Prädiktive Regelung nichtlinearer Systeme unter asynchronen Mess- und Stellsignalen

Nonlinear Predictive Control based on Asynchronous Measurement and Control Signals

Timm Faulwasser, Benjamin Kern, Paolo Varutti, Rolf Findeisen, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Zusammenfassung In vielen Regelungsproblemen stehen die notwendigen Messgrößen nicht zu äquidistanten Zeitpunkten zur Verfügung und es kann auf die zu regelnde Strecke nicht zu äquidistanten Zeitpunkten eingewirkt werden. Daneben treten, auf Grund von notwendigen Auswertungszeiten im Sensor, etwaigen Kalibrierungsvorgängen des Stellglieds oder Sensors oder auch Rechenverzögerungen im Regler oft unvermeidliche Verzögerungen auf. Sowohl die variablen Abtastzeiten als auch die Verzögerungen müssen im Reglerentwurf berücksichtigt werden, um Instabilität oder Einschränkungen der Regelgüte zu vermeiden.

Im Rahmen dieser Arbeit wird aufgezeigt, dass prädiktive Regelungsverfahren basierend auf kontinuierlichen Streckenmodellen in der Lage sind, Systeme unter nicht äquidistanter Abtastung und Verzögerungen zu stabilisieren. Zusätzlich werden neue Konzepte umrissen, die aufzeigen, wie durch ak-

tive Sensoren Messungen ausgelöst werden können, sodass Stelleingriffe nur erfolgen, wenn dies notwendig ist. ▶▶▶

Summary In many control problems the measurement instances might not be available in a periodically-equally-distributed way and/or the same might occur to the control signals. Moreover, due to the sensor evaluation time, calibration of actuators and sensors, or required computational time, inevitable delays can often arise. Both variable sampling times and delays must be considered during the control design in order to avoid instability and performance loss. In this paper, it is shown that predictive control methods, based on continuous time models, can be used to stabilize nonlinear systems under both non-equidistant sampling times and delays. Furthermore, it is outlined how sensors and control sampling instants can be actively utilized such that the control signal is updated only when necessary.

Schlagwörter Nichtlineare prädiktive Regelung, asynchrone Messung und Stellung, ereignisbasierte Regelung, Verzögerungen
 ▶▶▶ **Keywords** Nonlinear model predictive control, asynchronous measurement and actuation, eventbased control, delays

1 Einleitung

Viele Systeme, die mit Hilfe einer Regelung beeinflusst werden sollen, sind zeitkontinuierlich. Jedoch sind die Mess- bzw. Stellsignale oft nur zu diskreten Zeitpunkten verfü- oder anwendbar. Sowohl für die Zustands- als auch für die Stellsignale wird dabei im Allgemeinen von einer äquidistanten Abtastung ausgegangen. Dass heißt, es wird von einer Abtastung nach einem bekannten, gleichbleibenden und diskreten Raster ausgegangen und angenommen, dass die Abtastung hinreichend schnell er-

folgt. In der Praxis kommt es aber häufig vor, dass sowohl die Messung als auch die Anwendung eines Stellsignals nicht zu äquidistanten Zeitpunkten – also *asynchron* – erfolgen, oder dass die Bereitstellung eines Regelungssignals nicht zu beliebigen Zeitpunkten möglich ist und die Stellsignale, Messungen und etwaige Berechnungen unvermeidlichen Verzögerungen unterliegen. Die Gründe hierfür sind vielfältig, z. B. intelligente Sensoren, die zu variablen Verarbeitungszeiten der Messinformationen führen können (Bildverarbeitung, chemische Sensoren),

ausgefallene oder verzögerungsbehaftete Kommunikationskanäle, für die Bestimmung neuer Stellsignale nicht zur Verfügung stehende Rechenkapazitäten oder Kalibriervorgänge in Sensor und Stellglied. Werden die Asynchronitäten und Verzögerungen nicht berücksichtigt, kann es zu erheblichen Einschränkungen bei der erreichbaren Regelgüte oder sogar zur Instabilität des geschlossenen Kreises kommen.

Im Rahmen dieser Arbeit werden Lösungsansätze für die umrissene Problematik zur Regelung zeitkontinuierlicher nichtlinearer Systeme unter Beschränkungen vorgestellt. Die vorgeschlagenen Methoden sind Erweiterungen bestehender optimierungsbasierter, prädiktiver Regelungsverfahren. Insbesondere wird gezeigt, dass prädiktive Verfahren in der Lage sind, Systeme mit variablen, eventuell nicht a priori bekannten Abtastzeiten zu stabilisieren, und es erlauben, Verzögerungen auf Sensor- und Aktuatorseite sowie Berechnungsverzögerungen zu kompensieren. Weiterhin werden Ansätze zur Berücksichtigung ereignisgetriebener Messsignale vorgestellt, in denen ein intelligentes Sensorglied entscheidet, wann neue Messungen an den Regler gesendet werden sollen.

Regelung unter asynchronen bzw. ereignisgetriebenen Mess- und Stellsignalen ist ein sehr aktives und aktuelles Forschungsgebiet [4; 10]. Zumeist sind die entwickelten Verfahren jedoch auf lineare Systeme beschränkt, erlauben keine Beschränkungen, berücksichtigen keine variablen Abtastzeiten oder Verzögerungen auf Stellgliedseite, oder betrachten nur einschleifige (SISO) Regelkreise. Diese Arbeit zeigt, wie ein Teil dieser Einschränkungen durch den Einsatz prädiktiver Verfahren überwunden werden kann.

