# Conception d'Axes Motorisés Rectilignes d'Ultra-Haute Précision

THÈSE Nº 5665 (2013)

PRÉSENTÉE LE 1<sup>ER</sup> MARS 2013 À LA FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE L'INGÉNIEUR LABORATOIRE DE SYSTÈMES ROBOTIQUES 2 PROGRAMME DOCTORAL EN SYSTÈMES DE PRODUCTION ET ROBOTIQUE

# ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

# Florent COSANDIER

acceptée sur proposition du jury:

Prof. M.-O. Hongler, président du jury Prof. R. Clavel, Dr M. Bouri, directeurs de thèse Dr A. Eichenberger, rapporteur Dr P. Helmer, rapporteur Prof. S. N. Henein, rapporteur



ii

# Version Abrégée

Le Système international d'unités (SI) est le système d'unités le plus largement employé au monde. Il compte sept unités de base : le kilogramme, le mètre, la seconde, l'ampère, le kelvin, la mole et la candela. Les 6 dernières sont définies selon une expérience réalisable théoriquement en tout temps et en tout lieu, les rattachant à une constante physique immuable. Le *kilogramme*, quant à lui, est défini depuis 1889 par un artefact physique dont la masse effective est susceptible de varier. Il s'agit d'un cylindre en alliage de platine et d'iridium de 39 mm de diamètre par 39 mm de hauteur. Bien que confiné dans un coffre spécial au **Bureau International des Poids et Mesures**, sa masse dérive légèrement au fil des années, car il est sujet à de la contamination, à de la perte de matériau en surface et à d'autres effets. En plus de l'altérabilité, son caractère unique lui est préjudiciable. La stabilité du SI est donc potentiellement menacée. Il convient de redéfinir l'unité de masse d'une manière pérenne. Une approche considérée consiste à *réaliser*<sup>1</sup> le kilogramme par l'expérience de la **balance de watt**.

Le principe est d'équilibrer le poids d'une masse par la force de Laplace engendrée sur une bobine par un flux d'induction magnétique. La bobine est déplacée verticalement, afin de caractériser avec exactitude les paramètres du circuit magnétique par une mesure de tension induite. La résistance et la tension électrique sont mesurées très précisément par l'intermédiaire d'étalons à caractère quantique faisant intervenir la **constante de Planck**. Cette expérience permet le rattachement de l'invariant physique h avec l'unité de masse. La phase de déplacement linéaire vertical doit être réalisée de manière ultra-rectiligne, à une vitesse maintenue constante.

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de l'expérience de la balance de watt, conçue en collaboration avec l'*Office fédéral de métrologie suisse METAS*, qui a mandaté le *CERN* pour la réalisation du circuit magnétique, *Mettler-Toledo* pour délivrer un comparateur de masse et l'*EPFL* pour fournir le système de translation. Ainsi, l'objectif principal de la thèse est le suivant :

# Proposer une méthode de conception, des outils et des solutions de guidage linéaire de très haute rectitude réalisées à partir d'articulations flexibles et les appliquer à la construction d'une balance de watt de nouvelle génération.

Elle présente un catalogue de solutions cinématiques permettant un mouvement rectiligne. Elle définit les critères recherchés pour l'application voulue. Suite à cela, deux mécanismes sont choisis afin de fabriquer des prototypes capables d'offrir sur leur organe terminal une translation de près de 40 mm avec un défaut de rectitude *submicronique*. Les deux mécanismes sélectionnés sont le guidage de *Sarrus* et la table à 13 pivots. Après caractérisation, nous constatons non seulement qu'il

<sup>1.</sup> Terme métrologique.

est possible d'atteindre cette grande linéarité. Mais, grâce aux éléments flexibles qui n'induisent pas de frottement et fournissent une grande répétabilité de positionnement, nous obtenons une déviation latérale d'environ 2 dixièmes de micron, sur près de  $40 \ mm$ .

La thèses comporte deux parties majeures portant chacune sur l'un des deux mécanismes développés. Puis, à leur tour, ces deux parties comportent trois chapitres.

Les premiers chapitres traitent la *cinématique* des mécanismes. Le guidage de Sarrus est modélisé en termes cinématiques. Les effets des défauts géométriques sont introduits dans le modèle. Les efforts induits par la flexion des articulations sont pris en compte. Un modèle analytique complet de la table à 13 pivots est développé. Les limites du mécanismes sont explicitées, puis une formule simplifiée donne l'expression du défaut de rectitude du guidage. Une optimisation conduit à un défaut de rectitude théorique réduit de 3 ordres de grandeurs en comparaison de la construction rencontrée dans la littérature.

Les deuxièmes chapitres exposent la *conception* des deux mécanismes. Les grandeurs cinématiques sont dimensionnées. Puis, les simulations par éléments finis valident la phase précédente. Elles permettent de prévoir le comportement en rectitude, en rigidités, en fréquences propres et tiennent compte de l'effet de la gravité. Ensuite, les principales étapes de la construction sont développées et plusieurs astuces de fabrication sont évoquées.

Les troisièmes chapitres de chaque partie décrivent la *caractérisation expérimentale* effectuée sur les mécanismes. L'état-de-l'art des instruments de mesure dimensionnelle est utilisé. Les spectres de réponses fréquentielles sont enregistrés. Les courbes présentées illustrent la haute rectitude atteinte et expriment son potentiel d'utilisation dans diverses applications nécessitant une rectitude importante.

Une *comparaison qualitative et quantitative* est effectuée entre les deux types de guidages. Elle est abordée selon les nombreux critères introduits au fil de la thèse. Finalement, un module d'entraînement original, comprenant une motorisation et un système d'équilibrage gravitationnel et de compensation de raideur, est développé.

Cette thèse amène le lecteur d'une problèmatique de *métrologie fondamentale* à des considérations de mécanique, de cinématique et de géométrie, en soulevant des questions semblables de référence sur des thèmes différents (kilogramme, mouvement rectiligne) au travers d'un développement technique abouti.

Mots-clés : guidage linéaire, ultra-haute rectitude, nouvelle définition du kilogramme, Système International d'Unités, balance de watt, METAS, guidage Sarrus, table à 13 pivots.

# Abstract

The International System of Units (SI) is the modern form of the metric system and is widely used in the world. There are seven base units: kilogram, meter, second, ampere, kelvin, mole and candela. The last 6 are defined by an experiment that is theoretically achievable at any time and in any place, attaching them to an unchanging physical constant. The *kilogram*, meanwhile, is set in 1889 by a physical artifact whose actual mass is likely to vary. It is a cylinder made of a platinum and iridium alloy measuring 39 mm in diameter by 39 mm in height. Although confined in a special safe at the International Bureau of Weights and Measures, its relative mass drifts slightly over the years because it is subject to contamination, loss of surface material and other effects. In addition to be modifiable, its uniqueness is harmful. The stability of the SI is potentially threatened. It is necessary to redefine the unit of mass in a sustainable manner. A considered approach to realize the kilogram is the experiment of the watt balance.

The principle is to balance the weight of a mass by the Laplace force generated on a coil by a magnetic flux. The coil is moved vertically, in order to accurately characterize the parameters of the magnetic circuit by measuring the induced voltage. Resistance and voltage are measured very precisely by quantum standards involving the **Planck constant**. This experience allows the attachment of the physical invariant h with the mass unit. The vertical linear motion phase must be carried out in an ultra-linear way, at constant speed.

This thesis is part of the experiment of the watt balance, designed in collaboration with the *Swiss Federal Office of Metrology METAS*, which commissioned the *CERN* for the magnetic circuit, *Mettler-Toledo* to deliver a mass comparator and *EPFL* to provide the translation system. Thus, the main objective of the thesis is as follows:

### Propose a design methodology, tools, and solutions for high straightness linear guidance made from flexible joints and apply them to the realization of a watt balance of new generation.

It presents a catalog of kinematic solutions for rectilinear motion. It defines the desired criteria for the target application. Following this, two mechanisms are selected to produce prototypes capable of delivering on their terminal output a nearly 40 mm translation with a submicron straightness error. Two mechanisms are selected: the **Sarrus guidance** and the **13-Hinge stage**. After characterization, we find not only that it is possible to reach this high linearity. But thanks to the flexible elements, which do not induce friction and provide high positioning precision, we obtain a deviation of about two tenths of a micron, on almost 40 mm. The thesis has two major parts, one for each developed mechanisms. Then, these two parts comprise three chapters each.

The first chapters deal with the *kinematics* of the mechanisms. The Sarrus guidance is modeled in a kinematics point of view. The effects of geometrical defects are introduced into the model. The stresses induced by the bending of the joints are considered. A full analytical model of the 13-Hinge stage is developed. The limits of the mechanisms are explained, and then a simplified expression of the straightness error of the guidance is given. Optimization leads to a theoretical uprightness reduced by 3 orders of magnitude compared to the classical construction.

The second chapters talk about the **design** of both mechanisms. The kinematic variables are dimensioned. Then, the finite element simulations validate the previous phase. They predict the behavior in straightness, in stiffness, in eigenfrequencies and take into account the effect of gravity. Secondly, the main steps of construction are developed and several manufacturing shrewdness are discussed.

The third chapter of each part describes the *experimental characterization* performed on the mechanisms. The state-of-the-art of the measuring instruments is used. Frequency responses are recorded. The curves illustrate the high achieved straightness and express its potential use in various applications requiring ultra-high accuracy.

A qualitative and quantitative comparison is made between the two types of guidance. It is approached by many criteria introduced throughout the thesis. Finally, an original driving stage, including a linear voice-coil motor, a gravitational balancing and a stiffness reducer, is developed.

This thesis takes the reader from a fundamental metrology problematic to mechanics, kinematics and geometry considerations, raising similar reference issues on various topics (kilogram, rectilinear motion) through a successful technical development.

Keywords: linear guidance, ultra-high straightness, new definition of the kilogram, International System of Units, watt balance, METAS, Sarrus guidance, 13-Hinge stage.

# Remerciements

Je tiens à remercier chaleureusement mon directeur de thèse, le Professeur Reymond Clavel, pour m'avoir guidé dans la direction de la haute précision, tout en me laissant une grande marge de manoeuvre en termes d'idées, de moyens et d'agendas. Ma reconnaissance va à sa faculté de savoir accorder une grande indépendance, tout en restant très disponible pour des remues-méninges fructueux, et aussi à sa volonté de partager sa riche expérience.

Un grand merci va également au Docteur Mohamed Bouri, mon co-directeur de thèse, pour sa patience et ses conseils nombreux sur beaucoup d'aspects techniques et pratiques.

Merci aux experts du jury de mon exemen oral de thèse, composé des Docteurs Ali Eichenberger et Partick Helmer et du Professeur Simon Henein, ainsi qu'au Professeur Max-Olivier Hongler, président du jury.

Je remercie particulièrement l'équipe de METAS, dans le cadre de laquelle (et grâce à qui) s'est déroulé ce projet et composée des Docteurs Ali Eichenberger et Henri Baumann qui ont été présents en première ligne pour m'aiguiller et collaborer tout au long du projet, ainsi qu'à leur chef de section, Dr Beat Jeckelmann qui supervise l'ensemble du projet. Je remercie également les autres partenaires du projet pour leur interaction : Mettler-Toledo, représenté par Daniel Reber, Dominique Genoud et Christophe Beguin, que nous regrettons du fond du coeur et qui était une personne formidable. Le CERN, chez qui le Dr Davide Tommasini est en charge du projet et avec qui nous avons eu de sympathiques discussions sur les chances de trouver un boson de Higgs dans un avenir (proche).

Je remercie le Dr Alain Picard pour m'avoir reçu au Bureau International des Poids et Mesures ainsi que son équipe pour m'avoir présenté leur dispositif de balance de Watt. Je remercie également les Docteurs François Villar et Gérard Genevès pour avoir fait de même au Laboratoire National de Métrologie et d'Essais, à Trappes.

Je remercie chaleureusement le Professeur Simon Henein pour ses conseils et son intérêt précoce dans l'avancement du projet. Un grand merci également au Professeur Yves Perriard, pour avoir, de un, participé à mon petit comité de thèse et, de deux, accepté d'être mon mentor, en cas de désaccord majeur avec mon directeur de thèse. Ce qui n'a, comme nous l'avions prévu à l'époque, pas eu lieu d'être. Je remercie aussi le Professeur Paul Xirouchakis pour avoir présidé le même comité. Le Professeur Tomas Gmür a été d'un précieux conseil lorsqu'il s'agissait de réaliser les simulations mécaniques, domaine dans lequel il est de bonne référence. Je le remercie donc sincèrement.

L'usinage des pièces électroérodées de précision a été l'œuvre - le mot n'est pas exagéré - de Stefano Bottinelli. Je lui témoigne une grande reconnaissance.

Beaucoup d'usinages ont été réalisés à l'EPFL, aux ateliers de mécanique par Marc Salle et son équipe et aussi aux ateliers de METAS, par Rolf Zwahlen et ses mécaniciens. J'adresse un grand merci à toutes ces personnes pour avoir su réaliser des pièces parfois tordues, mais aussi pour leurs conseils toujours avisés. À l'interne du Laboratoire de Systèmes Robotiques (LSRO), je remercie vivement Stephane Dewarrat, Olivier Chappuis, Jacques Fournier et Willy Maeder pour avoir participé et s'être impliqués dans le projet. Leurs apports sont les pierres qui ont donné l'assise à cette thèse. Mille mercis à Vincent Chatagny qui a pris part au projet avec grand enthousiasme et qui a largement contribué aux résultats présentés dans ce rapport. Des discussions très techniques aux débats sur la vie en général, il fût un excellent partenaire de travail et restera un ami cher.

Je remercie encore mes autres collègues grâce à qui le LSRO fût un cadre de travail agréable, dans une ambiance autant enjouée que réfléchie, en particulier Carole Weissenberger, Matthias Tschudi, Murielle Richard, Philipp Kobel, Emanuele Lubrano et Lionel Beerens.

Je remercie les collègues qui sont à présent partis dans *la vraie vie* et avec qui j'ai passé des moments inoubliables : Christophe Canales, Guillaume Boetsch, Benoît Dagon. Je remercie également Yves Bellouard qui a été coordinateur du projet EU GOLEM sur lequel j'ai travaillé à mes débuts ainsi que Jean-Marc Breguet, collaborateur sur le projet EU NANOHAND et ancien chef du groupe de haute précision du laboratoire, qui est parti du LSRO quelques temps avant que je n'y arrive, mais dont l'esprit y était encore clairement présent.

Je remercie aussi les étudiants, diplômants et stagiaires qui ont participé au projet et que j'ai eu grand plaisir à encadrer : Jerôme Sovilla, François Gillard, Matthieu Bonny, Yves Chevallier et Craig Watson.

Un grand merci à ma cousine Valentine Renaud, qui m'a devancé sur le chemin du doctorat et qui m'a donné un soutient moral précieux à plusieurs reprises.

Finalement, je veux sincèrement remercier mes parents pour leur soutien multilatéral et ma soeur Joëlle que j'affectionne beaucoup.

# Conventions et Abréviations

# Acronymes

BWM II : Balance de Watt METAS 2
CODATA : The Committee on Data for Science and Technology
DDL : Degré de liberté
EDM : Electric Discharge Machining
FEM : Finite Element Method
SI : Système international d'unités
IPK : International Prototype Kilogram

# Instituts et Entreprises Mentionés

BIPM : Bureau International des Poids et Mesures (France)
CERN : Centre Européen de Recherche Nucléaire
EPFL : École Polytechnique Fédérale de Lausanne (Suisse)
IFToMM : International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science
LNE : Laboratoire National d'Essais (France)
LSRO : Laboratoire de Systèmes Robotiques (Institut de Microtechnique, Faculté STI, EPFL)
METAS : Office Fédéral de Métrologie (Suisse)
MT : Mettler-Toledo
NIST : National Institute of Standards and Technology (USA)
NPL : National Physical Laboratory (UK)

# Conventions

- ${\bf a}$ : Demi-longueur du levier d'asservissement du guidage à 13 pivots
- b : Longueur de la bielle avant du guidage à 13 pivots, largeur de lame, nombre de boucles cinématiques d'un mécanisme
- c : Longueur de la bielle arrière du guidage à 13 pivots
- e : Epaisseur de col flexible

- g : Accélération de la pesanteur
- **h** : Epaisseur de lame, constante de Planck ( $= 6.62606957 \times 10^{-34}$  Js)
- **p** : Nombre de pivots d'un mécanisme
- **r** : Rayon de col flexible
- s : Course (stroke), nombre de solides d'un mécanisme
- v : Vitesse de translation de la bobine de l'expérience
- **B** : Champ magnétique
- E : Module d'élasticité

 $\mathbf{H}_{hp}$ : Nombre d'hyperguidages hors-plans d'un mécanisme 2D

- I : Courant électrique injecté dans la bobine de l'expérience
- K: Raideur

 $\mathbf{K}_i$ : Constante de Josephson ( $\simeq 483\ 597.9\ GHz/V$ )

 $\mathbf{R}_{asser}$ : Rapport d'asservissement du guidage à 13 pivots

- $\mathbf{R}_h$ : Constante de von Klitzing ( $\simeq 25.8 \ k\Omega$ )
- $\mathbf{R}_{rect}$ : Rapport de rectitude
- U : Tension induite lors de la phase dynamique de l'expérience

 $\alpha_1, \alpha_2$ : Angles de rotation des pivots du guidage Sarrus

 $\boldsymbol{\alpha}_{max}$ : Course angulaire admissible d'une lame ou d'un col

- $\mathbf{\varepsilon}_{rect}$ : Erreur de rectitude
- $\vartheta_1, \ \vartheta_2$ : Défauts d'orientation du pivot intermédiaire du guidage Sarrus
- $\sigma_{adm}$ : Contrainte mécanique admissible d'un matériau

# Sommaire

Version Abrégée								
A	Abstract Remerciements							
R								
$\mathbf{C}$	onve	ntions et Abréviations	ix					
1	Intr	oduction	1					
	1.1	Contexte	. 1					
		111 Expérience de la balance de watt	1					
		112 Projet BWM II	. 1					
	12	Contraintes environnementales	9					
	1.2	121 Contraintes liées au vide	. g					
		122 Utilisation de matériaux amagnétiques	. 0					
		12.2 Courants de Foucault	. 10					
	13	Objectifs de la thèse	. 11					
	1.0	1.3.1 But principal de la thèse	. 11					
		132 Contributions et originalités	. 11					
	14	Structure de la Thèse	. 12					
	1.1		. 12					
<b>2</b>	Éta	t-de-l'art	15					
	2.1	Balances de watt	. 15					
		2.1.1 Balance de watt du NPL	. 15					
		2.1.2 Balance de watt du NIST	. 16					
		2.1.3 Balance de watt de METAS I	. 17					
		2.1.4 Balance de watt du LNE	. 18					
		2.1.5 Balance de watt du BIPM	. 18					
	2.2	Éléments mécaniques flexibles	. 20					
		2.2.1 Lame	. 20					
		2.2.2 Col circulaire	. 21					
		2.2.3 Col circulaire tronqué	. 21					
		2.2.4 Pivot à lames croisées séparées	. 22					
		2.2.5 Pivot à lames croisées non-séparées	. 23					
		2.2.6 Table à quatre cols circulaires	. 24					

	2.3	Cinématiques à mouvement rectiligne 2	4
		2.3.1 Mécanisme à mouvements rectilignes purs	6
		2.3.2 Mécanisme à mouvements pseudo-rectilignes	8
		2.3.3 Mobilité des cinématiques planes à pivots $\dots \dots 3$	2
3	Ana	yse cinématique et statique du guidage Sarrus 3	5
	3.1	Cinématique	5
		3.1.1 Configurations possibles et hyperguidage du Sarrus	6
		3.1.2 Modélisation cinématique $\ldots \ldots 3$	6
		3.1.3 Influence des défauts sur la rectitude	0
	3.2	Statique	4
		3.2.1 Choix de la configuration en parallélogramme	4
		3.2.2 Précontrainte de la sortie et partage du mouvement parasite 4	4
		3.2.3 Modélisation statique de la sortie	6
4	Cor	contion du guidage Comus	1
4	4.1	Cipématique 5	1 1
	4.1	Dimensionnement et conception	1
	4.4	4.2.1 Lamos croisées séparées des parallélogrammes	4 1
		$4.2.1$ Lames croisées separces des paranelogrammes $\dots \dots \dots$	4 1
		$4.2.2$ Lames civilises non-separees de la sortie $\dots \dots \dots$	4 5
	43	Simulations	5
	1.0	4.3.1 Rectitude 5	6
		4.3.2 Poids propre	6 6
		4.3.3 Contraintes mécaniques 5	8
		4.3.4 Bigidités	8
		4.3.5 Modes vibratoires 5	9
		4.3.6 Conclusion 6	1
	4.4	Construction du prototype	1
	1.1	4.4.1 Construction des parallélogrammes du guidage Sarrus	1
		4.4.2 Construction des pièces de la sortie	4
<b>5</b>	$\mathbf{Mes}$	ures sur le guidage Sarrus 6	7
	5.1	Rigidité	7
	5.2	Analyse spectrale de fréquences	0
	5.3	Rectitude et attitude angulaire	0
		5.3.1 Rectitude $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $7$	0
		5.3.2 Attitude	3
	5.4	Répétabilité	3
	5.5	Conclusion guidage Sarrus	6
		5.5.1 Partie cinématique	6
		5.5.2 Partie conception	6
		$5.5.3$ Partie caractérisation $\ldots$ 7	6

6	Opt	imisation cinématique du guidage à 13 pivots	77
	6.1	Analyse géométrique	77
	6.2	Expression de la rectitude	81
	6.3	Limites du mécanisme	83
	6.4	Simplification par approximation de Taylor	86
	6.5	Démonstrateur	88
7	Con	ception du guidage de table à 13 cols	89
	7.1	Cinématique	89
	7.2	Dimensionnement et conception	91
		7.2.1 Cols circulaires trongués et col croisé	91
	7.3	Simulations	92
	1.0	7.3.1 Bectitude	93
		7.3.2 Poids propre	93
		7.3.3 Contraintes mécaniques	93
		734 Bigidités	94
		735 Modes vibratoires	94
	74	Construction	90 06
	1.4	7.1  Prototype	90
		7.4.1 Trototype	90
8	Car	actérisation du guidage à 13 cols	101
	8.1	Rigidités	101
	8.2	Analyse fréquentielle	104
	8.3	Rectitude et attitude angulaire	105
		8.3.1 Rectitude	105
		8.3.2 Attitude angulaire $\ldots$	107
	8.4	Répétabilité $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	108
	8.5	Conclusion guidage à 13 cols	110
		8.5.1 Partie cinématique	110
		8.5.2 Partie conception	110
		8.5.3 Partie caractérisation	111
9	Étu	de comparative des deux types de guidages	113
	9.1	Critères de comparaison	113
	9.2	Tableau comparatif	115
	9.3	Conclusion	115
10	Svst	tème d'entraînement et d'équilibrage	119
ц	10 1	Cinématique et statique	110
	10.1	10.1.1 Cinématique	110
		10.1.2 Modélisation statique	110
	10.9	Construction	101
	10.2	0011511 u011011	101
		10.2.1 Montage	121
		10.2.2 Regiage des masses	123
		10.2.5 Gabarit d'assemblage	123

	10.2.4 Disposition des lames	123
10.3	Caractérisation	125
	10.3.1 Rectitude de guidage du moteur	125
	10.3.2 Rigidité résiduelle	125
11 Cor	nclusion générale et perspectives	127
11.1	Conclusions	127
	11.1.1 Accomplissements	127
	11.1.2 Enseignements tirés et contributions	128
11.2	Perspectives	128
	11.2.1 À court terme	128
	11.2.2 À long terme	129
	11.2.3 Améliorations	129
	11.2.4 Applications potentielles	129
11.3	Note finale	130

# Annexes

# 131

Α	Intégration de périphériques à la balance de Watt BWMII	131			
	A.1 Intégration du comparateur de masse MT	131			
	A.2 Système de positionnement du circuit magnétique	135			
	A.3 Suspension de la bobine électromagnétique	135			
	A.4 Montage de la balance de watt METAS II	138			
в	Formule de rectitude du guidage à 13 pivots	141			
Bi	Bibliographie				
Cι	Curriculum Vitae				

# Chapitre 1

# Introduction

### 1.1 Contexte

#### 1.1.1 Expérience de la balance de watt

Le projet attenant à la thèse s'appelle BWM II (Balance de watt METAS II - détaillé à la section 1.1.2). Il a lieu dans le cadre de l'expérience de la balance de watt. Le but de cette expérience est de réaliser une mesure du kilogramme par une approche alternative et apporter une nouvelle définition à l'unité de masse du Système International d'Unités. Actuellement, plusieurs perspectives sont considérées par le milieu de la métrologie pour atteindre cet objectif. Le Comité International des Poids et Mesures (CIPM) prévoit d'apporter une réponse, au plus tôt, en 2014 à la question : quelle nouvelle approche doit être considérée afin de définir le kilogramme ?

L'expérience de la balance de watt<sup>1</sup> a pour objectif de relier le kilogramme à une constante physique fondamentale, la constante de Planck h. Ce rattachement passe par la comparaison de puissances<sup>2</sup> mécanique (le produit du poids d'une masse par sa vitesse) et électrique (le produit d'une tension induite par un courant). Ainsi, en utilisant les étalons de tension et de résistance électriques, respectivement grâce à l'effet Josephson et l'effet Hall quantique faisant tous deux intervenir h, il devient possible de relier les deux grandeurs physiques.

L'expérience se déroule en deux phases : la phase statique et la phase dynamique (Fig. 1.1, [Eich11]). Durant la phase statique, le poids d'une masse test est compensé par la force de Laplace exercée sur une bobine électrique de longueur l plongée dans un champ d'induction magnétique B et parcourue par un courant I. L'équation caractéristique de cette phase est la suivante :

$$I \int Bdl = mg. \tag{1.1}$$

Lors de la phase dynamique, la valeur du paramètre intégral  $\int Bdl$ , dénommé aussi G(B,l), est mesurée. Elle est caractéristique du couple bobine - champ magnétique. La mesure se fait par l'inter-

<sup>1.</sup> Une démarche concurrente de l'expérience de la balance de watt est le projet Avogadro. Celui-ci implique une collaboration internationale entre des laboratoires de métrologie situés en Allemagne, en Italie, au Japon, en Australie et aux États-Unis. Le principe est d'utiliser des sphères de haute précision en silicium pur, fabriquée avec un défaut de sphéricité de l'ordre de 60 nm [Beck03] et de connaitre le nombre d'atomes avec une incertitude suffisamment faible - La densité exacte de la sphère est caractérisée par cristallographie aux rayons X - pour fixer la masse unitaire via le volume de la sphère et la masse atomique de l'élément Si.

<sup>2.</sup> De là vient le nom de balance de watt, car des puissances sont comparées.



FIGURE 1.1 – Schéma de l'expérience de la balance de watt. a) Durant la phase statique, on réalise l'équilibre entre le poids d'une masse et la force de Laplace exercée sur une bobine plongée dans un champ magnétique. b) La phase dynamique permet de caractériser le couple aimant-bobine  $(\int \vec{B} dl)$ par mesure de tension induite lors du déplacement vertical de la bobine dans le champ magnétique [Eich11].

médiaire de la tension induite aux bornes de la bobine alors que celle-ci est déplacée verticalement à vitesse v, dans le champ magnétique. La tension induite prend l'expression suivante :

$$U = v \int Bdl. \tag{1.2}$$

Cette approche est nécessaire afin de connaitre la valeur G(B,l) avec une précision relative de  $10^{-8}$ . La caractérisation par mesure directe du champ magnétique et de la longueur de la bobine apporterait une précision relative avoisinant  $10^{-4}$ , ce qui est insuffisant afin de redéfinir le kilogramme de manière suffisamment répétable. Lorsque l'on combine les équations (1.1) et (1.2) par élimination du paramètre électromagnétique G(B,l), on obtient la relation :

$$mgv = UI. \tag{1.3}$$

L'égalité des puissances électrique et mécanique est alors clairement mise en évidence. On parle de puissances virtuelles, car les termes U et I, de même que les termes mg et v, ne sont pas mesurés lors de la même phase de l'expérience. En outre, la mesure précise de la résistance électrique se fait grâce à l'effet Hall quantique [Klit86] de même que la tension induite se mesure précisément avec un réseau de Josephson, utilisant l'effet du même nom. En pratique, la mesure du courant se fait en utilisant les deux effets simultanément. L'étalon de résistance Hall quantique est donné par [Jeck01] :

$$R_h = \frac{h}{ie^2} \tag{1.4}$$

avec h la constante de Planck, i un entier et e la charge élémentaire. L'étalon de tension Josephson est donné ainsi [Kaja09] :

$$U_j = \frac{nf_jh}{2e} \tag{1.5}$$

#### 1.1. CONTEXTE

avec *n* un entier et *f* la fréquence josephson. Pratiquement, un réseau binaire de jonction Josephson est utilisé pour délivrer une tensions très précise choisie par exemple entre  $\pm 1.18 V$ , par pas de 144  $\mu V$  [Gene07]. En introduisant (1.4) et (1.5) dans (1.3), nous obtenons l'équation reliant le kilogramme et la constante de Planck :

$$m = C \frac{f_j f'_j}{gv} h \tag{1.6}$$

où C est une constante d'étalonnage et  $f_j$  et  $f'_j$  sont les fréquences Josephson utilisées respectivement durant les phases statique et dynamique. L'expérience de la balance de watt rattache donc l'unité de la masse au mètre, à la seconde et à la constante de Planck. De plus, g et v doivent tous deux être connus avec une incertitude relative de  $10^{-8}$ .

Les principales problématiques soulevées par les besoins de l'expérience sont les suivantes [Eich09] :

- **Masse test étalonnée** Il faut disposer d'une masse test, pour l'expérience, qui doit être étalonnée avec une incertitude relative de  $10^{-8}$ , au minimum. Cela correspond, pour une masse de 1 kg à une incertitude absolue de 10  $\mu g$ . La masse ne doit pas nécessairement être de 1 kilogramme. Elle peut être choisie librement. Le choix du matériaux de la masse test est important. Elle ne doit pas être poreuse. La densité doit être élevée afin de minimiser sa surface, qui doit présenter un état de surface poli.
- Champ magnétique Un circuit magnétique utilise des aimants permants afin de générer un champ magnétique. Des électro-aimants supraconducteurs peuvent aussi être utilisés, mais sont volumineux. Il est souhaitable que le champ magnétique soit homogène dans l'espace et on cherche à réduire au maximum la dépendance de l'intensité du champ magnétique par rapport à la température. Un champ magnétique de géométrie radiale est généralement utilisé. On évite absolument de déplacer des composants ferromagnétiques à proximité immédiate du dispositif. Cela entrainerait une modification de la distribution spatiale du champ magnétique. Il est souhaitable d'avoir un champ magnétique puissant pour diminuer le courant injecté dans la bobine. L'échauffement par effet Joule est ainsi réduit.
- **Standards électriques** La tension induite durant la phase dynamique et le courant injecté durant la phase statique doivent être mesuré avec une incertitude relative de 10<sup>-8</sup>. Cela est possible grâce aux réseaux programmables de jonctions Josephson (PJVS) et au standard de résistance obtenus par l'effet Hall quantique.
- Accélération de la pesanteur g Un gravimètre absolu est utilisé aux abords du dispositif afin de déterminer g [Camp03]. La variation de g avec l'altitude est importante<sup>3</sup> : -300  $\mu Gal/m$ . Ainsi, un gravimètre relatif est ensuite utilisé pour calibrer *in situ* cette variation. Une interpolation est finalement faite afin d'obtenir g à l'endroit de la mesure avec une précision optimale. Idéalement, il faut prendre en compte les masses des composants du dispositif eux-même.
- Vitesse de la bobine Un ou plusieurs interféromètres sont utilisés pour mesurer la vitesse verticale de la bobine. Celle-ci doit être connue avec une incertitude inférieure à  $10^{-8}$ . On régule le mouvement de la bobine afin que la stabilité relative de la vitesse soit de  $10^{-5}$ .

<sup>3.</sup> Le  $\mu Gal$  est l'unité généralement utilisée en microgravimétrie. 1  $\mu Gal$  équivaut à  $1 \times 10^{-8} m/s^2$ .



Function's tree of the Watt balance

FIGURE 1.2 – Graphique en arbre montrant les principales fonctions et sous-fonctions que doit remplir une balance de watt. Celles-ci ne sont pas représentées de manière exhaustive.

- Trajectoire de la bobine La trajectoire de la bobine est mesurée en position et en inclinaison. Une mauvaise attitude de la bobine induit des efforts parasites et fausse le résultat de l'expérience. À l'endroit de la pesée (position verticale où la phase statique se déroule), la vitesse horizontale de la bobine doit être nulle. Un mouvement rectiligne de la bobine tout au long de sa trajectoire permet donc de faire la pesée à différentes positions verticales.
- Mesure de la force résiduelle La force de Laplace générée sur la bobine par le courant et la force gravitationnelle agissant sur le masse test doivent être comparées et égalisées. Un système appelé *comparateur de masse* peut remplir cette fonction.
- Alignements Plusieurs composants de la balance doivent être alignés avec la verticale. Le guidage doit être aligné avec la verticale pour ne pas induire de déplacements horizontaux de la bobine. Le comparateur de masse doit être aligné également avec la verticale. Le circuit magnétique doit être aligné et positionné afin de faire correspondre le *centre électrique* de la bobine avec son propre centre. Si cet alignement n'est pas fait correctement, il résulte une composante horizontale de la force de Laplace. De plus, le centre optique (lieu de mesure de la position verticale) doit être connu et doit correspondre, autant que possible, avec le centre électrique et le centre de gravité de la bobine.

Les principales fonctions que doit remplir une balance de watt sont schématiquement représentées dans le diagramme en arbre de la Fig. 1.2. Toutes les fonctions ne sont pas listées. Seules les principales y figurent.

Cinq prototypes de la balance de watt sont construits (certains sont encore en cours de développement) par les offices de métrologie de l'Angleterre, des USA, de la France, et de la Suisse, ainsi que par le BIPM<sup>4</sup> (Bureau International des Poids et Mesures). Le NPL (National Physic Laboratory, où se trouve l'institut de métrologie anglais) a récemment cessé ses activités concer-

Laboratory, où se trouve l'institut de métrologie anglais) a récemment cessé ses activités concernant l'expérience de la balance de watt après avoir transféré son dispositif à l'Office canadien de métrologie. L'Office chinois de métrologie met aussi en place un projet alternatif de balance de watt [HanB10, LiC10, LiS12, Zhan10, Zhan11], dans laquelle la caractérisation magnétique se fait par mesure d'inductance mutuelle. En Allemagne et en Nouvelle-Zélande, les Offices nationaux de métrologie envisagent également de réaliser une version de la balance de watt [Sutt09]. Les différentes versions existantes de la balance de watt sont présentées dans la section 2.1.

La volonté de définir le kilogramme par le biais de la balance de watt a plusieurs origines. Premièrement, la définition actuelle, basée sur la conservation d'un étalon unique, anciennement appelé le grave, comporte certains désavantages, dont l'unicité et l'altérabilité. Deuxièmement, depuis son adoption en 1889 comme référence de masse, on observe une fluctuation relative des masses<sup>5</sup> des copies officielles et nationales<sup>6</sup> (Fig. 1.3). L'amplitude de la fluctuation moyenne est de l'ordre de 50  $\mu g$  en 100 ans. Cela correspond approximativement à la masse d'un grain de sable de 0.4 mm de diamètre. Cette variation est faible, mais la stabilité du système international d'unités SI est toutefois potentiellement compromise. D'autant plus que d'autres unités du SI sont dépendantes du kilogramme. La mole, l'ampère et la candela sont rattachés par définition à l'unité de masse (Fig. 1.4).

