

Modélisation analytique multiphysique pour la conception optimale de moteurs synchrones à aimants permanents

THÈSE N° 4179 (2008)

PRÉSENTÉE LE 25 SEPTEMBRE 2008

À LA FACULTE SCIENCES ET TECHNIQUES DE L'INGÉNIEUR

LABORATOIRE D'ACTIONNEURS INTÉGRÉS

PROGRAMME DOCTORAL EN SYSTÈMES DE PRODUCTION ET ROBOTIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

Patrick RAGOT

ingénieur en microtechnique diplômé EPF
de nationalité suisse et originaire de Saint-Imier (BE)

acceptée sur proposition du jury:

Prof. J. Jacot, président du jury
Prof. Y. Perriard, directeur de thèse
Prof. J. Bignon, rapporteur
Prof. M.-O. Hongler, rapporteur
Prof. A. Muetze, rapporteur



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Suisse
2008

*La science ne sert guère qu'à nous donner une
idée de l'étendue de notre ignorance.*

Félicité de Lamennais

Je tiens à exprimer ma vive reconnaissance à tous les collègues, parents, amis, membres du jury, qui, humainement ou matériellement, ont contribué à la réalisation de ce travail.

Je tiens en premier lieu à remercier le Professeur Yves Perriard de m'avoir permis d'intégrer la fabuleuse équipe du Laboratoire d'Actionneurs Intégrés. Ses conseils, son appui et la liberté qu'il m'a accordée tout au long du travail ont été des facteurs indispensables dans l'accomplissement de la thèse.

Je pense également à mes collègues qui par leur disponibilité, leurs encouragements et leur bonne humeur ont participé pleinement à la réalisation de la présente étude. Je tiens à remercier tout particulièrement : Paolo Germano pour sa très grande disponibilité, son aide précieuse et ses compétences dans la phase de construction et de tests du prototype moteur de Solar Impulse ; Miroslav Markovic pour ses conseils scientifiques et la collaboration dans le projet Solar Impulse ; Christian Koechli pour ses encouragements et ses conseils, principalement en début de thèse, qui m'ont permis de trouver ma voie et mon collègue de bureau, Sebastiano Merzaghi, pour avoir partagé des moments de franches rigolades.

Je pense également à mon frère, Christian, qui a bien voulu corriger le manuscrit de thèse.

J'aimerais en dernier lieu dédier cette thèse à mes parents qui m'ont toujours encouragé et soutenu tout au long de mes études et m'ont donné les moyens d'accomplir mes désirs tant professionnels que personnels.

Que chacun trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

Résumé

De par ses performances accrues, le moteur synchrone à aimants permanents est actuellement le moteur à succès dans un monde industriel où les exigences sont toujours plus élevées tant du point de vue économique que technique. Ainsi, dans une phase de conception, l'optimisation basée sur une méthodologie spécifique est devenue indispensable.

Cette thèse présente la modélisation analytique d'un moteur synchrone à aimants permanents, pour des configurations avec et sans dents statoriques, en prenant en compte divers aspects de la physique comme les phénomènes magnétiques, thermiques et électriques. Concernant la partie magnétique, différents modèles sont présentés ayant chacun un domaine d'utilisation préférentiel, avec pour certains la prise en compte de la saturation magnétique des éléments ferromagnétiques. Le modèle thermique simplifié est basé sur un circuit équivalent en tenant compte des phénomènes de convection et de rayonnement. Concernant la partie électrique, elle présente, entre autres, le calcul de la tension induite de mouvement et la détermination des inductances par la méthode des images pour la configuration à bobinage dans l'entrefer.

En vue de l'optimisation, un accent a été mis sur une tendance correcte des phénomènes modélisés, ce qui a autant voire plus d'importance que la précision du modèle. Les modèles sont validés et améliorés à l'aide des

simulations numériques aux éléments finis.

La modélisation est élaborée principalement pour la conception par une formulation mathématique des problèmes permettant l'optimisation sans échec au niveau de la convergence des algorithmes vers une solution optimale. Cette formulation est basée sur la réduction, d'une part, des non-continuités présentes dans les équations du modèle, ainsi que de leur première dérivée, et d'autre part, des zones mathématiquement non-définies.

Dans le cadre du projet « Solar Impulse », qui consiste à réaliser le tour du monde avec un avion propulsé uniquement grâce à l'énergie solaire, un prototype moteur a été optimisé et construit. Les mesures expérimentales réalisées sur ce prototype ont permis de valider et d'améliorer le modèle analytique utilisé pour l'optimisation. Ainsi, les simulations par éléments finis et les mesures expérimentales, confrontées aux résultats analytiques, ont permis de valider entièrement la phase de conception.

L'originalité de la thèse peut être résumée par les points suivants :

- modélisation magnétique à caractère générique avec différents modèles ayant chacun leur domaine de prédilection ;
- formulation des phénomènes physiques en vue du dimensionnement ;
- comparaison des modèles analytiques avec des simulations numériques afin de les valider et/ou de les améliorer ;
- utilisation de la méthode des images, afin de déterminer les inductances des bobinages dans l'entrefer ;
- optimisation prenant en compte différents domaines de la physique où les paramètres libres sont analysés globalement ;
- conception et fabrication d'un prototype lié à un projet et un cahier des charges concret et permettant de valider intégralement la phase d'optimisation et les modèles analytiques établis.

Mots-clés : Moteur synchrone à aimants permanents, modélisation analytique, optimisation, simulations aux éléments finis.

Abstract

During the last years, permanent magnets synchronous motors have become a reference in the industrial world, both from the economical and the technical point of view, because of their very good performance in both regards. Thus, application of specific methodologies and algorithms during the design phase has become a must.

In this thesis, the analytical modelling of permanent magnet synchronous motors for stator configurations with and without teeth is presented. Several physical aspects, such as magnetic, thermal and electrical phenomena, are taken into account. For the magnetic part, several models are presented which all have their own areas of application. Some of them take the magnetic saturation of the ferromagnetic parts into consideration. The simplified thermal model is based on an equivalent Kirchhoff circuit in which convection and radiation are included. Concerning the determination of the electrical characteristics of slotless machine configurations, the determination of the back-emf and of the inductances using the method of images are presented.

Special emphasis has been placed that the tendencies of the variations of the modelled phenomena as they are observed with changes in other parameters or criteria are correctly represented. This is almost more significant that the accuracy of the model itself. The models are validated

and improved by using finite element simulations.

The mathematical expressions of the design problems are taken into account to allow the mathematical optimisation applied to converge towards the optimal solution without failure. Thereby, the objective is to avoid non-continuity of the functions and their first derivatives and to reduce the space where the functions are not mathematically defined.

In the “Solar Impulse” project, which aims to realise an around-the-world flight with an airplane using only the solar radiation as energy source, a prototype is optimised and built. A prototype motor has been built and experimentally analysed, to be able to further validate and improve the analytical model used for the optimisation of the machine.

The originalities of this thesis can be summarised as follows :

- modelling of the magnetic phenomena, with several specific models adapted for different configurations ;
- formulations of the physical phenomena adapted for the design phase ;

- comparison between analytical and finite element simulations in order to validate or/and improve the analytical models ;
- use of the method of images to determine the inductances in a slotless motor ;
- design optimisation by taking into account several physical phenomena where the free parameters are analysed globally ;
- design and manufacturing of a prototype for a concrete project which allows to completely validate the results of the optimisation and the analytical models.

Keywords : BLDC permanent magnet motor, analytical modelling, optimisation, FEM simulations.

Table des matières

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | Introduction | 1 |
| 1.1 | Etat de l'art | 2 |
| 1.2 | Conception et analyse : méthodologies distinctes | 3 |
| 1.3 | Structure de la thèse | 5 |
| 2 | Moteur synchrone avec dents statoriques | 7 |
| 2.1 | Introduction | 8 |
| 2.2 | Définition de la géométrie | 9 |
| 2.2.1 | Géométrie à dents droites | 13 |
| 2.2.2 | Géométrie avec têtes de dents | 16 |
| 2.3 | Masses et inerties | 17 |
| 2.4 | Modèles magnétiques | 19 |
| 2.4.1 | Introduction | 19 |
| 2.4.2 | Equations de Maxwell | 19 |
| 2.4.3 | Matériaux magnétiques | 20 |
| 2.4.4 | Caractéristiques magnétiques d'un aimant | 20 |
| 2.4.5 | Equations de Maxwell : forme intégrale | 22 |
| 2.4.6 | Détermination de l'induction par la méthode dite de « Maxwell » | 22 |
| 2.4.7 | Détermination de l'induction par la résolution de l'équation de Poisson | 55 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 2.4.8 | Circuit magnétique équivalent | 58 |
| 2.5 | Bobinage et tension induite de mouvement | 64 |
| 2.5.1 | Introduction | 64 |
| 2.5.2 | Tension induite de mouvement de phase | 65 |
| 2.5.3 | Réalisation du bobinage | 68 |
| 2.5.4 | Validation | 69 |
| 2.6 | Modèle électrique | 77 |
| 2.6.1 | Introduction | 77 |
| 2.6.2 | Résistance électrique et inductance | 77 |
| 2.6.3 | Equation de tension induite de phase | 79 |
| 2.6.4 | Alimentation | 80 |
| 2.7 | Puissances et couples | 85 |
| 2.7.1 | Introduction | 85 |
| 2.7.2 | Bilan de Puissance | 85 |
| 2.7.3 | Puissance électromagnétique | 86 |
| 2.7.4 | Pertes dans le moteur | 86 |
| 2.7.5 | Puissance mécanique et électrique | 87 |
| 2.7.6 | Rendement | 88 |
| 2.7.7 | Couple électromagnétique et mécanique | 88 |
| 2.7.8 | Couple dû à l'effet d'encoches | 90 |
| 2.8 | Modèle thermique | 91 |
| 2.8.1 | Introduction | 91 |
| 2.8.2 | Hypothèses | 92 |
| 2.8.3 | Circuit thermique équivalent | 93 |
| 2.8.4 | Résistance thermique due à la conduction | 94 |
| 2.8.5 | Résistance thermique due à la convection | 98 |
| 2.8.6 | Paramètres dépendant de la température | 99 |
| 2.9 | Equation du mouvement | 99 |
| 3 | Moteur synchrone sans dents statoriques | 101 |
| 3.1 | Introduction | 102 |
| 3.2 | Définition de la géométrie | 103 |
| 3.2.1 | Bobinage auto-porteur | 104 |
| 3.2.2 | Bobinage droit superposé | 107 |
| 3.2.3 | Bobinage droit juxtaposé | 109 |
| 3.3 | Masses et inerties | 110 |
| 3.4 | Modèles magnétiques | 110 |
| 3.4.1 | Introduction | 110 |
| 3.4.2 | Conditions aux limites | 111 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 3.4.3 | Méthode des courants équivalents | 111 |
| 3.4.4 | Potentiel vecteur et induction ($p = 1$) | 113 |
| 3.4.5 | Potentiel scalaire et induction ($p > 1$) | 119 |
| 3.5 | Tension induite de mouvement | 130 |
| 3.5.1 | Introduction | 130 |
| 3.5.2 | Bobinage auto-porteur | 131 |
| 3.5.3 | Bobinage droit superposé | 134 |
| 3.5.4 | Bobinage droit juxtaposé | 136 |
| 3.6 | Modèle électrique | 140 |
| 3.6.1 | Introduction | 140 |
| 3.6.2 | Inductances | 140 |
| 3.6.3 | Bobinage auto-porteur | 142 |
| 3.6.4 | Bobinage droit | 145 |
| 3.7 | Modèle thermique | 147 |
| 4 | Optimisation | 151 |
| 4.1 | Introduction | 151 |
| 4.2 | Méthodes d'optimisation | 152 |
| 4.3 | Formulation des modèles de conception | 156 |
| 4.4 | Méthodologie de conception | 160 |
| 4.4.1 | Optimisation sur logiciel spécifique | 163 |
| 5 | Validations expérimentales | 167 |
| 5.1 | Introduction | 168 |
| 5.2 | Projet « Solar Impulse » | 168 |
| 5.2.1 | Introduction | 168 |
| 5.2.2 | Chaîne énergétique | 168 |
| 5.2.3 | Cahier des charges | 169 |
| 5.2.4 | Configuration | 170 |
| 5.2.5 | Matériaux | 171 |
| 5.2.6 | Optimisation | 172 |
| 5.2.7 | Ajustements et améliorations | 173 |
| 5.2.8 | Mesures expérimentales | 175 |
| 5.2.9 | Conclusion | 183 |
| 6 | Synthèse et conclusion | 185 |

| | |
|--|------------|
| Annexes | 189 |
| A Modélisation avancée de la courbe $B-H$ | 191 |
| B Bobinages triphasés : compléments bobinage | 195 |
| B.1 Facteur de bobinage | 195 |
| B.2 Configurations possibles | 197 |
| C Couple réluctant : N_{rel} et k_{rel} | 207 |
| D Modèle thermique : compléments | 209 |
| D.1 Equation de la chaleur | 209 |
| D.2 Coefficients de convection et rayonnement | 211 |
| D.3 Matériaux : Conductivité thermique | 216 |
| E Potentiel vecteur : perméabilité du fer constante | 217 |
| F Projet « Solar Impulse » : données techniques | 223 |
| G Liste des symboles | 229 |
| Bibliographie | 237 |

CHAPITRE 1

Introduction

Sommaire

| | | |
|------------|---|----------|
| 1.1 | Etat de l'art | 2 |
| 1.2 | Conception et analyse : méthodologies distinctes | 3 |
| 1.3 | Structure de la thèse | 5 |

L'optimisation, un terme général qui s'applique à bien des définitions. Sans nous en rendre vraiment compte, l'optimisation, principalement avec contraintes, est bien présente dans notre vie quotidienne : minimiser les dépenses, minimiser les efforts, maximiser le temps libre, etc..

Dans les milieux économiques et industriels, l'optimisation devient, de nos jours, pratiquement incontournable et est réalisée de manière rigoureuse. En effet, il n'y a pas si longtemps de cela, il suffisait qu'un produit industriel fonctionne correctement pour qu'il soit vendable et qu'il ait du succès. Actuellement, ce n'est pratiquement plus le cas. Il faut continuellement réduire les coûts, augmenter les performances, diminuer les temps de conception et de fabrication pour sortir le plus rapidement

possible un nouveau produit sur le marché, tout en tenant compte de nouvelles contraintes liées au contexte environnemental (p.e. contraintes écologiques). La concurrence actuelle et la recherche du « mieux » fait qu'une stratégie d'optimisation basée sur une méthodologie spécifique est actuellement une des solutions pour répondre à la demande. Pour réussir cette étape, il est indispensable de prendre en compte la globalité du problème à dimensionner, c'est-à-dire tenir compte de tous les facteurs influents, qu'ils soient liés à la physique du système ou au contexte économique.

Ce travail de thèse propose d'appliquer une méthodologie d'optimisation au domaine des moteurs synchrones à aimants permanents qui, par leur souplesse d'utilisation, leur grande durée de vie et leurs performances élevées, en font les moteurs à succès dans le monde industriel. Dans cette étude, la conception de ces moteurs est réalisée à l'aide de modèles analytiques incluant différents domaines de la physique comme les domaines magnétiques, thermiques et électriques. Les problèmes économiques ne sont pas traités dans cette étude. La formulation mathématique des problèmes de conception est également prise en compte afin d'éviter au maximum les échecs de convergence liés à la phase d'optimisation. Ces modèles sont ensuite associés à des algorithmes d'optimisation permettant de déterminer les solutions optimales selon les cahiers des charges spécifiques.

1.1 Etat de l'art

Où se trouve actuellement l'état de l'art dans le monde de la conception de moteurs électriques au niveau industriel et académique ? Une question dont il est difficile de faire le tour brièvement. Cependant, il est possible de donner quelques informations afin d'en éclairer le lecteur.

Concernant les méthodes d'optimisation, passablement de références utilisent la méthode des éléments finis couplée aux plans d'expérience et aux surfaces de réponses avec, dans certains cas, l'utilisation des algorithmes génétiques comme outils pour la recherche d'une solution optimale [1, 2, 3, 4]. La conception utilisant la méthode des éléments finis est lourde et très spécifique au domaine modélisé. D'autres références adoptent la méthode par description de circuits spécifiques (principalement électromagnétique) [5, 6]. Une description analytique afin de

déterminer une solution préliminaire qui est ensuite utilisée dans la méthode des éléments finis est également adoptée par certains concepteurs [7].

Une autre approche de conception consiste à utiliser des modèles analytiques couplés avec des algorithmes déterministes ou stochastiques à la recherche d'un optimum global sous contraintes [8, 9, 10, 11]. Les grands avantages des modèles analytiques sont un temps de calcul réduit (par rapport aux éléments finis) et la possibilité d'introduire tout phénomène pouvant s'écrire sous forme d'équations analytiques. La conception à l'aide de modèles analytiques et d'algorithmes spécifiques s'avère être une méthode performante ayant un avenir certain dans le domaine des moteurs électriques.

1.2 Conception et analyse : méthodologies distinctes

Le dimensionnement d'un système et son analyse sont deux étapes différentes mais complémentaires. En effet, l'analyse d'une configuration d'un moteur ayant recours à des modèles analytiques est réalisée dans des endroits connus de l'espace des paramètres où le sens physique des modèles est assuré, ainsi que leur définition mathématique. Concernant la conception, et plus précisément l'optimisation, le concepteur ne connaît pas précisément, voire pas du tout, l'endroit de l'espace où se situe la solution optimale par rapport à un cahier des charges spécifique.

On peut ainsi définir deux caractéristiques intrinsèques de la formulation des problèmes de dimensionnement. La première concerne la validité physique du modèle. C'est une notion importante qui indique l'espace des paramètres dans lequel le modèle analytique est en cohérence avec le dispositif à dimensionner et que les erreurs dues aux approximations sont admissibles dans le contexte en question. L'espace des contraintes doit être bien entendu contenu dans cet espace que l'on peut appeler espace de confiance (FIG. 1.1).