Hierzu wird in Abschnitt 2 das Problem der Regelung unter nicht äquidistanter – d. h. asynchroner – Zustandsinformation vorgestellt und dessen Praxisbezug erläutert. Weiterhin werden die Grundzüge prädiktiver Regelung kurz umrissen und es wird ein Stabilitätsergebnis zur modell-prädiktiven Regelung unter asynchronen Zustandsinformationen vorgestellt. Abschnitt 3 konzentriert sich auf Methoden zur nominell stabilen Kompensation von Verzögerungen. Es wird verdeutlicht, dass dies in einer asynchronen prädiktiven Betrachtungsweise leicht möglich ist. Die vorgestellten Kompensationsverfahren werden am Beispiel eines Rührkesselreaktors demonstriert. Abschnitt 4 stellt in Form eines Ausblicks prädiktive Strategien vor, die auf einer impliziten Bestimmung der Abtastzeitpunkte basieren. Es wird gezeigt, dass es möglich ist, ohne Verlust der Stabilität unnötige Neuberechnungen des Stellsignals zu vermeiden. Mit einer kurzen Zusammenfassung schließt dieser Artikel in Abschnitt 5.

2 Regelung unter asynchroner Abtastung

Es werden nichtlineare, zeitkontinuierliche Systeme der Form

$$\dot{x} = f(x, u), \quad x(0) = x_0, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m \quad (1)$$

betrachtet. Es wird angenommen, dass der vollständige Zustand x nur zu diskreten Zeitpunkten t_i für eine zu entwerfende Regelung zur Verfügung steht. Regelziel ist die Stabilisierung des Ursprungs, d. h. $x \rightarrow 0$ für $t \rightarrow \infty$, wobei Zustands- und Eingangsbeschränkungen der Form

$$x \in \mathcal{X}, \quad u \in \mathcal{U} \quad (2)$$

eingehalten werden müssen. Hierbei ist $\mathcal{X}$ die beschränkte und abgeschlossene Menge der zulässigen Zustände und $\mathcal{U}$ die beschränkte und abgeschlossene Menge der zulässigen Stellsignale. Es wird zusätzlich angenommen, dass

$$f(0, 0) = 0, \quad (3)$$

und dass f hinreichend oft stetig differenzierbar ist.

Der gesuchte Regler soll zu jeder Messinformation $x(t_i)$ ein Stück einer Eingangstrajektorie generieren, sodass für alle $t \in (t_i, t_{i+1}]$ ein Eingang

$$u = u(t, x(t_i)) \quad (4)$$

zur Verfügung steht.

In anderen Worten: Auf Basis eines einzelnen Messwerts $x(t_i)$ soll ein Steuersignal $u(t, x(t_i))$ generiert werden, welches im Zeitintervall $t_i < t \leq t_{i+1}$ im offenen Kreis angewendet wird. Ein solcher Ansatz zur Regelung wird als *stückweise Steuerung des offenen Kreises mittels zeitdiskreter Messinformation* (englisch: *sampled data open-loop feedback*) bezeichnet. Dabei ist zu beachten, dass die Abtastzeitpunkte t_i nicht a priori bekannt sein müssen. Vielmehr wird später gezeigt, dass die explizite oder implizite Bestimmung der Abtastzeitpunkte im Verlauf der Regelung eines Prozesses – z. B. auf Basis von Sensorinformationen – zu besseren Regelungsergebnissen führen kann.

Die Annahme nicht äquidistant abgetasteter, zeitdiskreter Messinformation für zeitkontinuierliche Systeme erscheint auf den ersten Blick willkürlich oder akademisch. Schon in den 90er Jahren wurde die Regelung kontinuierlicher Systeme mit Hilfe zeitdiskreter Regler diskutiert, siehe u. a. [3; 5]. Es wurde dabei jedoch angenommen, dass die Eingangssignale zwischen zwei Abtastzeitpunkten konstant gehalten werden. Dies wurde u. a. damit begründet, dass Abtastraten und Rechenzeiten von AD/DA-Wandlern limitierend wirken. Durch den beträchtlichen Fortschritt in der Computertechnik ist diese Limitierung heutzutage nicht mehr gegeben. Vielmehr sind nun vor allen Dingen *langsame* Zustandsmessungen hinderlich. Typische Beispiele für langsame Zustandsmessungen sind relativ langsame Sensoren wie Konzentrationsmessungen oder die Berechnung von Zustandsinformation aus anderen Daten wie im Falle des Einsatzes von Bildverarbeitungsalgorithmen. Für viele Anwendungen ist daher die Betrachtung nicht äquidistant abgetasteter, zeitdiskreter Messinformation zur Regelung kontinuierlicher Systeme weniger eine akademische Annahme als eine Gegebenheit der Praxis, siehe z. B. [10; 12; 16].

2.1 Prädiktive Regelung

An dieser Stelle sollen kompakt die wichtigsten Grundprinzipien und Eigenschaften prädiktiver Regelungsverfahren veranschaulicht werden, da diese Verfahren auf Grund ihrer Struktur sehr gut zur Regelung mittels zeitdiskreter Messsignale eingesetzt werden können. Weiterführende Details zur prädiktiven Regelung sind u. a. in [2; 14] zu finden. Die Grundidee prädiktiver Regelung ist die wiederholte Vorhersage des zukünftigen Systemverhaltens und die Bestimmung eines optimalen Eingangssignals basierend auf der Lösung eines Optimalsteuerungsproblems. Dabei wird auf Grundlage jeder Messinformation $x(t_i)$ folgendes Optimalsteuerungsproblem

$$\min_{\hat{u}(\cdot)} \int_{t_i}^{t_i+T_p} F(\hat{x}, \hat{u}) d\tau + E(\hat{x}(t_i + T_p)), \quad (5)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, \hat{u}), \quad \hat{x}(t_i) = x(t_i) \quad (6a)$$

