

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Etude d'une antenne octaédrique pour la localisation de sources sonores compétitives.

Patrick Marmaroli¹, Xavier Falourd¹, Hervé Lissek¹

¹EPFL LEMA patrick.marmaroli@epfl.ch

L'environnement industriel ou urbain peut être composé de nombreuses sources nuisibles compétitives. Les stratégies optimales pour réduire le bruit nécessitent en amont une connaissance la plus précise possible des caractéristiques acoustiques et physiques de ces sources. Ce document propose une méthode pour localiser et estimer la puissance acoustique de plusieurs sources de bruit simultanément. Par opposition aux méthodes les plus classiques impliquant des microphones directifs ou des systèmes d'antennerie dit à formation de voie pour lesquels les performances dépendent fortement de la qualité et/ou du nombre de microphones utilisés (généralement important), nous utiliserons des microphones omnidirectionnels en nombre limité. Basé sur les intercorrélations entre microphones, le traitement combinatoire proposé est illustré par des simulations et une expérience en salle anéchoïque dans lesquelles une antenne tridimensionnelle doit localiser et comparer l'énergie de haut-parleurs aléatoirement distribués dans l'espace. Dans cette étude les sources sont considérées monopolaires, large bande, immobiles, stationnaires et décorréllées deux à deux.

1 Introduction

La localisation dite "passive" de sources sonores par estimation des différences de temps d'arrivée sur une antenne de capteurs est un vaste champ de recherche en acoustique (acoustique des salles, radars, métrologie etc.). Nous nous intéressons ici à la localisation de sources sonores à large support fréquentiel, spatialement disjointes, stationnaires, immobiles et décorréllées deux à deux. Le nombre de sources peut être supérieur à celui des capteurs que composent l'antenne. Chaque source sera considérée comme monopolaire et située dans le champ lointain par rapport aux dimensions de l'antenne. Ce document se compose de la manière suivante : dans la section 2 nous explicitons comment identifier les directions d'arrivée d'une puis plusieurs sources simultanément grâce aux fonctions d'intercorrélations. Une étude sur la résolution angulaire relative aux erreurs numériques et de mesures physiques est explicitée dans la section 3. Nous introduisons en section 4 comment les fonctions d'intercorrélations permettent d'estimer la valeur énergétique d'une ou plusieurs sources. Enfin une expérience en salle anéchoïque est décrite en section 5, et permettra de conclure sur les résultats et limitations de la méthode proposée dans la section 6.

2 La localisation de source par estimation des délais

La localisation d'une source large bande peut être estimée grâce aux délais de propagation du son mesurés entre deux ou plusieurs capteurs d'une antenne à géométrie connue. Considérons un signal large bande $s(t)$ enregistré par deux microphones distants p_i et p_j

dans un milieu sans réflexions, on a alors :

$$\begin{aligned} p_i(t) &= s(t) + n_i(t) \\ p_j(t) &= a_{ij}s(t + \tau_{ij}) + n_j(t) \end{aligned} \quad (1)$$

où n représente un bruit de mesure que l'on considérera nul pour la suite de l'étude, a_{ij} un rapport d'amplitude symbolisant l'absorption du son dans l'air entre les deux capteurs, dans notre cas $a_{ij} = 1$, et τ_{ij} le temps de propagation du front d'onde entre les microphones. La méthode classique pour estimer τ_{ij} consiste à calculer la fonction d'intercorrélations $R_{ij}(\tau)$ exprimée par :

$$R_{ij}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_i(t)p_j(t - \tau)dt \quad (2)$$

La fonction d'intercorrélations présente un maximum en $\tau = \tau_{ij}$. Ce délai est intrinsèque à la direction d'arrivée de l'onde incidente. En filtrant les signaux en amont de l'intercorrélations, l'on peut amplifier les bandes de fréquences présentant un haut rapport signal sur bruit et diminuer celles où le bruit est dominant. Il existe plusieurs types de pondérations : Roth, SCOT, PHAT, CPSP, modified CPSP, ML, Eckart, HT etc. Chacune d'elles est adaptée aux propriétés de la mesure comme le rapport signal sur bruit, la distribution statistique des signaux ou la durée d'enregistrement [1]. Les développements de ce document ne s'appuieront que sur l'intercorrélations classique.