Il est à savoir, de plus, que la masse est la dernière grandeur du SI, à se référer actuellement encore à un artéfact matériel et à ne pas être reliée à une constante universelle, comme c'est le cas pour les autres unités [Bord05]. Qu'il s'agisse par exemple du mètre, de la seconde ou du kelvin, toutes sont référencées par rapport à une constante physique au travers d'une expérience répétable théoriquement en tout temps et en tous lieux<sup>7</sup>. La définition du kilogramme est actuellement celle-ci :

# L'unité de masse est le kilogramme. Le kilogramme est la masse du prototype international du kilogramme.<sup>8</sup>

Cette définition date de 1889. L'étalon est un cylindre de 39 mm de diamètre et 39 mm de haut. Il est composé de platine iridié. La concentration d'iridium dans l'alliage est de 10%. Il est conservé à Sèvre, près de Paris au Bureau International des Poids et Mesures. Il est placé dans un coffre fort sous trois cloches en verre.

#### 1.1.2 Projet BWM II

L'Office Fédéral de Métrologie Suisse METAS a construit une première version de la balance de watt dès 1997 et a livré une valeur de h en 2008. METAS a par la suite mandaté différents

<sup>4.</sup> Le BIPM se situe au pavillon de Sèvre, en région parisienne. Le prototype international de kilogramme y est conservé.

<sup>5.</sup> Ajoutons qu'il est difficilement possible de savoir qui des copies ou du prototype original subit une fluctuation. On ne peut mesurer que la variation relative de leurs masses.

<sup>6.</sup> On dénombre 6 copies officielles et environ 80 copies nationales [Camp03] distribuées à travers le monde permettant la réalisation d'étalonnages locaux.

<sup>7.</sup> Par exemple, le mètre est défini par la distance parcourue pendant un certain temps par la lumière. La seconde est définie par la fréquence de transition d'un électron de l'atome de Césium. Le kelvin est la fraction 1/273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau.

<sup>8.</sup> La définition a été complétée en 1989, spécifiant que le kilogramme est égal à la masse du prototype international du kilogramme immédiatement après nettoyage avec une solution d'alcool éthylique dénaturé une et une peau de chamois.



FIGURE 1.3 – Graphique montrant la divergence de masse lors des comparaisons quinquagennales (qui a lieu tous les 50 ans) entre le prototype international et différentes copies officielles et nationales. On observe un taux moyen de déviation de l'ordre de 0.5  $\mu g/an$  [Eich09].



FIGURE 1.4 – Graphique illustrant les interdépendances entre les différentes unités du système SI.

#### 1.1. CONTEXTE

partenaires afin de collaborer à la réalisation d'une deuxième balance de watt. Ses partenaires sont le CERN qui fournit le circuit magnétique, MT (Mettler-Toledo) qui construit un comparateur de masse et l'EPFL dont l'objectif est de réaliser le mécanisme de translation verticale de la bobine. Le projet a débuté officiellement en 2008 et la collaboration avec l'EPFL a démarré en 2009. L'objectif est de commencer les mesures avec l'expérience fonctionnelle dans le courant de l'année 2013.

La Fig. 1.5 montre une vue de conception de la balance et de ses différents modules. On peut voir sur la partie supérieure un module dont le but est de compenser la gravité et la rigidité du guidage <sup>9</sup> et de réaliser l'entrainement de la partie mobile de l'expérience (la sortie du guidage, le comparateur de masse et la suspension comprenant la masse test et la bobine). Le mobile doit être déplacé à une vitesse constante avoisinant les 2 mm/s avec une stabilité relative élevée, de l'ordre de  $10^{-5}$ . On y voit également le guidage linéaire dont le but est de guider verticalement, de manière très rectiligne, la bobine dans le champ magnétique de l'aimant permanent. L'erreur latérale de rectitude doit être inférieure à 1  $\mu m$  sur la course du guidage de 40 mm. Il est prévu d'utiliser le guidage pour  $2 \cdot 10^6$  déplacements aller et retours. Le système doit pouvoir être aligné selon la verticale avec un angle inférieur à 50  $\mu rad$ . On peut résumer ainsi le cahier des charges pour la partie du projet réalisée par l'EPFL :

- Course de déplacement : 40 mm
- Défaut de rectitude du guidage : < 1  $\mu m$
- Vitesse de déplacement : 2 mm/s
- Stabilité relative de vitesse : $10^{-5}$
- Nombre de cycles :  $2 \cdot 10^6$
- Rigidité et fréquences propres élevées
- Alignement avec la verticale : 50  $\mu rad$

Inséré dans le guidage, on aperçoit le comparateur de masse<sup>10</sup> de MT, dont le but est de vérifier l'égalité de la charge lorsque la force est donnée par le poids de la masse ou alors par la force de Laplace (deux parties de la phase statique de l'expérience). En réalité, on réalise la mesure de la façon suivante. Considérons une masse test de 1 kg. Dans le cas statique sans la masse test, un courant générant une force de 5 N vers le bas est injecté dans la bobine. Le comparateur de masse perçoit donc 5 N. Dans le cas statique avec la masse test, un courant générant une force de 5 N vers le haut est injecté et le poids de la masse exerce 10 N vers le bas. Dans les deux cas, le comparateur perçoit une force de 5 N vers le bas. La raison pour laquelle on procède ainsi est d'assurer une symétrie des effets de la bobine ainsi qu'un rejet d'hystérèse pouvant apparaitre lorsqu'aucun courant n'est injecté dans la bobine. Le comparateur est une balance fonctionnant avec une plage très réduite autour d'un point défini  $(1.8 kg \pm 2 g)$  et possédant une très grande sensibilité  $(0.5\mu g)$ . On arrive ainsi à assurer que les deux forces dans la phase statique de l'expérience sont équivalentes et que l'équation (1.1) est respectée.

En dessous du comparateur de masse, la bobine se situe au sein du circuit magnétique. La bobine mesure 200 mm de diamètre. Elle est composée d'un fil de cuivre de 250  $\mu m$  de diamètre qui est enroulé en 24 couches de 76 spires. Elle est autoportante et coulée dans une résine nommée *backlack*. Le courant qui la traverse a une intensité de 7 mA. Le circuit magnétique est composé de

<sup>9.</sup> Ainsi que la rigidité du module lui-même, qui est réalisé en lames flexibles.

<sup>10.</sup> Également dénommé cellule de pesée.



FIGURE 1.5 – Vue CAO de la version actuelle de la balance BWM II. On y voit les différents modules composant l'expérience : le module de compensation de gravité, de rigidité et d'actionnement, le comparateur de masse déplacé par le guidage rectiligne, en dessous duquel la suspension transporte la masse test et la bobine. Celle-ci passe au travers du circuit magnétique à aimants permanents. N. B. : Le bâti du dispositif expérimental ainsi que la chambre à vide ne sont pas représentés.

deux couronnes d'aimants permanents en samarium-cobalt (SmCo). Le champ magnétique généré présente une géométrie radiale et a une intensité de 0.6 T. La masse du circuit magnétique est d'environ 100 kg. Il a été conçu par le groupe du CERN en charge des aimants permanents <sup>11</sup>.

Le bas de la suspension est composé d'un étrier qui supporte la masse test. Un robot capable de charger et décharger la masse test est en cours de développement à l'EPFL. Un magasin contenant différentes masses sera disponible pour changer automatiquement et tester plusieurs masses en divers matériaux. L'addition de la masse de la suspension et de la moitié de la masse test correspond à 1.8 kg. C'est le point de fonctionnement du comparateur de masse. La partie mobile du guidage a une masse d'environ 2.4 kg et la masse du comparateur à proprement parler est d'environ 1 kg. La masse totale à déplacer et à compenser au niveau de l'actionnement est d'environ 5 kg. Afin de compenser cette charge, nous avons utilisé 2 masses de cuivre d'environ 3 kg chacune.

# **1.2** Contraintes environnementales

# 1.2.1 Contraintes liées au vide

L'expérience de la balance de watt est réalisée dans une enceinte à vide, sans quoi une force d'Archimède viendrait s'exercer sur la masse test qui serait alors plongée dans un fluide<sup>12</sup>. Le niveau de vide créé est de l'ordre de  $10^{-4}$  Pa. On est en deçà de la limite du vide ultra-poussé<sup>13</sup>. Afin d'obtenir un vide à cette pression, différentes solutions sont possibles. Celle utilisée dans le cadre du projet BWM II est une pompe à vide turbo-moléculaire.

Certains problèmes apparaissent parfois lors de l'utilisation d'une enceinte à vide. En réponse à ces problèmes, quelques précautions sont à prendre. Sans être exhaustif, voici quelques-uns de ces problèmes et les solutions à appliquer pour y remédier :

- **Dégazage** Les objets présents dans la chambre à vide adsorbent parfois du gaz en surface. Alors une fois le vide volumique réalisé dans un premier temps, il faut attendre encore pour que le dégazage aie lieu. Certaines précautions sont à prendre afin d'accélérer cette phase. On évitera d'utiliser de la graisse non adaptée au vide ou encore des matériaux poreux, comme l'aluminium éloxé ou certaines céramiques.
- **Fuites** L'enceinte doit être étanche pour prévenir des fuites. On utilise à cet effet des joints toriques en polymère qui permettent de réaliser l'étanchéité. Ces fuites peuvent être le résultat d'une étanchéité mal faite, mais également d'une fissure dans la paroi de la chambre ou d'une mauvaise conception des soudures. On réalise les soudures généralement du côté intérieur de la chambre.
- **Fuites virtuelles** Lorsqu'une poche d'air est créée, il est très difficile de faire le vide. Le gaz contenu dans la poche s'évacue lentement (Fig. 1.6 a) et on arrive difficilement à obtenir un vacuum poussé. À titre d'exemple, les taraudages sont usinés traversants et non borgnes. Lorsque ce

<sup>11.</sup> Lors de la conception de l'aimant, la dépendance de l'induction magnétique face à la température a été pratiquement annulée. La valeur de 300 ppm/K a été réduite à moins de 1 ppm/K, dans la configuration de test.

<sup>12.</sup> Il est possible de ne pas faire le vide et d'effectuer une correction de la poussée d'Archimède. Auquel cas, il faut également faire une correction de diffraction du faisceau interferométrique qui mesure la vitesse de translation de la bobine. De plus, l'incertitude résultant de la correction d'Archimède n'est pas suffisamment faible pour les besoins de l'expérience.

<sup>13.</sup> On considère un vide comme ulta-poussé à partir de  $10^{-5}$  Pa et en dessous.



FIGURE 1.6 - a: Illustration d'une fuite virtuelle apparaissant lorsqu'une vis est insérée dans un trou borgne. b : Une des solutions consiste à percer le noyau de la vis pour laisser s'échapper l'air confiné.

n'est pas possible, on perce un trou dans le noyau ou on crée une saignée sur le côté du filet de la vis (Fig. 1.6 b) afin de permettre l'évacuation de l'air contenu dans le fond du taraudage.

Perméation C'est le dernier effet à apparaitre, généralement lorsque le vide est déjà très poussé. Il s'agit d'un flux de gaz qui passe au travers des parois de la chambre. Cependant, le vide recherché dans le cadre de l'expérience BWM II n'est pas suffisamment poussé pour voir se manifester ce genre de problème.

Les matériaux généralement utilisés pour réaliser une enceinte à vide sont l'acier inoxydable, l'aluminium ou le cuivre. Ceux-ci doivent présenter une bonne résistance mécanique afin de supporter la pression atmosphérique de ~ 100 kPa. Cela équivaut à 10 tonnes/m<sup>2</sup>. La communication et l'alimentation électrique passent par des connecteurs étanches, appelés feed-through. Les connections mécaniques sont également possibles au travers de différents systèmes étanches, par exemple des accouplements magnétiques en translation ou en rotation ou des accouplements mécaniques avec soufflet.

#### 1.2.2 Utilisation de matériaux amagnétiques

Les matériaux utilisés dans l'enceinte à vide doivent être amagnétiques, à plus forte raison s'ils sont en mouvement lors de la phase dynamique de l'expérience. La raison de cette contrainte est la suivante : si un matériaux ferromagnétique est en mouvement, il modifie la répartition spatiale du champ généré par le circuit magnétique principal de l'expérience qui sera alors différente lors des deux phases de l'expérience. On évite d'utiliser les trois matériaux magnétiques principaux : le fer, le cobalt et le nickel. Dans d'autres métaux ou alliages, il arrive de trouver des traces de fer, dues à leur procédé de mise en forme. Il est donc nécessaire de s'assurer de leur caractère non-magnétique.

Les matériaux utilisés pour construire les composants de l'expérience sont l'aluminium pour les structures principales et pour certaines pièces flexibles monolithique, le titane ou le laiton pour les éléments de fixation, le cuivre au béryllium pour les articulations flexibles rapportées. On utilise également un alliage appelé "ToughMet<sup>14</sup>" pour réaliser certains éléments de contact ou pour des

<sup>14.</sup> Fourni par les lamineries Matthey, à la Neuveville, CH. La dénomination chimique est CuNi15Sn8. Malgré la

vis différentielles de précision. Certaines pièces d'équilibrage sont réalisées en cuivre. Le cuivre de type OFHC (sans oxygène) est bien adapté pour les applications sous vide.

#### 1.2.3 Courants de Foucault

Les courants de Foucault apparaissent dans un matériaux électriquement conducteur et non magnétique en réaction à un champ magnétique externe. Ces courants créent à leur tour un champ magnétique secondaire qui peut perturber le champ magnétique primaire. Il y a deux conséquences à ce phénomène : le champ magnétique, qui s'oppose à la cause de la variation du champ extérieur<sup>15</sup> et l'échauffement du matériau par effet joule. Une solution permettant d'éviter l'apparition excessive de courants de Foucault est le feuilletage des matériaux par apposition de couches minces et isolées électriquement.

# 1.3 Objectifs de la thèse

La thèse s'inscrit dans le cadre de la robotique de haute précision appliquée au domaine de la métrologie scientifique et en particulier à la redéfinition de l'unité de masse. Le domaine d'étude de la thèse se cantonne à la recherche et au développement de solutions de guidage de haute rectitude.

### 1.3.1 But principal de la thèse

L'objectif principal de la thèse est le suivant :

# Proposer une méthode de conception, des outils et des solutions de guidage linéaire de très haute rectitude réalisées à partir d'articulations flexibles et les appliquer à la construction d'une balance de watt de nouvelle génération.

L'étude de solutions de guidages linéaires est présentée. Deux solutions optimisées sont développées et réalisées : le guidage de Sarrus et le guidage à 13 pivots. Chacun de ces deux mécanismes possède des particularités qui lui sont propres.

Le Sarrus est réalisé en éléments flexibles discrets rapportés. C'est une cinématique rectiligne parfaite. Le mécanisme est de par sa nature non-plan, c'est-à-dire qu'on ne peut pas disposer toutes ses articulations dans un plan. Et il est principalement réalisé par usinage conventionnel bien que comportant certaines parties usinées par l'électroérosion à fil.

Le guidage à 13 pivots est réalisé à partir d'un monobloc de matière. Il présente une cinématique pseudo-rectiligne, donc non-parfaite en termes de rectitude. Le mécanisme est plan (on peut disposer toutes ces articulations dans un plan). Et il est usiné en majeure partie par électroérosion à fil.

Quatre paramètres (cinématique plane ou volumique, cinématique rectiligne ou pseudo-rectiligne, usinage monolithique ou éléments rapportés, usinage par électroérosion ou conventionnel) sont donc opposés dans l'un et l'autre des mécanismes proposés. Ces paramètres ont tous une influence sur la précision résultante du mécanisme. Leur influence est étudiée et des astuces utiles de conception lors du recours aux éléments flexibles entre autres - ainsi que des principes à appliquer lors de la fabrication sont donnés.

présence de Nickel, la perméabilité magnétique reste quasi nulle :  $\mu = 1,0000 + -0,005$ .

<sup>15.</sup> Il s'agit de la loi de Lenz.

### 1.3.2 Contributions et originalités

- **Proposition d'un guidage à 13 pivots optimisé :** le mécanisme de guidage à 13 pivots est analysé de manière géométrique et une amélioration majeure est apportée. Sur le plan cinématique, l'erreur de rectitude est ainsi diminuée d'un facteur de 3 ordres de grandeur par rapport aux versions données dans la littérature.
- **Détermination d'une formulation analytique simple :** l'analyse géométrique réalisée sur le mécanisme à 13 pivots aboutit à une expression complexe de l'erreur de rectitude. Une formulation simplifiée de la fonction exacte, basée sur un développement limité, a été établie. Cette formule est pratique de par sa simplicité et sa validité est démontrée.
- **Obtention de deux systèmes de translation :** les deux guidages linéaires sont capables d'assurer une rectitude meilleure que un micron meilleure que 100 *nm* dans un des cas sur une course d'environ 40 *mm*.
- Étude comparative de deux guidages à mouvement rectiligne : les éléments de performance tels que rigidité, rectitude, attitude angulaire, répétabilité et fréquences propres ont tous étés évalués grâce à des outils de simulation et aux mesures réalisées sur les prototypes développés. La caractéristique principale recherchée dans chacun des deux mécanismes est une excellente rectitude.
- Système modulaire de compensation et d'actionnement : un système d'entrainement original est conçu. Celui-ci permet l'actionnement de l'axe rectiligne, mais également la compensation de la gravité et de la raideur du guidage.
- Intégration originale du comparateur de masse : une des configurations possibles de l'expérience de la balance de watt consiste à déplacer le comparateur de masse. Cette configuration est celle choisie pour le projet BWM II. Le comparateur de masse est intégré de manière originale dans le guidage rectiligne qui le déplace verticalement.
- Contribution au développement et à l'intégration de la nouvelle expérience suisse de la balance de watt : en étroite collaboration avec l'Office Fédéral de Métrologie Suisse METAS, plusieurs parties constituant la nouvelle expérience suisse de la balance de watt sont développées et intégrées.

# 1.4 Structure de la Thèse

Le chapitre 2 introduit l'état-de-l'art des mécanismes et concepts utilisés dans les balances de watt existantes. Certains éléments mécaniques flexibles existants sont présentés, en tant que briques de base, pour être ensuite utilisés lors de la construction de structures plus complexes. Différents concepts cinématiques de mécanismes à mouvement rectiligne sont exposés.

Les chapitres 3 et 6 présentent les deux mécanismes retenus (le guidage de Sarrus et le guidage à 13 pivots) d'un point de vue cinématique et proposent une optimisation de certains paramètres dimensionnels. Sont passés en revues les paramètres qui ont une influence sur l'erreur de rectitude, entre autre, et ceux qui n'en ont pas ou peu. Cela permet aux concepteurs de tels mécanismes de gagner du temps notamment lors du choix des tolérances d'usinages.

Les chapitres 4 et 7 détaillent la conception mécanique des prototypes ainsi que les résultats de simulations FEM nécessaires à l'optimisation et à la validation des solutions trouvées. Ces deux

chapitres mettent en lumière également un certain nombre de finesses à mettre en oeuvre pour faciliter la fabrication de mécanismes de haute précision.

Les chapitres 5 et 8 analysent la caractérisation des deux mécanismes au point de vue de la rigidité, de l'erreur de rectitude latérale, de l'attitude angulaire, de la répétabilité de positionnement et des fréquences propres. Ils présentes les courbes représentatives des principaux résultats et offrent une conclusion relative à chacun des deux mécanismes.

Le chapitre 9 synthétise les résultats importants des six chapitres précédents. Une étude comparative évalue les forces et les faiblesses des deux mécanismes.

Au chapitre 10, un système d'entrainement modulaire est proposé. Le dimensionnement et la conception sont présentés et discutés.

Le chapitre 11 conclut la thèse et présente les perspectives qui s'ouvrent à la suite de ce travail.

# Chapitre 2 État-de-l'art

Dans ce chapitre, plusieurs aspects de l'état-de-l'art relatifs à cette thèse sont discutés. Premièrement, la section 2.1 présente les expériences de balance de watt existantes. La section 2.2 introduit certains concepts propres aux mécanismes flexibles. Elle donne des références utiles à la compréhension de certains chapitres de cette thèse. Ensuite, la section 2.3 examine divers mécanismes capables de réaliser un mouvement rectiligne ou quasi-rectiligne. La notion de mobilité est également rappelée.

# 2.1 Balances de watt

Nous allons voir, dans cette section, plusieurs solutions de prototypes existant de balance de watt, dans l'ordre chronologique de création des 5 différentes expériences. Nous allons discuter brièvement les paramètres propres à chaque dispositif. Parmi ces paramètres, apparaissent le dispositif de mesure de force résiduelle (comparateur de masse, fléau, ...), les éléments constituant l'expérience, l'intensité du courant traversant la bobine I, son nombre de spires, son diamètre et sa forme, l'intensité de l'induction B du circuit magnétique, la forme et l'homogénéité de celle-ci le long de la course de la bobine, le matériaux générant le champ magnétique, la tension induite lors du déplacement (qui est dépendante d'autres paramètres). Citons également, le dispositif de déplacement, en termes de guidage et d'entrainement, la longueur de la course, la vitesse de déplacement, la stabilité de cette même vitesse de déplacement. Nommons encore la valeur de la pression résiduelle du vide, celle de la masse test, ainsi que son matériau, la résistance étalon utilisée pour mesurer le courant injecté dans la bobine et finalement le type d'interféromètre dédié à la mesure de la vitesse. Les données présentées proviennent principalement de [Waki08] et de [Eich09].

#### 2.1.1 Balance de watt du NPL

La toute première balance de watt réalisée est celle du National Physics Laboratory (NPL), à Teddington en Angleterre. Elle a été construite (sa première version) en 1978 par B. P. Kibble après que celui-ci proposa le principe de la balance de watt en 1976 [Kibb79]. La Fig. 2.1 montre une vue schématique du dispositif (deuxième version [Robi07]). Il s'agit d'une balance de watt à fléau, monté sur un pivot à couteau. Dans ce dispositif, les deux phases de l'expérience sont couplées. C'est-à-dire, le système de mesure de force résiduelle est déplacé lors de la phase dynamique de l'expérience. La bobine est traversée d'un courant de 16 mA et elle est constituée de 680 spires



FIGURE 2.1 – Balance de watt anglaise du NPL (deuxième version) [Eich03].

enroulées sur un diamètre de 340 mm. La puissance dissipée dans la bobine est de  $13 \, mW$  et l'intensité du champ magnétique est de 0.4 T. Celui-ci est généré par un circuit magnétique couplé à des aimants permanents en samarium-cobalt. La course de déplacement est de 40 mm et la vitesse est fixée entre  $0.5 \, mm/s$  et  $2 \, mm/s$ , correspondant à une tension induite allant de  $0.2 \, V$  à  $0.8 \, V$ . L'actionneur est un moteur linéaire à bobine mobile. Les masses tests sont au nombre de trois :  $1 \, kg$  en cuivre doré,  $500 \, g$  du même matériau et  $500 \, g$  en silicium. Cette balance a le désavantage de faire subir un déplacement horizontal à la bobine, dû au fléau utilisé pour la translation verticale. L'expérience a été transférée en 2009 à l'institut canadien de métrologie (NRC).

#### 2.1.2 Balance de watt du NIST

Le National Institute of Standards and Technology (NIST) réalise une balance de watt à partir de 1980 [Gill97, Stei97, Stei05]. Il s'agit de la plus grande balance réalisée à ce jour. Elle est constituée, comme on peut le voir sur la Fig. 2.2, d'un disque de 620 mm de diamètre monté en roue de guidage avec un pivot à couteau. Cette balance présente deux particularités. Il s'agit d'une part, de la plus grande balance comme dit précédemment, d'une hauteur totale d'environ 7 m, et d'autre part, c'est la seule à disposer d'une bobine supraconductrice pour générer le champ électromagnétique. Les deux phases de l'expérience sont combinées comme dans la balance du NPL. La bobine est plongée dans un champ magnétique d'induction de 0.1 T, composée de 2355 spires enroulées sur un diamètre d'environ 700 mm. L'amplitude du courant traversant la bobine vaut 10 mA dissipant une puissance de 48 mW. La résistance étalon utilisée pour mesurer précisément le courant vaut 100  $\Omega$ . La course totale du déplacement est 89 mm. Elle est parcourue à une vitesse de  $2.5 \ mm/s$ . La pression dans la chambre à vide vaut  $0.5 \ Pa$ . Trois interféromètres de type Michelson sont utilisés pour mesurer la vitesse de translation de la bobine. Un problème qui semble apparaitre avec une balance de ce type est la dilatation thermique liées à la grandeur de la structure. La taille importante de l'expérience peut également induire des vibrations de basses fréquences. Cependant. le NIST a livré en 2007 la mesure de h présentant la plus petite valeur d'incertitude.



FIGURE 2.2 – Balance de watt américaine du NIST [Eich03, Stei05].

### 2.1.3 Balance de watt de METAS I

La troisième balance, construite dès 1997, est celle de l'Office Fédéral de Métrologie Suisse (METAS) [Beer01, Eich03]. Sa particularité est sa taille. C'est la plus petite des balances réalisées. Elle occupe un peu plus de  $1.5 m^3$ . Son principe est le suivant : un parallélogramme composé de deux roues tronquées montées sur des pivots à lames constitue le guidage. De chaque côté (Fig. 2.3), une bobine en forme de huit est rattachée au parallélogramme, et plongée dans le champ électromagnétique produit par des aimants permanents en samarium-cobalt d'un poids de 4 kg. La fonction de comparateur de masse est remplie par une cellule de pesée commerciale construite par Mettler-Toledo. Le comparateur de masse reste fixe lors de la phase dynamique de l'expérience. Les deux phases sont donc découplées, contrairement aux installations du NPL et du NIST : le comparateur de masse est mécaniquement déconnecté du parallélogramme de guidage lors de la pesée de la phase statique de l'expérience.

Les deux bobines sont de forme carrée, de 80 mm de côté, comptent chacune 2000 spires et se déplacent à 3 mm/s dans un champ magnétique d'induction de 0.6 T sur une course de 24 mm. Une tension induite de 0.5 V est générée. Une des deux bobines joue le rôle d'entrainement lors de la phase dynamique et la seconde est employée afin de compenser le poids de la masse test qui est un cylindre d'or pur de 100 g. Un courant de 3 mA parcourt la bobine en dissipant une puissance de 18 mW. La pression dans l'enceinte à vide vaut  $10^{-4}$  Pa et un interféromètre Fabry-Perrot est employé pour mesurer la vitesse de déplacement de la bobine.



FIGURE 2.3 – Balance de watt de l'Office Fédéral de Métrologie suisse (METAS) [Eich03, Eich11].

### 2.1.4 Balance de watt du LNE

En 2001, le Laboratoire National de Métrologie et d'Essais (LNE) de Trappes, en France, a commencé à développer une balance de watt qui a la particularité de déplacer un fléau lors de la phase dynamique de l'expérience. La Fig. 2.4 montre une vue schématique à droite et à gauche une vue de conception de cette balance. La phase statique est ici caractérisée par une masse test de 500 gd'un alliage précieux à faible susceptibilité magnétique et par une bobine de 270 mm de diamètre, de 600 spires, un courant de 5 mA, une résistance étalonnée de 200  $\Omega$ , une puissance dissipée de 4.25 mW. Le circuit magnétique est composé de fer et d'aimants permanents en samarium-cobalt générant un champ d'induction de 0.93 T.

La phase dynamique présente les caractéristiques suivantes : une vitesse de déplacement de 2 mm/s, une course de 40 mm et une tension induite de 1 V. La suspension est actionnée par un moteur à vis doublé d'un étage de correction à cristaux piézoélectrique. Le guidage rectiligne est constitué d'éléments flexibles et sa cinématique est un Sarrus hyperguidé à 3 bras [Vill06]. La mesure de g, l'accélération de la pesanteur, se fait grâce à un gravimètre à atomes froids, contrairement aux autres balances, où la mesure de gravité est réalisée avec un gravimètre commercial.

### 2.1.5 Balance de watt du BIPM

La cinquième balance développée est celle du *Bureau International des Poids et Mesures* (*BIPM*). Il s'agit d'une disposition spéciale de l'expérience où les phases statique et dynamique

### 2.1. BALANCES DE WATT



FIGURE 2.4 – Balance de watt réalisée au Laboratoire National d'Essai (LNE) à Trappes, en France [Vill08, Gene05, Gene07].



FIGURE 2.5 – Balance de watt réalisée au Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) à Sèvre, en France.

se déroulent simultanément [Pica07]. Comme montré sur la Fig. 2.5, une bobine supraconductrice se situe dans une chambre cryogénique. On peut ainsi la déplacer et mesurer à ses bornes une tension induite indépendamment du courant nécessaire pour compenser le poids de la masse. Une seconde spécificité de la balance du BIPM est sa motorisation. Celle-ci est de type électrostatique. Elle est constituée d'une plaque centrale dorée mise à une tension de 3 kV et mue par deux plaques adjacentes mises à une tension différentielle allant jusqu'à  $\pm 1.5 kV$ . La bobine, traversée par un courant de 1 mA est plongée dans un champ magnétique radial de 0.5 T d'induction créé par des aimants permanents en samarium-cobalt. La vitesse de déplacement est de 0.2 mm/s. La balance, actuellement en développement, est testée à température ambiante. Un soin particulier est apporté aux procédures d'alignement qui peuvent être réalisées avec une précision de  $10 \mu rad$ . Ajoutons que le guidage est réalisé de manière active, par une régulation en temps réel d'actionneurs électrostatiques contrôlant la position latérale.

# 2.2 Éléments mécaniques flexibles

L'objectif de cette section est de présenter les articulations flexibles de base utilisées dans les structures développées dans le cadre de ce travail de thèse. Pour chacun des éléments, nous énonçons les formules donnant la course admissible et les rigidités, ainsi que les mobilités. Les grandeurs qui interviennent sont le moment d'inertie de la section droite de la poutre  $I_y = \frac{bh^3}{12}$  (Fig. 2.6 a), E le module de Young du matériau de la lame et  $\sigma_{adm}$  sa contrainte admissible. Les cas sont choisis de manière non-exhaustive, mais constituent la majorité des briques utilisées pour développer les mécanismes présentés. Ils proviennent de [Hene01].

### 2.2.1 Lame

Une lame est définie de la manière suivante : il s'agit d'une poutre élancée dont la longueur l et la largeur b sont de dimension au moins dix fois supérieure à l'épaisseur h. Il en résulte des rigidités au moins cent fois inférieures selon ses mouvements naturels<sup>1</sup>, en comparaison des mouvements bloqués. On dénombre 3 mouvements naturels (ou mouvement libre ou degré de liberté) pour la lame : une translation x et deux rotations  $\theta_y$  et  $\theta_z$  et 3 mouvements bloqués : deux translations y et z et une rotation  $\theta_x$  (Fig. 2.6 a). La lame est construite soit par éléments rapportés, soit par usinage monolithique avec l'ajout de congés de raccordement à l'endroit des arrêtes d'encastrement. On l'appelle dans ce cas *col prismatique*. Si la partie centrale n'est pas trop fine, on peut facilement réaliser le col prismatique par usinage conventionnel de type fraisage. Les formules suivantes donnent les rigidités naturelles principales correspondant aux cas les plus fréquemment utilisé (Fig. 2.6 b et c) :

0.01

$$\mathbf{et}$$

$$K_{fp} = \frac{3EI_y}{l^3} \tag{2.1}$$

$$K_{cis} = \frac{12EI_y}{l^3}.\tag{2.2}$$

<sup>1.</sup> On parle dans ce cas de rigidité naturelle.



FIGURE 2.6 – a) Lame et paramètres géométriques : l la longueur, b la largeur et h l'épaisseur. b) Définition des rigidité  $K_{fp}$  et  $K_{cis}$ , comme le rapport de la force sur le déplacement en charge verticale de la lame respectivement en bout, c) et en milieu de la lame avec rotation nulle en extrémité [Hene01].

La course angulaire limite est donnée en radians par :

$$\alpha_{max} = \frac{2\sigma_{adm}l}{Eh}.$$
(2.3)

#### 2.2.2 Col circulaire

Le col circulaire regroupe plusieurs propriétés de la lame. Il possède les 3 mêmes DDL. La différence avec la lame est qu'il présente un axe de rotation mieux défini et que l'épaisseur de sa section transverse est variable. Elle est définie par deux arcs de cercles (Fig. 2.7). Dans les configurations courantes, le rayon du cercle r est au moins cinq fois supérieur à l'épaisseur centrale e. Si cette condition n'est pas respectée, les contraintes mécaniques ne sont pas distribuées de manière adéquate. La rigidité angulaire est donnée en Nm/rad par l'expression suivante :

$$K_{\alpha M} = \frac{2Ebe^{2.5}}{9\pi\sqrt{r}}.\tag{2.4}$$

La course angulaire limite est donnée en radians par :

$$\alpha_{max} = \frac{3\pi\sigma_{adm}\sqrt{r}}{4E\sqrt{e}}.$$
(2.5)

#### 2.2.3 Col circulaire tronqué

Le col circulaire (Fig. 2.8) peut être tronqué afin de réduire son encombrement. On tronque généralement le col à partir d'une épaisseur 4 fois supérieure à l'épaisseur centrale. On assume que la partie d'une épaisseur supérieure est totalement rigide en comparaison de la partie flexible. C'est dans la partie centrale du col que la déformation a principalement lieu. Comme la contrainte au sein d'une poutre en flexion varie avec le carré de son épaisseur, celle-ci atteint  $1/16^{ème}$  de la contrainte maximale. Elle est alors négligée. Un congé de raccordement permet d'éviter une concentration des contraintes mécaniques à l'encastrement. Une configuration semblable est le col à profil elliptique



FIGURE 2.7 – Col circulaire avec ses paramètres : e épaisseur centrale, r rayon du col, b largeur du col [Hene01].



FIGURE 2.8 – a) Col circulaire, b) équivalent tronqué. L'encombrement est réduit et les contraintes sont pratiquement nulles à partir d'une épaisseur communément considérée comme équivalente à quatre fois l'épaisseur centrale du col [Hene01].

[Zele09] que nous n'abordons pas dans le cadre de cette étude. L'usinage de tels cols est typiquement réalisé par électroérosion à fil. La rigidité angulaire et la course admissible se calculent de la même manière que dans le cas du col circulaire non tronqué.

#### 2.2.4 Pivot à lames croisées séparées

Lorsque l'on réalise des pivots par assemblage de lames prédécoupées, on construit des pivots à lames croisées séparées. Il en résulte un pivot dont l'axe de rotation est bien défini pour de petits angles et dont les mouvements bloqués des lames sont complémentaires les uns des autres pour n'obtenir qu'un degré de liberté en rotation. Cependant l'axe de rotation se déplace légèrement lors du pivotement [Witt48, Zele02], comme illustré à la Fig. 2.9 (b). Cette translation parasite vaut :

$$PP' = \frac{\sqrt{2}}{12}l\theta^2. \tag{2.6}$$


FIGURE 2.9 – Pivot à lames croisées séparées. Généralement construit par assemblage de lames prédécoupées. a) Paramètres du pivot : h épaisseur des lames, l longueur des lames, b largeur des lames, C couple appliqué au pivot,  $\theta$  angle de rotation résultant. b) Illustration du déplacement du centre de rotation instantané [Hene01].

