

Masse oscillante idéale ; CQFD

Théorie semi-empirique de la vitesse de remontage au Cyclotest

Olivier Laesser

Vaucher Manufacture Fleurier ; Chemin du Righi 2 ; CH-2114 Fleurier

Instant-lab, IMT, EPFL ; Rue A.-L. Breguet 2 ; CH-2000 Neuchâtel

Résumé

Dans les années 60, H. Kocher démontre que l'appareil Cyclotest accélère le remontage d'un système automatique d'un facteur parfaitement bien défini et précis par rapport à un porter réel. Ensuite, dans les années 70, A. Hoffmann s'attelle à la détermination des durées de remontage au Cyclotest par simulation numérique. Il obtient des correspondances avec la pratique qui de son propre aveu ne sont "pas bonnes."

Le but de cette étude est de fournir des résultats numériques compatibles avec la pratique. Partant des résultats de Kocher et appliquant des moyens de calculs actuels, nous avons déterminé pour différents systèmes automatiques des vitesses de remontage au Cyclotest. Notre approche heuristique a permis de formuler la vitesse de remontage par une expression simple; elle voit disparaître les diverses propriétés des systèmes automatiques pour ne prendre en compte que l'angle de freinage de la masse. En utilisant cette formule et connaissant les principes généraux d'un remontoir automatique, nous avons déterminé les conditions dans lesquelles une masse donnée est la plus efficace et posé des principes de construction qui permettent de dimensionner idéalement une masse oscillante sur la seule base de la puissance à la roue des secondes. Nous avons ensuite confirmé les résultats de notre théorie semi-empirique de vitesse de remontage au Cyclotest par des résultats pratiques.

Abstract

In the 1960's, H. Kocher showed that the Cyclotest machine speeds up automatic winding by a well-defined and precise factor as compared to automatic winding by a wearer. In the 1970's, A. Hoffman studied Cyclotest winding time by numerical simulation and the results compared to practical reality were, in his own words, "not good."

Our goal in this study was to provide improved numerical simulation consistent with practice. Starting with Kocher's results and using current computational means, we determined Cyclotest winding speed for different automatic mechanisms and adopted a heuristic approach to obtain a simple formula for winding speed in terms of mass breaking angle alone, where terms corresponding to specific mechanisms dropped out. Using this formula and the general principles of automatic winding, we determined conditions for a given mass to be most efficient which in turn allowed us to give construction principles for the oscillating mass based only on power at the seconds wheel. We then confirmed our semi-empirical theory of Cyclotest automatic winding speed with some practical results.

Introduction

La course à l'autonomie des montres mécaniques débute à la fin du XVIIIème siècle avec Hubert Sarton et Abraham Louis Perrelet. Selon J. Florès¹, ce serait à Hubert Sarton que l'on doit le premier remontoir automatique efficace qu'il aurait présenté en 1778 à l'académie royale des sciences de Paris. C'est en tout cas à quelques adaptations près sa solution qui est retenue à partir du XXème siècle dans les montres-bracelet actuelles.

Si le principe général du remontoir automatique à rotor n'évolue que peu depuis H. Sarton, son efficacité va en s'accroissant pour devenir en lieu et place d'une assistance au remontage aidant à prolonger la réserve de marche, un organe donnant à une montre portée une autonomie pour ainsi dire perpétuelle.

En plus de leur fonction première de maintenir un mouvement perpétuellement en marche, les remontoirs

automatiques ont l'avantage de recharger constamment le barillet. Le mouvement travail ainsi à une amplitude élevée et stable ce qui a pour effet d'améliorer sa marche. On peut mentionner un troisième avantage pour les mouvements automatiques étanches : Le porteur n'a pas à actionner constamment la couronne pour remonter le barillet manuellement. Le risque d'échange d'humidité entre l'extérieur et l'intérieur de la boîte de montre par la tige s'en trouve ainsi limité.

Remontage au porter réel

Le système automatique permet de transformer l'énergie qui lui est fournie par l'activité du porteur de la montre en énergie en quantité suffisante pour compenser d'un part l'énergie consommée par le mouvement en fonctionnement lors du porter, mais également pour entretenir le fonctionnement lors d'un dépôt nocturne de la montre ou lors de périodes de baisse d'activité du porteur. Cette aptitude de l'automatique à maintenir perpétuellement le fonctionnement de la montre est en général exprimée par ce qu'on appelle une vitesse d'armage au porter. Cette

¹ www.ancienne-horlogerie.com.

grandeur est une vitesse en ce sens qu'elle traduit le nombre d'heures de réserve de marche généré par heure de porter.

Imaginons un porteur qui prend sa montre à la limite de l'arrêt. Il la porte pendant une durée donnée puis la dépose pour déterminer la réserve de marche qui reste dans le mouvement après dépôt. La montre se sera déjà désarmée pendant la durée du porter. La réserve de marche générée par l'activité du porteur sera donc la durée du porter et la réserve en dépôt. Notons T la durée du porter en heures et R la réserve au repos en heures. La vitesse

$$V = \frac{R+T}{T} \quad (1)$$

donne alors la réserve générée par heure de porter ou vitesse de remontage. S'agissant d'un rapport d'heures générées par heure de porter, la vitesse de remontage est sans unité.