2.1 Cas d'une source unique en champ lointain : principe de multilatération

Munissons-nous d'un repère orthonormé direct $\mathcal{R}(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ (figure 1a) dans lequel six microphones sont disposés aux centres des faces d'un cube d'arête d (figure 1b). Nous utiliserons les trois paires formées par les microphones $\{1, 2\}$, $\{3, 4\}$ et $\{5, 6\}$. Considérons une source sonore S de coordonnées (X, Y, Z) dans le repère de l'antenne. Les différences de temps d'arrivée des fronts d'onde entre deux microphones d'une même paire permettent d'estimer, dans le champ proche, la position cartésienne de S (approche hyperbolique) et, dans le champ lointain, sa direction d'arrivée en azimut et élévation (approche hyperbolique ou conique).

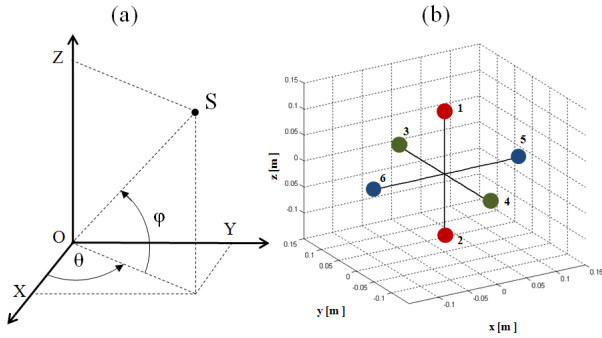


FIGURE 1 – (a) : coordonnées cartésiennes et sphériques, (b) : géométrie d'antenne à six microphones utilisée.

Nous traitons dans un premier temps le problème de la localisation d'une source unique en champ lointain. Sans a priori sur sa position dans l'espace, l'ensemble des solutions possibles est supportée par une sphère de rayon R suffisamment grand pour respecter l'hypothèse de champ lointain et d'équation dans \mathcal{R} :

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (3)$$

Pour chaque paire, l'ensemble des solutions possibles respectant un retard inter-capteur τ_{ij} est un cône de révolution de sommet O et d'angle d'ouverture α_{ij} [2] tel que :

$$\alpha_{ij} = \arccos\left(\frac{c\tau_{ij}}{d}\right) \quad (4)$$

où c est la vitesse de propagation du son, considérée constante au sein de l'antenne. Les trois cônes portés par chaque paire de microphones ont pour équation dans \mathcal{R} :

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= z^2 \tan^2 \alpha_{12} \\ z^2 + x^2 &= y^2 \tan^2 \alpha_{34} \\ y^2 + z^2 &= x^2 \tan^2 \alpha_{56} \end{aligned} \quad (5)$$

Les coordonnées du point solution qui satisfont les équations (3) et (5) sont :

$$\begin{aligned} X &= R \cos \alpha_{56} \\ Y &= R \cos \alpha_{34} \\ Z &= R \cos \alpha_{12} \end{aligned} \quad (6)$$

Ainsi, dans le cas où la distance à la source R est connue, cette solution fournit les coordonnées cartésiennes de la source. Lorsque R est inconnue, on ne se contente alors que de la direction d'arrivée de la source qui est indépendante de R et vaut :

$$\begin{aligned} \varphi &= \arctan\left(\frac{\cos \alpha_{12}}{\sqrt{\cos^2 \alpha_{34} + \cos^2 \alpha_{56}}}\right) \\ \theta &= \arctan\left(\frac{\cos \alpha_{34}}{\cos \alpha_{56}}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

2.2 Cas de plusieurs sources en champ lointain : traitement combinatoire

Lorsque N sources larges bandes et décorréées deux à deux sont présentes, les intercorrélations calculées sur chaque paire de capteurs présentent un nombre de pics inférieur ou égal à N . Considérons le cas d'un mélange non convolutif de trois sources de bruits blanc spatialement disjointes, la figure 2 illustre l'exemple d'intercorrélations que pourraient nous donner chaque paire. Les trois intercorrélations présentent chacune trois pics distincts. Le problème consiste à associer à chaque pic de la première paire, les deux pics des deux autres paires pour obtenir un triplet de délais inhérent à chaque source.

