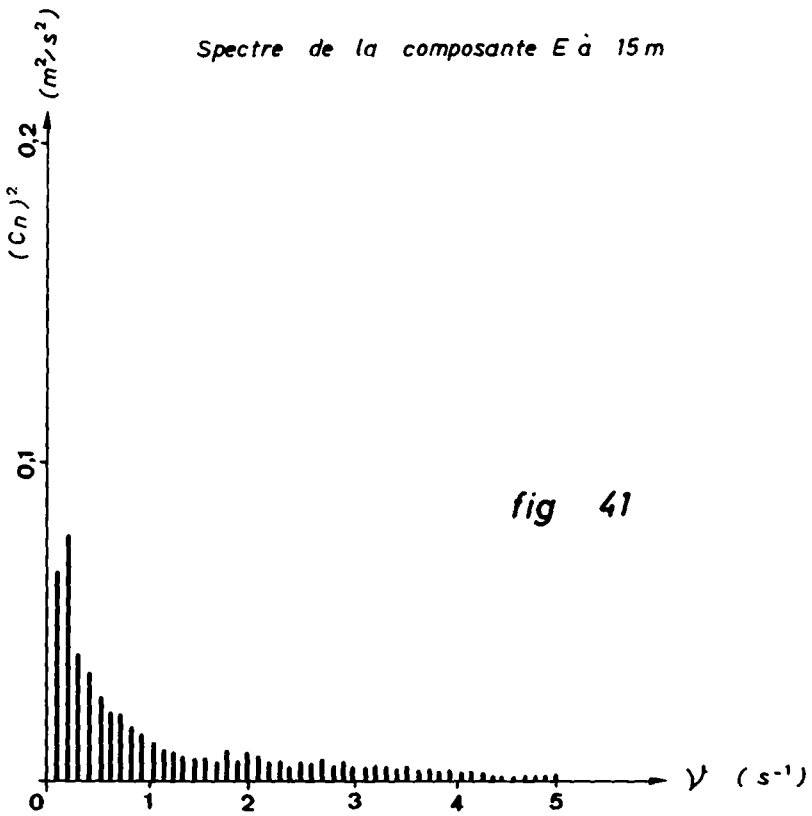


fig 41

c) autocorrélation de la vitesse

La fig. 40 représente la fonction d'autocorrélation. Elle décroît presque linéairement avec une pente de $-1/4 \text{ sec}^{-1}$. On observe un creux à 0,22 seconde.

d) spectre de la vitesse

La fig. 41 représente le spectre de la vitesse. La faible turbulence du jet se traduit par la valeur très élevée du terme constant et une décroissance très rapide du spectre qui n'est plus caractéristique en dessous de 3 Hz. Or, la fréquence de coupure théorique est supérieure à la fréquence moyenne des tops qui est de 5,5 Hz. Dans le cas de l'anémomètre NEZ on pourrait définir la fréquence de coupure comme le rapport de la somme de la vitesse moyenne et de l'écart-type par le chemin du vent élémentaire.

Le terme de fréquence 0 est la moyenne de l'autocorrélation, c'est donc une indication de la cohérence.

$$v_0 = \frac{\bar{v} + \sigma_v}{\Delta x_0}$$

\bar{v} vitesse moyenne

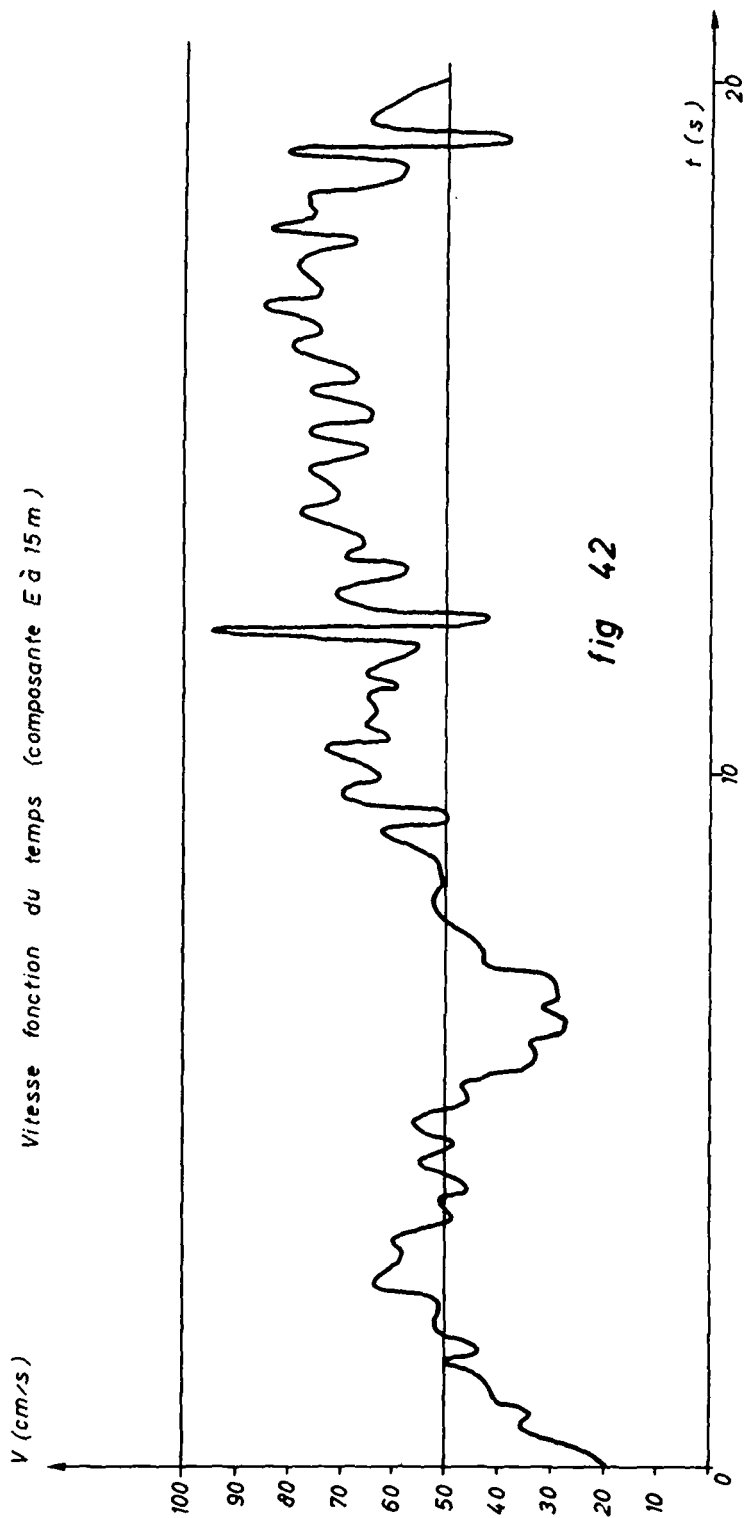
σ_v écart-type

Δx_0 chemin du vent élémentaire.

dans ce cas

$$v_0 = \frac{55 + 15}{10} = 7 \text{ Hz.}$$

La raie que l'on observe vers 0,1 HZ est due au fait que le phénomène n'est pas périodique et que l'on a déterminé le spectre à partir de la moitié de la fonction d'autocorrélation. Comme la mesure a duré 19,2 sec., la



Distribution de l'accélération de
la composante E à 15m

moyenne 2,1322 cm/s
écart type 10 0883 cm/s

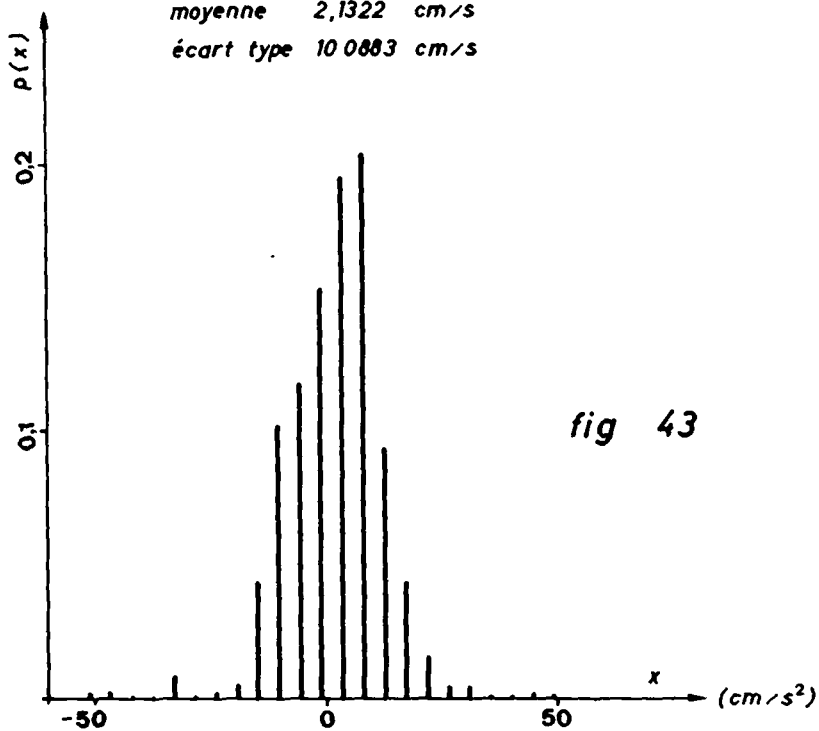


fig 43

fonction d'autocorrélation a une longueur temporelle de 9,6 sec. et le spectre de raies correspondant a une fréquence de base de :

$$1/9,6 \text{ sec} = 0,104 \text{ Hz}$$

e) moyenne de l'accélération

Cette moyenne est de $2,1 \text{ cm/sec}^2$. Si le phénomène était stationnaire et si le capteur était parfaitement symétrique cette moyenne serait nulle. Or, le graphique 42 montre que la vitesse augmente de plusieurs dizaines de cm/sec. au cours de la mesure. L'augmentation de la vitesse calculée sur le temps de la mesure est de 41 cm/sec. , ce qui correspond bien à ce que l'on observe. Sur le graphique on observe en outre une fluctuation périodique dont la période est de 3 tops; elle est probablement due à une rotation irrégulière de l'hélice (phénomène périodique sur 1 tour d'hélice = 3 tops.).

f) distribution de l'accélération (fig. 43)

On observe des valeurs très élevées de l'accélération bien en dehors de la courbe de distribution. Ceci est probablement dû à des erreurs de mesure lors de la transcription manuelle de l'enregistrement graphique. Ce phénomène devrait disparaître avec l'utilisation d'un dispositif automatique d'enregistrement des données. Cette courbe est probablement caractéristique d'un écoulement turbulent.

g) autocorrélation de l'accélération (fig. 44).

La décroissance de cette courbe se poursuit jusqu'à 4 sec., tout comme l'autocorrélation de la vitesse. On observe la fluctuation périodique provenant de la rotation irrégulière de l'hélice (période de l'ordre de 0,5 sec.).

Autocorrélation de l'accélération du vent à 15 m dans l'axe

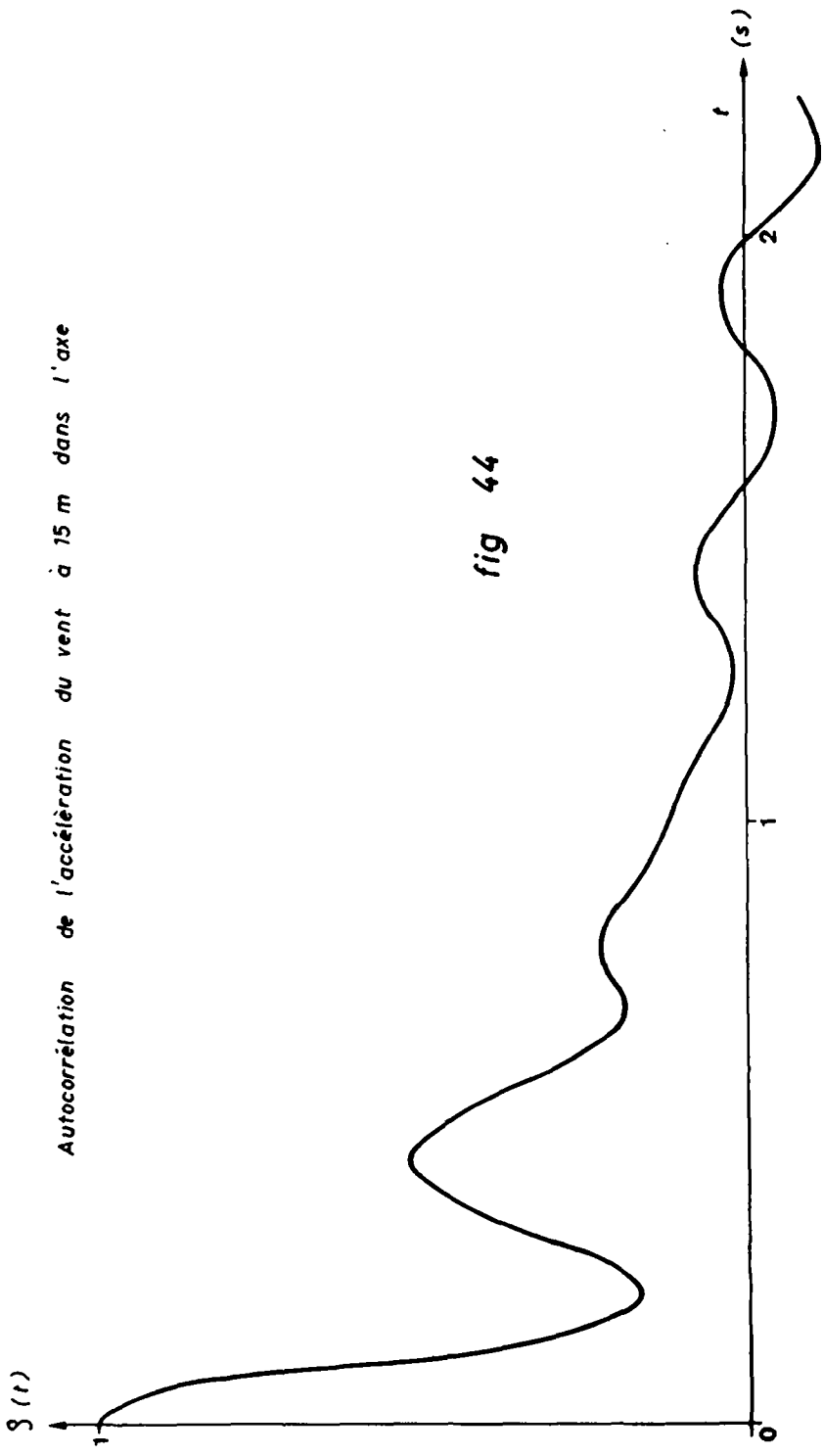
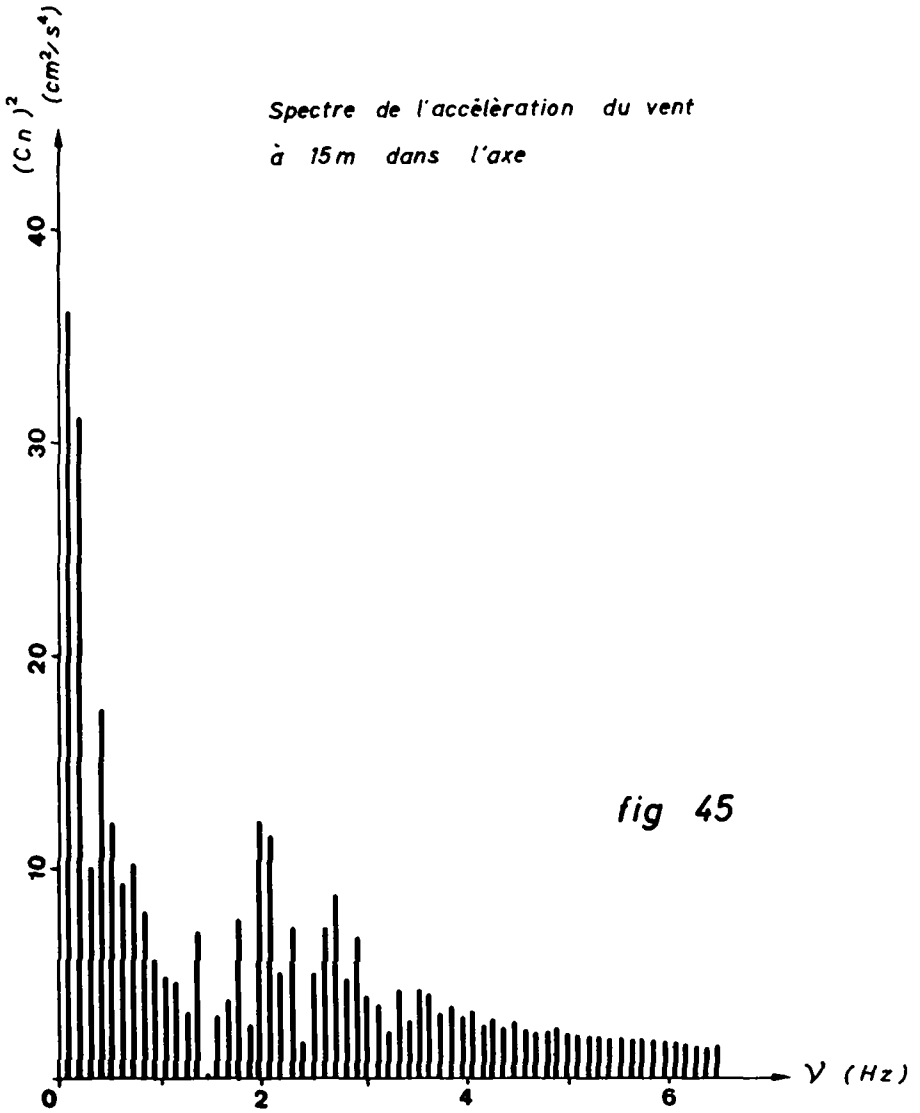


fig 44



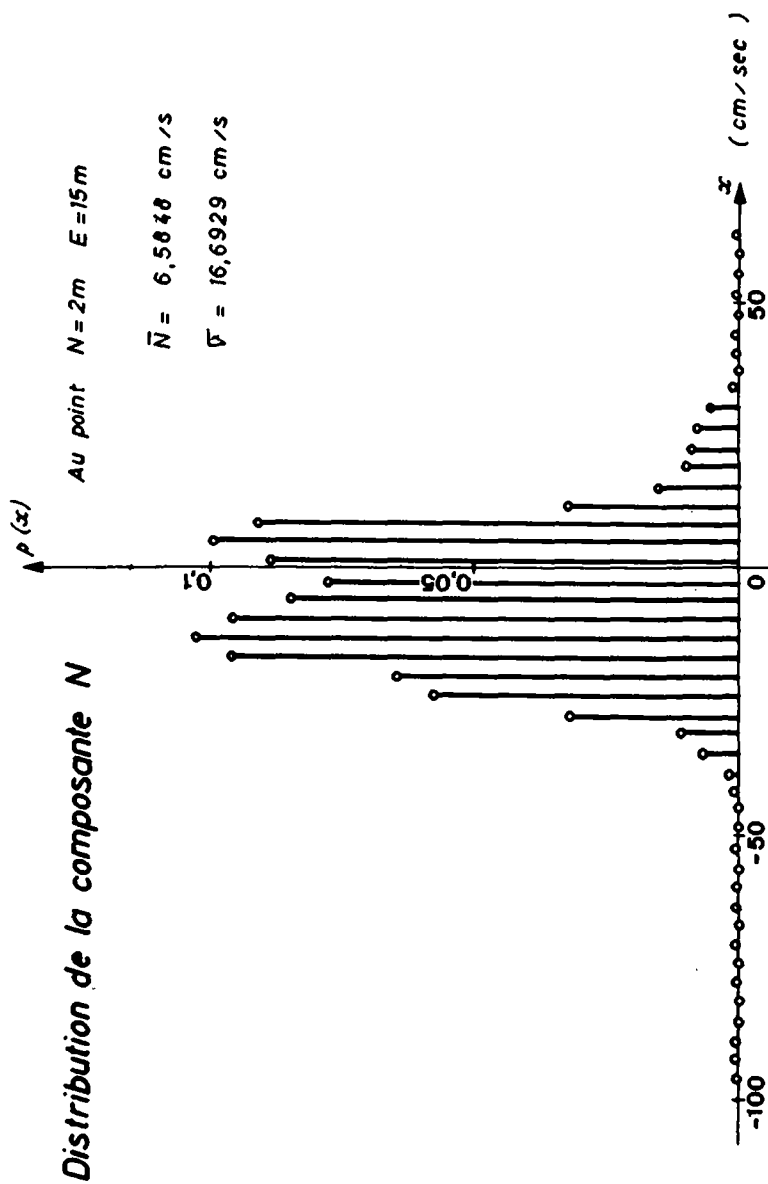


fig 46

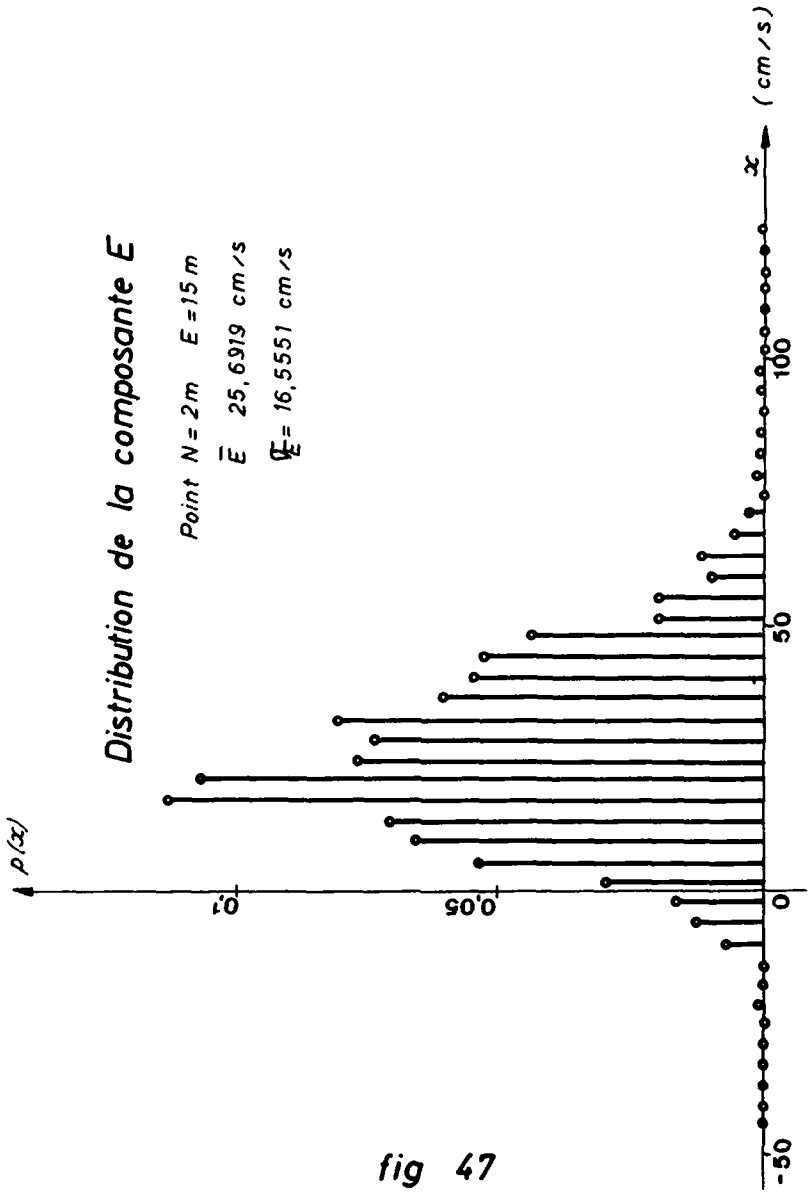


fig 47

h) spectre de l'accélération (fig. 45).

On observe des raies dues à la durée finie de la mesure, ainsi qu'une "bosse" aux alentours de 2 HZ, correspondant à la rotation irrégulière de l'hélice. D'autre part le spectre n'est plus significatif à partir de 5 HZ, ce qui correspond à la fréquence moyenne des tops.

§ 2 MESURES A 15 m, à 2 m DE L'AXE DU JET

a) données et moyenne de la vitesse

La composante N comporte 144 données. Sa moyenne est de -6,47 cm/sec. Le chemin parcouru est de -13,98 m.

La composante E comporte 559 données. Sa moyenne est de 25,53 cm/sec. et le chemin parcouru est de 56,45 m. La durée de la mesure est de 220 sec. environ. Les données ont été partagées en 2048 échantillons de 0,1059 secondes.

b) distribution de la vitesse (fig. 46 et 47).

La distribution de la composante N présente de nombreux points en dehors de la courbe ce qui est l'indice de données fausses. Le rapport écart-type/moyenne est très grand = $13,69/6,58 = 2,08$. La composante N est donc essentiellement turbulente. La composante E comporte aussi des points en dehors de la courbe dus à des données fausses. Le rapport écart-type/moyenne vaut $16,56/25,69 = 0,654$ soit près de 2,26 fois moins que le rapport de la composante perpendiculaire à l'axe du jet. Donc, en dehors de l'axe, la turbulence augmente rapidement.