La rigidité du pivot est donnée par :

$$K_{\theta} = \frac{2EI}{l}.\tag{2.7}$$

Elle est égale au double de la rigidité d'une lame simple, car les deux lames fonctionnent en flexion et en parallèle. Lorsque les angles deviennent élevés, la rigidité angulaire devient supérieure<sup>2</sup>. La course admissible du pivot est :

$$\theta_{adm} = \frac{2\sigma_{adm}l}{Eh}.$$
(2.8)

# 2.2.5 Pivot à lames croisées non-séparées

Ce pivot est réalisé généralement par découpage EDM monolithique. Il présente un DDL en rotation (Fig. 2.10) et une rigidité quatre fois supérieure au pivot à lames croisées séparées :

$$K_{\theta} = \frac{8EI}{l}.\tag{2.9}$$

La course admissible est quatre fois inférieure au pivot à lames croisées séparées :

$$\theta_{adm} = \frac{\sigma_{adm}l}{2Eh}.$$
(2.10)

<sup>2.</sup> Selon Haringx (1949), la rigidité augmente de 30% pour un angle de rotation de 45°.



FIGURE 2.10 – Pivot à lames croisées non-séparées, généralement construit par électroérosion à fil. Paramètres : h épaisseur des lames, l longueur des lames (d'un bloc à l'autre du pivot), b largeur des lames, C couple appliqué au pivot,  $\theta$  angle de rotation résultant [Hene01].

# 2.2.6 Table à quatre cols circulaires

Il s'agit du guidage en translation construit en éléments flexibles parmi les plus basiques. Il est généralement usiné par électroérosion à fil, mais peut également être construit par fraisage pour des épaisseurs supérieures à 300  $\mu m$ . La translation horizontale du bloc de sortie est accompagnée d'une translation verticale parasite, de profil pseudo-circulaire, approximé par (Fig. 2.11 b) :

$$f_p = l(1 - \cos\theta). \tag{2.11}$$

La rigidité linéaire de la table de translation à quatre cols circulaires est donnée par :

$$K = \frac{8Ebe^{2.5}}{9\pi l^2 \sqrt{r}}.$$
(2.12)

La formule donnant la course admissible de la table de translation est :

$$f_{adm} = \frac{3\pi l \sigma_{adm}}{4E} \sqrt{\frac{r}{e}}.$$
(2.13)

# 2.3 Cinématiques à mouvement rectiligne

Afin d'effectuer un choix de mécanisme pour réaliser le guidage rectiligne de la balance BWM II, nous nous intéressons aux différentes solutions existantes qui permettent de créer le mouvement recherché. La littérature offre beaucoup de solutions [Mehd12]. Seules les plus simples sont présentées, afin de ne pas considérer des mécanismes trop compliqués à mettre en œuvre.

Lorsqu'il s'agit de tracer une droite, la méthode traditionnelle consiste à se servir d'un objet que l'on considère comme rectiligne, telle qu'une règle ou un guide. Alors que si on trace un cercle



FIGURE 2.11 – a) Paramètres de la table à 4 cols. La table à quatre cols est un guidage élémentaire en translation. b) Elle présente une translation parasite verticale de forme approximativement circulaire. [Hene01]

avec un compas, nous utilisons une propriété fondamentale du cercle : tous les points du cercle se situent à équidistance du centre. Nous verrons que des outils équivalents existent pour tracer une ligne droite, mais qu'ils ne sont pas aussi triviaux que dans le cas circulaire. Certains conduisent à un guidage purement rectiligne et d'autres produisent un mouvement pseudo-rectiligne. Nous proposons le terme *orthogyre* pour identifier les cinématiques produisant une translation à partir de rotations (*Ortho* : droit et *Gyre* : basé sur des rotations).

Le choix de telles cinématiques possède l'avantage de permettre l'utilisation des éléments flexibles introduits dans la section précédente. Nous pouvons ainsi tirer parti des avantages qu'ils confèrent au mécanisme<sup>3</sup> ainsi que d'éviter les désavantages des guidages linéaires standards, tels que friction, difficulté de fonctionnement dans le vide, la nécessité d'entretien, etc. Ajoutons qu'un certain nombre des guidages linéaires traditionnels ne sont pas applicables dans le cadre du projet BWM II. Les paliers magnétiques sont à proscrire et les éléments roulants peuvent produire de la pollution dans l'enceinte à vide, présenter des points durs non désirables ou créer des vibrations.

Les différentes cinématiques présentées sont comparées en termes de nombre de bielles, de course théorique (comparée à l'encombrement), de débattement angulaire des bielles<sup>4</sup>, de conservation d'orientation de la sortie et de rectitude théorique pour les mécanismes de la sous-section 2.3.2. Les hyperstatismes sont également discutés.

<sup>3.</sup> Citons l'absence de jeu, de frottement, d'entretient et d'usure. Nous nous référons à la section 1.2 de [Hene00] pour une liste complète des propriétés avantageuses des guidages flexibles.

<sup>4.</sup> On s'intéresse à la course maximale qu'il est possible de parcourir tout en conservant des débattements angulaires réduits afin de pouvoir adapter de telles cinématiques avec la technologie des articulations flexibles. A titre comparatif, nous imposons un angle maximal de rotation de 10° entre les segments et considérons la course correspondante. On admet généralement qu'un mécanisme flexible standard atteint une course d'environ 10% de son encombrement. Par encombrement, on ne considère pas la profondeur du mécanisme, mais sa dimension maximale dans le plan cinématique.



FIGURE 2.12 – a) Mécanisme de Sarrus [Zha08b], b) mécanisme de Peaucellier-Lipkin, c) forme alternative du mécanisme de Peaucellier-Lipkin [Brya08].

# 2.3.1 Mécanisme à mouvements rectilignes purs

Les cinématiques décrites ici présentent des trajectoires théoriques purement rectilignes.

#### De Sarrus

Le mécanisme de Sarrus (Fig. 2.12 a) est le premier guidage rectiligne à être décrit en 1853 [Brya08]. C'est le seul mécanisme présenté dans cette section à ne pas être planaire. C'est-à-dire que sa cinématique est tridimensionnelle. Certains de ses pivots sont disposés perpendiculairement à d'autres.

Son principe est le suivant : deux chaînes cinématiques relient le bâti à la sortie. Chacune de ces chaînes est composée de trois pivots coplanaires qui contraignent la sortie sur un plan. La jonction des deux bras contraint la sortie sur l'intersection des deux plans - généralement perpendiculaires soit une ligne droite. Il est possible de disposer les deux bras autrement qu'à angle droit. Seule la disposition à 180° est impossible. Cependant, la reprise des efforts d'un bras par l'autre est optimale lorsque ceux-ci sont disposés perpendiculairement. Un hyperstatisme est présent dans ce mécanisme. En effet, l'orientation autour de l'axe vertical est dictée par les deux chaînes de pivots. La sortie conserve son orientation le long de la course, ce qui est avantageux dans notre cas. Le rapport course sur encombrement est bon, et les variations maximales<sup>5</sup> d'angles sont modérées.

# De Peaucellier-Lipkin

Le mécanisme inverseur de Peaucellier-Lipkin est historiquement le premier guidage plan permettant de transformer des rotations en déplacement parfaitement rectiligne [Lemo73]. Il a été inventé indépendamment par un ingénieur français nommé Peaucellier et par un mathématicien russe nommé Lipkin. On parle de cette cinématique en tant qu'inverseur, car il utilise la propriété géométrique selon laquelle la transformation inverse d'un cercle est une droite<sup>6</sup>. Il est composé (voir Fig. 2.12 b)

<sup>5.</sup> Nous nous intéressons aux articulations qui présentent les rotations les plus importantes, car ce sont elles qui sont limitantes lors de l'utilisation d'articulations flexibles.

<sup>6.</sup> Il s'agit d'une notion de géométrie selon laquelle une transformation bijective existe entre les sphères et les plans. On dit alors que l'ensemble constitué par les hypersphères et les hyperplans est stable par inversion. Les hypersphères



FIGURE 2.13 – a) Mécanisme de Hart, b) mécanisme en "A" de Hart, c) mécanisme hypocycloïde de James White [Brya08, Whit88].

d'un losange (quadrilatère convexe CDEF) et d'une flèche (quadrilatère concave ADCF). Il possède au total 7 bielles et 10 pivots. Les points fixes sont les deux pivots inférieurs (A et B). Les grandes bielles (AD et AF) sont dimensionnées avec une longueur d'environ 3 fois la longueur des bielles courtes (CD, DE, EF, FC). Les grandes bielles doivent être de même dimension, ainsi que les quatre petites bielles. La longueur AB doit être la même que BC. Le nombre d'hyperstatismes (hors-plans) est au nombre de 9 et le nombre de chaînes cinématiques <sup>7</sup> est 4.

Ce mécanisme présente l'avantage de créer un mouvement totalement linéaire, mais il est complexe et peu rigide. On l'utilise alors plus comme générateur de mouvement qu'en tant que guidage rectiligne. Cependant, le rapport course sur encombrement est intéressant, car il atteint 40% pour un débattement angulaire maximal de 10°. Il existe dans deux configurations distinctes ; la standard et l'alternative (voir Fig. 2.12 c). On ajoutera que l'orientation de la sortie n'est pas conservée. Le mécanisme doit alors être doublé pour maintenir l'angle en sortie <sup>8</sup>.

# De Hart

Hart propose en 1875 un modèle de mécanisme rectiligne (Fig. 2.13 a), également de type inverseur [Koet83], avec un nombre inférieur de liaisons que celui proposé par Peaucellier et Lipkin : 5 au lieu de 7, le nombre de pivots<sup>9</sup> est 7. Les points A et B sont fixes et le point à trajectoire rectiligne est H. La droite suivie par H passe perpendiculairement à A et B.

Hart décrit également une version en forme de "A" (Fig. 2.13 b), où les points fixes sont les deux pivots A et G. Dans cette configuration, les deux paires de bras verticaux forment des triangles

et hyperplans sont des sphères et des plans de dimensions 4 ou supérieur. Dans un espace possédant 2 dimensions, cela correspond à des cercles et des droites.

<sup>7.</sup> Dans le calcul de la mobilité, lorsqu'un pivot est relié à plus que deux bielles, il faut considérer un nombre de pivot égal au nombre de bielles reliées par le pivot moins un.

<sup>8.</sup> C'est-à-dire qu'il faut employer deux fois le même mécanisme. Nous obtenons ainsi deux points à mouvement linéaire que nous pouvons relier par un solide.

<sup>9.</sup> Nous avons alors 3 pivots colinéaires sur les longues bielles, cela présuppose que nous pouvons réaliser un alignement précis afin de garantir la rectitude de la sortie. Le mécanisme de Peaucellier ne pose pas ce problème comme il ne présente que deux pivots par liaison.

congruents (ACD et DEG). Les ségments AD et DG sont de même longueur, donc le point D se trouve à tout instant sur la droite équidistante entre les points fixes A et G. On appelle a la longueur des bielles CD et ED, b la longueur des bielles AC et GE et c la distance BC (elle est égale à la distance EF). Pour obtenir un mécanisme rectiligne, il faut choisir les longueurs des segments de manière à assurer la relation :

$$b^2 = ac. (2.14)$$

Dans l'un et l'autre de ces mécanismes, le rapport encombrement sur course est assez mauvais pour des courses angulaires limitées. On a par exemple une course de 5% de l'encombrement pour un débattement angulaire de 10° pour la version en "A" de la machine de Hart et de 4% pour la version tradionnelle. Comme pour le mécanisme de Peaucellier-Lipkin, il s'agit de doubler le dispositif, afin de préserver l'orientation de l'organe terminal, sans quoi, seulement un point suit une droite, et non un solide. On dénombre 6 hyperguidages hors-plans (3 dans chacune des boucles). Si on considère la mobilité dans le plan, on dénombre 1 DDL.

#### **De James White**

Le mécanisme hypocycloïde de James White (Fig. 2.13 c) repose sur un principe peu applicable à nos besoins car il utilise des éléments roulants. Il est toutefois intéressant de le mentionner. La petite roue d'un engrenage intérieur a un diamètre moitié de la roue externe. Elle est montée sur un pivot, placé sur le demi-rayon de la grande roue. Conformément au théorème de La Hire<sup>10</sup>, tous les points sur la circonférence de la petite roue suivent des trajectoires rectilignes de la longueur du grand diamètre.

## 2.3.2 Mécanisme à mouvements pseudo-rectilignes

Nous exposons à présent des mécanismes dont le comportement est pseudo-rectilignes. C'est-àdire, leur linéarité n'est théoriquement pas parfaite. Nous introduisons le rapport de rectitude qui est défini par :  $R_{rect} = s_r / \varepsilon_{rect}$ , avec  $s_r$  la longueur de la course pseudo-rectiligne et  $\varepsilon_{rect}$  l'erreur de rectitude. Ce ratio constitue un élement de comparaison quant à la linéarité du mouvement d'un mécanisme. Il quantifie la qualité de la rectitude du mécanisme. Il faut qu'il soit le plus grand possible.

#### La barre et le parallélogramme de Watt

James Watt patente les deux mécanismes en 1784. Le principe de la barre (Fig. 2.14 a) est basé sur la liaison de trois bielles : deux bielles horizontales (AB et CD) pivotent à leurs extrémités et sont reliées au centre par une troisième bielle BC. Son centre (point E) suit approximativement une droite. Il existe une version plus compacte de cette construction. On parle du parallélogramme de Watt (Fig. 2.14 b). Le nombre de segments est alors augmenté de 3 à 5 et le principe est sensiblement

<sup>10.</sup> La première proposition du théorème est le cas particulier du mouvement rectiligne. Il est connu de l'astronome perse Nasir ad-Din at-Tusi qui le décrit en 1247 dans son Tahrir al-Majisti (Commentaire de l'Almageste). L'Almageste est une œuvre de Ptolémée datant du IIe siècle. Elle constitue la somme des connaissances les plus avancées de l'antiquité en mathématiques et en astronomie [Rage07].



FIGURE 2.14 – a) Barre de Watt, b) parallélogramme de Watt, c) parallélogramme de Tchébychev [Brya08].

le même. Le point qui suit une trajectoire rectiligne est déporté de P à Q et la course est doublée par rapport à la barre de Watt, comme l'indique la ligne traitillée alignée sur les points D, P et Q.

La Fig. 2.15 montre l'allure générale du défaut de rectitude de la barre de Watt. Il s'agit d'un polynôme du sixième degré <sup>11</sup>. Wunderlich en fait une approximation du cinquième degré. Pour des paramètres choisis de manière optimale, on obtient  $\varepsilon_{rect}$ , l'erreur de rectitude [Wund78] :

$$\varepsilon_{rect} \approx \frac{s^5}{256a^3b} \tag{2.15}$$

avec *a* la longueur des grandes bielles, *b* la demi longueur de la petite bielle et *s* la course sur laquelle l'approximation est considérée. Un exemple d'application numérique avec les valeurs <sup>12</sup> a = 150, b = 30 et s = 58.6 donne un défaut de rectitude de h = 0.027, correspondant à un rapport de rectitude  $R_{rect} = 1085$ .

Pour une rotation maximale des pivots de 10°, on arrive à une course de 25% de l'encombrement dans le cas du parallélogramme et 12% dans le cas de la barre. L'orientation de la sortie n'est pas conservée. Elle est faible en comparaison des autres mécanismes : moins de 3° pour 10° de rotation sur les pivots mobiles.

# La barre de Tchebychev

Tchebychev propose un mécanisme (Fig. 2.14 c) relativement similaire à la barre de James Watt. Il en diffère par le fait que les deux arcs principaux pivotent du même côté de la barre centrale. Une différence supplémentaire est la rigueur qui est portée au choix des longueurs de bielles et à la disposition des centres de rotation. La distance AB doit être le double de la distance CD et la distance AD (égale à la distance CB) doit être 2.5 fois plus grande que la distance CD. Le point à trajectoire pseudo-rectiligne est alors le point E, milieu de la bielle supérieure.

<sup>11.</sup> La famille des trajectoires générées par le mécanisme s'appelle courbes de Watt [Sang08]. Lorsque les trois segments de la barre de Watt ont la même longueur et sont disposés selon un parallélogramme, on obtient la cas particulier du lemniscate de Bernoulli, qui est du quatrième ordre [Brya08].

<sup>12.</sup> Il s'agit d'une analyse adimensionnelle, les paramètres n'ont donc pas d'unités.



FIGURE 2.15 – Défaut de rectitude optimal d'une barre de Watt. Il s'agit d'une courbe définie par un polynôme du cinquième ordre. [Wund78].



FIGURE 2.16 – a) Barre de Robert, b) Table à 13 pivots [Brya08, Cosa11].



FIGURE 2.17 – Défaut de rectitude d'une barre de Robert. Il s'agit d'un polynôme du sixième degré.

#### La barre de Robert

La barre de Robert (Fig. 2.16 a) est équivalente à la barre de Watt et à celle de Tchebychev en terme de quantités cinématiques (pivots, pivots fixes, boucles, bielle). Par contre, elle ne nécessite pas une disposition aussi rigoureuse des pivots. En effet, ce qu'il faut respecter est l'arrangement des 4 pivots et de la sortie selon trois triangles isocèles en quinconce. Nous avons ainsi la distance des deux pivots supérieurs qui est la moitié de celle séparant les deux pivots inférieurs.

Pour une largeur du mécanisme de 40 mm (distance AB), on obtient par simulation un défaut de rectitude de 22  $\mu m$ , tel que montré sur la Fig. 2.17. C'est à dire un rapport de rectitude de  $R_{rect} = 1818$ . Pour un pivotement maximal de 10°, nous atteignons une course de 34.5% de la dimension externe du mécanisme et une rotation de la sortie de 4.97°.

#### La table à 13 pivots

La table à 13 pivots (Fig. 2.16 b) est constituée de deux parallélogrammes montés en série et tête-bêche. Le premier est défini par les points A, B, C et D et le deuxième est défini par les points E, F, G et H. Un levier de couplage <sup>13</sup> (IK) est relié aux deux parallélogrammes par deux liens (KM de longueur c et JL de longueur b). Ce levier de couplage assure que le mouvement relatif des deux parallélogrammes soit le même. C'est-à-dire, le mouvement absolu du parallélogramme intérieur soit le double du parallélogramme extérieur. R. V. Jones propose en premier ce mécanisme en 1962 [Jone62]. Il a également été étudié sans que le levier d'asservissement n'y apparaisse [Smit87].

On dénombre 13 pivots, 3 pivots fixes, 9 bielles et 5 chaînes cinématiques. Le mécanisme est intéressant en termes de débattements angulaires (10° de rotation sur les pivots produit une course de 20% de la dimension maximale du mécanisme) et de conservation de l'orientation de la sortie. Elle ne pivote pas du tout lors de l'actionnement du mécanisme. Dans le chapitre 6, il est démontré qu'il existe un rapport optimal des longueurs b et c. La rectitude théorique devient alors élevée avec un rapport de rectitude  $R_{rect} > 10^9$  pour une course de 10% de l'encombrement du mécanisme.

<sup>13.</sup> On parle aussi de levier d'asservissement, car il asservit le mouvement du premier parallélogramme à celui du deuxième parallélogramme.

# 2.3.3 Mobilité des cinématiques planes à pivots

Dans cette sous-section, nous rappelons la version planaire de la formule de Grübler. Les formules sont appliquées à des mécanismes à 1 DDL afin de décrire des relations entre :

- Le nombre de pivots p
- Le nombre de pivots fixes  $p_f$
- Le nombre de boucles  $\boldsymbol{b}$
- Le nombre de boucles internes au mécanisme  $b_i$
- Le nombre de chaînes cinématiques c
- Le nombre d'hyperstatismes hors-plan  $H_{hp}$
- Le nombre de mobilités  $M_o$
- Le nombre de solides du mécanisme s
- Le nombre de solides du mécanisme incluant le bâti $s_b$

Nous partons avant tout de la formule de mobilité, dans sa version liée au nombre de boucles cinématiques :

$$M_o = -3b + \sum M_{oi} \tag{2.16}$$

avec  $\sum M_{oi}$  la somme de mobilités internes. Supposant que nous soyons uniquement en présence de pivots, cette somme équivaut à p.

$$M_o = -3b + p. (2.17)$$

Nous remarquons que le nombre de boucles cinématiques est inférieur de un au nombre de chaines cinématiques du mécanisme :

$$b = c - 1 \tag{2.18}$$

et que le nombre de chaines cinématiques équivaut au nombre de pivots fixes sommé au nombre de boucles internes  $^{14}$  :

$$c = p_f + b_i. \tag{2.19}$$

On dénombre facilement le nombre de boucles par la formule :

$$b = p_f + b_i - 1. (2.20)$$

D'autre part, nous remarquons que le nombre d'hyperguidages hors-plan d'un mécanisme plan vaut trois fois son nombre de boucles :

$$H_{hp} = 3b. \tag{2.21}$$

En effet lorsqu'une boucle cinématique est fermée, deux orientations et la translation hors-plan sont définies par les deux bouts de la chaîne (quel que soit le nombre de pivots de la chaîne cinématique). Il y a alors trois hyperguidages hors-plan. De plus, nous avons :

<sup>14.</sup> Nous entendons par boucle interne toute boucle cinématique n'incluant pas de pivot fixe.



FIGURE 2.18 – Exemples simples de cinématiques. Ils illustrent les règles à observer lors de l'application des relations présentées.

$$b = p - s. \tag{2.22}$$

Finalement, en insérant (2.22) dans (2.17), on trouve la relation :

$$M_o = 3s - 2p. (2.23)$$

Afin d'appliquer correctement ces relations, il convient de respecter plusieurs points. Relativement à la Fig. 2.18 :

- Lorsqu'un seul pivot est connecté à plus de deux solides, le nombre de pivots est en réalité le nombre de solides reliés au pivot moins un. Sur l'exemple (a), le point de pivot est relié à 3 solides, on compte alors 2 pivots.
- On ne compte que les boucles apparentes et non les boucles "cachées". Sur l'exemple (b), on compte 3 boucles cinématiques, sans tenir compte de la boucle externe (celle formant un parallélogramme).
- Lorsqu'un blocage apparait, le nombre de mobilité est nul,  $M_o = 0$ . Dans un tel cas, le système est bloqué (isostatique), mais non-hyperstatique<sup>15</sup>, (exemple c). Si une contrainte supplémentaire intervient, comme dans l'exemple (d), le nombre de mobilité devient  $M_o = -1$  et le système est hyperstatique.
- Le nombre d'hyperguidages hors-plans est strictement égal à 3 fois le nombre de boucles.
- Les DDL internes interviennent en tant que mobilités.

Le tableau 2.1 résume, pour les différents mécanismes évoqués, les quantités représentant leurs cinématiques :

<sup>15.</sup> Nous parlons d'hyperstatisme dans le plan, car dans l'espace, le système est hyperstatique dès lors qu'il présente une ou plusieurs boucles cinématiques.

Mécanisme	p	$p_f$	b	$b_i$	c	$H_{hp}$	$M_o$	s	$s_b$
Barre de Watt	4	2	1	0	2	3	1	3	4
Barre de Tchebychev	4	2	1	0	2	3	1	3	4
Barre de Roberts	4	2	1	0	2	3	1	3	4
Parallélogramme de Watt	7	2	2	1	3	6	1	5	6
Mécanisme de Hart	7	2	2	1	3	6	1	5	6
Mécanisme en A de Hart	7	2	2	1	3	6	1	5	6
Mécanisme de Peaucellier	10	3	3	1	4	9	1	7	8
Mécanisme de Peaucellier alternatif	10	3	3	1	4	9	1	7	8
Table à 13 pivots	13	3	4	2	5	12	1	9	10

TABLE 2.1 – Grandeurs cinématiques définissant les mécanismes rectilignes et pseudo-rectilignes abordés.

En outre, nous remarquons l'égalité suivante, valable pour tous mécanismes plans composés de pivots. Elle donne le nombre de boucles internes :

$$b_i = \frac{p - M_o}{3} - p_f + 1. \tag{2.24}$$

Finalement, nous remarquons une relation qui se vérifie dans le cas des mécanismes à cinématique rectiligne ou pseudo-rectiligne possédant 1 DDL étudiés ici :

$$s_b = 2c. \tag{2.25}$$

Remarque : l'aspect systématique de la relation 2.25 n'a pas été mis en évidence, mais elle peut constituer une piste pour chercher de nouveaux mécanismes à cinématique rectiligne ou pseudo-rectiligne.

# Chapitre 3

# Analyse cinématique et statique du guidage Sarrus

# 3.1 Cinématique

Le mécanisme du guidage Sarrus est discuté en termes cinématiques. En premier lieu, le guidage est présenté et les différentes dispositions possibles de ses chaînes cinématiques sont introduites. L'aspect des hyperguidages est abordé. Ensuite, une modélisation géométrique est faite et les principaux résultats sont exposés. Finalement, une analyse des défauts d'usinages est réalisée, toujours du point de vue cinématique.



FIGURE 3.1 – Schéma de principe du guidage Sarrus. Deux chaînes cinématiques composées chacune de trois pivots parallèles sont disposées de manière orthogonale, ou avec un angle non-nul entre elles [Zha08a].

La Fig. 3.1 illustre la cinématique générale du Sarrus [Zha08a]. Deux chaînes cinématiques  $(A_1B_1C_1 \text{ et } A_2B_2C_2)$  composées de trois pivots sont reliées en parallèle à l'organe de sortie (la

plaque supérieure). Ces deux chaînes cinématiques sont disposées de manière orthogonale. Chacune d'elles contraint la sortie sur un plan perpendiculaire aux pivots qui la compose. La sortie est finalement contrainte sur l'intersection des deux plans, c'est-à-dire une droite théoriquement parfaite.

# 3.1.1 Configurations possibles et hyperguidage du Sarrus

Les différentes configurations que peut prendre le guidage Sarrus sont étudiées. Comme montré sur la Fig. 3.2, une variété d'arrangements est possible. Nous en présentons quatre : le fermé, l'ouvert à bras simples, celui à parallélogrammes et l'ouvert à bras simples hyperguidé. Nous allons étudier plus en particulier les deuxième et troisième (configurations b et c). Ce choix s'explique de la manière suivante : la configuration b est la plus générique et pourra servir à des concepteurs en proposant une analyse cinématique des défauts de construction et la configuration c est celle que nous avons choisie pour la réalisation de notre prototype de guidage. Concernant celle-ci, nous proposons une analyse de l'influence des efforts engendrés par un bras sur l'autre au regard de sa raideur transverse (cf. § 3.2.3). De manière générale, les paramètres déterminant la configuration d'un Sarrus sont : le nombre de bras, le nombre de pivots par bras, l'angle entre les bras et la présence éventuelle d'un parallélogramme.

Les première et deuxième configurations sont équivalentes d'un point de vue cinématique. La disposition b est la version déployée de la disposition a. Leur bâti est situé une fois en dessous et une fois à l'arrière. La version c est cinématiquement différente des autres, car le premier système pivot-bielle est remplacé par un parallélogramme. L'avantage de cette variante est de conserver l'orientation au niveau d'attaque du deuxième pivot (troisième en l'occurence). Les efforts sont aussi avantageusement repris, car le parallélogramme offre une rigidité transverse importante. Les chaînes cinématiques sont constituées de 4 pivots et non pas de 3, comme c'est le cas dans les autres exemples. La version d est une forme hyperstatique de la structure b. Elle présente une géométrie ternaire, avec trois bras placés à 120° les uns des autres.

Les exemples a et b comptent tous deux un seul hyperstatisme. Il s'agit de la rotation verticale de la sortie qui est imposée par les 2 chaînes cinématiques. De même, le mécanisme de l'exemple d compte 2 hyperstatismes, car la sortie est guidée en rotation verticale par les 3 bras. Dans l'exemple c, nous dénombrons 3 hyperstatismes par parallélogramme et 1 au niveau de la sortie (qui est le même que dans le cas b). Donc 7 au total.

# 3.1.2 Modélisation cinématique

Un modèle cinématique a été développé dans lequel les angles sont calculés en fonction des longueurs des bras et de la position initiale de la sortie. La disposition traitée dans cette exemple est b, car c'est la plus générale. De plus, sans considération des hyperstatismes, elle est équivalente à d. Une approche vectorielle est considérée pour réaliser cette modélisation. Nous n'examinons qu'un seul bras, car le deuxième suit un comportement semblable. Les notations de la Fig. 3.3 (a) sont :

- $-l_1$ : longueur de la bielle OA
- $-l_2$ : longueur de la bielle AP
- $-\ d$  : distance entre le bâti (O) et la droite de déplacement de la sortie (P)
- -s : position verticale de la sortie
- $-\alpha_1$  : angle entre l'axe horizontal et la bielle OA



FIGURE 3.2 – Quatre configurations possibles du mécanisme de Sarrus : a) fermé , b) ouvert à bras simples, c) à parallélogrammes et d) ouvert à bras simples hyperstatique.

 $-\alpha_2$ : angle entre la perpendiculaire à la bielle OA et la bielle AP

 $-\alpha_3$ : angle entre l'axe vertical et la bielle AP

Dans un premier temps, nous définissons la position du point de sortie P:

$$P = \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}. \tag{3.1}$$

Les points O et P étant connus, il est possible d'obtenir la position de A par intersection de deux cercles. Nous utilisons les formules (3.2)-(3.4). La Fig. 3.4 illustre les notations utilisées. Ces formules donnent l'expression générale des points d'intersection de deux cercles  $C_1$  et  $C_2$  centrés en  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$  et de rayons  $r_1$  et  $r_2$ :

$$Ix_{12} = \frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{(x_1 - x_2)(r_1^2 - r_2^2)}{2d^2} \pm \frac{y_2 - y_1}{2d^2} \sqrt{((r_1 + r_2)^2 - d^2)(d^2 - (r_1 - r_2)^2)}$$
(3.2)

$$Iy_{12} = \frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{(y_1 - y)(r_1^2 - r_2^2)}{2d^2} \pm \frac{x_2 - x_1}{2d^2} \sqrt{((r_1 + r_2)^2 - d^2)(d^2 - (r_1 - r_2)^2)}$$
(3.3)

avec d, l'entraxe des deux cercles :

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$
(3.4)

Finalement nous calculons les trois angles recherchés :

$$\alpha_1 = sgn(A_y) \arccos(\frac{\overrightarrow{OA} \cdot \begin{pmatrix} 1\\ 0 \end{pmatrix}}{\|\overrightarrow{OA}\|})$$
(3.5)

$$\alpha_2 = -\arccos(\frac{\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AP}}{\|\overrightarrow{OA}\| \| \|\overrightarrow{AP}\|}) + \frac{\pi}{2}$$
(3.6)

$$\alpha_3 = sgn(A_x - d) \arccos\left(\frac{\overrightarrow{AP} \cdot \begin{pmatrix} 0\\1 \end{pmatrix}}{\|\overrightarrow{AP}\|}\right) + \pi.$$
(3.7)

Le résultat de l'application numérique est illustré à la Fig. 3.3 (b et c). Les positions des deux bielles et des pivots ainsi que les angles entre les segments sont montrés pour plusieurs valeurs de déplacement vertical de la sortie. Les paramètres utilisés sont  $d = 10 \ mm$ ,  $l_1 = 11 \ mm$ ,  $l_2 = 5 \ mm$  et la position verticale s varie de  $+12 \ mm$  à  $-12 \ mm$ . Nous remarquons sur la Fig. 3.3 c que lorsque l'angle  $\alpha_2 = 0$ , nous avons  $\alpha_1 = \alpha_3$ . Cela constitue un élément de validation du modèle.



FIGURE 3.3 – Résultat de la modélisation cinématique du Sarrus. a) Les notations et le référentiel utilisés dans le modèle. b) Les positions du bras et de l'avant-bras sont montrées pour différents déplacements verticaux de la sortie c) ainsi que les angles entre les segments. Les paramètres utilisés ici sont  $d = 10 \text{ mm}, l_1 = 11 \text{ mm}, l_2 = 5 \text{ mm}$  et la position verticale s varie de +12 mm à -12 mm.



FIGURE 3.4 – Notations utilisées dans les formules (3.2)-(3.4). Elles donnent l'expression analytique générale de l'intersection de deux cercles.

#### 3.1.3 Influence des défauts sur la rectitude

Nous améliorons le modèle précédent en incluant deux défauts d'alignement dans le pivot du point A. Nous regardons alors l'effet de ces deux défauts sur la rectitude en sortie du mécanisme.

Pour cette modélisation, nous faisons les considérations suivantes : nous introduisons dans le pivot (Fig. 3.5) deux défauts d'orientation : un défaut  $\theta_1$  autour de l'axe z et un défaut  $\theta_2$  autour de l'axe x. Puis, nous recherchons la position du point P tel qu'appartenant au plan d'équation x = d. Nous regardons alors la composante y du point P pour différentes valeurs de course s. Nous obtenons ainsi le défaut de rectitude  $\varepsilon_{rect}(z)$ . Une hypothèse est faite : le pivot situé au point O ne présente pas de défaut. S'il en avait, seuls les défauts du deuxième pivot introduiraient un défaut de rectitude, car quel que soit l'axe de rotation du premier pivot, cela n'empêche pas le bras de définir un plan.

La démarche pour calculer la courbe  $\varepsilon_{rect}(z)$  est celle-ci : nous partons d'un vecteur unitaire d'orientation y et nous lui appliquons deux rotations. Une première rotation d'angle  $\theta_2$  autour de l'axe x et une deuxième rotation d'angle  $\theta_1$  autour de l'axe z. On applique sur ce vecteur une troisième rotation autour de l'axe y d'angle  $\alpha_1$  pour obtenir le vecteur  $\vec{\alpha}$ . Ce dernier représente l'axe de rotation du pivot comprenant les deux défauts d'orientation. Ensuite de quoi, nous appliquons une rotation au bras de longueur  $l_1$  autour de l'axe y et une rotation à l'avant-bras de longueur  $l_2$ autour de l'axe  $\vec{\alpha}$ , tout en contraignant le point P à se situer sur le plan d'abscisse d.