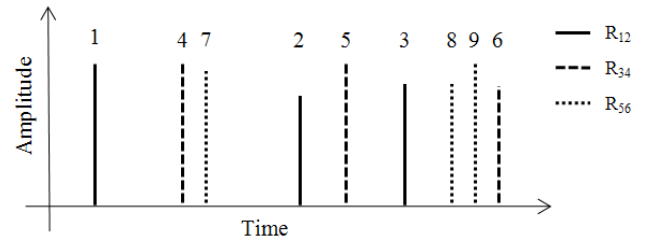


FIGURE 2 – Exemple d'intercorrélations obtenues pour chaque paire lors de trois sources décorréées, larges bandes, spatialement disjointes se présentant à une antenne tridimensionnelle en mélange non convolutif.

Dans l'exemple de la figure 2, plusieurs combinaisons sont possibles pour l'association des pics, par exemple : $\{1,4,7\}$, $\{1,4,6\}$, $\{1,4,9\}$, $\{2,4,7\}$, $\{2,4,8\}$ etc... Un traitement combinatoire est donc nécessaire pour ne garder que les trois triplets physiquement cohérents. Nous proposons de déterminer ce choix sur le critère physique suivant : en remplaçant (6) dans (3), on obtient une relation qui lie les angles d'ouvertures des cônes, et ce indépendamment de la position de la source, cette relation s'écrit :

$$\sum_{p=1}^3 \cos^2 \alpha_{ij} = 1 \quad (8)$$

En terme de délai inter-capteurs, la relation (8) équivaut à :

$$\sqrt{\sum_{p=1}^3 \tau_{ij}^2} = \frac{d}{c} \quad (9)$$

Autrement dit, si un triplet de délais vérifie cette égalité, alors leur association mène à la direction d'arrivée d'une source cohérente, sinon leur association est incohérente et ne correspond pas aux critères physiques d'un front d'onde propagé depuis le champ lointain. En ne retenant que les combinaisons qui vérifient cette égalité, les triplets de pics sont retrouvés et chaque source est ainsi localisée. Théoriquement le nombre de sources n'est pas limité : la figure 3 rend compte d'une simulation où sept sources sont dispersées dans l'espace. Le traitement combinatoire basé sur la relation (9) permet de localiser les sept sources.

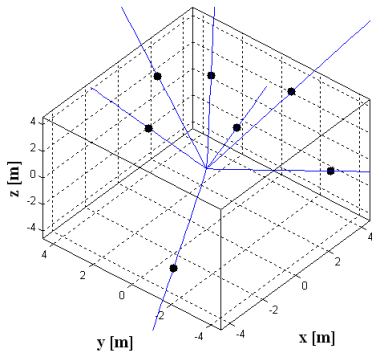


FIGURE 3 – Exemple d'application du traitement combinatoire pour la localisation multi-sources.

Il est intéressant de noter que la relation (9) est indépendante de la direction d'arrivée de la source. Ceci implique qu'un délai peut être retrouvé connaissant les deux autres (au signe près). Ainsi la localisation dans un demi espace tridimensionnel est rendu possible même si l'on ne dispose que d'un réseau planaire.

La figure 4 rend compte d'une simulation où l'on compare l'élévation d'une source estimée par une antenne planaire et une antenne tridimensionnelle. La distance et l'azimut de la source sont constantes et fixées respectivement à 100 m et $= 0^\circ$, son élévation varie de 0° à 90° . Les deux antennes ont une distance inter-capteurs de 2 m, et opèrent à la fréquence d'échantillonnage de $f_s = 10$ kHz. Chaque point de simulation est effectuée sur 10 bruits blancs différents à distribution gaussienne centrée en 0 et de variance unitaire. Les résultats sont représentés sur la figure 4. On observe qu'au delà de 25° , l'erreur est inférieure au degré pour l'antenne planaire, selon les cas, l'utilisation des six microphones est donc inutile.

3 Imprécision angulaire

Nous avons vu dans le paragraphe 2.1 que la localisation dépend, d'une part, de critères physiques comme la

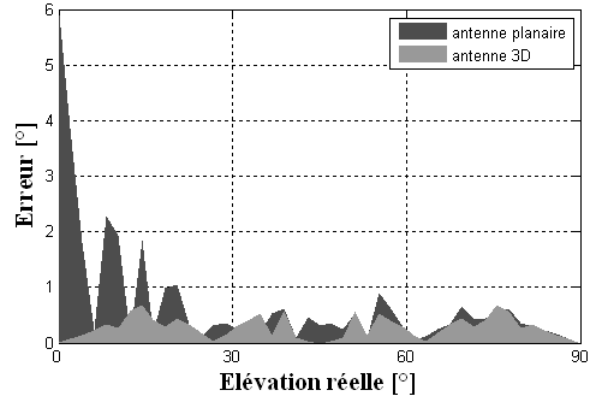


FIGURE 4 – Comparaison d'une antenne 2D et 3D pour l'estimation de l'élévation.