La seconde caractéristique d'un modèle est sa validité mathématique, et correspond à l'espace des paramètres où le modèle est mathématiquement défini, donc calculable. C'est une notion très importante en conception, car elle favorise la réussite de la phase d'optimisation. En effet, contraire-

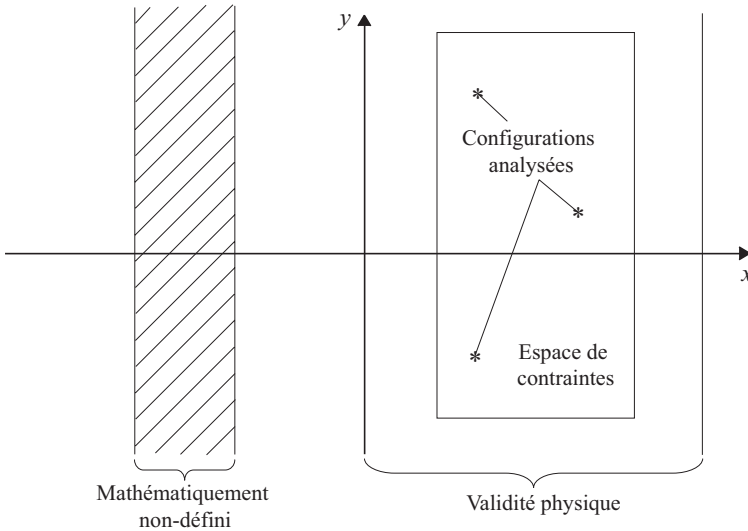


FIG. 1.1 – Espace des paramètres

ment à l'analyse, l'espace hors de la zone ayant un sens physique est susceptible d'être visité par les algorithmes d'optimisation avant de converger vers la solution optimale. Suivant la capacité des algorithmes à s'extraire des zones non-définies, celles-ci peuvent conduire à l'échec. Par exemple, en optimisation différentiable¹, la continuité des fonctions, et de leur première dérivée, est recherchée afin d'éviter les problèmes de convergence.

Finalement, dans un contexte d'analyse, la précision du modèle est un des principaux objectifs, tandis qu'en conception, la qualité mathématique du modèle, et principalement sa tendance, sont des facteurs clés dans la réussite d'une phase d'optimisation.

¹Avec cette méthode, les algorithmes utilisent les dérivées de fonctions pour converger vers la solution optimale.

1.3 Structure de la thèse

La thèse est axée autour de trois parties principales :

Modélisation analytique

Cette partie regroupe les chapitres 2 et 3 qui exposent la modélisation analytique respectivement d'un moteur avec dents statoriques et d'un moteur sans dents statoriques¹ (voir FIG. 1.2). Les phénomènes magnétiques, thermiques et électriques sont exposés pour chaque type de moteur en confrontant les modèles analytiques aux simulations par éléments finis (FEM), afin de valider les approximations. Précisons que les parties récurrentes des deux modèles analytiques ne sont traitées que dans le chapitre 2.

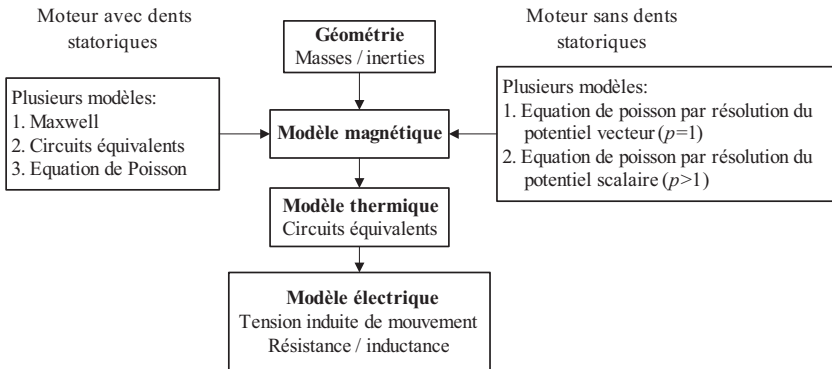


FIG. 1.2 – Modèle analytique

Optimisation

Le chapitre 4 expose les caractéristiques et problèmes liés à la phase d'optimisation. Elle traite des différents types d'algorithmes, des problèmes de formulation des modèles et de la méthodologie appliquée en conception.

¹Dans la littérature, on trouve souvent ce moteur sous l'expression « moteur à bobinage dans l'entrefer ».

Validations expérimentales

Le chapitre 5 confronte les résultats d'optimisation, les simulations d'analyses analytiques et numériques avec les mesures expérimentales réalisées sur un prototype optimisé dans le cadre du projet « Solar Impulse ». Ce projet consiste à réaliser le tour du monde en avion propulsé uniquement grâce à l'énergie solaire.

CHAPITRE 2

Moteur synchrone avec dents statoriques

Sommaire

| | | |
|------------|---|-----------|
| 2.1 | Introduction | 8 |
| 2.2 | Définition de la géométrie | 9 |
| 2.2.1 | Géométrie à dents droites | 13 |
| 2.2.2 | Géométrie avec têtes de dents | 16 |
| 2.3 | Masses et inerties | 17 |
| 2.4 | Modèles magnétiques | 19 |
| 2.4.1 | Introduction | 19 |
| 2.4.2 | Equations de Maxwell | 19 |
| 2.4.3 | Matériaux magnétiques | 20 |
| 2.4.4 | Caractéristiques magnétiques d'un aimant | 20 |
| 2.4.5 | Equations de Maxwell : forme intégrale | 22 |
| 2.4.6 | Détermination de l'induction par la méthode dite de « Maxwell » | 22 |
| 2.4.7 | Détermination de l'induction par la résolution de l'équation de Poisson | 55 |
| 2.4.8 | Circuit magnétique équivalent | 58 |

| | | |
|------------|---|-----------|
| 2.5 | Bobinage et tension induite de mouvement | 64 |
| 2.5.1 | Introduction | 64 |
| 2.5.2 | Tension induite de mouvement de phase . . | 65 |
| 2.5.3 | Réalisation du bobinage | 68 |
| 2.5.4 | Validation | 69 |
| 2.6 | Modèle électrique | 77 |
| 2.6.1 | Introduction | 77 |
| 2.6.2 | Résistance électrique et inductance | 77 |
| 2.6.3 | Equation de tension induite de phase | 79 |
| 2.6.4 | Alimentation | 80 |
| 2.7 | Puissances et couples | 85 |
| 2.7.1 | Introduction | 85 |
| 2.7.2 | Bilan de Puissance | 85 |
| 2.7.3 | Puissance électromagnétique | 86 |
| 2.7.4 | Pertes dans le moteur | 86 |
| 2.7.5 | Puissance mécanique et électrique | 87 |
| 2.7.6 | Rendement | 88 |
| 2.7.7 | Couple électromagnétique et mécanique . . | 88 |
| 2.7.8 | Couple dû à l'effet d'encoches | 90 |
| 2.8 | Modèle thermique | 91 |
| 2.8.1 | Introduction | 91 |
| 2.8.2 | Hypothèses | 92 |
| 2.8.3 | Circuit thermique équivalent | 93 |
| 2.8.4 | Résistance thermique due à la conduction . | 94 |
| 2.8.5 | Résistance thermique due à la convection . | 98 |
| 2.8.6 | Paramètres dépendant de la température . | 99 |
| 2.9 | Equation du mouvement | 99 |

2.1 Introduction

Un moteur synchrone à aimants permanents à dents statoriques peut se décliner en deux configurations distinctes : à rotor interne et à rotor externe. La présente étude se concentre sur la configuration à rotor interne, tout en sachant que la configuration à rotor externe peut être déduite du modèle exposé dans ce manuscrit.

Ce chapitre présente différentes sections exposant des modèles essentiels pour la caractérisation d'un moteur synchrone à dents statoriques. A savoir la définition de la géométrie et l'approximation des développantes du bobinage, le modèle électrique avec différents types d'alimentation, le modèle thermique qui permet d'approximer la température moyenne des bobines et, ainsi, être en mesure de la contraindre pour l'optimisation, et de même qu'une partie sommaire présentant la dynamique du moteur en se basant sur l'équation de Newton-Euler. Une mise en évidence toute particulière est réalisée pour la section détaillant le modèle magnétique qui expose différentes méthodes de détermination de l'induction dans les éléments du moteur.

2.2 Définition de la géométrie

La géométrie du moteur synchrone avec dents statoriques est paramétrée selon la figure 2.1 pour ce qui concerne la configuration à rotor interne.

Le diamètre intérieur d_i et le diamètre extérieur d_e sont contraints à partir du diamètre d'alésage d_a :

$$d_i = d_a - 2(e_{cr} - e_a - \delta) \quad (2.1)$$

$$d_e = d_a + 2(h_{ds} + e_{cs} + e_h) \quad (2.2)$$

avec e_{cr} , e_{cs} , e_a et e_h définis comme l'épaisseur respectivement de la culasse rotorique, de la culasse statorique, de l'aimant et de la carcasse extérieure; δ correspond à l'entrefer magnétique qui, ici, est équivalent à l'entrefer mécanique δ_{mec} . h_{ds} exprime la hauteur totale de la dent qui est utilisée pour déterminer la hauteur d'encoche h_{es} :

$$h_{es} = h_{ds} - h_{tds} \quad (2.3)$$

h_{tds} est la hauteur de tête de dent statorique.

La largeur moyenne d'encoche statorique l_{mes} est donnée par la relation suivante :

$$l_{mes} = (d_a + 2h_{tds} + h_{es}) \left[\frac{\pi}{Z_n} - \arcsin \left(\frac{l_{ds}}{d_a + 2h_{tds} + h_{es}} \right) \right] \quad (2.4)$$

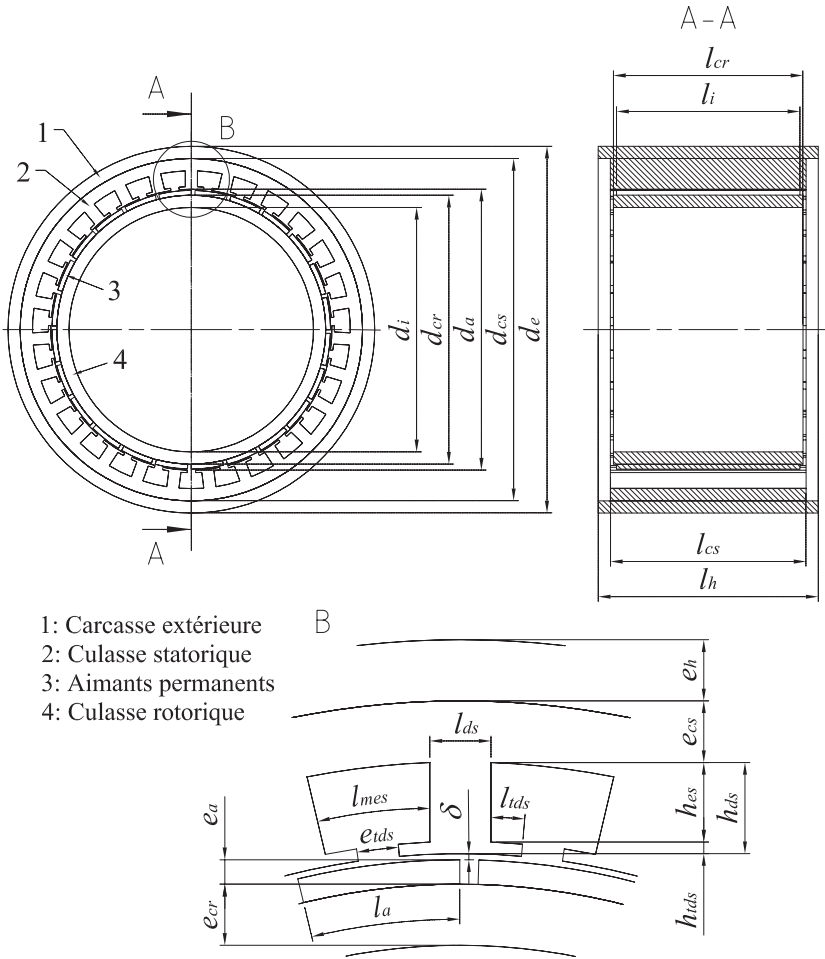


FIG. 2.1 – Paramètres géométriques du moteur synchrone avec dents statoriques à rotor interne

si $l_{ds} \ll (d_a + 2h_{tds} + h_{es})$, l'expression 2.4 se simplifie :

$$l_{mes} = \frac{\pi (d_a + 2h_{tds} + h_{es})}{Z_n} - l_{ds} \quad (2.5)$$

avec l_{ds} correspondant à la largeur d'une dent statorique et Z_n exprimant

le nombre de dents statoriques.

La section d'une encoche statorique S_{es} et la section totale des encoches statoriques S_{est} s'expriment :

$$S_{es} = h_{es} l_{mes} \quad (2.6)$$

$$S_{est} = Z_n S_{es} \quad (2.7)$$

L'espace entre les têtes de dents statoriques e_{tds} vaut :

$$e_{tds} = (d_a + h_{tds}) \left[\frac{\pi}{Z_n} - \arcsin \left(\frac{l_{ds}}{(d_a + h_{tds})} \right) \right] - 2l_{tds} \quad (2.8)$$

si $l_{ds} \ll (d_a + h_{tds})$, l'expression (2.8) se simplifie :

$$e_{tds} = \frac{\pi (d_a + h_{tds})}{Z_n} - l_{ds} - 2l_{tds} \quad (2.9)$$

où l_{tds} exprime la largeur de l'extension de tête de dent statorique (d'un côté de la dent).

Afin de calculer le couple du moteur, la surface active S_{act} est introduite :

$$S_{act} = \pi d_a l_i \quad (2.10)$$

avec l_i correspondant à la longueur active du moteur (longueur axiale des aimants).

Le pas polaire τ_p pour un nombre de paire de pôles p , déterminé au niveau du diamètre d'alésage d_a , est donné par la relation suivante :

$$\tau_p = \frac{\pi d_a}{2p} \quad (2.11)$$

Lorsque l'entrefer n'est plus négligeable face au diamètre d'alésage, le pas polaire est déterminé à partir du diamètre moyen de l'entrefer :

$$\tau_p = \frac{\pi (d_a - \delta)}{2p} \quad (2.12)$$

Au niveau du bobinage, plusieurs paramètres sont introduits afin de déterminer la section active d'un conducteur S_{co} et le diamètre actif d'un

conducteur d_{co} pour une structure avec un bobinage réalisé en doubles couches¹ :

$$S_{co} = \frac{S_{es} k_{Cu}}{2N_{sb}} \quad (2.13)$$

$$d_{co} = \sqrt{\frac{4S_{co}}{\pi}} \quad (2.14)$$

avec le coefficient de remplissage de l'encoche exprimé par le paramètre k_{Cu} . En introduisant l'épaisseur de l'isolant du conducteur e_{ic} , le diamètre total d'un conducteur donne :

$$d_{cot} = d_{co} + 2e_{ic} \quad (2.15)$$

Le nombre de spires par phase N_{sp} est déterminé à partir du nombre de spires par bobine N_{sb} :

$$N_{sp} = \frac{Z_n N_{sb}}{m} \quad (2.16)$$

avec m correspondant au nombre de phases.

La longueur de spire moyenne l_{msp} est calculée en tenant compte, d'une part, de la partie comprise à l'intérieur de la culasse statorique et, d'autre part, d'une longueur correspondant aux développantes dénotée l_{mde} . Celle-ci dépend fortement de la réalisation pratique du bobinage.

$$l_{msp} = 2(l_{cs} + l_{mde}) \quad (2.17)$$

A partir de l_{msp} , le volume total des conducteurs (sans isolants) peut être déterminé :

$$V_{co} = S_{est} k_{Cu} \frac{l_{msp}}{2} \quad (2.18)$$

Déoulant de l'expérience liée à la réalisation pratiques de bobinage, un modèle analytique caractérisant les développantes a pu être élaboré. On peut classer les bobinages selon deux configurations différenciées par leur réalisation respective : la première concerne des géométries à dents droites avec une ouverture de bobine d'une seule dent, avec les bobines

¹Ce type de bobinage est caractérisé par le fait que chaque encoche est occupée par deux côtés de bobines.

pouvant être fabriquées à l'extérieur du moteur. La seconde concerne des géométries avec têtes de dents et/ou possédant des ouvertures de bobines plus grandes qu'une dent statorique, avec le bobinage réalisé directement dans le moteur.

Par choix, soulignons encore que seuls les bobinages à doubles couches sont étudiés dans ce document.

2.2.1 Géométrie à dents droites

Une structure à dents droites permet une mise en oeuvre des bobines en dehors de la culasse statorique. Les paramètres e_b et h_b correspondent respectivement à l'épaisseur d'un côté de la bobine et à la hauteur de la bobine (FIGS. 2.2a et 2.2b). Les bobines fabriquées sont ensuite insérées dans les encoches respectives. Cette méthode n'est, en principe, utilisée que pour des bobines concentriques¹. Deux représentations sont utilisées pour déterminer la longueur moyenne des développantes l_{mde} . La première considère que les développantes forment un arc correspondant à la moitié d'un cercle (FIG. 2.2c) avec comme longueur moyenne :

$$l_{mde} = \pi \left(\frac{e_b + l_{ds}}{2} \right) \quad (2.19)$$

et la hauteur des développantes :

$$h_{de} = \frac{l_{ds}}{2} + e_b \quad (2.20)$$

La seconde représentation, qui est plus optimiste, fait l'hypothèse qu'une partie des développantes est rectiligne et entourée de deux quarts de cercle (FIG. 2.2d). Dans ce cas, la longueur moyenne et la hauteur des développantes donnent respectivement :

$$l_{mde} = e_b (\pi - 1) + l_{ds} \quad (2.21)$$

$$h_{de} = \frac{3}{2} e_b \quad (2.22)$$

Un espace $e_b/2$ est ajouté entre les extrémités de la culasse statorique et les développantes afin de tenir compte de la réalisation du bobinage (FIG. 2.2d).

¹Une bobine concentrique est réalisée autour d'une seule dent.