$$\hat{u}(t) \in \mathcal{U}, \quad t \in (t_i, t_i + \delta] \quad (6b)$$

$$\hat{x} \in \mathcal{X} \quad (6c)$$

$$\hat{x}(t_i + T_p) \in \mathcal{E}. \quad (6d)$$

gelöst. In dieser Formulierung sind alle internen Zustände des Reglers mit $\hat{\cdot}$ überschrieben, um prädiizierte Größen klar von Größen des realen System unterscheiden zu können. Folglich wird $\hat{x}(t)$ als Prädiktion des Systemzustands zum Zeitpunkt t bezeichnet. Das Ergebnis der Optimierung ist ein optimales Eingangssignal $u^*(t, x(t_i))$ für $t \in [t_i, t_i + T_p]$. Die Größe T_p wird als Prädiktionshorizont bezeichnet. Im Prozess wird das optimale Stellsignal $u(t, x(t_i))$ über den Zeitraum $(t_i, t_i + \delta]$ implementiert

$$u(t) = u(t, x(t_i)) = \hat{u}^*(t, x(t_i)). \quad (7)$$

Die Stabilität prädiktiver Regelverfahren wird oft durch geeignete Wahl des Gewichtungsterms $F(x, u) : \mathcal{X} \times \mathcal{U} \mapsto \mathbb{R}$, des sogenannten Endgewichts $E(x) : \mathcal{X} \mapsto \mathbb{R}$, sowie durch Wahl der als Endregion bezeichneten Menge $\mathcal{E} \subset \mathbb{X}$ und etwaig des Prädiktionshorizontes T_p erzielt, siehe z. B. [2; 7; 9; 14].

Oftmals wird davon ausgegangen, dass der zeitliche Abstand $\delta = t_{i+1} - t_i$ zweier aufeinander folgender Zustandsinformationen $x(t_i)$ und $x(t_{i+1})$ a priori bekannt und konstant ist. Dies bedeutet nichts anderes, als dass von einer äquidistanten – d. h. *synchronen* – Zustandsabtastung bzw. einer gleichbleibenden Neuberechnungszeit δ ausgegangen wird. Diese Annahme ist jedoch nicht zwingend notwendig. Das folgende Theorem stellt hinreichende Stabilitätsbedingungen vor, die zeigen, dass der Abstand zwischen der Abtastung zweier Zustandsinformationen $x(t_i)$ und $x(t_{i+1})$ nicht von vornherein bekannt und daher auch nicht äquidistant, jedoch nach oben durch den Prädiktionshorizont beschränkt sein muss.

Theorem 1.

Vorausgesetzt, dass

- a) $\beta < t_{i+1} - t_i < T_p$ mit $\beta > 0$,
- b) für alle $x_0 \in \mathcal{E} \subseteq \mathcal{X}$ ein zulässiges Eingangssignal $\hat{u}(\tau) \in \mathcal{U}, \tau \in [0, T_p]$ existiert, sodass gilt

$$x(\tau) \in \mathcal{E} \quad (8a)$$

$$\text{und } \frac{\partial E}{\partial x} f(x(\tau), \hat{u}(\tau)) + F(x(\tau), \hat{u}(\tau)) \leq 0, \quad (8b)$$

- c) das Optimalsteuerungsproblem eine Lösung zum Zeitpunkt t_0 besitzt.

Dann gilt für den geschlossenen Kreis aus (1), (5)–(7)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0.$$

Der Einzugsbereich ist gegeben durch alle x für die das Optimalsteuerungsproblem aus (1), (5) und (6) eine Lösung besitzt.

Beweis. Der Beweis folgt direkt aus bekannten Ergebnissen zur Stabilität prädiktiver Regelung, siehe u. a. [7; 14]. Es muss lediglich sichergestellt werden, dass für alle Zeitpunkte ein Eingangssignal definiert und bekannt ist. $\square$

Sowohl die Lösung des obigen Optimalsteuerungsproblems als auch die Stabilität des geschlossenen Kreises basieren nur auf der zeitdiskreten Zustandsinformation $x(t_i)$. Wichtig ist hierbei die Beobachtung, dass die Zeitpunkte t_i nicht a priori bekannt sein müssen. Aus diesem Grund sind prädiktive Verfahren sehr gut zur Regelung von Prozessen mit variablen Abtastzeiten geeignet. Durch die Verwendung des Eingangssignals zur stückweisen Steuerung des offenen Kreises ist es auch im Fall (hinreichend) kleiner Störungen nicht notwendig öfter abzutasten. Ist im Falle von Störungen die Abtastzeit zu groß, so hat dies Einfluss auf die erreichbare Regelgüte und es kann nur noch *praktische Stabilität* des Regelkreises garantiert werden [7].

Es sei angemerkt, dass die optimierungsbasierte prädiktive Regelung nur ein mögliches Verfahren zur Realisierung der stückweisen Steuerung des offenen Kreises unter asynchronen Zustandsinformation ist. Prinzipiell können die Eingangssignale (7) auch durch die Simulation – d. h. Prädiktion – des mit Hilfe eines stabilisierenden (Zustands-)Reglers geschlossenen Kreises erzeugt werden. Ein solches Prädiktionsschema ist beispielsweise gegeben durch

$$u(t, x(t_i)) = k(\hat{x}(t)), \quad t \in (t_i, t_i + \delta], \quad (9)$$

wobei $k(\hat{x}(t))$ prinzipiell jeder stabilisierende Zustandsregler sein kann. Die Prädiktion erfolgt durch Simulation des geschlossenen Kreises

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, k(\hat{x})), \quad \hat{x}(t_i) = x(t_i) \quad (10)$$

über das Zeitintervall $t \in [t_i, t_i + T_p]$.