Si l'on connaissait un porteur type représentatif de tout ce qui se trouvera comme porteurs particulièrement calme, alors la caractérisation de l'efficacité d'un automatique se résumerait à lui faire porter la montre pendant 12h puis à vérifier qu'elle ne se désarme pas entièrement pendant les 12 heures suivantes. La vitesse de remontage serait alors de 24h générées par 12h de porter, soit de 2, et serait suffisante pour assurer une autonomie perpétuelle pour tout porteur calme et à fortiori pour tout porteur. C'est sans compter sur la diversité des comportements d'un porteur à l'autre et pour un même porteur, d'un jour à l'autre. Lors d'essais au porter réel, on observe facilement des vitesses de remontage allant du simple au triple d'un porteur à l'autre et d'une activité à l'autre.

Remontage au Cyclotest

Le porteur calme type ne peut pas exister en tant qu'individu puisqu'il n'existe pas d'âge type, ni de taille type, encore moins de comportement type et certainement pas de sexe type. Pour pallier ce manque, H. Kocher choisit un calibre dont les retours de marché dus à un arrêt pour cause d'insuffisance du remontage automatique sont raisonnablement bas, disons 5%. Le système automatique d'un tel calibre peut être alors considéré comme étant à la limite de l'inefficacité, c'est-à-dire que son remontage automatique est de vitesse de remontage égale à 2 pour un porteur calme. Le porteur calme devient ainsi la limite statistique en dessous de laquelle les porteurs retourneront leur mouvement de vitesse de remontage de 2 pour cause d'inefficacité de l'automatique.

H. Kocher a ainsi à disposition un calibre de vitesse de remontage de 2. Il ne lui reste plus qu'à trouver une représentation de porteur calme, ce qu'il fait en choisissant le Cyclotest.

Il convient de rappeler quelques traits caractéristiques du Cyclotest. Il s'agit d'un appareil doté de 6 broches disposées en étoile autour d'un moyeu comme illustré en Fig. 1. Le moyeu tourne à 4 tours par minute dans le sens horaire si on regarde le Cyclotest de face. Cela revient à une vitesse angulaire de

$$\omega_M = -2\pi \cdot 4 \text{ rad / s.}$$

Chaque broche tourne à son tour sur elle-même à une vitesse qui lui est imposée par une roue de 56 dents solidaire du moyeu, travaillant avec des pignons de 13 dents solidaires des broches. La vitesse angulaire des broches est ainsi de

$$\omega_b = 2\pi \cdot 4 \cdot \frac{56}{13} \text{ rad / s.}$$

Déterminons maintenant la durée nécessaire au Cyclotest pour revenir dans une même position. Le moyeu revient à sa position initiale toute les 15 secondes. Les broches ont alors parcouru $56/13^{\text{ème}}$ de tour. Il faut donc une durée de

$$T_c = 15 \cdot 13 = 195 \text{ s}$$

au Cyclotest pour revenir à son point de départ, soit 13 tours de moyeu et 56 tours de broche.

Pour un automatique à remontage bidirectionnel, c'est-à-dire dont la masse remonte dans ses deux sens de rotation, Hans Kocher obtient une multiplication d'un facteur $\alpha = 5.616$ entre une réserve générée par heure de Cyclotest et une réserve générée par heure de porter réel pour un porteur calme. Si l'on en croit les abaques répandus dans l'industrie horlogère, un système ne remontant que dans un sens de rotation, ou système unidirectionnel est accéléré environ deux fois moins qu'un système bidirectionnel.

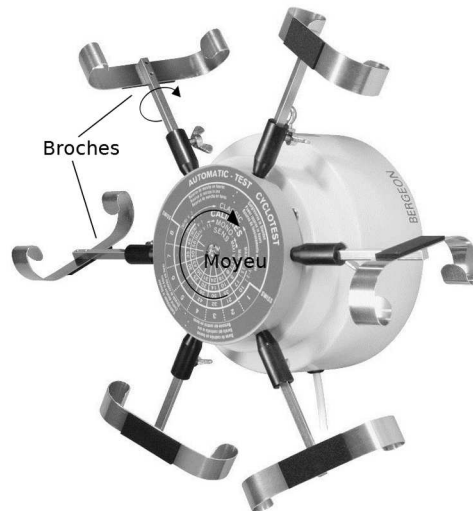


Fig. 1. Appareil à remonter les montres Cyclotest. © Bergeon.