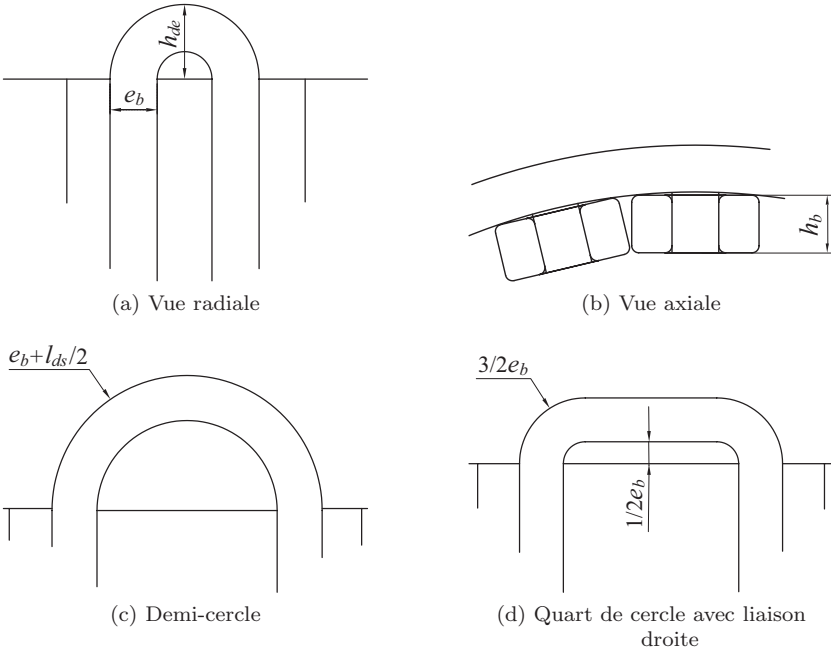


FIG. 2.2 – Modélisation des bobines droites concentriques

Le choix de l'une ou l'autre représentation dépend, non seulement, de la géométrie, mais également des contraintes liées à la fabrication. La figure 2.3 montre la comparaison des longueurs de développantes pour les deux modèles exposés précédemment. Il est important de souligner que pour un rapport l_{ds}/e_b élevé ($l_{ds}/e_b > 5$), il est préférable d'utiliser le modèle de développantes défini par les équations 2.21 et 2.22 car il représente plus fidèlement la réalité.

Vu le caractère rectangulaire de la section de bobine réalisée à l'extérieur de la culasse statorique (FIG. 2.2b), le coefficient de remplissage de l'encoche k_{Cu} peut être exprimé à l'aide du coefficient de remplissage de la bobine k_{Cub} :

$$k_{Cu} = k_{Cub} \frac{2h_b e_b}{S_{es}} \quad (2.23)$$

L'épaisseur maximale d'un côté de bobine et la hauteur maximale d'une

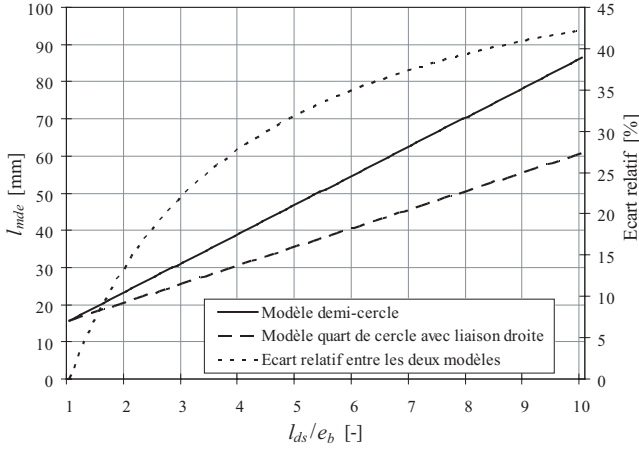


FIG. 2.3 – Comparaison des modèles de la longueur des développantes pour un bobinage concentrique ($e_b = 5$ mm)

bobine pouvant être insérée dans une encoche sont déterminées par les équations suivantes :

$$e_{b,max} = \frac{d_a}{2} \tan\left(\frac{\pi}{Z_n}\right) \cos \arcsin\left(\frac{l_{ds}}{d_a}\right) - \frac{l_{ds}}{2} \quad (2.24)$$

$$h_{b,max} = \left(\frac{d_a}{2} + h_{ds}\right) \cos \arcsin\left(\frac{e_{b,max} + l_{ds}/2}{d_a/2 + h_{ds}}\right) - \frac{d_a}{2} \cos \arcsin\left(\frac{l_{ds}}{d_a}\right) \quad (2.25)$$

Il est important de souligner que ces valeurs sont déterminées en partant de l'hypothèse que les bobines sont affleurées au diamètre d'alésage du côté de la dent (FIG. 2.2b).

La section d'une dent statorique S_{ds} (sans tête de dent) est déterminée en fonction de sa forme curviligne. La section d'une dent statorique réelle et son approximation rectangulaire sont comparées à la figure 2.4.

Selon la figure 2.4, l'erreur découlant de l'approximation de la surface S_{ds} par une section rectangulaire est très faible et n'influence donc pratiquement pas les résultats ce qui justifie le calcul de S_{ds} par la simplification suivante :

$$S_{ds} = h_{es} l_{ds} \quad (2.26)$$

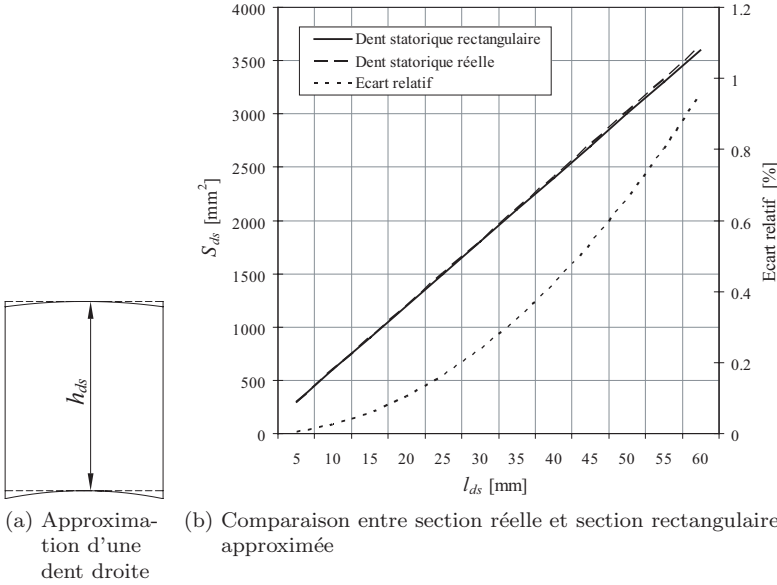


FIG. 2.4 – Comparaison de calculs de section d'une dent statorique droite ($d_a = 200$ mm, $h_{ds} = 60$ mm)

2.2.2 Géométrie avec têtes de dents

Lorsque la structure possède des têtes de dents et/ou que les bobines ont une ouverture de plus d'une encoche¹, le bobinage est réalisé, la plupart du temps, directement dans les encoches statoriques. Ce procédé influence passablement le coefficient de remplissage k_{Cu} qui est généralement plus faible que lorsque les bobines peuvent être réalisées en dehors de la structure.

Pour un bobinage concentrique autour des dents possédant des têtes, les équations 2.19, 2.20, 2.21 et 2.22 peuvent être reprises afin de déterminer l_{mde} et h_{de} en définissant $e_{b,max}$ comme :

$$e_{b,max} = \frac{l_{mes}}{2} \quad (2.27)$$

¹Les bobines se chevauchent entre elles.

Précisons que, dans ce cas, le paramètre e_b est une longueur curviligne qui suit la courbure de l'encoche, contrairement à la géométrie à dents droites où les bobines sont droites.

Concernant les bobinages possédant une ouverture de bobine s_z supérieure à une dent statorique, le calcul de la longueur et de la hauteur des développantes prend en compte leur chevauchement pour des bobines successives. Ainsi, la hauteur des développantes h_{de} peut être approchée par la relation suivante :

$$h_{de} = \left(s_z + \frac{1}{2} \right) e_b \quad (2.28)$$

La longueur moyenne des développantes s'exprime :

$$l_{mde} = s_z [l_{ds} + l_{mes} + e_b (\pi - 2)] - l_{mes} + e_b \quad (2.29)$$

Il est important de préciser que les modèles de développantes précédemment exposés sont basés sur une approche théorique. Selon les contraintes liées à la fabrication, difficilement modélisables, la forme et la longueur des développantes peuvent s'éloigner sensiblement de la théorie. Cependant, dans une phase de conception, les valeurs relatives s'avèrent aussi importantes, voire plus importantes que les valeurs absolues, ce qui justifie l'emploi de tels modèles.

2.3 Masses et inerties

La masse totale de la partie active du moteur est composée des masses de plusieurs éléments :

- Masse des aimants

$$m_a = \rho_a 2p l_a e_a l_i \quad (2.30)$$

avec l_a correspondant à la largeur d'aimant. Pour un aimant tuile, l_a est mesuré au niveau de son diamètre moyen.

- Masse des conducteurs

$$m_{co} = \rho_{co} V_{co} \quad (2.31)$$

- Masse de la culasse rotorique

$$m_{cr} = \rho_{cr} \pi (d_i + e_{cr}) e_{cr} l_{cr} \quad (2.32)$$

- Masse des têtes de dents statoriques

$$m_{tds} = \rho_{cs} k_f [\pi (d_a + h_{tds}) - Z_n e_{tds}] h_{tds} l_{cs} \quad (2.33)$$

- Masse des dents statoriques

$$m_{ds} = \rho_{cs} k_f Z_n S_{ds} l_{cs} + m_{tds} \quad (2.34)$$

- Masse de la culasse statorique

$$m_{cs} = \rho_{cs} k_f \pi (d_a + 2h_{ds} + e_{cs}) e_{cs} l_{cs} \quad (2.35)$$

- Masse de la carcasse extérieure

$$m_h = \rho_h \pi (d_e - e_h) e_h l_h \quad (2.36)$$

ρ_a , ρ_{co} , ρ_{cr} , ρ_{cs} et ρ_h représentent la masse volumique respectivement des aimants, des conducteurs, de la culasse rotorique, de la culasse statorique et de la carcasse extérieure. k_f exprime le rapport du volume total de la culasse statorique par rapport au volume réel de fer dans une structure feuilletée et est plus communément appelé coefficient de foisonnement.

Les inerties des parties tournantes, exprimées par rapport à la direction axiale du moteur, s'écrivent :

- Inertie des aimants

$$I_{z,a} = \frac{m_a}{8} \left[(d_i + 2e_{cr})^2 + (d_i + 2e_{cr} + 2e_a)^2 \right] \quad (2.37)$$

- Inertie de la culasse rotorique

$$I_{z,cr} = \frac{m_{cr}}{8} \left[d_i^2 + (d_i + 2e_{cr})^2 \right] \quad (2.38)$$

2.4 Modèles magnétiques

2.4.1 Introduction

Le but de cette section est d'introduire le modèle magnétique lié aux aimants permanents. Pour ceci, plusieurs modèles sont présentés. Le premier modèle se base sur la circulation du champ magnétique créé par un aimant permanent. Le second modèle se base sur la théorie des réseaux de Kirchhoff au niveau magnétique. Le troisième modèle est dérivé d'un modèle présenté dans le chapitre 3 qui se base sur la résolution de l'équation de Poisson.

2.4.2 Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell [12, 13], utilisées pour lier les différentes grandeurs électriques et magnétiques, s'écrivent sous forme différentielle :

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad (\text{loi d'Ampère}) \quad (2.39)$$

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (\text{loi de Faraday}) \quad (2.40)$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{loi de conservation du flux}) \quad (2.41)$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (\text{loi de Gauss}) \quad (2.42)$$

(2.39) devient dans un système quasi-statique :

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} \quad (2.43)$$

où \vec{E} , \vec{D} , \vec{H} , \vec{B} , \vec{J} correspondent respectivement au champ électrique, à l'induction électrique, au champ magnétique, à l'induction magnétique et à la densité de courant. ρ représente la densité de charge électrique.

Dans l'étude du moteur synchrone à aimants permanents, l'équation (2.42) n'est pas utilisée.

Les lois précédentes font abstraction des matériaux qui les composent. Ainsi, des relations supplémentaires [14, chap. 6, chap. 14], appelées relations constitutives (2.44) et (2.45), sont introduites, afin de tenir compte

des caractéristiques électriques et magnétiques des différents matériaux. Ces caractéristiques sont généralement données sous forme graphique par les fabricants :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (2.44)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.45)$$

avec μ_0 et σ correspondant pour l'un à la perméabilité du vide et pour l'autre à la conductivité électrique.

Le vecteur aimantation \vec{M} peut être séparé en deux composantes distinctes (2.46) :

$$\vec{M} = \vec{M}_r + \vec{M}_i \quad (2.46)$$

où \vec{M}_r représente l'aimantation rigide, indépendante du champ magnétique et \vec{M}_i est l'aimantation induite, fonction du champ magnétique.

2.4.3 Matériaux magnétiques

Dans le cas d'un matériau magnétique doux, et en négligeant l'effet d'hystérésis [15, chap. 3], le vecteur aimantation ne comporte que la composante induite qui s'exprime :

$$\vec{M}_i = \chi_r(\vec{H})\vec{H} \quad (2.47)$$

$\chi_r(\vec{H})$ est défini comme la susceptibilité magnétique relative qui permet de tenir compte de la saturation magnétique des matériaux.

La perméabilité magnétique relative μ_r peut être définie comme suit :

$$\mu_r = 1 + \chi_r \quad (2.48)$$

L'équation (2.44) devient :

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad (2.49)$$

2.4.4 Caractéristiques magnétiques d'un aimant

Les aimants permanents sont constitués d'un matériau ferromagnétique possédant un large cycle d'hystérésis. Pour un aimant permanent, le vecteur aimantation comporte une composante induite et une composante

rigide. Le domaine d'utilisation d'un aimant permanent se trouve dans le quadrant II de la caractéristique B-H (FIG. 2.5). Nous considérerons les grandeurs vectorielles uniquement dans la direction de magnétisation de l'aimant. Ainsi, nous pouvons utiliser des grandeurs scalaires.

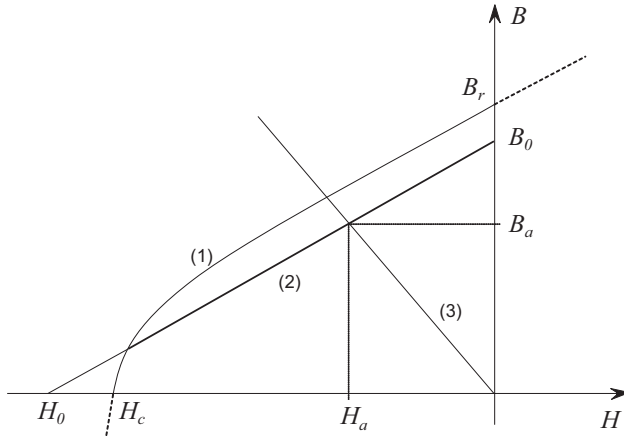


FIG. 2.5 – Caractéristique magnétique d'un aimant permanent

La courbe de désexcitation (1) est caractérisée par ses deux valeurs limites que sont l'induction rémanente B_r et le champ coercitif H_c . La droite de retour (2) est caractérisée par les intersections entre l'abscisse et l'ordonnée qui sont respectivement $(H_0, 0)$ et $(0, B_0)$. Ainsi, la droite de retour peut s'écrire :

$$B = \mu_d H + \mu_0 M_r = \mu_d H + B_0 \quad (2.50)$$

avec la perméabilité différentielle μ_d qui s'exprime :

$$\mu_d = \mu_{dr} \mu_0 = \frac{B_0}{H_0} \quad (2.51)$$

L'intersection entre la droite de charge (3) et la droite de retour définit le point de fonctionnement (H_a, B_a) .

2.4.5 Equations de Maxwell : forme intégrale

L'application du théorème de Stokes aux équations (2.40) et (2.43) permet d'exprimer ces relations sous une forme intégrale :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (2.52)$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (2.53)$$

L'équation (2.41) devient en appliquant le théorème de la divergence :

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2.54)$$

A partir de l'équation (2.52), il est possible de définir le potentiel magnétique scalaire Θ :

$$\Theta_{12} = \int_1^2 \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (2.55)$$

Le flux magnétique Φ peut être déterminé en se référant à l'équation (2.54) :

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (2.56)$$

et le flux magnétique totalisé Ψ , capté par une bobine formée d'un nombre de spires concentriques N , s'écrit :

$$\Psi = N\Phi \quad (2.57)$$

2.4.6 Détermination de l'induction par la méthode dite de « Maxwell »

Cette partie a pour but de présenter une méthode de calcul des grandeurs magnétiques (induction et champ magnétique) dans les différentes parties du moteur, dérivée de la forme intégrale des équations de Maxwell. Cette méthode se fonde sur les hypothèses suivantes :

- i) les effets d'extrémités sont négligés. La détermination des grandeurs magnétiques peut être réduite à un système plan ;
- ii) le flux magnétique se referme dans la culasse statorique et la culasse rotorique. La carcasse extérieure ne participe pas au circuit magnétique. Dans le cas où la culasse rotorique est creuse, alors l'arbre du moteur n'influence pas le comportement magnétique ;
- iii) les grandeurs magnétiques dans la structure sont déterminées exclusivement par les aimants permanents ;
- iv) seules les composantes fondamentales de l'induction magnétique, du champ magnétique et du flux magnétique sont considérées. L'induction est considérée comme sinusoïdale dans l'entrefer ;
- v) le facteur de Carter est introduit pour tenir compte des dents statoriques au niveau de la loi d'Ampère ;
- vi) le flux magnétique passant dans un aimant se referme dans les deux pôles magnétiques les plus proches.

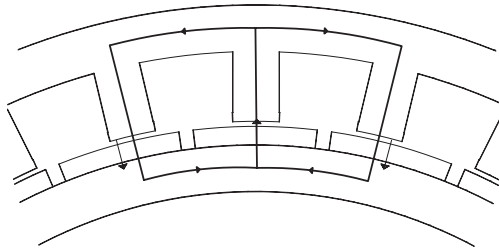


FIG. 2.6 – Circulation du champ magnétique

Ce modèle prend en compte les grandeurs magnétiques macroscopiques comme le flux magnétique et le potentiel magnétique scalaire. Le champ magnétique et l'induction sont des grandeurs spatiales moyennes calculées dans les différents éléments du moteur. Ainsi, ce modèle ne tient pas compte des variations locales d'induction et de champ magnétique. La circulation du champ magnétique emprunte un parcours moyen dans la structure du moteur entre deux pôles magnétiques (FIG. 2.6).

