

Title:	Stress Fields for the analysis of the failure load and cracking state of dapped-end beams (Aplicación de modelos de campos de tensiones para el análisis en servicio y rotura de apoyos a media madera)
Authors:	Mata Falcón J, Fernández Ruiz M., Muttoni A.
Published in:	VI Congreso ACHE
Pages:	10 p.
City, country:	Madrid, Spain
Year of publication:	2014
Type of publication:	Peer reviewed conference paper

Please quote as:	Mata Falcón J, Fernández Ruiz M., Muttoni A., <i>Stress Fields for the analysis of the failure load and cracking state of dapped-end beams (Aplicación de modelos de campos de tensiones para el análisis en servicio y rotura de apoyos a media madera)</i> , VI Congreso ACHE, Madrid, Spain, 2014, 10 p..
------------------	--

APLICACIÓN DE MODELOS DE CAMPOS DE TENSIONES PARA EL ANÁLISIS EN SERVICIO Y ROTURA DE APOYOS A MEDIA MADERA

Jaime MATA FALCÓN

INGENIERO DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS
INST. DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA DEL HORMIGÓN - UPV
PERSONAL DE INVESTIGACIÓN. DOCTORANDO
jaimafal@upv.es

Miguel FERNÁNDEZ RUIZ

DOCTOR INGENIERO DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS
ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRAL DE LAUSANNE, ENAC
DOCTOR
miguel.fernandezruiz@epfl.ch

Aurelio MUTTONI -

DOCTOR INGENIERO DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS
ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRAL DE LAUSANNE, ENAC
CATEDRÁTICO DE UNIVERSIDAD
aurelio.muttoni@epfl.ch

PALABRAS CLAVE: Apoyos a media madera, diseño estructural, método de los elementos finitos, campos de tensiones, modelos de bielas y tirantes

RESUMEN

La generación automática de campos de tensiones elasto-plásticos en elementos estructurales de hormigón mediante el método de los elementos finitos ha demostrado ser una buena estrategia para el diseño y verificación de regiones D. Esta metodología permite considerar un comportamiento elasto-plástico de los materiales. No se considera resistencia a tracción para el hormigón, mientras que se incorpora la hipótesis de ablandamiento en compresión de Vecchio y Collins para considerar el efecto de la fisuración transversal en la resistencia a compresión del hormigón. En este artículo se investiga la aplicación de dicha herramienta para el análisis de la carga de rotura y de las condiciones de fisuración en servicio sobre una campaña experimental de apoyos a media madera (AMM).

La rotura de los AMM se produjo en la mayoría de los casos por desprendimiento del recubrimiento de hormigón (spalling) sobre el tirante principal vertical. De manera consistente los modelos mediante predijeron también este modo de fallo. A diferencia de las consideraciones clásicas de campos de tensiones, en las que se desprecia la resistencia a tracción del hormigón en el recubrimiento (originando unas estimaciones conservativas de la resistencia de los elementos que fallan por spalling), el presente artículo muestra que los campos de tensiones elasto-plásticos se pueden adaptar fácilmente para reproducir dicho modo de fallo mediante la introducción de una armadura ficticia en el recubrimiento. Dicha armadura se introduce para reproducir el spalling del hormigón a partir de una abertura de fisura crítica de spalling. Mediante esta hipótesis se obtiene de manera consistente una muy buena estimación de las cargas de rotura experimentales, incluso para piezas pretensadas y piezas con hormigón reforzado con fibras de acero (en las cuales la contribución de las fibras se introduce en el modelo como una resistencia a tracción plástica equivalente del hormigón).

Asimismo se investiga una metodología para la determinación de la abertura de fisura en la zona crítica de los AMM mediante campos de tensiones elasto-plásticos. Se asume un comportamiento rígido-plástico de las tensiones de adherencia en las inmediaciones de la fisura. Esta metodología también da una estimación razonable y consistente de las aberturas de fisura en AMM, especialmente en los elementos con armadura inclinada, en los en los que el proceso de fisuración es más estable.

STRESS FIELDS FOR THE ANALYSIS OF THE FAILURE LOAD AND CRACKING STATE OF DAPPED-END BEAMS

Jaime MATA FALCÓN

INGENIERO DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS
INST. DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA DEL HORMIGÓN - UPV
PERSONAL DE INVESTIGACIÓN. DOCTORANDO
jaimafal@upv.es

Miguel FERNÁNDEZ RUIZ

DOCTOR INGENIERO DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS
ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRAL DE LAUSANNE, ENAC
DOCTOR
miguel.fernandezruiz@epfl.ch

Aurelio MUTTONI -

DOCTOR INGENIERO DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS
ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRAL DE LAUSANNE, ENAC
CATEDRÁTICO DE UNIVERSIDAD
aurelio.muttoni@epfl.ch