Pour déterminer la vitesse de remontage au Cyclotest, on fixe les mouvements désarmés sur les broches. Pour quelques bonnes raisons de précision de mesures, on préférera conditionner les mouvements de manière à ce qu'ils soient arrêtés durant le remontage au Cyclotest en bloquant le balancier par un stop-seconde quelconque. L'appareil est alors mis en route pour une durée donnée. Les mouvements sont ensuite sortis de l'appareil et remis en marche et libérant le balancier du stop-seconde. On relève alors une réserve générée qui nous permet de déterminer la vitesse de remontage au porter réel d'un porteur calme pour un automatique unidirectionnel

$$V = \frac{R}{2.8 \cdot T}, \quad (2)$$

où R est la réserve générée en heures et T , la durée de remontage au Cyclotest en heures. La condition de fonctionnement perpétuelle pour porteur calme revient à imposer une vitesse de remontage $V \geq 2$ et on a coutume de fixer également une borne supérieure en $V \leq 3.5$, borne préservant les montres au porter d'usures prématurées.

Il nous reste un dernier détail avant de poursuivre vers la détermination de la vitesse de remontage, c'est celui du positionnement correct des montres sur le Cyclotest. Chaque montre doit impérativement être positionnée de manière à ce que le plan de rotation de la masse soit parallèle à l'axe de la broche sur laquelle le mouvement est posé sans quoi la masse sera soumise à des sollicitations ne traduisant certainement pas un comportement accéléré de porteur calme.

Poids de la masse

Un rotor d'automatique est constitué d'une masse oscillante tournant autour d'un axe de rotation. Le centre de gravité de la masse oscillante est excentré par rapport à son axe de rotation de manière à ce qu'à chaque changement de position du mouvement, elle ait tendance sous l'effet de la gravité à pendre à son axe. Si le mouvement est positionné

verticalement, alors la masse oscillante tirera de tout son poids vers le bas. Si au contraire le mouvement est en position horizontale, alors la gravité terrestre n'aura plus aucun effet sur les mouvements de rotation de la masse oscillante. Les mouvements du Cyclotest auront pour effet de soumettre la masse oscillante à ces deux situations et par continuité, à toutes les situations intermédiaires.

Plus formellement, la gravité perçue par la masse oscillante est la projection de la gravité terrestre sur le plan de rotation de la masse oscillante. Dans le cas du Cyclotest, la détermination de la gravité perçue ne pose pas de problèmes particuliers s'agissant de déterminer la projection d'un vecteur \mathbf{g} constant sur un plan accompagnant les mouvements d'une broche du Cyclotest.

Les positions angulaires α, β du moyeu, respectivement des broches sont données par

$$\alpha = \alpha_0 + \omega_M \cdot t, \quad \beta = \beta_0 + \omega_B \cdot t.$$

Plaçons maintenant un mouvement sur une broche du Cyclotest et rattachons-y un référentiel donné par deux vecteurs unitaires et orthogonaux $\mathbf{e}_9, \mathbf{e}_{12}$, orientés en direction des indexes 9H et 12H du cadran. Suite à quelques opérations géométriques de base, on obtient les composantes selon $\mathbf{e}_9, \mathbf{e}_{12}$ de la gravité terrestre

$$g_9 = g \cos \alpha \cdot \sin \beta, \quad g_{12} = -g \sin \alpha,$$

où $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$ est l'accélération de la pesanteur terrestre. On préférera la projection de la gravité sous la forme de sa norme et de son orientation. La norme de la gravité terrestre projetée sur le cadran prend la forme

$$g_c(t) = \sqrt{g_9^2 + g_{12}^2} \quad (3)$$

et on obtient encore son orientation par son angle γ avec le vecteur \mathbf{e}_9 , tel que

$$\sin \gamma = \frac{g_{12}}{g_c}, \quad \cos \gamma = \frac{g_9}{g_c}. \quad (4)$$

La norme et l'orientation de la gravité sont données en Fig. 2 et Fig. 3 pour une durée de 60s. La norme de la gravité s'approche régulièrement de 0 mais reste essentiellement non nulle.

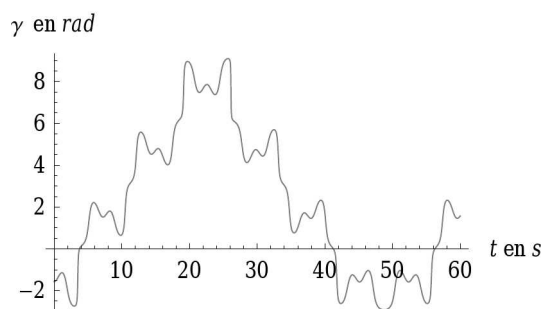


Fig. 2. Direction de la gravité terrestre perçue par la masse du rotor.

A. Hoffmann se pose la question dans [4] de savoir s'il y a lieu de prendre en compte la force centripète due au décentrage des mouvements par rapport au moyeu, force qui aurait tendance à attirer les masses vers l'extérieur d'autant plus vivement que les montres sont positionnées à l'extrémité des broches. Il démontre que la force centripète ainsi qu'un certain nombre d'autres effets dynamiques ne contribuent qu'à hauteur de 1% aux effets ayant de l'influence sur la masse. N'ayant aucune prétention d'attendre une telle précision dans nos prédictions de la vitesse de remontage, nous considérerons le seul effet de la gravitation terrestre comme sollicitation de du rotor d'automatique sur Cyclotest.