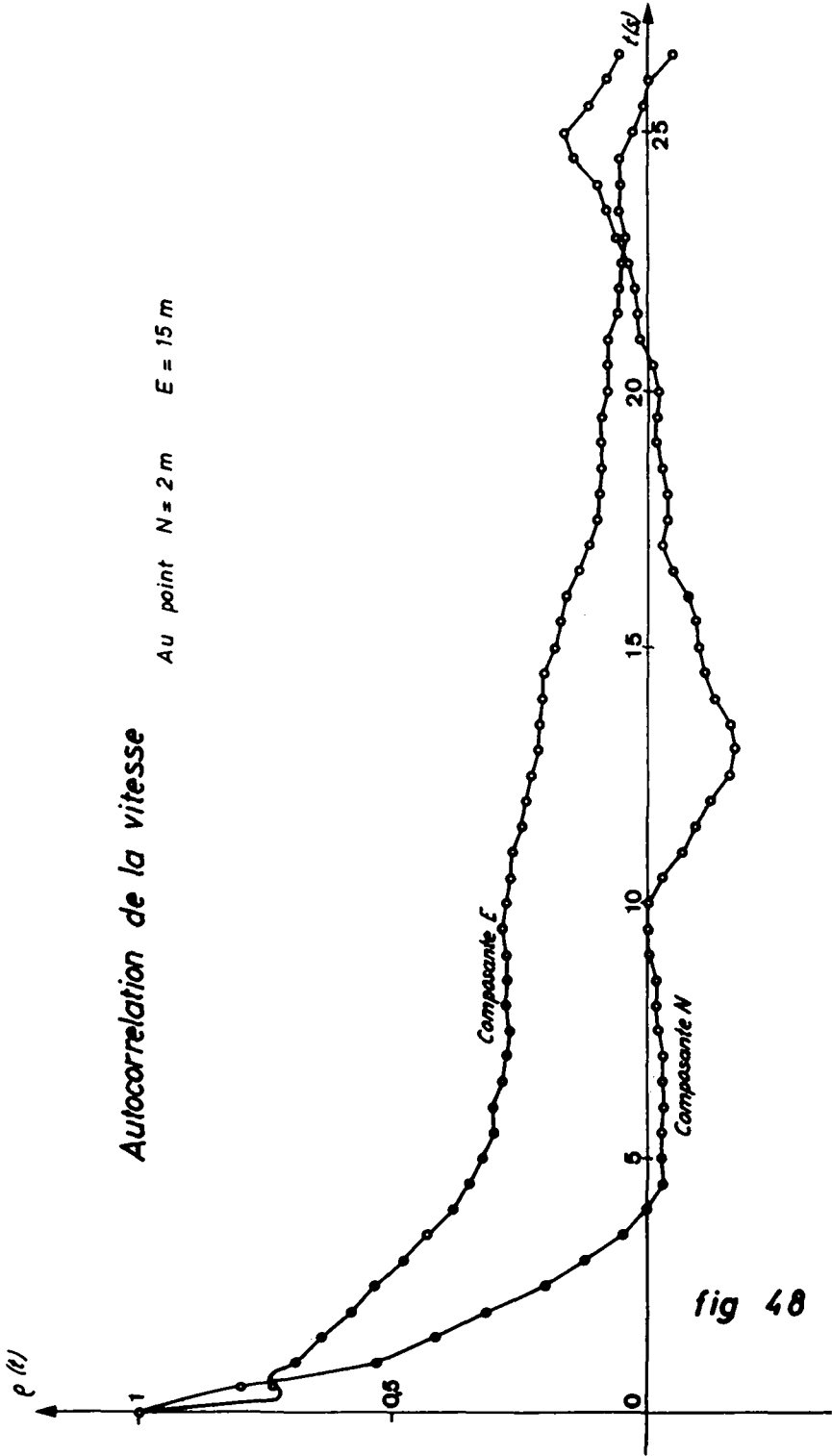


fig 48

Composantes N et E
à 15 m et 2 m de l'axe

Intercorrelation 2

Intercorrelation 1

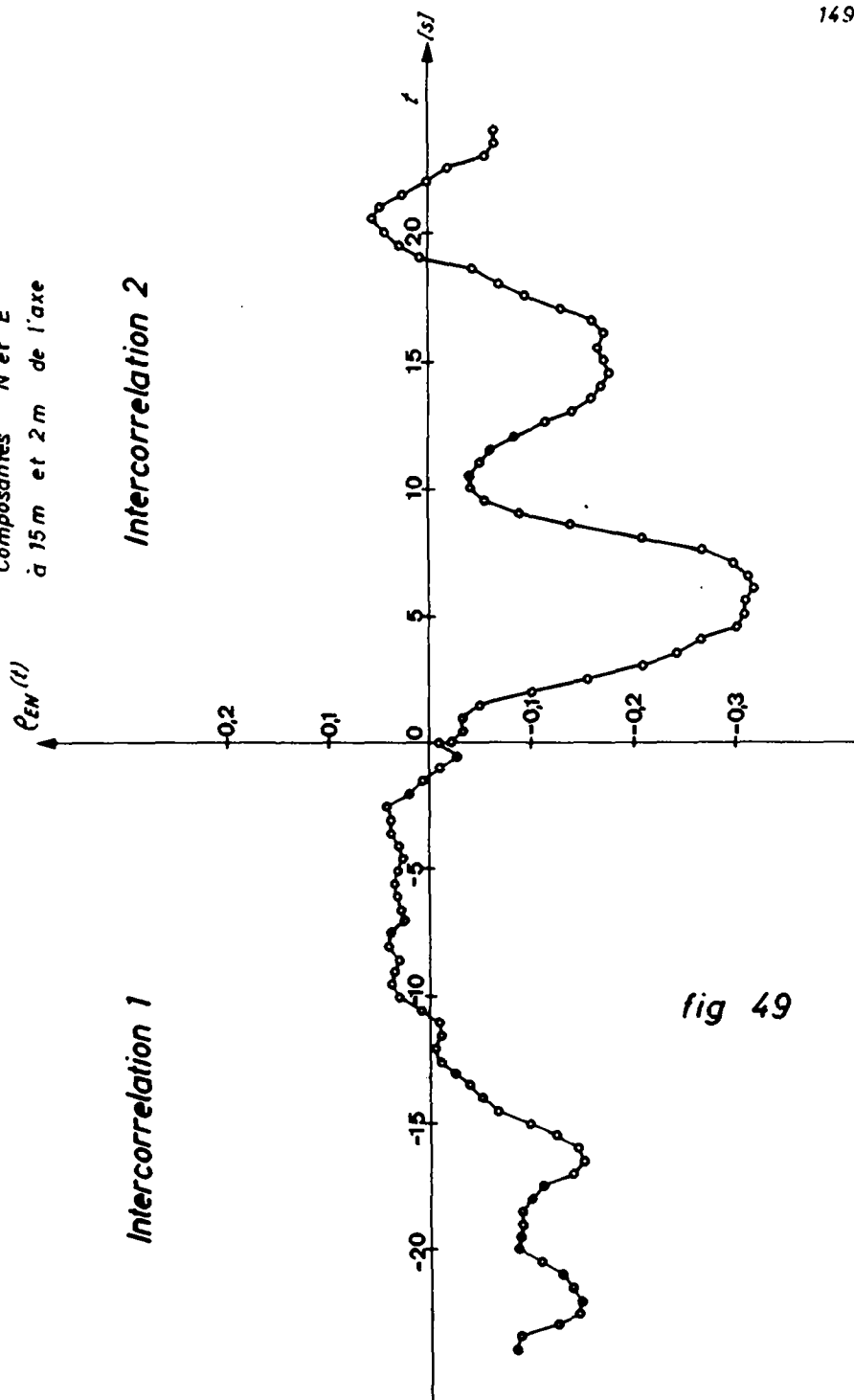
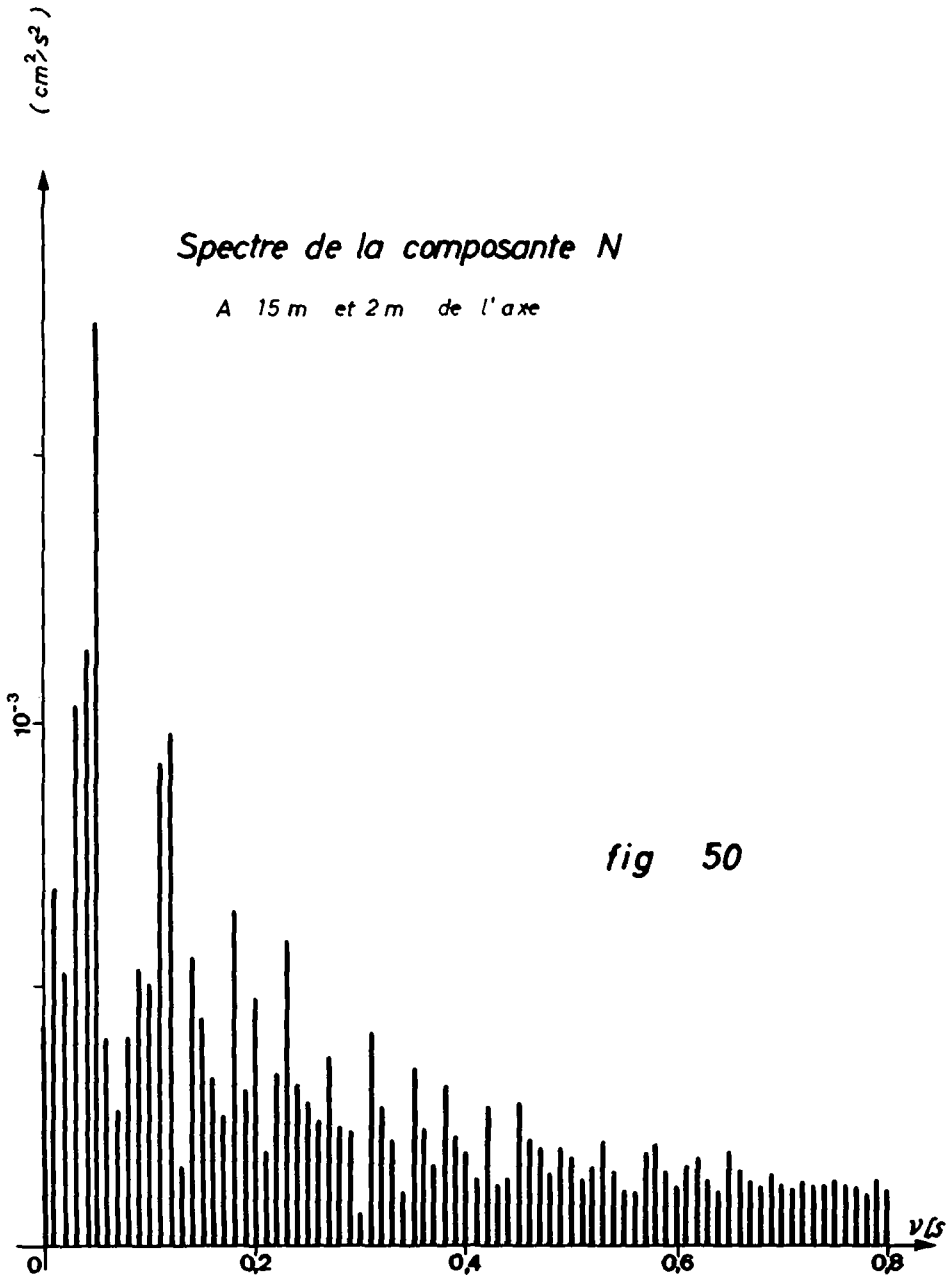
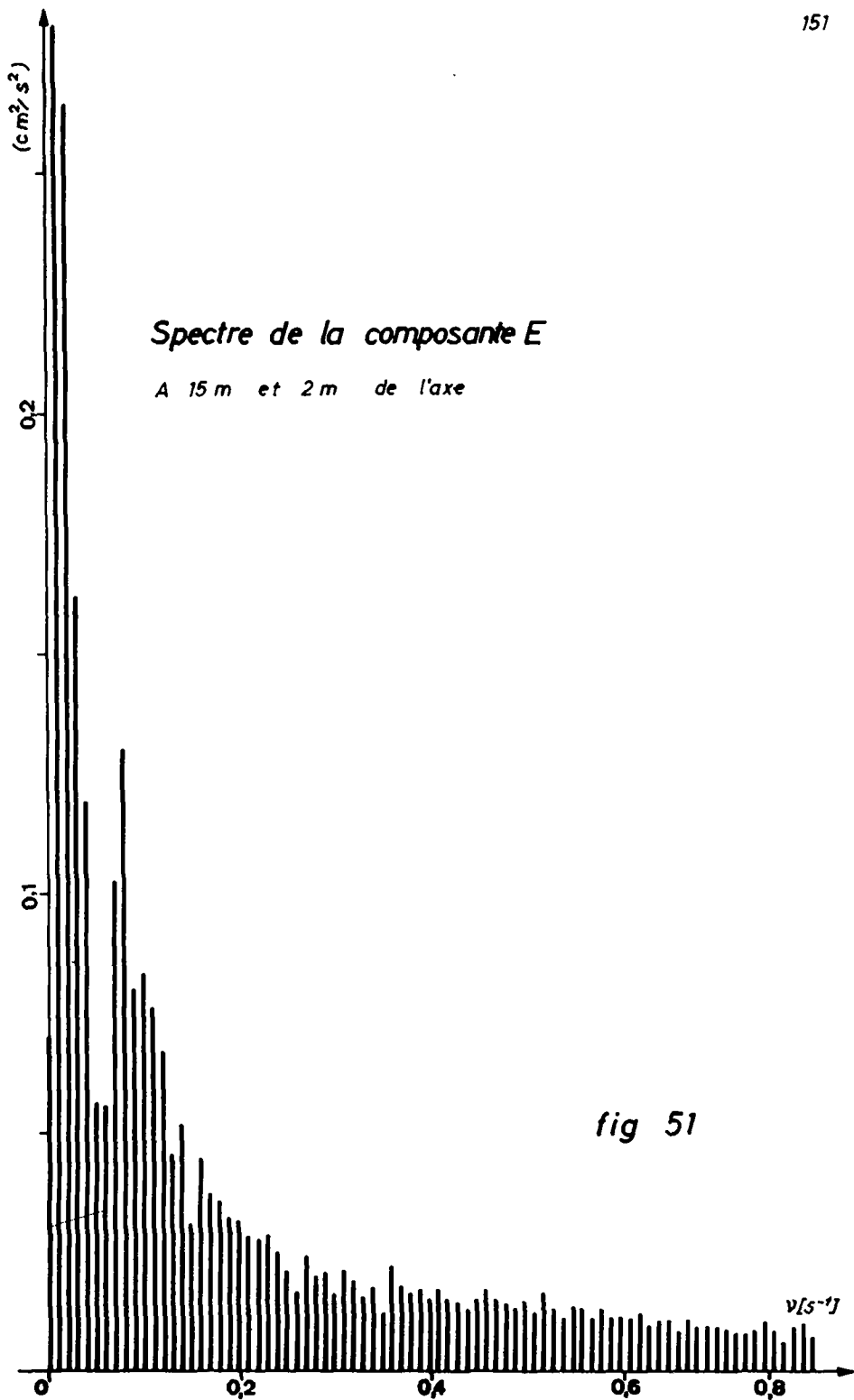


fig 49





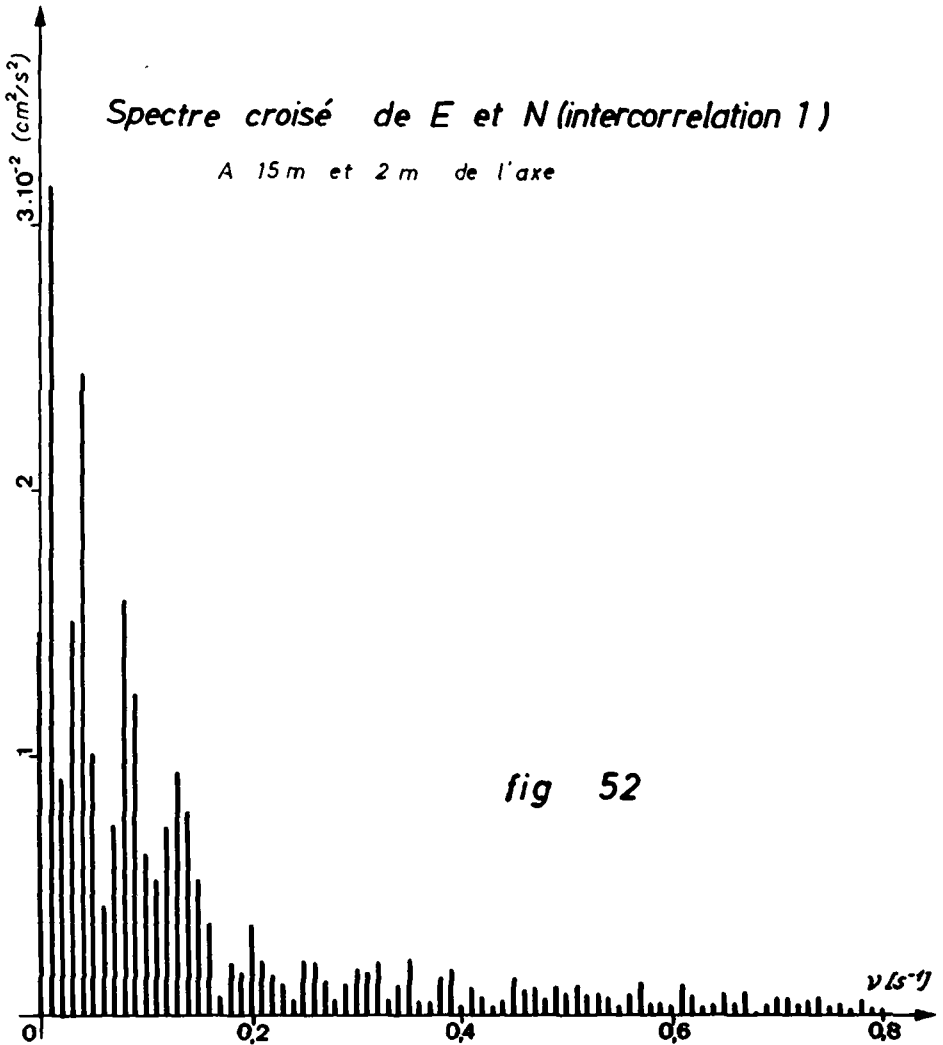
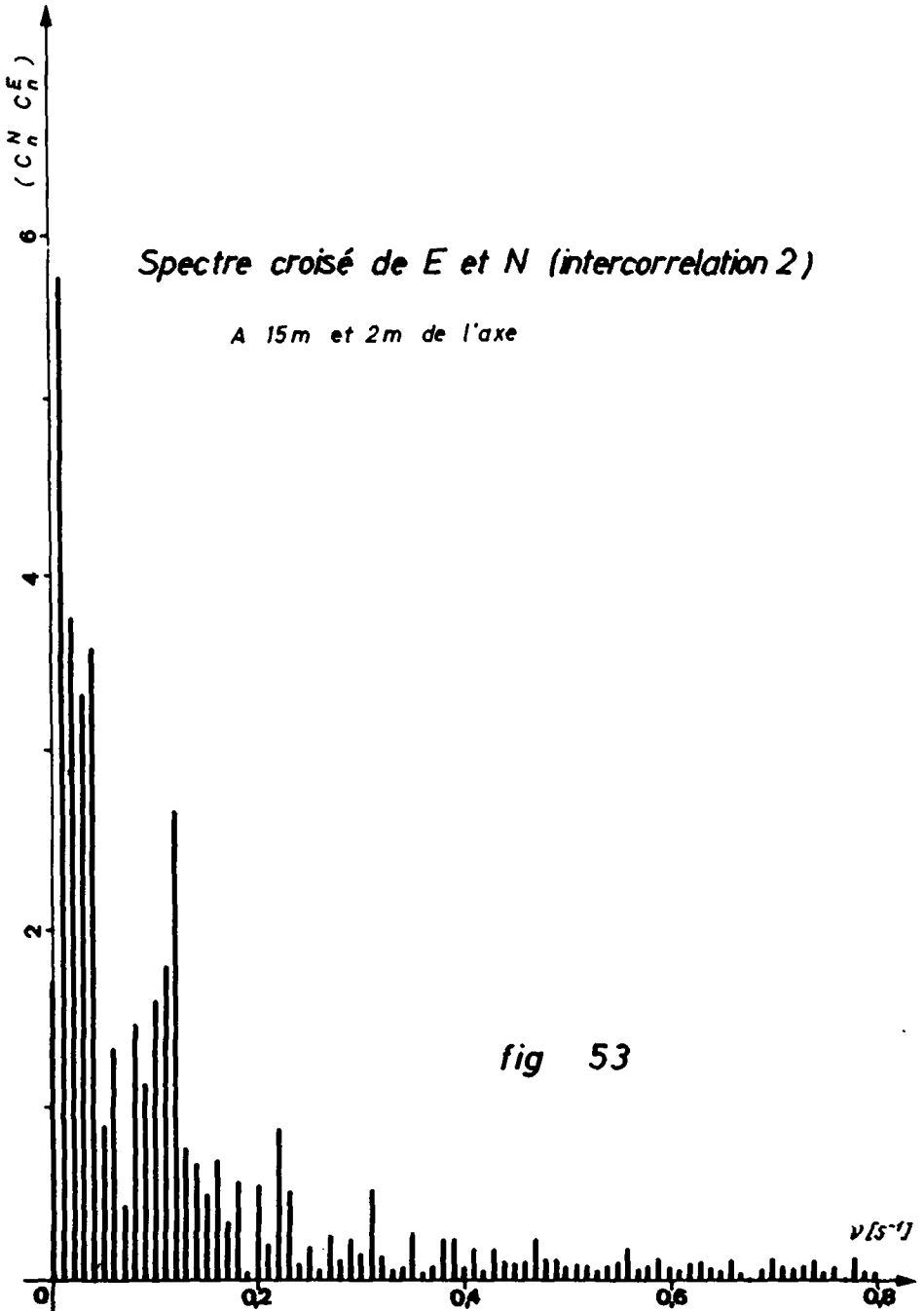
$(C_N^E C_N^N)$ 

fig 52



c) fonction d'autocorrélation (fig. 48).

La fonction d'autocorrélation de la composante N décroît rapidement pendant 4 sec. La fonction de la composante E décroît aussi rapidement sur 4-5 secondes, puis continue ensuite à décroître lentement sur 20 à 30 secondes.

Il faut remarquer que ce temps de 4 secondes se retrouve sur les 3 fonctions d'autocorrélation que nous avons calculées. Il s'agit probablement d'une constante qu'il faut rapprocher de la notion de longueur de mélange.

d) fonction d'intercorrélacion (fig. 49).

L'intercorrélacion 1 est beaucoup plus faible que l'intercorrélacion 2 : en effet, comme les 2 hélices sont décalées dans l'espace, une particule d'air de dimension suffisante atteindra d'abord l'hélice E avant l'hélice N. La longueur de bras supportant une hélice étant de 40 cm., le temps moyen nécessaire à une particule d'air ayant touché l'hélice E pour atteindre l'hélice N est de $40 \text{ cm}/6,47 \text{ cm/sec} = 6,18$ secondes. Or l'intercorrélacion 2 montre un pic très net à 6,14 secondes d'une valeur de 0,32. Ce qui montre que les tourbillons suffisamment grands pour influencer à la fois les 2 hélices sont loin d'être négligeables.

e) spectres de la vitesse (fig. 50 et 51).

Le spectre de la composante N est essentiellement un spectre de raies : la dimension des tourbillons est quantifiée. Les raies dues à la longueur finie de la mesure n'apparaissent que peu ou pas. La fréquence de coupure apparente est supérieure à 0,658 Hz, conformément à la théorie. Sur cette version du calcul les nombres ont été imprimés en virgule fixe, ce qui ne donne pas

Distribution de la composante E

$$\bar{E} = 46,7601 \text{ cm/s}$$

$$\bar{V} = 6,8167 \text{ cm/s}$$

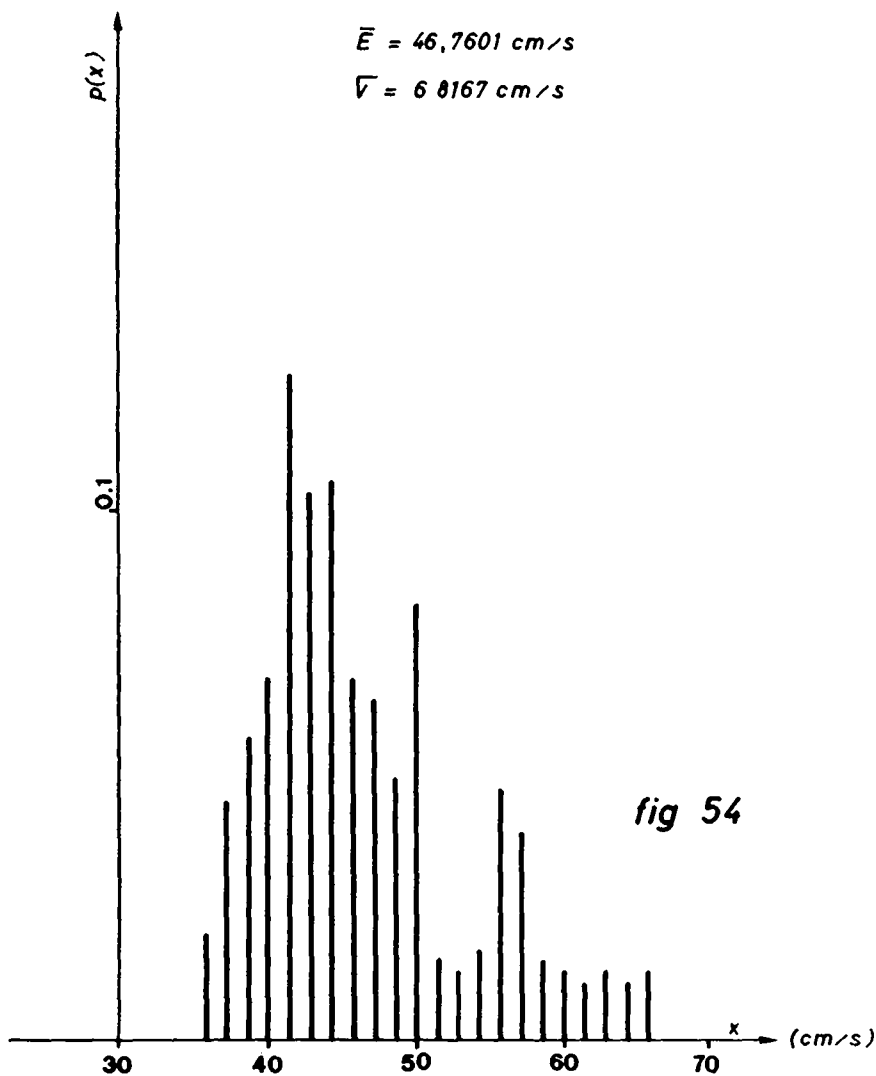
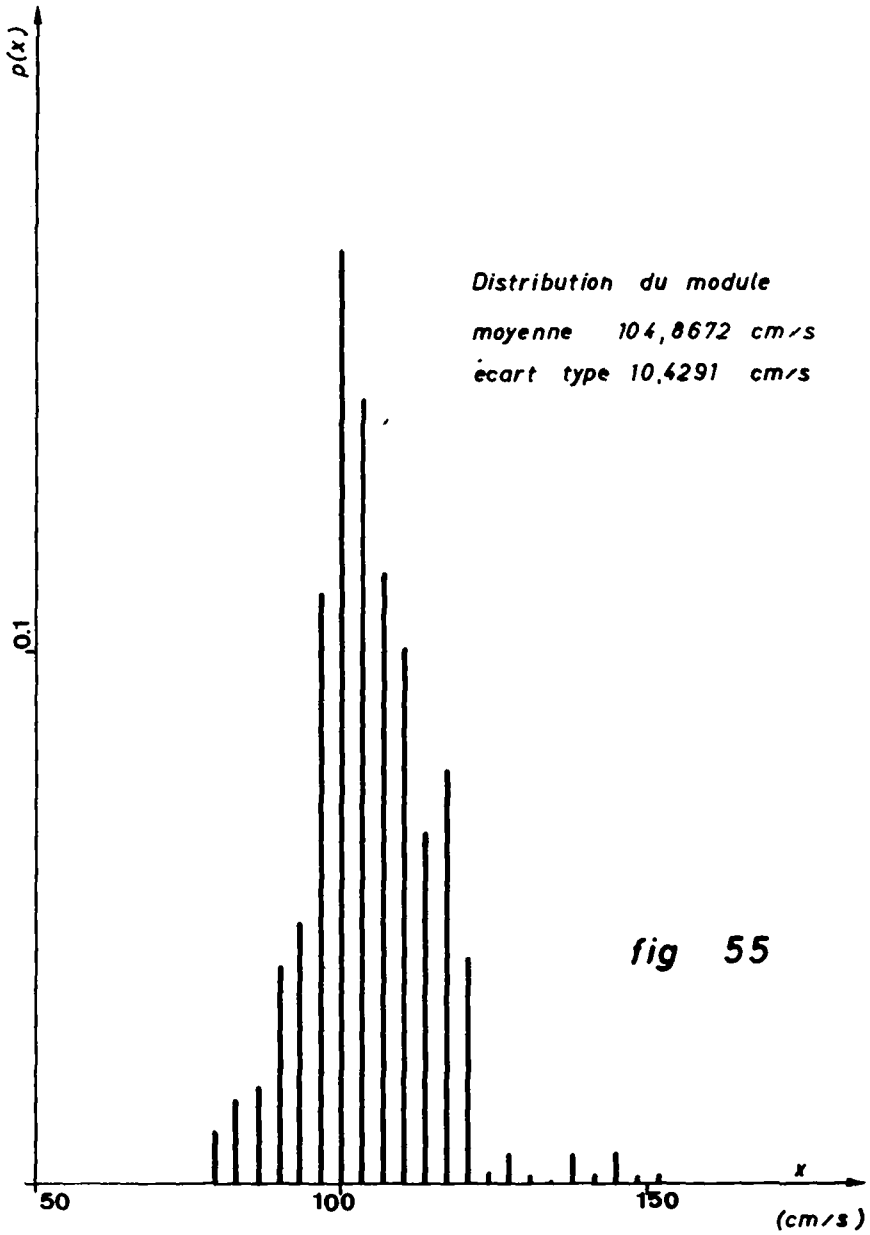


fig 54



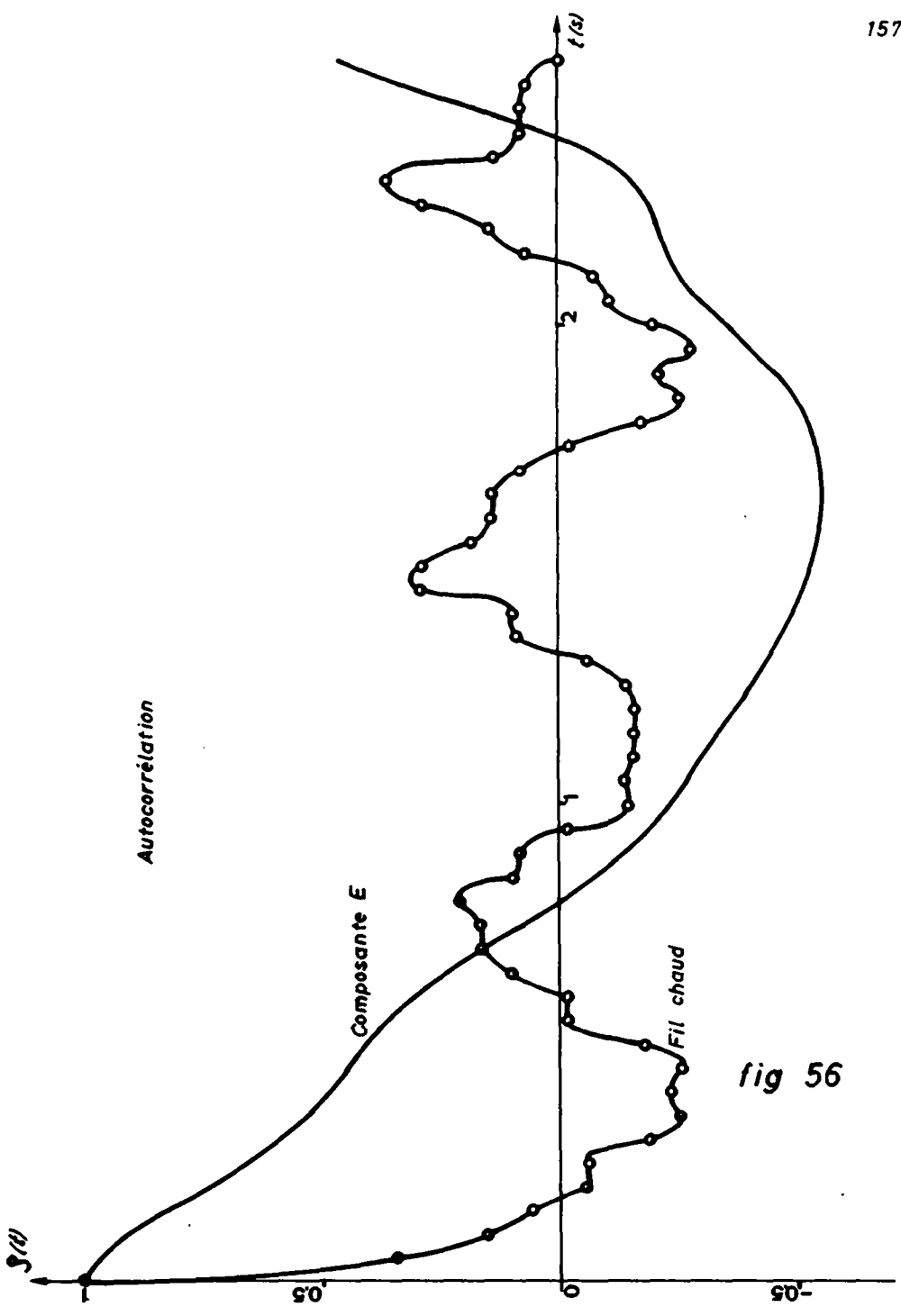


fig 56

assez de chiffres significatifs. Ultérieurement le programme a été modifié pour pouvoir obtenir une impression en virgules flottantes.