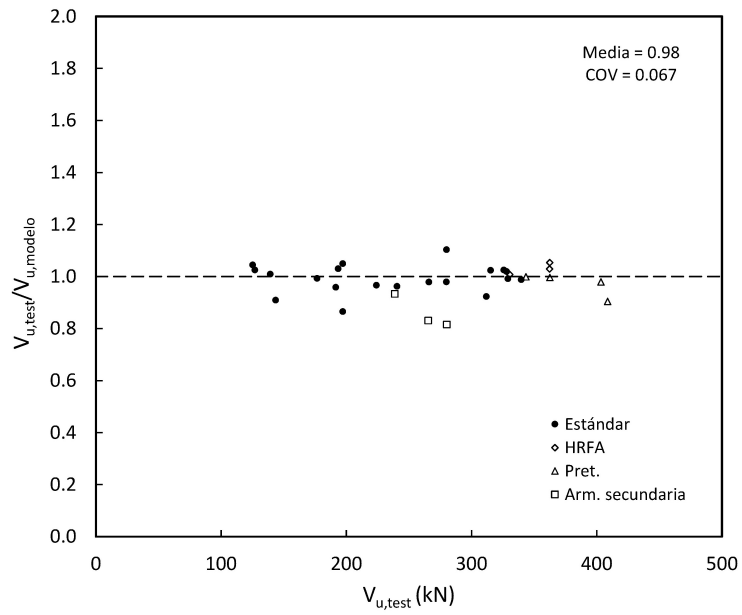
KEYWORDS: Dapped-end beams, structural design, finite element method, stress fields, strut-and-tie models

ABSTRACT

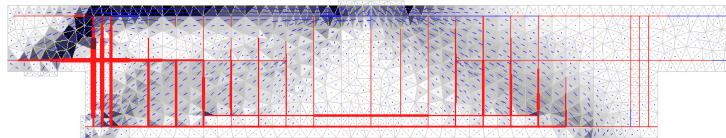
The automatic generation of elastic-plastic stress fields (EPSF) for structural concrete members by means of the finite element method has been demonstrated as a suitable approach for the design and assessment of D regions. This methodology allows accounting for an elastic-plastic behaviour of the materials. For concrete, no tensile strength is considered, and the compression softening hypothesis of Vecchio & Collins is incorporated to take into account the effect of the transversal cracking on the compressive strength of concrete. In this paper, the application of this tool for the analysis of the failure load and cracking conditions at serviceability is investigated over a series of experimental tests on dapped-end beams (DEB).

The failure of DEB occurred in most cases by spalling of the concrete cover on top of the suspension reinforcement. The models with the EPSF predicted also consistently this failure mode. Contrary to classical approaches of stress fields, where the tensile strength of the concrete cover is neglected (leading thus to conservative estimates of the strength for members failing by cover spalling), it is shown in this paper that EPSF can be suitably adapted to reproduce this failure mode by introducing a fictitious reinforcement in the cover. This reinforcement is introduced to reproduce cover spalling for a critical opening of the spalling cracks developing. With this assumption, a very good estimate of the experimental ultimate loads is consistently obtained, also for prestressed elements and for steel-fibre reinforced members (for which the contribution of the fibres is introduced in the model as an equivalent plastic tensile strength of the concrete).

A methodology for the determination of the crack width in the critical regions of DEB for service load levels by using EPSF is also investigated. It is assumed a rigid-plastic approximation for the bond stresses near the crack. The methodology gives also reasonable and consistent estimates of the crack widths for DEB specimens, particularly for those with diagonal reinforcement, in which the cracking process is more stable.



Comparison between experimental and estimated loads by the model



Relative stresses of DEB-1.6 in the model without fictitious reinforcement in concrete cover

APLICACIÓN DE MODELOS DE CAMPOS DE TENSIONES PARA EL ANÁLISIS EN SERVICIO Y ROTURA DE APOYOS A MEDIA MADERA

Jaime MATA FALCÓN

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Inst. de Ciencia y Tecnología del Hormigón – UPV
Personal de investigación. Doctorando
jaimafal@upv.es

Miguel FERNÁNDEZ RUIZ

Doctor ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
École Polytechnique Fédérale de Lausanne, ENAC
Doctor
miguel.fernandezruiz@epfl.ch

Aurelio MUTTONI

Doctor ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
École Polytechnique Fédérale de Lausanne, ENAC
Catedrático de Universidad
aurelio.muttoni@epfl.ch

RESUMEN

La generación automática de campos de tensiones elasto-plásticos en elementos estructurales de hormigón mediante el método de los elementos finitos ha demostrado ser una estrategia adecuada para el diseño y verificación de regiones D. En este artículo se investiga la aplicación de dicha herramienta para el análisis de la carga de rotura y de las condiciones de fisuración en servicio sobre una campaña experimental de apoyos a media madera (AMM). Los diferentes modos de rotura y su resistencia se reproducen de manera precisa y consistente, incluso en los casos con roturas por desprendimiento de la zona comprimida. El uso de los modelos desarrollados se demuestra válido también para piezas pretensadas y piezas con hormigón reforzado con fibras de acero. Asimismo se investiga una metodología para la determinación de la abertura de fisura en la zona crítica de los AMM mediante campos de tensiones elasto-plásticos.

PALABRAS CLAVE: Apoyos a media madera, diseño estructural, método de los elementos finitos, campos de tensiones, modelos de bielas y tirantes.

1. Introducción y objetivos

Los modelos de bielas y tirantes y los modelos de campos de tensiones son las metodologías más usuales para el diseño de estructuras de hormigón en las regiones de discontinuidad. El método de bielas y tirantes se fundamenta en la analogía de la celosía, mientras que los modelos de campos de tensiones derivan de la teoría de la plasticidad [1]. Pese a sus diferencias ambos métodos se basan en el teorema límite inferior de la plasticidad y pueden usarse de manera complementaria.