3 Signalverzögerung und passive Asynchronität im Regelkreis

Bisher wurde sowohl von idealen Stell- und Messgliedern als auch von einer idealen Signalübertragung ausgegangen. In der Praxis liegen jedoch zumeist keine idealen Bedingungen vor. Es treten Modell- und Messfehler auf, die Messung oder der Stelleingriff sowie die Signalübertragung unterliegen Verzögerungen. Im Folgenden wird aufgezeigt, wie asynchrone prädiktive Verfahren genutzt werden können, um nicht ideale Bedingungen im Hinblick auf Verzögerungen auszugleichen.

Beispiele für solche Verzögerungen sind vielfältig: Die Sensoren selbst können Verzögerungen verursachen, da die physikalische Information nachbearbeitet werden muss, d. h. der zum Zeitpunkt t_i gemessene Wert steht erst zum Zeitpunkt $t_i + \tau_s(t)$ zur Verfügung. Gründe hierfür sind z. B. aufwendige Berechnungen wie die Gewinnung von Zustandsinformation via Bildverarbeitung oder aufwendige optimierungsbasierte Schätz- und Filterverfahren. Es können während des Betriebs auch automatische Kalibrier- und Reinigungsvorgänge der Stell- und Messglieder ausgelöst werden, z. B. Spülvorgänge von Kathedern oder Kanülen in automatisierten medizinischen Anwendungen. Auch der beträchtliche Zeitaufwand zur Lösung von Optimalsteuerungsproblemen im Falle prädiktiver Regelung kann genauso wie die Informationsübertragung mittels digitaler Kommunikationsnetze eine Ursache für Verzögerungen zwischen Strecke und Regler bzw. Regler und Strecke sein.

Im Rahmen dieser Arbeit werden zwei Arten von Verzögerungen – die sich nicht als Totzeiten abbilden lassen und zeitlich variabel sind – betrachtet. Es werden die Verzögerungen gemäß ihres Wirkungsortes im Regelkreis unterschieden (siehe Bild 1). Zum einen sind dies Verzögerungen zwischen Strecke, Sensor und Regler (vgl. Σ_s in Bild 1). Steht eine Zustandsinformation $x(t_i)$ nicht zum Zeitpunkt t_i , sondern erst verspätet zum Zeitpunkt $t_i + \tau_s(t_i)$ zur Berechnung des Stellsignals zur Verfügung, soll dies als Verzögerung $\tau_s(t_i)$ des Messsignals bezeichnet werden.

Zum anderen werden Verzögerungen zwischen Regler und Strecke betrachtet (vgl. Σ_a in Bild 1). Die Zeitspanne zwischen dem Eingang einer Zustandsinformation beim

Bild 1 Erweiterung des geschlossenen Kreises um Beschreibungen der sensor- und aktuatorseitigen Dynamik zwischen Strecke Σ und Regler K . τ_s und τ_a bezeichnen die Verzögerung des Mess- bzw. Stellsignals.

Regler und dem Beginn der Anwendung des aus dieser Information resultierenden Stellsignals wird als Verzögerung des Stelleingriffs $\tau_a(t)$ bezeichnet. Unberücksichtigt bleiben im Rahmen dieser Arbeit Verzögerungen im Regler, z. B. durch Rechenzeiten. Diese lassen sich jedoch auch berücksichtigen, siehe z. B. [6–8; 13].

Mess- und Stellsignalverzögerungen können als spezielle Störungen aufgefasst werden, die zu Asynchronität im Regelkreis führen. Demzufolge sind Verzögerungen in der hier vorgestellten Sichtweise gleichbedeutend mit Asynchronität im geschlossenen Kreis, wobei die Messsignalverzögerungen asynchroner abgetasteter Zustandsinformation und Stellsignalverzögerungen asynchroner durchgeführter Aktuierung entsprechen. Dies wird im Folgenden als *passive Asynchronität* bezeichnet, die zwar kompensiert, aber deren Ursachen nicht oder nur bedingt entgegengewirkt werden kann.

Für die folgenden Überlegungen wird angenommen, dass die Verzögerungen der Mess- und Stellsignale – $\tau_s(t)$ und $\tau_a(t)$ – nicht deterministisch, d. h. stochastische Größen seien, für die jeweils nur eine obere Grenze angegeben werden kann. Es gilt daher

$$0 \leq \tau_{s,a}(t) \leq \tau_{s,a}^{\max}. \quad (11)$$

3.1 Berücksichtigung von Verzögerungen des Messsignals

Es wird angenommen, dass ein exaktes Modell der Regelstrecke und die exakte Verzögerung $\tau_s(t_i)$ bekannt sind. Die Verzögerung $\tau_s(t_i)$ kann bestimmt werden, indem jede Messinformation mit einem Zeitstempel versehen wird [11]. Die Verzögerung des Messsignals beeinflusst das Verhalten des prädiktiven Reglers, denn zum Zeitpunkt $t_i + \tau_s(t_i)$ erhält der Regler die veraltete Zustandsinformation $x(t_i)$. Ist das an der Strecke angewendete Stellsignal für $(t_i, t_i + \tau_s(t_i)]$ bekannt, kann der Zustand

$$\hat{x}(t_i + \tau_s(t_i)) = x(t_i + \tau_s(t_i)) \quad (12)$$

trivial rekonstruiert werden. In anderen Worten: Der prädiktive Regler bestimmt den aktuellen Zustand durch Vorwärtssimulation aus $\hat{x}(t_i)$.

