

# Contact élastoplastique : équations intégrales accélérées par une approche Fourier

Lucas Frérot<sup>1</sup>, Marc Bonnet<sup>2</sup>, Jean-François Molinari<sup>1</sup>, Guillaume Anciaux<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Simulation en Mécanique des Solides, Institut de Génie Civil, EPFL  
<sup>2</sup>Propagation des ondes, Étude Mathématique et Simulation, UMA, ENSTA-Paristech



## Portée scientifique

Lors du contact de surface rugueuses, la véritable aire de contact n'est qu'une fraction de l'aire de contact apparente. Plusieurs méthodes numériques permettent la modélisation du contact entre des solides élastiques dotés de surface autosimilaires (rugosité fractale). Cependant, la force de contact étant transmise par sur une aire faible, des concentrations de contraintes donnent lieu à des **déformations plastiques**. Les résultats obtenus par méthode numérique supposant l'élasticité (p. ex. intégrales de frontière) ne sont donc **pas représentatifs** du comportement de l'interface de contact.

Nous présentons une méthode efficace pour le traitement des problèmes de **contact élastoplastique** entre surfaces rugueuses, capable de satisfaire les tailles de discrétisation requises pour les surfaces autosimilaires.

## Méthode: équations intégrales (volume et frontière)

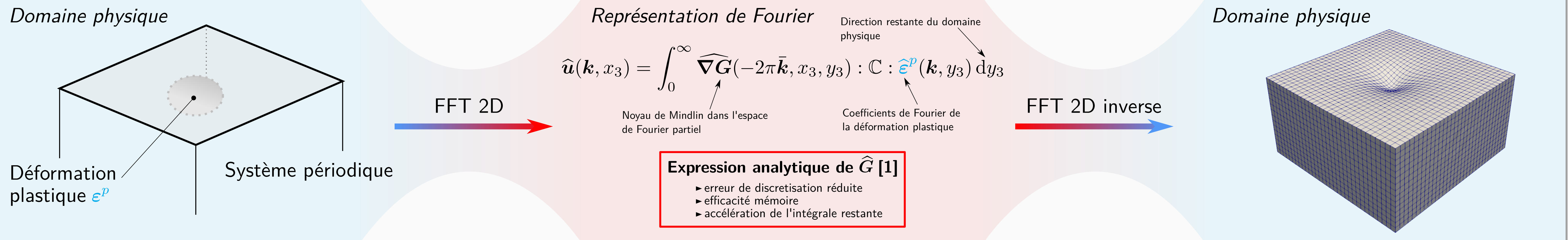
Surface de contact  $u(x) = \int_S \mathbf{B}^T(x-y) \cdot t(y) dy := \mathcal{M}[t]$   
 Noyau de Boussinesq-Cerruti

Zone plastique potentielle

$u(x) = \int_V \nabla \mathbf{G}(x,y) : \mathbb{C} : \epsilon^p(y) dy := \mathcal{N}[\epsilon^p]$   
 Noyau de Mindlin

Représentation exacte du :  
 ► solide semi-infini  
 ► comportement élastique

## Opérateurs intégraux périodiques ( $\mathcal{M}, \mathcal{N}$ )



## Résolution du contact

Contact comme problème de minimisation de l'énergie potentielle sur la surface :