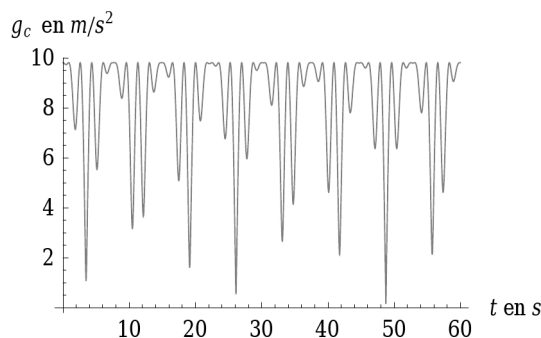


Fig. 3. Norme de la gravité terrestre perçue par la masse du rotor.

Modélisation de la masse

La masse oscillante est dotée d'une masse précisément dont le centre de gravité est décentré par rapport à son axe de rotation. On note m sa masse et r la distance entre son axe de rotation et son centre de masse. Repérons la masse par un angle φ entre le centre de gravité de la masse et le vecteur \mathbf{e}_9 comme illustré en Fig. 4. La position angulaire est donc définie par rapport à la montre. Le couple dû au poids de la masse est donné par

$$M_b = -m g_c r \sin(\varphi - \gamma).$$

Si la masse tourne dans le sens de remontage soit dans notre cas, dans le sens trigonométrique (antihoraire) vue côté fond, alors elle est également soumise au couple de remontage M_m du barillet vu du rotor. Le couple de remontage étant opposé au mouvement de la masse, il sera appliqué dans le sens anti-trigonométrique (horaire,) c'est-à-dire qu'il aura une valeur $M_m < 0$.

Traisons pour commencer le cas statique, c'est-à-dire où la vitesse angulaire $\dot{\varphi}$ de la masse par rapport au mouvement est nulle. Si le couple M_b du balourd de la masse est opposé au couple de remontage ($M_b > 0$) mais insuffisant pour contrer le couple de remontage, alors la masse restera arrêtée. Sinon, toujours pour le cas $M_b > 0$, elle se mettra en mouvement selon

$$I \ddot{\varphi} = M_b + M_m \quad (5)$$

où $\ddot{\varphi}$ est l'accélération angulaire de la masse par rapport au mouvement et I son moment d'inertie par rapport à son axe de rotation. Toujours en position de départ arrêté, si le balourd est négatif ou nul ($M_b \leq 0$) alors la masse partira dans le sens de rotation libre dans un mouvement régi par

$$I \ddot{\varphi} = M_b. \quad (6)$$

On peut ainsi décrire de position d'arrêt (instantanée ou non) en position d'arrêt le mouvement de notre masse oscillante.

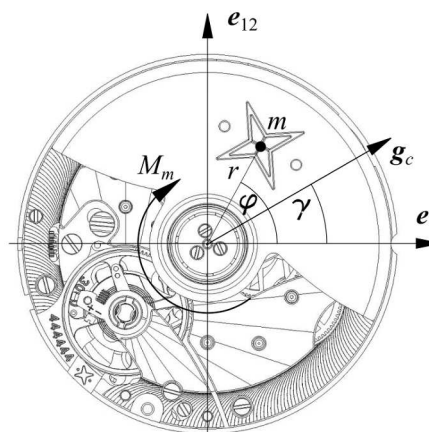


Fig. 4. Couples agissant sur la masse.

Introduisons encore une dernière grandeur qui va par la suite revêtir une grande importance et qui a l'avantage d'être familière dans le monde de l'horlogerie. Il s'agit de l'angle de freinage. On a coutume de déterminer l'angle de freinage d'une masse plaçant la montre en position verticale, masse en bas et en la tournant jusqu'à la limite de décrochement de la masse soit à la limite où le balourd de la masse est suffisant pour remonter le barillet. L'angle de freinage est alors l'angle ε que fait la masse avec la verticale et est défini par

$$\sin \varepsilon = \frac{M_m}{mgr} \quad (7)$$

En fait d'angle de freinage, l'expression (7) définit deux angles de freinage ε et $\pi - \varepsilon$ qui ont du sens tous les deux. En effet, si au lieu de placer la masse en bas, on la place en haut, la masse ne décrochera de la même manière que lorsque son balourd sera suffisant pour contrer le couple de remontage du barillet.

Si l'on remplace la gravité g de (7) par la gravité apparente au Cyclotest g_c , alors on obtient des angles de freinage variables selon la position du Cyclotest. Dès lors, la condition d'équilibre exposée ci-dessus pourra être exposée comme suit : si la masse est arrêtée dans l'angle de freinage (haut ou bas,) alors elle restera arrêtée.