Die Stabilität dieses Kompensationsansatzes folgt unmittelbar aus Theorem 1, wenn die maximale Verzögerung des Messsignals kleiner ist als der Prädiktionshorizont

$$\tau_s^{\max} < T_p, \quad (13)$$

da ja $x(t_i + \tau_s(t_i)) = \hat{x}(t_i + \tau_s(t_i))$. Die Kompensation ist möglich, da der Regler unter asynchroner Zustandsinformation arbeiten kann und zusätzlich das angewendete Eingangssignal bekannt ist.

3.2 Verzögerung der Mess- und Stellsignale

Neben Verzögerungen des Messsignals treten häufig auch Verzögerungen am Stellglied oder zwischen Stellglied

und Regler auf. Beispiele hierfür sind Verzögerungen durch Kommunikationsnetzwerke, Verzögerungen durch etwaig notwendige Berechnungen am Stellglied (z. B. durch eine notwendige Bahnplanung), Verzögerungen durch Kalibriervorgänge oder durch begrenzte Energiere Ressourcen am Stellglied, die erst wieder *aufgeladen* werden müssen (z. B. Blitzlicht).

Während Verzögerungen nur des Messsignals vergleichsweise einfach mittels zeitgestempelter Messinformation und prädiktiver Regelung kompensiert werden können, ist die Kompensation von Mess- und Stellsignalverzögerungen deutlich komplizierter. Grund hierfür ist, dass der Regler durch das Auftreten von variablen Stellgliedverzögerungen nicht *sicher weiß*, wann welches Eingangssignal angewendet wurde.

Im Folgenden wird ein Kompensationsverfahren vorgeschlagen, welches auf der Verwendung der größtmöglichen Verzögerung auf der Stellgliedseite beruht. Weniger konservative Ansätze können [17] entnommen werden. Dazu wird von einem intelligenten Stellglied ausgegangen, das Stellsignale speichern und zu vorgegebenen Zeitpunkten anwenden kann [1]. Die Grundidee zur Kompensation ist, dass der prädiktive Regler ein um die maximale Verzögerung in die Zukunft verschobenes Eingangssignal berechnet, d. h. das Stellsignal wird für

$$t \in (t_i + \tau_s(t_i) + \tau_a^{\max}, t_{i+1} + \tau_s(t_i) + \tau_a^{\max} + T_p] \quad (14)$$

bestimmt. Werden die Stellsignale im Aktuator zwischengespeichert, kann der Aktuator entsprechend einer mit dem Regler synchronisierten Uhr entscheiden, wann ein Stellsignal angewendet werden soll. Dieser Ansatz lässt sich zusammenfassen:

1. Auf Basis einer gegebenenfalls verzögerten Messinformation $x(t_i)$, wird unter Annahme der maximalen Aktuatorverzögerung ein Stellsignal $u(t, x(t_i))$ bestimmt, das im Intervall (14) zulässig und definiert ist.
2. Dieses Stellsignal wird mit einem Zeitstempel versehen und im Zwischenspeicher des Aktuators abgelegt.
3. Beginnend mit dem Zeitpunkt $t_i + \tau_s(t_i) + \tau_a^{\max}$ wird das Stellsignal angewendet, bis neue passende Daten eintreffen.
4. Zurück zu 1.

Die nominelle Stabilität im Sinne von Konvergenz des Ansatzes kann unter den Annahmen eines exakten Modells, Synchronisation der Uhren in Regler, Sensor und Aktuator und der Abschätzung der auftretenden Verzögerungen in Bezug auf den Prädiktionshorizont

$$\tau_s^{\max} + \tau_a^{\max} < T_p \quad (15)$$

gezeigt werden.

Theorem 2. (Stabilität bei Signalverzögerungen)

Sei das nichtlineare System aus (1) und eine prädiktive Regelung entsprechend (5) und (6) gegeben.

Die vorgestellte Kompensationsmethode stabilisiert den geschlossenen Kreis aus (1), (5), (6) und (7) im Sinne asymptotischer Konvergenz, wenn die nominelle prädiktive Regelung das verzögerungsfreie System stabilisiert.

Der Beweis dieses Satzes baut direkt auf Theorem 1 auf. Im ersten Schritt wird die Lösbarkeit des Optimalsteuerungsproblems und im zweiten die Konvergenz des Zustands in den Ursprung gezeigt, Details siehe [17].

Die Existenz synchronisierter Uhren bzw. einer globalen Uhr in Regler, Strecke, Sensor und Aktuator ist eine restriktive Annahme. Nichtsdestotrotz wird diese Annahme häufig im Zusammenhang mit der Betrachtung von Systemen unter Verzögerungen getroffen. Uhrensynchronisation zwischen verschiedenen Elementen eines Regelkreises ist daher eine wichtige anwendungsgetriebene Herausforderung.

3.3 Beispiel: Simulation der Verzögerungskompensation für einen ideal durchmischten Rührkesselreaktor

Zur Illustration der vorgestellten Methoden wird ein ideal durchmischter Rührkesselreaktor als Referenzproblem betrachtet.

In einem gekühlten Reaktor laufe eine irreversible exotherme Reaktion $A \rightarrow B$ in einem konstanten Reaktorvolumen ab, die Details finden sich in [15]. Die Reaktorgleichungen sind gegeben durch

$$\begin{aligned} \dot{T}(t) = & \frac{q}{V}(T_0 - T(t)) - \left(\frac{k_0 \Delta H}{\rho C_p} \right) C_A(t) e^{-\frac{E}{RT(t)}} \\ & + \left(\frac{\rho_c C_{pc}}{\rho C_p V} \right) q_c(t) \left[1 - e^{-\frac{-hA}{q_c(t) \rho_c C_{pc}}} \right] (T_0 - T(t)) \end{aligned} \quad (16a)$$

$$\dot{C}_A(t) = \frac{q}{V}(C_{A0} - C_A(t)) - k_0 C_A(t) e^{-\frac{E}{RT(t)}}. \quad (16b)$$

Die Modellparameter sind in Tabelle 1 dokumentiert. Die Regelgröße ist die Konzentration $C_A(t)$ der Komponente A, der Zustand x ist gegeben durch $x(t) = (T(t), C_A(t))^T$, die Stellgröße ist die Rate zugeführten Kühlmittels $u(t) = q_c(t)$. Die Zuflussrate des Kühlmittels unterliegt der Beschränkung $50 \text{ [l/min]} \leq q_c(t) \leq 200 \text{ [l/min]}$.