Cela s'exprime mathématiquement de la manière suivante :

$$\overrightarrow{a} = R_y^{-\alpha_1} R_z^{\theta_1} R_x^{\theta_2} \begin{pmatrix} 0\\1\\0 \end{pmatrix}$$
(3.8)

# 3.1. CINÉMATIQUE



FIGURE 3.5 – Schéma du bras de Sarrus avec deux défauts d'orientations du pivot intermédiaire. Un défaut  $\theta_1$  autour de l'axe z et un défaut  $\theta_2$  autour de l'axe x. La rectitude résultante est exprimée par la fonction  $\varepsilon_{rect}(z)$ . N. B. : Formellement, le vecteur  $\vec{a}$  devrait être représenté partant de l'origine, mais pour une meilleure compréhension, nous le représentons translaté au point A.

avec les matrices de rotation  $^{1}$  :

$$R_y^{-\alpha_1} = \begin{pmatrix} \cos(-\alpha_1) & 0 & \sin(-\alpha_1) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\alpha_1) & 0 & \cos(-\alpha_1) \end{pmatrix}$$
(3.9)

$$R_{z}^{\theta_{1}} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_{1}) & -\sin(\theta_{1}) & 0\\ \sin(\theta_{1}) & \cos(\theta_{1}) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(3.10)

$$R_x^{\theta_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) \\ 0 & \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) \end{pmatrix}.$$
 (3.11)

Il s'en suit la rotation des deux vecteurs du bras et de l'avant-bras :

$$\overrightarrow{v_1} = R_y^{-\alpha_1} \begin{pmatrix} l_1\\ 0\\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.12}$$

<sup>1.</sup> La notation générique des matrices de rotation est définie ainsi : En multipliant un vecteur quelconque par la matrice  $R_{\vec{v}}^{\alpha}$ , on lui applique une rotation d'angle  $\alpha$  autour du vecteur  $\vec{v}$ .

$$\overrightarrow{v_2} = R_a^{-\alpha_2} \begin{pmatrix} l_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.13}$$

avec la matrice de rotation autour de l'axe  $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$  d'un angle<sup>2</sup>  $-\alpha_2$ :

$$R_{a}^{-\alpha_{2}} = (1 - \cos(\alpha_{2})) \begin{pmatrix} a_{1}^{2} & a_{1}a_{2} & a_{1}a_{3} \\ a_{1}a_{2} & a_{2}^{2} & a_{2}a_{3} \\ a_{1}a_{3} & a_{2}a_{3} & a_{3}^{2} \end{pmatrix} + \cos(\alpha_{2}) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$+\sin(\alpha_{2}) \begin{pmatrix} 0 & -a_{3} & a_{2} \\ a_{3} & 0 & -a_{1} \\ -a_{2} & a_{1} & 0 \end{pmatrix}.$$

$$(3.14)$$

Nous introduisons la contrainte d'entraxe, qui force la sortie du Sarrus à être sur le plan défini par l'autre bras du mécanisme :

$$v_{1x} + v_{2x} = d. ag{3.15}$$

En résolvant le système d'équation précédent, il devient possible d'exprimer l'angle  $\alpha_2$ , la course et l'erreur de rectitude :

$$\alpha_2 = \pi - \arccos(\frac{l_2 \sin^2(\alpha_1) \sin^2(\theta_2) - d + l_1 \cos(\alpha_1)}{l_2 (1 - \sin^2(\alpha_1) \sin^2(\theta_2))})$$
(3.16)

$$s = l_2(\cos(\alpha_1)\sin(\alpha_1)(\cos(\alpha_2) - 1)\sin^2(\theta_2) + \sin(\alpha_2)\cos(\theta_2)) + l_1\sin(\alpha_1)$$
(3.17)

$$\varepsilon_{rect} = -l_2(sin(\alpha_2)(cos(\alpha_1)sin(\theta_2) - sin(\alpha_1)cos(\theta_2)sin(\theta_1))) \\ -cos(\theta_1)cos(\theta_2)(cos(\alpha_2) - 1)(sin(\alpha_1)sin(\theta_2) + cos(\alpha_1)cos(\theta_2)sin(\theta_1))).$$
(3.18)

Les Fig. 3.6 a et b illustrent les effets d'une variation relative de la longueur de chacun des segments du bras de Sarrus. Nous constatons qu'un bras plus court et un avant bras plus long se traduisent par un débattement angulaire plus faible au niveau du *coude* (cas  $l_1 = 50 mm$ ,  $l_2 = 100 mm$ ). Tandis que dans la situation inverse, l'angle formé entre l'avant-bras et le bras est plus important, mais la course est également plus grande. Dans les deux cas, la distance d vaut 100 mm et la longueur du bras de Sarrus totale vaut  $l_1 + l_2 = 150 mm$ , avec trois cas distincts où la proportion bras/avant-bras vaut  $l_1/l_2 = 1/3$ , 1/2 et 2/3.

Nous observons sur les deux Fig. 3.7 a et b l'erreur de rectitude introduite par une variation des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Les courbes sont représentées sous forme logarithmique afin de couvrir plusieurs ordres de grandeur et permettre de constater la quasi-linéarité entre le défaut angulaire du pivot et l'amplitude de l'erreur de rectitude. Ceci est compréhensible au vu des faibles valeurs des angles

<sup>2.</sup> Les angles  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont considérés comme négatifs, car le sens direct du repère orthonormé oblige les vecteurs effectuant une rotation à tourner dans le sens horaire de l'axe z à l'axe x et non dans le sens trigonométrique.

# 3.1. CINÉMATIQUE



FIGURE 3.6 – a) Valeurs de l'angle  $\alpha_2$  et b) de la position verticale en fonction de  $\alpha_1$  pour différentes longueurs relatives des segments du Sarrus. Les défauts du pivot sont définis comme nuls sur ces graphiques ( $\theta_1 = 0, \theta_2 = 0$ ).  $d = 100 \text{ mm et } \alpha_1 \text{ varie de } -20^\circ \text{ à } 20^\circ$ .



FIGURE 3.7 – Erreur de rectitude simulé en fonction du défauts de pivots. Lorsqu'un des défauts angulaires varie, l'autre est maintenu à une valeur nulle. a)  $\theta_1 = 0.1, ..., 100 \text{ mrad}$  et  $\theta_2 = 0 \text{ mrad}$ . b)  $\theta_2 = 0.1, ..., 100 \text{ mrad}$  et  $\theta_1 = 0 \text{ mrad}$ . Autres paramètres :  $l_1 = 100 \text{ mm}$ ,  $l_2 = 50 \text{ mm}$ , d = 100 mm;

 $\theta_1$  et  $\theta_2$ . De plus, nous pouvons percevoir que la courbe est légèrement plus rectiligne dans le cas d'une variation sur l'angle  $\theta_2$ . Il convient donc de soigner l'alignement selon  $\theta_1$ . Cependant, l'ordre de grandeur de l'erreur de rectitude est comparable dans le cas d'un défaut  $\theta_1$  ou  $\theta_2$  de même amplitude. Une tolérance d'usinage de l'ordre de quelques centaines de  $\mu rad$  est adaptée si l'on désire une erreur de rectitude inférieure au micromètre (pour des longueurs de segments de l'ordre de 100 à 200 mm).

# 3.2 Statique

Dans cette section, nous allons analyser le mécanisme Sarrus d'un point de vue statique et expliquer pourquoi nous avons choisi une configuration à parallélogramme. Nous allons voir quels sont les paramètres importants pour dimensionner le guidage Sarrus. Avant cela, nous expliquons comment limiter les efforts dans les articulations en partageant le mouvement parasite du parallélogramme et en appliquant une précontrainte sur la sortie.

# 3.2.1 Choix de la configuration en parallélogramme

La configuration à parallélogramme est choisie pour deux raisons principales. Premièrement, la sortie du parallélogramme conserve son orientation le long du déplacement (Fig. 3.8 b). L'angle du pivot intermédiaire  $\alpha$  varie donc moins le long du déplacement. Au contraire, dans le cas du Sarrus simple (Fig. 3.8 a), l'angle du pivot intermédiaire subi une variation plus importante :

$$\Delta \alpha^{|} > \Delta \alpha^{||} \tag{3.19}$$

$$\alpha_d^{\dagger} + \alpha_u^{\dagger} > \alpha_0^{\parallel} + \alpha_u^{\parallel}. \tag{3.20}$$

Comme le moment de force transmis à la sortie est proportionnel à l'angle de rotation du pivot A, il en résulte un effort moindre repris par le bras transverse et donc une meilleure rectitude. Remarque : nous utilisons le symbole | pour désigner les angles du bras de Sarrus simple et le symbole || pour désigner les angles du Sarrus à parallélogrammes.

Deuxièmement, le moment de force généré par le pivot *O* n'est pas transmis au reste de la chaîne cinématique. Les moments des pivots du parallélogramme se compensent les uns les autres. L'actionnement du parallélogramme se fait donc avec un effort de translation uniquement; c'est à dire une force et pas de moment de force.

Le désavantage majeur de la construction à parallélogramme est le nombre d'articulations des chaînes cinématiques. En effet, chacune d'elle est composée de 4 pivots, et pas de 3 pivots comme dans les autres configurations. Les erreurs d'alignement potentielles, au niveau des liaisons, sont donc plus nombreuses. Cette solution est cependant celle qui a été choisie, avec la contrainte de porter une attention particulière aux erreurs d'alignement.

## 3.2.2 Précontrainte de la sortie et partage du mouvement parasite

Nous avons vu dans l'état-de-l'art que le parallélogramme présentait en sortie un mouvement pseudo-circulaire d'amplitude  $\delta$ . Une astuce pour réduire le débattement maximal du pivot intermédiaire A est de le précontraindre en décalant le point P de la sortie. La Fig. 3.9 illustre ce phénomène.



FIGURE 3.8 - a) Schéma de principe du Sarrus simple, b) du sarrus double à parallélogramme. Sur le Sarrus double, la variation d'angle du pivot intermédiaire est plus faible que dans le cas du Sarrus simple. Choisir cette construction revient à limiter les efforts transmis à l'organe de sortie.



FIGURE 3.9 – Schéma de principe de partage du mouvement parasite du parallélogramme en deux. Le point d'attache sur la sortie est décalé de  $\delta/2$ . L'amplitude maximale de rotation des pivots est ainsi réduite d'un facteur 2.

La figure ne représente pas le parallélogramme; seule la sortie est montrée. Les rotations sont réduites. Au lieu de transmettre un effort important en bout de course et peu au centre, le fait de précontraindre la sortie en partageant le mouvement parasite en deux a pour effet de transmettre un effort de même amplitude en milieu et en fin de course. Quelque part entre deux, aucun effort n'est transmis, car l'angle est nul. L'effort maximal est divisé par un facteur valant approximativement 2. On peut traduire cela par :

$$max(|\alpha_{u1}|, |\alpha_{d1}|) \simeq \frac{1}{2}max(|\alpha_{u2}|, |\alpha_{02}|, |\alpha_{d2}|).$$
(3.21)

# 3.2.3 Modélisation statique de la sortie

Nous avons étudié jusqu'ici le Sarrus et sa sortie de manière bidimensionnelle, en ne considérant qu'un bras. Nous nous intéressons maintenant à l'interaction des deux bras dans l'espace. La sortie du Sarrus est composée de deux parties usinées par EDM à fil, dont l'une est articulée par des lames simples et l'autre par des lames croisées<sup>3</sup> (les lames croisées servent d'antirotation  $\theta_z$ , cf. Fig. 3.10). Le mouvement parasite en sortie du parallélogramme est compensé par la flexion des deux parties de l'organe terminal. En fléchissant, les lames induisent un effort de réaction qui est repris par la rigidité transverse de l'autre partie. Nous développons ici un modèle statique permettant d'évaluer l'amplitude du fléchissement transverse des deux parties, donc la rectitude du mouvement.

<sup>3.</sup> Sur la Fig. 3.10 a et b, nous introduisons une représentation cinématique des pivots à lames simples et à lames croisées par des cylindres (représentation standard du pivot) augmentés d'un trait ou d'une croix.



FIGURE 3.10 – Représentation schématique de la sortie du guidage Sarrus. a) La sortie est composée de deux parties. Une des deux présente des lames croisées afin d'empêcher la rotation de la sortie autour de l'axe vertical. b) Elles ont chacune leur rigidité naturelle et transverse. La rigidité naturelle de l'une des parties agit avec une force sur le déplacement transverse de l'autre partie induisant un défaut de rectitude dans le mouvement de la sortie. c) et d) Les parties à lames simples et à lames croisées et leurs dimensions caractéristiques sont schématisées.

# CHAPITRE 3. ANALYSE CINÉMATIQUE ET STATIQUE DU GUIDAGE SARRUS

Nous faisons les hypothèses suivantes :

- Nous considérons uniquement de la flexion dans les pivots supérieurs. De fait, le moment de force agissant sur les pivots inférieurs a un bras de levier faible en comparaison des pivots du haut.
- Nous considérons les parallélogrammes comme beaucoup plus rigides transversalement que les deux parties de la sortie.
- Il n'y a pas de torsion dans les pivots, car les deux parties de la sortie sont imbriquées l'une dans l'autre de façon à ce que les efforts soient centrés.

Les paramètre à prendre en compte sont :

- $-l_s, l_c$ : longueur de lame partie simple, croisée
- $-L_s, L_c$ : longueur de bras de levier partie simple, croisée
- -d: déplacement parasite imposé par le parallélogramme
- -h: épaisseur des lames
- -b: largeur totale de la sortie (à considérer lors du mouvement transverse)
- $-b_s, b_c$ : largeur effective des lame simple, croisées (à considérer lors du mouvement naturel)
- $K_{\underline{s}}, K_{\underline{c}}$ : raideur angulaire naturelle partie simple, croisée
- $-\ K_s^T, K_c^T$  : raideur angulaire transverse partie simple, croisée

Les inerties des articulations sont (les axes sont ceux de la Fig. 3.10 a) :

$$I_s^x = \frac{(b^3 - (b - b_c)^3)h}{12} \tag{3.22}$$

$$I_s^y = \frac{b_s h^3}{12}$$
(3.23)

$$I_c^x = \frac{b_c h^3}{12}$$
(3.24)

$$I_c^y = \frac{(b^3 - (b - b_s)^3)h}{12}.$$
(3.25)

Les raideurs angulaires naturelle et transverse de la partie simple sont :

$$K_s = \frac{EI_s^y}{l_s} \quad et \quad K_s^T = \frac{EI_s^x}{l_s}.$$
(3.26)

Les raideurs angulaires naturelle et transverse de la partie croisée sont :

$$K_c = \frac{8EI_c^x}{l_c} \quad et \quad K_c^T = \frac{EI_c^y}{l_c}.$$
(3.27)

Les forces créées par le déplacement d sont :

$$F_s = \frac{K_s d}{L_s^2} \quad et \quad F_c = \frac{K_c d}{L_c^2}.$$
(3.28)

Les déplacements résultants sur les parties transverses sont alors :

$$D_s = \frac{F_c L_s^2}{K_s^T} = \frac{8b_c h^2 l_s L_s^2 d}{(b^3 - (b - b_c)^3) l_c L_c^2}$$
(3.29)

$$D_c = \frac{F_s L_c^2}{K_c^T} = \frac{b_s h^2 l_c L_c^2 d}{(b^3 - (b - b_s)^3) l_s L_s^2}.$$
(3.30)

#### Paramètres à optimiser

Nous voyons à partir des équations précédentes quels sont les paramètres qui influencent l'erreur de rectitude au niveau de la sortie du guidage Sarrus :

- $l_s$  et  $l_c$  sont pratiquement équivalents et interviennent dans le rapport  $\frac{l_s}{l_c}$  concernant la rectitude  $D_s$  et  $\frac{l_c}{l_s}$  concernant la rectitude  $D_c$ . Il convient de les choisir dans un ordre de grandeur équivalent.
- $L_s$  et  $L_c$  sont pratiquement équivalents et interviennent dans le rapport  $\frac{L_s^2}{L_c^2}$  concernant la rectitude  $D_s$  et  $\frac{L_c^2}{L_s^2}$  concernant la rectitude  $D_c$ . Il convient de les choisir dans un ordre de grandeur équivalent.
- $-\ d$  est lié à la dimension du parallé logramme et à la course. Il intervient de manière linéaire au numérateur.
- -h intervient au numérateur de façon quadratique. On le diminue donc tant que possible.
- -b intervient au cube au dénominateur. On l'augmente alors autant qu'il est possible de le faire.
- $-b_s$  et  $b_c$  interviennent au cube au dénominateur et de manière linéaire au numérateur. On choisit donc des valeurs élevées.

# Chapitre 4

# Conception du guidage Sarrus

# 4.1 Cinématique

Le guidage Sarrus possède deux chaînes cinématiques (Fig. 4.1) qui contraignent chacune l'organe terminal du guidage sur un plan. La jonction de ces deux bras contraint alors la sortie commune sur l'intersection des deux plans définis par les bras, soit une droite. La cinématique choisie ici est celle à parallélogramme telle qu'introduite précédemment (cf. § 3.1.3). Cette configuration présente l'avantage de conserver l'orientation de la sortie des parallélogrammes. L'organe terminal est relié au parallélogramme droit par la sortie à pivots croisés et au parallélogramme gauche par la sortie à lames simples. Seule une des deux jonctions de sortie comporte des lames croisées. Celles-ci assurent l'anti-rotation de l'organe terminal autour de l'axe vertical. Mettre des pivots à lames croisées sur les deux pièces de jonction introduirait un hyperguidage supplémentaire.

La Fig. 4.2 montre, à gauche une vue éclatée d'un parallélogramme qui est constitué de quatre parties distinctes : la base, solidaire du bâti (a), deux bras identiques (b1 et b2) et la sortie du parallélogramme (c). À droite, on voit une vue éclatée des pièces composant l'organe terminal, avec la sortie à lames simples (a), qui vient se fixer sur la sortie à lames croisées non-séparées (b), grâce aux deux écrous (c) et une barre de renfort (e) passe à l'intérieur de (b), afin de rigidifier la pièce (a). Cette façon d'imbriquer une jonction de sortie dans l'autre permet une reprise des efforts centrée et limite les bras de levier et l'action des moments de force.

La Fig. 4.3 expose les grandeurs cinématiques principales du guidage Sarrus. Sur la partie gauche de l'illustration (a), uniquement un des deux parallélogrammes est montré, par soucis de clarté. Les deux bras sont identiques. La seule différence est le point d'attache de la sortie qui se situe plus bas sur l'autre parallélogramme. Cette distance est choisie de manière à ce que le parallélogramme soit le même, mais retourné selon l'axe horizontal, c'est-à-dire tête en-bas.

Nous calculons l'angle maximal des pivots du parallélogrammes :

$$\alpha_P = \arcsin(\frac{20}{143}) = 8^\circ.$$
(4.1)

La distance inter-pivots  $l_p = 143 \, mm$  implique un mouvement parabolique de la sortie d'une amplitude de :

$$\delta_P = 143 \cdot (1 - \cos \alpha_P) = 1.39 \, mm. \tag{4.2}$$



FIGURE 4.1 – Dénominations des principales structures du guidage Sarrus. Les deux parallélogrammes gauche et droit sont reliés par l'organe de sortie. L'organe de sortie est constitué d'une partie à lames simples et d'une partie à lames croisées (pour assurer l'anti-rotation autour de l'axe vertical).

# 4.1. CINÉMATIQUE



FIGURE 4.2 – Vues CAO éclatées d'un des parallélogrammes (à gauche) et de l'organe de sortie du guidage (à droite). Le parallélogramme comporte une base (a), deux bras (b1 et b2) et une sortie (c). L'organe terminal comporte une partie à lames simples (a), une partie à lames croisées (b) - qui sert d'antirotation - et de pièces de liaison (c,d,e). La partie simple (a) vient s'imbriquer dans la partie croisée (b) afin de reprendre les efforts de manière centrée et éviter des moments de force indésirables.



FIGURE 4.3 – Grandeurs cinématiques principales du guidage Sarrus, en mm. a) Vue de côté et b) vue de dessus.

En partageant ce mouvement de manière symétrique sur la sortie (cf. § 3.2.2), nous obtenons un débattement de la sortie de  $\pm$  700  $\mu m$ . Ceci implique de précontraindre la sortie de la moitié du débattement. L'angle sur les pivots de la sortie est alors de :

$$\alpha_S = \arcsin(\frac{0.7}{40}) = 1^\circ. \tag{4.3}$$

# 4.2 Dimensionnement et conception

## 4.2.1 Lames croisées séparées des parallélogrammes

Les lames utilisées pour réaliser les pivots croisés du parallélogrammes sont en cuivre au béryllium. Les caractéristiques de ce matériau sont les suivantes :

- Matière : CuBe2 Alliage Brush 25 de chez Lamineries Matthey S.A. à la Neuveville (Suisse); cet alliage atteint une résistance mécanique la plus élevée des alliages cuivreux sur le marché et se prête bien à la construction de mécanismes flexibles. L'alliage Brush 25 se distingue par sa haute résistance à la fatigue.
- Epaisseur des lames : 0.35 mm
- Densité : 8.25  $g/cm^3$
- Module d'élasticité : 125 GPa
- Limite d'élasticité : 680 MPa
- Coefficient de dilatation thermique :  $17 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

Nous considérons un coefficient de sécurité valant 2.95, qui tient compte de la durée de vie souhaitée de la pièce. La contrainte admissible vaut alors  $\sigma_{adm} = 230 MPa$ . L'angle limite du col croisé est donné par l'équation (2.8) :

$$\alpha_{Padm} = 12.05^{\circ} \tag{4.4}$$

avec  $h = 350 \,\mu m$  et  $l = 20 \,mm$ .

# 4.2.2 Lames croisées non-séparées de la sortie

Le matériaux utilisé ici est un aluminium Perunal-205. Ses caractéristiques sont données comme suit :

- Matière : Aluminium 7022 (AlZn5Mg3Cu) Perunal-205 Etat : T651; Ce matériau présente une excellente usinabilité, une très bonne stabilité et des caractéristiques mécaniques élevées.
- Densité : 2,76  $g/cm^3$
- Module d'élasticité : 72 $\ GPa$
- Limite d'élasticité : 440 MPa
- Coefficient de dilatation thermique :  $23.6 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

Nous considérons un coefficient de sécurité valant 2.6, qui tient compte de la durée de vie souhaitée de la pièce  $(2 \cdot 10^6 \text{ cycles})$ . La contrainte admissible vaut alors  $\sigma_{adm} = 170 MPa$ . L'angle limite du col croisé non-séparé est donné par l'équation (2.10):



FIGURE 4.4 – Maillage du guidage Sarrus employé pour les simulation FEM. La maillage comporte 200 000 éléments.

$$\alpha_{Sadm} = 2.13^{\circ} \tag{4.5}$$

avec  $h = 160 \,\mu m$  et  $l = 11 \, mm$ . Ces valeurs sont déterminées par optimisation par simulations FEM.

## 4.2.3 Lames simples de la sortie

Le matériaux utilisé est également de l'aluminium Perunal-205. L'angle limite des lames est donné par l'équation (2.3) :

$$\alpha_{Sadm} = 4.48^{\circ} \tag{4.6}$$

avec  $h = 160 \, \mu m$  et  $l = 5.8 \, mm$ .

# 4.3 Simulations

Les simulations FEM réalisées à l'aide du logiciel *COMSOL* ont permis d'optimiser la conception du guidage Sarrus. Les modules de mécanique statique et de calcul des fréquences propres sont utilisés. Nous avons étudié la rectitude atteinte par la structure ainsi que l'effet du poids propre de la matière sur les performances du guidage. Nous simulons également la rigidité naturelle et les rigidités transverses, les fréquences propres du système et les contraintes mécaniques présentes dans la structure.

Sur la Fig. 4.4, nous voyons le maillage appliqué à la structure du guidage Sarrus. Il est composé de 200 000 éléments. Notons que la structure est simplifiée par rapport à la version de construction



FIGURE 4.5 – Etude de rectitude du guidage Sarrus en déplacement vertical. Ici, un déplacement de 20 mm vers le haut est imposé. On observe un déplacement latéral sur x de 50 nm (a) et sur y de 350 nm (b) en sortie du guidage. Cette simulation est répétée pour plusieurs positions verticales.

du guidage Sarrus qui comporte beaucoup de pièces d'assemblage. Celles-ci augmentent fortement le nombre d'éléments du maillage et alourdissent inutilement le système.

# 4.3.1 Rectitude

Sur la Fig. 4.5, une simulation de la rectitude est présentée pour une valeur de déplacement de 20 mm vers le haut. Le défaut de rectitude correspondant est 50 nm sur l'axe x et 350 nm sur l'axe y. Sur la figure à gauche, l'offset (700  $\mu$ m) dû à la précontrainte est visible en bleu. Le résultat n'est illustré que pour un déplacement vertical de 20 mm. Les résultats pour les autres valeurs de déplacement sont compilés dans la Fig. 4.6. Nous interprétons premièrement la courbure des deux tracés du fait du mouvement parabolique des sorties des parallélogrammes. En effet, au centre de la course, ceux-ci poussent la sortie à l'extérieur alors qu'ils la tirent aux extrémités de la course. De plus, les valeurs non-nulles de rectitude en milieu de courses sont dues à la précontrainte imposée et dans une moindre mesure à l'effet de la gravité sur la structure.

# 4.3.2 Poids propre

Une simulation pour mettre en évidence l'effet du poids propre de la structure et sa déformée est réalisée. Nous voyons sur la Fig. 4.7 que la déflexion sur le parallélogramme droit est plus importante (1.8  $\mu$ m) que sur le parallélogramme gauche (1  $\mu$ m). Cela est dû à la jonction entre le parallélogramme droit (relié aux lames croisées) et la sortie qui est ouverte en son centre afin de laisser passer un des montants de la sortie à lames simples. De plus, le ravancement qui tient la partie verticale de la lame croisée est relativement fin et il fléchit. Ces deux points faibles ont donc été renforcés dans la version de construction.



FIGURE 4.6 – Simulation de rectitude du guidage Sarrus en déplacement vertical. L'amplitude du défaut de rectitude est inférieure au micron pour une course de 40 mm.



FIGURE 4.7 – Déformation verticale de la structure due à son propre poids en microns. a) Vue de face. b) Vue de gauche. La déflexion des bras de guidages est de 1  $\mu$ m pour le bras gauche et 1.8  $\mu$ m pour le bras droit. Cette différence est due à la liaison entre la sortie du parallélogramme et la sortie elle-même qui est plus faible dans le cas du parallélogramme de droite. En effet, elle est ouverte en son milieu afin de laisser passer un des montants de la sortie à lame simple.



FIGURE 4.8 – Étude des contraintes mécaniques dans les lames du guidage Sarrus. Les contraintes les plus importantes sont inférieures à 100 MPa.

# 4.3.3 Contraintes mécaniques

Sur la Fig. 4.8 apparaissent les valeurs de contraintes maximales de la structure pour un déplacement de 20 mm vers le bas. Dans la position haute ou basse, les angles des pivots ont les mêmes valeurs, donc des contraintes équivalentes. Les trois groupes de pivots sont représentés (pivots à lames croisées séparées des parallélogrammes, pivots à lames simples de la sortie et pivots à lames croisées non-séparées de la sortie). Pour chaque groupe, les pivots fléchissent du même angle. Les contraintes sont inférieures aux contraintes admissibles des deux matériaux présents qui valent 170 et 230 MPa. Les contraintes principales se trouvent dans les pivots des parallélogrammes.

## 4.3.4 Rigidités

La rigidité de la sortie est simulée. Les cas de charges sont présentés en Fig. 4.9 et les résultats de simulations sont illustrés en Fig. 4.10. Un déplacement de  $\Delta z = 1.6 mm$  résulte de l'application de 1 N au niveau de la sortie du guidage dans le sens vertical. Cela correspond à une rigidité de :

$$K_z^{sim} = \frac{F_z}{\Delta z} = \frac{1}{0.0016} = 625 \,\frac{N}{m}.\tag{4.7}$$

Quant aux rigidités transverses, une force de 100 N provoque en simulation des déplacement de 180  $\mu m$  sur x et 170  $\mu m$  sur y :

$$K_x^{sim} = \frac{F_x}{\Delta x} = \frac{100}{180 \cdot 10^{-6}} = 0.56 \frac{N}{\mu m}$$
(4.8)


FIGURE 4.9 – Cas de charges appliquées lors des simulations de rigidité. a) Dans le cas de la rigidité naturelle, une force de 1 N est appliqué. b et c) Dans les deux cas de rigidité latérale, une force de 100 N est appliquée. La précontrainte est simulée par l'imposition d'un déplacement de 700  $\mu$ m d'un parallélogramme par rapport à l'autre. Le parallélogramme de droite est déplacé le long de x de +700  $\mu$ m et le long de y de -700  $\mu$ m.

$$K_y^{sim} = \frac{F_y}{\Delta y} = \frac{100}{170 \cdot 10^{-6}} = 0.59 \,\frac{N}{\mu m}.\tag{4.9}$$

### 4.3.5 Modes vibratoires



FIGURE 4.11 – Premiers modes de vibration du Sarrus. a) La fréquence propre naturelle du mécanisme vaut 1.98 Hz. b) Les modes de flexion transverse des deux parties de la sortie apparaissent à 137 Hz. La simulation indique une fréquence de résonance à 459 Hz pour la fréquence de torsion de la sortie selon  $\theta_z$ .

Au total, 8 modes propres de vibration sont identifiés. Ils ne sont pas tous présentés ici. Seuls les deux premiers sont montrés sur la Fig. 4.11. Ils ont des fréquences de 1.98, 137.6, 137.9, 301, 375, 383, 459 et 540 Hz. La fréquence de 459 Hz correspond à la rotation de la sortie autour de l'axe vertical.



FIGURE 4.10 - Résultats des simulations FEM de rigidité sur la sortie du guidage Sarrus. a) Rigidité naturelle. b et c) Rigidité transverse, l'amplitude de déformation est visuellement amplifiée d'un facteur 20.

#### 4.3.6 Conclusion

En conclusion de cette section, nous ajoutons que les simulations sont plus compliquées à mettre en œuvre sur une structure telle que celle du Sarrus que sur le monobloc du guidage 13 cols, pour plusieurs raisons. Premièrement, le fait d'avoir plusieurs matériaux en jeu complique la simulation. Deuxièmement, pour une structure composée d'éléments rapportés, il faut concevoir une structure équivalente en termes de masses et rigidités, tout en conservant une cinématique identique, mais en simplifiant ou en éliminant les éléments de construction, afin de disposer d'un modèle fiable, mais pas trop lourd en calculs.

# 4.4 Construction du prototype

Le guidage Sarrus est construit en partie aux ateliers de METAS (les deux parallélogrammes), en partie à l'EPFL (préusinage de la sortie) et en partie chez MECARTEX (usinage EDM de la sortie).

### 4.4.1 Construction des parallélogrammes du guidage Sarrus

Chacun des sous-assemblages introduits à la Fig. 4.2 (à gauche) est construit sur un principe similaire avec les pièces suivantes (Fig. 4.12) :

- Pièce centrale
- Contre-pièce centrale
- Contre-pièces de bout
- Lame centrale
- Lames de bout
- Vis
- Goupilles.

Une procédure d'usinage est établie et appliquée pour les 4 sous-assemblages. Les différentes pièces sont :

- préusinées
- assemblées
- usinées avec 4 lames montées (alésage des trous pour goupilles pour repositionnement + rectifiage latéral des lames)
- démontées
- les lames sont retirées
- réassemblées avec les goupilles de positionnement
- usinées à l'endroit des surfaces de pinçage des lames.

Les surfaces de pinçage sont usinées assemblées afin de garantir un bon parallélisme entre celles-ci (Fig. 4.13). Les goupilles de positionnement des contres-pièces sont ajustées avec un petit jeu afin de pouvoir les retirer. Chaque sous-assemblage comporte 4 lames centrales qui sont usinées simultanément. Seule une des 4 est remontée sur le sous-assemblage final. Les 3 autres lames constituent de la



FIGURE 4.12 – Vue éclatée des composants du sous-assemblage de la base. La même nomenclature s'applique aux autres sous-assemblages. Dans chaque sous-assemblage, une seule lame passe de bouten-bout, afin de garantir un bon parallélisme entre les pivots.



FIGURE 4.13 – Zone à usiner après l'assemblage. La lame de bout sert à simuler la présence de la lame finale.

réserve, pour le cas où les lames devraient être remplacées. Les 4 lames sont numérotées relativement à une procédure particulière, afin de les repositionner de manière similaire (après usinage des surfaces de pinçage ou lors du remplacement des lames). Les lames *de bout* sont placées sous les surfaces de pinçage afin de simuler la présence de la lame finale. Elles sont retirées lors de l'assemblage final.

Une fois que les sous-assemblages sont prêts, l'assemblage final est réalisé sur une table de montage à l'aide d'un jeu de cales de précision permettant de garantir le parallélisme des sous-assemblages ainsi que les cotes. Les pièces nécessaires à cet assemblage sont (Fig. 4.14) :

- Table de montage supérieure
- Table de montage inférieure
- Tige filetée + écrou
- Cales de précision
- Goupilles
- Sous-assemblages (base, 2 x bras, sortie du parallélogramme).

Sur la surface des tables de montages se trouvent des bossages qui assurent le positionnement vertical des sous-assemblages. Le positionnement selon les 2 DDL en translation horizontale est assuré par des cales de précision. Le montage se passe de la manière suivante. Après avoir chassé les goupilles dans les tables supérieure et inférieure et vissé la tige filetée dans la table inférieure, la base est posée en butée contre les goupilles. Les bras sont positionnés grâce aux cales de précision et vissés. Puis la sortie du parallélogramme est également fixée grâce aux cales de précision. Afin d'exercer un couple de vissage constant de 0.6 Nm sur toutes les vis, un tournevis à couplemètre est utilisé pour les serrer.



FIGURE 4.14 – Illustration du procédé de montage du parallélogramme

### 4.4.2 Construction des pièces de la sortie

Les pièces de la sortie sont préusinées de manière conventionnelle (Fig. 4.15), puis les parties flexibles sont usinées par électroérosion à fil (Fig. 4.16). Le dégagement (3) est préusiné puis repris afin de découper la bordure des lames croisées. Le dégagement (1) permet à une patte de la partie simples de passer pour se loger dans un dégagement similaire à (4) situé à l'arrière de la pièce. Un dégagement (2) permet de passer une barette de rigidification afin de relier les deux pattes de la partie simples. Les trous (5) et supérieurs laissent le passage pour un faisceau laser, dans le cas d'une mesure nécessitant son passage selon l'axe central du guidage. Une photographie du guidage Sarrus assemblé est montrée en Fig. 4.17.



FIGURE 4.15 – Illustration des pièces de sortie du guidage Sarrus après préusinage. a) Partie à lames simples et b) partie à lames croisées. Le préusinage a été réalisé à l'EPFL, aux ateliers de mécanique.



FIGURE 4.16 - Pièces de sortie du guidage Sarrus après usinage à l'électroérosion à fil. a) La partie à lames simples est usinée uniquement dans une direction. b) La partie à lames croisées est usinée dans une direction pour la découpe des lames puis dans la direction perpendiculaire pour reprendre les lames selon un dégagement rectangulaire (3) impossible en usinage conventionnel. Le dégagement (1) permet à une patte de la partie à lames simples de passer pour aller se loger dans un autre dégagement similaire à (4). Un dégagement (2) permet de passer une barette de rigidification afin de relier les deux pattes de la partie à lames simples. Les trous (5) et supérieurs laissent le passage pour un faisceau laser.



FIGURE 4.17 – Photographie du guidage Sarrus construit.

# Chapitre 5

# Mesures sur le guidage Sarrus

Nous présentons dans ce chapitre les résultats des mesures réalisées sur le guidage Sarrus. Les tests ont été effectués à l'EPFL. Ils concernent les rigidités du guidage, les modes vibratoires, les rectitudes, les déviations angulaires de l'organe de sortie, ainsi que la répétabilité de positionnement. Un rappel concernant le système d'axes utilisé dans ce chapitre est fait. Il est défini selon la Fig. 5.1 : x est l'axe horizontal parallèle aux lames simples de la sortie du guidage. L'axe y est parallèle aux lames croisées de la sortie du guidage. L'axe z est l'axe vertical le long duquel le guidage se déplace. z = 0 est défini à la position centrale du guidage, quand l'angle de rotation des parallélogrammes est nul.

# 5.1 Rigidité

La rigidité du guidage Sarrus est mesurée selon les 3 axes principaux x, y et z, au niveau de la sortie. Pour chacun des axes, une courbe donnant la rigidité est présentée. Dans le cas de l'axe z, le déplacement est imposé et la force de rappel de la structure est mesurée avec un dynamomètre électronique<sup>1</sup>. Dans le cas des axes horizontaux x et y, la force est imposée par un dynamomètre à ressort monté sur une table micrométrique et le déplacement correspondant est mesuré, grâce à un interféromètre. Une force est alors progressivement appliquée lorsque l'on déplace la table de translation sur laquelle est fixé le dynamomètre.

La Fig. 5.2 montre la courbe de rigidité du guidage dans la direction de mouvement de la translation, selon l'axe z. La force due à la gravité, en position moyenne est de 14.6 N. La rigidité moyenne est donnée : 551.2 N/m. La force nécessaire pour atteindre les extrémités de la course ( $\pm$  20 mm) est  $\pm$  11.19 N. Nous remarquons l'aspect linéaire de la courbe. La valeur de rigidité obtenue par simulation est  $K_z^{sim} = 625$  N/m. Celle-ci est 1.13 fois supérieure à la valeur mesurée.

La Fig. 5.3 illustre la rigidité du guidage selon l'axe x. Elle est donnée par l'approximation linéaire de la courbe mesurée :  $K_x^{mes} = 0.17 \ N/\mu m$ . La valeur donnée en simulation est  $K_x^{sim} = 0.59 \ N/\mu m$ , soit 3.4 fois plus élevée.