Vitesses de remontage angulaires instantanées

C'est ici que nous entrons dans la partie empirique de l'étude de la vitesse de remontage au Cyclotest en ce sens que nous ne tenterons pas de trouver une solution analytique des équations du mouvement (5) et (6) soumise à une gravité variable (3) et (4) pour nous en tenir à une approche numérique.

Nous allons déterminer numériquement des vitesses de remontage pour différents cas de masses et rayons de rotor soumis à différents couples de remontage à la masse. Nous nous en tiendrons au cas de masses oscillantes en forme de demi-cylindre ce qui nous permet de déterminer le moment d'inertie de la masse oscillante avec son rayon au centre de gravité et sa masse. Pour chacun de ces cas, nous déterminerons numériquement les solutions des équations du mouvement sur une durée $T_c=195$ s pour en extraire l'angle Φ parcouru par le rotor dans le sens de remontage. On pourra ainsi déterminer une vitesse de remontage angulaire moyenne sur un cycle

$$\Omega = \frac{\Phi}{T_c} \text{ en rad / s.} \quad (8)$$

Si la vitesse Ω est une vitesse de remontage angulaire moyenne à l'échelle d'un cycle de Cyclotest, elle deviendra une vitesse de remontage angulaire instantanée à l'échelle d'un remontage complet de mouvement puisqu'une durée de remontage complète est de l'ordre de quelques heures, soit beaucoup plus que les 195 s d'un cycle de Cyclotest. Nous garderons dès à présent la deuxième désignation.

Si l'on regroupe les vitesses de remontage angulaires instantanées par rotors de même masse et même rayon et que l'on reporte les vitesses de remontage angulaires en fonction du couple de remontage à la masse, on obtient les courbes de Fig. 5.

Et c'est maintenant que nous allons relever deux points cruciaux qui vont nous permettre de réunir de manière toute heuristique ces courbes dans une seule et même loi. Si l'on observe plus en détail les deux courbes extrêmes pour lesquelles nous avons choisi un balourd mgr de 0.12 et 0.30 mNm , on constate que la vitesse de remontage angulaire a tendance à s'annuler pour $Mm=mgr$. En reprenant la notion d'angle de freinage, cela revient à des vitesses qui s'annulent pour un angle de freinage ε tel que

$$\sin \varepsilon = 1 \quad (9)$$

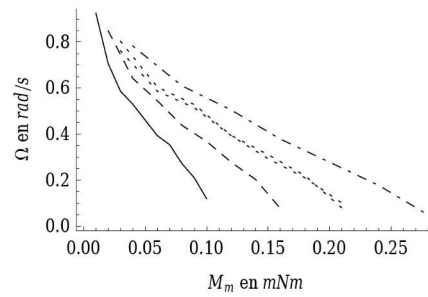


Fig. 5. Vitesses de remontage instantanées en fonction du couple de remontage à la masse.

soit un angle de 90° . La masse oscillante est donc dans une situation où son balourd est insuffisant même dans la position verticale pour contrer le couple de remontage à la masse. Elle sera donc arrêtée la plupart du temps. On constate par ailleurs que l'allure des courbes des différents rotors est similaire. Ce dernier point est confirmé par les vitesses de remontage angulaires instantanées de deux rotors de même balourd mais de masses et de rayons différents dont les deux courbes illustrées en pointillé dans Fig. 5 se confondent, ce qui indique que la vitesse de remontage est indépendante de la géométrie de la masse oscillante.

Ces deux constats suggèrent de remplacer le couple de remontage à la masse en guise d'abscisse par l'angle de freinage ou plutôt son sinus, ce qui a pour effet de regrouper les points calculés autour d'une même courbe comme illustré en Fig. 6.

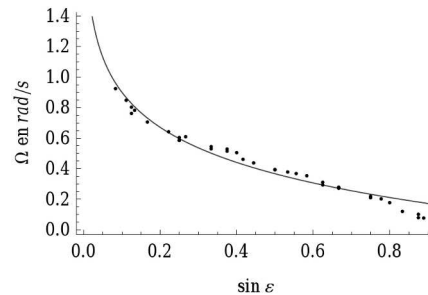


Fig. 6. Vitesse de remontage instantanée en fonction du sinus de l'angle de freinage.

Il ne nous reste plus qu'à chercher une courbe passant au mieux par les points calculés pour trouver un candidat acceptable avec une vitesse de remontage instantanée de la forme

$$\Omega = \frac{d\Phi}{dt} = a + b \cdot \ln(\sin \varepsilon). \quad (10)$$

Par régression linéaire des points calculés sur la courbe (10), on obtient enfin les coefficients $a = 0.14 \text{ rad / s}$, $b = -0.33 \text{ rad / s}$. Notons qu'ainsi la courbe de vitesse de remontage instantanée ne coupe plus l'axe $s\varepsilon$ en $s\varepsilon = 1$. On peut limiter le domaine de validité de (10) en se restreignant à des valeurs $s\varepsilon \leq 0.8$, valeurs que nous n'atteindrons pas par la suite.