Le spectre de la composante E est beaucoup plus régulier, car cette composante est beaucoup moins turbulente. Le manque de précision ne permet pas de voir jusqu'où s'étale le spectre, mais on observe encore une variation à 3,154 Hz.

f) spectre de l'intercorrélation (fig. 52).

Le spectre 2 montre une série de raies très nettement marquées. Les raies ne sont pas l'exact multiple l'une de l'autre. D'autre part ces raies correspondent seulement à une raie sur trois du spectre de la composante N. En divisant la vitesse moyenne de la composante E par la fréquence de la 1^e raie, on obtient une longueur de l'ordre de grandeur de la distance séparant les 2 hélices. Il est probable que ces tourbillons particuliers se déplacent à une vitesse différente de la vitesse moyenne, ce qui explique l'écart constaté. Le spectre 1 n'est pas significatif.

§ 3 COMPARAISON ENTRE L'ANEMOMETRE A FIL CHAUD ET L'ANEMOMETRE CARTESIEN N E Z.

a) mesures et moyennes

Il a été pris 26 mesures de la composante E de l'anémomètre NEZ. Leur moyenne est de 46,38 cm/sec. L'échantillonnage du signal analogique de l'anémomètre à fil chaud donne 512 points de mesure. La durée totale de la mesure est de 5,98 sec. ce qui correspond à 2,77 m de chemin parcouru

b) distribution de la vitesse (fig. 54 et 55).

On constate une petite différence entre les écarts-types des anémomètres.

6,81 cm/s NEZ

10,43 cm/s fil chaud

Mais il y a une grande différence sur les moyennes

46,76 cm/s NEZ

104,9 cm/s fil chaud

Comme l'anémomètre à fil chaud mesure la composante coplanaire du vent, il mesure une valeur plus élevée que l'anémomètre cartésien. D'autre part l'anémomètre à fil chaud est très imprécis aux faibles vitesses.

On remarque pratiquement que la distribution de l'anémomètre à fil chaud est beaucoup plus "ramassée" que celle de l'anémomètre cartésien.

c) Autocorrélation (fig. 56).

Les 2 fonctions d'autocorrélation sont très dissemblables.

d) Intercorrélation (fig. 57).

L'anémomètre à fil chaud étant placé derrière l'hélice, c'est l'intercorrélation 2 qui est valable. On remarque le faible pic d'intercorrélation (0,1714) à 95 sec. Ce qui montre que l'hélice se trouvait 23 cm devant le fil chaud.

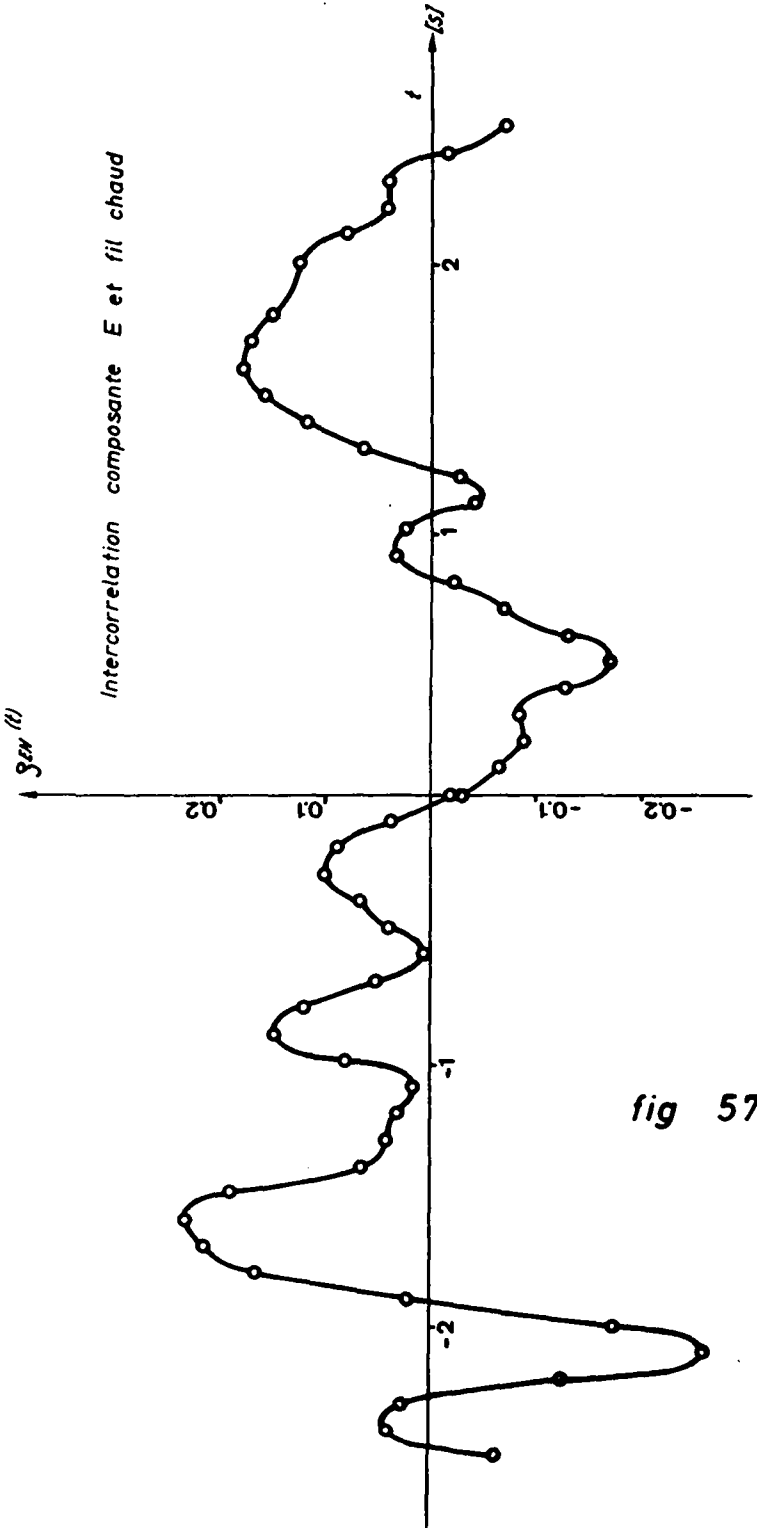
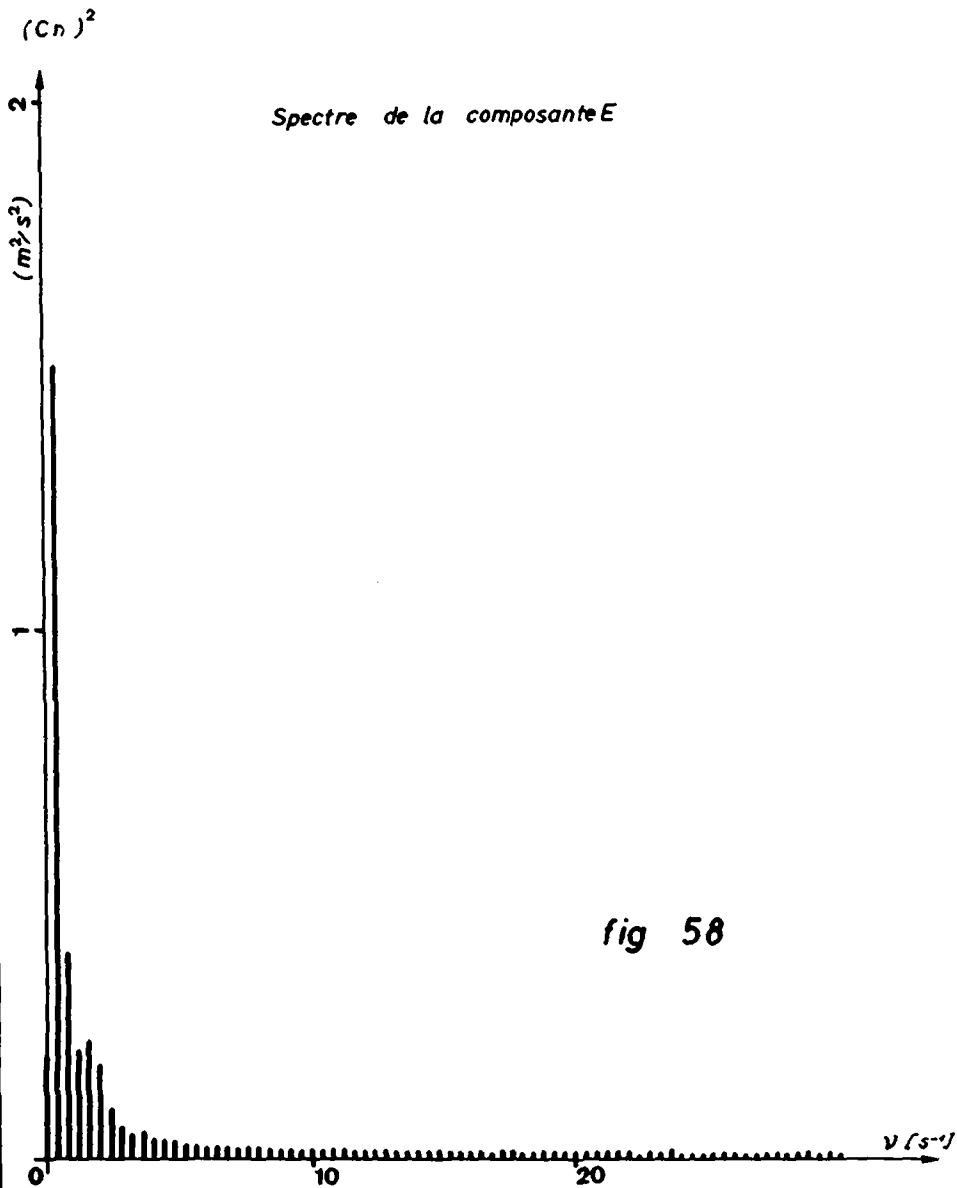
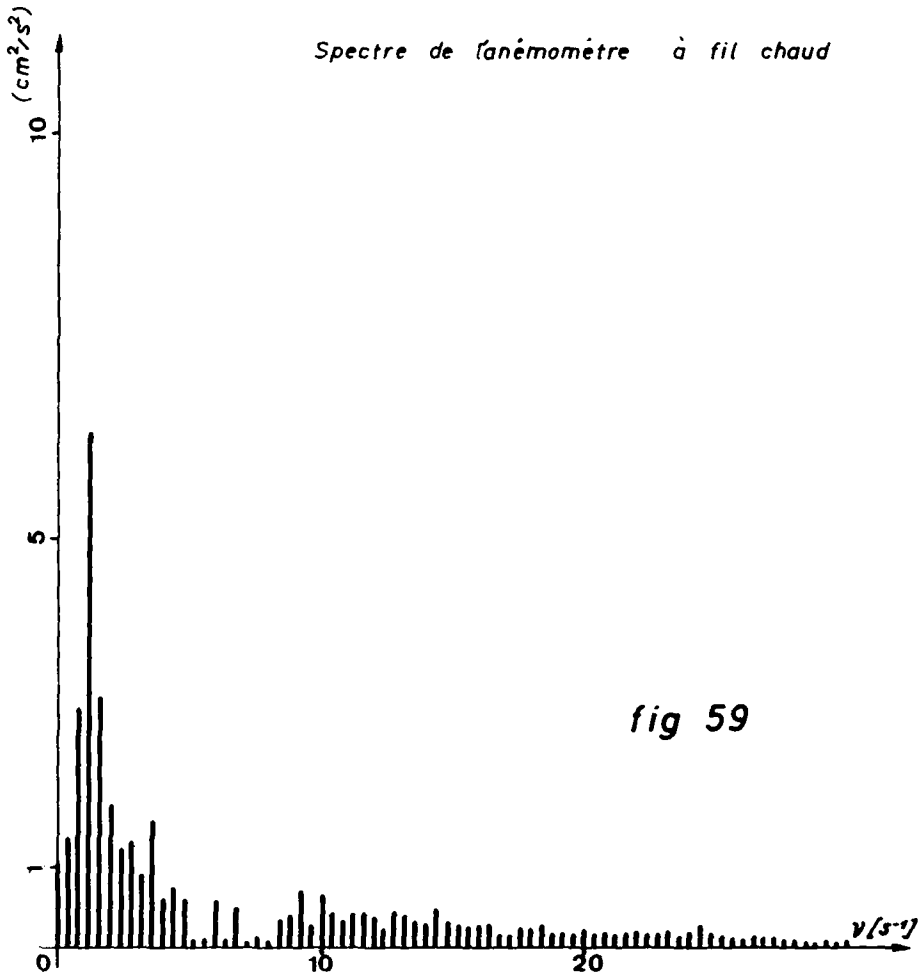


fig 57





*Spectre croisé de la composante E et de
l'anémomètre à fil chaud*

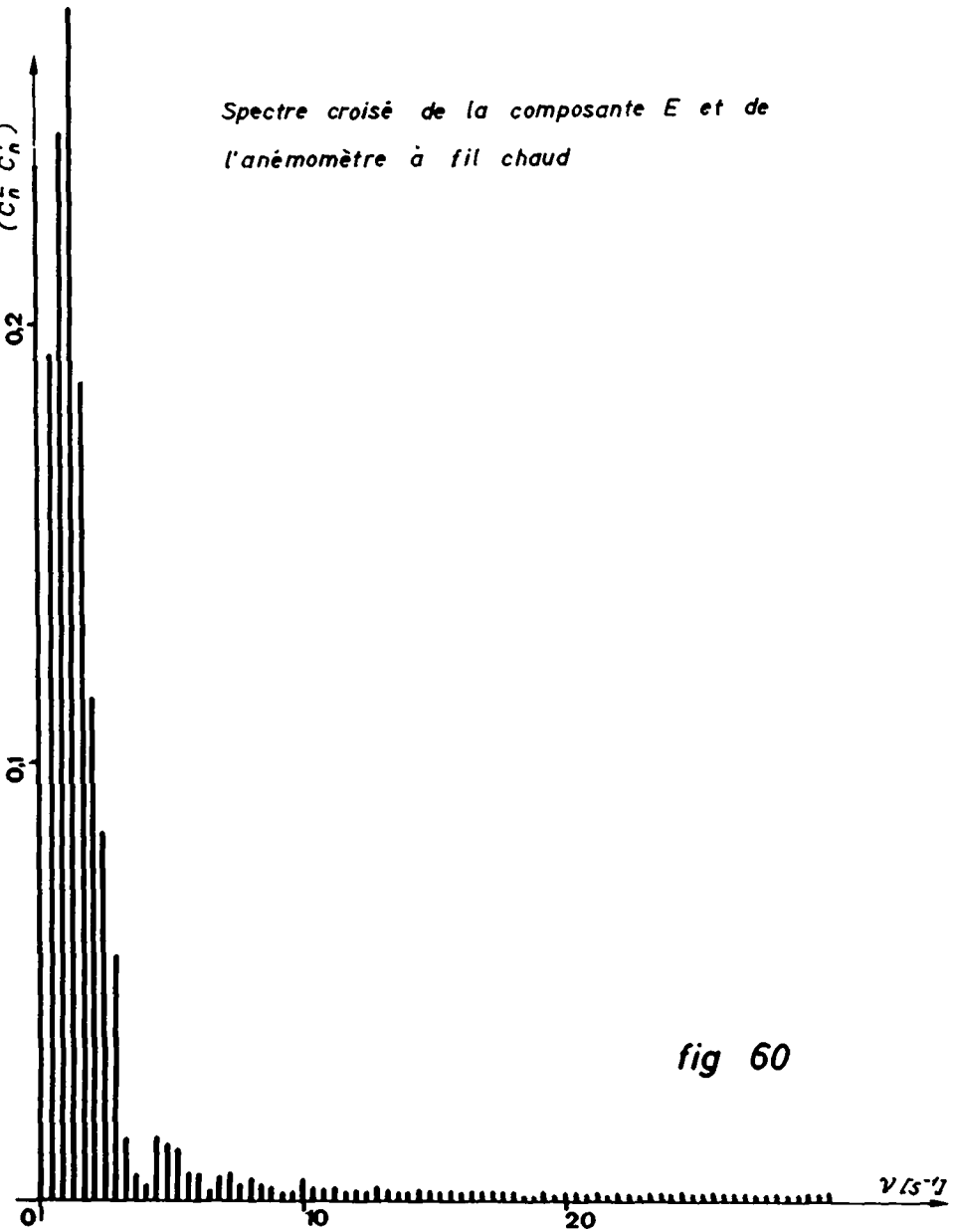


fig 60

e) Spectre (fig. 58 et 59).

Le spectre de l'anémomètre cartésien n'est plus caractéristique en dehors de 4,6 Hz, conformément à la théorie. Les composantes de raies à 0,391 Hz et 0,781 Hz sont probablement dues à la longueur finie de la mesure.

Le spectre de l'anémomètre à fil chaud s'étend bien plus loin puisqu'on a encore des fluctuations caractéristiques à 50 Hz.

f) Spectre d'intercorrélation (fig. 60).

C'est le spectre de l'intercorrélation 1 qui montre le mieux la fréquence de coupure de l'anémomètre NEZ. En effet dans ce cas les 2 mesures ne sont pas couplées, les 2 anémomètres peuvent être considérés comme 2 générateurs de bruit aléatoire. La fréquence moyenne des tops étant de

$$\frac{46,76 \text{ cm/sec}}{10 \text{ cm}} \cong 4,68 \text{ Hz}$$

D'après le théorème de Shannon, la fréquence maximum que l'on peut observer est de $4,68 \text{ Hz} / 2 = 2,34 \text{ Hz}$. Ce qui correspond assez bien à ce qu'on observe.

§ 4) CONCLUSION

Ces mesures ont démontré l'utilité du système anémométrique NEZ dans la mesure précise d'une grandeur aléatoire (vecteur vitesse), surtout dans le cas de vitesses faibles et variables. On a démontré l'existence d'un spectre de raie de la turbulence. Ces mesures pourront servir de vérification à une théorie de la mécanique aléatoire des écoulements gazeux. Le programme de

de calcul développé à cette occasion pourra servir à d'autres types d'études, comme les écoulements en atmosphère libre (vents). Mais il est indispensable de réaliser un système d'acquisition automatique des données. En effet, la méthode utilisée pour ces mesures est longue, fastidieuse et source d'erreurs difficilement détectables. Le système NEZ pourra être complété d'un anémomètre à fil chaud pour l'étude des fréquences élevées.

ANNEXE 1

CENTRE DE CALCUL - EPFL

Mode d'emploi du programme MECAL 1BUT

Calcul statistique à partir des mesures relevées par un anémomètre cartésien (1 ou 2 séries).

PREPARATION

Feuille de commande : exécution standard, temps
(et sous-programmes)

Carte §JOB

§JOB 43230, t, - commentaire

Données

- Une carte titre
 - col. 1-60 titre (n° expérience, etc.)
 - 61-70 échelle temps dénominateur
ex. : $kj = 1/50 =$ perforer 50. (F10.)
 - 80 nb de séries (1 ou 2)
- Une carte pour l'hélice
 - 1-10 épaisseur de l'hélice
 - 11-20 distance de réponse
 - 21- 30 unité de chemin parcouru (3F10)

Par série :

- Une carte titre :
 - 1-60 titre
 - 61-70 nb de cartes de la série (N) (entier cadré à droite)

N cartes contenant les mesures à raison de 8 (ou moins) par cartes (8F10).

Remarque On peut passer plusieurs cas les uns à la suite des autres, la dernière carte portera en col. 1 à 5 *FIN*, cette carte est toujours nécessaire même pour un cas seulement.

RESULTATS

Définition voir les descriptions du programme et des sous-programmes.

Remarque : Le programme contrôle que les mesures données ont une valeur absolue croissante, si tel n'est pas le cas, il imprime la valeur fausse continue à tester les mesures mais n'effectue pas la suite des calculs.

14.1.1971/cs.

ANNEXE 2
CENTRE DE CALCUL - EPFL

DESCRIPTION DU PROGRAMME MECAL 1

N°)
NOM) MECAL 1
AUTEUR) J. Ph. JOBE/Modification G. Aubry
LANGAGE DE PROGRAMMATION : FORTRAN IV IBM 7040
DATE Novembre 1970
REQUERANT Monsieur P. Ravussin
BUT Calcul de statistiques à partir des mesures relevées par un
anémomètre cartésien (NEZ)

LIMITATION Nb d'échantillons \leq 4096
DUREE D'UN PASSAGE : cf. exemple et description des S. P.
METHODE cf. description générale
FORME FORTRAN, DECK BINAIRE
ANNEXES
1. DESCRIPTION GENERALE
2. COPIE DU MODE D'EMPLOI
3. ORGANIGRAMME
4. LISTING DU PROGRAMME
5. LISTING DE DONNEES (EXEMPLE)
6. LISTING DE RESULTATS (EXEMPLE)

DESCRIPTION GENERALE

BUT Calcul de statistiques à partir des mesures relevées par un anémomètre cartésien.

MODIFICATION S. P. DISTRI ajouté, modification du chafnage.

METHODE Le programme MECAL 1 est chaîné dans l'ordre suivant:

- P. P. du Main LINK : PPMAIN appelle successivement les LINK 1, 2, 3 et 4
- P. P. du LINK 1 : MECAL 1 appelle S. P. PRELIM
S. P. ECHANT
S. P. WORKF
- P. P. du LINK 2 : PP2 appelle S. P. DISTRI
- P. P. du LINK 3 : PP3 appelle S. P. WORKFF
- P. P. du LINK 4 : PP4 appelle S. P. FFT2

Pour l'algorithme (formules mathématiques) il faut se référer au dossier d'établissement du programme MECAL 1 et aux dossiers des différents sous-programmes.

DONNEES

Une carte titre :

col. 1-60	titre (n° d'expérience, etc.)	10 A6
61-70	échelle temps (dénominateur) ex. : $Kj = 1/50 \Rightarrow$ perforer 50.	F 10.2
80	nombre de séries (1 ou 2)	I 10

Une carte pour l'hélice :

col. 1-10	épaisseur de l'hélice (E)	F 10.3
11-20	distance de réponse (XO)	F 10.3
21-30	unité de chemin parcouru entre deux tops consécutifs (DX)	F 10.3

par série :

1 carte titre :

col. 1-60	titre	10 A6
61-70	Nb de cartes pour la série (N)	I 10

N cartes contenant les mesures (8 F 10).

Remarque : On peut passer plusieurs cas les uns à la suite des autres. La dernière carte portera en col. 1-5 * FIN *

Cette carte est toujours nécessaire même pour un cas seulement.

RESULTATS

Pour une série :

- impression des valeurs non échantillonnées (cf. S. P. PRELIM)
- moyenne, écart-type, distribution et autocorrélation pour l'accélération
- moyenne, écart-type, distribution et autocorrélation pour la vitesse (cf. S. P. SORKF)
- spectre de l'autocorrélation de l'accélération
- spectre de l'autocorrélation de la vitesse.

Pour 2 séries : (par exemple 1ère série N, 2ème E)

- impression des valeurs non échantillonnées
 - série N
 - série E
- moyenne, écart-type, distribution et autocorrélation de la vitesse
 - série N
 - série E
- distribution à 2 dimensions
- intercorrélations :
 - 1 fonction fixe = N (1ère fonction)
 - 2 fonction fixe = E (2ème fonction)
- spectre de l'autocorrélation de la vitesse
 - série N
 - série E
- spectre de l'intercorrélations :
 - intercorrélations 1
 - intercorrélations 2

DESCRIPTION DU PROGRAMME

1) PPMAIN (MAIN LINK)

1.1. Common blank bloc de commun entre les links

MA 1	unité sur laquelle est écrite la 1ère autocorrélation
MA 2	unité sur laquelle est écrite la 2ème autocorrélation
MI 1	unité sur laquelle est écrite l'intercorrélation 1
MI 2	unité sur laquelle est écrite l'intercorrélation 2
IBLO	nb d'enregistrement (pour toutes les unités)
NVAL	nb valeurs du dernier enregistrement
TITR 1 (10)	titre de la première série
TITR 2 (10)	titre de la 2ème série
DUREE	temps total pour les autocorrélations et intercorrélations.
TI	temps initial
NS	nombre de séries
DT	delta T
MAO	unité sur laquelle est écrite la 2ème série de valeurs échantillonnées.