distance entre deux microphones d'une même paire et la célérité du son, et d'autre part, d'un critère numérique : la fréquence d'échantillonnage qui influe directement sur l'exactitude des délais mesurés. L'objet de ce paragraphe est d'identifier en quoi une erreur sur ces mesures physiques ou bien une faible fréquence d'échantillonnage influent sur la précision de la localisation. Pour cela considérons le cas d'une antenne de deux microphones séparés d'une distance d , dans un milieu homogène de température T_e constante au sein de l'antenne. Les valeurs de d et T_e réelles diffèrent des valeurs mesurées \hat{d} et \hat{T}_e selon des tolérances que nous exprimerons au cas par cas. La fréquence d'échantillonnage est quand à elle considérée connue et exacte et sera notée f_s . L'antenne est orientée de telle manière qu'une source provenant de l'angle d'arrivée 0° soit dans l'alignement des deux microphones. Les expressions analytiques des imprécisions angulaires seront données pour un angle d'arrivée de la source compris entre 0° et 90° .

3.1 Imprécision angulaire relative à un écart de positionnement des microphones

Considérons que la distance réelle d entre les deux microphones est reliée à la valeur mesurée \hat{d} par la relation :

$$d_{inf} \leq d \leq d_{sup} \quad (10)$$

où $d_{inf} = \hat{d}(1 - \delta)$ et $d_{sup} = \hat{d}(1 + \delta)$ et δ est une tolérance de mesure exprimé en %. On déduit de (4) et (10) une relation reliant la direction d'arrivée réelle et mesurée de la forme :

$$\alpha_d^{inf} \leq \alpha \leq \alpha_d^{sup} \text{ pour } 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \quad (11)$$

où $\alpha_d^{inf} = \arccos \frac{c\tau}{d_{inf}}$ et $\alpha_d^{sup} = \arccos \frac{c\tau}{d_{sup}}$. En appelant $\epsilon_{\alpha,d}$ l'imprécision angulaire maximale que l'on puisse avoir entre la réalité et la mesure, on déduit d'après 11 :

$$\epsilon_{\theta,d} = \alpha_d^{sup} - \alpha_d^{inf} \text{ pour } 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \quad (12)$$

Une telle imprécision angulaire pour l'antenne étudiée est représentée sur la figure 5a pour différentes tolérances.

3.2 Imprécision angulaire relative à un écart en température

La vitesse du son c est reliée à la température T_e (en degré Celsius) par la relation suivante [3] :

$$c = 331.4 + 0.607T_e \quad (13)$$

En supposant faire une erreur de γ degrés entre la température réelle T_e et la température mesurée \hat{T}_e , la célérité mesurée \hat{c} est reliée à la célérité réelle c par :

$$c_{inf} \leq c \leq c_{sup} \quad (14)$$

où $c_{inf} = 331.4 + 0.607(\hat{T}_e - \gamma)$ et $c_{sup} = 331.4 + 0.607(\hat{T}_e + \gamma)$. On déduit de (4) et (14) une relation reliant la direction d'arrivée réelle et mesurée de la forme :

$$\alpha_c^{inf} \leq \alpha \leq \alpha_c^{sup} \text{ pour } 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \quad (15)$$

où $\alpha_c^{sup} = \arccos \frac{\tau c_{inf}}{d}$ et $\alpha_c^{inf} = \arccos \frac{\tau c_{sup}}{d}$. En appelant ϵ_{α, T_e} l'imprécision angulaire maximale on déduit d'après (15) :

$$\epsilon_{\alpha, T_e} = \alpha_c^{sup} - \alpha_c^{inf} \text{ pour } 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \quad (16)$$

Une telle imprécision angulaire pour l'antenne étudiée est représentée sur la figure 5b pour différents écarts en température.