Especialmente durante la década de 1980, se realizaron diversos estudios sobre ambas metodologías con el objetivo de obtener una forma sistemática de analizar las estructuras de hormigón [1]–[4]. Los modelos de bielas y tirantes se han convertido en la metodología más popular desde que Schlaich et al. [3] dieran guías prácticas y ejemplos para su desarrollo. Por el contrario, un número más limitado de estudios se encuentra disponible sobre procedimientos para el desarrollo sistemático de campos de tensiones. Su desarrollo se basa más en el intuición y la experiencia [5]. Cabe citar como una aportación de referencia para el desarrollo sistemático de campos de tensiones la metodología desarrollada por Muttoni et al. [4]. Aunque todas las

metodologías anteriores conducen a una cierta sistematización en el planteamiento de los modelos de bielas y tirantes o campos de tensiones, el proceso de diseño o verificación de un elemento estructural con dichas metodologías requiere de cierta experiencia y tiempo de proceso.

Solventando dichas desventajas una herramienta informática para la generación automática de campos de tensiones elasto-plásticos (en adelante EPSF, acrónimo del término *Elasto plastic stress fields*) en elementos estructurales de hormigón mediante el método de los elementos finitos ha sido desarrollada por Fernández Ruiz et al. [5], habiéndose demostrado una estrategia adecuada para el diseño y verificación de regiones D. Dicho método ha sido implementado en un programa informático de código abierto, disponible junto a colecciones de ejemplos en la siguiente dirección: <http://i-concrete.epfl.ch/>

En este artículo se investiga la aplicación de dicha herramienta para el análisis de apoyos a media madera (AMM). Para ello se toma como referencia una campaña experimental realizada por Mata Falcón et al. [6], [7].

Los objetivos principales del presente estudio son los siguientes:

- Analizar la validez de la metodología propuesta de EPSF para predecir la carga última en AMM, prediciendo las distintas roturas producidas, en especial el desprendimiento del recubrimiento (spalling).
- Presentar una metodología para la determinación de la abertura de fisura en AMM, a partir de los resultados proporcionados por los modelos de EPSF.
- Verificar el funcionamiento de la metodología anterior para la serie de ensayos analizada.

2. Bases teóricas del modelo numérico

El modelo numérico implementado en EPSF implementa las hipótesis fundamentales del método de los campos de tensiones elasto-plásticos, en un modelo bidimensional, con elementos triangulares de deformación y tensión constante para el hormigón y uniaxiales para las armaduras.

Por lo que respecta al hormigón se desprecia usualmente la resistencia a tracción y se considera un comportamiento elasto-plástico a la compresión. El modelo incorpora la hipótesis de Vecchio y Collins [8] de ablandamiento en compresión debido al desarrollo de la fisuración transversal. El programa permite además considerar una resistencia a tracción residual, característica que es empleada para tener en cuenta la contribución de las fibras en los elementos de hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA).

En el caso de las armaduras, se considera también un comportamiento elasto-plástico. Puede asimismo considerarse una rama de endurecimiento para definir un comportamiento teórico más parecido a las propiedades experimentales obtenidas.

La condición más importante para que el modelo sea aplicable es que debe de existir una armadura mínima distribuida para controlar la fisuración y permitir que los materiales desarrollen el comportamiento plástico supuesto.

El modelo no establece ningún criterio de rotura, basado por ejemplo en las deformaciones máximas de los materiales, sino que es a través de los residuos del cálculo (convergencia o divergencia numérica) mediante los que se interpreta si el elemento estructural ha superado su resistencia máxima.

3. Aplicación de campos de tensiones elasto-plásticos a apoyos a media madera

3.1. Descripción de la campaña experimental de referencia

Para la verificación del modelo numérico sobre AMM se emplean los resultados de la campaña experimental realizada en el Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH) de la Universitat Politècnica de València por Mata Falcón et al. [6], [7], cuya geometría y esquema de ensayo se muestra en la Figura 1.

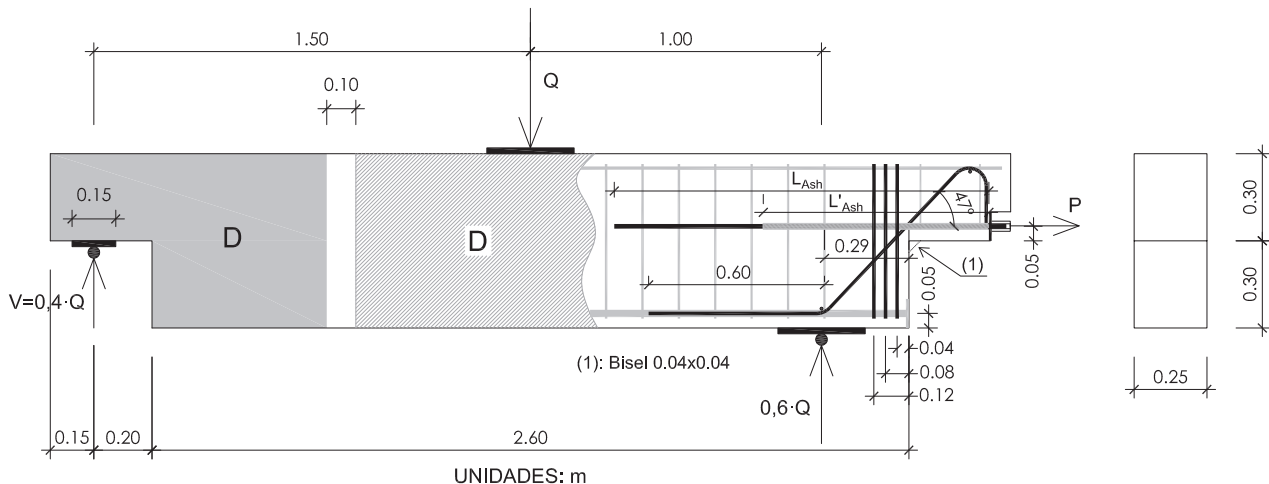


Figura 1. Geometría y esquema de ensayo de la campaña experimental de referencia [6], [7]

La campaña experimental comprende un total de 30 vigas con diferentes características, resultando un total de 60 ensayos de AMM. Los especímenes ensayados tienen un total de 7 diferentes configuraciones de armado, con armadura ortogonal o una mezcla de armadura ortogonal e inclinada. Se analizan 3 diferentes cuantías de armado. Para analizar el efecto de diferentes variantes de diseño 8 especímenes se diseñan con un biselado del vértice, 4 con un pretensado del tirante horizontal y 3 con HRFA con diferentes cuantías de fibras.