Um die nachfolgende Diskussion zu vereinfachen, wird davon ausgegangen, dass die stochastische Stellgliedverzögerung durch $\tau_a^{\max} \leq 15 \text{ s}$ begrenzt ist. Über die ebenfalls stochastische Verzögerung des Messsignals ist bekannt, dass $15 \text{ s} \leq \tau_s(t) \leq 30 \text{ s}$. Das Messglied tastet alle 30 Sekunden eine neue Zustandsinformation ab, der Prädiktionshorizont beträgt $T_p = 150 \text{ s}$, die Gewichtung ist $F(x, u) = x^T Q x + u^T R u$ mit $Q = \text{diag}(1, 10^5)$ und $R = 1$.

Wie Bild 2 zeigt, verbessert die Anwendung der Kompensationsmethoden das Regelungsergebnis deutlich. Insbesondere werden die Sollwerte schneller erreicht.

Tabelle 1 Modellparameter des Rührkesselreaktors.

Prozessdurchsatz	Q	100 l/min
Zuflusskonzentration	C_{A0}	1 mol/l
Zuflusstemperatur	T_0	350 K
Zuflusstemperatur des Kühlmittels	T_{c0}	350 K
Reaktorvolumen	V	100 l
Wärmeübergangskoeffizient	hA	7×10^5 cal/min K
Reaktionsrate	k_0	$7,2 \times 10^{10}$ l/min
Aktivierungsenergie	E/R	1×10^4 K
Reaktionsenthalpie	ΔH	-2×10^5 cal/mol
Flüssigkeitsdichten	ρ, ρ_c	1×10^3 g/l
spezifische Wärmekapazitäten	C_p, C_{pc}	1 cal/g K

Bild 2 Verlauf der Konzentration des Reaktanten A in Sollwerten C_A^{soll} (gestrichelte Linie), Istwerten mit Kompensation C_A^{komp} (durchgezogene Linie) und Istwerten ohne Kompensation C_A (strich-gepunktete Linie). Es treten sowohl eine Stellglied- ($\tau_a^{max} \leq 15$ s) als auch eine Messgliedverzögerung ($15 \text{ s} \leq \tau_s^{max} \leq 30$ s) auf.

Die Änderung der Sollwerte ist im Regler nicht a priori bekannt. Vielmehr wird bei einer Sollwertänderung das Gütekriterium entsprechend angepasst. Die Verzögerung zwischen Sollwertsprung und dem Nachfolgen der Regelgröße ist durch die Aktuatorverzögerung bedingt.

4 Ausblick auf Regelung mittels aktiv-asynchroner Zustandsinformation

Ein Argument wider äquidistante Abtastung ist, dass es sinnvoll sein kann, unnötige Neuberechnungen des Stellsignals zu vermeiden. Gründe hierfür können vielfältig sein. Ein Beispiel ist die Regelung eines Satelliten über Steuerraketen, bei der eventuell nur kleine Korrekturen möglichst vermieden werden sollen, um Abnutzung und Treibstoffverbrauch zu minimieren. Ein weiteres Beispiel ist die drahtlose Übertragung von Daten zwischen einem batteriebetriebenen Sensor und dem Regler, wenn die Kommunikation zwischen diesen Komponenten minimiert werden soll, um die Batterie des Sensors zu schonen. Dies lässt sich mit einem Rückgriff auf das bekannte Verhalten eines realen und daher kausalen PID-

Reglers verdeutlichen: Ein PID-Regler wird nur dann aktiv, wenn die Regelabweichung ungleich 0 ist. Solange aber die Regelabweichung gleich 0 ist, wird ein PID-Regler das Stellsignal $u = 0$ liefern. D.h. der Eingriff des Reglers erfolgt im Allgemeinen nur, wenn eine Störung auftritt.

Im Folgenden wird die Frage diskutiert, wie das Konzept der stückweisen Steuerung des offenen Kreises mittels zeitdiskreter Zustandsinformation erweitert werden kann, sodass die Neuberechnung eines Stellsignals aktiv ausgelöst wird und sich somit unnötige und teure Neuberechnungen oder teure Stelleingriffe vermeiden lassen. Bezogen auf die stückweise Steuerung mittels asynchroner Zustandsinformation bedeutet dies: *Es soll nur dann eine neue Messinformation an den Regler übertragen werden, wenn es notwendig ist.* Zur Vereinfachung wird im Weiteren davon ausgegangen, dass keine Verzögerungen im Regelkreis auftreten.

4.1 Ereignisgetriebene Auslösung durch Abweichung vom Sollwert

An einen aktiven Sensor wird die durch den Regler erfolgte Prädiktion des Systemzustands $\hat{x}$ übertragen. Im aktiven Sensor wird fortlaufend die Abweichung des Systemzustands x von der Prädiktion $\hat{x}$ bestimmt. Nur wenn diese Abweichung einen Schwellwert $\epsilon \geq 0$ übersteigt, wird eine neue Zustandsinformation an den Regler übertragen. Ein ähnliches, aber deutlich einfacheres Konzept auf Basis der Abweichung zwischen aktuellem Systemzustand und aktuellem Sollwert der Regelgröße wird in [10] diskutiert.