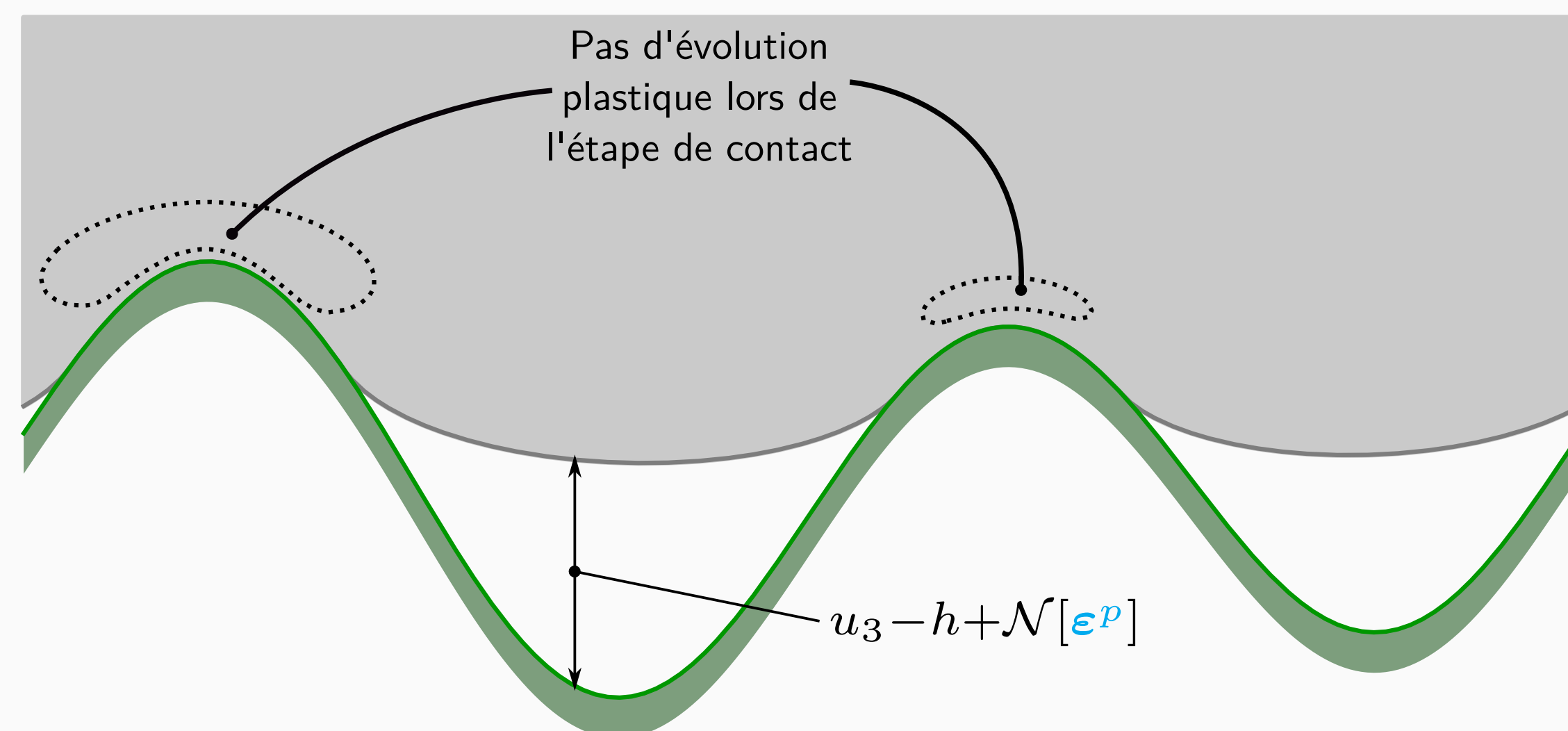
$$\inf_{u_3 - h + \mathcal{N}[\epsilon^p] \geq 0} \left\{ \frac{1}{2} \int_S \mathbf{T}[u] \cdot u dS \right\}$$

Surface rugueuse

Tractions sur surface pour un déplacement donné

Déplacement résiduel plastique

Résolution par gradient conjugué modifié [3]. Utilisation des **opérateurs intégraux** accélérés par approche Fourier.



Couplage par point fixe [2]