Figura 2. Mapa de fisuración en rotura. DEB-1.8 [6]

De entre los resultados en rotura de la campaña experimental cabe destacar que para las cuantías de armado más elevadas se produce un desprendimiento del recubrimiento de hormigón en la parte superior de la viga (spalling). Dicho mecanismo de fallo (véase Figura 2), acaba limitando la carga máxima alcanzada por las dos cuantías de armado superiores (p71 y p100).

3.2. Variables consideradas en el modelo numérico

La definición de la geometría en un EPSF es directa a partir de los datos proporcionados en la definición de la campaña experimental [6]. Por lo que respecta a la definición de las características del elemento hormigón, se usan directamente los resultados de resistencias medias

experimentales (f_{cm}). El módulo de elasticidad considerado se obtiene a partir del módulo longitudinal secante definido en la Instrucción Española de Hormigón Estructural (EHE-08) [9]:

$$E_c = 8500 \sqrt[3]{f_{cm}} \quad (1)$$

En las piezas elaboradas con HRFA se considera una resistencia a tracción residual igual al 7% de la resistencia residual a la flexión en tracción ($f_{r,3}$) asociada a un valor del desplazamiento del borde de la fisura (CMOD) de 2,5 mm según UNE-EN 14651:2007 [10]. Dicho valor proviene de un ajuste efectuado por los autores para modelizar adecuadamente los resultados experimentales de un estudio de vigas sin armadura de cortante, confeccionadas con HRFA y con hormigón convencional, en la Universidad de Brescia por Cuenca Asensio [11]. El análisis anterior deriva en la recomendación de considerar un valor en el entorno del 7-10% de $f_{r,3}$.

Se considera un módulo de elasticidad de 200'000 MPa para el acero, estando su tensión de plastificación (f_y) definida en los datos experimentales [6]. La pendiente de la rama de endurecimiento (E_{hard}) se determina a partir de los datos previamente indicados, considerando también la tensión máxima del acero (f_{max}) experimental [6] y suponiendo una deformación máxima (ϵ_{max}) asociada a f_{max} del 7%.

Se hacen distintas pruebas para analizar la sensibilidad frente al tamaño de malla. Al disponerse armadura distribuida la influencia no es muy elevada. Se opta finalmente por una malla tal y como la mostrada a modo de ejemplo en la Figura 3, que corresponde a un tamaño máximo de los elementos similar al del recubrimiento.

3.3. Control del desprendimiento del recubrimiento del hormigón: definición de resistencia equivalente a tracción del recubrimiento

En la campaña experimental las roturas por desprendimiento del recubrimiento de hormigón en la parte superior de la viga (spalling) -véase Figura 2- condicionaron las cargas máximas alcanzadas para las cuantías de armado elevadas. Incluso en estos casos se llegaba a la plastificación de las armaduras que componen los tirantes principales, bien porque el spalling se produce tras la plastificación o bien porque tras producirse el spalling se genera un mecanismo resistente alternativo que lleva a la plastificación de los tirantes principales.

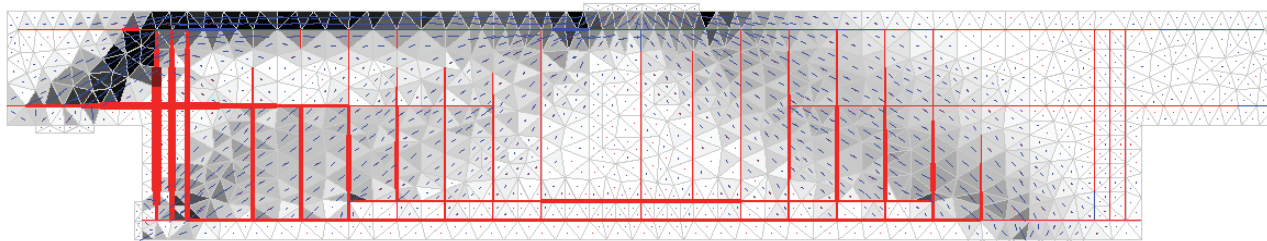


Figura 3. Tensiones relativas sin considerar resistencia a tracción en el recubrimiento (DEB-1.6)

La modelización inicial de las piezas sin considerar la resistencia a tracción en el recubrimiento reproduce el fenómeno del spalling, tal y como puede observarse en la Figura 3, en la que todo el recubrimiento superior tiene claramente agotada su capacidad resistente. El problema observado es que la resistencia estimada en estas modelizaciones es excesivamente prudente dado que el recubrimiento, al no poseer una armadura distribuida, pierde por completo su capacidad resistente incluso para niveles de cargas bajas (al no suponerse resistencia a tracción, se generan unas deformaciones transversales de tracción muy elevadas por compatibilidad y, de acuerdo al modelo de Vecchio y Collins [8], se tiende a anular la resistencia a compresión del recubrimiento). El

modelo no llega a alcanzar la plastificación completa de los tirantes principales (plastificación indicada en marrón en las barras de la Figura 3) y Las cargas predichas quedan lado de la seguridad al captar el efecto del spalling pero sobreestimarlos.