En s'affranchissant du couple de remontage à la masse pour le remplacer par l'angle de freinage et ainsi obtenir une seule et unique loi pour les vitesses de remontage angulaire instantanées au Cyclotest, on s'est par la même occasion affranchi des caractéristiques propres à un système automatique étudié pour n'avoir à nous préoccuper que de son angle de freinage.

Système automatique idéal

Pour notre propos, le système automatique se résume à une masse oscillante de balourd mgr , un dispositif d'embrayage actif lorsque la masse tourne dans le sens de

remontage et un rouage de rendement et de rapport de transmission donnés, transmettant les mouvements de la masse au rochet de barillet. On connaît la forme générale de la courbe de remontage au barillet qui s'approche d'une racine carrée ou cubique. Nous choisirons la racine cubique. On sait également qu'un train de rouages, ici celui de l'automatique multipliera un couple et divisera un nombre de tours ou inversement. On sait donc que le couple de remontage à la masse aura la même forme que le couple de remontage au barillet et qu'en variant le rapport de transmission, alors le couple à la masse diminuera tandis que le nombre de tours de remontage augmentera ou inversement. On peut donc exprimer le couple de remontage à la masse M_m en fonction de l'angle Φ parcouru par la masse dans le sens de remontage sous la forme

$$M_m(\Phi) = \frac{1}{\lambda} M_{m0} \left(\frac{\Phi}{\lambda \Phi_0} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad 0 \leq \Phi \leq \lambda \Phi_0.$$

où M_{m0} est le couple de remontage à la masse en armage haut et Φ_0 le nombre total de tours de remontage à la masse pour un rapport de transmission donné et où λ est le facteur de multiplication des rapports de transmission d'un train d'automatique à l'autre. Pour un λ petit, le remontage d'un mouvement ne nécessite que peu de tours mais a besoin d'un couple important, alors que pour un λ grand, le couple nécessaire devient faible mais doit être appliqué sur un grand nombre de tours.

Prenons encore une masse de balourd m_{gr} tel que $M_{m0} / m_{gr} = 1$, et divisons le couple de remontage à la masse par le balourds. On obtient alors la famille de courbes de sinus d'angle de freinage en fonction du nombre de tours de masse

$$\sin \varepsilon(\Phi, \lambda) = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{\Phi}{\lambda \Phi_0} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad 0 \leq \Phi \leq \lambda \Phi_0 \quad (11)$$

illustrée également en Fig. 7.

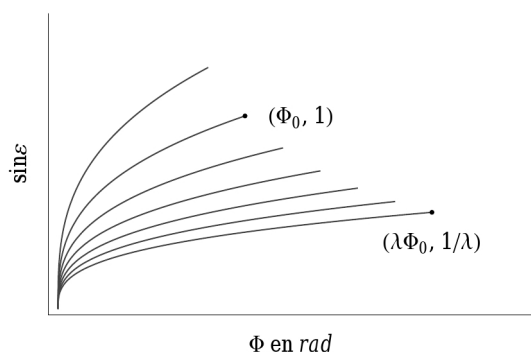


Fig. 7. Famille de courbes d'angle de freinage en fonction de l'angle de remontage à la masse.

Reprenons la vitesse de remontage instantanée de Fig. 6 en fonction de l'angle de freinage. Si on choisit un grand rapport de transmission (λ grand,) c'est-à-dire des angles de freinage faibles, alors le remontage sera vif mais pourra durer trop longtemps puisque le nombre de tours nécessaire au remontage est important. A l'opposé, pour un faible rapport de transmission, nous aurons rapidement de grands angles de freinage, donc une faible vitesse de remontage, ce qui risque de retarder sur la fin le remontage complet du mouvement. Nous allons voir maintenant que ces deux extrêmes sont effectivement représentatives de mauvais automatiques et que l'automatique idéal se trouve entre les deux.

Si on introduit l'expression (11) de l'angle de freinage dans (10) et qu'on intègre entre le début et la fin du remontage soit entre 0 et T_0 pour le temps et 0 et λN_0 , on obtient la durée de remontage

$$T_0 = \int_0^{T_0} dt = \int_0^{\lambda \Phi_0} \frac{d\Phi}{\Omega(\sin \varepsilon(\Phi, \lambda))}. \quad (12)$$

Bien qu'il existe une solution analytique pour la durée de remontage complète, nous nous en tiendrons à une intégration numérique qui nous dit que quelque soit Φ_0 , la durée de remontage complet au Cyclotest est minimale en

$$\lambda = 1.5.$$

Or en (11), on a établi que le sinus de angle de freinage en armage haut était égal à l'inverse du facteur λ ce qui donne un angle de freinage en armage haut de

$$\sin \varepsilon_0 = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \varepsilon_0 = 43^\circ. \quad (13)$$

On vient ainsi de démontrer que pour une masse oscillante donnée le système automatique le plus efficace est le système qui la fera travailler à 45° environ en remontage haut.