1.2. Mémoires auxiliaires : unité S. SU 17 est utilisée comme unité de chauffage.

1.3 Logique du programme

	- common
E 10	- appel du 1er link (MECAL 1)
	- si 1 série => E5
	- appel 2ème link (PP 2)
	- appel 3ème link (PP 3)

E 5 - appel 4ème link (PP 4)

GØ TØ10

- END

2) MECAL 1 (programme principal du link 1)

2.1. Common blank (cf. PPMAIN)

PRE 1 FE échelle temps

E épaisseur

XO distance de réponse hélice

DX unité de chemin parcouru

communique avec le SP PRELIM.

2.2. Mémoires auxiliaire s

M1, M2, M3, M4, M5 sont 5 unités de disques utilisées pour mémoriser les suites de valeurs représentant les différentes fonctions traitées.

M 1 = 10 (S.SU 10)

M 2 = 8 (S.SU 08)

M 3 = 4 (S.SU 04)

M 4 = 11 (S.SU 11)

M 5 = 16 (S.SU 16)

2.3. Logique du programme

- commons, dimensions, data
- lecture carte titre général
- test fin (=> E 900)
- lecture cartes données hélice
- lecture carte titre 1ère série
- impression en-tête
- CALL PRELIM (pour 1ère série)
- si une seule série (NS = 1) (=> E 40)
- lecture carte titre 2ème série
- impression en-tête
- CALL PRELIM (pour 2ème série)

- E 40 - calcul nombre d'échantillons, delta t, durée, temps initial (=> E 31)
- impression nb d'échantillons, delta t,
 - CALL ECHANT (1ère série)
 - si deux séries (NS = 2) (=> E 100)
 - impression en-tête (accélération)
 - CALL WORKF (accélération)
 - impression en-tête (vitesse)
 - CALL WORKF (vitesse)
 - assignation des unités pour link 4
 - impression en-tête (pour les spectres)
 - CALL CHNXIT (=> PPMAN)
- E 100 - CALL ECHANT (2ème série)
- impression en-tête (1ère série)
 - CALL WORKF (1ère série)
 - impression en-tête (2ème série)
 - CALLWORKF (1ère série)
 - assignation des unités pour link 2
 - CALL CHNXIT (=> PPMAN)
- E 900 - saut de page
- STOP
 - END

3) PP 2 (programme principal du link 2)

3.1. Common blank (cf. PPMAN)

3.2. Mémoires auxiliaires : MI 2, MAO unités qui contiennent les valeurs échantillonnées des 2 séries.

3.3. Logique du programme

- common
- CALL DISTRI (distribution à 2 dimensions)
- CALL CHNXIT (=> PPMAN)
- END

4) PP3 (programme principal du link 3)

4.1. Common blank (cf. PPMAIN)

4.2. Mémoires auxiliaires : MI2, MAO, MI1

4.3. Logique du programme

- common
- impression titre (intercorrélacion 1)
- CALL WORKFF (1ère fonction)
- impression titre (intercorrélacion 2)
- CALL WORKFF (2ème fonction)
- impression légende
- CALL CHNXIT (=> PPMAIN)
- END

5) PP4 (programme principal du link 4)

5.1. Common blank (cf. PPMAIN)

5.2. Mémoires auxiliaires : MA1, MA2, MI1, MI2, unités qui contiennent les autocorrélacion et intercorrélacions.

5.3. Logique du programme

- common
- FFT2 (spectre 1ère intercorrélacion)
- si deux séries (NS = 2) (=> E20)
- impression en-tête (spectre vitesse)
- CALL FFT2 (spectre vitesse)
- (=> E 30)

- E 20
- impression en-tête (spectre 2ème série)
 - CALL FFT2 (spectre 2ème série)
 - impression en-tête (spectre intercorrélacion 1)
 - CALL FFT2 (spectre intercorrélacion 1)
 - impression en-tête (spectre intercorrélacion 2)

- CALL FFT2 (spectre intercorrélation 2)

E 30 - CALL CHNXIT (⇒ PPMAIN)

- END

14.1.1971/cs

ANNEXE 3

CENTRE DE CALCUL - EPFL

DESCRIPTION DU SOUS-PROGRAMME PRELIM

N°

NOM PRELIM

AUTEUR J. Ph. JOBE CC EPFL

LANGAGE DE PROGRAMMATION : FORTRAN IV IBM 7040

DATE 5.10. 1969

REQUERANT Cf. PP MECAL 1

BUT Lecture des mesures, prétraitement :
 calcul, impression et écriture sur bande des valeurs non-échantil-
 lonnées
 (cf. programmes MECAL 1, MECAL 2, + dossier d'établissement)

LIMITATION cf. MECAL 1, MECAL 2

DUREE D'UN PASSAGE : pour 30 valeurs \sim 5 sec.

METHODE cf. description générale

FORME FORTRAN, DECK BINAIRE

ANNEXES 1. DESCRIPTION GENERALE

2. LISTING DU PROGRAMME

3. LISTING AVEC REFERENCES

4. LISTING DE DONNEES (EXEMPLE)

5. LISTING DE RESULTATS (EXEMPLE)

} cf. PP

DESCRIPTION GENERALEBUT

Ce S. P. lit une suite de mesures et effectue un prétraitement sur celles-ci. Il calcule des temps moyens sur deux intervalles, puis les accélérations, les vitesses et les chemins parcourus du vent à ces temps. Les valeurs sont écrites sur une bande magnétique.

METHODE

Pour permettre les corrections dans les données et pour ne pas utiliser trop de mémoire centrale, la lecture se fait sur un groupe de cartes d'où l'on conserve que les valeurs $\neq 0$. On contrôle de plus que la valeur absolue d'une valeur soit croissante par rapport à la précédente.

Les différentes formules mathématiques sont contenues dans le dossier d'établissement du programme MECAL 1.

Après le calcul des valeurs, elles sont écrites sur mémoires auxiliaires, (temps, accélération, vitesse). Puis les valeurs lues et calculées sont imprimées.

APPEL DU S. P.

CALL PRELIM (M, IB, NC, DT, TI, TS)

M = n° unité de mémoire sur laquelle sont écrites les valeurs non échantillonnées (E)

IB = nb enregistrement écrit (S)

NC = nb de cartes à lire (E)

DT = Δt théorique pour cette série (S)

TI = temps 1ère valeur (S)

TS = temps dernière valeur (S)

RESULTATS

Impression des valeurs non échantillonnées

- N indice théorique
- valeurs lues
- temps correspondants
- accélération à ce temps
- vitesse à ce temps
- chemin parcouru à ce temps

puis moyenne, delta t théorique

Sur l'unité de mémoire auxiliaire n° M le S. P. place IB enregistrements.

1 enregistrement est composé comme suit :

$N, (T(I), A(I), V(I), I = 1, N)$

N = nb de temps pour l'enregistrement

T = temps

A = accélération au temps T

V = vitesse au temps T

cf. APPEL pour les paramètres de sorties (S)

DESCRIPTION DU PROGRAMME

Bloc de commun : PREf

FE, E, XO, DX

FE = facteur d'échelle de temps

E = épaisseur d'hélice

XO = distance de réponse de l'hélice

DX = unité de chemin parcouru

Mémoire auxiliaire

M écriture des résultats (unité de disque)

Logique du programme

- dimension, équivalence, common
 - impression en-tête
 - initialisation (→ E100-1)
- E100 - cycle qui compose les enregistrements
- détermination du nombre de cartes à lire (en général 19 sauf peut-être pour le dernier enregistrement)
- E130
- lecture des valeurs
 - élimination des valeurs nulles
 - contrôle de validité
 - calcul des temps
 - calcul des temps moyens 1 et des vitesses à ces temps
 - calcul des temps moyens 2, des vitesses, des accélérations à ces temps
 - calcul des chemins à ces temps
 - écriture de l'enregistrement sur M (E60+2)
 - impression
 - retour pour la composition de l'enregistrement suivant (⇒ E100) si nécessaire

- E2000**
- **impression des 2 dernières valeurs lues**
 - **calcul de la vitesse moyenne et du delta t**
 - **impression vitesse moyenne et delta t**
 - **RETURN**
 - **END**

15. 1. 1971/cs



ANNEXE 4

CENTRE DE CALCUL - EPFL

DESCRIPTION DU S. P. ECHANT

N°

NOM ECHANT

AUTEUR J. Ph. Jobé CC - EPFL

DATE 5-10-69

REQUERANT cf MECAL 1

BUT Echantillonnage à partir d'une suite de valeurs à des temps croissants non réguliers

LIMITATION cf PP MECAL 1, MECAL 2

DUREE D'UN PASSAGE : de 30v → 512 échantillons = 2 sec.

METHODE cf description générale

FORME FORTRAN, DECK BINAIRE

ANNEXES 1. DESCRIPTION GENERALE

2. LISTING DU PROGRAMME

3. LISTING AVEC REFERENCES

DESCRIPTION GENERALE

BUT A partir des valeurs calculées mises sur unité auxiliaire par le SP PRELIM, le SP ECHANT compose une nouvelle suite de valeurs échantillonnées.

METHODE - pour les formules cf dossier d'établissement MECAL 1
- pour la logique cf DESCRIPTION DU PROGRAMME.

APPEL DU SP.

CALL ECHANT (M1, M2, IB, NV, IS, DT, TE, NBE)

M1 =	n° unité de mémoires auxiliaires	
	lecture des valeurs	(E)
M2 =	n° unité de mémoires auxiliaires	
	écriture des valeurs échantillonnées	(E)
IB =	nb enregistrements	(S)
NV =	nb de groupe de valeurs du dernier enregistrement	(S)
IS =	type de cas traité (1 ou 2 séries)	(E)
DT =	delta t	(E)
TE =	1er temps valable	(E)
NBE =	n° d'échantillons (maximum)	(E)

RESULTATS

Sur la bande M2 le SP place IB enregistrements de N groupes de valeurs N=460 sauf pour le dernier enregistrement ou N=NV.

1 enregistrement étant composé de :

- si une série ((AE(I), V(I)), I=1, N)

- si deux séries (N (I), I=1, N)

AE = accélérations échantillonnées

VE = vitesses "

DESCRIPTION DU PROGRAMME

Mémoires auxiliaires

M1 lecture des valeurs

M2 écriture des valeurs échantillonnées

(de préférence des unités de disques)

Logique du programme

- dimensions
- initialisation
- cycle sur les enregistrements pour la lecture (DØ 100)
 - lecture d'un enregistrement
 - → E 11
- E10
 - détermination du temps échantillonné
 - détermination des temps non échantillonnés directement inférieur et directement supérieur , (si la lecture d'un nouvel enregistrement est nécessaire ⇒ E100)
 - calcul des valeurs échantillonnées
 - test si le nb d'échantillons est atteint (⇒ E101)
 - si le nb de valeurs maximum pour l'écriture des résultats n'est pas atteint ⇒ E10
 - écriture des valeurs échantillonnées
 - ⇒ E10
- E100
 - fin du cycle sur les enregistrements
- E 101
 - écriture des dernières valeurs (si nécessaire)
- RETURN
- END

LINE NO.	SOURCE STATEMENT
	81BFTC ECHANT DLR
	C
	C SP ECHANT ECHANTILLONAGE POUR UNE SERIE
	C
1	SUBROUTINE ECHANT(M1,M2,IBLC,NVAL,IS,LT,TL,AH)
2	DIMENSION T(155),A(155),V(155),AE(466),VE(466)
3	TER=TE
4	IFMAX=460/(3-15)
5	I=C
6	IP=0
7	IT=1
8	IBS=C
9	REWIND M1
10	REWIND M2
11	CC 100 10=1,IBLC
12	READ (P1) A,IT(J),A(J),V(J),J=1,N)
13	CC TC 11
14	10 TE=TER+FLOAT(IP)+CT
15	11 IF(TE.LT.T(IT+1)) CC TO 12
16	IT=IT+1
17	IF(IT.EQ.N) GC TC 10C
18	GC TC 11
19	12 I=I+1
20	IT1=IT+1
21	TM=(TE-T(IT1))/(T(IT1)-T(IT))
22	AE(I)=A(IT)+A(IT1)-A(IT)*TM
23	VE(I)=V(IT)+V(IT1)-V(IT)*TM
24	IP=IP+1
25	IF(IP.EQ.NBE) GO TC 101
26	IF(I.LE.IEMAX) GC TO 10
27	IBS=IBS+1
28	IF(IS.EQ.2) GC TC 50
29	WRITE (M2) (AE(I),VE(I),I=1,IEMAX)
30	I=0
31	GC TC 10
32	50 WRITE (M2) (VE(I),I=1,IEMAX)
33	I=0
34	GC TC 10
35	100 IT=1
36	101 IF(I.EC.C) GC TC 110
37	IMAX=I
38	IBS=IBS+1
39	IF(IS.EQ.2) GO TO 105
40	WRITE (M2) (AE(I),VE(I),I=1,IMAX)
41	GC TC 110
42	105 WRITE (M2) (VE(I),I=1,IMAX)
43	110 IBL=IBS
44	NVAL=IPMAX
45	TE=TER
46	RETURN
47	END

REFERENCES TO STATEMENT NUMBERS

10	...	14,	26,	31,	34
11	...	13,	15,	18	
12	...	15,	19		
50	...	28,	32		
100	...	11,	17,	35	
101	...	25,	36		
105	...	39,	42		
110	...	36,	41,	43	

ANNEXE 5
CENTRE DE CALCUL - EPFL

DESCRIPTION DU SOUS-PROGRAMME DISTRI

N°

NOM DISTRI

AUTEUR G. Aubry

LANGAGE DE PROGRAMMATION : FORTRAN IV IBM 7040

DATE

REQUERANT cf MECAL 1

BUT Calcul d'une distribution à 2 dimensions à partir de 2 séries de
valeurs échantillonnées

LIMITATION Nb d'échantillons \leq 4096

DUREE D'UN PASSAGE : moins 0.2 h

METHODE cf . description générale

FORME FORTRAN, DECK BINAIRE

ANNEXES

1. DESCRIPTION GENERALE
2. COPIE DU MODE D'EMPLOI
3. FAC-SIMILE D'UNE FEUILLE DE COMMANDE
4. ORGANIGRAMME
5. LISTING DU PROGRAMME
6. LISTING AVEC REFERENCES
7. LISTING DE DONNEES (EXEMPLE)
8. LISTING DE RESULTATS (EXEMPLE)

DESCRIPTION GENERALE

BUT Ce sous-programme permet de calculer une distribution à 2 dimensions à partir de 2 séries de valeurs échantillonnées qui sont mémorisées sur les unités de mémoires auxiliaires.

METHODE cf. dossier d'établissement du S. P. DISTRI

Appel du S. P.

CALL DISTRI (MI1, MAO, IBLO, NVAL)
 MI1 : n° unité de mémoires auxiliaires (E)
 lecture de la 1ère série de valeurs
 MAO : n° unité de mémoires auxiliaires (E)
 lecture de la 2ème série de valeurs
 IBLO : nombre d'enregistrements (E)
 NVAL : nombre de valeurs du dernier enregistrement (E)

RESULTATS

impression : - titre (distribution à 2 dimensions)
 - nombre d'échantillons
 - valeur de k max
 - somme des M k1 k2
 - somme des P k1 k2
 - P k1 k2 présentés sous forme de tableau

DESCRIPTION DU PROGRAMME

Mémoires auxiliaires :

MI 1 (S.SU08) : lecture 1ère fonction

MAO (S. SU11): lecture 2ème fonction

Logique du programme

- dimension
- lecture des fonctions X et Y
- recherche X min. , X max. , Y min. , Y max. (DØ 501)
- calcul DX, DY
- calcul M k1 k2 (DØ 850)
- calcul du tableau de distribution (DØ 509)
- détermination des 2 nouvelles séries (DØ 505)
- division verticale du tableau puis impression
- RETURN
- END

14.1. 1971/cs

0JCB 43230,0,1,- SP DISTRI
 \$LISTIG

DEBUT DU LISTING

```

1      1IBFTC DISTRI  COCK
2
3      C      S. P.  DISTRI  DISTRIBUTION A 2 DIMENSIONS
4      SUPPCUTINE LISTRI(MX,MY,IBLO,NVAL)
5      DIMENSION X(4096),Y(4096),P(64,64),M(64,64),KK(64)
6      REWIND MX
7      REWIND MY
8
9      C
10     C      LECTURE DES FONCTIONS X ET Y
11     ISLP=C
12     N=46C
13     GO 100 I=1,IBLC
14     IF(I.EQ.1BLC) N=NVAL
15     INF=ISUP+1
16     ISLP=INF+N-1
17     100 READ (MX) (X(J),J=INF,ISUP)
18     ISLP=C
19     N=46C
20     GO 110 I=1,IBLC
21     IF(I.EQ.1BLC) N=NVAL
22     INF=ISLP+1
23     ISLP=INF+N-1
24     110 READ (MY) (Y(J),J=INF,ISUP)
25     N=ISLP
26     PRINT 60C
27     600 FORMAT(1F1)
28     PRINT 500
29     500 FORMAT(1CX,27HDISTRIBUTION A 2 DIMENSIONS,/)
30     XMAX=X(1)
31     XMIN=X(1)
32     YMAX=Y(1)
33     YMIN=Y(1)
34     DO 501 I=1,N
35     IF(X(I).GT.XMAX) XMAX=X(I)
36     IF(X(I).LT.XMIN) XMIN=X(I)
37     IF(Y(I).GT.YMAX) YMAX=Y(I)
38     IF(Y(I).LT.YMIN) YMIN=Y(I)
39     501 CONTINUE
40     PRINT1,N
41     1 FORMAT(2CX,26HNOMBRE D'ECHANTILLONS N =,16)
42     KMAX=SQRT(FLCAT(N))
43     DX=(XMAX-XMIN)/FLOAT(KMAX)
44     DY=(YMAX-YMIN)/FLOAT(KMAX)
45     DO 502 I=1,KMAX
46     M(I,J)=0
47     PRINT 2,KMAX
48     2 FORMAT(/,2CX,6HKMAX =,16)
49     DO 350 K1=1,KMAX
50     TDX=DX*(FLCAT(K1)-1.)
51     TDCX=CX+FLCAT(K1)
52     DO 350 K2=1,KMAX
53     TDY=DY*(FLOAT(K2)-1.)
54     TTCY=CY+FLCAT(K2)
55     DO 360 I=1,N
56     XNC=X(I)-XMIN
57     YNC=Y(I)-YMIN
58     IF(XNC.GT.TDX) GO TO 361
59     GO TC 360
60     361 IF(XNC.LE.-TDX) GO TO 362
61     GO TC 360

```

```

62 36. IF(YAC.GT.TDY) GO TO 363
63 CC TC 36C
64 36J IF(YAC.LE.TDY) GO TO 35J
65 CC TC 36D
66 35J MK1,K2)=M(K1,K2)+1
67 36J CCATINLC
68 35. CCATINSE
69 PSC=M+1
70 ISC=M+1
71 CC 35L K1=1,KMAX
72 CC 35G K2=1,KMAX
73 35J ISC=M+ISC*M*(K1,K2)
74 PRINT 82G,ISC
75 36J CCATINLC
76 36J CCATINSE
77 CC 35G K1=1,KMAX
78 CC 35G K2=1,KMAX
79 P(K1,K2)=FLCAT(M(K1,K2))/FLCAT(INN2)
80 PSC=M+PSC*M*(K1,K2)
81 PRINT 3,PSC
82 3 FORMAT(1/2,X,20HSDPME DES P(K1,K2) =,F10.4)
83 CC 364 I=1,KMAX
84 3.4 KK(I)=1
85 CC 365 K1=1,KMAX
86 XK(I)=FLCAT(K1)+CX-(DX/2.)*XMIN
87 3.5 Y(K1)=FLCAT(K1)+CY-(DY/2.)*YMIN
88 II=1
89 IIRAN=0
90 IP1=(KMAX+9)/10
91 IF(IP1.EC.0) IP1=1
92 CC 1000 IFLEUR=1,IP1
93 IIRAN=IIRAN+10
94 LMAX=KMAX
95 IF(KMAX.LE.IIRAN) GO TO 90C
96 LMAX=IIRAN
97 90C PRINT 506,(KK(I),I=IT,LMAX)
98 PRINT 507,(X(II),II=IT,LMAX)
99 CC 511 K1=1,KMAX
100 511 PRINT 512,K1,Y(K1),(P(K1,K2),K2=IT,LMAX)
101 PRINT 600
102 IT=IIRAN+1
103 512 FORMAT(1/2,X,15,F10.2,4X,10E11.4)
104 506 FORMAT(1/10,2X,10I11)
105 507 FORMAT(1/1,2X,10F11.2)
106 100. CCATINSE
107 RETURN
108 LAC

```

FIN DU LISTING

DUREE DU TRAVAIL 0.005 HEURES

ANNEXE 6

CENTRE DE CALCUL - EPFL

DESCRIPTION DU SOUS-PROGRAMME WORKF

N°

NOM WORKF

AUTEUR J. Ph. Jobé CC-EPFL

LANGAGE DE PROGRAMMATION : Fortran IV IBM 7040

DATE 5.10. 1969

REQUERANT cf. MECAL 1

BUT Statistique sur une suite de valeurs échantillonnées.

Calcul de la moyenne, de l'écart type, de la distribution, de l'auto-corrélation.

LIMITATION cf Programme principal

DUREE D'UN PASSAGE : 512 échant. 1.30 sec.

METHODE cf. description générale

FORME FORTRAN, DECK BINAIRE

ANNEXES 1. DESCRIPTION GENERALE

2. LISTING DU PROGRAMME

3. LISTING AVEC REFERENCES

4. LISTING DE RESULTATS (EXEMPLE) cf. prog. princ.

DESCRIPTION GENERALE

BUT A partir d'une fonction donnée par une suite de valeurs échantillonnées et mémorisées sur une unité de mémoires auxiliaires (cf. S. P. ECHANT, MOD1, MOD 2),

ce S. P. calcule la moyenne, l'écart type, la distribution et l'autocorrélation. Ces deux derniers résultats étant produits également sous forme de graphique.

De plus la fonction d'autocorrélation est mémorisée sur une nouvelle unité de mémoires auxiliaires.

Remarque : pour l'autocorrélation le décalage maximum est égal à la moitié de la durée totale.

METHODE La suite des valeurs est lue en une fois puis mise en mémoire (max 4096).

Ensuite on calcule les valeurs désirées, pour les formules se référer au dossier d'établissement du programme MECAL 1.

APPEL DU S. P.

CALL WORKF (M1, M2, IB, NV, IF, DT)

M1 = n° unité sur laquelle est écrite la fonction d'autocorrélation (E)

M2 = n° unité de mémoires auxiliaires sur laquelle se trouvent les valeurs de la fonction (E)

IB = nb d'enregistrements)

NV = nb de valeurs dernier enregistrement) (E/S)

IF = indique le type de lecture à utiliser sur M1)

DT = Δt

E = paramètre d'entrée

S = paramètre de sortie

RESULTATS

- Impression :
- moyenne, écart type
 - distribution
 - n° bande
 - valeur médiane
 - graphique (min = 0, max = 1)
 - autocorrélation
 - décalage temps
 - valeur autocorrélation
 - graphique (min = -1, max = +1)

Mise en mémoires auxiliaires :

IB enregistrements sur M2

(RO (I), I=1, N) N = 460 sauf pour le dernier enregistrement
ou N = NV

cf. APPEL pour les paramètres de sorties.

DESCRIPTION DU PROGRAMME**Mémoires auxiliaires**

M1 lecture des valeurs

M2 écriture de l'autocorrélation (de préférence des unités de disques)

Logique du programme

- dimensions, data
- lecture des valeurs de la fonction
- calcul des moments (moyenne) de la variance et de l'écart type
- impression moyenne, écart type
- distribution
 - impression en-tête
 - calcul, composition du graphique
 - impression valeurs et graphique.

- autocorrélation
 - impression en-tête
 - cycle sur le décalage temps (DØ 80)
 - initialisation
 - calcul (DØ 70)
 - composition du graphique
 - impression des valeurs et du graphique
 - écriture d'un enregistrement sur M2 si nécessaire
 - fin du cycle
 - écriture dernier enregistrement si nécessaire
- RETURN
- END

19.1.1971/cs


```

LINE NO.   SOURCE STATEMENT
          C   STARTC WORKF
          C   C
          C   SP WORKF   TRAITEMENT POUR UNE FONCTION
          C
1          SUBROUTINE WORKF (M1,M2,I0LC,NVAL,(F,GT) )
2          EQUIVALENCE (X(4096),P(100),A(100),P(1400)
3          CATC BL,ASTERISK/10 ,1P*/
4          CATC PCAT/10,/)
          C
          C   LECTURE DE LA FONCTION
          C   C
5          ISUP=0
6          N=250
7          IF (F.GT.1) N=400
8          PENIND=M2
9          CC LD I=1,IBLC
10         IF (I.EQ.I0LC) A=NVAL
11         INF=ISUP+1
12         ISUP=INF-1
13         CC TC 11,12,13),IF
14         11 READ (M2) (X(J),J=INF,ISUP)
15         CC TC 20
16         12 READ (M2) (X(J),J=INF,ISUP)
17         CC TC 20
18         13 READ (M2) (R,X(J),J=INF,ISUP)
19         20 N=ISUP
          C
          C   PCM=ATS, VARIANCE, FCART TYPE
          C   C
20         S=0.
21         S2=0.
22         XMAX=X(1)
23         XMIN=X(1)
24         CC 40 I=1,N
25         IF (X(I).GT.XMAX) XMAX=X(I)
26         IF (X(I).LT.XMIN) XMIN=X(I)
27         S=S+X(I)
28         40 S2=S2+X(I)**2
29         XB=S/FLOAT(N)
30         X2=S2/FLOAT(N)
31         Y=X2-X2**2
32         CT=SQRT(Y)
33         PRINT 41,XB,CT
34         41 FCORMAT (10X,'MOYENNE =,F10.4,10X,12HF'CATC TYPL =,F10.4,/)
          C
          C   DISTRIBUTION
          C   C
35         PRINT 42
36         42 FCORMAT (10X,12H-DISTRIBUTION,/)
37         KMAX=SQRT(FLOAT(N))
38         LX=(XMAX-XMIN)/FLOAT(KMAX)
39         DO 45 I=1,KMAX
40         P(I)=0
41         CC 50 I=1,2
42         XNC=X(1)-XMIN
43         N=(N-CT)*I
44         IF (X-LT-1) K=1
45         IF (K.GT.KMAX) K=KMAX
46         M(K)=P(K)+1
47         XP=XMIN-LX/2.