<sup>1.</sup> Dans ce cas, un dynamomètre à ressort ne peut pas être utilisé car sa longueur varie. Le positionnement vertical n'est donc plus garanti, car l'instrument vient en série entre l'actionneur et la partie mobile du guidage. Le dynamomètre électronique, quant à lui, ne s'allonge que très peu.



FIGURE 5.1 – Définition d'un repère d'axes pour la sortie du guidage Sarrus.



FIGURE 5.2 – Courbe de rigidité verticale (selon l'axe z) mesurée à la sortie du guidage Sarrus.



FIGURE 5.3 – Courbe de rigidité latérale (selon l'axe x) mesurée à la sortie du guidage Sarrus.



FIGURE 5.4 – Courbe de rigidité latérale (selon l'axe y) mesurée à la sortie du guidage Sarrus.

La mesure correspond à un facteur 1.07 à celle calculée à partir de la formule :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_x}{m}} \tag{5.1}$$

avec m = 243 g et f = 137.6 Hz le mode principal d'oscillation simulé de la table selon l'axe x. On obtient une rigidité de 0.18  $N/\mu m$ .

La Fig. 5.4 montre la courbe de rigidité du guidage selon l'axe y. La rigidité est donnée par l'approximation linéaire de la courbe mesurée :  $K_y^{mes} = 0.245 \ N/\mu m$ . La valeur donnée en simulation est  $K_y^{sim} = 0.56 \ N/\mu m$ , soit 2.3 fois plus élevée.



FIGURE 5.5 – Positions de mesure des réponses fréquentielles sur le guidage Sarrus.

# 5.2 Analyse spectrale de fréquences

L'analyse spectrale est réalisée sur différents points du mécanisme grâce à un accéléromètre et à un marteau de force. Les pics fréquentiels obtenus sont comparés aux valeurs obtenues par simulation FEM.

Les points de mesure choisis sont montrés par des pastilles sur la Fig. 5.5. Les mesures 1, 2 et 3 sont faites sur l'organe de sortie du mécanisme selon les axes x, y et z. La mesure 4 est faite sur la sortie du parallélogramme, perpendiculairement à celui-ci. La mesure 5 est faite sur le bras du parallélogramme. Les mesures 6 et 8 sont réalisées sur les parties rigides intermédiaires des articulations de sortie. La mesure 7 est faite sur la sortie du parallélogramme, de face. La direction d'excitation est la perpendiculaire à la face de la pastille.

Le tableau 5.1 présente les valeurs des pics fréquentiels obtenus par mesure et par simulation ainsi que le pourcentage d'erreur entre les deux. On observe que tous les pics fréquentiels mesurés ne sont pas identifiés par la simulation. Pour 10 d'entre eux, on identifie une des valeurs simulées, correspondant au mode excité. On notera toutefois que le premier mode de vibration de la sortie z n'est pas mesuré avec le système d'accéléromètre, car trop lent. On utilise alors une méthode graphique pour mesurer la fréquence d'oscillation naturelle du guidage. La valeur mesurée est 3.42 Hz.

# 5.3 Rectitude et attitude angulaire

### 5.3.1 Rectitude

La mesure de rectitude est réalisée par déplacement vertical du guidage et mesure interférométrique de la position latérale de l'organe de sortie du guidage. La mesure est répétée 10 fois selon chacun des axes latéraux. Chaque mesure comporte les mouvements aller et retour. Un point est enregistré chaque 1 mm le long de l'axe z, sur un peu moins de 40 mm.

Position	f mes. 1 [Hz]	f mes. 2 [Hz]	f mes. 3 [Hz]	f mes. 4 [Hz]
1) sortie z	60	160	450	467
2) sortie y	170	335	402	
3) sortie x	160	335	450	650
<ol><li>sortie para. perp.</li></ol>	450	1810		
5) bras de para.	635	845	982.5	1205
6) sortie simple	160	250	380	565
7) sortie para. côté	77.5	230	452.5	970
8) sortie croisée	160	340	405	450

### MESURE

#### SIMULATION

Position	f sim. 1 [Hz]	f sim. 2 [Hz]	f sim. 3 [Hz]	f sim. 4 [Hz]
1) sortie z				
2) sortie y	137		459	
3) sortie x	137	383		
4) sortie para. perp.	694			
5) bras de para.	630	800	944	2
6) sortie simple	9	3		565
7) sortie para. côté				1018
8) sortie croisée				0

### ECART

Position	Ecart 1 [%]	Ecart 2 [%]	Ecart 3 [%]	Ecart 4 [%]
1) sortie z				
2) sortie y	19.41		-14.18	
3) sortie x	14.38	-14.33		0
<ol><li>sortie para. perp.</li></ol>	-54.22			
5) bras de para.	0.79	5.33	3.92	
6) sortie simple				0.00
7) sortie para. côté				-4.95
8) sortie croisée	2			

TABLE 5.1 – Fréquences propres mesurées, simulées et pourcentage d'erreur entre la mesure et la simulation sur le guidage Sarrus.



FIGURE 5.6 – Erreur de rectitude mesurée sur l'organe de sortie du guidage Sarrus, selon l'axe x. Les deux courbes représentent les mouvements aller et retour.

Les deux courbes des Fig. 5.6 et 5.7 montrent le défaut de rectitude mesuré sur les deux axes perpendiculaires à la direction de guidage, moyenné sur les 10 déplacements. Notons que le faisceau de l'interféromêtre est reflété sur un miroir, qui doit être aligné avec le mouvement de translation. Il est monté sur un système à deux vis et une bille permettant son inclinaison. Sur l'axe x, on mesure une amplitude du défaut de rectitude de 205 nm pour une course de 35 mm. Les valeurs de différence entre les déplacements aller et retour présentent un écart-type de 1.4 nm. Entre les 10 mesures, on constate un écart-type moyen de 3.9 nm.

Sur l'axe y, on mesure une amplitude du défaut de rectitude de 514 nm pour une course de 31 mm. La différence entre l'aller et le retour présente un écart-type de 72 nm, ce qui est dû principalement à une hystérèse relativement importante. Entre les 10 mesures, on constate un écart-type moyen de 3.1 nm. Pour cette mesure, une force latérale est appliquée par un élément ressort afin de diminuer le défaut de rectitude. Sans cette force, le défaut est 4 fois plus important, soit  $\pm 1 \ \mu m$ . L'élément ressort est à l'origine de l'hystérèse présente. Lorsque l'on retire celui-ci, l'hystérèse disparait.

Le graphique de la Fig. 5.8 illustre le principe d'application d'une force latérale par un élément ressort. Un modèle simple donne l'expression de  $F_{\perp}(z)$  la composante horizontale de l'effort :

$$F(z) = K(l(z) - l_0) = K(\sqrt{l_2^2 + z^2} - l_0)$$
(5.2)

$$\alpha = \arctan(\frac{z}{l_{-}}) \tag{5.3}$$

$$F_{\perp}(z) = F(z) \cdot \cos(\alpha) = K(\sqrt{l_{-}^{2} + z^{2}} - l_{0}) \cdot \cos(\arctan(\frac{z}{l_{-}}))$$
(5.4)

avec K la raideur du ressort, l(z) la longueur du ressort à une position verticale z,  $l_0$  la longueur initiale du ressort,  $l_{-}$  la longueur du ressort préchargé en poisition centrale et  $\alpha$  l'angle entre le ressort et l'horizontale. Les coubres de la Fig. 5.9 montrent l'influence des trois paramètres que sont la raideur du ressort, sa longueur initale (à vide) et sa longueur à l'horizontale (préchargé). Il est

# 5.4. RÉPÉTABILITÉ



FIGURE 5.7 – Erreur de rectitude mesurée sur l'organe de sortie du guidage Sarrus. Ci-dessus est présentée l'erreur mesurée sur l'axe y (perpendiculaire aux lames simples de la sortie).

ainsi possible d'apporter des corrections de rectitude, connaissant la raideur latérale du guidage à corriger, selon des profils variés. Les paramètres principaux sont dans le cas présenté : K = 100 N/m,  $l_0 = 20 mm$  et  $l_{-} = 30 mm$ .

### 5.3.2 Attitude

La mesure de l'attitude angulaire est réalisée par déplacement vertical du guidage et par mesure avec un autocollimateur Newport LDS-1000 de la position angulaire de l'organe de sortie du guidage. La mesure est répétée 5 fois dans les deux sens de déplacement. Un point de mesure est enregistré chaque millimètre le long de l'axe z, sur 36 mm. Le départ du mouvement se fait à la position inférieure du guidage. La courbe de la Fig. 5.10 montre l'amplitude de rotation autour de l'axe x, qui est de 268 µrad. L'écart-type moyen entre les 5 mesures est de 709 nrad. L'hystérèse donnée par l'écart-type de la différence entre les mouvement aller et retour est de 378 nrad.

La Fig. 5.11 montre l'amplitude de rotation autour de l'axe y, qui est de 228  $\mu rad$ . L'écart-type moyen sur les 5 mesures est de 294 nrad. l'écart-type de la différence entre les mouvements allé et retour est de 189 nrad.

# 5.4 Répétabilité

Un test de répétabilité est réalisé sur le guidage. La mesure est faite à partir de la position centrale z = 0 mm. Le guidage est ensuite déplacé de 10 mm, puis ramené à la position initiale. L'opération est répétée 20 fois vers le haut et 20 fois vers le bas. La répétabilité est mesurée sur les axes x et y. Le tableau 5.2 donne les valeurs de moyennes et d'écart-types de la répétabilité selon les 2 axes considérés.



FIGURE 5.8 – Schéma de principe de correction d'un profil de rectitude par application d'un ressort préchargé.



FIGURE 5.9 – Profils d'effort latéraux générés par variation de K la raideur du ressort,  $l_0$  la longueur initiale du ressort et  $l_{-}$  la longueur du ressort dans sa position horizontale.

	Rép. bas X $[nm]$	Rép. haut X $[nm]$	Rép. bas Y $[nm]$	Rép. haut $Y[nm]$
Moyenne	29.06	4.77	3.23	0.87
Ecart-type	25.98	11.56	5.18	7.13

TABLE 5.2 – Moyennes et écart-types de la répétabilité selon les axes x et y mesurés sur le guidage Sarrus.

# 5.4. RÉPÉTABILITÉ



FIGURE 5.10 – Attitude angulaire autour de l'axe x mesurée sur l'organe de sortie du guidage Sarrus.



FIGURE 5.11 – Attitude angulaire autour de l'axe y mesurée sur l'organe de sortie du guidage Sarrus.

# 5.5 Conclusion guidage Sarrus

Une conclusion intermédiaire est faite et sythétise les 3 chapitres précédents. Elle résume la majorité des considérations faites sur le guidage Sarrus.

## 5.5.1 Partie cinématique

Dans le chapitre 3, nous avons exposé quelques-unes des différentes configurations que peut prendre le guidage Sarrus. Un premier modèle simple est développé. Vient ensuite un deuxième modèle qui introduit des erreurs cinématiques dans le pivot intermédiaire du bras de Sarrus. Deux défauts d'orientation du pivot sont intégrés au modèle, qui permet de prévoir l'amplitude de l'erreur de rectitude résultante. Nous voyons que les deux défauts induisent une erreur d'un ordre de grandeur comparable.

La deuxième partie du chapitre 3 traite des aspects de statique liés au guidage Sarrus. Nous exposons d'abord les raisons du choix de la configuration du Sarrus à parallélogrammes. Nous voyons qu'une reprise d'efforts est avantageusement présente dans cette version, ainsi qu'une diminution des angles du pivot intermédiaire (*coude* du Sarrus). À la suite de cela est introduite la notion de précontrainte de la sortie, par un partage du mouvement parasite du parallélogramme. Finalement, un modèle statique est développé afin de prévoir l'amplitude du défaut de rectitude lié à l'effort d'un bras de la sortie sur l'autre, relativement à sa rigidité transverse. Ainsi, cette modélisation permet de voir quels paramètres influencent les performances du guidage.

### 5.5.2 Partie conception

Dans le chapitre 4, le mécanisme est présenté tel que conçu pour sa version usinée. Les éléments flexibles sont dimensionnés. Des simulations FEM tiennent compte de la gravité, de la précontrainte appliquée sur la sortie et des différents matériaux présents. Elles permettent de valider le dimensionnement effectué et de prévoir le défaut de rectitude du guidage, la déformation due au poids propre, les contraintes mécaniques, les rigidités et les fréquences propres.

Les principes de construction sont ensuite explicités. Les 4 parties de chaque parallélogramme sont construites sur un principe similaire. Une feuille de matériau flexible est prise en *sandwich* entre des plaque d'aluminium et libérée à ses extrémités. Les surfaces de pinçage sont usinées préassemblées afin de garantir un parallélisme maximal. Des goupilles de précision sont utilisées pour repositionner les pièces de pinçage des lames. Une technique nécessitant un gabarit et des cales de précision est employée afin d'assembler les différents modules des parallélogrammes.

#### 5.5.3 Partie caractérisation

Les mesures permettant de caractériser les performances du guidage Sarrus sont présentées au chapitre 5. Elles concernent la rectitude, l'attitude angulaire, les rigidités, les fréquences propres et la répétabilité de positionnement. Les deux axes latéraux offrent un rectitude de  $\pm 100 nm$  et  $\pm 250 nm$ . L'ajout d'un élément ressort sur la sortie permet d'améliorer la rectitude d'un facteur élevé. Signalons qu'une hystérèse est présente sur un des deux axes.

# Chapitre 6

# Optimisation cinématique du guidage à 13 pivots

Le mécanisme du guidage rectiligne à 13 pivot (cf. Fig. 2.16 b § 2.3.2 et Fig. 6.1) a été proposé par Jones en 1956 [Jone56] et développé ensuite par Katoh en 1984 [Kato84]. Il est composé de deux parallélogrammes (ABCD et EFGH sur la Fig. 2.16 b) disposés en série et têtes-bêches. Un levier (IK) sert à assurer que le déplacement du premier parallélogramme soit la moitié du déplacement du second. Ainsi, les deux mouvements parasites des parallélogrammes (cf. § 2.2.6) se compensent l'un l'autre et le mouvement latéral résultant sur la sortie est pratiquement nul.

Deux bielles relient le levier aux deux parallélogrammes. Traditionnellement, ces deux bielles sont considérées comme ayant un rapport de longueur double en faveur de la bielle avant (longueur c sur la Fig. 6.1, la bielle arrière a une longueur b). Nous faisons la démonstration dans ce chapitre que l'utilisation d'un rapport 1/2 à la place du rapport 2 entraine une diminution du défaut de rectitude de 3 à 4 ordres de grandeur.

Les excellentes caractéristiques de ce système nous ont amené à choisir ce mécanisme comme l'un des deux organes de guidage construits dans le cadre du projet BWM II. En effet, il présente certains avantages comme une rectitude élevée, une conservation d'orientation de la sortie et il peut être réalisé en garantissant une rigidité élevée. Aussi, il peut être presque entièrement usiné par électroérosion à fil, ce qui est un atout concernant le respect des tolérances d'usinage.

Nous insistons sur le fait que l'analyse réalisée est strictement cinématique. Le défaut de rectitude avant optimisation (avec le rapport c/b = 2) est du même ordre de grandeur que le défaut obtenu par usinage avec des tolérances élevées. En optimisant ce mécanisme, l'erreur provennant de la cinématique peut être considérablement réduite. Ainsi, l'erreur due aux tolérances de construction, des effect thermiques ou de la gravité constitue alors la part la plus importante du défaut de rectitude, qui est environ réduit d'un facteur deux.

Ce développement a fait l'objet d'une publication à l'IFToMM (International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science) [Cosa11].

# 6.1 Analyse géométrique

L'analyse qui suit est basée sur les notations de la Fig. 6.1. Les lettres minuscules indiquent les longueurs des segments géométriques et les lettres majuscules se réfèrent à des points géomé-



FIGURE 6.1 – Mécanisme de la table à 13 pivots avec les notations utilisées durant l'analyse géométrique. a) Le mécanisme dans sa position centrale, b) le mécanisme dans une position intermédiaire de fonctionnement. Une barre de Watt apparait dans le mécanisme, en rouge. Le point M suit approximativement une trajectoire rectilique. C'est un point virtuel; il ne représente pas un pivot.

triques. Nous fixons la longueur du levier (2a) au double de la longueur des liaisons bâti/table intermédiaire/sortie (a). L'élément de liaison du levier et l'étage intermédiaire (segment AB) a une longueur b. Le lien entre le levier et la sortie (segment DP) a une longueur c. Nous introduisons le rapport de ces deux longueurs comme étant  $R_{asser} = b/c$  (rapport d'asservissement). Les parties fixes sont les points O, O' et C, le référentiel est centré en O et le déplacement de la sortie est nommé s.

La méthode employée pour déterminer l'erreur de rectitude du mécanisme est la suivante : sachant que la position verticale du point B est déterminante pour la rectitude, nous partons de la position P afin de déterminer la position D, par intersection de deux cercles. Il s'agit du cercle centré en Pde rayon c et du cercle centré en C de rayon 2a. Le point A est alors facilement trouvé. La position B est alors déterminée par intersection de deux cercles. Il s'agit cette fois de celui centré en A de rayon b et de celui centré en O de rayon a. Ensuite, une dernière étape consiste à trouver la relation entre la composante verticale du point B et l'erreur latérale de rectitude.

Les positions des points C et P sont données comme suit :

$$\overrightarrow{C} = \left(\begin{array}{c} 2a\\b\end{array}\right) \tag{6.1}$$

$$\overrightarrow{P} = \begin{pmatrix} 0\\ b-c+s \end{pmatrix}.$$
(6.2)

L'hypothèse est faite que le point P est situé sur l'axe des y. En réalité, l'erreur de rectitude devrait être introduite ici en tant que composante horizontale du point P. La fonction d'erreur de



FIGURE 6.2 – L'expression analytique de l'intersection de deux cercles est donnée par les formules (6.3-6.5); La figure présente les notations utilisées dans les formules.

rectitude deviendrait alors récursive. Cependant, comme elle est faible, nous la considérons comme étant nulle. Une étude numérique nous montre par la suite que cette hypothèse n'altère pas la qualité de l'analyse.

Nous rappelons les formules (6.3)-(6.5) introduites précédemment (§ 3.1.2) et qui se référent aux notations de la Fig. 6.2. Ces formules donnent l'expression générale des points d'intersection de deux cercles  $C_1$  et  $C_2$  centrés en  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$  et ayant des rayons  $r_1$  et  $r_2$ :

$$Ix_{12} = \frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{(x_1 - x_2)(r_1^2 - r_2^2)}{2d^2} \pm \frac{y_2 - y_1}{2d^2} \sqrt{((r_1 + r_2)^2 - d^2)(d^2 - (r_1 - r_2)^2)}$$
(6.3)

$$Iy_{12} = \frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{(y_1 - y)(r_1^2 - r_2^2)}{2d^2} \pm \frac{x_2 - x_1}{2d^2} \sqrt{((r_1 + r_2)^2 - d^2)(d^2 - (r_1 - r_2)^2)}$$
(6.4)

avec d, l'entraxe des deux cercles :

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$
(6.5)

Il faut être prudent lorsque l'on choisi le signe positif ou négatif dans ces équations. Une seule des solutions est cohérente. Un tracé des points résultants d'une application numérique donne facilement un indice sur les signes pertinents à utiliser. La position du point D est obtenue en utilisant les formules (6.3)-(6.5) et les paramètres suivants :

$$\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{OP} \tag{6.6}$$

$$r_1 = c \tag{6.7}$$



FIGURE 6.3 – Impact de l'erreur du rapport d'asservissement  $\delta$  sur l'erreur de rectitude ( $\varepsilon_{rect}$ ).

$$\overrightarrow{x_2} = \overrightarrow{OC} \tag{6.8}$$

$$r_2 = 2a. \tag{6.9}$$

Ensuite, la position du point milieu du levier, A est calculé avec :

$$\overrightarrow{OA} = \frac{\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}}{2}.$$
(6.10)

La position critique qui détermine l'erreur de rectitude de la sortie du mécanisme est la composante verticale du point B, appelée  $B_y$ . La position de B est donnée par les formules (6.3)-(6.5), en utilisant les paramètres :

$$\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{OA} \tag{6.11}$$

$$r_1 = b \tag{6.12}$$

$$\overrightarrow{x_2} = \overrightarrow{OO} = \begin{pmatrix} 0\\0 \end{pmatrix}$$
(6.13)

$$r_2 = a. \tag{6.14}$$

 $B_y$  détermine le rapport d'asservissement, donc le déplacement entre l'étage intermédiaire et l'étage de sortie, qui devrait être idéalement la moitié de s. À ce stade, nous voulons savoir comment le rapport d'asservissement va influencer l'erreur de rectitude en sortie. La Fig. 6.3 montre les longueurs à considérer pour mettre en évidence cet impact. L'erreur de rectitude est exprimée comme suit :

$$\varepsilon_{rect} = h2 - h1 = \sqrt{a^2 - (\frac{s}{2} - \delta)^2} - \sqrt{a^2 - (\frac{s}{2} + \delta)^2}.$$
 (6.15)

L'hypothèse suivante est faite :

$$\delta^2 \approx 0. \tag{6.16}$$

Ainsi, nous obtenons la formule simplifiée :

$$\varepsilon_{rect} = \sqrt{a^2 - \frac{s^2}{4} - s\delta} - \sqrt{a^2 - \frac{s^2}{4} + s\delta}$$
 (6.17)

avec l'erreur d'asservissement étant :

$$\delta = B_y - \frac{s}{2}.\tag{6.18}$$

# 6.2 Expression de la rectitude

La fonction de l'erreur de rectitude du mécanisme obtenue analytiquement par les calculs précédents a une expression lourde et peu exploitable (cf. annexe B). Ainsi, afin de faire une preuve de l'optimalité de la rectitude pour le rapport  $R_{asser} = c/b = 0.5$ , une approximation de Taylor est faite par la suite (cf. § 6.4). Dans cette section, nous présentons graphiquement la fonction d'erreur de rectitude du guidage à 13 pivots, afin de l'interpréter et de comprendre son comportement. La Fig. 6.4 présente le graphique de la fonction d'erreur de rectitude  $\varepsilon_{rect}(a, b, c, s)$  avec les paramètres suivants :

$$a = 200 \, mm \tag{6.19}$$

$$b = 70 \, mm.$$
 (6.20)



FIGURE 6.4 – Représentation de la fonction d'erreur de rectitude (éq. 6.17).

Le graphique montre que l'erreur de rectitude forme un esse le long de l'axe de déplacement. Pour un rapport  $R_{asser}$  petit, une course négative génère une erreur négative et un ratio positif



FIGURE 6.5 – Logarithme décimal de l'erreur de rectitude (valeur absolue) du mécanisme de la table à 13 pivots. On voit apparaître une réduction considérable de l'erreur de rectitude au voisinage de c/b = 0.5. Ce rapport représente la rectitude optimale de ce mécanisme.

donne lieu à une erreur positive. Pour un rapport  $R_{asser}$  plus grand que 0.5, la situation est opposée. Lorsque le rapport est égal à 0.5, l'erreur de rectitude devient très faible et reste positive pour des déplacements positifs et négatifs. Ceci est bien visible sur la Fig. 6.5. Cette illustration donne une idée claire de la situation en présentant la valeur logarithmique de l'erreur de rectitude.

La ligne noire horizontale située autour de  $R_{asser} = c/b = 0.5$  indique clairement une erreur de rectitude de 3 ou 4 ordres de grandeur inférieure comparativement à l'erreur dans les autres zones  $(R_{asser} \neq 0.5)$ . La ligne verticale noire révèle une erreur de rectitude nulle pour une course nulle quels que soit la valeur du paramètre  $R_{asser}$ , ce qui est trivial.

La fonction théorique de l'erreur de rectitude présentée sur la Fig. 6.6 a est représentée pour un mécanisme dont la dimension extérieure maximale est 400 mm. Les valeurs théoriques de l'erreur de rectitude sont de 58 pm et 72 pm en fins de course. Fig. 6.6 a montre l'erreur théorique obtenue pour des rapports d'asservissement  $R_{asser} = 1$  et  $R_{asser} = 2$ . Le modèle développé dans ce chapitre suppose que les liaisons OB, DA et AC ont toutes la même longueur a. Une amélioration possible du modèle serait la prise en compte d'une longueur différente pour chaque segment et donc l'établissement d'une expression plus générale de l'erreur de rectitude et la prise en compte de critères d'optimisation autres, comme l'espace disponible requis pour la construction du mécanisme. Toutefois, au point de vue pratique, optimiser d'avantage la rectitude théorique n'aurait pas vraiment de sens, car la majeure partie de l'erreur ne provient pas du défaut cinématique, mais d'autres effets tels que la dilatation thermique, l'effet de la gravité, des pivots non-ponctuels, etc.

Ici, l'optimisation porte sur le rapport de longueurs des liaisons du levier. Cependant, l'étude a également montré que la rectitude est améliorée en augmentant la valeur individuelle des longueurs b et c. L'amélioration alors apportée est négligeable en comparaison de celle apportée par un choix approprié de la longueur relative de ces deux segments.

### 6.3. LIMITES DU MÉCANISME



FIGURE 6.6 – a) Fonction d'erreur de rectitude théorique du mécanisme obtenue pour un mécanisme simulé de 400 mm d'encombrement maximal. Le rapport d'asservissement employé est optimal; c/b = 1/2. b) Fonction d'erreur de rectitude théorique obtenue avec des rapport d'asservissement de 1 et 2.

# 6.3 Limites du mécanisme

Le mécanisme de translation à 13 pivots contient certaines limites intrinsèques, en raison de sa géométrie. Ces limites, les singularités du mécanisme, apparaissent lorsque certains segments sont alignés. On peut distinguer trois différents cas dans lesquels la fin de la course est atteinte, définie par les paramètres a, b et c.

Au niveau de la résolution numérique du modèle, nous observons que la fonction d'erreur de rectitude retourne une solution complexe lorsque l'on cherche à résoudre le modèle avec une combinaison de paramètres qui se situe au-delà des limites. Cela signifie que lorsque l'on calcule l'intersection de deux cercles, aucune solution n'est trouvée, parce que les cercles ne se croisent pas. La Fig. 6.7 présente le domaine de travail du mécanisme et les configurations du mécanisme lorsque les limites sont atteintes. Les paramètres de longueur sont ceux donné en (6.19) et (6.20). Les trois cas sont détaillés.

Dans le premier cas, les segments a de la table et c sont alignés et la position verticale est négative. La limite dans le deuxième cas est atteinte également lorsque le segment a de la table et le segment c sont alignés, mais ici, la position verticale est positive. La course maximale positive est plus importante que la négative, parce que le point P (voir Fig. 6.1) a une position initiale négative. Lorsque le rapport  $R_{asser}$  augmente, la limite du troisième cas sera atteinte, si la course augmente. C'est-à-dire, les segments a et b seront alignés. Ce cas ne se produit que lorsque la course est positive.

L'expression analytique du lieu où se situe la limite (dans l'espace des paramètres course - rapport  $R_{asser}$ ) est calculée pour les différents cas. Pour les cas 1 et 2, l'analyse est aisée et la fonction est la suivante :

$$s = c \pm \sqrt{c^2 + 4ac}.\tag{6.21}$$



FIGURE 6.7 – Limites du mécanisme et les configurations d'alignement correspondantes.



FIGURE 6.8 – Les segments a et c sont alignées de façon à atteindre les deux premiers cas limites, une fois vers le haut et une fois vers le bas.



FIGURE 6.9 – Limite du mécanisme dans sa troisième disposition. De cette géométrie, nous extrayons les cinq relations trigonométriques (6.23-6.27).

On utilise le signe négatif pour le premier cas limite et le signe positif pour le deuxième cas. La Fig. 6.8 présente des dispositions du levier dans les positions limites et aussi la position centrale. Le lecteur remarquera que, pour simplifier, seulement le levier et la bielle de liaison gauche apparaissent dans cette illustration. Le théorème de Pythagore est appliquée sur le triangle rectangle composé par les points C,  $D_0$  et  $P_u$ . La distance entre  $D_0$  et  $P_u$  est <sup>1</sup> :

$$\|\overrightarrow{D_0P_u}\| = \sqrt{(c+2a)^2 - 4a^2} = \sqrt{c^2 + 4ac}.$$
(6.22)

Lors de l'addition ou de la soustraction de cette valeur à c, on obtient la fonction de la course maximale pour le premier ou le deuxième cas limite.

Lorsque le mécanisme atteint la limite dans le troisième cas, le segment inférieur a (de la table) est aligné avec le segment b. La fonction mathématique pour la limite peut être exprimée à travers la résolution d'un système composé de cinq relations géométriques :

$$(a+b)^{2} = (2a - a\cos\beta)^{2} + (b + a\sin\beta)^{2}$$
(6.23)

$$c\cos\gamma + 2a\cos\beta = 2a\tag{6.24}$$

$$a\cos\beta + (a+b)\cos\alpha = 2a \tag{6.25}$$

$$(a+b)\sin\alpha = b + a\sin\beta \tag{6.26}$$

$$s + c(\sin\gamma - 1) = 2a\sin\beta. \tag{6.27}$$

<sup>1.</sup> Qui est la même que la distance entre  $D_0$  et  $P_d$ .

Le système d'équations doit être réduit. Les variables angulaires  $a, \beta$  et  $\gamma$  sont retirées du jeu d'équations. Ensuite, la résolution du système nous permet d'obtenir une fonction de la course limite dans le troisième cas : c = f(a, b, s).

Ces limites sont indiquées à titre informatif, mais pratiquement elles ne sont jamais atteintes lorsque l'on utilise des éléments flexibles. Ces grands angles ne seront pas atteints par des cols découpés par EDM à fil. Cependant, ces détails sont inclus dans l'étude afin de fournir une explication complète. Avec une technologie de pivots autre que flexible, il est possible d'obtenir des angles suffisants pour atteindre les limites du mécanisme.

# 6.4 Simplification par approximation de Taylor

L'expression mathématique de la fonction d'erreur de rectitude calculée par la méthode présentée à la section 6.1 a une formulation longue et complexe. C'est la raison pour laquelle elle n'est pas donnée et seulement sa représentation graphique est présentée. La série de Taylor est calculée pour les 4 variables a, b, c et s au cinquième ordre autour du point zéro, pour chacune des variables.

Comme montré sur la Fig. 6.10, la différence entre la fonction et son approximation ne dépasse pas <sup>2</sup> 0,3%, dans le domaine de travail présenté sur la Fig. 6.4 et 6.5. Cependant, des asymptotes sont perçues autour de la valeur de la ligne c/b = 0.5, car les valeurs divisées ici sont l'une et l'autre très proche de zéro. En fait, une des deux vaut exactement zéro. Voici l'expression de la fonction calculée par développement de Taylor :

$$\varepsilon_{rect}(a,b,c,s) \approx \frac{(b-2c)s^5}{64a^3bc}.$$
(6.28)

Il est également possible d'écrire la fonction d'erreur de rectitude de cette manière :

$$\varepsilon_{rect}(a, b, c, s) \approx \frac{s^5}{64a^3} (\frac{1}{c} - \frac{2}{b}).$$
 (6.29)

La formulation de l'équation (6.29) donne une bonne compréhension du comportement de la fonction. Elle est axisymétrique le long de l'axe défini par s = 0. Cette expression de l'erreur de rectitude est doublement utile. Tout d'abord, il est aisé d'appliquer cette fonction grâce à sa formulation simple. Elle est aussi assez précise pour une utilisation fiable. D'autre part, il est maintenant très facile de démontrer que le rapport entre les longueurs b et c est optimal pour une valeur de 0.5. En remplaçant cette valeur du rapport d'asservissement  $R_{asser}$ , on obtient l'annulation de la fonction d'erreur :

$$\frac{c}{b} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{rect}(a, b, c, s) \approx 0.$$
(6.30)

La fonction approchée par développement de Taylor de l'erreur de rectitude est montrée sur la Fig. 6.11. Elle est calculée par la fonction *Serie* du logiciel *Mathematica*, tandis que la fonction non-approchée est calculée en utilisant des variables symboliques disponibles dans *MATLAB*. Celles-ci sont dédiées à la modélisation analytique.

<sup>2.</sup> Cette valeur dépend de la résolution numérique du graphique.



FIGURE 6.10 – Pourcentage d'erreur entre la fonction de rectitude et son approximation. Le maximum visible est ici de 0.3 %. Cependant, la valeur maximale dépend de la résolution numérique de la figure. On a, autour de la zone optimale ( $R_{asser} = 1/2$ ), la division de deux valeurs très proches de zéro. De plus, la zone représentée ici dépasse largement celle pratiquement utilisée (course de  $\pm 20 \text{ mm}$ ).



FIGURE 6.11 – Représentation graphique de l'approximation de Taylor de la fonction d'erreur de rectitude du mécanisme de la table à 13 pivots.



FIGURE 6.12 - Démonstrateur didactique du mécanisme de la table à 13 pivots dans sa position centrale. Les pivots sont réalisés avec des paires de roulements à billes préchargés. La course de ce démonstrateur est de 80 mm. La rectitude mesurée est de l'ordre de 10 µm pour la course entière et 2 µm pour 50 mm du centre. Les dimensions extérieures du mécanisme sont 200 mm par 300 mm. Le mécanisme est débrayable. Cela permet de mettre en évidence 1 DDL interne bloqué par le levier d'asservissement.

# 6.5 Démonstrateur

Un démonstrateur de table à 13 pivots a été réalisé durant l'été 2011 (Fig. 6.12) avec des pivots standards de type roulements à billes préchargés. La course totale est de 80 mm et l'erreur de rectitude mesurée est de 10  $\mu$ m pour la course entière et 2  $\mu$ m pour les 50 mm du centre. Il est composé de 3 parties distinctes. En rouge, il y a deux bras de guidage et la table intermédiaire. En bleu, il s'agit des deux autres bras de guidage et l'étage de sortie. Et le levier d'asservissement est en orange. La partie plus épaisse en rouge correspond à une pièce débrayable qui permet de désaccoupler le levier. Le système n'est alors plus asservi et on observe alors 2 DDL sur la table de sortie. Notons que la cinématique optimale - avec un rapport d'asservissement  $R_{asser} = 1/2$  - est utilisée pour réaliser le démonstrateur.

# Chapitre 7

# Conception du guidage de table à 13 cols

# 7.1 Cinématique

Le choix des grandeurs cinématiques se fait en fonction de la longueur de course désirée en sortie du mécanisme et des angles maximums que l'on souhaite atteindre. La course désirée est de  $\pm$  20 mm. La structure est dimensionnée pour effectuer 2 millions de cycles. Notons que de manière nonrépétée, une course de  $\pm$  28 mm est possible. La limite de course angulaire d'une articulation flexible que nous fixons est de l'ordre de 0.1 rad (environ 6°), ce qui est une valeur raisonnable pour des cols réalisés par électroérosion à fil.

Une autre limite à prendre en compte est la dimension du bain de la machine d'électroérosion à fil qui réduit l'encombrement possible de la structure. La dimension du bac est de 750  $mm \ge 600 mm$  et le fil doit rester au centre bac. Tous les points érodés doivent être atteints sans que la structure ne touche le bord du bac. Pour ces raisons, nous avons réduit les dimensions initiales de la pièce. De plus, la pièce réduite a dû être réalisée en deux étapes avec déplacement intermédiaire dans le bac. Durant la première étape, les cinq cols de l'asservissement ont été réalisés. Puis, les huit cols de guidage ont étés réalisés durant la deuxième étape. Des simulations ont montré que la position relative de ces deux groupes d'articulations avait peu d'influence sur la qualité de la rectitude.