Para realizar una estimación más precisa de la carga última experimental se dota al recubrimiento de cierta resistencia a la tracción, introduciéndose en el modelo mediante una armadura ficticia en el la zona superior del recubrimiento susceptible de sufrir spalling (véase Figura 4).

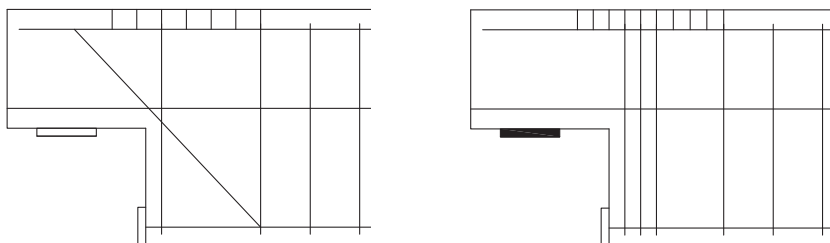


Figura 4. Armadura ficticia en el recubrimiento

Existen diversos trabajos que discuten sobre valores adecuados de la resistencia a tracción que debe ser considerada en análisis plásticos [2]. En este caso se ha considerado una armadura ficticia (elasto-plástica) que entra en la rama de comportamiento plástico cuando el hormigón alcanza un 25% de la resistencia plástica equivalente a la tracción definida por Nielsen y Hoang [2]:

$$f_{ct,mod} = 0.25 \cdot f_{ct,p} = 0.25 \sqrt{0.1 \cdot f_{cm}} \quad (2)$$

La pertinencia de esta modelización se justifica por el hecho de que, a partir de un determinado nivel de tensión (y deformación) transversal, la armadura del recubrimiento plastifica, lo que permite una deformación transversal sin control del recubrimiento. De esta manera, la deformación transversal del hormigón (asociada al desprendimiento del recubrimiento) disminuye severamente la resistencia a la compresión longitudinal del hormigón según el efecto de Vecchio y Collins [8] y el recubrimiento deja de ofrecer resistencia a medida que la pieza continúa a deformarse.

El valor propuesto (25% de la resistencia plástica equivalente) permite un ajuste correcto a los ensayos efectuados [6] y es consistente con valores utilizados en problemas similares por los autores. Actualmente, los autores se encuentran trabajando en una justificación consistente y física de este valor asociada al desarrollo y propagación de fisuras en esta región.

3.4. Resultados en rotura

Con las consideraciones anteriores se obtienen unas cargas de rotura ($V_{u,modelo}$), que en la Tabla 1 se muestran de manera relativa a la carga experimental ($V_{u,test}$). Se resaltan en negrita los resultados numéricos que difieren más de un 10% de los experimentales. El ajuste del modelo es en general muy bueno. Sólo en 3 de los 30 especímenes la desviación de los resultados del modelo con los EPSF respecto a los datos experimentales es superior al 10%, uno sólo si excluimos las piezas con armadura secundaria; en ellas el modelo no da resultados tan ajustados (véase Tabla 2).

Los resultados más inseguros se dan en las piezas que incorporan armadura secundaria (DEB-4.1, DEB-4.2 y DEB-4.3) dado que la inclusión de una armadura secundaria horizontal y vertical sobre el apoyo no aumenta las cargas experimentales, pero por el contrario en el modelo numérico se producen aumentos de la resistencia cercanos al 15%. El resultado obtenido con los

campos de tensiones elasto-plásticos es coherente con la teoría de la plasticidad (la adición de mecanismos resistentes incrementa la resistencia de un elemento), sin embargo, en la realidad ese aumento teórico de carga no se aprecia. Actualmente, los autores se encuentran investigando porqué para dichos elementos se presentan tales desviaciones (fallo de aplicabilidad de la teoría de la plasticidad).

Para el resto de tipos de AMM la desviación media de los resultados numéricos respecto a los experimentales es muy baja con coeficientes de variación (COV) inferiores al 6%. Como referencia cabe destacar que la dispersión obtenida en la campaña experimental, comparando los dos ensayos realizados para cada configuración, deriva en un coeficiente de variación del 3,5%. Una representación gráfica de los resultados en función de la carga se muestra en la Figura 5.