2.4.6.1 Circulation du champ magnétique

La loi d'Ampère (2.52) est utilisée pour déterminer la circulation du champ magnétique. Par l'hypothèse iii), l'équation (2.52) devient :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (2.58)$$

en utilisant les paramètres géométriques définis précédemment, la circulation du champ magnétique s'écrit :

$$2H_a e_a + \frac{2B_{\delta r} k_c \delta}{\mu_0} + 2h_{ds} H_{ds} + \frac{\pi (d_a + 2h_{ds} + e_{cs}) H_{cs}}{2p} + \frac{\pi (d_i + e_{cr}) H_{cr}}{2p} = 0 \quad (2.59)$$

avec $H_a, H_{ds}, H_{cs}, H_{cr}$ correspondant respectivement au champ magnétique dans les aimants, dans les dents statoriques, dans la culasse statorique et dans la culasse rotorique.

En considérant l'entrefer et l'épaisseur des aimants comme suffisamment faible par rapport aux autres grandeurs géométriques, notamment le diamètre d'alésage d_a , l'induction B_a dans l'aimant peut s'écrire :

$$B_a = B_{\delta r} \quad (2.60)$$

et le champ magnétique H_a s'exprime :

$$H_a = \frac{B_{\delta r} - B_0}{\mu_d} \quad (2.61)$$

et ainsi, à partir de l'équation (2.59), l'induction radiale maximale dans l'entrefer $B_{\delta r}$ s'écrit :

$$B_{\delta r, max} = \frac{\frac{e_a B_0}{\mu_d} - h_{ds} H_{ds} - \frac{\pi (d_a + 2h_{ds} + e_{cs}) H_{cs}}{4p} - \frac{\pi (d_i + e_{cr}) H_{cr}}{4p}}{e_a / \mu_d + k_c \delta / \mu_0} \quad (2.62)$$

Lorsque e_a et δ ne sont plus négligeables face au diamètre d'alésage d_a , l'induction magnétique dans les aimants s'écrit :

$$B_a = B_{\delta r} \frac{d_a - \delta}{d_i + 2e_{cr} + e_a} \quad (2.63)$$

et l'équation (2.62) devient :

$$B_{\delta r, max} = \frac{\frac{e_a B_0}{\mu_d} - h_{ds} H_{ds} - \frac{\pi (d_a + 2h_{ds} + e_{cs}) H_{cs}}{4p} - \frac{\pi (d_i + e_{cr}) H_{cr}}{4p}}{\frac{d_a - \delta}{d_i + 2e_{cr} + e_a} e_a / \mu_d + k_c \delta / \mu_0} \quad (2.64)$$

2.4.6.2 Coefficient de Carter

Le coefficient de Carter k_c [16] transforme une structure à encoches en une structure lisse par conservation de l'induction moyenne dans l'entrefer. Les transformations conformes [17] sont appliquées en tenant compte des hypothèses suivantes :

- perméabilité des parties ferromagnétiques infinie ($\mu \rightarrow \infty$);
- encoches statoriques infiniment profondes.

Selon [18], le coefficient de Carter s'exprime :

$$k_c = \frac{\pi d_a / Z_n}{\pi d_a / Z_n - \gamma(\delta + e_a)} \quad (2.65)$$

avec

$$\gamma = \frac{4}{\pi} \left[\frac{e_{tds}}{2(\delta + e_a)} \arctan \left(\frac{e_{tds}}{2(\delta + e_a)} \right) - \log \sqrt{1 + \left(\frac{e_{tds}}{2(\delta + e_a)} \right)^2} \right] \quad (2.66)$$

si $\frac{e_{tds}}{(\delta + e_a)} > 1$, alors l'approximation suivante peut être utilisée :

$$\gamma = \frac{[e_{tds}/(\delta + e_a)]^2}{5 + e_{tds}/(\delta + e_a)} \quad (2.67)$$

Il est intéressant de remarquer que l'entrefer total avec Carter prend en compte l'entrefer réel et l'épaisseur des aimants, considérés comme de l'air. La figure 2.7 montre l'influence de l'entrefer et de l'espace entre les têtes de dents sur le facteur de Carter k_c pour un diamètre d'alésage de 300 mm, 27 dents statoriques et une largeur de dents de 18 mm. Lorsque le rapport entre $\delta + e_a$ et l'espace entre les têtes de dents est relativement petit (plus petit que 0.1), l'effet d'encoches est très marqué et l'entrefer équivalent peut passer du simple au double. Inversement, lorsque ce rapport est grand, le champ magnétique dans l'entrefer n'est que très peu influencé par les encoches ce qui fait tendre k_c vers 1.

2.4.6.3 Conservation du flux magnétique

La loi de conservation du flux magnétique, sous forme intégrale (2.54), permet de déterminer les inductions magnétiques dans les culasses fer-

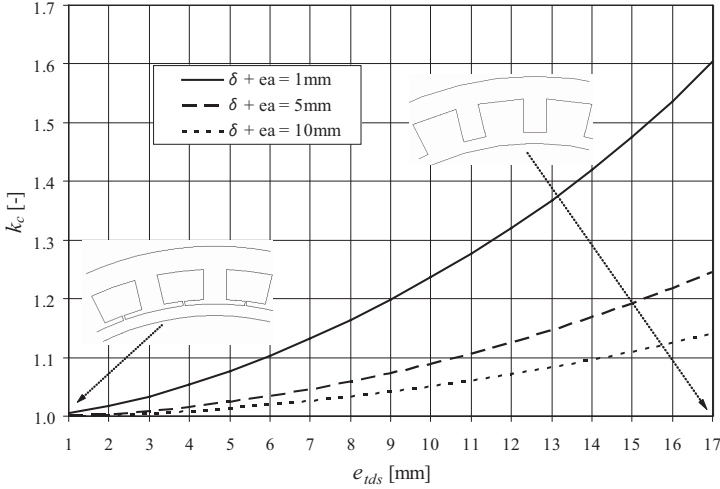


FIG. 2.7 – Facteur de Carter k_c ($d_a = 300 \text{ mm}$, $Z_n = 27$)

romagnétiques. L'induction maximale dans une dent statorique s'écrit :

$$B_{ds,max} = \frac{\pi d_a B_{\delta r,max}}{Z_n k_f l_{ds}} \quad (2.68)$$

Avec l'équation (2.68), on part de l'hypothèse que le flux magnétique maximal passant dans une dent statorique correspond au flux total passant dans l'entrefer sur un pas dentaire.

La conservation du flux entre l'entrefer et la culasse statorique permet de déterminer l'induction maximale dans la culasse statorique :

$$\begin{aligned} B_{cs,max} &= \frac{2}{\pi} B_{\delta r,max} \frac{\tau_p}{2e_{cs} k_f} \\ &= \frac{d_a B_{\delta r,max}}{2p k_f e_{cs}} \end{aligned} \quad (2.69)$$

Du fait de son caractère sinusoïdal, la valeur moyenne de l'induction radiale dans l'entrefer sur une demi-période vaut $\frac{2}{\pi} B_{\delta r,max}$. On fait l'hypothèse que le flux maximal traversant la culasse statorique correspond à la moitié du flux généré par un pôle magnétique.

L'induction maximale dans la culasse rotorique est calculée à partir de l'induction maximale dans la culasse statorique en considérant que les deux culasses sont traversées par le même flux (pas de flux de fuite) :

$$B_{cr,max} = \frac{e_{cs}}{e_{cr}} k_f B_{cs,max} \quad (2.70)$$

Dans le modèle présenté, on tient compte d'une culasse rotorique non-feuilletée.

2.4.6.4 Modélisation de la courbe $B - H$

Afin que le système soit déterminé, il faut ajouter encore les relations constitutives de la culasse statorique, de la culasse rotorique et des dents statoriques. Pour ceci, plusieurs modèles ont été pris en considération. Le premier ne prend pas en considération la saturation magnétique des matériaux et la perméabilité relative est constante (2.49). Le second prend en compte la saturation à l'aide d'une fonction continue basée sur une formulation en arctan [19] :

$$B = \mu_0 H + \frac{2B_s}{\pi} \arctan \left(\frac{\pi (\mu_{ri} - 1) \mu_0 H}{2B_s} \right) \quad (2.71)$$

B_s et μ_{ri} correspondent respectivement à l'induction à saturation et à la perméabilité relative initiale.

Une troisième formulation permet de régler plus finement la courbe en ajustant la forme du coude de saturation à l'aide du paramètre a_s [19] :

$$B = \mu_0 H + B_s \frac{H_s + 1 - \sqrt{(H_s + 1)^2 - 4H_s(1 - a_s)}}{2(1 - a_s)} \quad (2.72)$$

avec :

$$H_s = \mu_0 H \frac{\mu_{ri} - 1}{B_s} \quad (2.73)$$

Ce modèle ne prend pas en compte le coude au niveau des champs faibles (zone de Rayleigh). Un modèle plus complexe de courbe $B-H$ est présenté à l'annexe A. Il permet de régler le coude de saturation et de définir une zone de Rayleigh.

La figure 2.8 représente la courbe $B-H$ donnée par le fabricant ainsi que les courbes des différentes méthodes d'approximation pour le matériau M270-35A (Cogent)(FIG. 2.8), composé d'un alliage de fer et de silicium (FeSi).

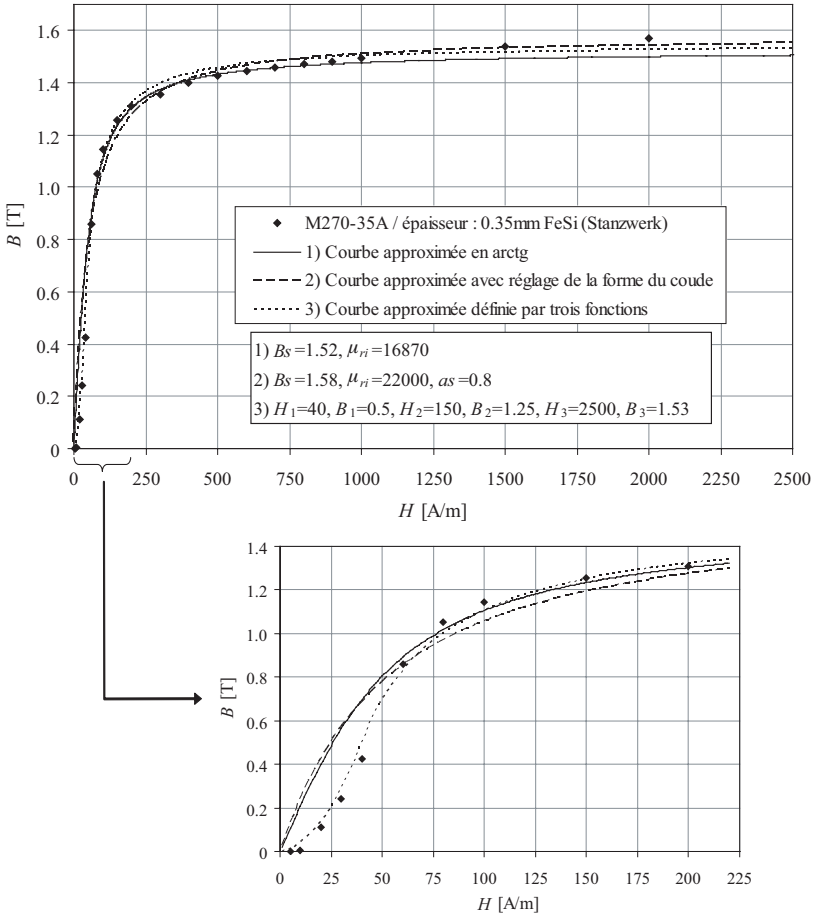


FIG. 2.8 – Courbes $B-H$. Matériau FeSi : M270-35A (Cogent)

A première vue, on peut remarquer que les courbes d'approximation

sont relativement proches les unes des autres. Cependant, vu le comportement de la courbe expérimentale, il est difficile de déterminer une courbe analytique approximant parfaitement la courbe dans toute sa zone de définition. Les courbes d'approximation (2.71) et (2.72) permettent d'établir un modèle analytique de la courbe de saturation passablement bon dans toute la zone de définition, excepté dans la zone proche de zéro. La courbe définie par trois fonctions (présentée à l'annexe A) permet de régler le coude de départ dans la zone de Rayleigh [20].

2.4.6.5 Validations et améliorations

Afin de valider et d'améliorer le modèle présenté, on recourt aux simulations par éléments finis. Plusieurs configurations de moteurs sont utilisées afin d'élargir le spectre de l'analyse. Les différentes configurations choisies présentent une diversité au niveau du nombre d'encoques par pôle et par phase q . Les concepts retenus sont répertoriés dans le tableau 2.1. Ajoutons encore que, pour chaque configuration, les types d'aimantation parallèle et radiale sont analysés.

Le tableau 2.2 présente les résultats de simulations aux éléments finis et du modèle analytique précédemment exposé. L'ensemble des grandeurs correspondent aux valeurs maximales par rapport à la position du rotor. La modulation d'amplitude introduite par les encoches statoriques influence le comportement de l'induction dans l'entrefer (Fig. 2.9). Afin d'être en mesure de comparer les résultats, la moyenne de l'induction dans l'entrefer, due à la modulation d'amplitude des encoches, est calculée pour les simulations FEM. Le calcul est effectué au centre d'un pôle magnétique avec le rotor en rotation sur un pas dentaire.

Induction dans l'entrefer

Dans ce premier modèle analytique, on considère que l'induction radiale dans l'entrefer est purement sinusoidale. Ainsi la valeur maximale et l'amplitude de la valeur fondamentale du signal sont confondues :

$${}^1\hat{B}_{\delta r} = B_{\delta r, max} \quad (2.74)$$

Cependant, comme on peut le voir sur les figures 2.10a et 2.10b, l'induc-

TAB. 2.1 – Configurations de moteurs pour la validation des modèles

| Configurations | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | (g) |
|----------------|--|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Z_n | 18 | 18 | 18 | 18 | 24 | 36 | 48 |
| $2p$ | 24 | 16 | 12 | 6 | 4 | 4 | 4 |
| q | 0.25 | 0.375 | 0.5 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| d_i [mm] | 67 | | | 61 | 51 | | |
| e_{cs} [mm] | 12 | | | 15 | 20 | | |
| e_{cr} [mm] | 12 | | | 15 | 20 | | |
| h_{ds} [mm] | 12 | | | | 10 | 8 | 6 |
| l_{ds} [mm] | 10 | | | | 8 | 5 | 4 |
| d_a [mm] | 100 | | | | | | |
| l_i [mm] | 100 | | | | | | |
| e_a [mm] | 3 | | | | | | |
| δ [mm] | 1.5 | | | | | | |
| l_{tds} [mm] | 0 | | | | | | |
| k_f [-] | 1 | | | | | | |
| l_a | largeur maximale (les aimants sont jointifs) | | | | | | |
| Aimants | Vacodym 655HR ($B_0 = 1.28$ T, $\mu_{dr} = 1.029$) | | | | | | |
| Aimantation | parallèle et radiale | | | | | | |
| Tôles | M270-35A (culasse statorique et rotorique) | | | | | | |

tion radiale dans l'entrefer se rapproche d'une forme trapézoïdale qui distingue la valeur maximale du premier harmonique. L'induction dans l'entrefer, déterminée par le modèle, est une valeur maximale et non la valeur crête du fondamental.

En partant de l'hypothèse d'une forme carrée de l'induction radiale dans l'entrefer, le premier harmonique s'écrit :

$${}^1\hat{B}_{\delta r} = \frac{4}{\pi} B_{\delta r, max} \quad (2.75)$$

Une modélisation de l'induction dans l'entrefer peut être réalisée par une représentation trapézoïdale. Deux formes distinctes ont été prises en compte et représentées à la figure 2.11. La première possède une valeur maximale sur la moitié d'une période magnétique, dont le premier

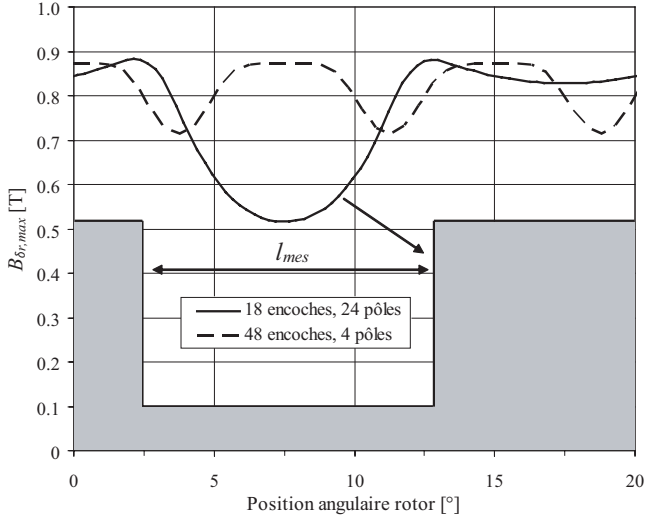


FIG. 2.9 – Induction radiale dans l’entrefer : Modulation d’amplitude due aux encoches statoriques avec le point de calcul tournant avec le rotor (déterminée au centre d’un pôle magnétique) pour une aimantation parallèle

harmonique s’écrit :

$${}^1\hat{B}_{\delta r} = \frac{8\sqrt{2}}{\pi^2} B_{\delta r, max} \quad (2.76)$$

La valeur maximale de la seconde forme s’étend sur trois quarts de la période magnétique dont le premier harmonique est :

$${}^1\hat{B}_{\delta r} = \frac{32}{\pi^2} \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) B_{\delta r, max} \quad (2.77)$$

L’équation (2.62) est modifiée en appliquant le facteur de Carter sur l’entrefer δ et l’épaisseur des aimants e_a . Elle est remplacée par l’équation suivante :

$$B_{\delta r, max} = \frac{\frac{e_a B_0}{\mu_d} - h_{ds} H_{ds} - \frac{\pi(d_a + 2h_{ds} + e_{cs})H_{cs}}{4p} - \frac{\pi(d_i + e_{cr})H_{cr}}{4p}}{k_c(e_a/\mu_d + \delta/\mu_0)} \quad (2.78)$$

TAB. 2.2 – Inductions magnétiques [T] - comparaison entre simulations analytiques et simulations FEM

| Configurations | | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | (g) | |
|----------------|--------------------------|--|------|------|------|------|------|------|------|
| FEM | aimantation parallèle | $B_{\delta r, max}$ (moyenne) | 0.75 | 0.77 | 0.78 | 0.76 | 0.8 | 0.8 | 0.82 |
| | | ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ fondamentale (moyenne) ^a | 0.88 | 0.93 | 0.92 | 0.94 | 0.95 | 0.96 | 0.99 |
| | | $B_{ds, max}$ | 0.65 | 1.11 | 1.29 | 1.27 | 1.25 | 1.36 | 1.31 |
| | | $B_{cs, max}$ | 0.31 | 0.47 | 0.61 | 1.15 | 1.32 | 1.34 | 1.37 |
| | | $B_{cr, max}$ | 0.36 | 0.53 | 0.73 | 1.15 | 1.23 | 1.25 | 1.28 |
| | aimantation radiale | $B_{\delta r, max}$ (moyenne) | 0.73 | 0.74 | 0.75 | 0.75 | 0.77 | 0.78 | 0.79 |
| | | ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ fondamentale (moyenne) ^a | 0.87 | 0.91 | 0.9 | 0.94 | 0.98 | 0.98 | 1 |
| | | $B_{ds, max}$ | 0.64 | 1.06 | 1.26 | 1.25 | 1.22 | 1.32 | 1.26 |
| | | $B_{cs, max}$ | 0.3 | 0.46 | 0.59 | 1.16 | 1.4 | 1.42 | 1.43 |
| | | $B_{cr, max}$ | 0.38 | 0.58 | 0.8 | 1.33 | 1.51 | 1.52 | 1.53 |
| Analytique | ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ | 0.81 | 0.81 | 0.81 | 0.81 | 0.82 | 0.82 | 0.83 | |
| | $B_{ds, max}$ | 1.42 | 1.42 | 1.42 | 1.41 | 1.34 | 1.44 | 1.36 | |
| | $B_{cs, max}$ | 0.28 | 0.42 | 0.56 | 0.9 | 1.03 | 1.03 | 1.04 | |
| | $B_{cr, max}$ | 0.28 | 0.42 | 0.56 | 0.9 | 1.03 | 1.03 | 1.04 | |

^aLa moyenne est calculée sur un pas dentaire afin de tenir compte de la modulation d'amplitude due aux encoches.