Wenn zum Zeitpunkt t_i die letzte Zustandsinformation an den Regler übertragen wurde, dann wird der nächste

Bild 3 Prinzip der ereignisgetriebenen Auslösung der Neuberechnung von Eingangstrajektorien auf Basis der Differenz von Systemzustand und prädictiertem Systemzustand. Verlässt der Systemzustand eine ϵ -Umgebung um den prädictierten Systemzustand, überträgt der aktive Sensor neue Zustandsinformation, dies führt zu einer Neuberechnung der Eingangstrajektorie.

Übertragungszeitpunkt t_{i+1} implizit durch

$$\|x(t_i + \delta(t)) - \hat{x}(t_i + \delta(t), x(t_i))\| > \epsilon$$

$$\Rightarrow t_{i+1} = t_i + \delta(t) \quad (17)$$

bestimmt (vgl. Bild 3). D.h. der Regler kommuniziert nicht nur mit dem Aktuator, sondern auch mit dem Sensor. Dabei wird an den Sensor die prädizierte Trajektorie des Systemzustands übertragen. Weicht das reale System zu weit von der prädizierten Trajektorie ab, wird eine neue Zustandsinformation an den Regler übertragen. Ganz entsprechend den Resultaten aus Theorem 1 ist ein solches Schwellwertverfahren zur *Regelung mittels aktiv-asynchroner Zustandsinformation* im nominellen Fall stabil im Sinne asymptotischer Konvergenz. Im Falle von Störungen lässt sich jedoch nur praktische Stabilität zeigen. Anzumerken ist, dass die Übertragung neuer Zustandsinformation auch durch den Regler ausgelöst werden kann, wenn beispielsweise ein Arbeitspunktwechsel durchgeführt werden soll.

4.2 Beispiel: Simulation aktiv-asynchroner Regelung eines ideal durchmischten Rührkesselreaktors

Im Folgenden wird das umrissene Verfahren auf das Beispiel des Rührkesselreaktors aus Abschnitt 3.3 angewendet. Die Simulationsparameter entsprechen denen des Beispiels aus Abschnitt 3.3. Es wird aber nur dann eine neue Zustandsinformation vom Sensor an den Regler übertragen – und damit auch nur dann ein neues Stellsignal bestimmt –, wenn die Differenz zwischen aktuellem Systemzustand $C_A(t)$ und der Prädiktion des Systemzustands den Wert $\epsilon = 10^{-4}$ [mol/l] übersteigt. Zusätzlich dazu wird eine nicht im Prädiktionsmodell abgebildete Störung auf die Reaktortemperatur berücksichtigt.

Bild 4 zeigt die Ergebnisse für die Simulation des Rührkesselreaktors entsprechend (16). Es waren für den Simulationszeitraum von 150 s nur vier Neuberechnungen des Stellsignals erforderlich.

Bild 4 Simulationsergebnisse zur aktiv-asynchronen Regelung des Rührkesselreaktors bei Berücksichtigung einer auf die Strecke wirkenden Zustandsstörung. Sobald die Differenz aus Systemzustand (hier wird vereinfacht nur die Konzentration von A gezeigt, schwarze Linie) und Prädiktion des Systemzustands den Wert $\epsilon = 10^{-4}$ übersteigt, wird eine neue Zustandsinformation an den Regler übertragen und ein neues Stellsignal bestimmt. Dies wird durch die grauen Kreuze gekennzeichnet.

5 Zusammenfassung

Oftmals ist bei Regelungsproblemen nicht die Möglichkeit vorhanden, kontinuierlich oder zu äquidistanten Zeitpunkten verzögerungsfrei Messungen vorzunehmen oder auf das System einzuwirken. Die Gründe hierfür sind vielfältig: Sensoren und Stellglieder unterliegen unregelmäßigen Kalibrierungsvorgängen, Kommunikationskanäle sind begrenzt und unterliegen Verzögerungen oder Fehlern, die zur Verarbeitung notwendigen Rechenleistungen sind begrenzt oder die Filterung von Daten oder Extraktion von Informationen ist sehr aufwendig.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde gezeigt, dass sich prädiktive Regelungsverfahren gut für die Regelung solcher asynchroner Regelungsprobleme unter Begrenzungen und Nichtlinearitäten eignen und die strukturierte Kompensation von Verzögerungen auf Sensor- und Stellgliedseite erlauben. Daneben wurde ein prädiktives Regelungsverfahren, unter Verwendung von intelligenten Sensoren und Stellgliedern vorgestellt, mit dem sich die Anzahl der Übermittlungen von neuen Messinformationen und die notwendigen Neuberechnung des Stellsignals im Regler erheblich reduzieren lassen. Grundidee des Verfahrens ist die Übermittlung des prädizierten Verhaltens an den Sensor, sodass dieser nur Informationen übermittelt, wenn das System zu weit von der vorgeschlagenen Trajektorie abweicht. Die Verfahren wurden anhand eines einfachen Beispielsystems der Regelung eines chemischen Reaktors in Simulationen validiert. Hierbei ergaben sich gute Regelungsergebnisse.

Zukünftige Fragestellungen sind unter anderem die direkte Berücksichtigung von Modellunsicherheiten und Störungen im prädiktiven Regler (robuster Entwurf), der Entwurf hierarchischer, dezentraler Regelungsverfahren unter asynchronen, verzögerungsbehafteten Bedingungen sowie die direkte Minimierung von Messungen und Stell-eingriffen.

Danksagung

Teile dieser Arbeit wurden von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) im Rahmen des Schwerpunktprogramms 1305 *Regelungstheorie digital vernetzter dynamischer Systeme* unterstützt.