3.3 Imprécision angulaire relative à la fréquence d'échantillonnage

Par définition, on ne peut identifier deux pics si l'écart entre eux est inférieur à deux échantillons. Ainsi un délai mesuré $\hat{\tau}$ est relié au délai réel τ par la relation

$$\tau_{inf} \leq \tau \leq \tau_{sup} \quad (17)$$

où $\tau_{inf} = \arg \max(\hat{\tau} - 2/f_s, -\tau_{max})$ et $\tau_{sup} = \arg \min(\hat{\tau} + 2/f_s, \tau_{max})$. On tient compte ici de la mesure physique : un délai ne peut être supérieur au délai maximal liant la distance inter-captur et la vitesse de propagation du son par la relation $\tau_{max} = d_{sup}/c_{inf}$. On tire de (17) et (4) une relation reliant la direction d'arrivée réelle et mesurée de la forme :

$$\alpha_{f_s}^{inf} \leq \alpha \leq \alpha_{f_s}^{sup} \text{ pour } 0 \leq \alpha \leq 2\pi \quad (18)$$

Avec $\alpha_{f_s}^{inf} = \arccos \frac{c\tau_{sup}}{d}$ et $\alpha_{f_s}^{sup} = \arccos \frac{c\tau_{inf}}{d}$. En appelant ϵ_{α, f_s} l'imprécision angulaire maximale on déduit d'après (18) :

$$\epsilon_{\alpha, f_s} = \alpha_{f_s}^{sup} - \alpha_{f_s}^{inf} \text{ pour } 0 \leq \alpha \leq 2\pi \quad (19)$$

Une telle imprécision angulaire pour l'antenne étudiée est représentée sur la figure 5c pour différentes fréquences d'échantillonnage.

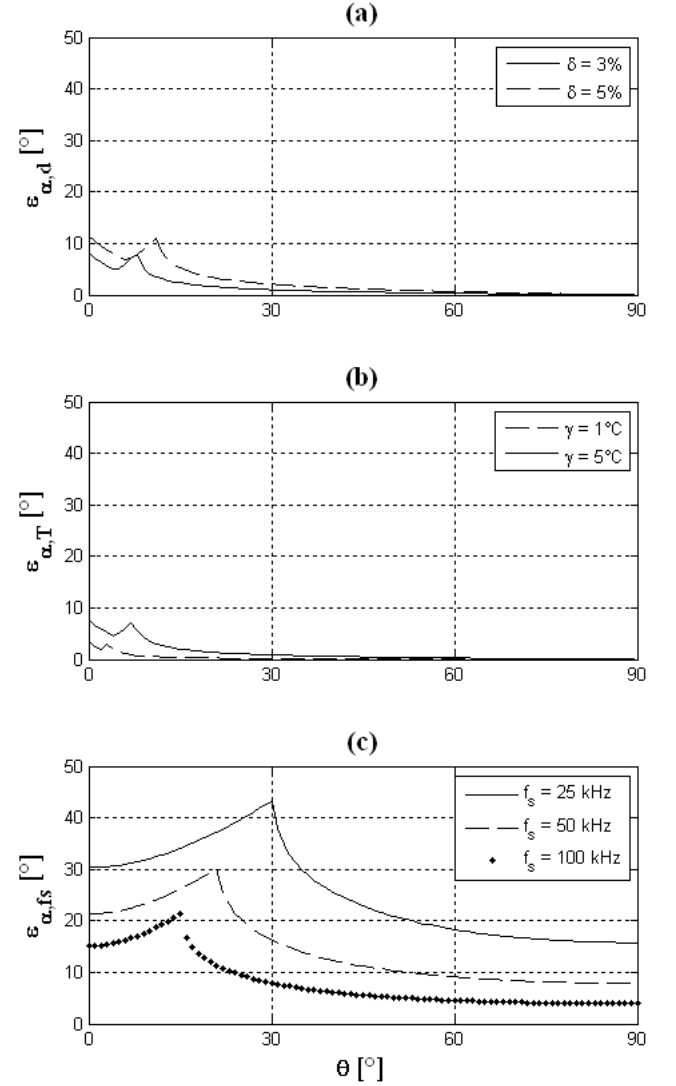


FIGURE 5 – Imprécision angulaire ϵ_{α} théorique pour une antenne de deux microphones séparés par une distance $d = 20$ cm en fonction (a) : de différentes fréquences d'échantillonnage, (b) : de différentes tolérances de distance, (c) : de différentes tolérances en température.