Le tableau 2.3 expose les résultats des différents modèles analytiques pour ${}^1\hat{B}_{\delta r}$. Exception faite du premier modèle qui considère l'induction dans l'entrefer comme sinusoidale, les modèles faisant référence aux équations (2.75) et (2.76) donne des résultats dont les erreurs relatives par rapport aux simulations par éléments finis sont inférieures à 10%. On remarque également que la forme carrée est mieux adaptée pour des structures avec un nombre d'encoches par pôle et par phase q grand, contrairement à la forme trapézoïdale qui satisfait mieux les structures avec un q faible. Dans les structures étudiées, la forme trapézoïdale de

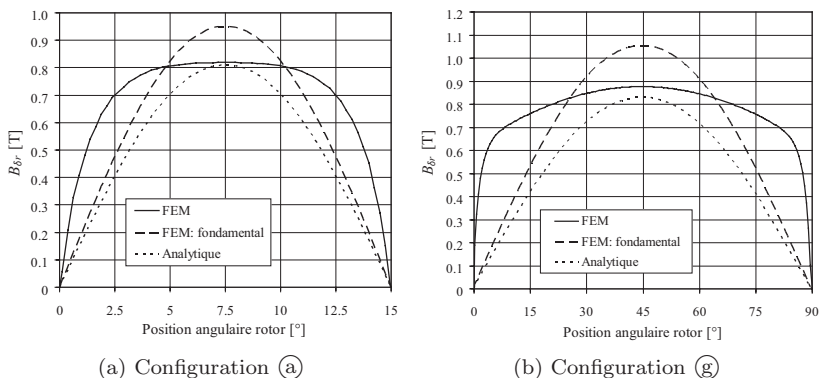


FIG. 2.10 – Induction radiale dans l'entrefer B_{δ_r} en fonction de la position angulaire du rotor (sous une dent statorique) pour une aimantation parallèle

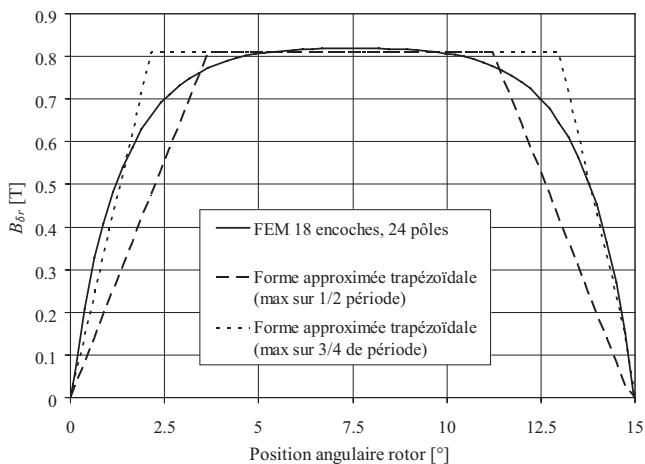


FIG. 2.11 – Approximation trapézoïdale de B_{δ_r}

l'induction dans l'entrefer, dont la valeur maximale s'étend sur trois quarts de période, semble donner la meilleure approximation.

TAB. 2.3 – Induction radiale dans l'entrefer [T]

| Configurations | | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | (g) |
|----------------|--|--------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|
| FEM | ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ (moyenne) ^a aimantation parallèle | 0.88 | 0.93 | 0.92 | 0.94 | 0.95 | 0.96 | 0.99 |
| | ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ (moyenne) ^a aimantation radiale | 0.87 | 0.91 | 0.9 | 0.94 | 0.98 | 0.98 | 1 |
| Analytique | ${}^1\hat{B}_{\delta r} = B_{\delta r, max}$ (forme sinusoïdale) | 0.81 | 0.81 | 0.81 | 0.81 | 0.82 | 0.82 | 0.83 |
| | erreur aimant. parallèle | 8 % | 12.9 % | 12 % | 13.8 % | 13.7 % | 14.6 % | 16.2 % |
| | erreur aimant. radiale | 6.9 % | 11 % | 10 % | 13.8 % | 16.3 % | 16.3 % | 17 % |
| | ${}^1\hat{B}_{\delta r} = \frac{4}{\pi} B_{\delta r, max}$ (forme carrée) | 0.96 | 0.96 | 0.96 | 0.96 | 1 | 1.01 | 1.03 |
| | erreur aimant. parallèle | 9.1 % | 3.2 % | 4.3 % | 2.1 % | 5.3 % | 5.2 % | 4 % |
| | erreur aimant. radiale | 10.3 % | 5.5 % | 6.7 % | 2.1 % | 2 % | 3.1 % | 3 % |
| | ${}^1\hat{B}_{\delta r} = \frac{8\sqrt{2}}{\pi^2} B_{\delta r, max}$ (forme trapézoïdale) | 0.87 | 0.87 | 0.87 | 0.87 | 0.9 | 0.91 | 0.93 |
| | erreur aimant. parallèle | 1.1 % | 6.5 % | 5.4 % | 7.4 % | 5.3 % | 5.2 % | 6.1 % |
| | erreur aimant. radiale | 0 % | 4.4 % | 3.3 % | 7.4 % | 8.2 % | 7.1 % | 7 % |
| | ${}^1\hat{B}_{\delta r} = \frac{32}{\pi^2} \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) B_{\delta r, max}$ (forme trapézoïdale) | 0.94 | 0.94 | 0.94 | 0.94 | 0.97 | 0.98 | 1 |
| | erreur aimant. parallèle | 6.8 % | 1.1 % | 2.2 % | 0 % | 2.1 % | 2.1 % | 1 % |
| | erreur aimant. radiale | 8 % | 3.3 % | 4.4 % | 0 % | 1 % | 0 % | 0 % |

^aLa moyenne est calculée sur un pas dentaire afin de tenir compte de la modulation d'amplitude due aux encoches.

Induction dans la culasse statorique

L'induction maximale dans la culasse statorique, calculée avec (2.69), est sous-estimée. Une meilleure approximation, principalement pour des structures à q élevé, est obtenue avec l'équation (2.79) dans laquelle on introduit ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ pour les formes d'induction carrée et trapézoïdale avec la valeur maximale étendue sur trois quarts de la période magnétique (TAB. 2.4). Ainsi, l'équation (2.69) devient :

$$B_{cs, max} = \frac{d_a}{2p} \frac{{}^1\hat{B}_{\delta r}}{k_f e_{cs}} \quad (2.79)$$

Pour des structures ayant un nombre d'encoches par pôle et par phase plus grand que l'unité, l'induction maximale, calculée à partir de l'équation (2.79), donne une valeur faible par rapport aux simulations numériques. L'équation (2.80), qui détermine $B_{cs,max}$ en intégrant le flux dans l'entrefer selon un profil trapézoïdal dont la valeur maximale s'étend sur trois quarts de pôle magnétique, permet de mieux approcher les calculs aux éléments finis pour $q > 1$. Cette approche découle de l'expérience et de l'analyse des résultats de simulations aux éléments finis.

$$B_{cs,max} = \frac{7\pi d_a B_{\delta r,max}}{32pk_f e_{cs}} \quad (2.80)$$

TAB. 2.4 – Induction maximale dans la culasse statorique [T]

| Configurations | | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | (g) |
|----------------|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| FEM | $B_{cs,max}$ aimantation parallèle | 0.31 | 0.47 | 0.61 | 1.15 | 1.32 | 1.34 | 1.37 |
| | $B_{cs,max}$ aimantation radiale | 0.3 | 0.46 | 0.59 | 1.16 | 1.4 | 1.42 | 1.43 |
| Analytique | $B_{cs,max}$ selon eq. (2.69) | 0.28 | 0.42 | 0.56 | 0.9 | 1.03 | 1.03 | 1.04 |
| | erreur aimant. parallèle | 9.7 % | 10.6 % | 8.2 % | 21.7 % | 22 % | 23.1 % | 24.1 % |
| | erreur aimant. radiale | 6.7 % | 8.7 % | 5.1 % | 22.4 % | 26.4 % | 27.5 % | 27.3 % |
| | $B_{cs,max}$ selon eq. (2.79) (forme $B_{\delta r}$ carrée) | 0.33 | 0.5 | 0.66 | 1.07 | 1.24 | 1.26 | 1.29 |
| | erreur aimant. parallèle | 6.5 % | 6.4 % | 8.2 % | 7 % | 6.1 % | 6 % | 5.8 % |
| | erreur aimant. radiale | 10 % | 8.7 % | 11.9 % | 7.8 % | 11.4 % | 11.3 % | 9.8 % |
| | $B_{cs,max}$ selon eq. (2.79) (forme $B_{\delta r}$ trapézoïdale avec valeur maximale sur 3/4 de période) | 0.32 | 0.49 | 0.65 | 1.04 | 1.21 | 1.23 | 1.25 |
| | erreur aimant. parallèle | 3.2 % | 4.3 % | 6.6 % | 9.6 % | 8.3 % | 8.2 % | 8.8 % |
| | erreur aimant. radiale | 6.7 % | 6.5 % | 10.2 % | 10.3 % | 13.6 % | 13.4 % | 12.6 % |
| | $B_{cs,max}$ selon eq. (2.80) | 0.36 | 0.54 | 0.72 | 1.15 | 1.34 | 1.35 | 1.38 |
| | erreur aimant. parallèle | 16.1 % | 14.9 % | 18 % | 0 % | 1.5 % | 0.7 % | 0.7 % |
| | erreur aimant. radiale | 20 % | 17.4 % | 22 % | 0.9 % | 4.3 % | 4.9 % | 3.5 % |

Les erreurs entre les modèles analytiques (prenant en compte l'intégration

du premier harmonique) et les simulations FEM proviennent principalement de l'approximation de l'induction dans l'entrefer sur un pôle magnétique par son premier harmonique (FIG. 2.12). Le flux magnétique passant dans l'entrefer, qui va circuler en partie dans la culasse statorique, est calculé pour les courbes de la figure 2.12. Le calcul donne les flux magnétiques suivants :

- FEM - aimantation parallèle : $5.48 \cdot 10^{-3}$ Weber
- FEM - aimantation radiale : $5.85 \cdot 10^{-3}$ Weber
- Analytique (selon (2.79)) : $5.1 \cdot 10^{-3}$ Weber
- Analytique (selon (2.80)) : $5.52 \cdot 10^{-3}$ Weber

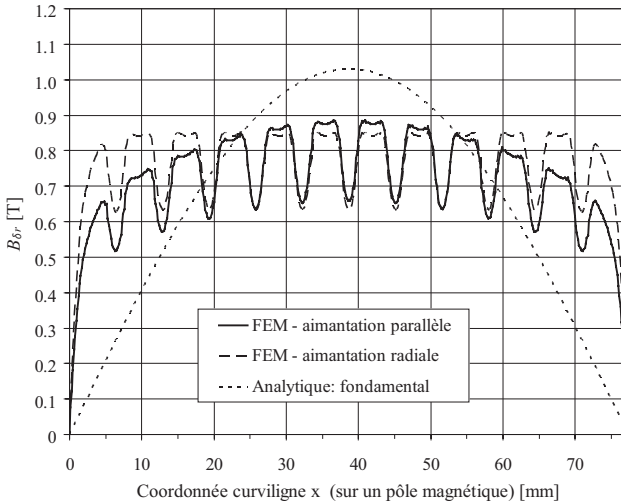


FIG. 2.12 – Induction radiale dans l'entrefer sur un pôle magnétique avec le rotor fixe (configuration \textcircled{g})

On peut considérer le calcul de l'induction maximale dans la culasse statorique par l'équation (2.80) comme adéquat pour des configurations avec $q \geq 1$. Pour $q < 1$, la détermination de $B_{cs,max}$ par (2.79) est plus appropriée.

Induction dans la culasse rotorique

Concernant l'induction maximale dans la culasse rotorique, le modèle analytique fait l'hypothèse que tout le flux passant dans la culasse statorique se retrouve dans la culasse rotorique. Les résultats FEM montrent une induction maximale plus élevée dans la culasse rotorique que dans la culasse statorique pour une aimantation radiale. Ceci vient des flux de fuite qui traversent la culasse rotorique et qui se referment dans l'entrefer entre deux aimants sans passer à travers le stator. Pour l'aimantation parallèle, une partie du flux magnétique se referme dans les aimants sans passer dans la culasse rotorique et cela principalement pour des structures à faible nombre de pôles en raison de la direction d'aimantation aux bords des aimants (FIG. 2.13).

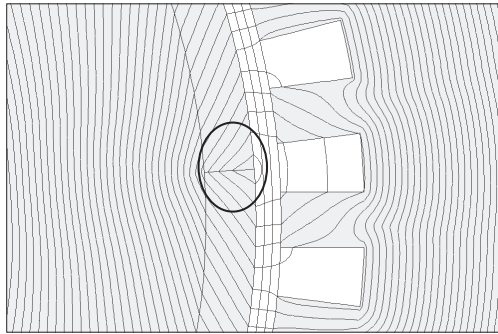


FIG. 2.13 – Lignes d'équiflux magnétiques pour une aimantation parallèle avec passage du flux entre deux aimants (configuration \textcircled{g})

Un modèle tenant compte des flux de fuite entre les aimants dans l'entrefer est présenté. Il prend en considération l'hypothèse de lignes de flux circulant en arc de cercle d'un aimant au suivant, selon un parcours moyen correspondant à un demi-cercle de rayon $r/2$ (FIG. 2.14).

Ainsi, l'équation 2.70 devient en tenant compte des flux de fuite :

$$B_{cr,max} = \frac{e_{cs} k_f B_{cs,max} + \Phi_f / l_i}{e_{cr}} \quad (2.81)$$

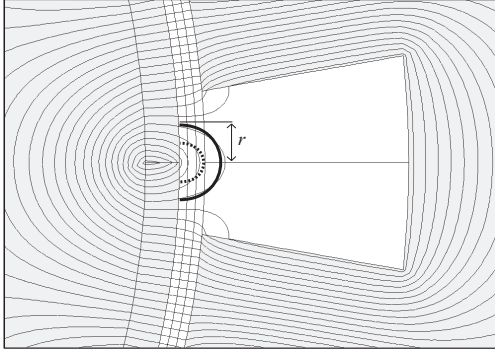


FIG. 2.14 – Flux de fuite entre aimants dans l'entrefer

avec Φ_f correspondant au flux de fuite et qui s'exprime :

$$\Phi_f = \frac{4l_i e_a r}{4e_a + \pi\mu_{dr}r} B_0 \quad (2.82)$$

avec le rayon r du demi-cercle limitant les flux de fuite à la moitié de la largeur d'une encoche statorique :

$$r = \frac{l_{mes}}{4} \frac{d_a - 2\delta}{d_a + 2h_{tds} + h_{es}} \quad (2.83)$$

Le tableau 2.5 illustre les résultats de simulations FEM et analytiques. Concernant la partie analytique, si les flux de fuite ne sont pas pris en compte (2.70), l'induction dans la culasse rotorique est sous-estimée. En introduisant les flux de fuite (2.81), on remarque qu'il y a corrélation entre simulations numériques et analytiques pour des structures avec $q \leq 1$. Pour des structures avec $q > 1$, la prise en considération des flux de fuite est sans influence notable.