```

```

48      CO 61 J=1,100
49      61 A(J)=BL
50      IA=1
51      CC 60 I=1,KMAX
52      P=FLCAT(M(1))/FLCAT(N)
53      XM=XP*EX
54      A(IA)=BL
55      IA=100+.0.5
56      IF(IA.LT.1) IA=1
57      IF(IA.GT.100) IA=100
58      A(IA)=ASTERX
59      60 PRINT 65,I,XP,P,A
60      65 FORMAT (1G,F10.2,F7.4,3X,1H1,100A1,1H1)
      C
      C      AUTOCORRELATION
      C
61      PRINT 66
62      66 FCRMAT (1H1,10X,15HAUTOCORRELATION,/)
63      REWIND M1
64      J=0
65      IB=0
66      T=CT
67      N2=N/2
68      CC 80 I=1,N2
69      K=I-1
70      T=T+CT
71      S1=0.
72      S2=0.
73      S3=0.
74      S4=0.
75      S5=0.
76      LMAX=N-K
77      J=J+1
78      CO 70 L=1,LMAX
79      LK=L-K
80      S1=S1*X(L)
81      S2=S2*X(L)**2
82      S3=S3*X(L)*X(LK)
83      S4=S4*X(LK)
84      70 S5=S5*X(LK)**2
85      UN=(FLOAT(LMAX)*S2-S1**2)*(FLOAT(LMAX)+S5-S4**2)
86      UN=SQRT(UN)
87      RC(J)=(FLOAT(LMAX)*S3-S1*S4)/UN
88      A(IA)=BL
89      IA=(RO(J)+1.)+50.+0.5
90      IF(IA.LT.1) IA=1
91      IF(IA.GT.100) IA=100
92      A(50)=PCINT
93      A(IA)=ASTERX
94      PRINT 81,I,RC(J),A
95      81 FORMAT (5X,2F10.4,5X,1H1,100A1,1H1)
96      IF(J.NE.460) GO TO 80
97      IB=IB+1
98      WRITE (M1) (RC(J),J=1,460)
99      J=0
100     CONTINUE
101     IBLO=IB
102     NVAL=460
103     IF(J.EC.0) RETURN
104     NVAL=J
105     IBLO=IB+1
106     WRITE (M1) (RC(J),J=1,NVAL)

```

107 C RETURN
108 ENC

REFERENCES TO STATEMENT NUMBERS

10	...	9		
11	...	13,	14	
12	...	13,	16	
13	...	13,	18	
20	...	9,	15,	17, 19
40	...	24,	28	
41	...	33,	34	
42	...	35,	36	
45	...	39,	40	
50	...	41,	46	
60	...	51,	59	
61	...	48,	49	
65	...	54,	60	
66	...	61,	62	
70	...	78,	84	
80	...	68,	96,	100
81	...	94,	95	

ANNEXE 7

CENTRE DE CALCUL - EPFL

DESCRIPTION DU SOUS-PROGRAMME WORKFF

N°

NOM WORKFF

AUTEUR P. Ph. Jobé CC-EPFL

LANGAGE DE PROGRAMMATION : Fortran IV IBM 7040

DATE 5.10.1969

REQUERANT cf. P. P. MECAL 1

BUT Calcul de l'intercorrélacion entre 2 fonctions données par 2 suites
de n valeurs

LIMITATION $n_{\max} = 4096$

DUREE D'UN PASSAGE : 512 échant. 1 min. 30

METHODE cf. description générale

FORME FORTRAN, DECK BINAIRE

ANNEXES

1. DESCRIPTION GENERALE
2. LISTING DU PROGRAMME
3. LISTING AVEC REFERENCES
4. LISTING DE RESULTATS (EXEMPLE) cf. P. P.

DESCRIPTION GENERALEBUT

A partir de 2 fonctions données par 2 suites de n valeurs échantillonnées et mémorisées sur des mémoires auxiliaires, ce S. P. calcule la fonction d'intercorrélation, l'imprime sous forme de vecteur et de graphique puis la mémorise sur une mémoire auxiliaire.

(décalage maximum : cf. autocorrélation SP WORKF)

METHODE

cf. logique du programme et dossier d'établissement du programme

MECAL 1.

APPEL

CALL WORKFF (M1, M2, IB, NV, DT)

M1 = n° unité de mémoires auxiliaires (E)

- lecture de la 1ère fonction

- écriture de l'intercorrélation

M2 = n° unité de mémoires auxiliaires (E)

- lecture de la 2ème fonction

IB = nb enregistrements (E/S)

NV = nb valeurs dans le dernier enregistrement

DT = delta t

RESULTATS

Impression de l'intercorrélation : (par ligne)

- décalage temps

- valeur intercorrélation

- graphique

Mise en mémoires auxiliaires :

IB enregistrements sur M2

(RO (I), I = 1, N), (N = 460 ou NV pour IB max)

cf. APPEL pour les paramètres de sorties.

DESCRIPTION DU PROGRAMME

Mémoires auxiliaires

M1 : - lecture des valeurs 1ère fonction (X)

- écriture de l'intercorrélacion

M2 : - lecture de la 2ème fonction (Y)

(de préférence des unités de disques).

Logique du programme

- dimensions, data

- impression en-tête

- lecture des fonctions X et Y

- intercorrélacion

- initialisation

- cycle sur le décalage (DØ 40)

- initialisation

- calcul des sommes (DØ 30)

- calcul intercorrélacion

- composition du graphique

- impression (valeurs graphique)

- écriture d'un enregistrement

si nécessaire (460 valeurs)

E 40

- fin du cycle

- écriture dernier enregistrement si nécessaire

- RETURN

- END


```

LINE NO.      SOURCE STATEMENT
1             $TDFTC WORKFF DECK
2             SUBROUTINE WORKFF (MX,MY,MS,IBLO,NVAL,LT)
3             DIMENSION X(40*6),Y(40*6),A(100),RO(46)
4             DATA DL,ASTERX,PCINT/1H ,1H*,1H,/
5             C
6             C      CALCUL DE L'INTERCORRELATION
7             C
8             C
9             REWIND MM
10            REWIND MY
11            DO 5 I=1,100
12            5 A(I)=BL
13            IA=1
14            C
15            C      LECTURE DES FONCTIONS X ET Y
16            ISUP=0
17            N=460
18            DO 10 I=1,IBLO
19            IF (I.EQ. IBLC) N=NVAL
20            INF=ISUP+1
21            ISUP=INF+N-1
22            10 READ (MX) (X(I),J=INF,ISUP)
23            ISUP=0
24            N=460
25            DO 20 I=1,IBLO
26            IF (I.EQ. IBLC) N=NVAL
27            INF=ISUP+1
28            ISUP=INF+N-1
29            20 READ (MY) (Y(I),J=INF,ISUP)
30            N=ISUP
31            C
32            C      INTERCORRELATION
33            REWIND MS
34            J=0
35            IB=0
36            TB=0
37            N2=N/2
38            DO 40 I=1,N2
39            K=I-1
40            SX1=0.
41            SX2=0.
42            SY1=0.
43            SY2=0.
44            SXY=0.
45            LMAX=N-K
46            J=J+1
47            DO 30 L=1,LMAX
48            LK=L+K
49            SX1=SX1+X(L)
50            SX2=SX2+X(L)**2
51            SY1=SY1+Y(LK)
52            SY2=SY2+Y(LK)**2
53            SXY=SXY+X(L)*Y(LK)
54            30 CONTINUE
55            RN=LMAX
56            UN=(RN*SX2-SX1**2)+(RN*SY2-SY1**2)
57            UN=SQRT(UN)
58            RO(J)=(RN*SXY-SX1*SY1)/UN
59            A(IA)=BL
60            IA=(RO(J)+1.)*50.+0.5
61            IF (IA.LT.1) IA=1

```

```
53     IF (I.AGT.100) IA=100
54     A(SU)=PCINT
55     A(IA)=ASTERK
56     PRINT 41,I,RC(J),A
57     +1 FORMAT (5X,2F10.4,5X,1H1,100A1,1H1)
58     IF (J.NE.460) GO TO 40
59     IB=IB+1
60     WRITE (PS) (RC(J),J=1,460)
61     J=0
62     40 T=I+CT
63     IBLU=IB
64     NVAL=460
65     IF (J.EQ.0) RETURN
66     NVAL=J
67     IBLU=IB+1
68     WRITE (PS) (RC(J),J=1,NVAL)
C
69     RETURN
70     END
```


REFERENCES TO STATEMENT NUMBERS

5	...	6,	7
10	...	11,	15
20	...	18,	22
30	...	38,	45
40	...	29,	58, 62
41	...	56,	57

ANNEXE 8

CENTRE DE CALCUL - EPFL

DESCRIPTION DU SOUS-PROGRAMME FFT 2

N° FFT 2

NOM

AUTEUR Murat KUNT /modifié par J. Ph. Jobé CC EPFL

LANGAGE DE PROGRAMMATION : Fortran IV IBM 7040

DATE Août 1969/novembre 1969

REQUERANT cf. MECAL 1 / MECAL 2

BUT Calcul des coefficients de Fourier d'une fonction donnée par une suite d'échantillons, calcul du spectre (fréquence, phase, module) et impression sous forme graphique.

LIMITATION cf. MECAL 1, MECAL 2

DUREE D'UN PASSAGE : cf. table ci-jointe

METHODE cf. rapport TFR de M. Murat KUNT

FORME FORTRAN, DECK BINAIRE

ANNEXES

1. DESCRIPTION GENERALE (cf. aussi FFT)
2. LISTING DU PROGRAMME cf. MECAL 1, MECAL 2
3. LISTING AVEC REFERENCES
4. LISTING DE RESULTATS (EXEMPLE) cf. MECAL 1,
MECAL 2

DESCRIPTION GENERALEMETHODE

- 1) calcul des coefficients de Fourier, se référer au rapport :
Transformation de Fourier rapide de Monsieur Murat KUNT de
la chaire d'électronique.
- 2) calcul du spectre.
les coefficients de Fourier forment un vecteur complexe Re_k, Im_k .

1) fréquence (cf. point 1)

2) phase :

$$Ph_k = \arctan \frac{Im_k}{Re_k}$$

si $Im_k < 0$ et $Re_k < 0 \Rightarrow Ph_k = Ph_k - \pi$

si $Im_k > 0$ et $Re_k > 0 \Rightarrow Ph_k = Ph_k + \pi$

3) module :

$$m_k = \frac{\sqrt{Im_k^2 + Re_k^2}}{T}$$

(durée totale)

APPEL SU S. P.

CALL FFT2 (MU)

MU = unité sur laquelle se trouvent les valeurs de la fonction

Remarque :

Les autres paramètres nécessaires sont donnés par le common
blank (cf. PPMAN de MECAL 1, MECAL 2) calculés ou assignés
au début du programme.

RESULTATS

impression du spectre (moitié inférieure) par ligne

- fréquence
- phase
- module
- graphique (min = min module
max = max module)

DESCRIPTION DU PROGRAMME

1) cf FFT

2) modifications

appel cf. APPEL

common blank cf PPMAIN MECAL 1, MECAL 2

le common varie pour la dernière valeur si c'est le FFT2
pour MECAL 1 ou pour le MECAL 2

unités mémoires auxiliaires

MU lecture des valeurs.

Logique du programme

- common, complex, dimension, équivalence, data
- lecture de la fonction
- calcul N, NU et X
- comme FFT → (E 327)

E 327

- CONTINUE
- calcul du module, du maximum et du minimum de celui-ci
- cycle sur le nb de valeurs (DO 560)
 - composition du graphique
 - calcul de la phase
 - normalisation du module

E 560

- impression d'une ligne
- RETURN
- END

```

LINE NO.      SOURCE STATEMENT
1             $IBFTC FFT2  DECK
2             SUBROUTINE FFT2 (MU)
3             COMPLEX PA1,PA2,M1,M2,IB,NVAL,T1R1(I0),T1R2(I0),T1,T1,K5
4             CMPLX X(2,2048),SM(2048),SN(2048),W,GT,WA,WR
5             DIMENSION M(20),KK(20),KP(20),KF(20),KT(20),IK(2048),F(2048),
6             1      XR(2048),SPP(2048),A(100)
7             EQUIVALENCE (X,SM),(X(1,1025),SN),(XR,F)
8             DATA BL,ASTERX/1H ,1H*/
9             DATA SIC,PER,PI,PI2/1.,1.,3.1415927,6.2831853/
10            PER=-1.
11            REMIAC MU
12            NV=60
13            ISUP=0
14            CC 500 I=1,IB
15            IF(1.EC.ID) NV=NVAL
16            INF=ISUP+1
17            ISUP=INF+NV-1
18            500 READ (MU) (XR(J),J=1,INF,ISUP)
19            A=ISUP
20            CO 510 I=1,N
21            510 X(I,1)=CMPLX(XR(I),0.)
22            NU=ALOG(FLOAT(N))/ALOG(2.)*0.5
23            CT = 1/(FLOAT(N))
24            CTT = CMPLX(1D,0.)
25            IF(PER.CT.O.) GO TC 66
26            CO 600 I=1,N
27            600 X(I,1) = X(I,1)*CTT
28            GO TC 67
29            66 IF(SIC.(1.T.O.)) GC TC 67
30            CO 68 I=1,N
31            68 X(I,1) = X(I,1)/CMPLX(FLOAT(N),0.)
32            CP = 1./T
33            CO 100 J=1,NU
34            100 KT(J) = 2*(NU-J)
35            AL=(PI2)/(FLOAT(N))*SION
36            W=CMPLX(COS(AL),SIN(AL))
37            CC 40 L=1,NU
38            NUL = NU-L
39            CC 20 K=1,N
40            K2 = 0
41            CC 1 J=1,NU
42            K1 = KT(J)
43            I1=(K-1-K2)/K1
44            P(J) = I1
45            1 K2 = (I1*K1)+K2
46            N1 = 0
47            CC 11 J=1,NU
48            NJ = NU+J-1
49            IF(J.LE.NUL) GC TO 12
50            N1 = N1 + I
51            KK(NJ) = K(N1)
52            CC TC 11
53            12 KK(NJ) = 0
54            11 CCNTINUE
55            CC 15 J=1,NU
56            I = NU - J + 1
57            KP(J) = P(I)
58            KF(J) = KP(J)
59            IF(1.NE.(NUL+1)) GC TO 15
60            KP(J) = 0

```



```

59      KF(J) = 1
60      15 CONTINUE
61      J = 0
62      IP = 0
63      JP = 0
64      DO 14 J=1,NU
65      IX = KT(J)
66      I = I+KK(J)+IX
67      IP = IP+KP(J)+IX
68      14 JP = JP+KF(J)+IX
69      X(2,K)=X(1,IP+1) + (M**I)*X(1,IP+1)
70      IF (L.NE.NU) GO TO 2C
71      IK(K) = I
72      20 CONTINUE
73      IF (L.EQ.NU) GO TO 40
74      DO 41 K=1,A
75      41 X(1,K) = X(2,K)
76      40 CONTINUE
77      EC 200 K=1,N
78      200 SM(K) = X(2,K)
79      L = 0
80      DO 327 J=1,2
81      IF (J.EQ.1) GO TO 427
82      IF (J.EQ.2) GO TO 428
83      427 N1 = (N/2) + 1
84      N2 = N
85      N3 = N + 1
86      GO TO 429
87      428 N1 = 1
88      N2 = (N/2) + 1
89      N3 = 1
90      429 XS = FLCATIN3-1)*DP
91      DO 327 K=N1,N2
92      L = L+1
93      I = 0
94      325 I = I+1
95      IF (IK(I).EQ.(K-1)) GO TO 326
96      GO TO 325
97      326 F(I) = FLCAT(I,K(I))*DP - XS
98      IF (SIGN(LT,0.) GO TO 150
99      BETA=(I-F(I))*PI*2*I
100     WA = CPPLX(COS(BETA),SIN(BETA))
101     SN(L) = SM(I)*WA
102     GO TO 327
103     150 GAMA = (-I)*PI*F(I)
104     WR = CPPLX(COS(GAMA),SIN(GAMA))
105     SN(L) = SM(I)*WR
106     327 CONTINUE
107     DO 540 I=1,100
108     540 A(I)=BL
109     IA=1
110     IMIN=N/2+1
111     SMIN=SQR(REAL(SN(IMIN))*2+AIMAG(SN(IMIN))*2)
112     SMAX=SPIN
113     DO 550 I=IMIN,A
114     SPP(I)=SQR(REAL(SN(I))*2+AIMAG(SN(I))*2)
115     IF (SPP(I).LT.SMIN) SMIN=SPP(I)
116     IF (SPP(I).GT.SMAX) SMAX=SPP(I)
117     550 CONTINUE
118     EX=(SMAX-SMIN)/100.
119     DO 56C I=IP1A,A
120     A(I)=BL

```

```
121      IA=(SPP(I)-SMIN)/DX+C.5
122      IF(IA.LT.1) IA=1
123      IF(IA.GT.100) IA=LCO
124      A(IA)=ASTERX
125      AIM=ATPAG(SN(I))
126      RE=REAL(SN(I))
127      PH=ATAN(AIM/RE)
128      IF(AIM.LT.0..AND.RE.LT.0.) PH=PH-PI
129      IF(AIM.GT.0..AND.RE.LT.0.) PH=PH+PI
130      SPP(I)=SPP(I)/T
131      500 PRINT 551,F(I),PH,SPP(I),A
132      551 FORMAT (1X,F7.3,F8.4,E13.10,1X,1MI,100A1,1MI)
133      RETURN
134      END
```


REFERENCES TO STATEMENT NUMBERS

221

1 ...	39,	43	
11 ...	45,	50,	52
12 ...	47,	51	
14 ...	64,	68	
15 ...	53,	57,	60
20 ...	37,	70,	72
40 ...	35,	73,	76
41 ...	74,	75	
66 ...	23,	27	
67 ...	26,	27,	30
68 ...	28,	29	
100 ...	31,	32	
150 ...	98,	103	
200 ...	77,	78	
325 ...	94,	96	
326 ...	95,	97	
327 ...	80,	91,	102, 106
427 ...	81,	83	
428 ...	82,	87	
429 ...	86,	90	
560 ...	12,	16	
510 ...	18,	19	
540 ...	107,	108	
550 ...	113,	117	
551 ...	131,	132	
560 ...	119,	131	
600 ...	24,	25	

222	\$	1655	1555	5151	5155
	55	1 5	1 1	5 5	5 5
	1 5	1	5	5	5 5
	1 5	5	5	5	5 5
	1 5	155	5	555	5 5
	1 5	5	5	5	5 5
	151555	5	5	5	5 5
	5	1 5	5	5 5	5 5
	5	1555	555555	5555	5555

MECAL1 ANNEXE 9

```

SJOB      43230,0,25,-          MECAL.
SIBJOB
SCHAIN    1
          UI7
          S.SU17 USED AS CHAIN UNIT

0 SIBFTC PDP11 DECK
1  CCMPCN PA1,PA2,M11,M12,IBLG,NVAL,TITR1(10),TITR2(10),DUREC,FI,NS,
  IDT,PAC
2  CALL CHAIN(1)
3  IF(NS.EG.1) GC TO 5
6  CALL CHAIN(2)
7  CALL CHAIN(3)
10 5  CALL CHAIN(4)
11  GC TO 10
12  END

```

NO MESSAGES FOR ABOVE ASSEMBLY

SENTRY
BLINK LINK1

```

0 SIBFTC MECAL1 DECK
C
C  CALCUL DE STATISTIQUES A PARTIR DES MESURES RELEVÉES
C  PAR UN ANEMOMETRE CARTESIEN - GA/NOVEMBRE 1970
C
1  CCMPCN PA1,PA2,M11,M12,IBLG,NVAL,TITR1(10),TITR2(10),DUREC,FI,NS,
  IDT,PAC
2  CCMPCN /PRE1/ FE,E,XO,DX
3  DIMENSION TITRE(10)
4  DATA FIN/60*FIN /
C
C  LECTURE DES DONNEES, TRAITEMENT PRELIMINAIRE (SP PRELIM)
C
5  READ 11,TITRE,FE,NS
7 11  FORMAT (10A6,FI0.2,110)
10  IF(TITRE(1),EG,FIN) GO TO 900
13  FE=1./FE
14  READ 12,E,XO,DX
15 12  FORMAT (3F10.3)
16  READ 13,TITR1,M1
20 13  FORMAT (10A6,110)
21  M1=10
22  PRINT 14, TITRE
23 14  FORMAT (1M1,9X,10A6,/)
24  PRINT 15, TITR1
25 15  FORMAT (10X,10A6,/)
26  CALL PRELIM (M1,IBLG,M1,DT1,T11,TS1)
27  DT=DT1
30  M2=8
31  TINF=T11
32  TSUP=TS1
33  IF(NS.EG.1) GO TO 40
36  READ 13,TITR2,M2
40  PRINT 14,TITR2
41  M3=4
42  M4=11
43  M5=14
44  CALL PRELIM (M3,IBM3,M2,DT2,T12,TS2)
45  DT = AMIN(DT1,DT2)
46  TINF = AMAX(T11,T12)
47  TSUP = AMIN(TS1,TS2)
50 40  NBEP=(TSUP-TINF)/DT
51  GC TO I=1,12
52  NBEZ=2*+I
53 20  IF(NBEZ.GT,NBEP) GO TO 21
57  NBE=NBEZ
60  GC TO 22

```

```

61 -- NDE*NDE:
62 NDE2I*ABE/2
63 IF(ABEP-NDE2I,LI,ND*2-NDEP).NDE*NDE2I
66 22 DT=(TSUP-TINF)/FLOAT(ABE+10)
67 DUREE=FLCAT(NDE/2)*DT
70 TI=0.
71 30 TI=TI+DT
72 IF(11,GT,TINF) GO TO 31
75 GC 12 32
76 33 CCATIAUE
77 PRINT 25,NDE,DT
100 25 FCRPAT (//,1,2X,10,1,0X,F10.4)
101 CALL ECHANT(1,2,IBLC,NVAL,NS,DT,TI,NDE)
102 IF(NS.EQ.2) GO TO 103
105 PRINT 16
106 26 FCRPAT (1M1,/,10X,12HACCELERATION,/)
107 16=13LC
108 AV=NVAL
109 CALL WCRKF (M1,M2,13LD,NVAL,2,DT)
110 PRINT 17
111 27 FCRPAT (1M1,/,10X,7HVITESSE,/)
112 IBLC=16
113 NVAL=NV
114 CALL WCRKF (M2,M2,10LD,NVAL,3,DT)
115 M1=M1
116 M2=M2
117 PRINT 18
120 10 FCRPAT (1M1,/,10X,25HSPECTRE DE L'ACCELERATION,/)
121 CALL CHXIT
122 100 CALL ECHANT (1M3,M4,13M3,NVAL,NS,DT,TI,NDE)
123 PRINT 17
124 PRINT 15,TITR1
125 15=10LD
126 NV=NVAL
127 CALL WCRKF (M1,M2,10LD,NVAL,1,DT)
128 PRINT 17
129 PRINT 15,TITR2
130 IBLC=16
131 NVAL=NV
132 CALL WCRKF (M3,M4,10LD,NVAL,1,DT)
133 IBLC=16
134 NVAL=AV
135 M1=M1
136 M2=M2
137 M3=M3
138 M4=M4
139 M1=M1
140 M2=M2
141 M3=M3
142 M4=M4
143 M1=M1
144 M2=M2
145 M3=M3
146 M4=M4
147 900 PRINT 901
148 901 FCRPAT (1M1)
149 STOP
150 END
151
152

```

NO MESSAGES FOR ABOVE ASSEMBLY

```

0 816FC PRELIM DECK
1  SUBROUTINE PRELIM (M,IB,NC,DT,TI,TS)
C
C SP PRELIM TRAITEMENT PRELIMINAIRE POUR UNE SERIE DE VALEURS
C DIMENSION V(155),T(155),TB(155),XP(155),TDB(155),XPPR(155),
2 1 XPR(155),KPP(155)
3  EQUIVALENCE (T,XPPR),(TB,XPR),(XP,XPP)
4  COMMON /PRE1/ FE,E,K0,OK
5  LOGICAL FIN
6  FIN=.FALSE.
7  IL=5
10 PRINT 1
11 1 FCRPAT (//,10X,26HVALEURS NON ECHANTILLONNEES,/,14X,10H,6X,
1 7H-VALSURS,6X,5HTEMPS,3X,12HACCELERATION,3X,7HVITESSE,5X,
1 6HCHXFIN,/)
2  ACY=14
12

```



```

13      IERR=0
14      IAF=3
15      IB=C
16      NV=0
17      IT=-1
20      DC 5 I=1,3
21      V(I)=0.
22      S=0.
24      REWIND M
25      100 IB=IB+1
26      IF(FIN) STOP
31      IF(IB.EC.1) CC TO 105
34      V(1)=V(I-2)
35      V(2)=V(I-1)
36      V(3)=V(I)
37      INF=1
40      S=XPR(IPAX-1)
41      105 N=NCM*0+3
42      IF(IB*NCM-NC) 130,12),:110
43      110 N=MOD(IG,NCM)*0+3
44      120 FIN=.TRUE.
45      130 REAC 141,(V(I),I=4,N)
52      141 FCRPAT (BF10.2)
53      IV=3
54      DC 150 I=4,N
55      IF(V(I).EC.0.) GC TO 150
60      IV=IV+1
61      V(IV)=V(I)
62      IF(ABS(V(IV-1))-LT.ABS(V(IV))) GO TO 150
65      PRINT 142,V(IV)
66      142 FORMAT (/,'10X,34HFAUTE DANS LES DONNEES A LA VALEUR,F12.4//)
67      IERR=1
70      150 CCNTINUE
72      IF(IERR.EC.1) GC TO 100
75      N=IV
76      NV=NV+N-3
      C
      C      CALCUL DES TEMPS T
      C
77      DC 10 I=IAF,N
100      T(I)=ABS(V(I))*FE
      C
      C      CALCUL DES TEMPS MOYEN 1 ET DES VITESSES A CES TEMPS
      C
102      IMAX=N-1
103      DO 20 I=INF,IMAX
104      TB(I)=(T(I)+T(I+1))/2.
105      IF(V(I)*V(I+1).LT.0.) GO TO 15
110      XP(I)=(CX/(V(I+1)-V(I))*FE)
111      GC TO 20
112      15 XPR(I)=0.
113      20 CCNTINUE
      C
      C      CALCUL DES TEMPS MOYEN 2 , DES VITESSES, DES ACCELERATIONS
      C
115      IMAX=N-2
116      DC 50 I=INF,IMAX
117      TBB(I)=(TB(I)+TB(I+1))/2.
120      XBP=(XP(I)+XP(I+1))/2.
121      XPP(I)=2.*(XP(I+1)-XP(I))/(T(I+2)-T(I))
122      XPPR(I)=XO*XPP(I)/XBP + XBP
123      50 CCNTINUE
125      IF(IB.NE.1) GO TO 55
130      TI=TBB(INF)
131      XPP(3)=0.
132      XPPR(3)=XPPR(5)-(XPPR(5)-XPPR(4))/(TBB(5)-TBB(4))*(TBB(5)-TBB(3))
      C
      C      CALCUL DES CHEMINS
      C
133      55 DC 60 I=INF,IPAX
134      XPR(I)=S*(TB(I+1)-TB(I))*XPPR(I)
135      S=XPR(I)

```

```

136 60 CCATINAE
140 NMAX=IMAX-INF*1
141 WRITE (P) NMAX,(TDB(I),XPP(I),XPPR(I),I=INF,IMAX)
      C
      C IMPRESSION
      C
146 IIS=IMAX-1
147 DC 1000 I=INF,IIS
150 IT=IT+1
151 IF(MOD(I1,60).EQ.0) PRINT 2
154 2 FORMAT (1H1)
155 IL=IL+1
156 1000 PRINT 1001,IT,V(I),TDB(I),XPP(I),XPPR(I),XPR(I)
160 1001 FORMAT (10X,15,5X,5F12.4)
161 IF(IIN) GC TC 255
164 GC TC 100
165 2000 CCATINAE
166 IT=IT+1
167 I=I*AX
170 PRINT 1001,IT,V(I),TDB(I),XPP(I),XPPR(I),XPR(I)
171 GC 2001 I=1,2
172 IT=IT+1
173 I1=IMAX+I
174 2001 PRINT 2002,IT,V(I1)
176 2002 FORMAT (10X,15,5X,F12.4)
177 TS=TDB(IMAX)
200 XDPPR=XPR(IMAX)/TDB(IMAX)
201 DT=E/(2.*XBPPR)
202 CT=ABS(DT)
203 PRINT 1002,XBPPR,DT
204 1000 FORMAT (///,10X,4HPCYCNE *,F10.4,5X,9HDELTA T *,F11.4)
205 RTURA
206 END

```

MC MESSAGES FOR ARCVI ASSEMBLY

```

0 10DFTC ECHANT DECK
      C
      C SP ECHANT ECHANTILLONAGE POUR UNE SERIE
      C
1 SUORCUTINE ECHANT(M1,M2,IULO,NVAL,IS,DT,TE,NDE)
2 DIMENSION T(155),A(155),V(155),AE(46),VE(46)
3 TER=TE
4 IEMAX=460/(13-15)
5 I=0
6 IP=0
7 IT=1
10 IES=0
11 REWIND P1
12 REWIND P2
13 GC 100 I=1,IBLC
14 REAC (P1) N,(IT(J),A(J),V(J),J=1,N)
22 GC TO 11
23 10 TE=TER+FLCAT(IP)+DT
24 11 IF(TE.LT.T(IT+1)) GC TO 12
27 IT=IT+1
30 IF(I1.EC.N) GC TC 100
33 GC TC 11
34 12 I=I+1
35 IT1=IT+1
36 IM=(TE-T(IT))/(IT1-IT)
37 AE(I)=A(IT)+(A(IT1)-A(IT))*IM
40 VE(I)=V(IT)+(V(IT1)-V(IT))*IM
41 IP=IP+1
42 IF(IP.EC.NDE) GC TO 101
45 IF(I.NE.IEMAX) GC TC 10
50 IES=IES+1
51 IF(IES.EC.2) GC TO 50
54 WRITE (P2) (AE(I),VE(I),I=1,IEMAX)
61 I=0
62 GC TO 10
63 50 WRITE (P2) (VE(I),I=1,IEMAX)