3.4 Justification d'une géométrie d'antenne symétrique

On remarque sur la figure 5 que la fréquence d'échantillonnage est le paramètre prépondérant sur la précision angulaire. Cette précision est minimale dans le cas où la source est dans l'alignement des microphones et maximale dans le cas où la source est équidistante des microphones. C'est pourquoi une géométrie en croix dans le plan, et par extension en cube dans l'espace, garantit une compensation de cette imprécision la plus robuste pour un nombre de microphone égal. Dans [4], l'utilisation des solides de Platon comme géométrie d'antenne est d'ailleurs considéré comme optimale pour la localisation de sources.

La figure 6 reprend la même situation que dans le paragraphe 2.2 mais cette fois-ci en tenant compte de l'imprécision angulaire due à trois fréquences d'échantillonnages différents.

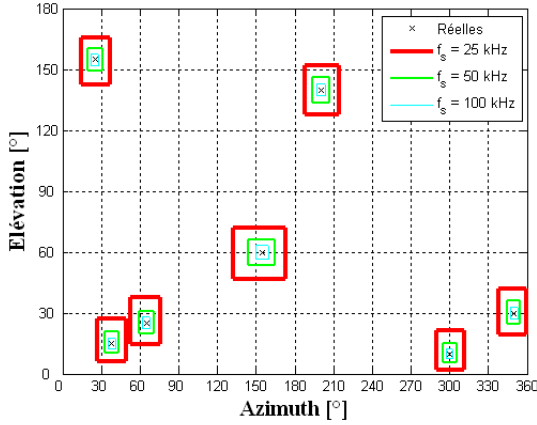


FIGURE 6 – Illustration des imprécisions angulaires pour les sept sources.

4 Estimation du niveau sonore

Lorsque plusieurs sources sont détectées et localisées, il est intéressant de hiérarchiser chaque source selon son niveau sonore. La méthode proposée pour cela passe par l'analyse des maxima de la fonction d'intercorrrelation. Si l'on considère une source de bruit blanc à distribution normale et de moyenne nulle $s(t)$ enregistrée par deux microphones spatialement disjoints p_i et p_j , l'intercorrrelation de ces deux signaux donnée par la relation 2 admet un maximum en $\tau = \tau_{ij}$. Si $\tau_{ij} = 0$ et pour une durée d'observation T infinie, $R_{ij}(\tau_{ij})$ représente la valeur efficace au carré de s [5]. On estime ainsi le niveau sonore de la source en dB SPL par la formule :

$$L_{dB} = 20 \log \frac{\sqrt{R_{ij}(0)}}{p_0} \quad (20)$$

où p_0 est la pression sonore de référence et vaut 20 μPa .

Quelque soit la valeur de τ_0 , B ou T , un intervalle de confiance de 95% permet d'encadrer la valeur réelle d'un pic entre les deux bornes $R_{ij}(\tau_0) \pm 2\sigma_{ij}(\tau_0, T)$ où :

$$\sigma_{ij}^2(\tau_0, T) = \frac{2\beta - 1 + 2e^{-2\beta} + [(2\alpha + 1)(2\beta - 1) - 2\alpha^2]e^{-2\alpha}}{2\beta^2} \quad (21)$$

avec $\alpha = \pi B\tau_0$, $\beta = \pi BT$, ceci pour tout $T > \tau_0 \geq 0$ [6]. Ainsi, pour que la valeur mesurée soit proche de la valeur théorique il est nécessaire que $\sigma_{pp}(\tau_0, T)$ soit petit par rapport à $R_{pp}(\tau_0)$. Autrement dit, le rapport $R_{pp}(\tau_0)/\sigma_{pp}(\tau_0, T)$ doit être le plus grand possible. La figure 7a représente l'influence de la durée d'observation T sur la dynamique de l'erreur en dB entre la valeur réelle et estimée pour une bande passante B fixée à 5 kHz et pour trois niveaux sonores différents, la figure