## Résolution de la plasticité

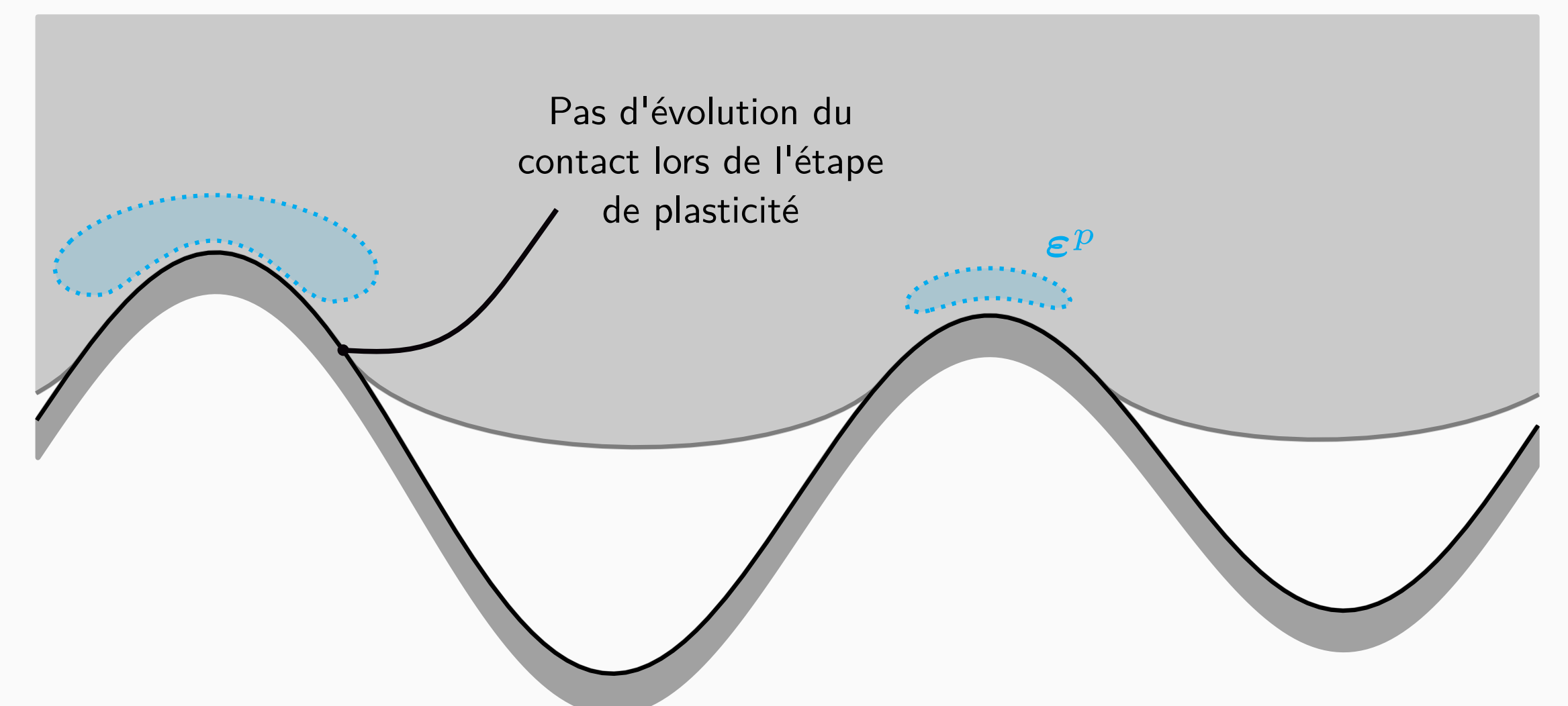
Trouver l'incrément de déformation globale satisfaisant la relation implicite suivante :

$$\Delta \epsilon = \underbrace{\nabla^{\text{sym}} \mathcal{M}[\Delta t]}_{\text{Incrément des tractions de contact}} + \underbrace{\nabla^{\text{sym}} \mathcal{N}[\Delta \epsilon^p(\Delta \epsilon)]}_{\text{Déformation due à la plasticité}}$$

Déformation due aux tractions de contact

Incrément de déformation plastique (retour radial)