Induction dans les dents statoriques

Le premier modèle de la conservation du flux magnétique entre l'entrefer et les dents statoriques est très pessimiste. En effet, on part de l'hypothèse que l'induction est constante et maximale sur un pas den-

TAB. 2.5 – Induction maximale dans la culasse rotorique [T]

| Configurations | | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | (g) |
|----------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| FEM | $B_{cr,max}$ aimantation parallèle | 0.54 | 0.66 | 0.83 | 1.2 | 1.27 | 1.28 | 1.31 |
| | $B_{cr,max}$ aimantation radiale | 0.52 | 0.7 | 0.9 | 1.34 | 1.52 | 1.53 | 1.54 |
| Analytique | $B_{cr,max}$ selon eq. (2.70) | 0.32 | 0.49 | 0.65 | 1.04 | 1.21 | 1.23 | 1.25 |
| | erreur aimant. parallèle | 40.7 % | 25.8 % | 21.7 % | 13.3 % | 4.7 % | 3.9 % | 4.6 % |
| | erreur aimant. radiale | 38.5 % | 30 % | 27.8 % | 22.4 % | 20.4 % | 19.6 % | 18.8 % |
| | $B_{cr,max}$ selon eq. (2.81) (forme $B_{\delta r}$ trapézoïdale avec valeur maximale sur 3/4 de période), avec $B_{cs,max}$ selon eq. (2.79) | 0.47 | 0.63 | 0.79 | 1.15 | 1.28 | 1.28 | 1.29 |
| | erreur aimant. parallèle | 13 % | 4.5 % | 4.8 % | 4.2 % | 0.8 % | 0 % | 1.5 % |
| | erreur aimant. radiale | 9.6 % | 10 % | 12.2 % | 14.2 % | 15.8 % | 16.3 % | 16.2 % |
| | $B_{cr,max}$ selon eq. (2.81), avec $B_{cs,max}$ selon eq. (2.80) | 0.5 | 0.68 | 0.86 | 1.26 | 1.4 | 1.4 | 1.42 |
| | erreur aimant. parallèle | 7.4 % | 3 % | 3.6 % | 5 % | 10.2 % | 9.4 % | 8.4 % |
| | erreur aimant. radiale | 3.8 % | 2.9 % | 4.4 % | 6 % | 7.9 % | 8.5 % | 7.8 % |

taire autour de la dent lorsque l'aimant est centré sous celle-ci. Vu l'effet de modulation d'amplitude due aux encoches statoriques (FIG. 2.9), l'hypothèse précédente devient obsolète. Une amélioration peut être apportée en admettant une distribution sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer le long d'un pôle magnétique (FIG. 2.15). L'intégration de l'induction dans l'entrefer est réalisée par l'ajout d'une condition sur la largeur d'aimant l_a . Ainsi, l'équation (2.68) devient :

$$B_{ds,max} = \begin{cases} \hat{B}_{ds} & l_a \leq \frac{\pi(d_i + 2e_{cr} + e_a)}{Z_n} \\ \hat{B}_{ds} \sin\left(\frac{\pi^2(d_i + 2e_{cr} + e_a)}{2Z_n l_a}\right) & l_a > \frac{\pi(d_i + 2e_{cr} + e_a)}{Z_n} \end{cases} \quad (2.84)$$

avec

$$\hat{B}_{ds} = \frac{2}{\pi} \frac{d_a}{(d_i + 2e_{cr} + e_a)} l_a \frac{B_{\delta r, max}}{k_f l_{ds}} \quad (2.85)$$

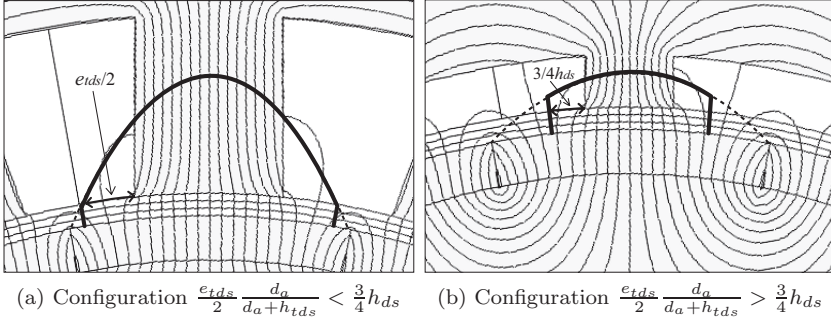


FIG. 2.15 – Distribution sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer - zone prise en compte pour la détermination de $B_{ds, max}$

Lorsque la profondeur des encoches statoriques est faible, une partie du flux magnétique dans l'entrefer passe directement dans la culasse statorique (FIG. 2.15b). Il s'agit du flux de fonds d'encoche. Une condition sur la largeur d'une encoche statorique au niveau des têtes de dents doit être satisfaite. Cette condition est basée sur le rapport entre la hauteur de dent et la largeur d'encoche au niveau des têtes de dents. Ainsi, lorsque $\frac{e_{tds}}{2} \frac{d_a}{d_a + h_{tds}} > \frac{3}{4} h_{ds}$, (2.84) devient :

$$B_{ds, max} = \begin{cases} \hat{B}_{ds} & l_a \leq l_1 \frac{d_i + 2e_{cr} + e_a}{d_a} \\ \hat{B}_{ds} \sin\left(\frac{\pi}{2l_a} l_1 \frac{d_i + 2e_{cr} + e_a}{d_a}\right) & l_a > l_1 \frac{d_i + 2e_{cr} + e_a}{d_a} \end{cases} \quad (2.86)$$

où

$$l_1 = d_a \arcsin\left(\frac{l_{ds}}{d_a}\right) + 2l_{tds} + \frac{3}{2} h_{ds} \quad (2.87)$$

Le modèle correspondant à l'équation (2.84) permet de limiter les erreurs d'approximation par rapport aux simulations FEM. On remarque

TAB. 2.6 – Induction maximale dans les dents statoriques [T]

| Configurations | | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | (g) |
|----------------|---------------------------------------|---------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|
| FEM | $B_{ds,max}$ aimantation parallèle | 0.65 | 1.11 | 1.29 | 1.27 | 1.25 | 1.36 | 1.31 |
| | $B_{ds,max}$ aimantation radiale | 0.64 | 1.06 | 1.26 | 1.25 | 1.22 | 1.32 | 1.26 |
| Analytique | $B_{ds,max}$ selon eq. (2.68) | 1.42 | 1.42 | 1.42 | 1.41 | 1.34 | 1.44 | 1.36 |
| | erreur aimant. parallèle | 118.5 % | 27.9 % | 10.1 % | 11 % | 7.2 % | 5.9 % | 3.8 % |
| | erreur aimant. radiale | 121.9 % | 34 % | 12.7 % | 12.8 % | 9.8 % | 9.1 % | 7.9 % |
| | $B_{ds,max}$ selon eq. (2.84) | 0.63 | 0.93 | 1.09 | 1.26 | 1.26 | 1.37 | 1.32 |
| | erreur aimant. parallèle | 3.1 % | 16.2 % | 15.5 % | 0.8 % | 0.8 % | 0.7 % | 0.8 % |
| | erreur aimant. radiale | 1.6 % | 12.3 % | 13.5 % | 0.8 % | 3.3 % | 3.8 % | 4.8 % |
| | $B_{ds,max}$ selon eq. (2.88) | 0.87 | 1.1 | 1.19 | 1.27 | 1.26 | 1.36 | 1.31 |
| | erreur aimant. parallèle | 33.8 % | 0.9 % | 7.8 % | 0 % | 0.8 % | 0 % | 0 % |
| | erreur aimant. radiale | 35.9 % | 3.8 % | 5.6 % | 1.6 % | 3.3 % | 3 % | 4 % |

toutefois une erreur passablement grande sur les configurations (b) et (c) (TAB. 2.6). De ce fait, une adaptation basée sur une distribution trapézoïdale de l'induction sous la dent statorique est étudiée (FIG. 2.16).

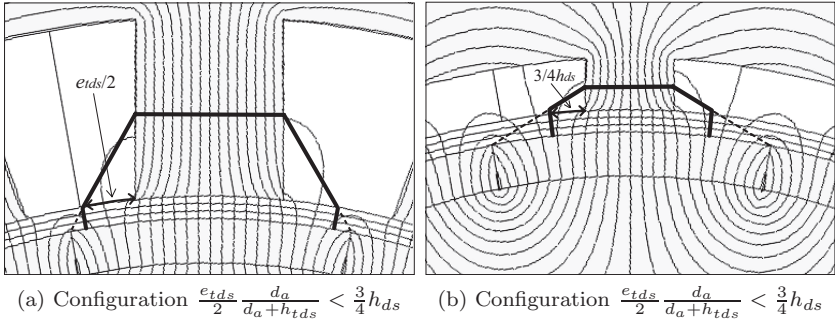


FIG. 2.16 – Distribution trapézoïdale de l'induction dans l'entrefer - zone prise en compte pour la détermination de $B_{ds,max}$

La valeur maximale du trapèze s'étend sur la largeur de la dent statorique (y compris la moitié des têtes de dents), tandis que la longueur de sa base correspond à la couverture d'un aimant, ce qui peut être écrit sous la forme de l'équation (2.88) :

$$B_{ds,max} = \begin{cases} \frac{B_{\delta r,max}}{k_f l_{ds}} l_a \frac{d_a}{d_i + 2e_{cr} + e_a} & l_a \frac{d_a}{d_i + 2e_{cr} + e_a} < l_2 \\ \frac{B_{\delta r,max}}{2k_f l_{ds}} \left(l_a \frac{d_a}{d_i + 2e_{cr} + e_a} + l_2 \right) & l_2 \leq l_a \frac{d_a}{d_i + 2e_{cr} + e_a} < l_3 \\ \frac{B_{\delta r,max}}{2k_f l_{ds}} \left[2l_2 + \frac{\left(l_a \frac{d_a}{d_i + 2e_{cr} + e_a} - l_2 \right)^2 - \left(l_a \frac{d_a}{d_i + 2e_{cr} + e_a} - l_3 \right)^2}{l_a \frac{d_a}{d_i + 2e_{cr} + e_a} - l_2} \right] & l_a \frac{d_a}{d_i + 2e_{cr} + e_a} \geq l_3 \end{cases} \quad (2.88)$$

où

$$l_2 = d_a \arcsin \left(\frac{l_{ds}}{d_a} \right) + l_{tds} \quad (2.89)$$

La condition pour tenir compte des flux de fonds d'encoche, et ainsi ne pas surévaluer les flux de franges des dents statoriques, est réalisée sur le paramètre l_3 :

$$l_3 = \begin{cases} \frac{\pi d_a}{Z_n} & \frac{e_{tds}}{2} \frac{d_a}{d_a + h_{tds}} \leq \frac{3}{4} h_{ds} \\ d_a \arcsin \left(\frac{l_{ds}}{d_a} \right) + 2l_{tds} + \frac{3}{2} h_{ds} & \frac{e_{tds}}{2} \frac{d_a}{d_a + h_{tds}} > \frac{3}{4} h_{ds} \end{cases} \quad (2.90)$$

On remarque que ce dernier modèle satisfait la majorité des configurations proposées à l'exception de celle possédant un nombre d'encoches par pôle et par phase de 0.25 (configuration ①) pour laquelle le modèle à distribution d'induction sinusoïdale sous la dent statorique est plus approprié (2.84).

Induction dans les têtes de dents statoriques

Les têtes de dents statoriques ont une influence non-négligeable sur la modulation de l'amplitude de l'induction dans l'entrefer. Ainsi, des têtes de dents qui couvrent presque totalement les encoches statoriques amènent à une structure pratiquement comparable, au niveau magnétique, à un stator lisse. Quelques modifications de conception sont réalisées sur les configurations du tableau 2.1, résumées à la table 2.7, et qui permettent d'éviter la saturation magnétique des parties ferromagnétiques.

TAB. 2.7 – Modifications de conception pour l'analyse avec têtes de dents

| Configurations | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | (g) |
|----------------|------|-----|-----|-----|------|------|------|
| d_i [mm] | 68 | | | 62 | 52 | | |
| l_{ds} [mm] | 12 | | | | 9 | 5.5 | 4 |
| l_{tds} [mm] | 2.2 | | | | 1.5 | 1.2 | 0.9 |
| h_{tds} [mm] | 2.5 | | | | 2 | 1.6 | 1.5 |
| e_{tds} [mm] | 1.05 | | | | 1.09 | 0.83 | 0.75 |
| e_a [mm] | 2.5 | | | | | | |

L'induction maximale dans une tête de dent statorique $B_{tds,max}$ est approximée en tenant compte de la portion de flux magnétique dans l'entrefer qui la traverse lorsque l'aimant est centré en son milieu (FIG. 2.17).

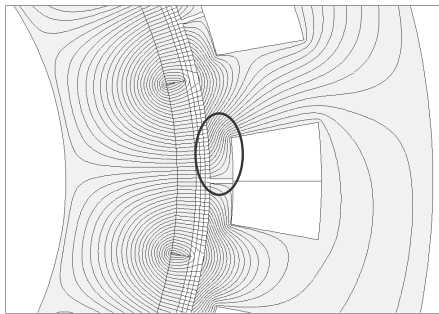


FIG. 2.17 – Lignes d'équiflux magnétiques dans une tête de dent statorique : Aimant centré sous la tête de dent

La conservation du flux magnétique entre l'entrefer et la tête de dent statorique permet de déterminer $B_{tds,max}$ en utilisant le paramètre β , qui correspond à l'angle entre le flux magnétique dans la tête de dent et le vecteur normal à la surface $h_{tds} \cdot l_i$ au pied de la tête de dent (FIG. 2.18). L'angle β est approximé en utilisant la direction diagonale de la tête de dent :

$$\beta = \arctan \left(\frac{h_{tds}}{l_{tds}} \right) \quad (2.91)$$

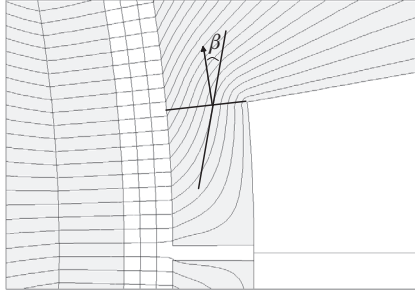


FIG. 2.18 – Angle β entre le flux magnétique au pied de la tête de dent statorique et le vecteur normale à la surface $h_{tds} \cdot l_i$

Si $l_{tds} \rightarrow 0 \Rightarrow \beta \rightarrow \pi/2$, ce qui implique que $B_{tds,max} \rightarrow \infty$ selon l'équation (2.96). Ainsi, une modification est réalisée, afin d'introduire une continuité entre les modèles avec et sans têtes de dents. L'équation (2.91) devient :

$$\beta = \begin{cases} \arctan \left(\frac{h_{tds}}{l_{tds}} \right) & l_{tds} \geq h_{tds}/4 \\ \arctan(4) & l_{tds} < h_{tds}/4 \end{cases} \quad (2.92)$$

Le choix du rapport entre h_{tds} et l_{tds} pour limiter l'angle β est basé sur l'analyse des simulations FEM. Il s'agit d'une méthode empirique.

Le flux magnétique maximal passant de l'entrefer à la tête de dent s'écrit :

$$\Phi_{tds,max} = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} B_{\delta r,max} \frac{d_a - \delta}{2} l_i \cos(p\alpha) d\alpha \quad (2.93)$$

avec α_1 et α_2 correspondant respectivement aux bornes inférieures et supérieures d'intégration de l'induction dans l'entrefer. Les valeurs des

deux bornes dépendent des flux de franges sur les têtes de dents avec une condition sur l'espace entre les têtes e_{tds} :

$$\alpha_1 = -\frac{l_{tds}}{d_a + h_{tds}} \quad (2.94)$$

$$\alpha_2 = \begin{cases} \frac{l_{tds} + e_{tds}/4}{d_a + h_{tds}} & e_{tds}/2 \leq h_{tds} \\ \frac{l_{tds} + h_{tds}/2}{d_a + h_{tds}} & e_{tds}/2 > h_{tds} \end{cases} \quad (2.95)$$

En appliquant le produit scalaire entre le vecteur normal à la surface représentée par $h_{tds} \cdot l_i$ et le flux magnétique au pied de la tête de dent, l'induction maximale dans celle-ci s'exprime :

$$B_{tds,max} = \frac{B_{\delta r,max} \frac{d_a - \delta}{2p} [\sin(p\alpha_1) + \sin(p\alpha_2)]}{k_f h_{tds} \cos \beta} \quad (2.96)$$

Le tableau 2.8 présente les simulations FEM et analytiques des configurations modifiées (TAB. 2.7) concernant le modèle de l'induction dans les têtes de dents présenté ci-dessus. Ce modèle approxime convenablement l'induction maximale dans les têtes de dents. Précisons que les valeurs FEM, prises comme références, sont des moyennes de l'induction au pied de la tête de dent.

TAB. 2.8 – Induction maximale dans les têtes de dents [T]

| Configurations | | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | (g) |
|----------------|--|-------|-------|-------|------|------|------|------|
| FEM | $B_{tds,max}^a$ aimantation parallèle | 1.07 | 1.11 | 1.08 | 1.07 | 1.04 | 1.03 | 0.98 |
| | $B_{tds,max}^a$ aimantation radiale | 1.05 | 1.08 | 1.07 | 1.07 | 1.03 | 1.03 | 0.98 |
| Anal. | $B_{tds,max}$ selon eq. (2.96) | 1.06 | 1.06 | 1.07 | 1.07 | 1.03 | 1.03 | 0.98 |
| | erreur aimant. parallèle | 0.9 % | 4.5 % | 0.9 % | 0 % | 1 % | 0 % | 0 % |
| | erreur aimant. radiale | 1 % | 1.9 % | 0 % | 0 % | 0 % | 0 % | 0 % |

^aValeur moyenne sur h_{tds} au niveau du pied de la tête de dent.

Avec des têtes de dents statoriques fermant presque totalement les encoches statoriques, l'induction dans l'entrefer, déterminée à l'aide du

modèle analytique, représente d'une manière satisfaisante le comportement simulé à l'aide des éléments finis, comme on peut l'apprécier dans le tableau 2.9. Le calcul de $B_{cs,max}$ à l'aide de l'équation (2.80) est un bon compromis entre la configuration à aimantation parallèle et celle à aimantation radiale.

TAB. 2.9 – Inductions avec têtes de dents [T] - comparaison entre simulations analytiques et simulations FEM

| Configurations | | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | (g) | |
|----------------|--|---|------|------|------|------|------|------|------|
| FEM | aimantation parallèle | ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ (moyenne) ^a | 0.94 | 0.97 | 0.97 | 0.98 | 0.95 | 0.95 | 0.95 |
| | | $B_{ds,max}$ | 0.54 | 1.03 | 1.11 | 1.12 | 1.12 | 1.23 | 1.27 |
| | | $B_{cs,max}$ | 0.31 | 0.53 | 0.66 | 1.22 | 1.33 | 1.31 | 1.3 |
| | aimantation radiale | ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ (moyenne) ^a | 0.92 | 0.95 | 0.96 | 0.98 | 0.97 | 0.97 | 0.97 |
| | | $B_{ds,max}$ | 0.52 | 1.03 | 1.09 | 1.1 | 1.1 | 1.18 | 1.23 |
| | | $B_{cs,max}$ | 0.3 | 0.53 | 0.65 | 1.25 | 1.42 | 1.42 | 1.42 |
| Analytique | ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ ^b | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.97 | 0.97 | 0.97 | |
| | $B_{ds,max}$ selon eq. (2.84) | 0.55 | 0.81 | 0.95 | 1.09 | 1.13 | 1.24 | 1.28 | |
| | $B_{ds,max}$ selon eq. (2.88) | 0.86 | 1.08 | 1.12 | 1.13 | 1.13 | 1.24 | 1.27 | |
| | $B_{cs,max}$ selon eq. (2.79) ^b | 0.34 | 0.51 | 0.68 | 1.08 | 1.22 | 1.22 | 1.21 | |
| | $B_{cs,max}$ selon eq. (2.80) | 0.38 | 0.56 | 0.75 | 1.2 | 1.34 | 1.34 | 1.34 | |

^aLa moyenne est calculée sur un pas dentaire afin de tenir compte de la modulation d'amplitude due aux encoches.