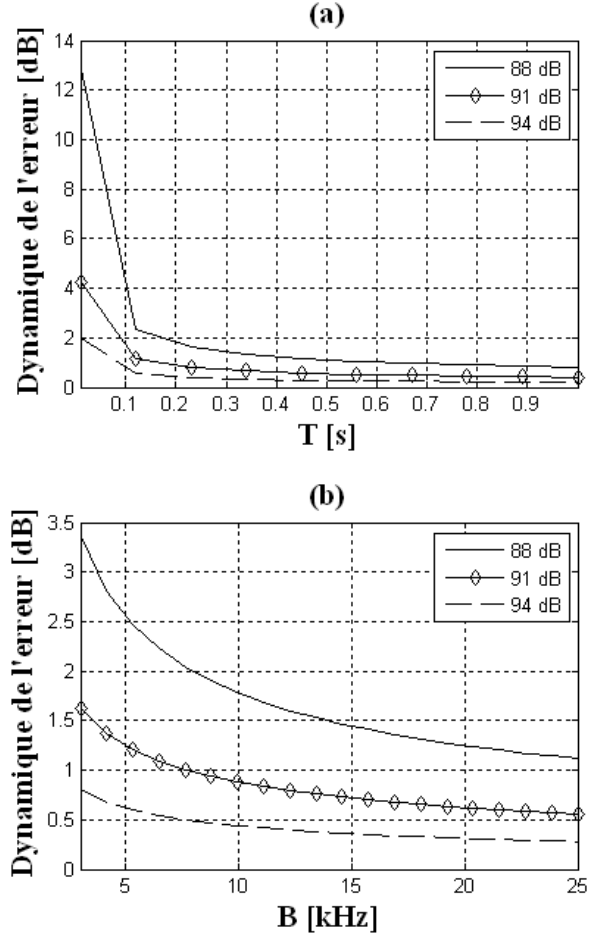


FIGURE 7 – Influence de la durée d'observation [a] et de la bande passante [b] sur la dynamique de l'erreur pour trois niveaux sonores différents.

7b représente l'influence de la bande passante sur cette dynamique pour une durée d'observation T fixée à 100 ms. On suppose dans ces simulations que $M = 2BT$.

5 Expérience en salle anéchoïque

5.1 Localisation simultanée de deux sources

Une antenne tridimensionnelle de géométrie similaire à la figure 1b est placée face à deux haut-parleurs de coordonnées $\{\theta, \varphi\}_1 = \{25^\circ, 20^\circ\}$ et $\{\theta, \varphi\}_2 = \{7^\circ, 30^\circ\}$. Chaque source génère un bruit blanc de bande passante 25 kHz, les signaux sont enregistrés à la fréquence d'échantillonnage $f_s = 50$ kHz pendant une durée d'observation de 5 sec. Les deux bruits blancs sont décorrélés. Le niveau sonore de chaque source est identique est fixé à 85 dB. La distance inter-capteur vaut $d = 0.18$ m.

Dans un premier temps, on enclenche un seul haut parleur à la fois. Les intercorrélations R_{ij} ne présente alors qu'un seul pic quelque soit la paire $\{ij\}$: figure 8(a,b). L'analyse des délais permet d'estimer la position de la source et d'en déduire une zone d'imprécision angulaire compte tenue de la géométrie d'antenne et de la fréquence d'échantillonnage : figure 8(d,e). Lorsque les

deux sources sont enclenchées en même temps, on obtient les intercorrélations représentées sur la figure 8c. Les pics p_{11} , p_{12} , p_{13} , et p_{21} , p_{22} , p_{23} sont retrouvés approximativement à la même position dans le mélange. Pour la paire $\{5, 6\}$, la position des haut parleurs engendrent des pics p_{13} et p_{23} presque identiques en terme de délais, c'est pourquoi on ne peut distinguer deux pics différents dans le mélange. En revanche on remarque que l'énergie du pic pour ce délai a doublé. Ceci, ajouté au fait que l'on distingue deux pics différents sur les autres paires, nous permet d'estimer le nombre de sources à deux. En appliquant le traitement combinatoire, on retrouve les localisations initiales des deux sources comme le montre la figure 8f.

Toutefois, les pics retrouvés dans le mélange n'apparaissent pas exactement aux mêmes délais que dans le cas des sources uniques. En effet, quelque soit le nombre de sources en présence, nous ne disposons que de 54 échantillons pour estimer les délais de chaque front d'onde. Plus le nombre de sources augmente, plus la résolution s'en trouve amoindrie. Pour améliorer cette résolution, l'on peut agir sur la géométrie de l'antenne en augmentant d , sur la technologie en augmentant f_s , ou sur le traitement du signal en dépassant la résolution temporelle par des méthodes dites à "haute résolution" [7].