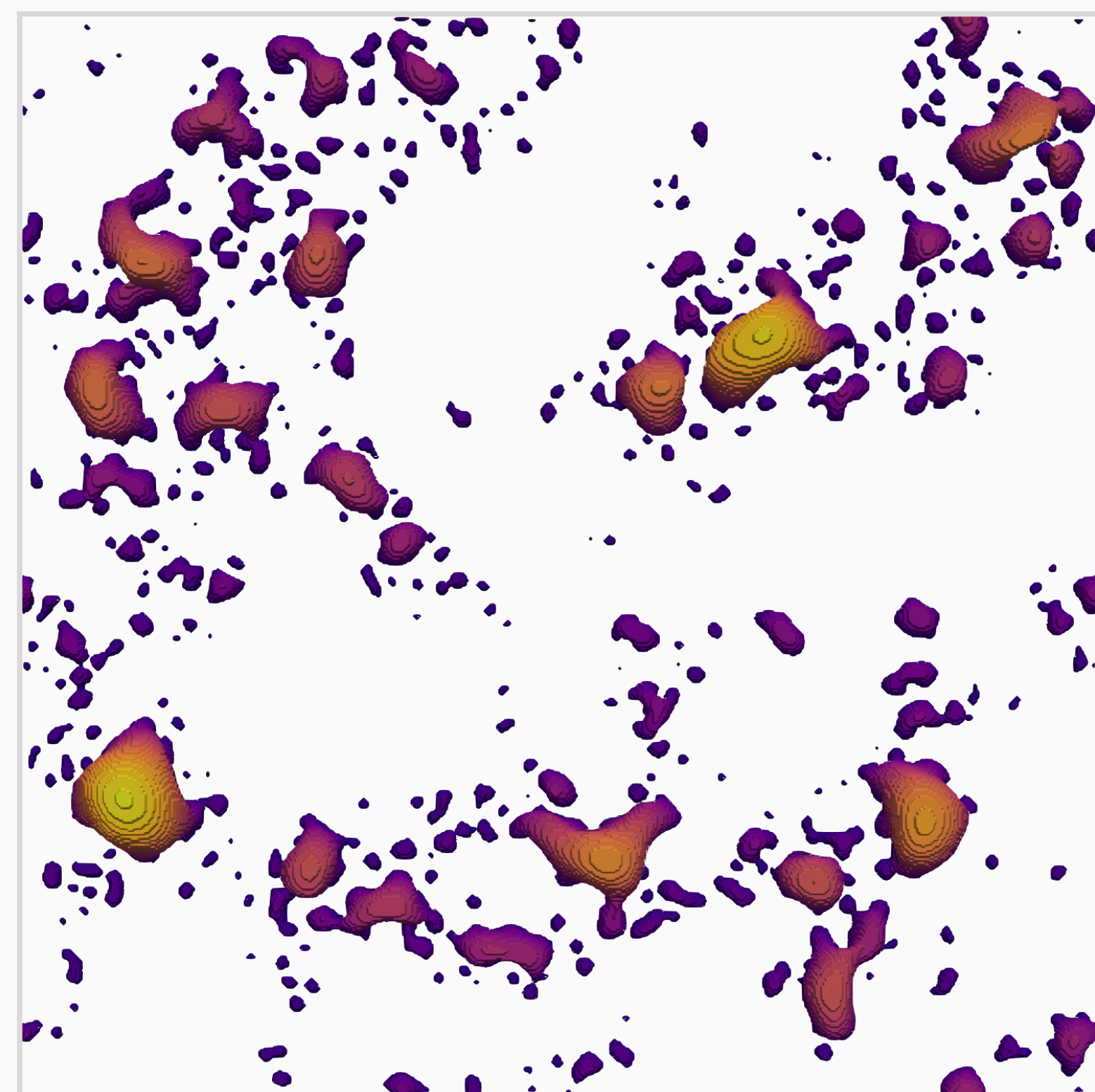
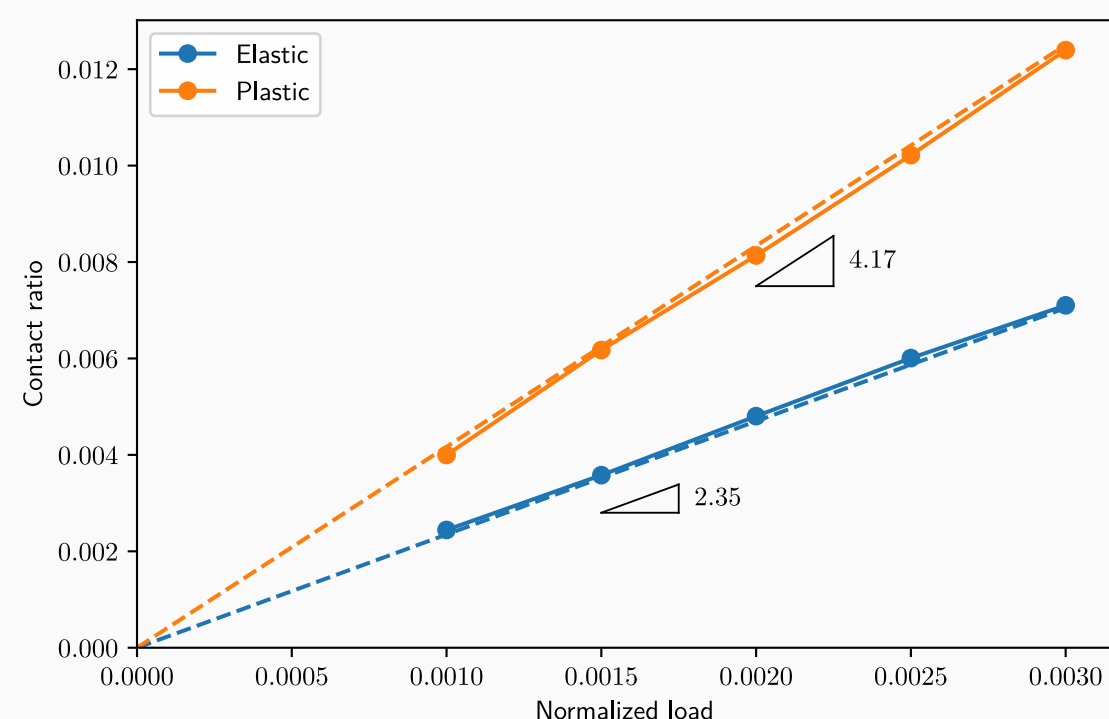
Root-finding de l'équation non-linéaire par une approche *jacobian-free* [4]. Utilisation des **opérateurs intégraux** définis ci-dessus.