Literatur

- [1] G. Allredge, M.S. Branicky, und V. Liberatore. „Play-back buffers in networked control systems: Evaluation and design“. In *Proceedings of the 2008 American Control Conference, Seattle 2008*, pages 3106–3113, 2008.
- [2] F. Allgöwer, R. Findeisen, und C. Ebenbauer. „Nonlinear model predictive control“. *Encyclopedia for Life Support Systems (EOLSS)*, article contribution 6.43.16.2, 2004.
- [3] K. Åström und B. Wittenmark. *Adaptive Control*. Addison-Wesley, Reading, MA, 2nd Auflage, 1995.
- [4] R. Brockett und D. Liberzon. „Quantized feedback systems perturbed by white noise“. In *Proc. 37th IEEE Conference on Decision and Control*, Band 2, pages 1327–1328, 16–18, 1998.
- [5] T. Chen und B. Francis. *Optimal Sampled-Data Control Systems*. Springer-Verlag, London, 1995.

- [6] W. Chen, D. Ballance, und J. O'Reilly. „Model predictive control of nonlinear systems: Computational delay and stability.“. In *IEEE Proceedings, Part D* 147(4), pages 387–394, 2000.
- [7] R. Findeisen. *Nonlinear Model Predictive Control: A Sampled-Data Feedback Perspective*. Fortschr.-Ber. VDI Reihe 8 Nr. 1087, VDI Verlag, 2006.
- [8] R. Findeisen und F. Allgöwer. „Computational delay in nonlinear model predictive control.“. In *Proc. Int. Symp. Adv. Control of Chemical Processes, ADCHEM'03*, pages 427–432. Hong Kong, 2004.
- [9] F. Fontes. „A general framework to design stabilizing nonlinear model predictive controllers“. *Sys. Contr. Lett.*, 42(2):127–143, 2001.
- [10] W. P. Heemels, J. H. Sandee, und P. P. van den Bosch. „Analysis of event-driven controllers for linear systems“. *International Journal of Control*, 81:571–590, 2008.
- [11] J. Hespanha, P. Naghshtabrizi, und Y. Xu. „A survey of recent results in networked control systems“. *Proc. of the IEEE Special Issue on Technology of Networked Control Systems*, 95(1):138–162, 2007.
- [12] L. Hou, A. Michel, und H. Ye. „Some qualitative properties of sampled-data control systems“. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(12):1721–1725, 1997.
- [13] L. Magni und R. Scattolini. „State feedback mpc with piecewise constant control for continuous-time systems.“. In *Proc. 42th IEEE Conf. Dec. Contr., Las Vegas*, 2002.
- [14] D. Q. Mayne, J. B. Rawlings, C. V. Rao, und P. O. M. Scokaert. „Constrained model predictive control: Stability and optimality“. *Automatica*, 36:789–814, 2000.
- [15] J. Morningred, B. Paden, und D. Mellichamp. „An adaptive nonlinear predictive controller“. *Chemical Engineering Science*, 47(4): 755–762, 1992.
- [16] D. Nesić und A. Teel. „Sampled-data control of nonlinear systems: an overview of recent results“. In R. Moheimani, editor, *Perspectives on Robust Control*, Band 268 aus *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pages 221–239, London, 2001. Springer-Verlag.
- [17] P. Varutti und R. Findeisen. „Compensating network delays and information loss by predictive control methods“. In *Proc. of the 10. European Control Conference, Budapest*, 2009. To appear.

Manuskripteingang: 29. Oktober 2008

Dipl.-Ing. Timm Faulwasser ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Systemtheorie und Regelungstechnik an der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg und Mitglied der International Max Planck Research School for Analysis, Design and Optimization in Chemical and Biochemical Process Engineering. Arbeitsgebiete: prädiktive und optimierungsbasierte Regelung für nichtlineare Systeme, optimierungsbasierte Ansätze zur Lösung von Pfadverfolgungs- und Trajektorienfolgeproblemen, Regelung von PEM-Brennstoffzellen.

Adresse: Lehrstuhl für Systemtheorie und Regelungstechnik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Institut für Automatisierungstechnik, Universitätsplatz 2, 39106 Magdeburg,
E-Mail: timm.faulwasser@ovgu.de

Dipl.-Ing. Benjamin Kern ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Systemtheorie und Regelungstechnik an der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg und Mitglied der International Max Planck Research School for Analysis, Design and Optimization in Chemical and Biochemical Process Engineering. Arbeitsgebiete: prädiktive und optimierungsbasierte Regelung für nichtlineare Systeme, optimierungsbasierte Regelung verteilter Systeme, Regelung von populationsdynamischen Prozessen.

Adresse: siehe oben, E-Mail: benjamin.kern@ovgu.de

M.Sc.-Eng. Paolo Varutti ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Systemtheorie und Regelungstechnik an der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg und Mitglied der International Max Planck Research School for Analysis, Design and Optimization in Chemical and Biochemical Process Engineering. Arbeitsgebiete: prädiktive und optimierungsbasierte Regelung für nichtlineare Systeme, Regelung von vernetzten und E/A-verzögerten Systemen, dezentrale Regelung.

Adresse: siehe oben, E-Mail: paolo.varutti@ovgu.de

Prof. Dr.-Ing. Rolf Findeisen ist Professor für Systemtheorie und Regelungstechnik an der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg. Hauptarbeitsgebiete: optimierungsbasierte Analyse und Regelung nichtlinearer Systeme, prädiktive Regelung, Entwicklung systemtheoretischer Methoden für biologische Systeme, Systembiologie, Identifikation, Regelung mechatronischer Systeme, Führung verfahrenstechnischer und energetischer Prozesse.

Adresse: siehe oben, E-Mail: rolf.findeisen@ovgu.de