```

```

70      I=0
71      GO TO 10
72      I=1
73      IF (I.EQ.0) GO TO 11
74      I=1
75      IMAK=I
76      IS=IS+I
77      IF (I.EQ.1) GO TO 11
78      WRITE (M2) (AB(I),V(I),I=1,IMAX)
79      GO TO 11
80      WRITE (M2) (V(I),I=1,IMAX)
81      I=I+1
82      IVAL=IMAX
83      I=I+1
84      I=I+1
85      I=I+1
86      I=I+1
87      I=I+1
88      I=I+1
89      I=I+1
90      I=I+1
91      I=I+1
92      I=I+1
93      I=I+1
94      I=I+1
95      I=I+1
96      I=I+1
97      I=I+1
98      I=I+1
99      I=I+1
100     I=I+1
101     I=I+1
102     I=I+1
103     I=I+1
104     I=I+1
105     I=I+1
106     I=I+1
107     I=I+1
108     I=I+1
109     I=I+1
110     I=I+1
111     I=I+1
112     I=I+1
113     I=I+1
114     I=I+1
115     I=I+1
116     I=I+1
117     I=I+1
118     I=I+1
119     I=I+1
120     I=I+1
121     I=I+1
122     I=I+1
123     I=I+1
124     I=I+1
125     I=I+1
126     I=I+1
127     I=I+1
128     I=I+1
129     I=I+1
130     I=I+1
131     I=I+1
132     I=I+1
133     I=I+1
134     I=I+1
135     I=I+1
136     I=I+1
137     I=I+1
138     I=I+1
139     I=I+1
140     I=I+1
141     I=I+1
142     I=I+1
143     I=I+1
144     I=I+1
145     I=I+1
146     I=I+1
147     I=I+1
148     I=I+1
149     I=I+1
150     I=I+1
151     I=I+1
152     I=I+1
153     I=I+1
154     I=I+1
155     I=I+1
156     I=I+1
157     I=I+1
158     I=I+1
159     I=I+1
160     I=I+1
161     I=I+1
162     I=I+1
163     I=I+1
164     I=I+1
165     I=I+1
166     I=I+1
167     I=I+1
168     I=I+1
169     I=I+1
170     I=I+1
171     I=I+1
172     I=I+1
173     I=I+1
174     I=I+1
175     I=I+1
176     I=I+1
177     I=I+1
178     I=I+1
179     I=I+1
180     I=I+1
181     I=I+1
182     I=I+1
183     I=I+1
184     I=I+1
185     I=I+1
186     I=I+1
187     I=I+1
188     I=I+1
189     I=I+1
190     I=I+1
191     I=I+1
192     I=I+1
193     I=I+1
194     I=I+1
195     I=I+1
196     I=I+1
197     I=I+1
198     I=I+1
199     I=I+1
200     I=I+1
201     I=I+1
202     I=I+1
203     I=I+1
204     I=I+1
205     I=I+1
206     I=I+1
207     I=I+1
208     I=I+1
209     I=I+1
210     I=I+1
211     I=I+1
212     I=I+1
213     I=I+1
214     I=I+1
215     I=I+1
216     I=I+1
217     I=I+1
218     I=I+1
219     I=I+1
220     I=I+1
221     I=I+1
222     I=I+1
223     I=I+1
224     I=I+1
225     I=I+1
226     I=I+1
227     I=I+1
228     I=I+1
229     I=I+1
230     I=I+1
231     I=I+1
232     I=I+1
233     I=I+1
234     I=I+1
235     I=I+1
236     I=I+1
237     I=I+1
238     I=I+1
239     I=I+1
240     I=I+1
241     I=I+1
242     I=I+1
243     I=I+1
244     I=I+1
245     I=I+1
246     I=I+1
247     I=I+1
248     I=I+1
249     I=I+1
250     I=I+1
251     I=I+1
252     I=I+1
253     I=I+1
254     I=I+1
255     I=I+1
256     I=I+1
257     I=I+1
258     I=I+1
259     I=I+1
260     I=I+1
261     I=I+1
262     I=I+1
263     I=I+1
264     I=I+1
265     I=I+1
266     I=I+1
267     I=I+1
268     I=I+1
269     I=I+1
270     I=I+1
271     I=I+1
272     I=I+1
273     I=I+1
274     I=I+1
275     I=I+1
276     I=I+1
277     I=I+1
278     I=I+1
279     I=I+1
280     I=I+1
281     I=I+1
282     I=I+1
283     I=I+1
284     I=I+1
285     I=I+1
286     I=I+1
287     I=I+1
288     I=I+1
289     I=I+1
290     I=I+1
291     I=I+1
292     I=I+1
293     I=I+1
294     I=I+1
295     I=I+1
296     I=I+1
297     I=I+1
298     I=I+1
299     I=I+1
300     I=I+1
301     I=I+1
302     I=I+1
303     I=I+1
304     I=I+1
305     I=I+1
306     I=I+1
307     I=I+1
308     I=I+1
309     I=I+1
310     I=I+1
311     I=I+1
312     I=I+1
313     I=I+1
314     I=I+1
315     I=I+1
316     I=I+1
317     I=I+1
318     I=I+1
319     I=I+1
320     I=I+1
321     I=I+1
322     I=I+1
323     I=I+1
324     I=I+1
325     I=I+1
326     I=I+1
327     I=I+1
328     I=I+1
329     I=I+1
330     I=I+1
331     I=I+1
332     I=I+1
333     I=I+1
334     I=I+1
335     I=I+1
336     I=I+1
337     I=I+1
338     I=I+1
339     I=I+1
340     I=I+1
341     I=I+1
342     I=I+1
343     I=I+1
344     I=I+1
345     I=I+1
346     I=I+1
347     I=I+1
348     I=I+1
349     I=I+1
350     I=I+1
351     I=I+1
352     I=I+1
353     I=I+1
354     I=I+1
355     I=I+1
356     I=I+1
357     I=I+1
358     I=I+1
359     I=I+1
360     I=I+1
361     I=I+1
362     I=I+1
363     I=I+1
364     I=I+1
365     I=I+1
366     I=I+1
367     I=I+1
368     I=I+1
369     I=I+1
370     I=I+1
371     I=I+1
372     I=I+1
373     I=I+1
374     I=I+1
375     I=I+1
376     I=I+1
377     I=I+1
378     I=I+1
379     I=I+1
380     I=I+1
381     I=I+1
382     I=I+1
383     I=I+1
384     I=I+1
385     I=I+1
386     I=I+1
387     I=I+1
388     I=I+1
389     I=I+1
390     I=I+1
391     I=I+1
392     I=I+1
393     I=I+1
394     I=I+1
395     I=I+1
396     I=I+1
397     I=I+1
398     I=I+1
399     I=I+1
400     I=I+1
401     I=I+1
402     I=I+1
403     I=I+1
404     I=I+1
405     I=I+1
406     I=I+1
407     I=I+1
408     I=I+1
409     I=I+1
410     I=I+1
411     I=I+1
412     I=I+1
413     I=I+1
414     I=I+1
415     I=I+1
416     I=I+1
417     I=I+1
418     I=I+1
419     I=I+1
420     I=I+1
421     I=I+1
422     I=I+1
423     I=I+1
424     I=I+1
425     I=I+1
426     I=I+1
427     I=I+1
428     I=I+1
429     I=I+1
430     I=I+1
431     I=I+1
432     I=I+1
433     I=I+1
434     I=I+1
435     I=I+1
436     I=I+1
437     I=I+1
438     I=I+1
439     I=I+1
440     I=I+1
441     I=I+1
442     I=I+1
443     I=I+1
444     I=I+1
445     I=I+1
446     I=I+1
447     I=I+1
448     I=I+1
449     I=I+1
450     I=I+1
451     I=I+1
452     I=I+1
453     I=I+1
454     I=I+1
455     I=I+1
456     I=I+1
457     I=I+1
458     I=I+1
459     I=I+1
460     I=I+1
461     I=I+1
462     I=I+1
463     I=I+1
464     I=I+1
465     I=I+1
466     I=I+1
467     I=I+1
468     I=I+1
469     I=I+1
470     I=I+1
471     I=I+1
472     I=I+1
473     I=I+1
474     I=I+1
475     I=I+1
476     I=I+1
477     I=I+1
478     I=I+1
479     I=I+1
480     I=I+1
481     I=I+1
482     I=I+1
483     I=I+1
484     I=I+1
485     I=I+1
486     I=I+1
487     I=I+1
488     I=I+1
489     I=I+1
490     I=I+1
491     I=I+1
492     I=I+1
493     I=I+1
494     I=I+1
495     I=I+1
496     I=I+1
497     I=I+1
498     I=I+1
499     I=I+1
500     I=I+1
501     I=I+1
502     I=I+1
503     I=I+1
504     I=I+1
505     I=I+1
506     I=I+1
507     I=I+1
508     I=I+1
509     I=I+1
510     I=I+1
511     I=I+1
512     I=I+1
513     I=I+1
514     I=I+1
515     I=I+1
516     I=I+1
517     I=I+1
518     I=I+1
519     I=I+1
520     I=I+1
521     I=I+1
522     I=I+1
523     I=I+1
524     I=I+1
525     I=I+1
526     I=I+1
527     I=I+1
528     I=I+1
529     I=I+1
530     I=I+1
531     I=I+1
532     I=I+1
533     I=I+1
534     I=I+1
535     I=I+1
536     I=I+1
537     I=I+1
538     I=I+1
539     I=I+1
540     I=I+1
541     I=I+1
542     I=I+1
543     I=I+1
544     I=I+1
545     I=I+1
546     I=I+1
547     I=I+1
548     I=I+1
549     I=I+1
550     I=I+1
551     I=I+1
552     I=I+1
553     I=I+1
554     I=I+1
555     I=I+1
556     I=I+1
557     I=I+1
558     I=I+1
559     I=I+1
560     I=I+1
561     I=I+1
562     I=I+1
563     I=I+1
564     I=I+1
565     I=I+1
566     I=I+1
567     I=I+1
568     I=I+1
569     I=I+1
570     I=I+1
571     I=I+1
572     I=I+1
573     I=I+1
574     I=I+1
575     I=I+1
576     I=I+1
577     I=I+1
578     I=I+1
579     I=I+1
580     I=I+1
581     I=I+1
582     I=I+1
583     I=I+1
584     I=I+1
585     I=I+1
586     I=I+1
587     I=I+1
588     I=I+1
589     I=I+1
590     I=I+1
591     I=I+1
592     I=I+1
593     I=I+1
594     I=I+1
595     I=I+1
596     I=I+1
597     I=I+1
598     I=I+1
599     I=I+1
600     I=I+1
601     I=I+1
602     I=I+1
603     I=I+1
604     I=I+1
605     I=I+1
606     I=I+1
607     I=I+1
608     I=I+1
609     I=I+1
610     I=I+1
611     I=I+1
612     I=I+1
613     I=I+1
614     I=I+1
615     I=I+1
616     I=I+1
617     I=I+1
618     I=I+1
619     I=I+1
620     I=I+1
621     I=I+1
622     I=I+1
623     I=I+1
624     I=I+1
625     I=I+1
626     I=I+1
627     I=I+1
628     I=I+1
629     I=I+1
630     I=I+1
631     I=I+1
632     I=I+1
633     I=I+1
634     I=I+1
635     I=I+1
636     I=I+1
637     I=I+1
638     I=I+1
639     I=I+1
640     I=I+1
641     I=I+1
642     I=I+1
643     I=I+1
644     I=I+1
645     I=I+1
646     I=I+1
647     I=I+1
648     I=I+1
649     I=I+1
650     I=I+1
651     I=I+1
652     I=I+1
653     I=I+1
654     I=I+1
655     I=I+1
656     I=I+1
657     I=I+1
658     I=I+1
659     I=I+1
660     I=I+1
661     I=I+1
662     I=I+1
663     I=I+1
664     I=I+1
665     I=I+1
666     I=I+1
667     I=I+1
668     I=I+1
669     I=I+1
670     I=I+1
671     I=I+1
672     I=I+1
673     I=I+1
674     I=I+1
675     I=I+1
676     I=I+1
677     I=I+1
678     I=I+1
679     I=I+1
680     I=I+1
681     I=I+1
682     I=I+1
683     I=I+1
684     I=I+1
685     I=I+1
686     I=I+1
687     I=I+1
688     I=I+1
689     I=I+1
690     I=I+1
691     I=I+1
692     I=I+1
693     I=I+1
694     I=I+1
695     I=I+1
696     I=I+1
697     I=I+1
698     I=I+1
699     I=I+1
700     I=I+1
701     I=I+1
702     I=I+1
703     I=I+1
704     I=I+1
705     I=I+1
706     I=I+1
707     I=I+1
708     I=I+1
709     I=I+1
710     I=I+1
711     I=I+1
712     I=I+1
713     I=I+1
714     I=I+1
715     I=I+1
716     I=I+1
717     I=I+1
718     I=I+1
719     I=I+1
720     I=I+1
721     I=I+1
722     I=I+1
723     I=I+1
724     I=I+1
725     I=I+1
726     I=I+1
727     I=I+1
728     I=I+1
729     I=I+1
730     I=I+1
731     I=I+1
732     I=I+1
733     I=I+1
734     I=I+1
735     I=I+1
736     I=I+1
737     I=I+1
738     I=I+1
739     I=I+1
740     I=I+1
741     I=I+1
742     I=I+1
743     I=I+1
744     I=I+1
745     I=I+1
746     I=I+1
747     I=I+1
748     I=I+1
749     I=I+1
750     I=I+1
751     I=I+1
752     I=I+1
753     I=I+1
754     I=I+1
755     I=I+1
756     I=I+1
757     I=I+1
758     I=I+1
759     I=I+1
760     I=I+1
761     I=I+1
762     I=I+1
763     I=I+1
764     I=I+1
765     I=I+1
766     I=I+1
767     I=I+1
768     I=I+1
769     I=I+1
770     I=I+1
771     I=I+1
772     I=I+1
773     I=I+1
774     I=I+1
775     I=I+1
776     I=I+1
777     I=I+1
778     I=I+1
779     I=I+1
780     I=I+1
781     I=I+1
782     I=I+1
783     I=I+1
784     I=I+1
785     I=I+1
786     I=I+1
787     I=I+1
788     I=I+1
789     I=I+1
790     I=I+1
791     I=I+1
792     I=I+1
793     I=I+1
794     I=I+1
795     I=I+1
796     I=I+1
797     I=I+1
798     I=I+1
799     I=I+1
800     I=I+1
801     I=I+1
802     I=I+1
803     I=I+1
804     I=I+1
805     I=I+1
806     I=I+1
807     I=I+1
808     I=I+1
809     I=I+1
810     I=I+1
811     I=I+1
812     I=I+1
813     I=I+1
814     I=I+1
815     I=I+1
816     I=I+1
817     I=I+1
818     I=I+1
819     I=I+1
820     I=I+1
821     I=I+1
822     I=I+1
823     I=I+1
824     I=I+1
825     I=I+1
826     I=I+1
827     I=I+1
828     I=I+1
829     I=I+1
830     I=I+1
831     I=I+1
832     I=I+1
833     I=I+1
834     I=I+1
835     I=I+1
836     I=I+1
837     I=I+1
838     I=I+1
839     I=I+1
840     I=I+1
841     I=I+1
842     I=I+1
843     I=I+1
844     I=I+1
845     I=I+1
846     I=I+1
847     I=I+1
848     I=I+1
849     I=I+1
850     I=I+1
851     I=I+1
852     I=I+1
853     I=I+1
854     I=I+1
855     I=I+1
856     I=I+1
857     I=I+1
858     I=I+1
859     I=I+1
860     I=I+1
861     I=I+1
862     I=I+1
863     I=I+1
864     I=I+1
865     I=I+1
866     I=I+1
867     I=I+1
868     I=I+1
869     I=I+1
870     I=I+1
871     I=I+1
872     I=I+1
873     I=I+1
874     I=I+1
875     I=I+1
876     I=I+1
877     I=I+1
878     I=I+1
879     I=I+1
880     I=I+1
881     I=I+1
882     I=I+1
883     I=I+1
884     I=I+1
885     I=I+1
886     I=I+1
887     I=I+1
888     I=I+1
889     I=I+1
890     I=I+1
891     I=I+1
892     I=I+1
893     I=I+1
894     I=I+1
895     I=I+1
896     I=I+1
897     I=I+1
898     I=I+1
899     I=I+1
900     I=I+1
901     I=I+1
902     I=I+1
903     I=I+1
904     I=I+1
905     I=I+1
906     I=I+1
907     I=I+1
908     I=I+1
909     I=I+1
910     I=I+1
911     I=I+1
912     I=I+1
913     I=I+1
914     I=I+1
915     I=I+1
916     I=I+1
917     I=I+1
918     I=I+1
919     I=I+1
920     I=I+1
921     I=I+1
922     I=I+1
923     I=I+1
924     I=I+1
925     I=I+1
926     I=I+1
927     I=I+1
928     I=I+1
929     I=I+1
930     I=I+1
931     I=I+1
932     I=I+1
933     I=I+1
934     I=I+1
935     I=I+1
936     I=I+1
937     I=I+1
938     I=I+1
939     I=I+1
940     I=I+1
941     I=I+1
942     I=I+1
943     I=I+1
944     I=I+1
945     I=I+1
946     I=I+1
947     I=I+1
948     I=I+1
949     I=I+1
950     I=I+1
951     I=I+1
952     I=I+1
953     I=I+1
954     I=I+1
955     I=I+1
956     I=I+1
957     I=I+1
958     I=I+1
959     I=I+1
960     I=I+1
961     I=I+1
962     I=I+1
963     I=I+1
964     I=I+1
965     I=I+1
966     I=I+1
967     I=I+1
968     I=I+1
969     I=I+1
970     I=I+1
971     I=I+1
972     I=I+1
973     I=I+1
974     I=I+1
975     I=I+1
976     I=I+1
977     I=I+1
978     I=I+1
979     I=I+1
980     I=I+1
981     I=I+1
982     I=I+1
983     I=I+1
984     I=I+1
985     I=I+1
986     I=I+1
987     I=I+1
988     I=I+1
989     I=I+1
990     I=I+1
991     I=I+1
992     I=I+1
993     I=I+1
994     I=I+1
995     I=I+1
996     I=I+1
997     I=I+1
998     I=I+1
999     I=I+1
1000    I=I+1

```

DE MESSAGE: POUR ABOVE ASSEMBLY

```

1  IFFIC WORKF  ELCK
2  C
3  C      SF  WORKF      TRAITEMENT POUR UNE FONCTION
4  C
5  SUBROUTINE WORKF (M1,M2,IOL,NVAL,IF,GT P
6  DIMENSION X(16,99),M(100),A(100),R(146)
7  DATA 1L,ASTORX/2,1HM/
8  DATA PCINT/2H,/
9  C
10 C      LECTURE DE LA FONCTION
11 C
12 I SUP=0
13 N=22
14 IF (IF.EQ.1) N=50
15 REMIND M2
16 DO 20 I=1,IOL
17 IF (I.LC,I.LLC) N=NVAL
18 INF=ISUP+1
19 ISUP=INF+N-1
20 GO TO (11),2,13,IF
21 READ (M2) (X(J),J=1F,ISUP)
22 GO TO 20
23 READ (M2) (X(J),J=1F,ISUP)
24 GO TO 20
25 READ (M2) (R,X(J),J=1F,ISUP)
26 CONTINUE
27 N=ISUP
28 C
29 C      MOMENTS, VARIANCE, ECART TYPE
30 C
31 S=0
32 S2=0
33 XPM=X(1)
34 XMA=X(1)
35 DO 40 I=1,N
36 IF (X(I).GT.XMA) XMA=X(I)
37 IF (X(I).LT.XMIN) XMI=X(I)
38 S=S+X(I)
39 S2=S2+X(I)**2
40 XPM=S/FLCAT(N)
41 XMA=S2/FLCAT(N)
42 XMI=S2/FLCAT(N)
43 V=XO2-XB*2
44 ET=SQRT(V)
45 PRINT 41,XB,ET
46 FORPAT (10X,9HMOYENNE =,F10.4,1CX,12HECART TYPE =,F10.4,///)
47 C
48 C      DISTRIBUTION
49 C
50 PRINT 42
51 FORPAT (10X,12HDISTRIBUTION,/,9X,1HN,3X,7HMOYENNES,2X,6HDISTR.,/)
52 XPM=SQRT(FLCAT(N))
53 D=(XMA-XMIN)/FLCAT(KMAX)
54 DO 45 I=1,KMAX
55 M(I)=0

```

```

101      GO 50 I=1,4
102      K=C*(I)-X*MIN
103      K=I*G/(X)+.
104      IF (K.LT.1) K=1
105      IF (K.GT.K*MAX) K=K*MAX
106      M(K)=M(K)+1
107      YP=X*MIN-CX/2
108      GO 61 J=1,100
109      GO A(I)
110      I=I+1
111      GO 61 J=1,100,K*MAX
112      P=FLCAT(M(I))/FLCAT(N)
113      K=X*CX
114      A(I)=BL
115      IA=P*100+.05
116      IF (IA.LT.1) IA=1
117      IF (IA.GT.100) IA=100
118      A(I)=ASTERK
119      GO PRINT 65 I,YP,P,A
120      GO FCRMAT (I0,FLC+2,FT,4,2X,1H1,10A1,1H1)
121
122      C
123      ALTCORRELATIC
124
125      C
126      PRINT 66
127      GO FCRMAT (I0,10X,15H AUTOCORRELATION, //, 4X, 5HT, 4PS, 3X, 9HVAL, AUTO, //)
128      REMIND M2
129      J=0
130      I=0
131      K=1
132      I=0
133      K=1/2
134      GO 20 I=1,N2
135      K=I-1
136      I=I+DT
137      S1=0
138      S2=0
139      S3=0
140      S4=0
141      S5=0
142      L*MAX=K
143      J=J+1
144      GO T3 L=1,L*MAX
145      LK=L*K
146      S1=S1*X(L)
147      S2=S2*X(L)+2
148      S3=S3*X(L)+X(LK)
149      S4=S4+X(LK)
150      S5=S5+X(LK)+2
151      UN=SQRT(UN)
152      RC(I)=FLCAT(L*MAX)+S3-S1+S4)/UN
153      A(I)=BL
154      IA=(RC(I)+1)*50+.05
155      IF (IA.LT.1) IA=1
156      IF (IA.GT.100) IA=100
157      A(I)=PCINT
158      A(I)=ASTERK
159      PRINT 81,T,RO(I),A
160      GO FCRMAT (5X,2F10.4,5X,1H1,10A1,1H1)
161      IF (J.NE.400) GO TO 80
162      IB=IB+1
163      WRITE (P1) (RC(I),J=1,400)
164      END
165      GO CONTINUE
166      ICLC=IB
167      NVAL=460
168      IF (J.EC.0) RETURN
169      NVAL=J
170      ICLC=IB+1
171      WRITE (P1) (RC(I),J=1,NVAL)
172
173      C
174      RETURN
175      END

```

NC MESSAGES FOR ABOVE ASSEMBLY

```

0 81BFTC PP2 DECK
1  CCMPCN PA1,PA2,PI1,M12,IRLO,NVAL,TITR1(10),TITR2(10),DUR:;,TI,YS,
  ICT,MAC
2  CALL CISTR1(M12,MAC,IRLO,NVAL)
3  CALL CHXIT
4  END

```

NC MESSAGES FOR ABOVE ASSEMBLY

```

C 81BFTC CISTR1 DECK
C
1  S,P. CISTR1 DISTRIBUTION A 2 DIMENSIONS
  SUBROUTINE CISTR1(MX,MY,IBLO,KVAL)
2  DIMENSION X(4,96),Y(4,96),R(64,64),M(64,64),KK(64)
3  DIMENSION ISH(64,64),ASTI(64),AS(4)
4  DATA AS/1=I,2H *,2H -,1H*/
5  REWIND MX
6  REWIND MY
C
7  C LECTURE DES FONCTIONS X ET Y
  ISUP=0
10 N=46C
11 DC 100 I=1,IRLO
12 IF(1.EC,IBLO) N=NVAL
15 INF=ISLP+1
16 ISUP=INF+N-1
17 100 REAC (PX) (X(J),J=INF,ISUP)
25 ISUP=0
26 N=46C
27 DC 110 I=1,IRLO
30 IF(1.EC,IBLO) N=NVAL
33 INF=ISLP+1
34 ISUP=INF+N-1
35 110 REAC (PY) (Y(J),J=INF,ISUP)
43 N=ISUP
44 PRINT 600
45 600 FCRPAT(1H1)
46 PRINT 500
47 500 FCRPAT(20X,27HDISTRIBUTION A 2 DIMENSIONS,/,20X,27(1H*),/)
50 XMAX=X(1)
51 XMIN=X(1)
52 YMAX=Y(1)
53 YMIN=Y(1)
54 DC 501 I=1,N
55 IF(X(1),GT,XMAX) XMAX=X(1)
60 IF(X(1),LT,XMIN) XMIN=X(1)
63 IF(Y(1),GT,YMAX) YMAX=Y(1)
66 IF(Y(1),LT,YMIN) YMIN=Y(1)
71 501 CONTINUE
73 PRINT 1,N
74 1 FCRPAT(20X,26HNOMBRE D'ECHANTILLONS N =,16)
75 KMAX=SQR(FLOAT(N))
76 DX=(XMAX-XMIN)/FLOAT(KMAX)
77 DY=(YMAX-YMIN)/FLOAT(KMAX)
100 DC 502 I=1,KMAX
101 502
102 M(I,JI)=0
105 PRINT 2,KMAX
106 2 FCRPAT(/,20X,6HKMAX =,16)
107 DC 350 K1=1,KMAX
110 TDX=DX*(FLOAT(K1)-1.)
111 TTDX=CX+FLOAT(K1)
112 DC 350 K2=1,KMAX
113 TDY=DY*(FLOAT(K2)-1.)
114 TTDY=DY+FLOAT(K2)
115 DC 360 I=1,N
116 XNO=X(1)-XMIN