## Contact élastoplastique de surfaces rugueuses

Notre méthode permet un traitement efficace de la plasticité en contact rugueux (+100M ddl. sur un CPU), autorisant l'analyse détaillée des volumes plastiques.

La plasticité a une influence fondamentale sur le contact, avec des conséquences sur le frottement et l'usure.



## Conclusions

Les simulations élastiques ne peuvent caractériser un comportement réaliste d'une interface de contact. Nous présentons ici une méthode taillée pour la simulation de contact de solides élastoplastiques à surfaces rugueuses et qui possède les propriétés suivantes :

- formulation par opérateurs intégraux: représentation exacte sur solide semi-infini à comportement élastique
- discrétisation limitée aux zones potentiellement plastiques
- noyaux des opérateurs formulés directement dans l'espace de Fourier: accélération du calcul des intégrales et réduction du coût mémoire

Combinés avec un schéma de résolution par point fixe, les opérateurs intégraux décrits ici permettent des simulations de contact élastoplastique à grande échelle, permettant une investigation plus représentative des phénomènes tribologiques où la plasticité joue un rôle majeur (p.ex. frottement et usure).

## Références

- [1] Frérot, L., Bonnet, M., Molinari, J.-F. & Anciaux, G. A Fourier-accelerated volume integral method for elastoplastic contact. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 351, 951–976 (2019).
- [2] Jacq, C., Nélias, D., Lormand, G. & Girodin, D. Development of a Three-Dimensional Semi-Analytical Elastic-Plastic Contact Code. *Journal of Tribology* 124, 653 (2002).
- [3] Polonsky, I. A. & Keer, L. M. A numerical method for solving rough contact problems based on the multi-level multi-summation and conjugate gradient techniques. *Wear* 231, 206–219 (1999).
- [4] La Cruz, W., Martínez, J. & Raydan, M. Spectral residual method without gradient information for solving large-scale nonlinear systems of equations. *Math. Comp.* 75, 1429–1448 (2006).