La Fig. 7.1 (a) montre la dénomination des différents cols. La nomenclature des angles correspondants est la suivante :

- $-\alpha_1$ : angle du col croisé<sup>1</sup>
- $-\alpha_2$ : angle du col d'asservissement arrière haut
- $-\alpha_3$ : angle du col d'asservissement avant haut
- $-\alpha_4$ : angle du col d'asservissement arrière bas
- $-\alpha_5$ : angle du col d'asservissement avant bas
- $-\alpha_{6-13}$ : angle des cols de guidage (liaisons entre la table avant et de la table intermédiaire)

Les valeurs des angles, déterminées géométriquement, sont données dans la table 7.1 :

<sup>1.</sup> Notons qu'un col croisé est utilisé à l'arrière du levier d'asservissement afin de bloquer celui-ci en translation horizontale. Il s'agit formellement de lames croisées non-séparées. Cependant, par soucis de clarté nous l'appelons col croisé.



FIGURE 7.1 – a) Dénominations des articulations de la table à 13 pivots. b) Grandeurs cinématiques principales de la table à 13 pivots, en mm.

course [mm]	$ \alpha_1 $	$ \alpha_2 $	$ \alpha_3 $	$ \alpha_4 $	$ \alpha_5 $	$ \alpha_{6-13} $
-28	4.87°	6.25°	6°	1.38°	1.13°	7°
-20	3.48°	4.18°	4.05°	0.71°	0.58°	5°
20	3.48°	2.77°	2.89°	0.71°	0.58°	5°
28	4.87°	3.48	3.73°	1.38°	1.13°	7°

TABLE 7.1 – Angles de rotations des articulations de la table à 13 pivots.

#### 7.2. DIMENSIONNEMENT ET CONCEPTION

Nous observons que les angles des cols d'asservissement du bas  $\alpha_4$  et  $\alpha_5$  présentent les amplitudes les plus faibles. D'autre part, nous remarquons que les angles des cols d'asservissement du haut  $\alpha_2$ et  $\alpha_3$  ne sont pas symétriques relativement à la course. Nous allons regrouper les différents cols en 4 groupes :

- Le col croisé avec un angle maximal  $\alpha_{1max} = 3.48^{\circ}$  et un angle maximal supérieur (pour la course de  $\pm 28 \ mm$ )  $\alpha_{1sup} = 4.87^{\circ}$
- Les deux cols d'asservissement du haut avec un angle maximal  $\alpha_{2-3max} = 4.18^{\circ}$  et un angle maximal supérieur  $\alpha_{2-3sup} = 6.25^{\circ}$
- Les deux cols d'asservissement du bas avec un angle maximal  $\alpha_{4-5max} = 0.71^{\circ}$  et un angle maximal supérieur  $\alpha_{4-5sup} = 1.38^{\circ}$
- Les huit cols de guidage avec un angle maximal  $\alpha_{6-13max} = 5^{\circ}$  et un angle maximal supérieur  $\alpha_{6-13sup} = 7^{\circ}$ .

Les dimensions choisies sont celles présentées dans la Fig. 7.1 (b). Avec ces valeurs, on vérifie les valeurs des angles  $\alpha_{6-13max}$  et  $\alpha_{6-13sup}$ :

$$\alpha_{6-13max} = \arcsin(\frac{10}{115}) = 5^{\circ}$$
  
 $\alpha_{6-13sup} = \arcsin(\frac{14}{115}) = 7^{\circ}.$ 

Notons que la cinématique présentée ici ne correspond pas exactement à celle présentée au chapitre 6 (Fig. 6.1). Nous avons  $R_{asser} = 1$ . Cela est dû principalement à des raisons chronologiques mais aussi de construction. En effet, lors de la construction il est préférable de décaler latéralement les pivots du levier d'asservissement afin de reprendre correctement les efforts dus à la gravité. C'està-dire, d'aligner les cols d'asservissement arrière avec le centre de gravité de la table intermédiaire et non avec les cols de guidage. Il en est de même pour les cols d'asservissement avant. De plus, l'optimisation de la rectitude relativement au rapport d'asservissement à été effectuée alors que la pièce était en cours de réalisation.

# 7.2 Dimensionnement et conception

#### 7.2.1 Cols circulaires tronqués et col croisé

Les cols sont dimensionnés selon les formules présentées dans la section 2.2. Le matériau utilisé est un alliage d'aluminium, le Perunal-205 (cf. § 4.2.2). Nous considérons un coefficient de sécurité valant 2.6, qui tient compte de la durée de vie souhaitée de la pièce. La contrainte admissible vaut alors  $\sigma_{adm} = 170 MPa$ . L'angle limite du col croisé est donné par l'équation (2.10) :

$$\alpha_{1adm} = 6.76^{\circ} \tag{7.1}$$

avec  $h = 150 \,\mu m$  et  $l = 15 \,mm$ . Les cols supérieurs  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  présentent un angle limite donné par l'équation (2.5) :

$$\alpha_{2-3adm} = 5.04^{\circ} \tag{7.2}$$

avec  $e = 180 \,\mu m$  et  $r = 45 \,mm$ . Les cols inférieurs  $\alpha_4$  et  $\alpha_5$  présentent un angle limite de :



FIGURE 7.2 – a) Maillage du guidage de la table à 13 cols utilisé lors des simulations par éléments finis. Le maillage comporte 180 000 éléments volumiques. b) Étude de rectitude du guidage 13 cols en déplacement vertical. Ici, un déplacement de 20 mm vers le haut est imposé. On observe un déplacement latéral de la sortie vers la gauche de 130 nm. Cette simulation est répétée pour plusieurs valeurs de déplacement et on obtient alors le graphique d'erreur de rectitude de la Fig. 7.3.

$$\alpha_{4-5adm} = 4.44^{\circ} \tag{7.3}$$

avec  $e = 180 \,\mu m$  et  $r = 35 \,mm$ . Les 8 cols de guidage  $\alpha_{6-13}$  ont une course angulaire de :

$$\alpha_{6-13adm} = 5.72^{\circ} \tag{7.4}$$

avec  $e = 155 \,\mu m$  et  $r = 50 \,mm$ . Tous les cols présentent des congés de raccordement de  $15 \,\mu m$  de rayon, ce qui correspond à la dimension du fil d'électroérosion.

# 7.3 Simulations

Des simulations par éléments finis sont réalisées afin d'optimiser la conception de la table à 13 cols. Il s'agit d'une part de comparer la rectitude atteinte par la structure selon la modélisation et d'autre part de déterminer l'effet du poids propre de la matière sur les performances de la table. Sont également étudiées la rigidité naturelle et les rigidités transverses de la table, les fréquences propres d'oscillation du système et les contraintes mécaniques présentes dans la structure.



FIGURE 7.3 – Simulation de rectitude du guidage 13 cols en déplacement vertical. L'amplitude du défaut de rectitude est de l'ordre de 200 nm pour une course de 40 mm. La partie centrale de la course présente une légère pente. Ceci est dû à l'abaissement de la table intermédiaire, visible sur la Fig. 7.4, provoqué par la flexion du levier d'asservissement. On retrouve également la forme de esse introduite dans la section 6.2.

### 7.3.1 Rectitude

La Fig. 7.2 (a) montre le maillage de la structure. Il comporte environ 180 000 éléments. À droite (b), on voit le résultat de la simulation de rectitude. Nous ne présentons ici que le résultat pour un déplacement de 20 mm vers le haut. Au total, 7 simulations sont réalisées à différentes positions verticales afin de visualiser le profil de rectitude (Fig. 7.3). Le défaut de rectitude est de l'ordre de  $\pm$  100 nm pour une course de  $\pm$  20 mm. On voit également sur le graphique que le profil de rectitude présente une légère pente sur sa partie centrale qui est due à l'abaissement de la table intermédiaire de  $4 \mu m$ .

### 7.3.2 Poids propre

L'abaissement précité est provoqué par la flexion du levier d'asservissement, liée à la gravité. Afin de palier à cet effet, une solution serait de compenser le poids de la table intermédiaire en appliquant une force au niveau de la partie centrale du levier. 5 N environ seraient nécessaires. On perçoit également un affaissement des 4 bras des parallélogrammes de guidage (Fig. 7.4). Ils sont donc percées de 16 trous de 20 mm de diamètre afin de limiter leur poids, tout en conservant une rigidité latérale importante. En effet, la simulation montre un affaissement de 11  $\mu m$  des bras dû à la gravité. Les cols de guidage subissent une contrainte de 6 MPa due à l'affaissement des bras.

### 7.3.3 Contraintes mécaniques

Sur la Fig. 7.5 apparaissent les valeurs de contraintes maximales de la structure pour un déplacement de 20 mm vers le bas. Nous représentons cette configuration, car c'est dans cette position que les angles sont les plus importants (cf. § 7.1). Les quatre groupes de cols sont représentés. Pour chaque groupe, le col ayant le plus grand angle de rotation est illustré. Pour les cols numéroté 1,



FIGURE 7.4 – Déformation verticale de la structure due à son propre poids en microns. La déflexion des bras de guidages est de 11  $\mu$ m alors qu'elle de 4  $\mu$ m sur la table intermédiaire. Cela est dû à la flexion dans le levier d'asservissement. L'extrémité du bâti fléchit de environ 1  $\mu$ m en présence de la plaque de renforcement sur sa partie verticale. Sans cette plaque, la déflexion est environ 5 fois plus importante.

2, 4 et 6, on observe des contraintes respectives de 100, 130, 40 et 140 MPa. Ceci est inférieur à la contrainte admissible du matériau qui est de 170 MPa.

### 7.3.4 Rigidités

La rigidité de la sortie de la table est simulée. Les cas de charges sont présentés en Fig. 7.6 et les résultats de simulations sont illustrés en Fig. 7.7. Un déplacement de  $\Delta z = 18.4 \, mm$  résulte de l'application de 1 N au niveau de la sortie de la table dans le sens vertical. Cela correspond à une rigidité de :

$$K_z^{sim} = \frac{F_z}{\Delta z} = \frac{1}{0.0184} = 53.4 \,\frac{N}{m}.\tag{7.5}$$

Quant aux rigidités transverses, les simulations donnent les valeurs suivantes :

$$K_x^{sim} = \frac{F_x}{\Delta x} = \frac{2}{7 \cdot 10^{-7}} = 2.86 \frac{N}{\mu m}$$
(7.6)

$$K_y^{sim} = \frac{F_y}{\Delta y} = \frac{100}{60 \cdot 10^{-6}} = 1.5 \frac{N}{\mu m}.$$
(7.7)


FIGURE 7.5 – Etude des contraintes mécaniques dans les cols de la table à 13 cols. Les contraintes les plus importantes sont inférieures à 140 MPa.



FIGURE 7.6 – Cas de charges appliqués lors de la simulation des rigidités. a) Dans le cas de la rigidité naturelle une force de 1 N est appliquée. b et c) Dans les deux autres cas une force de 2 N et 100 N est appliquée.



FIGURE 7.7 – Résultats des simulations FEM de rigidité sur la sortie du guidage à 13 cols.

## 7.3.5 Modes vibratoires

Au total, 6 modes propres de vibration sont identifiés. Ils ne sont pas tous présentés ici. Seuls les deux premiers sont montrés sur la Fig. 7.8. Ils ont des fréquences de 0.61, 87, 142, 275, 310 et  $320 \ Hz$ . Deux méthodes de simulation sont employées. L'une d'elles donne uniquement la valeur des pics de fréquence et l'autre donne la réponse fréquentielle d'un point sur une plage de fréquences déterminées. Plus de détails sont donnés dans le chapitre suivant ; ces valeurs sont comparées avec les valeurs mesurées.

# 7.4 Construction

Deux guidages à 13 pivots on été construites. Il s'agit du prototype de haute précision, délivré à METAS et faisant partie de l'expérience de la balance de Watt ainsi que d'un démonstrateur à but didactique, présenté au chapitre précédent.

#### 7.4.1 Prototype

Le prototype conçu par l'EPFL a été usiné par l'entreprise Mecartex SA. L'ébauche de la pièce (Fig. 7.9) est réalisée par usinage conventionnel puis les cols sont découpés par électroérosion à fil.

Une des difficulté a été l'usinage des cols d'asservissement arrières, car ils sont confinés dans la partie supérieure du bâti. Une poche est alors fraisée depuis l'arrière (Fig. 7.10 a, n° 6) et deux oreilles sont fraisées depuis le dessus (Fig. 7.10 b) afin de libérer la liaison de l'asservissement arrière. Le dégagement n° 5 est réalisée pour réduire à 3 mm l'épaisseur de la table intermédiaire n° 2, tout en conservant une épaisseur de 20 mm sur le pourtour. Ceci permet de l'alléger, mais de conserver une certaine rigidité. Les dégagements n° 7 et n° 8 sont usinés afin d'accéder aux bras de guidage n° 4 pour réaliser les 16 perçages visibles sur la Fig. 7.9 en bas. Le levier d'asservissement est également évidé pour réduire son poids. Un renfort n° 9 est laissé afin de conserver la raideur en flexion du

## 7.4. CONSTRUCTION



FIGURE 7.8 – Premiers modes de vibration de la table à 13 cols. a) La fréquence propre naturelle du mécanisme vaut 0.61 Hz. b) La simulation indique une fréquence de résonance à 87 Hz pour la fréquence hors-plan de la sortie et du levier d'asservissement.

levier d'asservissement. Ce dernier est encore évidé au niveau des 5 dégagements visibles sur la Fig. 7.9 a.

La pièce une fois réalisée a été traitée chimiquement par immersion dans un bain galvanique afin d'améliorer sa stabilité structurelle et sa résistance aux craquelures et à la corrosion<sup>2</sup>. Une vue de la pièce finale est visible en Fig. 7.11.

<sup>2.</sup> Le traitement est réalisé par l'entrprise Steiger Galvanotechnique. Un dépôt de nickel-chimique est faite avec une vitesse de 10  $\mu m/h$ . L'épaisseur typique de dépose est 15  $\mu m$ .



FIGURE 7.9 – Prototype préusiné par usinage conventionnel. a) Vue de côté, b) vue de derrière et c) vue de dessus.



FIGURE 7.10 – a) Vue en coupe du prototype de la table à 13 cols. On y voit les principaux organes du mécanisme. 1) sortie, 2) table intermédiaire, 3) bâti, 4) bras de guidage, 5, 6, 7, 8) dégagements, 9, 10) levier d'asservissement. b) Fraisage d'oreilles (en bleu) permettant de libérer les cols et la bielle arrière du levier d'asservissement.



FIGURE 7.11 – Photographie du prototype de guidage de la table à 13 cols.

# Chapitre 8

# Caractérisation du guidage à 13 cols

Dans ce chapitre sont présentés les résultats des mesures réalisées sur le guidage à 13 cols qui a été usiné par électroérosion par l'entreprise Mecartex. Les tests ont été effectués à METAS. Ils concernent les rigidités du guidage, les modes vibratoires, les rectitudes et déviations angulaires de l'organe de sortie, ainsi que sa répétabilité de positionnement.

Le système d'axes utilisé est rappelé. Selon la Fig. 8.1, l'axe x correspond à l'axe sortant horizontalement à l'avant du guidage, dans le plan du mécanisme. L'axe y est l'axe sortant perpendiculairement au plan du mécanisme. L'axe z est l'axe vertical le long duquel la sortie du guidage se déplace. La position z = 0 est définie à la position centrale du guidage, c'est-à-dire lorsque les 4 bras reliant le bâti, la table intermédiaire et le plateau de sortie sont parallèles.

# 8.1 Rigidités

La rigidité du guidage de translation à 13 cols est mesurée selon les 3 axes principaux x, y et z, au niveau de la sortie, soit la partie mobile à l'avant du mécanisme. Pour chacun des axes, une courbe donnant la rigidité est présentée. Dans le cas de l'axe z, le déplacement est imposé et la force de rappel de la structure est mesurée. Tandis que dans le cas des axes horizontaux x et y, la force est imposée par un dynamomètre et le déplacement correspondant est mesuré, grâce à un interféromètre SIOS (voir Fig. 8.2). Une force est alors progressivement appliquée lorsque l'on déplace la table de translation sur laquelle est fixé le dynamomètre. Dans les deux cas de mesure de rigidité latérale, le guidage est dans sa position centrale.

La Fig. 8.3 présente la courbe de rigidité du guidage dans la direction de mouvement de la translation, selon l'axe z. La force due à la gravité en position de repos est de 30.2 N. La rigidité moyenne est donnée par l'approximation linéaire de la courbe mesurée : 43 N/m. Aux extrémités de la course de  $\pm$  20 mm, la force de rappel est  $\pm$  0.86 N.

La rigidité calculée en simulation est  $K_z^{sim} = 54.3 \ N/m$ . Celle-ci est 1.26 fois supérieure à la valeur mesurée. La Fig. 8.4 illustre la rigidité du guidage selon l'axe x. Elle est donnée par l'approximation linéaire de la courbe mesurée :  $K_x^{mes} = 1.73 \ N/\mu$ m. La valeur donnée en simulation est  $K_x^{sim} = 2.86 \ N/\mu$ m, soit 1.6 fois plus élevée.



FIGURE 8.1 – Définition d'un repère d'axes sur la pièce du guidage à 13 cols.



FIGURE 8.2 – Photographie du setup de mesure de rigidité latérale sur le guidage de la table à 13 cols. Dans ce cas, la caractérisation se fait selon la direction x.



FIGURE 8.3 – Courbe de rigidité verticale (selon l'axe z) mesurée sur le guidage de la table à 13 cols. Notons que les discontinuités visibles sur la courbe sont dues à la résolution de mesure du dynamomètre électronique qui est de 50 mN.



FIGURE 8.4 – Courbe de rigidité latérale (selon l'axe x) mesurée sur le guidage de la table à 13 cols.



FIGURE 8.5 – Courbe de rigidité latérale (selon l'axe y) mesurée sur le guidage de la table à 13 cols.

La rigidité simulée correspond à un facteur 1.19 près à celle calculée à partir de la formule :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{8.1}$$

avec  $m = 3 \ kg$  et  $f = 142 \ Hz$  le mode principal d'oscillation mesuré sur le guidage selon l'axe x. On obtient une rigidité de 2.4  $N/\mu m$ .

La Fig. 8.5 montre la courbe de rigidité du guidage selon l'axe y. La rigidité moyenne est donnée par l'approximation linéaire de la courbe mesurée :  $K_y^{mes} = 0.67 N/\mu m$ . La valeur donnée en simulation est  $K_y^{sim} = 1.67 N/\mu m$ , soit 2.5 fois plus élevée.

Ces différences de rigidité entre simulation et valeurs mesurées peuvent s'expliquer par la présence de lames fines dans les structures évaluées. Ce phénomène n'est pas totalement maîtrisé. Toutefois, on observe de manière récurrente une valeur de rigidité supérieure dans le cas simulé.

# 8.2 Analyse fréquentielle

Une analyse spectrale de fréquences est réalisée sur différents points du mécanisme grâce à un accéléromètre et à un marteau de choc. Les pics fréquentiels obtenus sont ensuite comparés aux valeurs obtenues par simulation FEM. La structure étudiée étant relativement complexe, il est difficile de distinguer clairement tous les modes de vibration individuellement. Certains modes se retrouvent ainsi à plusieurs endroits du mécanisme.

Les points de mesure choisis sont indiqués par des pastilles sur la Fig. 8.6. Les mesures 1, 2 et 3 sont faites au même point, selon les axes x, y et z, sur l'organe de sortie du mécanisme. La mesure 4 est réalisée à l'extrémité avant du levier d'asservissement. Les mesures 5 et 6 sont réalisées sur le bâti de la machine et sur la table intermédiaire. La dernière mesure est faite sur le troisième bras depuis le haut. Pour les mesures 4 à 7, la direction d'excitation est celle montrée par la pastille, le marteau tapant perpendiculairement à celle-ci.

Le tableau 8.1 présente les valeurs des pics fréquentiels obtenus par mesure, par simulation ainsi que le pourcentage d'erreur de la simulation par rapport à la mesure. On observe que tous les pics



FIGURE 8.6 – Positions de mesures des réponses fréquentielles sur le mécanisme de table à 13 cols; les mesures 1, 2 et 3 sont prises au même endroit, selon les directions x, y et z.

fréquentiels mesurés ne sont pas identifiés par la simulation. Pour 12 d'entre eux, on identifie des valeurs simulées, qui correspondent au mode excité. L'écart est supérieur à 4% pour seulement 3 d'entre eux. On notera toutefois que le premier mode de vibration de la sortie z n'est pas mesuré avec le système d'accéléromètre, car trop lent. Une méthode graphique est employée. Le mécanisme est excité selon son mode propre et la position verticale est tracée graphiquement. On mesure alors la période moyenne d'oscillation de la sortie du mécanisme. Nous obtenons une valeur de 0.6 Hz. Ce qui correspond au résultat de simulation. Par ailleurs, en calculant la fréquence propre de la sortie en z par la formule (8.1) avec une masse mobile de 3 kg et une rigidité de 43 N/m, on obtient une fréquence de 0.60 Hz.

# 8.3 Rectitude et attitude angulaire

#### 8.3.1 Rectitude

La mesure de rectitude est réalisée par déplacement vertical du guidage et par mesure interférométrique de la position latérale de l'organe de sortie du guidage (Fig. 8.2). On y voit la tête de l'interféromètre SIOS utilisé pour la mesure, ainsi que le miroir monté sur la partie mobile du guidage. Sur l'image, l'axe x est mesuré. Le dynamomètre que l'on voit est utilisé dans le cas de la mesure de rigidité. Il est retiré lors de la mesure de rectitude. Le miroir a un diamètre de 2 pouces. Il est suffisament grand pour mesurer la course de 40 mm. Sa planéité est spécifiée à 30 nm sur toute la surface.

La mesure est répétée 20 fois sur chacun des deux axes. Chaque mesure comporte le mouvement aller et retour. Un point est enregistré chaque 200  $\mu m$  le long de l'axe z, sur un peu moins de 40 mm. Les deux courbes des Fig. 8.7 et 8.8 montrent le défaut de rectitude mesuré sur les deux axes perpendiculaires à la direction de guidage, moyenné sur les 20 déplacements. Selon l'axe x, on

position	freq mes. 1 [Hz]	freq mes. 2 [Hz]	freq mes. 3 [Hz]	freq mes. 4 [Hz]
1) sortie x	142.5	342.5	492.5	882.5
2) sortie y	72.5	122.5	302.5	432.5
3) sortie z	0.6	140	965	
4) levier	72.5	250	645	
5) bâti	242.5	322.5	535	642.5
6) table inter.	300	790		
7) barre	285	315	910	
position	freq. sim 1 [Hz]	freq. sim 2 [Hz]	freq. Sim 3 [Hz]	freq. Sim 4 [Hz]
1) sortie x		332.7		
2) sortie y	87.3	118.8		
3) sortie z	0.61	142.9		
4) levier	87.3			
5) bâti		321.8	549.6	
6) table inter.	307.9			
7) barre	267.9	310.6	883	
position	Ecart 1 [%]	Ecart 2 [%]	Ecart 3 [%]	Ecart 4 [%]
1) sortie x		-2.95		
2) sortie y	16.95	-3.11		
3) sortie z	1.64	2.03		
4) levier	16.95			
5) bâti		-0.22	2.66	
6) table inter.	2.57			
7) barre	-6.38	-1.42	-3.06	

TABLE 8.1 – Fréquences propres mesurées, simulées et pourcentage d'erreur entre la mesure et la simulation pour le guidage de la table à 13 cols.



FIGURE 8.7 – Erreur de rectitude mesurée sur l'organe de sortie du guidage de la table à 13 cols. Ci-dessus est présentée l'erreur sur l'axe x (dans le plan du mécanisme)

mesure une amplitude du défaut de rectitude de 183.4 nm pour une course de 35 mm. Les valeurs de la courbe de différence entre l'aller et le retour présentent un écart-type de 8.3 nm. Entre les 20 mesures, on constate un écart-type moyen de 40.2 nm.

Selon l'axe y, on mesure une amplitude du défaut de rectitude de 39.2 nm pour une course de 38 mm. La différence entre l'aller et le retour présente un écart-type de 4.8 nm. Entre les 20 mesures, on constate un écart-type moyen de 18.0 nm.

Pour améliorer la mesure, il est préférable de réaliser celle-ci la nuit afin d'éviter d'éventuelles perturbations diurnes. Il est également conseillé de disposer un tube autour du faisceau laser de l'interféromètre pour éviter les mouvements d'air qui perturbent la mesure. Aussi, on essaye de rapprocher au maximum la tête de l'interféromètre du miroir, dans le but de minimiser le chemin parcouru par le faisceau laser dans l'air. Dans les paramètres d'acquisition de l'interféromètre SIOS, il est possible d'indiquer la distance entre le miroir et la tête de l'interféromètre. L'épaisseur de la couche d'air traversée est alors prise en compte dans le traitement de la mesure et celle-ci est améliorée, notamment au niveau de la réduction du bruit de mesure. Il est aussi important de minimiser la longueur de la structure reliant la tête de l'interféromètre et le miroir mobile, afin de minimiser les effets indésirables de la dilatation thermique et des vibrations. Il est préférable que cette même structure soit rigide, pour le même problème de vibration.

#### 8.3.2 Attitude angulaire

La mesure de l'attitude angulaire est réalisée par déplacement vertical du guidage et par mesure avec un autocollimateur Newport LDS-1000 de la position angulaire de l'organe de sortie du guidage. La mesure est répétée 12 fois dans les deux sens de déplacement. Un point de mesure est enregistré chaque 200  $\mu m$  le long de l'axe z, sur 32 mm. Le sens de déplacement est indiqué par la notation aller et retour, en sachant que le départ du mouvement se fait à la position supérieure du guidage. Comme



FIGURE 8.8 – Erreur de rectitude mesurée sur l'organe de sortie du guidage de la table à 13 cols. Ci-dessus est présentée l'erreur sur l'axe y (hors-plan)

visible sur la Fig. 8.9, l'amplitude de la rotation autour de l'axe x est de 8.76 µrad<sup>1</sup>. L'écart-type moyen entre les 12 mesures est de 3.18 µrad.

La Fig. 8.10 montre l'amplitude de la rotation autour de l'axe y, qui est de 5.29  $\mu rad$ . L'écart-type moyen sur les 12 mesures est de 0.46  $\mu rad$ .

# 8.4 Répétabilité

Un test de répétabilité est réalisé sur le guidage. La mesure est faite à partir de la position de repos à z = 0 mm. Le guidage est ensuite déplacé de 10 mm, puis ramené à la position initiale. L'opération est répétée 20 fois vers le haut et 20 fois vers le bas. La répétabilité est mesurée sur les axes x et y.

Les valeurs moyennes et d'écart-type de la répétabilité sont données dans le tableau 8.2. La répétabilité du guidage dépend également de la précision de la platine de translation qui est utilisée pour actionner le guidage. Toutefois, l'influence de cet effet est considérée comme négligeable. Elle dépend aussi des conditions d'expérience (stabilité en température, longueur de la boucle de mesure<sup>2</sup>, réglages de l'instrument de mesure).

<sup>1.</sup> Pour rappel, 1  $\mu rad$  est environ égal à 0.2 seconde d'arc. À une distance de 20 mm, un angle de 1  $\mu rad$  correspond à un déplacement de 20 *nm*.

<sup>2.</sup> Par boucle de mesure, nous comprenons les éléments mécaniques (bâti, plaque de fixation, etc.) reliant l'instrument de mesure à l'objet mesuré.

# 8.4. RÉPÉTABILITÉ



FIGURE 8.9 – Attitude angulaire autour de l'axe x (rotation hors-plan) mesurée sur l'organe de sortie de la table à 13 cols.



FIGURE 8.10 - Attitude angulaire autour de l'axe y (rotation dans le plan du mécanisme) mesurée sur l'organe de sortie de la table à 13 cols.

	Rép. bas X $[nm]$	Rép. haut X $[nm]$	Rép. bas Y $[nm]$	Rép. haut $Y[nm]$
Moyenne	-4.52	-5.32	0.13	1.67
Ecart-type	16.91	16.15	15.27	15.22

TABLE 8.2 – Moyennes et écart-types de la répétabilité selon les axes x et y mesurés sur le guidage à 13 cols. Les valeurs sont données pour les deux axes latéraux du guidage et pour les deux sens de déplacement, haut et bas.

# 8.5 Conclusion guidage à 13 cols

Nous apportons ici une conclusion sur les chapitres 6, 7 et 8. Elle résume la majorité des résultats obtenus concernant le guidage à 13 cols.

## 8.5.1 Partie cinématique

Dans le chapitre 6, une analyse géométrique du mécanisme à 13 pivots a été effectuée. Puis, un modèle analytique de l'erreur de rectitude du mécanisme a été proposé, en fonction de la position de sortie et de certains paramètres géométriques. Enfin, le modèle d'erreur de rectitude a été simplifié par un développement limité en série de Taylor et une démonstration a été faite afin de démontrer que la rectitude est optimale pour un rapport d'asservissement de c/b = 1/2. La formule obtenue, en bonne adéquation avec la fonction complète (conformément à la Fig. 6.10), a une expression simple (cf. annexe B).

Afin d'interpréter les résultats, nous mettons en évidence le fait qu'une barre de Watt est présente dans le mécanisme. Le milieu de cette barre de Watt (milieu du segment AB sur la Fig. 6.1) présente un déplacement approximativement rectiligne. On comprend intuitivement que sa longueur doive être le double par rapport segment c (segment DP sur la Fig. 6.1). Pour mettre en évidence la corrélation entre l'erreur du mécanisme à 13 pivots et l'erreur de rectitude de la barre de Watt, nous attirons l'attention du lecteur sur la grande concordance des fonctions de rectitude des deux mécanismes (6.28 et 2.15 introduite par Wunderlich [Wund78]). Toutefois, le lien entre les deux formulations n'a pas été établi de manière avérée.

Ainsi, la suite des travaux dans l'étude du mécanisme à 13 pivots pourrait être l'introduction d'une barre de Watt optimale, où certaines proportions sont respectées et où la rectitude du mouvement de son point milieu est maximisée. Dans le modèle développé, les deux segments du levier sont de même longueur que les bras de guidage des parallélogrammes. Une amélioration du modèle pourrait consister à considérer ces longueurs comme différentes. Un perfectionnement additionnel serait de considérer le déplacement géométrique du pivot en fonction de son angle de flexion, compte tenu de la déformation du matériau, tel que décrit par [Jens02]. C'est-à-dire de ne plus considérer les pivots comme parfaits.

La correction ainsi apportée à la cinématique du guidage à 13 pivots en fait, parmi les mécanismes pseudo-rectilignes étudiés dans le cadre de cette thèse, celui présentant le rapport de rectitude le plus élevé.

## 8.5.2 Partie conception

Dans le chapitre 7, le mécanisme est présenté selon sa version finale de construction. Les grandeurs principales et les dénominations liées au système sont exposées. Les 13 articulations sont réparties selon 4 groupes, dans lesquels les cols présentent des amplitudes de rotation semblables. Le dimensionnement des éléments flexibles est effectué et des simulations FEM sont présentées. Elles valident le dimensionnement en termes de défaut de rectitude du guidage, de déformation due au poids propre, de contraintes mécaniques, de rigidités et de fréquences propres.

Des principes de conception et de construction du protoype monolithique sont fournis. L'aspect de recherche d'un préusniage adapté est mis en avant notablement avec la problématique de libération de cols d'asservissement arrières. Finalement, un démonstrateur didactique est présenté. Celui-ci est construit conformément à la cinématique établie au chapitre 6.

#### 8.5.3 Partie caractérisation

Dans le chapitre 8, les principaux résultats de mesures expérimentales sont exposés. Celles-ci concernent la rectitude, l'attitude angulaire, les rigidités, les fréquences propres et la répétabilité de positionnement. Les deux axes latéraux offrent un rectitude de  $\pm 20 nm$  et  $\pm 91 nm$ , sur des courses respectives de 38 mm et 35 mm. Les déviations angulaires mesurées sont de 8.8  $\mu rad$  et 5.3  $\mu rad$  sur des courses de 32 mm.

On observe que la répétabilité telle que présentée à la section 8.4 est meilleure que celle moyennée sur toute la course, selon la mesure de la section 8.3.1. Cela est dû au fait que le mouvement est, semble-t-il, mieux répété au centre de la course et se détériore lorsque l'on approche les extrémités du guidage.

On notera que la majorité des valeurs mesurées satisfont au cahier des charges imposé par l'expérience. À savoir, la course minimale demandée est de 25 mm. Ici, nous parcourons 40 mm, sans toutefois aller jusqu'aux butées mécaniques, afin de ne pas introduire de contraintes dans la structure. La rectitude demandée sur les deux axes est inférieure au micron et nous mesurons une valeur inférieure à 200 nm. Quant à l'attitude angulaire, la valeur cible est 50  $\mu rad$ , alors que nous mesurons des valeurs inférieures à 10  $\mu rad$  sur les deux axes.

# Chapitre 9

# Étude comparative des deux types de guidages

Dans ce chapitre, nous comparons qualitativement et quantitativement les deux types de guidages étudiés. Nous discutons les points relatifs à la cinématique, à la réalisation des mécanismes et aux mesures effectuées sur les prototypes. Le tableau 9.1 synthétise les performances de chacun. Les critères et les points faibles et forts des prototypes sont discutés. Quatre attributs opposés (cinématique plane/volumique, rectiligne/pseudo-rectiligne, usinage monolithique/éléments rapportés, usinage EDM/conventionnel) sont débattus en fonction des critères préalablement évoqués, au vu du travail effectué.

# 9.1 Critères de comparaison

Relativement à la cinématique, les points suivants sont relevés :

- Rectitude théorique : Il s'agit d'un point essentiel. C'est une caractéristiques recherchée avant tout dans le guidage. Dans le cas du guidage Sarrus, elle est parfaite. Dans le cas du guidage à 13 pivots, elle est pseudo-rectiligne. Cependant son rapport de rectitude est excellent.
- Conservation de l'orientation de la sortie : Nous souhaitons déplacer un solide sans rotation couplée. Il s'agit aussi d'un point important. Sur le plan purement cinématique, les deux guidages présentent une rotation nulle en sortie du mécanisme.
- Débattement angulaire des articulations : Définit si le mécanisme est adapté à une réalisation en éléments flexibles ou non. Les deux guidages sont relativement bien adaptés. Ils atteignent la course désirée avec des angles raisonnables (< 8°) sur les éléments flexibles.</li>
- Rapport course sur encombrement : Est relié à la compacité du mécanisme. Il est de 10% pour le guidage à 13 pivots et de 15 % pour le guidage Sarrus.
- Hyperguidages : Risque d'introduire des points durs ou un comportement bistable avec hystérèse. Le Sarrus présente 7 hyperguidages et le 13 pivots a 12 hyperguidages.
- Complexité de modélisation : Il ne s'agit pas d'un critère très important, sinon concernant la possibilité d'optimiser le guidage. Le Sarrus est plus simple à modéliser que le 13 pivots, de par sa symétrie et sa cinématique parfaitement rectiligne.