```

```

117 YNC=Y(1)-Y(1)
120 IF(XNC.GT.TDX) GO TO 361
123 GC TC 360
124 36. IF(XNC.LE.TTDX) GO TO 362
127 GC TO 362
130 36. IF(YNC.GT.TDY) GC TO 363
133 GC TO 360
134 363 IF(YNC.LE.TDY) GC TO 351
137 GC TO 360
140 351 M(K1,K2)=M(K1,K2)+1
141 36. CONTINUE
143 350 CONTINUE
146 PSCM=0.
147 ISCP=0
150 GC 950 K1=1,KMAX
151 GC 850 K2=1,KMAX
152 850 ISCP=ISCP+M(K1,K2)
155 PRINT 820,ISCP
156 820 FCRPAT(/,20X,20HSCHEME DES MK1,K2) =,16)
157 K2=KMAX+KMAX
158 DC 509 K1=1,KMAX
161 GC 509 K2=1,KMAX
162 PK1,K2)=FLCAT(M(K1,K2))/FLOAT(IN2)
163 509 PSCM=PSCM+P(K1,K2)
166 PRINT 3,PSCM
167 3 FCRPAT(/,20X,20HSONME DES PK1,K2) =,F10.4)
170 DC 504 I=1,KMAX
171 504 KK(I)=1
173 DC 505 KI=1,KMAX
174 X(KI)=FLOAT(KI)*DX-(DX/2.)*XMIN
175 505 Y(KI)=FLCAT(KI)*DY-(DY/2.)*YMIN
177 IT=1
200 IRAN=0
201 IPI=(KMAX+9)/10
202 IF(IPI.EQ.0) IPI=1
205 DC 1000 IFLEUR=1,IPI
206 IRAN=IRAN+10
207 LPAX=KMAX
210 IF(KMAX.LE.IRAN) GO TO 900
213 LPAX=IRAN
214 900 PRINT 506,(KK(I),I=IT,LMAX)
221 PRINT 507,(X(I),I=IT,LMAX)
226 DC 511 K1=1,KMAX
227 511 PRINT 512,K1,Y(K1),IPI(K1,K2),K2=IT,LMAX)
235 PRINT 600
236 IT=IRAN+1
237 512 FCRPAT(/,1X,15,F10.2,4X,10E11.4)
240 506 FCRPAT(////,20X,10I11)
241 507 FCRPAT(/,20X,10F11.2)
242 1000 CONTINUE
244 PRINT 2000
245 2000 FCRPAT(10X,40HSCHEMA DE LA DISTRIBUTION A 2 DIMENSIONS,/,10X,
140(IH=),///)
246 PPIA=1.
247 PPAZ=P(I,1)
250 DC 860 I=1,KMAX
251 DC 860 J=1,KMAX
252 IF(P(I,J).EQ.0.) GO TO 860
255 IF(P(I,J).GT.PMAX) PMAX=P(I,J)
260 IF(P(I,J).LT.PMIN) PMIN=P(I,J)
263 860 CONTINUE
266 DP=(PMAX-PMIN)/9.
267 DC 861 L=1,KMAX
270 DC 861 K=1,KMAX
271 N=0
272 IF(P(L,K).EQ.0.) GO TO 861
275 DC 862 A=1,9
276 PCIF=PPIN+(FLOAT(N)-1.)*DP
277 IF(P(L,K).GE.PDIF) GO TO 862
302 GC TC 862
303 863 PKIF=PPIA+FLCAT(N)*DP
304 IF(P(L,K).LE.PKIF) GO TO 861

```

```

307 862 CCNTINUE
311 N=J
312 861 ISHL,K)=N
315 II=C
316 CC 400 IR=1,KMAX
317 AST(II)=AC(II)
320 II=II+1
321 IF(II.NC.5) GC FC 4 J
324 AST(II)=AS(2)
325 II=C
326 4CJ CCNTINUE
330 PRINT 42, (AST(II), I=1, KMAX)
335 4C1 FCRPAT(3X,64A2)
336 II=C
337 CC 866 I=1, KMAX
340 AST(II)=AS(1)
341 II=II+1
342 IF(II.NC.5) GC FC 4 2
345 AST(II)=AS(4)
346 II=J
347 4C2 PRINT 867, AST(II), (ISH(I, J), J=1, KMAX)
354 867 FCRPAT(2X, A1, 64I2)
355 866 CCNTINUE
357 RETURN
360 END

```

NO MESSAGES FOR ABOVE ASSEMBLY

ENTRY
LINK LINK3

```

0 $IBFTC PPS DECK
1 COPPCA MA1, MA2, M12, M12, IBLO, NVAL, TITR(10), TITR2(10), DUREE, TI, NS,
2 I=1
3 PRINT 51, II
4 51 FCRPAT(1M1, /, 10X, 16MINTERCORRELATION, 14, /, 10X, 5HTEMPS, 4X, 6HINTER,
5 1, /)
6 IB=IBLC
7 N=NVAL
8 CALL MCRKFF(M12, MA0, M12, IBLO, NVAL, DT)
10 IBLC=IB
11 NVAL=NV
12 II=2
13 PRINT 51, II
14 CALL MCRKFF(MA0, M12, M12, IBLC, NVAL, DT)
15 PRINT 19, TITR1
16 19 FCRPAT (1M1, /, 10X, 7HSPECTRE, 5X, 10A6, /, /, 2X, 5HFREQ, 2X, 5HPIHASE,
17 13X, 6MPCULE, /)
18 CALL CMXIT
20 EAD

```

NO MESSAGES FOR ABOVE ASSEMBLY

```

0 $IBFTC MCRKFF DECK
1 SUBROUTINE MCRKFF (MX, MY, MS, IBLO, NVAL, DT)
2 DIMENSION X(14096), Y(14096), A(100), R(140)
3 DATA BL, ASTERX, POINT/1H , 1H=, 1N= /
C
C CALCUL DE LA DISTRIBUTION COMPOSEE ET DE L'INTERCORRELATION
4
5 REWIND MX
6 REWIND MY
7 CC 5 I=1, 100
8 5 A(I)=BL
9 IA=1
C
C LECTURE DES FONCTIONS X ET Y
12 ISUP=0
13 N=400
14 DC 10 I=1, IBLC
15 IF(1.EG, IBLO) N=NVAL
20 INF=ISUP+1

```

```

21      ISUP=IAF+A-1
22 10 REAC (PX) (X(J),J=I:F,ISUP)
30      ISUP=0
31      N=460
32      CC 20 I=1,IBLC
33      IF (I.EC-IBLC) N=NVAL
36      IAF=ISUP+1
37      ISUP=IAF+A-1
40 20 REAC (PY) (Y(J),J=IAF,ISUP)
46      N=ISUP
C
C INTERCORRELATION
47      REWINE PS
50      J=0
51      IB=0
52      T=0.
53      N2=A/2
54      CC 40 I=1,N2
55      K=I-1
56      SX1=0.
57      SX2=0.
60      SY1=0.
61      SY2=0.
62      SXY=0.
63      LPAX=A-K
64      J=J+1
65      CC 20 L=1,LMAX
66      LP=L+K
67      SX1=SX1+X(L)
70      SX2=SX2+X(L)**2
71      SY1=SY1+Y(LK)
72      SY2=SY2+Y(LK)**2
73      SXY=SXY+X(L)*Y(LK)
74      CC CONTINUE
30      RN=LPAX
77      UN=(RN*SX2-SX1**2)**.5*(RN*SY2-SY1**2)
100     UN=SQRT(UN)
101     RC(J)=(RN*SXY-SX1*SY1)/UN
102     A(I,J)=BL
103     IA=(RC(J)+1)*.1*5C+.0.5
104     IF (IA.LT.1) IA=1
107     IF (IA.GT.100) IA=100
112     A(5C)=PC/AT
113     A(I,J)=ASTERX
114     PRINT A,I,T,RD(J),A
115 41 FCMPAT (5X,2F10.4,5X,2H1,100A1,1M)
116     IF (J.NE.460) GO TO 40
121     IB=IB+1
122     WRITE (PS) (RC(J),J=1,460)
127     J=0
130 40 T=T+DT
132     IBLC=IB
133     NVAL=460
134     IF (J.EC.G) RETURN
137     NVAL=J
140     IBLC=IB+1
141     WRITE (PS) (RC(J),J=1,NVAL)
C
146     RETURN
147     END

```

NC MESSAGES FOR ABOVE ASSEMBLY

SENTRY
BLINK LINK4

```

0 $IBFTC PPA      CECK
1      CCMPCA MA1,MA2,M1,M12,IBLO,NVAL,TITR1(10),TITR2(10),DUREE,TI,NS,
      IDT,MAC
2      CALL FFT2 (MALL)
3      IF (NS.EG.2) GO TO 20
6      PRINT 11
7      11 FCMPAT(11H1,/,10X,21HSPECTRE DE LA VITESSE,/,/,2X,5HFREQ.,2X,

```



```

10 SHPHASE,3X,6HMODULE,/)
11 CALL FFT2(MA2)
12 GC TO 30
13 PRINT I,TITR2
14 PCFMAT (IM,/,10X,7HSPECTRC,2X,10A6,/,/,/,2X,5HFREQ,2X,5HPHASE,1X,
15 16HMODULE,/)
16 CALL FFT2 (MA2)
17 I1=1
18 PRINT I2,I1
19 FORMAT (1M,/,10X,29HSPECTRE DE L'INTERCORRELATION,14,/,/,2X,
20 1SHPHASE,2X,5HPHASE,3X,6HMODULE,/)
21 CALL FFT2 (MI1)
22 I1=2
23 PRINT I2,I1
24 CALL FFT2 (MI2)
25 3: CALL CHXIT
26 :END

```

233

NO MESSAGES FOR ABOVE ASSEMBLY

```

0 *IBFIC FFT2  UCCK
1  SUBROUTINE FFT2 (MU)
2  CCMPCA MA1,MA2,MI1,MI2,IB,NVAL,TITR1(10),TITR2(10),T,FI,NS
3  CCMPLX X(2,2048),SM(2048),SM2(409),W,DFF,WA,WR
4  CIPASICA M(20),KX(20),KPIZ(2),KFL(20),KT(20),IK(2048),F(2048),
5  1 X(2048),SPP(2048),A(100)
6  EQUIVALECE (X,SM),(K(1,1025),SN),(XR,F)
7  DATA BL,ASTERX/14,1H+/
8  DATA SICN,PER,PI,PI2/1.,1.,3.1415927,6.2831853/
9  PER=-1.
10 RETURN MU
11 NV=66
12 ISUP=6
13 DC 500 I=1,IB
14 IF(1.EC.IB)-NV=NVAL
15 INF=ISUP+1
16 500 READ (MU) (XR(J),J=INF,ISUP)
17 N=ISUP
18 UC 510 I=1,N
19 510 X(I,1)=CMPLX(XR(I),C.)
20 MU=ALCG(FLCAT(N))/ALOG(2.)+0.5
21 DT = T/(FLCAT(N))
22 DTT = CMPLX(DT,C.)
23 IF(PER.GT.0.) GC TO 66
24 DC 400 I=1,A
25 600 X(I,1) = X(I,1)+DTT
26 GC TO 67
27 66 IF(SICN.LT.0.) GO TO 67
28 DC 80 I=1,N
29 88 X(I,1) = X(I,1)/CMPLX(FLOAT(N),0.)
30 67 DP = 1./Y
31 DC 100 J=1,MU
32 100 KT(J) = 2*(MU-J)
33 AL=1-PI2/IFLOAT(N))+SIGN
34 W=CMPLX(COS(AL),SIN(AL))
35 DC 40 L=1,MU
36 MUL = W-L
37 DC 20 K=1,N
38 K2 = 0
39 DC 1 J=1,MU
40 K1= KT(J)
41 I1=(K1-K2)/K1
42 M(J) = I1
43 K2 = (I1+K1)*K2
44 M1 = 0
45 DC 11 J=1,MU
46 NJ = AC-J+1
47 IF(.J.LE.MUL) GO TO 12
48 M1 = M1 + I
49 KK(A,J) = M(N1)
50 GC TO 11

```

```

105 12 KK(I,J) = G
106 11 CCNTINUE
110  CC 15 J=1,NU
111  I = NU - J + 1
112  KP(J) = K(J)
113  KF(J) = KP(J)
114  IF(I.NE.(I*NU+1)) GO TO 15
117  KP(J) = 0
120  KF(J) = I
121  15 CCNTINUE
123  I = 0
124  IP = 0
125  IP = 0
126  CC 14 J=1,NU
127  IX = K(I,J)
130  I = I+K(I,J)*IX
131  IP = IP+KF(I,J)*IX
132  14 IP = IP+KF(I,J)*IX
134  X(2,K)=X(1,IP*11 + (NU+1)*X(1,IP*11)
135  IF (L.NE.NU) GO TO 20
140  IX(K) = I
141  20 CCNTINUE
143  IF(L.EQ.NU) GO TO 40
146  CC 41 K=1,N
147  41 X(1,K) = X(2,K)
151  40 CCNTINUE
153  CC 200 K=1,N
154  200 SP(K) = X(2,K)
156  L = 0
157  CC 327 J=1,2
160  JF(J.EQ.1) GO TO 427
163  JF(J.EQ.2) GO TO 428
166  427 A1 = (N/2) + 1
167  A2 = N
170  A3 = A + 1
171  CC TO 429
172  428 K1 = 1
173  A2 = (N/2) + 1
174  A3 = 1
175  429 XS = FLCAT(N3-1)*DP
176  CC 327 K=N1,N2
177  L = L+1
200  I = 0
201  I = I+1
202  IF(IK(I).EQ.(K-1)) GO TO 326
205  CC TO 325
206  326 F(L) = FLCAT(IK(I))*DP - XS
207  IF(SIGN(LT.0.) GO TO 150
212  BETA = (-F(L))**PI/2+PI
213  WA = CMPLX(COS(BETA),SIN(BETA))
214  SN(L) = SP(I)*WA
215  CC TO 327
216  150 GAMA = (-I)*PI/F(L)
217  WR = CMPLX(COS(GAMA),SIN(GAMA))
220  SA(L) = SP(I)*WR
221  327 CCNTINUE
224  CC 340 I=1,100
225  340 A(I)=B1
227  IA=1
230  IPI=N/2+1
231  SPIN=SQRT(REAL(SN(I*MIN))**2+AIMAG(SN(I*MIN))**2)
232  SPAX=SPIN
233  CC 350 I=IMIN,N
234  SPP(I)=SQRT(REAL(SN(I))**2+AIMAG(SN(I))**2)
235  IF(SPP(I).LT.SMIN) SMIN=SPP(I)
240  IF(SPP(I).GT.SMAX) SMAX=SPP(I)
243  550 CCNTINUE
245  DX=(SPAX-SPIN)/100.
246  CC 360 I=IMIN,N
247  A(I)=B1
250  IA=(SPP(I)-SMIN)/CX*0.5
251  IF(IA.LT.1) IA=1

```

```

254      IF (IA.GT.100) IA=100
255      A(IA)=ASTERX
260      AIP=AIPAG(SN(I))
261      RE=REAL(SN(I))
262      PH=ATAN(AIP/RE)
263      IF (AIP.LT.0.) ANG.RE=LY.0.1 PH=PH-PI
266      IF (AIP.GT.0.) ANG.RE=LY.0.1 PH=PH+PI
271      SPP(I)=SPP(I)/T
272      560 PRINT 551,F(I),PH,SPP(I),A
274      551 FORMAT (1X,F7.3,F8.4,E13.10,1X,1H1,100A1,1MI)
275      RETURN
276      END

```

235

NO MESSAGES FOR ABOVE ASSEMBLY

SENTRY
SENDCH

LE PROGRAMME EST CHARGE. MEMOIRES LIBRES 2.774
TEMPS 0.103194 HEURES.

4JOB 43230
4LISTIG

LISTAGE DES DONNEES

ANNEXE 10

DEBUT DU LISTING

1	EXEMPLE VSTAT 2 SERIES						1.	2
2	4.	40.	10.					
3	COMPOSANTE 4							
4	-0.741	-2.160	-3.487	11.099	-14.560	-16.032	-16.910	1
5	COMPOSANTE 8							4
6	0.850	1.857	2.442	4.112	5.127	6.016	6.778	7.468
7	8.677	8.67	9.234	9.812	10.446	11.077	11.723	12.483
8	13.254	13.476	14.492	15.054	15.594	16.180	16.721	17.172
9	17.654	18.132	18.625	19.150	19.735	20.362	21.077	21.785
10	*Fin*							

FIN DU LISTING

DUREE DU TRAVAIL 6.002 HEURES

COMPOSANTE N AU POINT 2 M.

ANNEXE 11 CALCULS

VALEURS NON ECHANTILLONNEES

N	VALEURS	TEMPS	ACCELERATION	VITESSE	CHEMIN
-C	0.0000	0.9105	0.0000	1.5158	1.6371
1	-0.7410	2.1370	-0.3558	-5.3394	-5.6939
2	-2.1600	5.0582	1.6860	-21.6670	-102.5345
3	-3.4870	10.0612	-0.0000	-0.0000	-102.5345
4	11.0990	14.0627	-2.7543	29.0379	-30.9125
5	-14.5600	15.8835	-5.9115	8.1181	-21.3738
6	-16.0320	17.0110	3.3233	-23.4495	-46.6492
7	-16.9100				
8	-18.1920				

MOYENNE = -2.7452 DELTA T = 0.7285

VALEURS NON ECHANTILLONNEES

N	VALEURS	TEMPS	ACCELERATION	VITESSE	CHLUMIN
-0	0.0000	0.8892	0.0000	7.1894	6.6754
1	0.8500	1.8765	-0.6825	8.7219	13.7065
2	1.8970	2.4632	-0.5934	6.2073	21.7052
3	2.9420	4.0732	1.1947	14.3942	38.4329
4	4.1120	5.0955	1.4669	16.1115	51.7699
5	5.1270	5.9842	2.0211	19.0407	67.9823
6	6.0160	6.7690	1.8862	19.2722	81.9739
7	6.7780	7.4477	2.4678	23.1370	97.2014
8	7.4680	8.0730	0.7372	19.4138	108.3681
9	8.0770	8.6640	1.2242	20.0630	119.7247
10	8.6700	9.2450	-0.2149	17.9226	129.4446
11	9.2390	9.8272	-2.7823	9.9121	135.4271
12	9.8120	10.4452	0.1186	16.1103	145.6169
13	10.4460	11.0807	-0.5763	14.1421	154.6786
14	11.0770	11.7315	-3.3030	5.0900	158.2502
15	11.7230	12.4857	-3.2452	12.3132	167.6841
16	12.4830	13.2417	1.1752	16.9275	189.3203
17	13.2540	13.9245	8.9328	38.1204	219.9169
18	13.9760	14.5935	-2.9430	12.2533	219.5214
19	14.4920	15.0497	1.0029	20.2907	221.7523
20	15.0540	15.6080	-2.0194	13.2371	229.2048
21	15.5990	16.1700	2.2684	22.9319	242.6696
22	16.1800	16.6985	7.4368	34.9618	259.4176
23	16.7210	17.1797	-3.0509	15.7619	266.7636
24	17.1720	17.6530	9.3617	21.5282	271.0971
25	17.8540	18.1332	-0.4507	19.9459	286.6811
26	18.1320	18.6280	-1.9535	11.6694	292.6244
27	18.6150	19.1625	-2.8528	11.5153	295.0694
28	19.1500	19.7455	-1.8895	11.9467	306.3091
29	19.7350	20.3840	-2.9254	7.1495	311.1064
30	20.3620	21.0752	0.1943	14.6082	321.5002
31	21.0370				
32	21.7850				

MOYENNE = 15.2549 DELTA T = 0.1311

128

0.1167

VITESSE

CCMPOSANTE N AU POINT 2 M.

MOYENNE = -0.3114

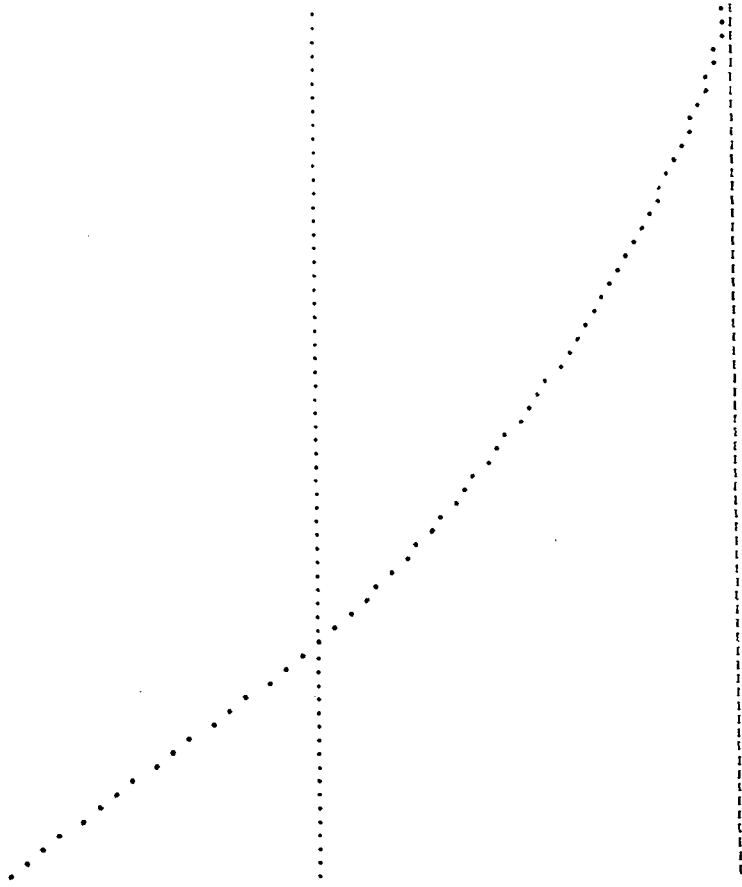
ECART TYPE = 14.6422

DISTRIBUTION

K	CONNEES	CISTR.
1	-19.16	0.1250
2	-14.81	0.1250
3	-10.57	0.1250
4	-5.52	0.1250
5	-0.97	0.1172
6	3.58	0.0547
7	8.12	0.0469
8	12.67	0.0625
9	17.22	0.0781
10	21.76	0.0925
11	26.31	0.0781

AUTOCORRELATION

TEPPS	VAL. AUTO.	
-0.0001	1.0000	1
0.0167	0.9936	1
0.2333	0.9747	1
0.3500	0.9384	1
0.4667	0.8730	1
0.5834	0.7808	1
0.7000	0.6573	1
0.8167	0.4945	1
0.9334	0.2969	1
1.0500	0.0744	1
1.1667	0.8921	1
1.2834	0.8613	1
1.4000	0.8063	1
1.5167	0.7472	1
1.6334	0.6856	1
1.7500	0.6146	1
1.8667	0.5792	1
1.9834	0.5797	1
2.1000	0.7641	1
2.2167	0.7455	1
2.3334	0.7202	1
2.4500	0.7161	1
2.5667	0.6652	1
2.6834	0.6635	1
2.8000	0.6612	1
2.9167	0.6101	1
3.0334	0.5993	1
3.1500	0.5721	1
3.2668	0.5451	1
3.3834	0.5195	1
3.5000	0.4935	1
3.6168	0.4671	1
3.7334	0.4414	1
3.8500	0.4135	1
3.9669	0.3864	1
4.0835	0.3594	1
4.2000	0.3325	1
4.3168	0.3055	1
4.4335	0.2763	1
4.5500	0.2462	1
4.6668	0.2148	1
4.7835	0.1820	1
4.9000	0.1478	1
5.0168	0.1121	1
5.1335	0.0749	1
5.2500	0.0364	1
5.3668	-0.0035	1
5.4835	-0.0446	1
5.6000	-0.0888	1
5.7168	-0.1300	1
5.8335	-0.1739	1
5.9500	-0.2188	1
6.0669	-0.2644	1
6.1835	-0.3106	1
6.3000	-0.3571	1
6.4169	-0.4038	1
6.5335	-0.4503	1
6.6500	-0.4966	1
6.7669	-0.5423	1
6.8835	-0.5872	1
7.0000	-0.6310	1
7.1169	-0.6734	1
7.2336	-0.7143	1
7.3502	-0.7532	1



VITESSE

COMPOSANTE E AU POINT 15 M.

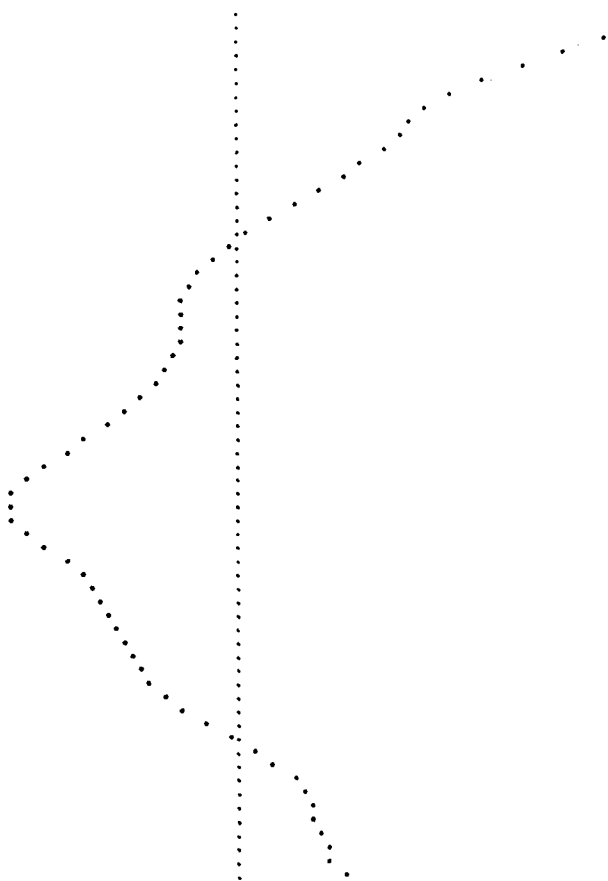
MOYENNE * 15.1189 ECART TYPE * 6.452

DISTRIBUTION

N	CONNEES	DISTR.			
1	6.84	0.1753	I		*
2	9.70	0.0761	I	*	
3	12.56	0.1172	I	*	*
4	15.41	0.2265	I		*
5	18.27	0.2344	I		*
6	21.13	0.0781	I	*	
7	23.99	0.0234	I *		
8	26.85	0.0078	I *		
9	29.71	0.0156	I *		
10	32.57	0.0078	I *		
11	35.43	0.0156	I *		

AUTOCORRELATION

TEMPS	VAL.AUTC.	
-0.0000	1.0000	
0.1167	0.9724	
0.2333	0.9009	
0.3500	0.8026	
0.4667	0.6952	
0.5834	0.5974	
0.7000	0.5226	
0.8167	0.4696	
0.9334	0.4298	
1.0500	0.3947	
1.1667	0.3558	
1.2834	0.3081	
1.4000	0.2537	
1.5167	0.1948	
1.6334	0.1355	
1.7501	0.0800	
1.8667	0.0288	
1.9834	-0.0217	
2.1001	-0.0693	
2.2167	-0.1059	
2.3334	-0.1277	
2.4501	-0.1373	
2.5667	-0.1393	
2.6834	-0.1393	
2.8001	-0.1439	
2.9168	-0.1574	
3.0334	-0.1796	
3.1501	-0.2086	
3.2668	-0.2425	
3.3834	-0.2815	
3.5001	-0.3261	
3.6168	-0.3760	
3.7334	-0.4289	
3.8501	-0.4808	
3.9668	-0.5266	
4.0835	-0.5590	
4.2001	-0.5675	
4.3168	-0.5519	
4.4335	-0.5178	
4.5501	-0.4731	
4.6668	-0.4271	
4.7835	-0.3804	
4.9002	-0.3583	
5.0168	-0.3350	
5.1335	-0.3162	
5.2502	-0.2996	
5.3668	-0.2827	
5.4835	-0.2644	
5.6002	-0.2427	
5.7168	-0.2155	
5.8335	-0.1805	
5.9502	-0.1364	
6.0669	-0.0827	
6.1835	-0.0234	
6.3002	0.0358	
6.4169	0.0886	
6.5335	0.1302	
6.6502	0.1599	
6.7669	0.1777	
6.8835	0.1884	
7.0002	0.1977	
7.1169	0.2109	
7.2336	0.2296	
7.3502	0.2551	



NOYBRE D'ECHANTILLONS N = 129

KMAX = 11

SOMME DES P(K1,K2) = 125

SOMME DES P(K1,K2) = 1.0331

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	-19.16	-14.61	-10.07	-5.52	-0.97	3.58	8.12	12.67	17.22	21.76
6.84	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.6612E-01	0.5785E-01	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38
9.70	0.0000E-38	0.1653E-01	0.2479E-01	0.1653E-01	0.4959E-01	0.2479E-01	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38
12.56	0.4132E-01	0.1653E-01	0.0000E-38	0.0000E-38	0.2479E-01	0.3306E-01	0.1653E-01	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38
15.41	0.5785E-01	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.6612E-01	0.8264E-02	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38
18.27	0.5785E-01	0.1653E-01	0.3306E-01	0.1653E-01	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38
21.13	0.8264E-02	0.0000E-38	0.0000E-38	0.4959E-01	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38
23.99	0.0000E-38	0.1653E-01	0.8264E-02	0.2479E-01	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38
26.85	0.3306E-01	0.0000E-38	0.8264E-02	0.1653E-01	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38
29.71	0.0000E-38	0.1653E-01	0.3306E-01	0.0000E-38	0.2479E-01	0.8264E-02	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38
32.57	0.0000E-38	0.0000E-38	0.8264E-02	0.4132E-01	0.1653E-01	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38	0.0000E-38
35.43	0.0000E-38	0.0000E-38	0.8264E-02	0.0000E-38	0.8264E-02	0.8264E-02	0.8264E-02	0.8264E-02	0.1653E-01	0.8264E-02