Espécimen	Codificación	Tipo	$V_{u,test}$ (kN)	$V_{u,test} /$ $V_{u,modelo}$
DEB-1.1	p49/O.1	Estándar	193,6	1,03
DEB-1.2	p49/O.2	Estándar	139,3	1,01
DEB-1.3	p49/O.3	Estándar	127,1	1,02
DEB-1.4	p49/O.1	Estándar	176,7	0,99
DEB-1.5	p49/O.2	Estándar	125,3	1,04
DEB-1.6	p100/O.1	Estándar	280,1	1,10
DEB-1.7	p100/O.2	Estándar	191,6	0,96
DEB-1.8	p71/O.1	Estándar	197,2	0,86
DEB-1.9	p71/O.2	Estándar	143,6	0,91
DEB-2.1	p49/D.1	Estándar	197,2	1,05
DEB-2.2	p100/D.1	Estándar	325,8	1,02
DEB-2.3	p71/D.1	Estándar	240,5	0,96
DEB-2.4	p100/D.2	Estándar	311,9	0,92
DEB-2.5	p100/D.3	Estándar	280,0	0,98
DEB-2.6	p100/D.4.1	Estándar	328,1	1,02
DEB-3.1	p100/D.2/B	Estándar	329,1	0,99
DEB-3.2	p100/D.3/B	Estándar	315,3	1,02
DEB-3.3	p100/D.4.1/Ph	Pretensado	343,4	1,00
DEB-3.4	p100/O.1/B	Estándar	266,1	0,98
DEB-3.5	p100/D.1/B	Estándar	339,8	0,99
DEB-3.6	p71/O.1/B	Estándar	224,1	0,97
DEB-3.7	p100/O.1/F40	HRFA	330,5	1,01
DEB-3.8	p100/O.1/F70	HRFA	362,5	1,05
DEB-3.9	p100/O.1/F100	HRFA	362,2	1,03
DEB-3.10	p100/D.4.4/Ph	Pretensado	362,5	1,00
DEB-3.11	p100/D.4.3/Ph	Pretensado	403,3	0,98
DEB-3.12	p100/D.4.2/Ph	Pretensado	408,6	0,90
DEB-4.1	p100/O.1/B+SR1	Arm. sec.	265,5	0,83
DEB-4.2	p100/O.1/B+SR2	Arm. sec.	280,3	0,81
DEB-4.3	p71/O.1/B+SR1	Arm. sec.	238,8	0,93

Tabla 1. Resultados detallados del modelo en rotura

	Todos espec.	Estándar	HRFA	Pretensado	Arm sec.
Media	0,98	0,99	1,03	0,97	0,86
COV	0,067	0,054	0,022	0,046	0,075

Tabla 2. Bondad del ajuste para los diferentes tipos de AMM

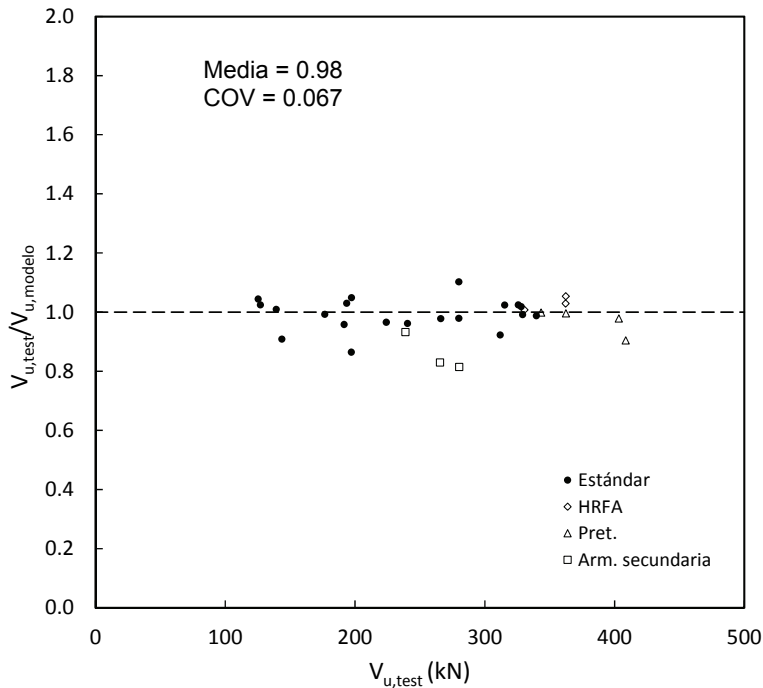


Figura 5. Comparación entre cargas experimentales y cargas estimadas con EPSF

4. Determinación de aberturas de fisura a partir de los resultados de modelos EPSF

Los modelos de campos de tensiones elasto-plásticos (EPSF), están concebidos para el cálculo en rotura. En este apartado se investiga si los resultados de escalones intermedios inferiores a la rotura permiten una estimación aceptable de la abertura de fisura (w). La determinación de la abertura de fisura es de especial importancia en los AMM, puesto que se ha demostrado que en ellos el diseño de la armadura viene usualmente condicionado por el cumplimiento de la abertura de fisura (ELS), ya que la armadura necesaria para verificar dicho condicionante debe ser aumentada respecto a la obtenida para alcanzar la carga de diseño en rotura (ELU) [7].

4.1. Descripción de la metodología propuesta

Los modelos EPSF consideran una fisuración distribuida, por lo que no se pueden obtener directamente resultados de aberturas de fisura del modelo. Para hacerlo se partirán de los resultados de tensiones que proporciona el modelo.

Primeramente se considera una hipótesis cinemática de la fisura extraída del trabajo de Fernández Ruiz et al. [12], tal y como se muestra en la Figura 6 y que puede aplicarse a todas las armaduras que cruzan la fisura principal cerca de los AMM. La cinemática descompone la abertura de fisura en las componentes paralela ($w_{b,i}$) y perpendicular a la armadura ($\delta_{b,i}$), pudiéndose asumir que sólo la primera componente está relacionada con las tensiones globales de la armadura.