Masse oscillante idéale

Pour une masse oscillante donnée, on sait que le système automatique le plus efficace sera celui qui la fera travailler à 43° en remontage haut. Il nous reste à dimensionner la masse pour que le tout soit suffisamment efficace ce que nous allons faire au travers d'une application numérique des équations que nous avons posées ci-dessus.

On reformule la courbe de l'angle de freinage en fonction de l'angle de remontage à la masse

$$\sin \varepsilon(\Phi) = \sin \varepsilon_0 \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad 0 \leq \Phi \leq \Phi_0,$$

où nous reprenons Φ_0 comme angle de remontage complet à la masse plutôt que $\lambda \Phi_0$. On peut ainsi déterminer la vitesse de remontage angulaire instantanée (10) dans le cas idéal d'un angle de freinage de 43° en armage haut et déterminer par (12), la durée de remontage correspondant au cas idéal pour obtenir

$$T_0 = 2.9 \cdot \Phi_0 = 18 \cdot N_{m0} \text{ en } s. \quad (14)$$

Dans la deuxième égalité, l'angle de remontage complet à la masse est remplacé par le nombre de tours à la masse nécessaire pour un remontage complet défini par

$$2\pi \cdot N_{m0} = \Phi_0.$$

On sait donc par (14) que la durée nécessaire pour armer un mouvement automatique travaillant à l'angle de freinage idéal est 18 fois plus grande que le nombre de tours de remontage complet à la masse.

C'est avec les propriétés de l'automatique idéal (13) et (14) que nous revenons au calibre qu'il nous faut remonter le plus efficacement possible. Notons N_{s0} le nombre de tours total à la roue des secondes. La roue des secondes tournant à un tour par minute, N_{s0} est également la réserve de marche en minutes ou de manière équivalente, $R=60N_{s0}$ est la réserve de marche en heures. On choisit une vitesse de remontage V_0 pour notre calibre ce qui nous impose par (2) la durée de remontage correspondante

$$T_0 = \frac{60 \cdot N_{s0}}{2.8 \cdot V_0} \text{ en } s.$$

On trouve alors avec (14) le nombre de tours à la masse pour remonter notre mouvement en haut

$$N_{m0} = \frac{1}{18} \cdot \frac{60 \cdot N_{s0}}{2.8 \cdot V_0} \cong 1.2 \cdot \frac{N_{s0}}{V_0}.$$

Nous savons donc déterminer le nombre de tours à la masse pour obtenir une vitesse de remontage V_0 sur un mouvement de réserve N_{s0} en minutes. Si on introduit le rapport de transmission d'automatique K_a et celui du finissage K_f , alors cela revient à imposer la contrainte

$$\frac{N_{m0}}{N_{s0}} = K_a K_f = \frac{1.2}{V_0}$$

Le nombre de tours à la roue des secondes par tours de masse est donc légèrement inférieur à la vitesse de remontage. Si nous connaissons le rapport de transmission du finissage, alors nous pouvons déterminer celui de l'automatique.

Il nous reste à trouver le balourd de la masse. Pour ce faire, nous partons à nouveau de la roue des secondes en nous intéressant cette fois à son couple M_{s0} en armage haut, couple qui est en général connu très rapidement lors du développement d'un nouveau calibre. On introduit encore les rendements η_f du finissage, η_b du barillet et η_a de l'automatique que l'on regroupe dans un rendement total $\eta = \eta_a \eta_b \eta_f$. Le couple à la masse en armage haut est alors donné par

$$M_{m0} = \frac{M_{s0}}{K_a K_f \eta} = \frac{M_{s0} V_0}{\eta \cdot 1.2} \text{ en Nm.}$$

Le balourd de la masse se trouve alors aisément par l'équation (7) qui nous donne avec (13),

$$mgr = 1.4 M_{m0}$$

Nous avons ainsi terminé le dimensionnement de notre système automatique idéal à partir de valeurs de rapports de transmission et de rendements d'organes parfaitement connus.

Résultats expérimentaux

Le développement du calibre extra-plat automatique 5300 de Vaucher Manufacture a commencé par un état de l'art consistant à analyser quelques calibres de référence à priori similaire au produit désiré. Reprenons les résultats de l'un d'eux qui présentait des caractéristiques proches de ce que nous cherchions. Il s'agissait d'un calibre à automatique unidirectionnel à micro-rotor doté d'une masse oscillante en forme de demi-cylindre, soit d'un calibre entrant parfaitement dans le cadre théorique fixé. Nous avons dans un premier temps déterminé l'efficacité du remontoir automatique pour obtenir une mesure directe de la vitesse de remontage au Cyclotest à

$$V_0 = 3.7.$$

Voyons maintenant ce que donne notre théorie. En armage haut, le calibre étudié présente un angle de freinage

$$\varepsilon_0 = 41^\circ.$$

Il nécessite par ailleurs 1270 tours de masse pour assurer un remontage complet, soit en termes d'angle de remontage à la masse