Dans le cas des sources uniques, les pics détectés ont pour amplitude maximale environ 0.11 pour les deux sources. L'estimation de l'intensité sonore de chaque source est donc estimée à $20\log(\sqrt{0.11}/2.e^{-5}) = 84$ dB. Dans le cas du mélange, on observe des amplitudes légèrement supérieures sur les paires $\{1, 2\}$ et $\{2, 3\}$. Cependant les ordres de grandeur restent les mêmes et l'erreur à l'estimation reste inférieure au dB.

6 Conclusion

Nous avons présenté une méthode pour identifier simultanément les directions d'arrivées de plusieurs sources stationnaires à large bande fréquentielle pour des conditions de champ libre. Celle-ci repose sur l'analyse par multilatération des combinaisons des temps de propagation mesurés sur trois paires de microphones. Cette approche permet de s'affranchir d'un modèle de propagation en amont du traitement. Les résultats obtenus au travers de simulations et de l'expérience montrent les avantages et les limites de la méthode. En condition idéale le nombre de sources à localiser n'est pas limité. La précision angulaire est peu sensible aux erreurs d'estimation de température et de distance inter-capteur mais fortement liée à la fréquence d'échantillonnage. Les corrélateurs utilisés pour estimer les temps de propagation permettent en outre d'estimer l'énergie délivrée par chaque source et donc de les hiérarchiser par niveau sonore. Toutefois, en pratique, la résolution temporelle et énergétique de ces corrélateurs se dégrade lorsque le nombre de sources augmentent. Des moyens pour augmenter cette résolution doivent être développés pour la suite.

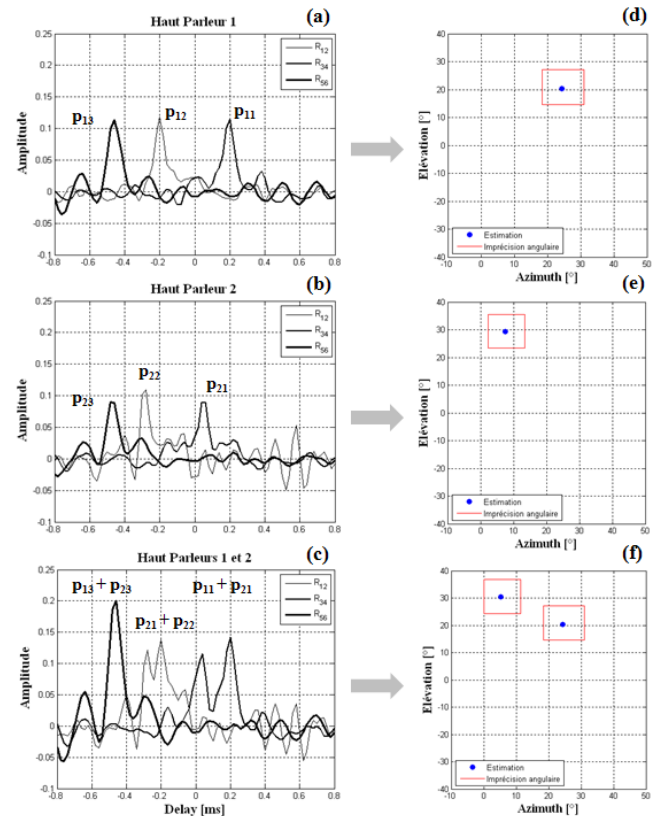


FIGURE 8 – Résultats obtenus pour la localisation de deux sources seules puis mélangées.

Références

- [1] C. Knapp and G. Carter, "The generalized correlation method for estimation of time delay," *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 24, pp. 320–327, Aug 1976.
- [2] H. Schau and A. Robinson, "Passive source localization employing intersecting spherical surfaces from time-of-arrival differences," *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 35, pp. 1223–1225, Aug 1987.
- [3] M. Rossi, *Audio*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2007.
- [4] B. Yang and J. Scheuing, "Cramer-rao bound and optimum sensor array for source localization from time differences of arrival," in *ICASSP 2005*, 2005.
- [5] Bendat, "Interpretation and application of statistical analysis for random physical phenomena," *I.R.E Transactions on Bio-Medical Electronics*, vol. 9, pp. 31–43, Jan. 1962.
- [6] Bendat, *Principles and Applications of Random Noise Theory*. John Wiley & Sons, Inc., 1958.
- [7] M. A. Pallas, *Identification active d'un canal de propagation à trajets multiples*. PhD thesis, INP Grenoble, 1988.