En ce qui concerne la **réalisation** des prototypes :

- Facilité de mise en œuvre : La mise en œuvre se rapporte à la complexité du mécanisme. De par la nature planaire de la cinématique du 13 cols, ce dernier est plus simple à réaliser. Le choix de construction par EDM à fil rend également le choix des designs possibles plus large.
- Compacité : Le guidage Sarrus est réalisé de manière plus compacte que le guidage à 13 pivots. Cela est dû en partie à la méthode d'usinage. Les cols usinés par EDM ont des courses angulaires généralement inférieures en comparaison des lames utilisées dans les mécanismes construits en éléments rapportés. L'encombrement du guidage Sarrus est 270 mm x 270 mm x 150 mm, et de 140 mm x 350 mm x 450 mm pour le guidage à 13 pivots.
- Coût : L'usinage conventionnel utilisé pour fabriquer le Sarrus est sensiblement inférieur à celui de l'usinage EDM. Le 13 pivots a coûté environ 20 kchf à la réalisation.
- Perfectibilité : Nous entendons ici deux choses. Les performances du guidage Sarrus peuvent être améliorées, car ses pièces sont assemblées. Nous avons donc la possibilité de le démonter et reprendre certaines parties. D'autre part, le guidage à 13 pivots n'as pas été réalisé selon le design optimal présenté au chapitre 6. Une meilleure cinématique peut donc être adoptée pour une éventuelle version future.
- Points durs : La présence de points durs peut fortement altérer la rectitude du guidage. Les deux guidages ne possèdent pas de points durs. Le guidage Sarrus possède une barrette (cf. Fig. 4.2 b) reliant les deux bras de la sortie à lames simples. Lorsque cette barrette n'est pas présente, le guidage Sarrus présente un point dur avec un comportement bistable.
- SimulationsFEM : Les simulations FEM des deux guidages occasionnent des complexités, lors du calcul de maillage. Les éléments flexibles minces nécessitent un nombre élevé de mailles, qui plus est si les articulations sont fabriquées avec des lames. Celle-ci ont un profil plus élancé.
- Aptitude à être usiné par EDM : Comme vu précédemment, l'usinage EDM apporte des avantages indéniables. La cinématique du guidage à 13 cols est de nature planaire. Il se prête donc bien à l'usinage EDM. Le guidage Sarrus peut être réalisé entièrement par EDM (nous entendons les parties flexibles, un préusinage conventionnel est indispensable), mais difficilement en usinage monolithique.
- Accessibilité : L'accessibilité est un aspect important concernant l'intégration du guidage dans la balance de watt et lors des manipulations diverses autour de l'expérience. Le guidage à 13 cols offre une bonne accessibilité. Le guidage Sarrus reste accessible au niveau sa sortie. La configuration hyperguidée du guidage Sarrus à 3 bras (introduite à la section 3.1.1) offre une accessibilité moins bonne.

Les points qui se rapportent aux mesures réalisées sont les suivants :

- Rectitude : Caractéristique principalement souhaitée du prototype. L'évaluation de la rectitude est bonne pour les deux guidages. Cependant, le guidage à 13 cols est meilleur d'un facteur environ 3. L'amplitude du défaut atteint 180 nm et 40 nm sur les deux axes latéraux. Elle est de 500 nm et 200 nm, dans le cas du guidage Sarrus.
- Attitude : Sa constance est une caractéristique souhaitée du guidage. Le guidage Sarrus produit une variation d'attitude de 270  $\mu rad$  et 230  $\mu rad$  sur ses deux axes latéraux. Alors que le défaut angulaire est seulement de 9  $\mu rad$  et 5  $\mu rad$  pour le guidage à 13 cols.
- Rigidités : Attribut souhaitable pour tout mécanisme de précision, une rigidité élevée permet

#### 9.2. TABLEAU COMPARATIF

de rejeter l'influence de perturbations externes, par exemple une composante latérale de l'effort de commande. Les fréquences propres de vibrations augmentent avec la rigidité, à masse égale. Les rigidités transverses mesurées sur les deux guidages sont d'un ordre de grandeur équivalent. Nous avons pour le Sarrus  $K_x^{mes} = 0.17 \ N/\mu m \ et \ K_y^{mes} = 0.25 \ N/\mu m \ et \ pour le 13 \ cols \ K_x^{mes} = 0.26 \ N/\mu m \ et \ K_y^{mes} = 0.4 \ N/\mu m$ . La rigidité naturelle du Sarrus est de  $K_z^{mes} = 551.2 \ N/m$ , alors que celle du 13 cols est plus faible :  $K_z^{mes} = 43 \ N/m$ .

- Fréquences propres : Les fréquences propres mesurées sur les prototypes sont supérieurs sur le guidage Sarrus. Les rigidités transverses étant du même ordre, cela est donc dû à la masse mobile qui est plus importante dans le cas du 13 pivots. La fréquence basse du guidage à 13 pivots est de 72.5 Hz et celle du guidage Sarrus est de 160 Hz.
- Répétabilité : La répétabilité est importante dans la précision du positionnement. Elle dépend en grande partie de la qualité de mesure. Elle peut être influencée par des variations de température. De plus, la longueur de la boucle mécanique entre l'outil de mesure et la sortie du guidage modifie la justesse de la mesure. Dans le cas du guidage à 13 cols, la répétabilité moyenne est d'environ 16 nm et elle est approximativement de 12 nm pour le guidage Sarrus.
- Hystérèse : La mesure du kilogramme est répétée selon un cycle qui prend en compte des déplacements vers le haut et vers le bas de la bobine. Dans ces conditions, une hystérèse altère sa position entre les mesures aller et retour. Une hystérèse est principalement détectée sur l'axe y du guidage Sarrus. Elle est d'une amplitude de 70 nm environ.

# 9.2 Tableau comparatif

Le tableau 9.1 de la page suivante synthétise l'ensemble des critères et des évaluations. Une pondération relative des différents points est introduite. Le tableau 9.2 présente l'essentiel des valeurs mesurées sur les deux guidages et offre une comparaison avec les valeurs simulées.

# 9.3 Conclusion

Pour clore ce chapitre, nous discutons les 4 aspects exposés en introduction (cf. § 1.3.1; cinématique plane ou volumique, cinématique rectiligne ou pseudo-rectiligne, usinage monolithique ou éléments rapportés, usinage par électroérosion ou conventionnel). Nous synthétisons également les performances des deux prototypes de guidage.

Cinématique plane ou volumique : Il y a plusieurs avantages à utiliser une cinématique plane. Premièrement, l'usinage de pivots parallèles limite les tolérances géométriques diverses. Ensuite, l'emploi de l'EDM monolithique est plus approprié aux mécanismes plans. Troisièmement, l'accessibilité est généralement améliorée dans le cas d'une cinématique bidimensionnelle comparée à une cinématique spatiale. En effet, la configuration d'une cinématique plane libère l'accès autour de la sortie, alors qu'un guidage à cinématique en volume occupe plus de place et limite l'accessibilité à l'organe terminal. La simulation FEM est allégée si elle est réalisée en 2 dimensions. Toutefois, la réalisation d'une cinématique plane est habituellement réalisée de manière volumique (pas usinable selon une seule direction). Il est tout de même donc nécessaire de simuler en 3D. Mais, les simulations préalables peuvent être simplifiées par l'emploi de la 2D. Un des avantages d'une cinématique volumique est le nombre d'hyperguidages qui

			Sarrus		13 pivots	
Critère	Pondération	Note	Valeur	Note	Valeur	
Cinématique						
Rectitude théorique	10	***	30	**	20	
Conservation de l'orientation théorique	9	***	27	***	27	
Débattement angulaire	5	**	10	**	10	
Rapport course sur encombrement	5	***	15	**	10	
Hyperguidages	6	**	12	*	6	
Complexité de modélisation	3	**	6	*	3	
Réalisation						
Facilité de mise en œuvre	6	*	6	**	12	
Compacité	6	***	18	**	12	
Coût	5	**	10	*	5	
Perfectibilité	5	**	10	*	5	
Points durs	8	**	16	***	24	
Simulations	6	*	6	*	6	
Aptitude à l'EDM	6	**	12	***	18	
Accessibilité	8	**	16	***	24	
Mesures						
Rectitude	10	**	20	***	30	
Attitude	9	*	9	***	27	
Rigidités	7	*	7	**	14	
Fréquences propres	7	***	21	**	14	
Hystérèse	9	**	18	***	27	
Répétabilité	8	**	16	**	16	
Total			285		310	

TABLE 9.1 – Comparaison des deux types de guidages étudiés. Des critères de cinématique, de réalisation du guidage et de mesures effectuées sont évalués et pondérés selon leur importance relative. Pour chaque critère, une appréciation allant de 1 à 3 est attribuée. Le total donne une estimation de la performance atteinte par chacun des guidages.

## 9.3. CONCLUSION

	13 cols				Sarrus					
	Translation		Rotation		Translation		Rotation			
Axe	Х	Y	Ζ	θх	θу	Х	Y	Ζ	θx	θу
Course mesurée	35 mm	38 mm		32 mm	32 mm	35 mm	31 mm		36 mm	36 mm
Pas de mesure	200 µm	200 µm		200 µm	200 µm	1 mm	1 mm		1 mm	1 mm
Aller-retour	oui	oui		oui	oui	oui	oui		oui	oui
Nombre de mesures	20	20		12	12	10	10		5	5
Amplitude maxi	183.4 nm	39.2 nm		8.76 µrad	5.29 µrad	205 nm	514 nm		268 µrad	228 µrad
Rapport de rectitude	1.91E+05	9.74E+05				1.71E+05	6.03E+04			
Hysterèse	8.3 nm	4.8 nm		0.37 µrad	0.39 µrad	1.4 nm	72 nm		0.38 µrad	0.19 µrad
Répétabilité (σ)	40.2 nm	18.0 nm		3.18 µrad	0.46 µrad	3.9 nm	3.1 nm		0.71 µrad	0.29 µrad
Rigidité simulée	2.86 N/µm	1.5 N/µm	53.4 N/m			0.56 N/µm	0.59 N/µm	625 N/m		
Rigidité mesurée	1.73 N/µm	0.67 N/µm	43 N/m			0.17 N/µm	0.25 N/µm	551 N/m		
Ratio K_sim/K_mes	1.65	2.24	1.24			3.29	2.36	1.13		
Fréquence propre simulée	332 Hz	87 Hz	0.61 Hz			137 Hz	137 Hz	2 Hz		
Fréquence propre mesurée	342 Hz	72 Hz	0.6 Hz			160 Hz	170 Hz	3.42 Hz		
Ratio f_sim/f_mes	0.97	1.21	1.02			0.86	0.81	1.71		

TABLE 9.2 – Valeurs mesurées sur les deux guidages.

est couramment inférieur à celui d'une cinématique planaire.

- Cinématique rectiligne ou pseudo-rectiligne : Nous avons vu au travers des prototypes construits qu'un guidage à cinématique rectiligne pure n'est pas forcément meilleur qu'un guidage pseudo-rectiligne. En effet, nous obtenons un défaut de rectitude 3 fois plus faible environ avec le 13 pivots (cinématique pseudo-rectiligne) qu'avec le Sarrus (cinématique rectiligne). D'autre part, la rectitude théorique du 13 pivots peut être réduite de manière significative (inférieure à la résolution de l'interféromètre utilisé 0.1 nm). Notons que le 13 pivots est le seul mécanisme pseudo-rectiligne à obtenir un rapport de rectitude aussi élevé. Ce n'est d'ailleurs pas le seul critère à considérer. La conservation de l'angle et le déplacement d'un solide sont également à prendre en compte, quitte à opter pour une cinématique pseudo-rectiligne.
- Usinage monolithique ou éléments rapportés : Il ressort de la comparaison effectuée que l'usinage monolithique comporte des avantages certains. Avant tout, il n'y pas de pièce à rapporter précisément l'une à l'autre. Chaque jonction entre des pièces est une source d'erreurs. L'assemblage nécessite des gabarits bien tolérancés et des cales de précisions. Ajoutons que les éléments de fixation amagnétiques sont chers et/ou compliqués à trouver. Un avantage que nous attribuons à la construction par assemblage d'éléments est la possibilité de réglage et de réassemblage qui offre une flexibilité plus grande.
- Usinage par électroérosion ou conventionnel : L'usinage par EDM possède nombre d'intérêts. Le précision d'un usinage EDM soigné atteint 3 ou 5  $\mu m$ . Les états de surface obtenus peuvent être très bons. Dans le cas d'un assemblage de plusieurs pièces semblables réalisées par EDM, il est possible d'empiler les plaques découpées pour obtenir des cotes identiques. Une limitation de l'EDM est l'épaisseur maximale de la plaque découpée. Dans notre cas, la dimension maximale possible était de 150 mm. Les pièces réalisées par EDM présentent toujours un rayon d'usinage. Il peut être relativement faible (15  $\mu m$ ). Notons que le prix de l'EDM est généralement élevé. Si on imagine réaliser des guidages en petite série, l'EDM est bien adaptée.

Nous voyons que les caractéristiques réunies dans le prototype du 13 pivots sont favorables à de nombreux égards (cinématique plane, pseudo-rectiligne avec haut rapport de rectitude et usinage EDM à fil monolithique) bien que le guidage Sarrus présente aussi plusieurs caractéristiques aventageuses (compacité, rectitude théorique, fréquences d'oscillation élevées). Nous confrontons les deux guidages de manière quantitative, dans le tableau comparatif 9.1. Nous constatons alors que les deux guidages arrivent tous deux à un score relativement proche avec un avantage pour le 13 pivots. Les points essentiels relevés sont la rectitude (théorique et mesurée), l'attitude angulaire, la présence d'une hystérèse, la répétabilité de positionnement, la conservation de l'orientation de la sortie et l'accessibilité. Les deux critères principaux qui permettent au 13 pivots de marquer des points sont principalement l'attitude angulaire et l'hystérèse. Les forces principale du Sarrus sont ses fréquences propres élevées et sa compacité.

# Chapitre 10

# Système d'entraînement et d'équilibrage

Le module d'entraînement est présenté dans ce chapitre. Il a 3 fonctions principales. Il permet l'actionnement global du système par un moteur linéaire ainsi que l'équilibrage du poids de la suspension de l'expérience ( $\sim 50 N$ ) et la réduction de la raideur du guidage linéaire. Les fonctions de compensation et d'équilibrage sont découplées afin de pouvoir régler individuellement ces deux composantes. La diminution de raideur est faite par l'apposition de masses au somment d'un bras vertical pivotant. Celles-ci ont tendance à quitter la position centrale alors que la rigidité du guidage incite celui-ci à rejoindre la position centrale. Nous combinons alors ces deux effets pour atteindre une raideur minimale. L'effort fourni par le moteur est donc réduit. L'échauffement dû au fonctionnement est également diminué.

# 10.1 Cinématique et statique

## 10.1.1 Cinématique

Le moteur linéaire est de type *voice-coil* avec bobine mobile et culasse à aimant permanent. Il s'agit du modèle LVCM-019-048-02 de Moticont. Il doit être guidé de façon linéaire sur 40 mm. Le mécanisme utilisé pour réaliser le guidage du moteur est de type Sarrus avec 2 bras simples (Fig. 10.1 a). Le choix de cette cinématique est motivé par la place à disposition et par sa compatibilité avec les fonctions de compensation de rigidité et d'équilibrage. Le module est dimensionné de telle façon que les angles maximaux de rotation des pivots ne dépassent pas 10° (Fig. 10.1 b). Le modèle développé à la section 3.1.2 est appliqué afin de déterminer les débattement angulaires des 3 pivots en fonction de la position verticale en sortie.

#### 10.1.2 Modélisation statique

Une modélisation des efforts (Fig. 10.2) est réalisée de telle sorte que la rigidité non seulement du guidage linéaire mais également du module lui-même soit prise en compte. Une optimisation est alors faite afin de réduire la rigidité globale du système. Les variable du modèle sont les suivantes :

- $F_M$  : la force de gravité agissant sur la masse d'équilibrage
- ${\cal F}_m$  : la force de gravité agissant sur la masse de compensation de rigidité
- $-F_{m3}$ : la force de gravité exercée sur la suspension



FIGURE 10.1 - a) Cinématique du module d'entraînement. Une cinématique de Sarrus à bras simple est employée. b) Débattements angulaires sur les 3 pivots, obtenus par calcul analytique.

- $F_{rigid}$ : la force de rappel exercée par le guidage principal (varie avec la position verticale)
- $-\ F_{mot}$  : la force exercée par le moteur linéaire
- $-F_T$ : la force de réaction (composante verticale) du bâti

Nous exprimons, pour commencer la somme des forces verticales du système :

$$\sum F_{vert} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_M + F_m + \frac{F_{m3}}{2} - \frac{F_{rigid}}{2} + \frac{F_{mot}}{2} - F_T = 0 \tag{10.1}$$

ainsi que la somme des moments de force au point B :

$$\sum M_B = 0 \quad =$$

$$M_1 + M_2 + M_3 + F_m d_2 \sin \theta_3 + F_T a \sin \theta_1 - F_M d_1 \cos \theta_3 \tag{10.2}$$

$$+(e+b\cos\theta_3)(\frac{F_{m3}}{2}-\frac{F_{mot}}{2}-\frac{F_{rigid}}{2})=0.$$

Les moments de forces engendrés par la flexion des pivots à lames croisées séparées sont exprimés à partir de l'équation (2.8) :

$$M_i = \frac{Eb_i h^3}{6l_i} \theta_i, \qquad i = 1, 2, 3 \tag{10.3}$$

avec  $b_i$  la largeur des lames du pivot i, h l'épaisseur des lames et  $l_i$  la longueur des lames du pivot i. Après élimination de la force de réaction du bâti  $F_T$  et isolation de l'effort d'entraînement, il vient :



FIGURE 10.2 – Modélisation d'un bras de Sarrus. On voit la force agissant sur les masses, les moments de force engendrés par les pivots à lames croisées, les principales dimensions et les angles de rotations des segments.

$$F_{mot} = 2\frac{M_1 + M_2 + M_3 + (F_M + F_m)a\sin\theta_1 + F_md_2\sin\theta_3 - F_Md_1\cos\theta_3}{a\sin\theta_1 + e + b\cos\theta_3}$$
(10.4)

$$+F_{m3}+F_{Rigid}$$

Après minimisation de l'effort d'entrainement, une force résiduelle de  $\pm 0.4 N$  reste à fournir par le moteur.

# 10.2 Construction

Un prototype du module d'entraînement est construit (pièces rigides en Al) durant l'été 2010 aux ateliers de mécanique de l'EPFL à Lausanne. Les lames en CuBe2 sont usinées à METAS.

#### 10.2.1 Montage

La Fig. 10.3 montre une vue de conception et une photographie du prototype d'entraînement. On y voit le mécanisme, avec les masses de compensation de rigidité, les masses d'équilibrage (compensation de la gravité), une masse factice simulant la présence de la suspension de la balance, le moteur linéaire, la butée mécanique, le câble de transmission de l'effort, le miroir et la tête de l'interféromètre SIOS donnant la position verticale du système et permettant de réguler le déplacement du module d'entrainement. La Fig. 10.4 a illustre plus précisément comment sont disposées les lames.



FIGURE 10.3 – a) Vue de conception du système d'entrainement. b) Photographie du prototype réalisé.



FIGURE 10.4 - a) Vue de détail du positionnem, ent des lames de guidage. b) Coupe du système de réglage de la position des masses de compensation. Un filetage à pas fin permet de déplacer les masses avec précision.

#### 10.2.2 Réglage des masses

La position des masses de compensation de gravité et de rigidité peut être réglée finement. Cellesci sont montées sur un axe de guidage (Fig. 10.4 b). Un filetage à pas fin (M8x1) permet de déplacer la masse le long de l'axe. Ainsi, le point d'équilibrage et de compensation sont ajustés pour réduire au maximum l'effort d'actionnement.

## 10.2.3 Gabarit d'assemblage

Le montage des bras du Sarrus est effectué sur un gabarit adapté spécialement à cet effet. On voit sur la Fig. 10.5 le bras de Sarrus installé sur le gabarit (pièce inférieure en gris). La pièce bleue représente la liaison au bâti. La pièce rouge est la partie intermédiaire reliant les pivots des points A et B (cf. Fig. 10.2). Elles reposent toutes deux sur des bossages tolérancés. Les lames sont alors assemblées précisément grâce à des cales de précision. Les deux bras sont assemblés séparément à l'aide de ce dispositif, suite à quoi la jonction à la nacelle de sortie est réalisée par fixation des pivots du point E à l'aide d'une pièce d'equerrage.

#### 10.2.4 Disposition des lames

Un effort relativement important ( $\sim 50 N$ ) est supporté par les lames verticales des pivots croisés. Pour cette raison, les lames sont disposées de manière à transmettre les forces en traction (Fig. 10.6 a) et non en compression (Fig. 10.6 b). De plus, un calcul est fait afin d'assurer que la force de serrage des lames est suffisante. Le rayon moyen de la vis M3 est :

$$r_{vis} = 1.34 \, mm.$$
 (10.5)

Le rayon moyen de la base est donné par :



FIGURE 10.5 – Gabarit d'assemblage utilisé pour monter les bras de Sarrus.

$$r_{base} = \frac{2}{3} \frac{r_{ext}^3 - r_{int}^3}{r_{ext}^2 - r_{int}^2} = \frac{2}{3} \frac{2.75^3 - 1.6^3}{2.75^2 - 1.6^2} = 2.23 \, mm. \tag{10.6}$$

Les coefficients de frottement sont :

$$\mu_{Al/Ti} = 0.2 \quad et \quad \mu_{Al/CuBe2} = 0.2.$$
 (10.7)

Le couple de serrage appliqué est  $M_{serrage}=0.4\,Nm$  et l'angle de frottement et l'angle d'hélice de la vis sont :

$$\rho = \arctan(\frac{\mu_{Al/Ti}}{\sin(75^{\circ})}) = 11.7^{\circ} \quad et \quad \theta_{M3} = 3.4^{\circ}.$$
(10.8)

La force de serrage de la vis est alors :

$$P = \frac{M_{serrage}}{r_{vis} \tan(\theta_{M3} + \rho) + \mu_{Al/Ti} r_{base}} = 492.5 \, N.$$
(10.9)

Ainsi, la force admissible par lame (tenue par deux vis) est :

$$F_{adm} = 2P\mu_{Al/CuBe2} = 197 \, N. \tag{10.10}$$

Le facteur de sécurité est donc suppérieur à deux, car chacune d'elles supporte approximativement 84 $\,N$ 



FIGURE 10.6 - (a) Disposition sollicitant les lames verticales en traction. C'est celle-ci qui est utilisée.
(b) Disposition à éviter, les lames sont sollicitées en compression.

# 10.3 Caractérisation

Le prototype a été caractérisé en termes de rectitude et de rigidité résiduelle.

#### 10.3.1 Rectitude de guidage du moteur

Une rectitude relativement bonne est nécessaire en sortie du module d'entraînement. Ceci pour deux raisons. Premièrement, le moteur doit être guidé linéairement. Il y a un jeu de 0.2 mm entre la bobine et la culasse du moteur. Il faut donc rester dans cette tolérance. Deuxièmement, le module d'entraînement ne doit pas exercer d'efforts latéraux excessifs sur le guidage linéaire. Au quel cas, il pourrait dégrader la rectitude de ce dernier.

La Fig. 10.7 montre les résultats de mesure de rectitude réalisées. Elle est inférieure à 5  $\mu m$ , sur 30 mm. Ce défaut de rectitude est largement acceptable. En effet, un calcul montre qu'une déviation de l'entrainement de 1 mm induit un déplacement latéral du guidage de 0.38  $\mu m$  pour une raideur de 1  $N/\mu m$  et une tension dans le câble (de longueur 130 mm) de 50 N. La position verticale nulle correspond à la butée supérieure du mécanisme.

#### 10.3.2 Rigidité résiduelle

Des mesures de rigidité sont effectuées afin de voir l'effet des masses de compensation de raideur. Nous voyons sur la Fig. 10.8 trois courbes d'efforts réalisées sur une plage de 38 mm avec 3, 4 et 5 masses de 200 g par bras. Il apparaît une non-linéarité de l'ordre de  $\pm 0.5 N$ . Cet effort résiduel sera fournit par le moteur, qui génère une force maximale de 2.2 N en régime permanent. Notons que les tests avec le guidage linéaire monté en série avec l'entraînement n'ont pas encore étés faits.



Rectitude du module d'entraînement

FIGURE 10.7 – Défaut de rectitude mesuré à la sortie du Sarrus d'entrainement.



FIGURE 10.8 - Rigidité mesurée à la sortie du Sarrus après la procédure d'équilibrage. Les 3 courbes correspondent aux cas de charge où les bras à la verticale sont munis chacun de 3, 4 et 5 masses de 200 g.

# Chapitre 11

# Conclusion générale et perspectives

# 11.1 Conclusions

#### 11.1.1 Accomplissements

Au travers du travail réalisé dans cette thèse, nous avons effectué une recherche de l'état-de-l'art des mécanismes rectilignes existants. Cette exploration nous a permis de choisir deux cinématiques adaptées à nos besoins.

Pour chacune d'elles, une étude cinématique a été menée pour voir dans quelle mesure, il était possible d'améliorer sa rectitude. Un dimensionnement a été effectué moyennant des simulations permettant de mettre en évidence la rectitude, les rigidités, les fréquences propres, l'influence de la gravité et les contraintes mécaniques. Suite à quoi les prototypes conçus ont été réalisés, pour l'un par usinage EDM à fil monolithique et pour l'autre par assemblage d'éléments distincts. Une fois les deux prototypes fabriqués, une caractérisation métrologique a été exécutée sur les deux guidages linéaires. À nouveau, nous nous sommes penchés sur les aspects de rectitude, d'attitude angulaire, de rigidité, de fréquences propres et de répétabilité.

Il s'en est suivi une étude comparative des deux types de guidage. Nous avons vu à travers cette étude que les deux guidages ont des performances comparables avec un certain avantage pour le guidage à 13 pivots usinés de manière monolithique, notamment en matière d'attitude angulaire.

Un système modulaire et original d'entraînement a été conçu et fabriqué. Celui-ci permet l'actionnement global du système par un moteur *voice-coil* linéaire ainsi que l'équilibrage du poids de la suspension de l'expérience et la réduction de la raideur du guidage linéaire. La diminution de raideur est faite par l'apposition de masses au somment d'un bras vertical pivotant. Celles-ci ont tendance à quitter la position centrale alors que la rigidité du guidage incite celui-ci à rejoindre la position centrale. Nous combinons alors ces deux effets pour atteindre une raideur minimale.

Dans un cadre plus large que celui de la thèse, deux autres systèmes ont été développés. Un permet de réaliser le déplacement en translation et en rotation (2R-2T) du circuit magnétique de l'expérience, dont la masse avoisine les 100 kg. Le deuxième système permet d'assurer deux tilts au comparateur de masse Mettler-Toledo, qui peut ainsi être aligné avec la verticale de manière ultra-précise.

Ajoutons que ce travail de thèse a été fructueux en termes de collaborations, avant tout, avec ME-TAS et les partenaires du projet BWM II, avec les ateliers mécaniques de l'EPFL et de METAS, puis avec certaines entreprises externes, notamment Mecartex. Nous avons aussi collaboré avec différents fournisseurs et puis également plusieurs étudiants et stagiaires. De même, une bonne coopération a eu lieu au sein du Laboratoire de Systèmes Robotiques.

#### 11.1.2 Enseignements tirés et contributions

Au niveau cinématique, nous relevons essentiellement trois points. D'abord, nous avons constaté et démontré que le guidage à 13 pivots possède un rapport optimal de longueur des bielles de liaison avec le levier d'asservissement. En effet, le choix judicieux des grandeurs relatives des deux liaisons entre le levier et les tables intermédiaire et de sortie amènent à un défaut de rectitude jusqu'à 3000 fois plus faible que ce qui est vu dans la littérature. Ensuite, le choix d'un mécanisme plan présente de nombreux avantages (§ 9.3), notamment le fait que la rectitude hors-plan ne dépend pas de la cinématique. Finalement, nous voyons qu'une cinématique parfaite n'est pas forcément meilleure, une fois construite, qu'une cinématique pseudo-rectiligne.

Concernant les simulations par éléments finis, nous avons mis en évidence un problème de calcul de rigidité. Celui-ci apparait lorsque des structures contenant des articulations flexibles élancées sont simulées. Nous constatons alors une rigidité calculée trop grande comparée à la rigidité réelle, d'un facteur généralement compris entre 1.5 et 3.

En termes de fabrication, nous avons constaté qu'un usinage monolithique présente de nombreux avantages notamment liés à l'usage du vide et de matériaux amagnétique. En effet, les pièces de jonction et de fixation sont sources d'impuretés magnétiques. La constance dans les qualités des matériaux peut poser des problèmes que l'on évite en recourant à un monobloc de matière.

Nous résumons les contributions apportées comme suit :

- Optimisation de la cinématique du mécanisme à 13 pivots avec un asservissement nouveau
- Établissement d'une formule générale simplifiée donnant la rectitude du mécanisme à 13 pivots
- Réalisation monolithique du mécanisme à 13 pivots entièrement par électroérosion à fil (articulations)
- Obtention d'une rectitude ultra élevée, meilleure que les prévisions les plus optimistes
- Conception et réalisation d'un guidage Sarrus à parallélogrammes très rectiligne
- Conception de deux systèmes de guidage d'ultra-haute précision amagnétiques et compatibles avec le vide
- Étude comparative qualitative et quantitative des deux systèmes de guidage
- Conception d'un système de compensation de la raideur des guidages
- Intégration originale du comparateur de masse dans le guidage à 13 pivots
- Contribution au développement et à l'intégration de la nouvelle balance de watt suisse

# 11.2 Perspectives

# 11.2.1 À court terme

Les perspectives futures de ce projet, à courte échéance, relatives principalement à l'intégration de la balance de watt sont décrites comme suit. L'entraînement va être assemblé au guidage linéaire.

#### 11.2. PERSPECTIVES

Les tests de régulation de vitesse vont être poursuivis. Puis, le système de positionnement de l'aimant va également être intégré.

Le système de tilts du comparateur de masse est actuellement en cours de fabrication, suite à quoi il sera intégré sur le guidage linéaire. La bobine quant à elle va être réalisée prochainement pour être disposée au sein du circuit magnétique.

Un chargeur de masse étalonnées et interchangeables est en cours de développement à l'EPFL. Le système de mesure de l'attitude de la bobine en temps réel sera intégré par la suite ainsi qu'une butée mécanique réglable disposée entre le module d'entraînement et le guidage linéaire, dont le but est de définir la position de la bobine durant la phase statique de l'expérience.

## 11.2.2 Å long terme

À plus long terme, différente perspectives sont envisagées en ce qui concerne le projet de balance de watt. Tout d'abord, il y a l'échéance de 2014, période à laquelle la Conférence générale des poids et mesures (CGPM) va avoir lieu. Les représentants des pays membres de la Convention du Mètre vont se retrouver afin de valider (ou de réfuter) l'approche de la balance de watt comme nouvelle définition du kilogramme. Dans un avenir plus lointain, il est possible d'imaginer une balance de watt commerciale, fabriquée en petite série selon un procédé répétable et qui serait vendue aux différents instituts de métrologie à travers le monde.

## 11.2.3 Améliorations

Le déplacement géométrique des articulations du guidage à 13 pivots, en fonction de l'angle de rotation, pourrait être pris en compte dans le développement cinématique. Le modèle reflèterait ainsi mieux la réalité. D'autres parts, il serait possible de réaliser un guidage à 13 pivots en respectant une cinématique optimale, telle que décrite au chapitre 6. Il semble possible d'obtenir une rectitude meilleure que celles présentées dans cette thèse. L'intégration de la mesure de rectitude et de position ainsi que de l'actionneur dans le mécanisme lui-même ferait l'objet d'une amélioration notable, de plus, en étant prise en compte très tôt dans la conception du système. L'allégement des composants peut être fait afin de réduire les effets de la gravité déformant la structure, tout en veillant à conserver des rigidités élevées. Une étude concernant la réduction de la taille du levier d'asservissement est également envisageable.

Le modèle d'erreurs cinématique du guidage Sarrus pourrait être intégré au modèle statique. Nous pourrions alors introduire des erreurs volontaires conduisant à une rectitude optimisée.

#### 11.2.4 Applications potentielles

Divers secteurs sont susceptibles de pouvoir tirer parti des performances des systèmes décrits dans cette thèse. Que ce soit pour leurs caractéristiques amagnétique, leur compatibilités dans le vide, leurs ultra-hautes rectitudes ou encore des déviations angulaire extrêmement faibles, les applications potentielles sont multiples.

Les guidages peuvent être employés en robotique d'ultra-haute précision, comme module linéaire de base.

En micro- et nano-électronique, les alignements de masques de gravage se font à des niveaux de précision toujours plus importants. Ainsi, l'emploi d'un guidage ultra-rectiligne a toutes raisons d'être.

En optique, certains éléments (lentilles, beam-splitters, coin-cubes, miroirs .. ) sont déplacés et mesurés avec une précision importante. On imagine donc facilement utiliser les guidage Sarrus ou 13 pivots pour réaliser ces déplacements, ainsi que pour de la profilométrie ou des mesures de très haute précision.

Les applications spatiales nécessitent l'emploi de guidage de précision avec des durées de vie très élevées, une absence totale d'entretien et une compatibilité au vide. Les guidages décrits ici revêtent toutes ces caractéristiques.

On peut encore entrevoir un usage pour des microperçages de précsion ou du prototypage par microstéréolithographie, pour ne donner que deux exemples.

# 11.3 Note finale

L'unité de masse, originellement le grave, devenue ensuite le gramme en 1793, puis le kilogramme deux ans après, trouve l'ébauche de sa définition actuelle en 1799. Du poids d'un volume d'eau, elle est passée au poids d'un étalon unique. Depuis, la définition du kilogramme n'a pas beaucoup évolué. En ce début de troisième millénaire, la technologie permet de rattacher la mesure de masse à une contante physique immuable. Ce besoin était déjà préssenti en 1747, comme en témoigne cette citation d'un académicien [Bigo01] :

Il n'y a qu'une mesure puisée dans le sein même de la nature, une mesure constante, inaltérable, vérifiable dans tous les temps, qui puisse par ces avantages arracher, pour ainsi dire, le consentement de tous les peuples, et réunir toutes les voix en sa faveur.

Cette thèse amène le lecteur d'une problèmatique de métrologie fondamentale à des considérations de mécanique, de cinématique et de géométrie, en soulevant des questions semblables de référence sur des thèmes différents (kilogramme, mouvement rectiligne) au travers d'un développement technique abouti.
### Annexe A

# Intégration de périphériques à la balance de Watt BWMII

### A.1 Intégration du comparateur de masse MT

Le comparateur de masse permet d'assurer que la force fournie par la bobine est la même que celle exercée par la masse étalon. Il est de forme prismatique et d'une dimension de 234.5 x 122 x 60  $mm^3$  (Fig. A.1). Une première originalité décrite ici est la disposition du comparateur de masse à l'intérieur de la table à 13 cols (Fig. A.2). Il est introduit au centre du guidage et se fixe grâce à une pièce de raccord. L'avantage d'une telle insertion est de pouvoir déplacer le comparateur de masse, configuration qui procure l'avantage principal de ne pas raccorder mécaniquement la suspension à chaque pesée, une fois au guidage, une fois au comparateur, en alternance. Cette façon de faire peut poser des problème de répétabilité de positionnement.

La seconde originalité décrite ici est un système développé au LSRO permettant le positionnement angulaire du comparateur de masse MT (Fig. A.3 et Fig. A.4). En effet, ce dernier présente une direction de fonctionnement définie. Il est important qu'il soit aligné précisément avec la verticale (§ 1.1.1). Le système de positionnement permet des rotations autour des deux axes horizontaux de  $\vartheta x$ ,  $\vartheta y = \pm 2.5 \ mrad$ . Il n'induit pas de translations parasites, au niveau de la sortie du comparateur de masse, car les axes de rotations du système coïncident avec ceux du cardans de sortie (Fig. A.3 7). Une des rotations est assurée par des pivots à lames croisées et la seconde est faite grâce à un pivots à centre de rotation déporté (RCC).