11

26.31

1	6.84	C.C000E-28
2	9.70	0.C000E-38
3	12.56	C.C000E-38
4	15.41	C.C000E-38
5	18.27	0.C000E-38
6	21.13	C.C000E-38
7	23.99	0.C000E-38
8	26.85	C.C000E-38
9	29.71	0.C000E-38
10	32.57	C.C000E-38
11	35.43	0.82644-02

SCHEMA DE LA DISTRIBUCION A 2 DIMENSIONES

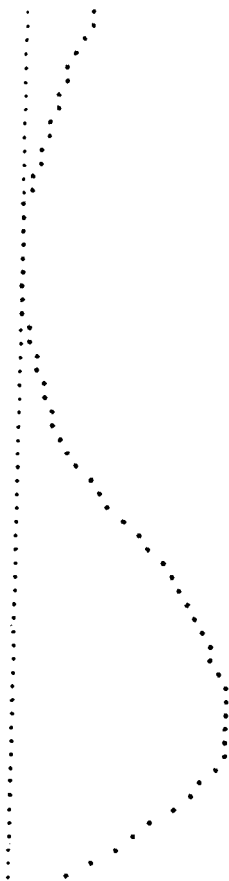

```

- - - - -
1 0 0 0 9 9 0 0 0 0 0 0 0
1 0 2 3 2 7 3 0 0 0 0 0 0
1 6 2 0 0 3 4 2 0 0 0 0 0
1 8 0 0 0 0 5 1 0 0 0 0 0
* 8 2 4 2 0 0 0 0 0 0 0 0
1 1 0 0 7 0 0 0 0 0 0 0
1 0 2 1 3 0 0 0 0 0 0 0
1 4 0 1 2 0 0 0 0 0 0 0
1 0 2 4 0 3 1 0 0 0 0 0
* 0 0 1 6 2 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 1 0 1 1 1 1 2 1 1

```

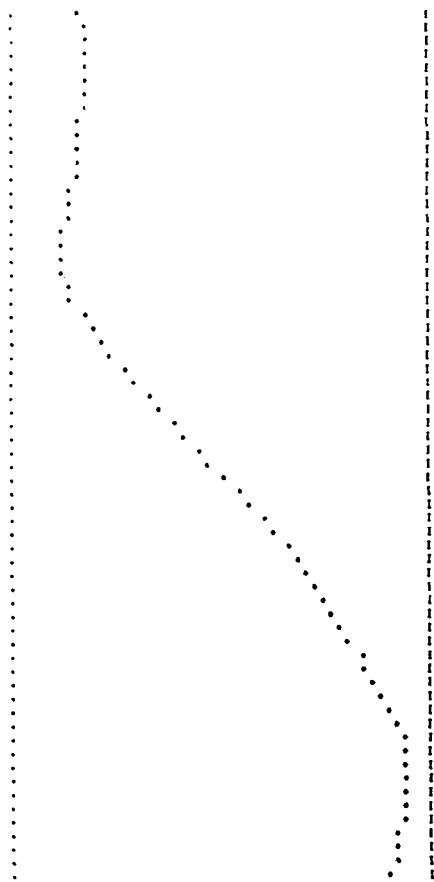
INTERCORRELATIVA 1

TEMPS	INTR.	
C.0000	C.1637	I
C.1167	C.1915	I
C.2333	C.1376	I
C.3500	C.1233	I
C.4667	C.1090	I
0.5834	C.0961	I
C.7000	C.0842	I
C.8167	C.0721	I
0.9334	C.0624	I
1.0500	C.0520	I
1.1667	C.0427	I
1.2834	C.0319	I
1.4000	C.0227	I
1.5167	C.0147	I
1.6334	C.0081	I
1.7501	C.0027	I
1.8667	-C.0015	I
1.9834	-C.0043	I
2.1001	-C.0055	I
2.2167	-C.0050	I
2.3334	-C.0030	I
2.4501	0.0007	I
2.5667	C.0061	I
2.6834	C.0131	I
2.8001	C.0213	I
2.9168	C.0305	I
3.0334	C.0405	I
3.1501	C.0510	I
3.2668	C.0619	I
3.3834	C.0743	I
3.5001	C.0885	I
3.6168	C.1057	I
3.7334	C.1241	I
3.8501	C.1461	I
3.9668	C.1712	I
4.0835	C.1997	I
4.2001	C.2295	I
4.3168	C.2613	I
4.4335	C.2932	I
4.5501	C.3243	I
4.6668	C.3537	I
4.7835	C.3807	I
4.9002	C.4048	I
5.0168	C.4261	I
5.1335	C.4443	I
5.2502	C.4607	I
5.3668	C.4755	I
5.4835	C.4889	I
5.6002	C.5005	I
5.7168	C.5102	I
5.8335	C.5180	I
5.9502	C.5240	I
6.0669	C.5294	I
6.1835	C.5316	I
6.3002	C.5314	I
6.4169	C.4938	I
6.5335	C.4675	I
6.6502	C.4323	I
6.7669	C.3923	I
6.8835	C.3481	I
7.0002	C.3009	I
7.1169	C.2518	I
7.2336	C.2020	I
7.3502	C.1474	I



INTERCORRELATION

TEPPS	INTER.	
0.0000	C.1637	I
0.1167	C.1753	I
C.2333	C.1846	I
0.3500	0.1892	I
C.4667	C.1894	I
0.5834	C.1862	I
C.7000	0.1866	I
0.8167	C.1735	I
0.9334	0.1674	I
1.0500	0.1628	I
1.1667	0.1594	I
1.2834	0.1574	I
1.4000	0.1549	I
1.5167	0.1487	I
1.6334	0.1405	I
1.7501	C.1315	I
1.8667	0.1234	I
1.9834	0.1181	I
2.1001	0.1175	I
2.2167	0.1223	I
2.3334	0.1328	I
2.4501	0.1490	I
2.5667	C.1702	I
2.6834	C.1947	I
2.8001	0.2210	I
2.9168	C.2484	I
3.0334	C.2764	I
3.1501	C.3048	I
3.2668	0.3333	I
3.3834	0.3618	I
3.5001	C.3907	I
3.6168	C.4201	I
3.7334	C.4502	I
3.8501	C.4813	I
3.9668	0.5143	I
4.0835	0.5500	I
4.2001	0.5841	I
4.3168	0.6152	I
4.4335	0.6438	I
4.5501	0.6701	I
4.6668	0.6947	I
4.7835	0.7179	I
4.9002	0.7411	I
5.0168	0.7639	I
5.1335	0.7864	I
5.2502	0.8083	I
5.3668	0.8297	I
5.4835	0.8502	I
5.6002	0.8698	I
5.7168	0.8887	I
5.8335	0.9070	I
5.9502	0.9249	I
6.0669	0.9415	I
6.1835	0.9531	I
6.3002	C.9603	I
6.4169	0.9641	I
6.5335	0.9651	I
6.6502	C.9641	I
6.7669	C.9608	I
6.8835	0.9556	I
7.0002	0.9499	I
7.1169	0.9423	I
7.2336	0.9347	I
7.3502	C.9246	I



FREQ. PHASE PCCULE

0.000	-0.0000	0.340937E	CO I
0.134	-2.5578	0.290896E	CO I
0.268	3.1189	0.149527E	CO I
0.402	2.4520	0.582006E-01	I
0.536	1.7069	0.726528E-01	I
0.670	0.9862	0.578752E-01	I
0.804	0.2590	0.447852E-01	I
0.937	-0.4697	0.413982E-01	I
1.071	-1.2035	0.363620E-01	I
1.205	-1.9392	0.320368E-01	I
1.339	-2.6702	0.294152E-01	I
1.473	2.8784	0.269762E-01	I
1.607	2.1445	0.249659E-01	I
1.741	1.4081	0.232745E-01	I
1.875	0.6739	0.218501E-01	I
2.009	-0.0605	0.206228E-01	I
2.143	-0.7461	0.196046E-01	I
2.277	-1.5316	0.186990E-01	I
2.411	-2.2673	0.179181E-01	I
2.545	-3.0019	0.172420E-01	I
2.678	2.5454	0.166588E-01	I
2.812	1.8097	0.161503E-01	I
2.946	1.0740	0.156999E-01	I
3.080	0.3386	0.153182E-01	I
3.214	-0.3570	0.149868E-01	I
3.348	-1.1330	0.147078E-01	I
3.482	-1.8686	0.144682E-01	I
3.616	2.6044	0.142724E-01	I
3.750	2.9432	0.141171E-01	I
3.884	2.2073	0.139964E-01	I
4.018	1.4716	0.139125E-01	I
4.152	0.7357	0.138606E-01	I

FREQ.	PHASE	MODULE
0.000	-0.0000	0.779477E-02 1*
0.134	-1.1662	0.253002E 00 1
0.268	-1.9351	0.508043E-01 1
0.402	2.8657	0.553379E-01 1
0.536	2.1702	0.962157E-02 1 *
0.670	1.2326	0.377085E-01 1
0.804	0.5924	0.283997E-01 1
0.937	-0.3799	0.226191E-01 1
1.071	-0.9500	0.201997E-01 1
1.205	-1.9644	0.153646E-01 1
1.339	-2.6698	0.131925E-01 1 *
1.473	2.9196	0.117085E-01 1 *
1.607	2.1555	0.109866E-01 1 *
1.741	1.4236	0.994205E-02 1 *
1.875	0.6859	0.916276E-02 1 *
2.009	-0.0289	0.864419E-02 1 *
2.143	-0.7845	0.835727E-02 1 *
2.277	-1.5174	0.782780E-02 1 *
2.411	-2.2532	0.747438E-02 1 *
2.545	-2.9785	0.728571E-02 1 *
2.678	2.5515	0.697044E-02 1 *
2.812	1.8145	0.677633E-02 1 *
2.946	1.0823	0.651878E-02 1 *
3.080	0.3634	0.635925E-02 1 *
3.214	-0.3913	0.618800E-02 1 *
3.348	-1.1295	0.607762E-02 1 *
3.482	-1.8634	0.598125E-02 1 *
3.616	-2.6018	0.591367E-02 1 *
3.750	2.9476	0.583931E-02 1 *
3.884	2.2111	0.577054E-02 1 *
4.018	1.4767	0.573840E-02 1 *
4.152	0.7372	0.570135E-02 1 *

SPECTRE DE L'INTERCORRELATION 1

REQ.	PHASE	MODULE
0.000	-0.0000	0.210610E+00 I
0.134	0.6455	0.128505E+00 I
0.268	1.2884	0.277724E-01 I
0.402	0.9261	0.865491E-02 I
0.536	0.3011	0.839957E-02 I
0.670	0.4064	0.421176E-02 I
0.804	0.4489	0.209623E-02 I
0.937	-1.0647	0.154661E-02 I
1.071	-1.8391	0.128823E-02 I
1.205	-2.6877	0.112161E-02 I
1.339	2.8937	0.105123E-02 I
1.473	2.1787	0.955750E-03 I
1.607	1.5493	0.819577E-03 I
1.741	0.8114	0.711886E-03 I
1.875	0.1541	0.730272E-03 I
2.009	-0.5014	0.655401E-03 I
2.143	-1.2065	0.563106E-03 I
2.277	-1.9408	0.532402E-03 I
2.411	-2.7147	0.512616E-03 I
2.545	2.8778	0.504640E-03 I
2.678	2.1837	0.492239E-03 I
2.812	1.5014	0.478296E-03 I
2.946	0.7929	0.462923E-03 I
3.080	0.0793	0.450295E-03 I
3.214	-0.6045	0.450219E-03 I
3.348	-1.2963	0.427823E-03 I
3.482	-2.0058	0.411531E-03 I
3.616	-2.7492	0.400898E-03 I
3.750	2.8142	0.402818E-03 I
3.884	2.0951	0.408030E-03 I
4.018	1.4051	0.410237E-03 I
4.152	0.7109	0.409807E-03 I

EQ.	PHASE	MOCULE
.000	-0.0000	0.500887E C0 I
.134	0.4593	0.212280E 00 I
.268	0.0732	0.517315E-C1 I
.402	-0.4273	0.404464E-C1 I
.536	-1.2615	0.310692E-01 I
.670	-2.1535	0.224484E-01 I
.804	-2.7511	0.192428E-01 I
.937	2.7605	0.175154E-01 I
.071	2.0202	0.161842E-01 I
.205	1.2719	0.139049E-01 I
.339	0.5167	0.126676E-C1 I
.473	-0.2202	0.114286E-01 I
.607	-0.9621	0.107636E-01 I
.741	-1.6501	0.100823E-01 I
.875	-2.4349	0.945930E-02 I
.009	3.1187	0.887598E-02 I
.143	2.3677	0.840321E-02 I
.277	1.6388	0.804463E-C2 I
.411	0.8984	0.771490E-C2 I
.545	0.1614	0.747677E-02 I
.679	-0.5786	0.715360E-02 I
.812	-1.3183	0.693488E-02 I
.946	-2.0535	0.672340E-02 I
.080	-2.7906	0.650953E-02 I
.214	2.7587	0.644937E-C2 I
.348	2.0182	0.632287E-02 I
.482	1.2840	0.620717E-02 I
.616	0.5420	0.611965E-02 I
.750	-0.1925	0.606744E-02 I
.884	-0.9313	0.601289E-02 I
.018	-1.6676	0.598821E-02 I
.152	-2.4049	0.594087E-C2 I

252

1185YS

DUREE DL TRAVAIL 04222 HEURES

LISTE DES SYMBOLESIère partie .

x (t)	fonction aléatoire du temps t
x' (t)	valeur ou réalisation de la fonction aléatoire
x'	partie purement aléatoire
\bar{x}	moyenne aléatoire
$p(x, t)$	densité de probabilité
X^*	mesure d'un phénomène aléatoire
x^*	terme complémentaire de la mesure X^*
$\Delta V, \Delta t$	échelle d'observation au point P et au temps t
f_c, \mathcal{F}	équation de continuité
ρ, P	densité numérique des particules
γ, Γ	masse ou énergie de chaque particule
v, V	vitesse macroscopique des particules
s, S	fonction source ou puits
\mathbf{F}	force
$\Delta S, d\sigma$	élément de surface
μ, M	coefficient de viscosité
p, P	pression
n, n	forces extérieures
\mathbf{j}	dérivée totale de la vitesse
$F(x_1)$	fonction de répartition
π	surface de probabilité
$\rho_{x_1 x_2}$	coefficient de corrélation
σ_1	écart type

$R(t_1, \dots, t_n)$	fonction ressemblance
J, J*	Inconnexe
K, K*	fonction connaissance
P	fonction prévisibilité
Π	coefficient de prévisibilité
$f(t_i)$	fonction prévision
C_n, C_n^*	termes de Fourier
$V(x, y, z, t)$	champ tridimensionnel de vecteurs fonction du temps
c	vitesse de la lumière
F	trajectoire du phénomène aléatoire

II PARTIE

x	chemin du vent
\dot{x}	vitesse
$\dot{\phi}$	vitesse de rotation
I	moment d'inertie
M	masse d'air
ρ	masse spécifique
p	pression
T	température
U	humidité
l	distance mesurée
x_0	longueur de réponse
$\dot{n}, \dot{e}, \dot{z}$	vitesse des 3 composantes cartésiennes du vecteur vent
v	module du vecteur vent
u	tension

c	nombre d'impulsions
N, E, Z	coordonnées spatiales
μ	variance
f_{\min}	fréquence minimum
$S_x, S_{x,y}$	spectre de fréquence
ν_0	fréquence de coupure

REMERCIEMENTS

J'exprime ici ma très vive reconnaissance au Dr. F. Baatar, professeur à la chaire de la mécanique de la turbulence de l'E. P. F. L., qui a dirigé le présent travail.

Ma gratitude va également au Dr. A. Junod, chef du service de la protection de l'air de l'Institut Suisse de Météorologie, pour l'aide reçue lors de l'expérience de la mesure d'un jet.

Mes remerciements à M. P. Santchi, directeur du Centre de calcul de l'E. P. F. L. grâce à qui le traitement des mesures a pu être effectué, au Professeur A. Roch et à tous ceux qui de près ou de loin ont contribué au présent travail.

Celui-ci a pu être réalisé grâce à l'appui de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, de l'Institut suisse de météorologie à Zurich, des Commissions fédérales de l'hygiène de l'air, de météorologie et de l'encouragement aux recherches scientifiques.

TABLE DES FIGURES

<u>Fig.</u>	<u>Page</u>	
1	10	tension sinusoidale réelle
2	12	Intégrale au sens de Lebesgue
3	21	définition du coefficient de viscosité
4	29	réalisations probables (cas à 1 dimension)
5	34	espace aléatoire
6	39	espace aléatoire au présent
7	41	autocorrélation
8	44	fonction prévisibilité
9	46) Tableau de fonctions
10	47	
11	49	fonction stationnaire
12	55	prévision dans un champ de vecteurs
13	57	densité de probabilité d'une fonction aléatoire
14	57	distribution de probabilité à 2 dimensions
15	59	trajectoire d'un phénomène physique

PARTIE II

16	68	réponse de l'hélice
17	68	accélération de l'hélice
18	70	appareillage de mesure
19	71	exemple d'enregistrement
20	72	prétraitement des données
21	75	réponse d'une hélice NEZ

<u>Fig.</u>	<u>page</u>	
22	77	mesure du couple de frottement
23	81	dispositif de mesure
24	84	chemin du vent
25	85	réponse d'une hélice
26	88	schéma de l'appareillage
27	92	tableau du champ des vecteurs vitesse moyenne
28	93	" " " "
29	94	vitesse longitudinale du jet à l'orifice
30	95	vitesse de rotation " " " "
31	96	" d'expansion " " " "
32	102	calcul de la vitesse vraie.
33	104	calcul dans un changement de signe
34	106	échantillonnage
35	111	distribution
36	121	tableau : calcul de m
37	122	étalonnage de l'anémomètre à fil chaud
38	131	limite du jet
39	136	distribution de E à 15 m , dans l'axe
40	137	autocorrélation de E à 15 m , dans l'axe
41	138	spectre de E " " " "
42	140	vitesse fonction du temps
43	141	distribution de l'accélération de E, à 15 m dans l'axe
44	143	autocorrélation " " " " "
45	144	spectre de l'accélération " " " "
46	145	distribution de N, à 15 m et 2 m de l'axe

<u>Fig.</u>	<u>page</u>	
47	146	distribution de E, à 15 m et 2 m de l'axe
48	148	autocorrélation de N et E à 15 m et 2 m de l'axe
49	149	intercorrélation de N et E, à 15 m et 2 m de l'axe
50	150	spectre de N " " "
51	151	spectre de E " " "
52	152	spectre croisé n° 1 de N et E " " "
53	153	" " n° 2 " " " " "
54	155	distribution de E (mesure fine)
55	156	distribution du module (fil chaud)
56	157	autocorrélations de E et du module
57	160	intercorrélations de E et du module
58	161	spectre de E (mesure fine)
59	162	spectre du module (fil chaud)
60	163	spectre croisé n° 1 de E et du module

CURRICULUM VITAE

- RAVUSSIN Pierre Emile Charles, né le 24 novembre 1938 à Lausanne,
originaire de Baulmes (Vaud)
- 1945-1956 Ecoles primaires et secondaires à Lausanne
- 1956-1958 Gymnase cantonal Lausanne
- 1958 Baccalauréat ès sciences
- 1958 Maturité type C
- 1959-1964 Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne, section
physique
- 1965 Diplôme d'ingénieur physicien
- 1965 Codirecteur au bureau d'ingénieurs Alcyon Electronique et
Physique à Lausanne
- 1966 Cours de technologie des expériences spatiales au Centre
National d'Etudes spatiales à Bretigny sur Orge (France)
- Dès 1967 Conseiller scientifique au Groupe de Travail EPUL-ISM
- Dès 1969 Directeur de Recherches à la SA Alcyon à Renens.

PUBLICATIONS

Système anémométrique NEZ. Publication n° 100 de l'EPUL 1966

Un nouveau système de mesure du vent, Interavia n° 7, 1968

Propriété des lasers, Revue Technique européenne n° 271, 1970

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

- 1) Werner Heisenberg : La nature dans la physique contemporaine
- 2) Evry Schatzman : Astronomie
Encyclopédie de la pléiade
- 3) François Baatard : Structure générale d'une mécanique de la diffusion,
(thèse) - Multi-Office, Lausanne, 1963
- 4) G. Dedebant et Ph. Wehrlé :
Mécanique aléatoire
Portugaliae Physica 1945
- 5) A. J. Favre The Equations of compressible Turbulent gazes
Institut de Mécanique statistique de la turbulence
Marseille 1965
- 6) G. Dedebant : Essai d'une axiomatique aléatoire
- Publicaciones de la Facultad de Ciencias fisico-
matematicas, La Plata 1948.
- 7) G. Dedebant : Sobre la prevision estadistica del tiempo.
- Serie Meteorologica N° 7
Buenos Aires 1951
- 8) J. Stern, J. de Barbeyrac, R. Poggi :
Méthodes pratiques d'étude des fonctions aléa-
toires.
- 9) EPUL Cours de programmation FORTRAN
Multi-Office 1968.

TABLE DES MATIERES

pages

3		Sommaire
4		<u>1e partie</u>
5	<u>Chapitre I</u>	Avant propos
	§ 1	Introduction
6	§ 2	Mysticisme, déterminisme et quantification
9	<u>Chapitre II</u>	Mesure
	§ 1	Introduction
	§ 2	Définitions
12	§ 3	Mesure
15	<u>Chapitre III</u>	Equations semi rationnelles
	§ 1	Equations différentielles d'un phénomène physique
	§ 2	Transformation d'un système déterministe en un système semi aléatoire
18	<u>Chapitre IV</u>	Equations semi aléatoires de l'hydrodynamique
	§ 1	Introduction
19	§ 2	Equation de continuité
21	§ 3	Viscosité
22	§ 4	Equation d'Euler
25	§ 5	Méthode de Mesure
27	<u>Chapitre V</u>	Espace probable
	§ 1	Définitions
28	§ 2	Réalizations probables
30	§ 3	Cas à une dimension

33	<u>Chapitre VI</u>	Espace aléatoire
	§ 1	Introduction
	§ 2	Vecteur aléatoire
35	§ 3	Algèbre aléatoire
36	§ 4	Espace vectoriel aléatoire correspondant à une fonction aléatoire
38	<u>Chapitre VII</u>	Prévisibilité d'une fonction aléatoire
	§ 1	Fonction ressemblance par rapport au présent
42	§ 2	Inconnexe d'une fonction aléatoire
	§ 3	Fonction connaissance
43	§ 4	Fonction prévisibilité
44	§ 5	Coefficient de prévisibilité
45	§ 6	Fonction dissipative, longueur de mélange
48	§ 7	Modèle de Markow
	§ 8	Applications numériques
49	<u>Chapitre VIII</u>	Prévision d'une fonction aléatoire
	§ 1	Prévision d'une fonction quasi stationnaire
50	§ 2	Prévision d'une fonction aléatoire quelconque
53	<u>Chapitre IX</u>	Prévision dans un champ aléatoire tridimensionnel de vecteurs-fonction du temps
	§ 1	Introduction
55	§ 2	Moments dans un champ aléatoire de vecteurs
57	§ 3	Densité de probabilité dans l'espace temps aléatoire
58	§ 4	Trajectoire d'un phénomène physique

pages

64	<u>Ile partie</u>	
	Mesures dans un champ aléatoire de vecteurs	
	<u>Chapitre I</u>	Dimensionnement et propriétés d'un capteur digital à hélice de chemin du vent
	§ 1	Introduction
	§ 2	Chemin du vent
65	§ 3	Propriétés du capteur
67	§ 4	Dynamique du mouvement de l'hélice
70	<u>Chapitre II</u>	Vérification expérimentale
	§ 1	Principe
	§ 2	Méthode
73	§ 3	Dépouillement simplifié
	§ 4	Vérification de la valeur de x_0
77	§ 5	Mesures annexes : couple de frottement et couple d'entrafnement
78	§ 6	Seuil du capteur
79	<u>Chapitre III</u>	Mesure d'un jet
	§ 1	Introduction
80	§ 2	Mesures
82	<u>Chapitre IV</u>	Propriété du capteur NEZ
	§ 1	Hélice
	§ 2	Erreurs de mesure dues au capteur NEZ
87	<u>Chapitre V</u>	Propriété du capteur à fil chaud
	§ 1	Réponse du capteur
89	<u>Chapitre VI</u>	Champ de vecteurs vitesse moyenne vraie
	§ 1	Principe de la mesure

pages

89	§ 2	Détermination du temps de mesure Δt
97	§ 3	Résultats
99	<u>Chapitre VII</u>	Champ de vecteurs vitesse instantannée
	§ 1	Principe de mesure
	§ 2	Structure fine du jet
100	§ 3	Quantité d'information
101	<u>Chapitre VIII</u>	Prétraitement de l'information
	§ 1	Données
	§ 2	Prétraitement des informations
108	<u>Chapitre IX</u>	Traitement des informations
109	§ 1	Données
	§ 2	Moment du 1er ordre
	§ 3	Moment du 2e ordre
	§ 4	Variance
	§ 5	Ecart type
	§ 6	Distribution ou densité de probabilité
111	§ 7	Densité de probabilité composée
112	§ 8	Fonction d'autocorrélation
	§ 9	Fonction d'intercorrélacion
	§ 10	Spectre de fréquence
113	§ 11	Spectre couplé de fréquence
115	<u>Chapitre X</u>	Traitement des données de la mesure d'un jet
	§ 1	Composante axiale du vent prise dans l'axe du jet, à 15 m.
116	§ 2	Composantes axiales et latérales du vent, prises au point E = 15 m N = 2 m

pages

119	<u>Chapitre XI</u>	Comparaison entre l'anémomètre cartésien NEZ et un anémomètre à fil chaud
	§ 1	Etalonnage
120	§ 2	Calcul de la corrélation
124	§ 3	Prétraitement des informations de l'anémomètre cartésien
	§ 4	Prétraitement des informations de l'anémomètre à fil chaud
125	§ 5	Résumé du prétraitement
	§ 6	Comparaison entre l'anémomètre cartésien et l'anémomètre à fil chaud faite au point $N = 2$ m et $E = 15$ m
128	<u>Chapitre XII</u>	Traitement des données sur ordinateur
129	<u>Chapitre XIII</u>	Dépouillement des résultats
	§ 1	Remarques préliminaires
130	<u>Chapitre XIV</u>	Structure du jet à l'orifice
	§ 1	Vitesse longitudinale
	§ 2	Vitesse d'expansion
131	§ 3	Vitesse de rotation
	§ 4	Conclusion
133	<u>Chapitre XV</u>	Champ des vecteurs vitesse moyenne
	§ 1	Résultats
	§ 2	Calculs théoriques
135	<u>Chapitre XVI</u>	Champ de vecteurs vitesse instantanée
	§ 1	Mesures à 15 m, dans l'axe du jet
147	§ 2	Mesures à 15 m, à 2 m de l'axe du jet
158	§ 3	Comparaison entre l'anémomètre à fil chaud et l'anémomètre cartésien NEZ
164	§ 4	Conclusion
166	Annexe 1	Mode d'emplois du programme MECAL 1

pages

168	Annexe 2	Description du programme MECAL 1
177	Annexe 3	Description du sous programme PRELIM
185	Annexe 4	Description du sous programme ECHANT
191	Annexe 5	Description du sous programme DISTRI
197	Annexe 6	Description du sous programme WORKF
206	Annexe 7	Description du sous-programme WORKFF
213	Annexe 8	Description du sous programme FFT2
222	Annexe 9	MECAL 1
236	Annexe 10	Listage des données
237	Annexe 11	Calculs
253		Liste des symboles
256		Remerciements
257		Table des figures
260		Curriculum Vitae
261		Publications
262		Bibliographie
263		Table des matières