^bLes calculs sont réalisés en partant d'une induction radiale dans l'entrefer de forme trapézoïdale avec une valeur maximale sur 3/4 de période.

Afin d'évaluer le modèle analytique de l'induction dans les têtes de dents statoriques (2.96), une simulation est réalisée en faisant varier la longueur l_{tds} représentée à la figure 2.19. Pour ceci, la configuration (b) est utilisée en modifiant les paramètres suivants : $l_{ds} = 9$ mm, $e_a = 2$ mm et $d_i = 69$ mm.

Il est intéressant d'apprécier également la tendance correcte de l'induction maximale dans la dent statorique $B_{ds,max}$ en fonction de l_{tds} à la figure 2.20.

Sur la figure 2.19, l'erreur entre les simulations numériques et le modèle analytique semble passablement importante. Celle-ci vient principale-

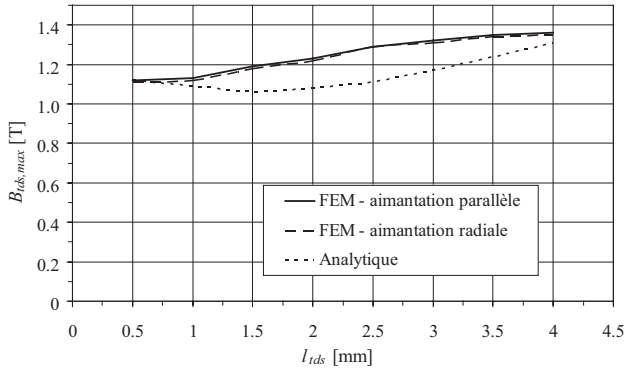


FIG. 2.19 – Induction maximale dans les têtes de dents en fonction du paramètre l_{tds} pour la configuration ⑥ (18 encoches, 16 pôles)

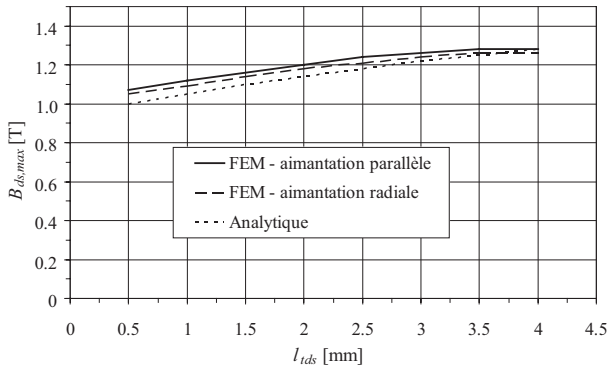


FIG. 2.20 – Induction maximale dans les dents statoriques en fonction du paramètre l_{tds} pour la configuration ⑥ (18 encoches, 16 pôles)

ment de l'erreur d'estimation de l'angle β qui, rappelons-le au passage, n'est pas trivial à déterminer dans ce type de modélisation. Pourtant, dans une phase de conception, le modèle peut être considéré comme suf-

fisant. En effet, le besoin de précision sur les résultats n'est pas aussi important que dans une phase d'analyse. Ici, la cohérence des comportements est recherchée.

Influence de l'entrefer

L'entrefer δ est un paramètre sensible qui influence significativement le comportement de l'induction radiale dans l'entrefer. Les simulations numériques pour différents entrefers sont représentées à la figure 2.21.

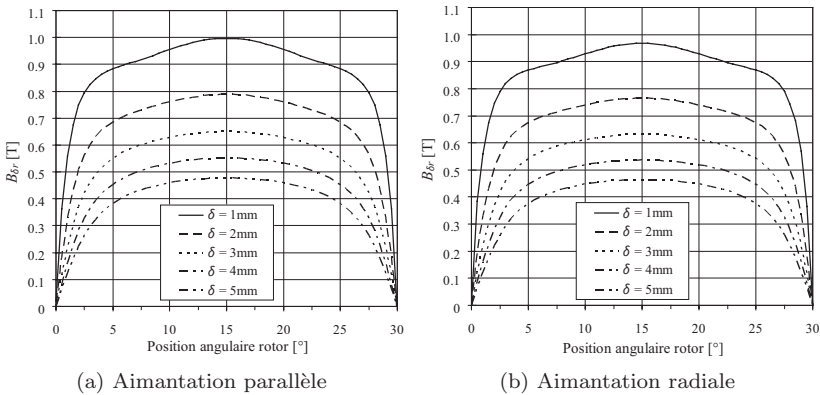


FIG. 2.21 – Simulations FEM de $B_{\delta r}$ en fonction de δ pour la configuration © (18 encoches, 12 pôles) du tableau 2.1 (sous une dent statorique)

Les deux représentations trapézoïdales de $B_{\delta r}$ donnent de très bons résultats en corrélation avec les simulations FEM comme on peut l'apprécier à la figure 2.22. ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ définie selon l'équation (2.77) est toutefois une solution plus adaptée pour des petits entrefers, tandis qu'il est plus judicieux d'utiliser la représentation selon l'équation (2.76) pour de grands entrefers. Ceci vient du changement de forme de l'induction dans l'entrefer, dont on peut se rendre compte à la figure 2.21. En effet, lorsque l'entrefer s'agrandit, la forme de $B_{\delta r}$ s'adoucit, tendant vers une sinusoïde ; ce qui privilégie une forme trapézoïdale possédant un plateau maximal moins étendu.

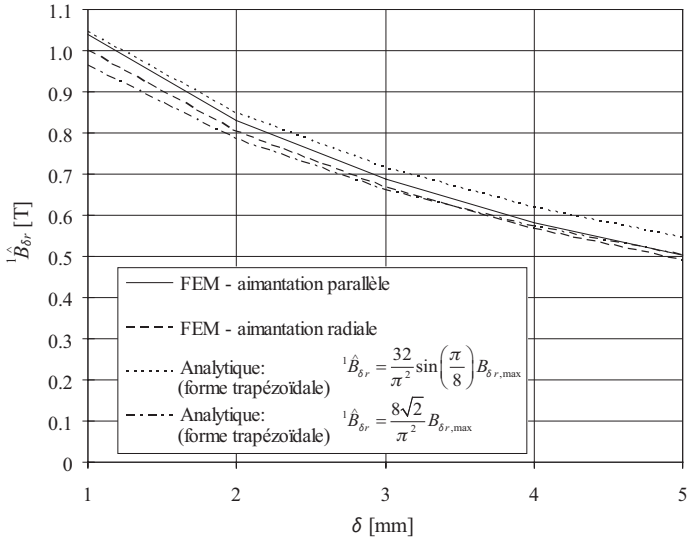


FIG. 2.22 – ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ en fonction du paramètre δ pour la configuration © (18 encoches, 12 pôles) du tableau 2.1

Variation de la largeur d'aimant

Jusqu'ici, les aimants sont jointifs, c'est à dire que chaque aimant couvre un pôle magnétique complet. L'influence de la largeur d'aimant l_a sur le comportement magnétique du moteur et sur la précision des modèles analytiques présentés est analysé en définissant un nouveau paramètre, indépendant de la structure, qui définit la portion d'un pôle occupé par l'aimant :

$$\alpha_p = \frac{2pl_a}{\pi(d_i + 2e_{cr} + e_a)} \quad (2.97)$$

Avec le raccourcissement de la largeur d'aimant, la distribution de l'induction dans l'entrefer est dépendante du paramètre α_p . Ainsi, les équations

tions (2.75), (2.76) et (2.77) deviennent respectivement :

$${}^1\hat{B}_{\delta r} = \frac{4}{\pi} \sin\left(\alpha_p \frac{\pi}{2}\right) B_{\delta r, max} \quad (2.98)$$

$${}^1\hat{B}_{\delta r} = \frac{16}{\alpha_p \pi^2} \left[\cos\left(\alpha_p \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\alpha_p \frac{\pi}{2}\right) \right] B_{\delta r, max} \quad (2.99)$$

$${}^1\hat{B}_{\delta r} = \frac{32}{\alpha_p \pi^2} \left[\cos\left(3\alpha_p \frac{\pi}{8}\right) - \cos\left(\alpha_p \frac{\pi}{2}\right) \right] B_{\delta r, max} \quad (2.100)$$

L'induction maximale dans la culasse statorique, définie par l'équation (2.80), devient en tenant compte du paramètre α_p :

$$B_{cs, max} = \frac{7\pi\alpha_p d_a B_{\delta r, max}}{32pk_f e_{cs}} \quad (2.101)$$

En tenant compte de α_p , l'induction dans la culasse rotorique, définie par l'équation (2.81), devient :

$$B_{cr, max} = \frac{e_{cs} k_f B_{cs, max} + \Phi_f / l_i}{e_{cr}} \quad (2.102)$$

avec Φ_f correspondant au flux de fuite et qui s'exprime :

$$\Phi_f = \begin{cases} \frac{2l_i e_a l}{\mu_{dr} l_m + 2e_a} B_0 & l > 0 \\ 0 & l \leq 0 \end{cases} \quad (2.103)$$

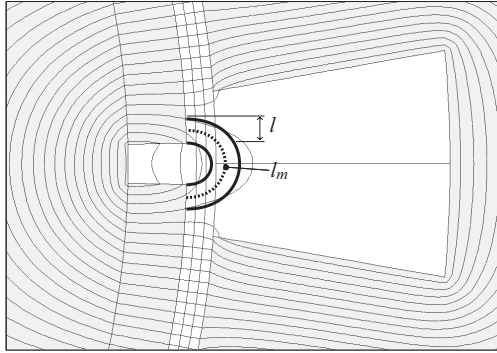
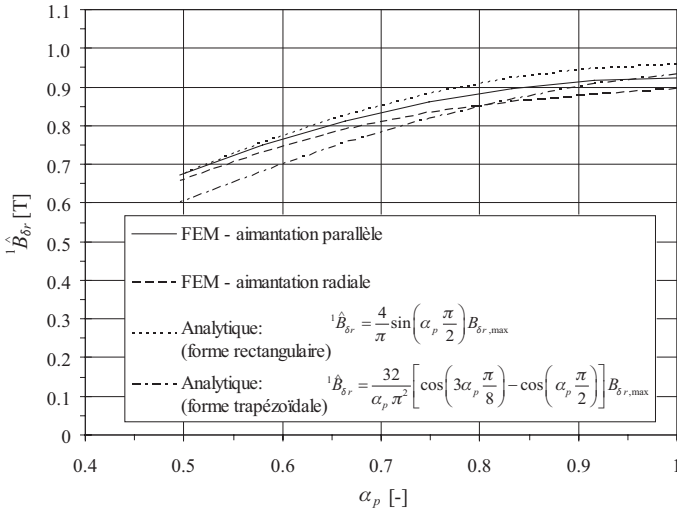
avec l qui s'exprime :

$$l = \frac{d_a - 2\delta}{4} \left(\frac{l_{mes}}{d_a + 2h_{tds} + h_{es}} - \frac{\pi(1 - \alpha_p)}{p} \right) \quad (2.104)$$

et la longueur moyenne des flux de fuite l_m :

$$l_m = \frac{\pi(d_a - 2\delta)}{8} \left(\frac{l_{mes}}{d_a + 2h_{tds} + h_{es}} + \frac{\pi(1 - \alpha_p)}{p} \right) \quad (2.105)$$

La figure 2.23 illustre les flux de fuite entre aimants lorsque $\alpha_p < 1$ avec la longueur moyenne de flux de fuite l_m en traitillé et l'épaisseur du demi-anneau l .

FIG. 2.23 – Flux de fuite entre aimants dans l'entrefer ($\alpha_p < 1$)FIG. 2.24 – ${}^1\hat{B}_{\delta_r}$ en fonction de α_p pour la configuration © (18 encoches, 12 pôles) du tableau 2.1

Les figures 2.24 et 2.25 montre l'influence du paramètre α_p pour les configurations © et ƒ du tableau 2.1. On remarque que pour des aimants jointifs, le modèle tenant compte d'une induction trapézoïdale

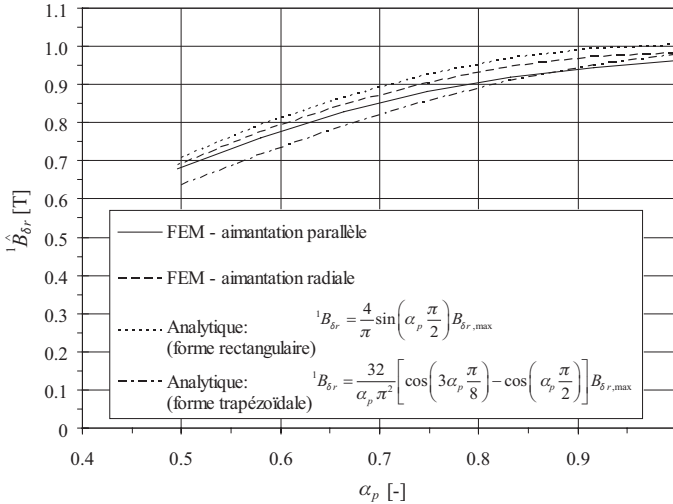


FIG. 2.25 – ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ en fonction de α_p pour la configuration (f) (36 encoches, 4 pôles) du tableau 2.1

dans l'entrefer avec une valeur maximale de $3/4$ de période donne de meilleurs résultats que l'approximation par une induction rectangulaire. Lorsque la portion d'aimant sur un pôle magnétique diminue, les rôles s'inversent. En effet, lorsque le paramètre α_p diminue, l'induction dans l'entrefer tend progressivement vers une forme rectangulaire.

2.4.6.6 Domaine de validité

La majorité des modèles souffre de limites géométriques d'existence qui font que, passé outre ces limites, les modèles ne satisfont plus la précision exigée. Il est important de souligner que ces limites dépendent exclusivement de l'utilisateur qui définit ses propres conditions sur les erreurs admissibles.

Par exemple, du fait que les effets d'extrémités ne sont pas pris en compte dans le modèle selon l'hypothèse i), les erreurs d'approximation sur les grandeurs magnétiques augmentent fortement avec le rapport d_a/l_i . Pour

des rapports d'un ordre de grandeur de 3 ou plus, ces erreurs peuvent devenir importantes et entacher la qualité des résultats.

Un autre problème concerne la saturation des parties ferromagnétiques. Celle-ci engendre une redistribution des flux magnétiques dans la structure. Le modèle analytique présenté est basé sur une loi de circulation magnétique qui n'est pas modifiée en fonction de l'état de saturation des parties ferromagnétiques. Ainsi, comme on peut le constater sur la figure 2.26, le modèle diverge lorsque un état de forte saturation des culasses est atteint, et ceci quelque soit la forme d'induction dans l'entrefer utilisée.

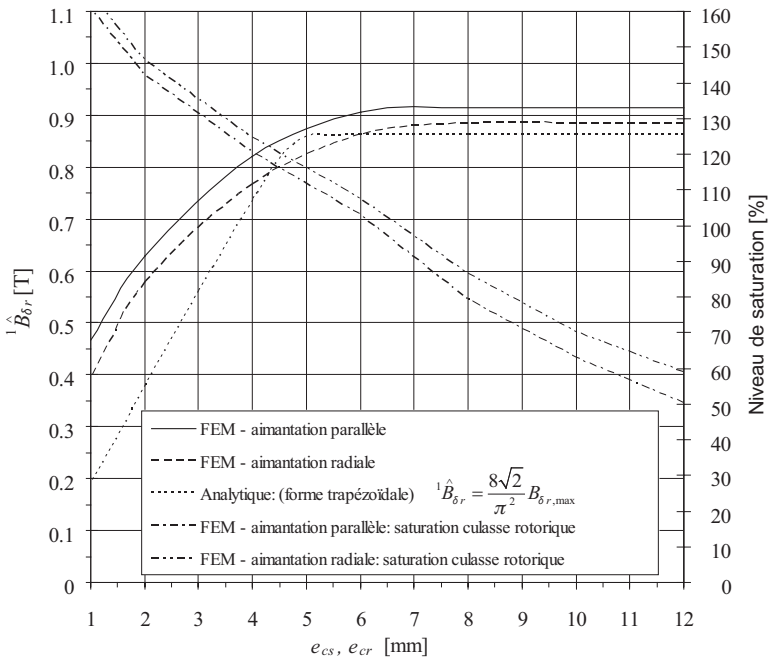


FIG. 2.26 – ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ en fonction de e_{cs} et e_{cr} pour la configuration © (18 encoches, 12 pôles) du tableau 2.1

Comme déjà exposé précédemment, l'entrefer est un paramètre influent du modèle. Lorsque l'entrefer augmente fortement ($\delta \geq e_a$), l'erreur re-

relative due au modèle analytique s'agrandit pour les formes trapézoïdales de l'induction dans l'entrefer, comme on peut le voir sur la figure 2.27. Quant à l'approximation par une forme sinusoïdale, les résultats sont meilleurs pour de grands entrefers ($\delta \geq 3 - 4e_a$) en comparaison aux deux autres formes. Il en découle que chaque représentation trouve son domaine d'existence, dépendant des exigences requises sur la précision des résultats.