Les efforts passant au travers du système sont le poids du comparateur de masse (14.5 N), de la suspension (12 N) et de la partie mobile du guidage (24 N). Le système est motorisable, c'est-à-dire il est possible de fixer des moteurs pas-à-pas (5) pour automatiser le déplacement selon les deux tilts. Les moteurs entraînent des vis différentielles à pas fins (9) au travers d'écrous (8) par l'intermédiaire d'un moyeux carré (10). La résolution des vis différentielles est de 50  $\mu m$  par tour, ce qui correspond à une résolution angulaire de 300  $\mu rad$  par tour. Les moteurs sont amovibles. Il est donc possible de les retirer une fois l'orientation optimale déterminée, afin de ne laisser sur le dispositif mobile que des matériaux amagnétiques. Une fois la position du comparateur de masse fixée, celui-ci est maintenu en place de manière rigide par des lames de verrouillage (11).



FIGURE A.1 – Dimensions extérieurs du comparateur de masse MT.



FIGURE A.2 – Intégration du comparateur de masse MT dans le guidage linéaire à 13 cols. Il vient se loger au coeur du guidage dans un espace prévu à cet effet. Une pièce de fixation réalise l'interface.



FIGURE A.3 – Système de réglage double tilt du comparateur de masse MT. 1) comparateur de masse, 2) pièce de fixation sur le guidage 13 cols, 3) pièce intermédiaire à rotation RCC, 4) pièce de fixation sur le comparateur de masse, 5) moteurs pas-à-pas, 6) câble d'entraînement du système, 7) cardan de sortie du comparateur de masse, 8) écrous à pas fin, 9) vis différentielles, 10) moyeux carrés d'entraînement de la vis diff., 11) lames de verrouillage.

### 134 ANNEXE A. INTÉGRATION DE PÉRIPHÉRIQUES À LA BALANCE DE WATT BWMII



FIGURE A.4 – Vue de conception du système double tilt permettant le réglage en position angulaire du comparateur de masse MT.



FIGURE A.5 – Schéma du système de réglage à double tilt et double translation de l'aimant de la balance de watt BWM II. Le système est constitué de 3 étages reliés par deux couples de billes. Une paire de billes permet une translation et une rotation.

### A.2 Système de positionnement du circuit magnétique

Nous décrivons un système développé au LSRO afin de pouvoir déplacer et orienter le circuit magnétique. Il s'agit de centrer la bobine au milieu du champ magnétique pour éviter des efforts parasites (§ 1.1.1). Le circuit magnétique est un cylindre métallique de 270 mm de diamètre et de 250 mm de hauteur. Sa masse est d'environ 100 kg. Les courses désirées sont de  $\pm 2mm$  en translation et de  $\pm 0.5^{\circ}$  en rotation. Le cylindre doit être facilement déplaçable et les 4 DDL sont totalement découplés. Une fois la position fixée, l'aimant est maintenu en place de manière rigide. Le principe cinématique adopté est illustré schématiquement en Fig. A.5. Trois étages sont reliés par deux paires de billes. Chaque couple de billes permet une translation par roulement et une rotation par glissement. Les billes sont en oxyde de zirconium. Elles mesurent 30 mm de diamètre.

La Fig. A.6 montre une vue CAO du dispositif développé au LSRO. L'étage intermédiaire (en vert) a une forme telle que les deux axes de rotation sont coplanaires et passent par le centre magnétique de l'aimant (en gris). Cependant, le centre de masse du mobile est situé en dessous des axes de rotation, de manière à rester stable. Le réglage de la position se fait par avance des vis différentielles reliées à un parallélogramme (pour la translation) et à un pivot (pour la rotation) disposés en série. En sortie du pivot se trouvent deux *bras-cardans* à lames qui imposent un déplacement selon la normale à la surface de l'aimant, mais ne bloquent pas l'action des autres bras de réglage. Les pièces de fixation (en rouge) sont flexibles et servent à verrouiller la position préalablement réglée.

### A.3 Suspension de la bobine électromagnétique

La Fig. A.7 montre une vue de conception de la suspension de la balance de watt BWM II. C'est elle qui supporte la bobine et la masse test étalonnée. Elle est reliée à son extrémité supérieure à la



FIGURE A.6 – Vue de conception du système de réglage à double tilt et double translation de l'aimant de la balance de watt BWM II. Les systèmes latéraux de réglage permettent le positionnement fin et le verrouillage de la position. Des vis différentielles offrent un résolution de 50 µm par tour pour une course de  $\pm 2 mm$  en translation et de 440 µrad par tour pour une course de  $\pm 0.5^{\circ}$  ( $\pm 8.7 mrad$ ) en rotation.



FIGURE A.7 – Vue de conception de la suspension de la balance de watt BWM II. Le tube supérieur est fixé à la sortie du comparateur de masse et la bobine est logée à l'intérieur du circuit magnétique. L'étrier supportant la masse test étalonnée est attaché sous le tube inférieur. N. B. : L'étrier n'est pas représenté sur cette vue.

sortie du comparateur de masse. Elle est composée des matériaux suivants :

- Cardan en aluminium flexible (usinage monolithique),  $\rho = 2.17~g/cm^3$ , E = 72 GPa
- Tubes et Rosace en fibre de verre (HGW37 de ABB),  $\rho = 1.85 \, g/cm^3$ , E = 24 GPa
- Anneaux en zerodur collés de part et d'autre de la bobine,  $\rho = 2.53 \ g/cm^3$ ,  $E = 91 \ GPa$
- Bobine autoportante en cuivre dans une matrice de polymère (stycast ou backlack)
- Tiges en duran,  $\rho = 2.23 \ g/cm^3$ ,  $E = 64 \ GPa$ .

Le développement de la suspension est principalement fait par METAS et des simulations par éléments finis sont exécutées au LSRO. Les simulations concernent en premier lieu l'élongation verticale apparaissant lors des différents cas de charge (phases de l'expérience : statique avec masse, statique sans masse et dynamique). Une élongation maximale de 12  $\mu m$  est constatée.

### A.4 Montage de la balance de watt METAS II

La photographie de la Fig. A.8 montre la balance de watt METAS II en l'état actuel. Sont intégrés le guidage rectiligne, la cellule de pesée, le système de réglage de position du circuit magnétique ainsi qu'une table permettant de tilter le guidage selon les 2 axes horizontaux.



FIGURE A.8 – Photographie de la balance de watt METAS II en l'état actuel. Sont intégrés le guidage rectiligne, la cellule de pesée, le système de réglage de position de l'aimant ainsi qu'une table permettant de tilter le guidage selon les 2 axes horizontaux. (photographie : Ali Eichenberger)

### Annexe B

# Formule de rectitude du guidage à 13 pivots

Cette annexe présente la formule complète du défaut de rectitude du guidage à 13 pivots, telle que calculée à la section 6.1. Comme le lecteur pourra s'en apercevoir, la formulation déterminée est trop lourde pour une utilisation aisée. Ainsi, une simplification est réalisée par un développement limité de Taylor au cinquième ordre pour les quatre variables, autour du point nul (cf. § 6.4). Les variables sont :

- a : la demi-longueur du levier d'asservissement
- $-\,$ b: la longueur de la bielle de liaison arrière
- -c:la longueur de la bielle de liaison avant
- -s : la position verticale de l'organe terminal

La formule simplifiée permet aisément de montrer que le défaut de rectitude est minimisé pour un rapport d'asservissement  $R_{asser} = \frac{c}{b} = \frac{1}{2}$ .

$$\begin{split} & \varepsilon_{rect}(a, b, c, s) = \\ & \left[e^{2} - \frac{s^{2}}{4} - \left[\frac{\sqrt{\left[-4a^{2} + (2a - c)^{2} - (c - s)^{2}\right]\left(4a^{2} - (2a + c)^{2} + (c - s)^{2}\right)}{2(8a^{2} + 2(c - s)^{2})}a + \frac{b}{2} - \frac{c}{8} - \frac{(4a^{2} - c^{2})(c - s)}{4(8a^{2} + 2(c - s)^{2})} + \left[e^{2} - b^{2}\right]\left[\frac{\sqrt{\left[-4a^{2} + (2a - c)^{2} - (c - s)^{2}\right]\left(4a^{2} - (2a + c)^{2} + (c - s)^{2}\right)}{8a^{2} + 2(c - s)^{2}}a + b - \frac{c}{4} - \frac{(4a^{2} - c^{2})(c - s)}{2(8a^{2} + 2(c - s)^{2})} + \frac{s}{4}\right]\right]/ \\ & \left[2\left[\frac{(4a^{2} - c^{2})a}{8a^{2} + 2(c - s)^{2}} - \frac{3a}{2} + \frac{\sqrt{\left[-4a^{2} + (2a - c)^{2} - (c - s)^{2}\right]\left(4a^{2} - (2a + c)^{2} + (c - s)^{2}\right)}}{2(8a^{2} + 2(c - s)^{2})}a + b - \frac{c}{4} - \frac{(4a^{2} - c^{2})(c - s)}{2(8a^{2} + 2(c - s)^{2}} + \frac{s}{4}\right]^{2}\right] - \frac{3s}{8} + \left(\left[\frac{(4a^{2} - c^{2})a}{8a^{2} + 2(c - s)^{2}} - \frac{3a}{2} + \frac{\sqrt{\left[-4a^{2} + (2a - c)^{2} - (c - s)^{2}\right]\left(4a^{2} - (2a + c)^{2} + (c - s)^{2}\right)}}{2(8a^{2} + 2(c - s)^{2})}\right] \\ & \left(\left[(a + b)^{2} - \left[\frac{(4a^{2} - c^{2})a}{8a^{2} + 2(c - s)^{2}} - \frac{3a}{2} + \frac{\sqrt{\left[-4a^{2} + (2a - c)^{2} - (c - s)^{2}\right]\left(4a^{2} - (2a + c)^{2} + (c - s)^{2}\right)}}{2(8a^{2} + 2(c - s)^{2})}}\right] + b - \frac{c}{4} - \frac{(4a^{2} - c^{2})(c - s)}{2(8a^{2} + 2(c - s)^{2})} = -\left[\frac{\sqrt{\left[-4a^{2} + (2a - c)^{2} - (c - s)^{2}\right]\left(4a^{2} - (2a + c)^{2} + (c - s)^{2}\right)}}{2(8a^{2} + 2(c - s)^{2})}}\right] \\ & \left[\left(a + b\right)^{2} - \left[\frac{(4a^{2} - c^{2})a}{8a^{2} + 2(c - s)^{2}} - \frac{3a}{2} + \frac{\sqrt{\left[-4a^{2} + (2a - c)^{2} - (c - s)^{2}\right]\left(4a^{2} - (2a + c)^{2} + (c - s)^{2}\right)}}{2(8a^{2} + 2(c - s)^{2})}}\right] + b - \frac{c}{4} - \frac{(4a^{2} - c^{2})(c - s)}{2(8a^{2} + 2(c - s)^{2}} + \frac{s}{4}\right]^{2}\right] \\ & \left[\left(\frac{\sqrt{\left[-4a^{2} + (2a - c)^{2} - (c - s)^{2}\right]\left(4a^{2} - (2a + c)^{2} + (c - s)^{2}\right)}{2(8a^{2} + 2(c - s)^{2}}}\right)}\right] + \left[\frac{\sqrt{\left[\left(-4a^{2} + (2a - c)^{2} - (c - s)^{2}\right)\left(4a^{2} - (2a + c)^{2} + (c - s)^{2}\right)\left(c - s)\right)}{2(8a^{2} + 2(c - s)^{2}\right)}}\right] + b - \frac{c}{4} - \frac{\left[\left(4a^{2} - c^{2}\right)(c - s)}{2(8a^{2} + 2(c - s)^{2}} + \frac{s}{4}\right)^{2}\right]}{2}\right]}\right] \right]} \\ \\ & \left[\frac{\sqrt{\left[\left(-4a^{2} + (2a - c)^{2} - (c - s)^{2}\right)\left(4a^{2} - (2a + c)^{2} - (c - s)^{2}\right)\left(4a^{2} - (2a$$

$$\begin{cases} a^2 - \frac{s^2}{4} + \left[ \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{16a^2 + 4(c - s)^2} \frac{a}{2} + \frac{b}{2} - \frac{c}{8} - \frac{(4a^2 - c^2)(c - s)}{32a^2 + 8(c - s)^2} + \frac{c}{4} \right] \\ \left( \left[ (a^2 - b^2) \left( \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{8a^2 + 2(c - s)^2} \frac{a}{2} + \frac{b}{2} - \frac{c}{8} - \frac{(4a^2 - c^2)(c - s)}{16a^2 + 4(c - s)^2} + \frac{s}{4} \right] \right) / \\ \left( 2 \left[ \frac{(4a^2 - c^2)a}{8a^2 + 2(c - s)^2} - \frac{3a}{2} + \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{16a^2 + 4(c - s)^2} \frac{a}{2} + \frac{b}{2} - \frac{c}{4} - \frac{(4a^2 - c^2)(c - s)}{16a^2 + 4(c - s)^2} \right] \right)^2 + \\ 2 \left[ \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{8a^2 + 2(c - s)^2} \frac{a}{2} + \frac{b}{2} - \frac{c}{4} - \frac{(4a^2 - c^2)(c - s)}{16a^2 + 4(c - s)^2} + \frac{s}{4} \right)^2 \right] - \\ \frac{3s}{8} + \left[ \left( \frac{(4a^2 - c^2)a}{8a^2 + 2(c - s)^2} - \frac{3a}{2} + \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{16a^2 + 4(c - s)^2} \right) \right] \\ \left( \left[ (a + b)^2 - \left( \frac{(4a^2 - c^2)a}{8a^2 + 2(c - s)^2} - \frac{3a}{2} + \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{16a^2 + 4(c - s)^2} \right] \right] + \\ \left( \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{8a^2 + 2(c - s)^2} - \frac{3a}{2} + \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{16a^2 + 4(c - s)^2} \right) \right] + \\ \left( \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{8a^2 + 2(c - s)^2} - \frac{3a}{2} + \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{16a^2 + 4(c - s)^2} \right) + \\ \left( \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{8a^2 + 2(c - s)^2} - \frac{3a}{2} + \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{16a^2 + 4(c - s)^2} \right) + \\ \\ \left( \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{8a^2 + 2(c - s)^2} - \frac{3a}{2} + \frac{\sqrt{(-4a^2 + (2a - c)^2 - (c - s)^2)(4a^2 - (2a + c)^2 + (c - s)^2)}}{16a^2 + 4(c - s)^2} \right) \right) + \\ \\ \left( 2 \left( \frac{(4a^2 - c^2)a}{8a^2 + 2(c - s)^2} - \frac{3a}{2} + \frac{\sqrt{(-4a^$$

Taylor 5<sup>ème</sup>ordre

$$\varepsilon_{rect}(a, b, c, s) \approx \frac{(b - 2c)s^5}{64a^3bc}$$

### Bibliographie

- [Bach03] J.-P. Bacher, Conception de robots de très haute précision à articulations flexibles : interaction dynamique-commande. Thèse EPFL N° 2907, 2003.
- [Beck03] P. Becker, Tracing the definition of the kilogram to the Avogadro constant using a silicon single crystal, in Metrologia, Braunschweig, Germany, 2003.
- [Beer01] W. Beer, A. L. Eichenberger, B. Jeanneret, B. Jeckelmann, P. Richard, H. Schneiter, A. R. Pourzand, A. Courteville, R. Dändliker, *The OFMET Watt Balance : Progress Report*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurment, Vol. 50, N° 2, April 2001.
- [Ben02] H. Ben Ahmed, M. Antunes, P.-E. Cavarec, J. Lucidarme, B. Multon, L. Prévond, B. Salamand, Generalités sur les Actionneurs Linéaires, Projet CNRS n° 8029, 2002.
- [Bigo01] G. Bigourdan, Le système métrique des poids et des mesures, Paris, 1901
- [Bord05] C. Bordé, Base Units of the SI, Fundamental Constants and Modern Quantum Physics, Phil. Trans. R. Soc. A Vol. 363, pp. 2177 - 2201, 2005.
- [Boud06] E. Boudreault, Conception de Préhenseurs Sous-actionnés avec Articulations Déformables, Mémoire, Faculté des Sciences et de Génie, Université de Laval, Québec, 2006
- [Brya08] J. Bryant, C. Sangwin, How Round Is Your Cicrle, Where Engineering and Mathematics Meet, Princeton University Press, 2008.
- [Camp03] M. Van Camp, T. Camelbeeck et P. Richard, Le kilogramme, la constante de Planck et le soulèvement de l'Ardenne, Physicalia Magazine, n° 25, pp. 161-174, Sept. 2003.
- [Cosa11] F. Cosandier, V. Chatagny, A. Eichenberger, H. Baumann, R. Clavel, Optimizing the Design of the 13-Hinge Rectilinear Stage for High Straightness Translation, 13th World Congress in Mechanism and Machine Science IFTOMM, Guanajuato, México, June 2011.
- [Cour00] A. Courteville, Y. Salvadé, R. Dändliker, High-precision velocimetry : optimization of a Fabry-Perot interferometer, Applied Optics, Vol. 39, N° 10, April 2000.
- [Dess11] O. Dessibourg, Le Kg aura-t-il enfin son juste poids?, in Le Temps, Mardi 11 octobre 2011.
- [Eich03] A. Eichenberger, B. Jeckelmann and P. Richard. Tracing Planck's constant to the kilogram by electromechanical methods, Metrologia 40, 2003.
- [Eich09] A. Eichenberger, G. Genevès, and P. Gournay, Determination of the Planck constant by means of a watt balance, in Eur. Phys. J. Special Topics n° 172, pp. 363-383, 2009.
- [Eich11] A. Eichenberger, H. Baumann, B. Jeanneret, B. Jeckelmann, P. Richard, W. Beer, Determination of the Planck constant with the METAS watt balance, Metrologia 48, 2011.

- [Frac02] M. Fracheboud, F. Meli, S. Bottinelli, J.-M. Breguet, R. Clavel, Palpeur à 3 degrés de liberté pour machine à mesurer par coordonnées avec une résolution de 5 nm, Journées de Microtechnique, EPFL, Lausanne, Suisse, 2002.
- [Garo03] F. Garoi, J. Winterflood, L. Ju, J. Jacob, and D. G. Blair, Passive vibration isolation using a Roberts linkage, Review Of Scientific Instruments Vol. 74, Num 7 July 2003.
- [Gene00] P. Genequand, M. Bogdanski, I. Kjelberg, Elements Flexibles Usinés pour Applications Microtechniques, Bulletin SSC N° 33, 2000.
- [Gene05] G. Genevès, P. Gournay, A. Gosset, M. Lecollinet, F. Villar, P. Pinot, P. Juncar, A. Clairon, A. Landragin, D. Holleville, F. Pereira Dos Santos, J. David, M. Besbes, F. Alves, L. Chassagne, S. Topçu. *The BNM Watt Balance Project.* IEEE Transactions on Instrumentation and Measurment, Vol. 54, N<sup>o</sup>. 2, April 2005.
- [Gene07] G. Geneves, P. Gournay, F. Villar, P. Pinot, P. Juncar, M. Lecollinet, L. Chassagne, A. Clairon, A. Landragin, D. Holleville, F. Pereira Dos Santos, J. David, M. Besbes, F. Alves, S. Topcu, D. Haddad, A. Gosset, Z. Silvestri, P.-A. Meury, T. Madec, S. Mace, La balance du watt : vers une nouvelle définition de l'unité de masse?, Revue française de métrologie, n° 9, pp. 3-34, 2007.
- [Gill97] A. D. Gillespie, K. Fujii, D. B. Newell, P. T. Olsen, A. Picard, R. L. Steiner, G. N. Stenbakken, and E. R. Williams, Alignment Uncertainties of the NIST Watt Experiment, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 46, no. 2, April 1997.
- [Gupt12] S.V. Gupta, Unit of Mass and Standards of Mass, Mass Metrology, Springer Series in Materials Science Vol. 155, 2012.
- [Hadd06] D. Haddad, L. Chassagne, P. Juncar, S. Topçu, M. Wakim, Y. Alayli, Position and velocity control at the nanometric scale in the LNE watt balance, Revue Française De Métrologie n° 6, Vol. 06-2, 2006.
- [Hadd09] D. Haddad, P. Juncar, G. Genevès, M. Wakim, Gaussian Beams and Spatial Modulation in Nanopositioning, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 58, No. 4, April 2009.
- [HanB10] B. Han, Q. He, Z. Zhang, Z. Li, C. Li, The Magnetic System of Joule Balance in NIM, 2010 Conference on Precision Electromagnetic Measurements, Daejeon Convention Center, Daejeon, Korea, June 13-18, 2010.
- [Hene00] S. Henein, Conception des Structures Articulées à Guidages Flexibles de Haute Précision, Thèse EPFL N° 2194, 2000.
- [Hene01] S. Henein, Conception des Guidages Flexibles, Collection Meta, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 2001.
- [Hene04] S. Henein, P. Spanoudakis, P. Schwab, L. Giriens, L. Lisowski, E. Onillon, L. I. Myklebust, Mechanical slit mask mechanism for the James Webb Space Telescope spectrometer, SPIE Astronomy Conference, Glasgow, Scotland, June 2004.
- [Hene12] S. Henein, Short Communication : Flexure delicacies, in Mech. Sci., 3, pp. 1-4, 2012
- [Jabb09] Z. J. Jabbour, P. Abbott, E. Williams, R. Liu, V. Lee, Linking Air and Vacuum Mass Measurement by Magnetic Levitation, Metrologia N° 46, pp. 339-344, 2009.
- [Jeck01] B. Jeckelmann, B. Jeanneret, The quantum Hall effect as an electrical resistance standard, in Rep. Prog. Phys. 64 pp.1603-1655, 2001.

- [Jeon87] D.-K. Jeong, G. Borriello, D. A. Hodges, A. H. Katz, Design of PLL-Based Clock Generation Circuits, IEEE Journal of Solid-state Circuits, Vol. 22, N° 2, April 1987.
- [Jens02] B. D. Jensen L. L. Howell, The modeling of cross-axis flexural pivots, Mechanism and Machine Theory 37, pp. 461-476, 2002.
- [John88] M. G. Johnson, E. L. Hudson, A Variable Delay Line PLL for CPU- Coprocessor Synchronization, IEEE Journal of Solid-state Circuits, Vol. 23. N° 5, Oct. 1988.
- [Jone51] R.V. Jones, Parallel and Rectilinear Spring Movements. Sci. Insrtum., Vol. 28, 38-41, 1951.
- [Jone56] R.V. Jones, Some Parasitic Deflexions in Parallel Spring Movements. Sci. Insrtum., Vol. 33, 11-15, 1956.
- [Jone62] R.V. Jones, Some Uses of Elasticity in Instrument Design. Sci. Insrtum., Vol. 39, 193-203, 1962.
- [Kaja09] H. Kajastie, K. Riski and A. Satrapinski, Mass determination with the magnetic levitation method - proposal for a new design of electromechanical system, Metrologia 46, pp. 298-304, 2009.
- [Kato84] T. Katoh, N Tsuda and M. Sawabe, One Piece Compound Parallel Spring with Reduction Flexure Levers, Bull. Japan Soc. Of Prec. Engg, Vol. 18, N° 4, 1984.
- [Kemp77] A. B. Kempe, How to Draw a Straight Line : A Lecture on Linkages, Nature Series, London, U.K., 1877.
- [Kibb79] B. P. Kibble and G. J. Hunt, A Measurement of the Gyromagnetic Ratio of the Proton in a Strong Magnetic Field, in Metrologia n° 15, pp. 5-30, 1979.
- [Klit86] K. von Klitzing, The quantized Hall effect, in Rev. Mod. Phys.Vol. 58, pp. 519-531, Jul. 1986.
- [Koet83] T. Koetsier, A Contribution to the History of Kinematics II : the Work of English Mathematicians on Linkages during the Period 1869-78, Mechanism and Machine Theory Vol. 18, N° 1, pp. 43-48, 1983.
- [Leij86] H. M. van Leijenhorst et al., Fine-adjusting Device for Accurate Positioning an Adjusting Element, United States Patent, March 1986.
- [Lemo73] E. Lemoine, Note Sur Le Losange Articulé Du Commandant Du Génie Peaucellier, Destiné A Remplacer Le Parallélogramme De Watt, J. Phys. Theor. Appl. Vol. 2, N° 1, 1873.
- [LiC10] C. Li, Q. He, Z. Zhang, Z. Li, B. Han, The Balance System Of Joule Balance In NIM, 2010 Conference on Precision Electromagnetic Measurements, Daejeon Convention Center, Daejeon, Korea, June 13-18, 2010.
- [Lips05] H. Lipson, How to Draw a Straight Line Using a GP : Benchmarking Evolutionary Design Against 19th Century Kinematic Synthesis, Cornell University, Ithaca NY, USA, 2004.
- [LiS12] S. Li, B. Han, Z. Li, J. Lan, Precisely measuring the Planck constant by electromechanical balances, Measurement n° 45, 2012.
- [Mehd12] H. Mehdigholi, S. Akbarnejad, Optimization of Watt's Six-bar Linkage to Generate Straight and Parallel Leg Motion, Int J Adv Robotic Sys, Vol. 9, 2012.
- [Meki00] S. Mekid, *High precision linear slide*. Part I: design and construction, International Journal of Machine Tools & Manufacture 40 pp. 1039-1050, 2000.

- [Mohr05] P. J. Mohr, B. N. Taylor, CODATA recommended values of the fundamental physical constants : 2002, Reviews of Modern Physics, Vol. 77, Jan. 2005.
- [Niar03] T.-F. Niaritsiry, N. Fazendat and R. Clavel, Simulation Analysis of the Sources of Inaccuracy of a Parallel Manipulator, International Conference on Robotics, Intelligent Systems and Signal Processing Changsha, China, October 2003.
- [Niar06] T.-F. Niaritsiry, Optimisation de la conception du robot parallèle delta cube de très haute précision, Thèse EPFL N° 3567, 2006.
- [Noll73] H. Nolle, Linkage Coupler Curve Synthesis : A Historical Review I. Developments up to 1875, Mechanism and Machine Theory, Vol. 9, pp. 147-168, 1973.
- [Noll74] H. Nolle, Linkage Coupler Curve Synthesis : A Historical Review II. Developments after 1875, Mechanism and Machine Theory. Vol. 9, pp. 325-349, 1974.
- [Noll75] H. Nolle, Linkage Coupler Curve Synthesis : A Historical Review III. Spatial Synthesis and Optimization, Mechanism and Machine Theory, Vol. 10, pp. 41-55, 1975.
- [Patu06] G. Paturel et J. Flahaut, *De la balance de Cavendish à la balance du Watt*, Observatoire de Lyon et Comité de Liaison Enseignants et Astronomes (CLEA), 2006.
- [Pern97] E. Pernette, S. Henein, I. Magnani, R. Clavel, Design of parallel robots in microrobotics, Robotica Vol. 15, pp 417-420, 1997.
- [Pham05] H.-H. Pham, I.-M. Chen, Stiffness modeling of flexure parallel mechanism, Precision Engineering 29, pp. 467-478, 2005.
- [Pica07] A. Picard, M. Stock, H. Fang, T. J. Witt, D. Reymann, The BIPM Watt Balance, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurment, Vol. 56, N° 2, April 2007.
- [Rage07] F. J. Ragep, Copernicus and his Islamic Predecessors : Some Historical Remarks, in. History of Science, vol. 45, Part 1, p.65-81, 2007.
- [Robi07] I. A. Robinson and B. P. Kibble, An initial measurement of Planck's constant using the NPL Mark II watt balance, in Metrologia 44, pp. 427-440, 2007.
- [Sang08] C. J. Sangwin, Revisiting James Watt's linkage with implicit functions and modern techniques, Mathematics Magazine, Vol. 81, No. 2, Apr. 2008.
- [Silv05] Z. Silvestri, Caractérisation Physico-chimique de Surface des Étalons de Masse, Thèse du Conservatoire National des Arts et Métiers, 2005.
- [Smit87] S. T. Smith, D. G. Chetwynd, D. K. Bowen, Design and assessment of monolithic high precision translation mechanisms, J. Phys. E : Sci. Instrum. 20, 1987.
- [Span03] P. Spanoudakis, P. Schwab and P. Johnson, Design and Production of the METOP Satellite IASI Corner Cube Mechanisms, Proceedings of the 10th European Space Mechanisms & Tribology Symposium, San Sebastian, Spain, 2003.
- [Stas05] R. B. Staszewski, J. L.Wallberg, S. Rezeq, C.-M. Hung, O. E. Eliezer, S. K. Vemulapalli, C. Fernando, K. Maggio, R. Staszewski, N. Barton, M.-C. Lee, P. Cruise, M. Entezari, K. Muhammad, D. Leipold, All-Digital PLL and Transmitter for Mobile Phones, IEEE Journal of Solid-state Circuits, Vol. 40, N° 12, Dec. 2005.
- [Stei97] R. L. Steiner, A. D. Gillespie, K. Fujii, E. R. Williams, D. B. Newell, A. Picard, G. N. Stenbakken, P. T. Olsen, *The NIST Watt Balance : Progress Toward Monitoring the Kilogram*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurment, Vol. 46, N° 2, April 1997.

- [Stei05] R. L. Steiner, E. R. Williams, D. B. Newell, R. Liu, Towards an electronic kilogram : an improved measurement of the Planck constant and electron mass, in Metrologia 42, pp. 431-441, 2005.
- [Sutt09] C. M. Sutton, An oscillatory dynamic mode for a watt balance, in Metrologia 46, pp. 467-472, 2009.
- [Tche78] P. L. Tchebychev, Sur les Parallélogrammes les Plus Simples, Symétriques Autour d'un Axe, Août 1878.
- [Trea05] B. P. Trease, Y.-M. Moon, S. Kota, Design of Large-Displacement Compliant Joints, Journal of Mechanical Design, Vol. 127, pp. 788-798, July 2005.
- [Vill06] F. Villars, G. Genevès, J. David, P. Juncar, P. Pinot, Balance du Watt Française : Conception et Réalisation d'un Système de Guidage par Éléments Flexibles (partie 1), in Contrôles-Essais-Mesures, pp. 75-77, Avril 2006.
- [Vill08] F. Villars, Concéption, Réalisation et Caractérisation de Systèmes Mécaniques pour l'Expérience Française de la Balance du Watt, Thèse du Conservatoire National des Arts et Métiers, 2008.
- [Waki08] M. Wakim, Contrôle de la position et de la vitesse d'une masse à l'échelle nanométrique : application à la balance du watt du LNE, Thèse Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines, 2008.
- [Whit88] G. White, Epicyclic Gears Applied to Early Steam Engines, Mech. Mach. Theory Vol. 23, No. 1, pp. 25-37, 1988.
- [Witt48] W. H. Wittrick, The Theory of Symmetrical Crossed Flexure Pivots, in Aust. J. Sci. Res., Vol. 1, 1948.
- [Wund78] W. Wunderlich, Approximate Optimization of Watt's Straight-Line Mechanism, Mechanism and Machine Theory, Vol. 13, pp. 155-160, 1978.
- [XuG96] G. Xu and L. Qu, Some Analytical Problems of High Performance Flexure Hinge and Micromotion Stage Design, Proceedings of The IEEE International Conference on Industrial Technology, 771-775, 1996.
- [Zele02] S. Zelenika, F. De Bona, Analytical and experimental characterisation of high-precision flexural pivots subjected to lateral loads, Precision Engineering, Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology 26, pp. 381-388, 2002.
- [Zele09] S. Zelenika, M. Gh. Munteanu, F. De Bona, Optimized flexural hinge shapes for microsystems and high-precision applications, Mechanism and Machine Theory, 44, pp. 1826-1839, 2009.
- [Zha08a] J.-S. Zhao, F. Chu, Z.-J. Feng, Synthesis of Rectilinear Motion Generating Spatial Mechanism With Application to Automotive Suspension, Journal of Mechanical Design, Vol. 130, 2008.
- [Zha08b] J.-S. Zhao, F. Chu, Z.-J. Feng. Mobility of Spatial Parallel Manipulators, Parallel Manipulators, towards New Applications, Huapeng Wu (Ed.), ISBN : 978-3-902613-40-0, InTech, 2008.
- [Zhao09] J.-S. Zhao, F. Chu, Z.-J. Feng, S. Zhao, Synthesis of a Rear Wheel Suspension Mechanism With Pure Rectilinear Motion, Journal of Mechanical Design, Vol. 131, Oct. 2009.

- [Zhao10] J.-S. Zhao, L. Lib, L. Chenb, Y. Zhang, The concept design and dynamics analysis of a novel vehicle suspension mechanism with invariable orientation parameters, Vehicle System Dynamics Vol. 48, N° 12, pp. 1495 - 1510, December 2010.
- [Zhan10] Z. Zhang, Q. He, Z. Li, Y. Lu, J. Zhao, B. Han, C. Li, S. Li, Y. Fu, The Progress Of Joule Balance in NIM, 2010 Conference on Precision Electromagnetic Measurements, Daejeon Convention Center, Daejeon, Korea, June 13-18, 2010.
- [Zhan11] Z. Zhang, Q. He, Z. Li, Y. Lu, J. Zhao, B. Han, Y. Fu, C. Li, S. Li, Recent Development on the Joule Balance at NIM, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurment, Vol. 60, N° 7, July 2011.

## Curriculum Vitae

Florent Cosandier

Rue de l'Ecluse 7 2000 Neuchâtel (NE) Suisse Florent.Cosandier@gmail.com Nationalité : Suisse Né le 26 mai 1984 Etat civil : célibataire



### Formation

- 11/09-12/12 **EPFL Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne** (Suisse), Ecole doctorale, Manufacturing Systems and Robotics
- 09/05-04/07 **EPFL -** M.Sc. en micotechnique, specialisation : microtechnologies biomedicales; développement d'algorithmes pour implants cochléaires **à l'Université chinoise de Hong Kong**
- 09/02-07/05 **EPFL -** B.Sc. en micotechnique

### Experience professionelle

04/08-11/12 **EPFL - Laboratoire de Systèmes Robotiques** (LSRO2); assistant de recherche, Prof. Reymond Clavel

#### Compétences

- Langues : Français (langue maternelle), Anglais (courant), Allemand (courant), Espagnol (notions de base)
- Logiciels : Matlab, Mathematica, LabView, SolidWorks, Comsol, Photoshop, Illustrator, Blender, Office

### Publications

- H. Baumann, Ch. Beguin, R. Clavel, F. Cosandier, A. Eichenberger, B. Jeckelmann, D. Reber and D. Tommasini. *The New Watt Balance Experiment at METAS*, World Congress Metrology for Green Growth (IMEKO), Busan, Republic of Korea, Sept. 2012.
- M. Tschudi, M. Bouri, F. Cosandier and R. Clavel. Development of an inclined motors Delta Direct Drive robot : comparison study, The 43rd Intl. Symp. on Robotics (ISR2012), Taipei, Taiwan, Aug. 2012.

- F. Cosandier, V. Chatagny, A. Eichenberger, H. Baumann and R. Clavel. Optimizing the Design of the 13-Hinge Rectilinear Stage for High Straightness Translation, 13th World Congress in Mechanism and Machine Science (IFTOMM), Guanajuato, Mexico, June, 2011.
- F. Cosandier, C. Canales, G. Boetsch and R. Clavel. Absolute and high precision 3 degrees of freedom position sensor, Proceedings of the Eurosensors XXIII conference, Lausanne, Switzerland, Sept. 2009.
- C. Canales, F. Cosandier, G. Boetsch, V. Chatagny, J.H. Lee, G. Bringout and R. Clavel, A complete manipulation platform for characterization of microcomponents. Proc. of SPIE Vol. 7266, 2008.

### Activitiés extra-professionelles

- 02/11 Exposition de photographie panoramique Les Panos, galerie La Golée, Auvernier, Suisse
- 2001 President de la société d'étudiants du Lycée Denis-de-Rougemont, Neuchâtel, Suisse : levée de fonds, recherche de sponsors, organisation d'événements

### Intérêts

- Snowboard, wakeboard
- Badminton
- Photographie, animation 3D, infographie