Considerando una hipótesis simplificada para la adherencia considerándola constante e igual a un valor de dos veces la resistencia a tracción del hormigón (válido hasta la plastificación de las armaduras [12]), y que toda la fuerza de tracción del tirante se concentra en la armadura en las inmediaciones del tirante es posible determinar la siguiente relación:

$$w_{b,i} = \frac{\sigma_{\max,i}^2 \cdot \phi_{s,i}}{4 \cdot \tau_b \cdot E_s} = \frac{\sigma_{\max,i}^2 \cdot \phi_{s,i}}{8 \cdot f_{ct} \cdot E_s} \quad (3)$$

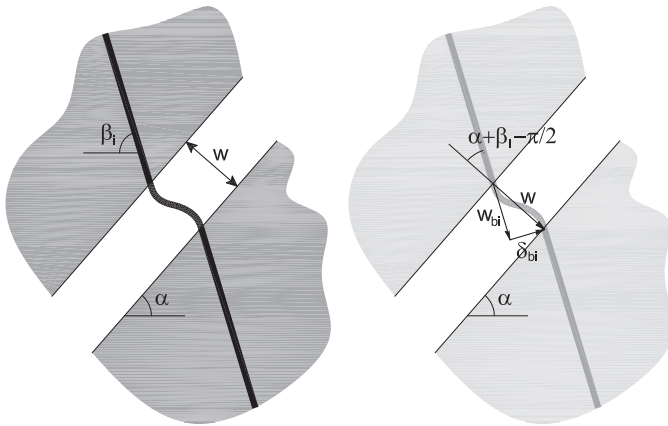


Figura 6. Cinemática de la fisura

De esta forma, para cada una de las armaduras que cruzan la fisura principal cerca de los AMM es posible determinar la abertura de fisura proyectada en su dirección ($w_{b,i}$), a partir de los resultados del modelo numérico de tensión máxima de la armadura ($\sigma_{max,i}$), el diámetro de la armadura ($\varphi_{s,i}$) y la resistencia a tracción del hormigón (f_{ct}). Para el cálculo de la tensión de adherencia se empleará una resistencia a tracción estimada a partir de los resultados de resistencia a compresión empleando la fórmula propuesta por el Código Modelo 2010 [13]:

$$f_{ct} = 0.3 \cdot (f_{cm} - 8 \text{ MPa})^{2/3} \quad (4)$$

La particularización de (3) para cada una de las armaduras de la región permite establecer un sistema de ecuaciones para determinar tanto la abertura de la fisura como su inclinación (α). En el caso de disponer un armado ortogonal el sistema resulta compatible determinado:

$$\alpha = \text{atan}\left(\frac{w_{b,H}}{w_{b,V}}\right) \quad w = \frac{w_{b,V}}{\cos(\alpha)} \quad (5)$$

En el caso de disponer armadura diagonal además de las dos armaduras ortogonales, se dispone de más ecuaciones que incógnitas. Tras analizar las distintas posibilidades de resolución se concluye que la estrategia que conduce a mejores resultados es realizar dos determinaciones independientes de la abertura de fisura, considerando en los dos casos la armadura diagonal y respectivamente la horizontal o la vertical. Finalmente se promedian los resultados obtenidos mediante las dos determinaciones. A continuación se muestran las ecuaciones para realizar ambas determinaciones:

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} + \text{atan}\left(\frac{1}{\tan(\beta_D)} - \frac{w_{b,D}}{w_{b,H} \cdot \sin(\beta_D)}\right) \quad w_1 = \frac{w_{b,H}}{\sin(\alpha)} \quad (6)$$

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{2} + \text{atan}\left(\frac{1}{\tan(\beta_D)} - \frac{w_{b,D}}{w_{b,H} \cdot \sin(\beta_D)}\right) \quad w_2 = \frac{w_{b,H}}{\sin(\alpha)} \quad (7)$$

En las ecuaciones (6) y (7) cabe destacar que β_D representa el ángulo que forma la armadura diagonal con la horizontal, tal y como se muestra en la Figura 6.

4.2. Verificación de la metodología

La metodología anterior es aplicada a 5 de las piezas del estudio de referencia [7] y comparadas con los resultados experimentales en la Figura 7.

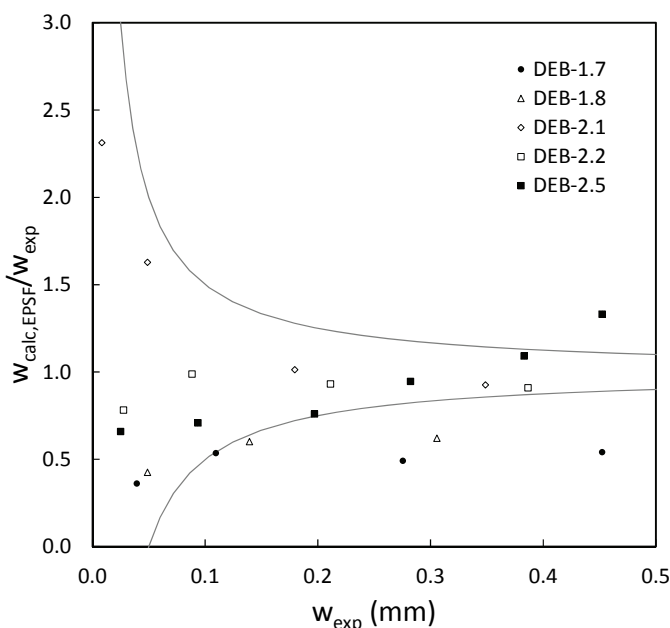


Figura 7. Comparación de aberturas de fisuras experimentales y estimadas con modelo EPSF

En la Figura 7 se marcan en gris unas líneas que indican un error en la estimación de la abertura de fisura de 0,05 mm, considerado admisible en la determinación de este parámetro. Para las piezas que disponen sólo armadura ortogonal (DEB-1.7 y DEB-1.8), los resultados son claramente inadecuados, infraestimándose las aberturas de fisura. Para el resto de piezas, con armadura diagonal, las aberturas de fisura estimadas a partir de la metodología propuesta en base a los resultados del modelo numérico, pueden considerarse razonablemente buenas. En estos casos todas las determinaciones presentan hasta el umbral de 0,40 mm una desviación inferior a 0,05 mm.