$$\Phi_0 = 2\pi \cdot 1270 \text{ rad.}$$

Nous ne sommes pas tout à fait à l'angle de freinage idéal. Il nous faut donc recalculer le facteur de la formule (14) pour obtenir

$$T_0 = 2.7 \cdot \Phi_0 = 21'500 \text{ s} = 6.0 \text{ h.}$$

Le calibre nécessiterait donc théoriquement une durée de 6h au Cyclotest pour être remonté en haut. La réserve de marche du calibre ayant été mesurée à $R=56 \text{ h}$, on obtient avec (2), une vitesse de remontage théorique de

$$V_0 = \frac{R}{2.8 \cdot T_0} = 3.4.$$

Nous sommes suffisamment proches de la vitesse de remontage de 3.7 mesurée au Cyclotest pour conclure à une bonne mais perfectible estimation donnée par la théorie semi-empirique des vitesses de remontage au Cyclotest.

La présente théorie s'est ensuite avérée précieuse en cours de développement de l'automatique du calibre 5300. Elle nous dit que la durée de remontage présente un minimum

pour un angle de freinage de 45° environ. On sait qu'autour d'un minimum, les grandeurs, ici la durée de remontage, ne varient que peu, si bien que partant d'un mouvement dont l'angle de freinage est de 45° environ, si l'on ne modifie que le balourd de la masse, le rapport de transmission ou le rendement de l'automatique, les effets sur la durée de remontage, donc sur la vitesse de remontage sont faibles. Nous avons donc gardé à l'esprit que chaque modification du balourd de masse, chaque amélioration du rendement de l'automatique devait être accompagnée d'une modification du rapport de transmission de manière à conserver un angle de freinage idéal et ainsi obtenir des modifications significatives de la vitesse de remontage, ce qui a permis de réduire drastiquement le nombre d'itérations.

Conclusions et perspectives

La théorie semi-empirique du remontage automatique au Cyclotest ne nous permet pas seulement de prédire la vitesse de remontage d'un calibre connu par les propriétés de son système automatique, elle nous permet véritablement d'apprécier un mouvement automatique dans son ensemble pour déterminer à priori quelle masse choisir pour quelle couple à la roue des secondes. Elle traduit en ce sens et de manière simple la notion de puissance à fournir pour entretenir un système consommant une puissance donnée.

Dans l'état, la théorie n'est valable que pour un automatique unidirectionnel avec une masse en forme de demi-cylindre comme c'est le cas la plupart du temps pour les remontoirs à micro-rotor. L'étude pourrait être poussée plus loin de manière à englober les autres systèmes automatiques que l'on rencontre couramment. Certainement que quelques nouveaux principes fondamentaux des remontoirs automatiques pourraient ainsi être découverts.

Reste une dernière question, c'est celle de l'existence du porteur calme. Pourquoi le cyclotest remonte-t-il deux fois plus vite un mouvement bidirectionnel qu'un unidirectionnel alors que les deux systèmes ont une efficacité identique au porter réel? Quels sont les mouvements du porteur qui provoquent le remontage des montres automatiques? C'est des questions que se sont déjà posé A. Hoffmann et al. [1] pour aboutir à la machine Simaut qui mérite bien d'être dépeussière.

Références

- [1] A. Botta, A. Hoffmann and J. Dupertuis, "Simulation du porter moyen de la montre bracelet b) Effets sur le remontage automatique," *10 Congrès Intl. de Chrono.* (2), pp. 207-2016, 1979.
- [2] R. Du, L. Xie, *The Mechanics of Mechanical Watches and Clocks*, Springer-Verlag, 2013.
- [3] K. Franze, "Einfluss der Dimensionierung von Selbstaufzügen auf die Aufzugleistung," *07 Congrès Intl. de Chrono.* (2), pp. 809-822, 1964.
- [4] A. Hoffmann, "Contribution à l'étude de la montre à remontage automatique," *45 Bulletin Annuel de la SSC & LSRH*, pp. 61-68, 1970.
- [5] H. Kocher, "Recherches sur le comportement des montres au porter," *37 Bulletin Annuel de la SSC & LSRH*, pp. 714-726, 1962.
- [6] H. Kocher, "Examens de l'efficacité des remontoirs automatique," *40 Bulletin Annuel de la SSC & LSRH*, pp. 178-192, 1965.
- [7] E. Romero et al., "Rotational Energy Harvester for Body Motion," *Micro Electro Mechanical Systems (MEMS), 2011 IEEE 24th International Conference on*, pp. 1325-1328, 2011.
- [8] T VonBuren et al., "Optimization of Inertial Micropower Generators for Human Walking Motion," *IEEE sensors journal*, vol. 6, NO. 1, pp 28-38, 2006.
- [9] M. Vermot, P. Bovay, D. Prongué, S. Dordor, *Traité de construction horlogère*, PPUR, 2011.