Se concluye que la metodología propuesta es particularmente válida para piezas con armadura inclinada. En estas piezas dicha armadura conduce a un control de la fisuración [7]; resulta por tanto aconsejable el diseño de AMM con esta armadura. Además de reducirse la abertura de fisura es posible estimar la abertura de fisura a partir de los resultados del modelo de EPSF utilizando la metodología simplificada anterior y realizar un correcto diseño de estos elementos tanto desde el punto de vista de la rotura, como desde la verificación de la abertura de fisura en servicio.

5. Conclusiones

El presente artículo analiza la aplicación de herramientas para la generación automática de campos de tensiones elasto-plásticas en apoyos a media madera, comparando los resultados del modelo numérico con los datos experimentales de una campaña experimental de referencia. Las principales conclusiones obtenidas son:

1. Los campos de tensiones elasto-plásticas son una herramienta adecuada para la modelización de apoyos a media madera, tanto respecto a su comportamiento en servicio como en rotura.
2. Para captar correctamente el fenómeno de desprendimiento del recubrimiento (spalling) es necesario considerar parte de la resistencia a tracción del recubrimiento. Los autores proponen una expresión basada en la resistencia plástica equivalente a tracción de Nielsen y Hoang, aunque un desarrollo teórico en este campo queda abierto.
3. La teoría de la plasticidad (implementada en campos de tensiones elasto-plásticas) proporciona estimaciones muy ajustadas en términos de modo de rotura y resistencia de los ensayos a media madera. Un punto que continúa abierto es el análisis de elementos con

armadura secundaria donde en la realidad, a pesar de la adición de esta armadura, no se observan incrementos de carga (los cuales son predichos por la teoría de la plasticidad).

4. La combinación de resultados de campos de tensiones elasto-plásticos con un modelo rígido-plástico de adherencia permite estimaciones razonables y relativamente ajustadas de las aberturas de fisura. Los resultados más precisos son obtenidos cuando una armadura se encuentra dispuesta perpendicular a la fisura.

6. Agradecimientos

Los autores muestran su agradecimiento al programa de estancias breves del subprograma FPI del Ministerio de Economía y Competitividad de España en el que se enmarca la colaboración entre la Universidad Politécnica de Valencia y la École Polytechnique Fédérale de Lausanne. El presente trabajo es fruto de dicha colaboración. Los autores agradecen también el apoyo institucional de ambas universidades.

7. Referencias bibliográficas

- [1] MUTTONI A., *The Applicability of the Theory of Plasticity in the Design of Reinforced Concrete (Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton)*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Bericht, No. 176, ETH Zürich, Switzerland, 1989, 159 pp.
- [2] NIELSEN M.P., HOANG L.C., *Limit Analysis and Concrete Plasticity*, 3rd edition, CRC Press, 2000, 816 pp.
- [3] SCHAILCH J., SCHÄFER K., JENNEWEIN M., *Toward a Consistent Design of Structural Concrete*, *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, 1987, pp. 74–150.
- [4] MUTTONI A., SCHWARTZ J., THÜRLIMANN B., *Dimensionamiento y Concepción de Estructuras en Hormigón Armado mediante Campos de Tensiones*, IS-Beton, Lausanne, Switzerland, 2006, 110 pp.
- [5] FERNÁNDEZ RUIZ M., MUTTONI A., On development of suitable stress fields for structural concrete, *ACI Structural Journal*, Vol. 104, No. 4, 2007, pp. 495-502.
- [6] MATA FALCÓN J., PALLARÉS RUBIO L., MIGUEL SOSA P.F., *Comportamiento en rotura de las regiones D generadas en el entorno de los apoyos a media madera*, VI Congreso Internacional de Estructuras de ACHE, Madrid, España, 2014, 10 pp.
- [7] MATA FALCÓN J., MIGUEL SOSA P.F., PALLARÉS RUBIO L., *Análisis de la Fisuración en Servicio de las Regiones D generadas en el entorno de los Apoyos a Media Madera*, VI Congreso Internacional de Estructuras de ACHE, Madrid, España, 2014, 10 pp.
- [8] VECCHIO F.J., COLLINS M.P., *The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements subjected to Shear*, *ACI Journal*, Vol. 83, No. 2, 1986, pp. 219–231.
- [9] COMISIÓN PERMANENTE DEL HORMIGÓN, *Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08)*, Ministerio de Fomento, Madrid, España, 2008, 620 pp.
- [10] UNE-EN 14651:2007, *Método de ensayo para hormigón con fibras metálicas. Determinación de la resistencia a la tracción por flexión (límite de proporcionalidad (LOP), resistencia residual)*, Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR), España, 2007, 17pp.
- [11] CUENCA ASENSIO E., *On Shear Behavior of Structural Elements Made of Steel Fiber Reinforced Concrete*, *Thesis*, Universitat Politècnica de València, Valencia, Spain, 2012, 422 pp.
- [12] FERNÁNDEZ RUIZ M., MUTTONI A., *Applications of Critical Shear Crack Theory to Punching of Reinforced Concrete Slabs with Transverse Reinforcement*, *ACI Structural Journal*, Vol. 106, No. 4, 2009, pp. 485–494.
- [13] FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (fib), *Model Code 2010 (final draft)*, bulletin 65-65, Lausanne, Switzerland, 2010.