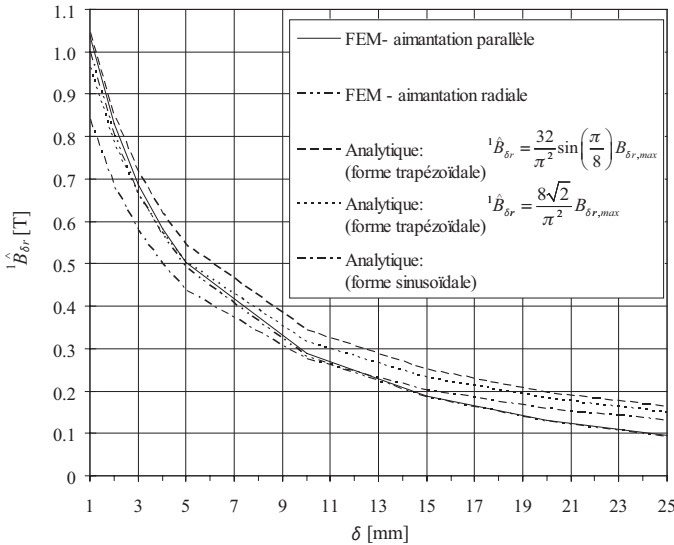


FIG. 2.27 – ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ en fonction de δ pour la configuration © (18 encoches, 12 pôles) du tableau 2.1

Précisons qu'il est possible de combiner plusieurs formes de $B_{\delta r}$ dans le même modèle, représentant chacune une partie du domaine global. Cependant, cette méthode peut aboutir à des discontinuités sur les équations, qui peuvent avoir des conséquences non négligeables sur la convergence des algorithmes pendant la phase d'optimisation.

2.4.6.7 Avantages et inconvénients

Le modèle magnétique, détaillé dans cette section, présente de nombreux avantages, malgré les différentes hypothèses posées au début de la section 2.4.6 :

- le modèle possède une forme générique qui fait qu'il peut être utilisé sans adaptation pour différentes configurations d'encoches statoriques et de pôles magnétiques ;
- un modèle unique est utilisé pour une configuration avec ou sans tête de dents ;
- la portion couverte par l'aimant sur un pôle magnétique α_p est prise en considération ;
- la précision globale du modèle est satisfaisante dans un contexte d'optimisation.

Cependant, quelques inconvénients sont à déplorer qui peuvent, selon les exigences de précision demandées au cours de l'optimisation, être restrictifs au niveau de l'utilisation du modèle :

- les grandeurs magnétiques dans les culasses et les dents statoriques sont des valeurs moyennes. Ainsi, par exemple, B_{cs} est l'induction moyenne dans la culasse statorique sur l'épaisseur e_{cs} . Il en découle que le modèle ne tient pas compte des états de saturation locaux ;
- le modèle ne prend en considération que les premiers harmoniques. Pour des formes rectangulaires d'induction dans l'entrefer, la perte d'information magnétique peut être non négligeable.

2.4.7 Détermination de l'induction par la résolution de l'équation de Poisson

La distribution de l'induction dans l'entrefer peut être déterminée par la résolution de l'équation de Poisson détaillée dans la section 3.4 pour une structure sans dents statoriques. Les limites entre les milieux, caractérisées par des perméabilités magnétiques différentes, sont représentées par des cercles et les conditions aux limites en découlant permettent une résolution analytique du problème. La même démarche appliquée à une structure possédant des dents statoriques ne permet pas de définir un modèle analytique formellement exact. L'idée est d'utiliser le coeffi-

cient de Carter (section 2.4.6.2) pour ramener une structure dentée à une structure lisse. La résolution de l'équation de Poisson pour un moteur sans dents statoriques peut ainsi être appliquée avec des conséquences sur la précision du modèle dû à la simplification.

Pour une structure avec une paire de pôles, l'équation (3.58), définie dans la section 3.4.4, est utilisée en introduisant le coefficient de Carter (2.65) :

$$B_{\delta r} = \frac{1}{k_c} \left(C_3 + \frac{D_3}{r^2} \right) \cos(\varphi - \theta_r) \quad (2.106)$$

Pour une structure avec $p > 1$, l'équation (3.90), définie dans la section 3.4.5, devient en tenant compte du coefficient de Carter :

$$B_{\delta r} = \frac{1}{k_c} \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\mu_0 M_\nu}{\mu_{dr}} \frac{\nu p}{(\nu p)^2 - 1} K_{B1}(\nu) \cdot \left[\left(\frac{r}{r_3} \right)^{\nu p - 1} \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^{\nu p + 1} + \left(\frac{r_2}{r} \right)^{\nu p + 1} \right] \cos[\nu p(\varphi - \theta_r)] \quad (2.107)$$

Le tableau 2.10 résume les caractéristiques des deux configurations de moteurs utilisés pour la comparaison des simulations FEM et analytiques.

le tableau 2.11 rassemble les résultats de simulations de la valeur fondamentale de l'induction radiale dans l'entrefer pour les deux configurations de moteurs décrites dans le tableau 2.10.

Il est intéressant de constater que le modèle analytique approxime correctement l'induction dans l'entrefer. Cependant, la couverture des têtes de dents influence les résultats. Ainsi, pour la configuration avec une paire de pôles, on remarque une divergence des résultats lorsque la configuration se rapproche d'une structure à dents droites ($I_{tds} = 0.5$). Pour la configuration avec trois paires de pôles, cette divergence n'est pas marquée, du fait d'une largeur d'encoche passablement faible par rapport à la largeur de dent. Les inductions magnétiques dans les dents et la culasse statorique peuvent être déterminées à l'aide de la méthode proposée dans la section 2.4.6.

Cette méthode, basée sur la résolution analytique de l'équation de Poisson, permet de déterminer, avec une très bonne précision, l'induction

TAB. 2.10 – Paramètres principaux des moteurs pour la méthode de résolution de l'équation de Poisson

| Paramètres | $p = 1$ | $p = 3$ |
|----------------|--|-----------|
| Z_n | 3 | 18 |
| d_i [mm] | 0 (arbre plein) | 62 |
| d_a [mm] | 6.6 | 100 |
| l_i [mm] | 50 | 100 |
| e_{cs} [mm] | 2.5 | 15 |
| e_{cr} [mm] | 1.5 | 15 |
| e_a [mm] | 1.3 | 2.5 |
| l_{ds} [mm] | 3.2 | 12 |
| h_{ds} [mm] | 3.4 | 12 |
| h_{tds} [mm] | 1.5 | 2.5 |
| δ [mm] | 0.5 | 1.5 |
| k_f [-] | 1 | |
| Aimants | Vacodym 655HR ($B_0 = 1.28$ T, $\mu_{dr} = 1.029$) | |
| Aimantation | diamétrale | parallèle |
| Tôles | M270-35A (culasse statorique et rotorique) | |

TAB. 2.11 – Induction radiale dans l'entrefer [T] - équation de Poisson

| | | | | | |
|---------|---|------------------------|------|------|------|
| $p = 1$ | l_{tds} [mm] | 1.85 ($e_{tds} = 0$) | 1.5 | 1 | 0.5 |
| | ${}^1\tilde{B}_{\delta r}$ FEM (moyenne) ^a | 0.89 | 0.88 | 0.85 | 0.77 |
| | ${}^1\tilde{B}_{\delta r}$ Analytique | 0.89 | 0.89 | 0.86 | 0.81 |
| $p = 3$ | l_{tds} [mm] | 2.7 ($e_{tds} = 0$) | 1.8 | 0.9 | 0.1 |
| | ${}^1\tilde{B}_{\delta r}$ FEM (moyenne) ^a | 0.97 | 0.96 | 0.94 | 0.92 |
| | ${}^1\tilde{B}_{\delta r}$ Analytique | 0.98 | 0.97 | 0.95 | 0.92 |

^aLa moyenne est calculée sur un pas dentaire afin de tenir compte de la modulation d'amplitude due aux encoches.

dans l'entrefer. La qualité du modèle dépend cependant de la couverture des têtes de dents. Ainsi, une structure à dents droites, dont la largeur d'encoche est passablement grande par rapport à la largeur de dent, dégrade la précision des résultats.

2.4.8 Circuit magnétique équivalent

Cette partie présente une méthode de description magnétique du moteur synchrone basée sur les réseaux équivalents ou réseaux de Kirchhoff [21]. Cette méthode permet de déterminer les composantes magnétiques d'une manière plus précise et plus détaillée en comparaison à la méthodologie de la section 2.4.6. Elle permet également de tenir compte plus formellement des flux en fonds d'encoches et des flux de franges sur les dents statoriques. La méthode décrite dans la section 2.4.7 approxime correctement une structure possédant des dents statoriques à condition que les têtes de dents recouvrent largement les encoches statoriques. Cependant, pour une structure à dents droites, les erreurs d'approximation peuvent ne plus être négligeables, rendant pratiquement indispensables l'utilisation des réseaux magnétiques.

La configuration utilisée pour l'élaboration d'un réseau magnétique spécifique est décrite dans le tableau 2.12. Le choix de la structure étudiée dans cette section repose sur le fait que les deux méthodes présentées précédemment peuvent s'avérer trop approximatives. En effet, l'utilisation du facteur de Carter dans une structure possédant trois dents droites et deux pôles amène à des approximations trop distantes de la réalité.

Le circuit magnétique associé, exprimé sous forme de perméances magnétiques, est présenté à la figure 2.28. Il s'agit d'un circuit à configuration fixe avec la position du rotor choisie de telle manière à centrer un pôle magnétique sous une dent statorique, afin d'obtenir le flux magnétique maximal traversant une bobine.

Une perméance magnétique est déterminée par l'intégration sur une surface S de perméances élémentaires de surface dS ¹ et de longueur l :

$$\Lambda = \int_S \frac{\mu_r \mu_0 dS}{l} \quad (2.108)$$

Une perméance parallélépipédique à base rectangle s'exprime :

$$\Lambda = \frac{\mu_r \mu_0 l_i h}{l} \quad (2.109)$$

¹Le flux magnétique est perpendiculaire à la surface dS .

TAB. 2.12 – Paramètres principaux du moteur synchrone pour circuit magnétique

| | |
|---------------|--|
| Z_n | 3 |
| $2p$ | 2 |
| d_i [mm] | 0 |
| d_a [mm] | 6.6 |
| l_i [mm] | 50 |
| e_{cs} [mm] | 2.5 |
| e_{cr} [mm] | 0 |
| e_a [mm] | 2.8 (aimant cylindrique plein) |
| l_{ds} [mm] | 3 |
| h_{ds} [mm] | 3.4 |
| δ [mm] | 0.5 |
| k_f [-] | 1 |
| Aimants | Vacodym 655HR ($B_0 = 1.28$ T, $\mu_{dr} = 1.029$) |
| Aimantation | diamétrale |
| Tôles | M270-35A (culasse statorique et rotorique) |

avec l_i correspondant à la longueur active. Une perméance prismatique droite à base trapèze s'écrit :

$$\Lambda = \frac{\mu_r \mu_0 l_i (l_g - l_p)}{l (\ln l_g - \ln l_p)} \quad (2.110)$$

où l_g et l_p correspondent respectivement aux longueurs de la grande base et de la petite base du trapèze.

Chaque perméance du circuit est régie par la loi suivante qui lie la chute de potentiel sur l'élément Θ et le flux magnétique traversant la perméance Φ :

$$\Phi = \Lambda \Theta \quad (2.111)$$

Le circuit étudié est formé de perméances caractérisant les dents statoriques (Λ_{ds}), la culasse statorique (Λ_{cs}), l'entrefer, les franges de dents (Λ_δ), les fuites dans les encoches (Λ_f) et l'aimant (Λ_a). Les potentiels magnétiques (Θ_a) sont produits par l'aimant permanent.

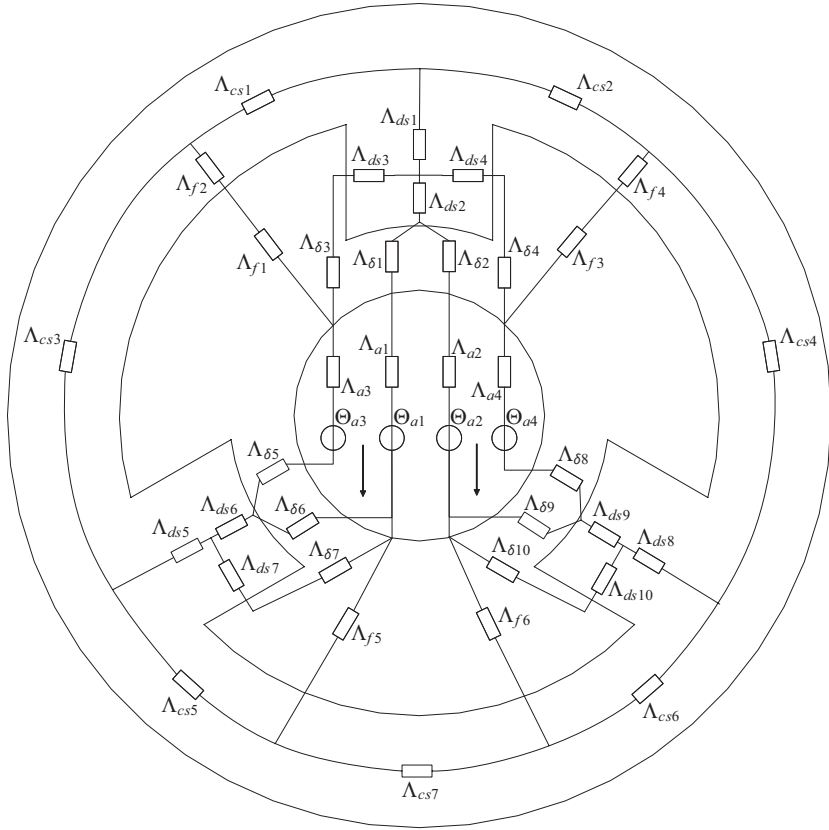


FIG. 2.28 – Circuit magnétique fixe pour une position du rotor $\theta_r = 0$.

Perméances des dents statoriques

$$\Lambda_{ds1} = \Lambda_{ds5} = \Lambda_{ds8} = \frac{\mu_{r,cs}\mu_0 l_i l_{ds}}{h_{ds} - \frac{l_1}{4} + \frac{e_{cs}}{4}} \quad (2.112)$$

$$\Lambda_{ds2} = \Lambda_{ds6} = \Lambda_{ds9} = \frac{\mu_{r,cs}\mu_0 l_i l_{ds}}{\frac{l_1}{4}} \quad (2.113)$$

$$\Lambda_{ds3} = \Lambda_{ds4} = \Lambda_{ds7} = \Lambda_{ds10} = \frac{\mu_{r,cs}\mu_0 l_i l_1}{\frac{l_{ds}}{4}} \quad (2.114)$$

avec

$$l_1 = \begin{cases} e_a \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - \frac{l_{ds}}{2} & e_a \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) > \frac{l_{ds}}{2} \\ 0 & e_a \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \leq \frac{l_{ds}}{2} \end{cases} \quad (2.115)$$

Perméances d'entrefer et de franges

$$\Lambda_{\delta 1} = \Lambda_{\delta 2} = \Lambda_{\delta 6} = \Lambda_{\delta 9} = \frac{\mu_0 l_i \frac{l_{ds}}{2}}{\delta} \quad (2.116)$$

$$\Lambda_{\delta 3} = \Lambda_{\delta 4} = \Lambda_{\delta 7} = \Lambda_{\delta 10} = \frac{\mu_0 l_i l_1}{l_2 + l_3} \quad (2.117)$$

$$\Lambda_{\delta 5} = \Lambda_{\delta 8} = \frac{\mu_0 l_i \frac{l_{ds}}{4}}{\delta} \quad (2.118)$$

avec

$$l_2 = \frac{\left[d_a \cos \arcsin\left(\frac{l_{ds}}{d_a}\right) - e_a \left(\cos \arcsin\left(\frac{l_{ds}}{2e_a}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \right) \right]}{2} \quad (2.119)$$

$$l_3 = \frac{\pi}{4} l_1 \quad (2.120)$$

Perméances de fuites d'encoches

$$\Lambda_{f1} = \Lambda_{f3} = \Lambda_{f5} = \Lambda_{f6} = \begin{cases} \frac{\mu_0 l_i (l_5 - l_4)}{(\delta + h_{ds})(\ln l_5 - \ln l_4)} & e_a \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) > \frac{l_{ds}}{2} \\ 0 & e_a \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \leq \frac{l_{ds}}{2} \end{cases} \quad (2.121)$$

$$\Lambda_{f2} = \Lambda_{f4} = \frac{\mu_{r,cs} \mu_0 l_i \frac{\pi(d_a + 2h_{ds} + \frac{e_{cs}}{2}) - 3l_{ds}}{12}}{\frac{e_{cs}}{4}} \quad (2.122)$$

avec

$$l_4 = \frac{e_a}{2} \left[\frac{\pi}{3} - \arcsin\left(\frac{l_{ds}}{2e_a}\right) \right] \quad (2.123)$$

$$l_5 = \frac{\left(\frac{d_a}{2} + h_{ds}\right)}{2} \left[\frac{\pi}{3} - \arcsin\left(\frac{l_{ds}}{d_a + h_{ds}}\right) \right] \quad (2.124)$$

Les paramètres l_1 , l_2 , l_3 , l_4 , et l_5 sont définis géométriquement à la figure 2.29. La zone définie pour les flux de franges est imagée par un rectangle

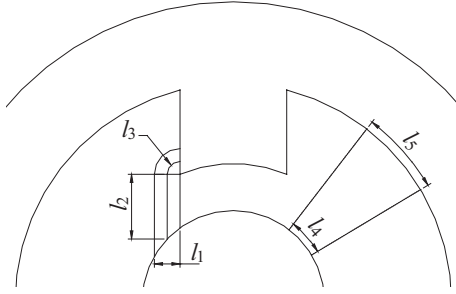


FIG. 2.29 – Paramétrisation des perméances de franges et de fuites dans les encoches

et un arc de cercle et ne constitue pas une représentation formelle des équiflux. Il s'agit d'une enveloppe délimitant les flux de franges.

Perméances de la culasse statorique

$$\Lambda_{cs1} = \Lambda_{cs2} = \Lambda_{cs5} = \Lambda_{cs6} = \frac{\mu_{r,cs}\mu_0 l_i e_{cs}}{\frac{\pi}{12}(d_a + 2h_{ds} + e_{cs})} \quad (2.125)$$

$$\Lambda_{cs3} = \Lambda_{cs4} = \frac{\mu_{r,cs}\mu_0 l_i e_{cs}}{\frac{\pi}{4}(d_a + 2h_{ds} + e_{cs})} \quad (2.126)$$

$$\Lambda_{cs7} = \frac{\mu_{r,cs}\mu_0 l_i e_{cs}}{\frac{\pi}{6}(d_a + 2h_{ds} + e_{cs})} \quad (2.127)$$

Perméances et potentiels magnétiques de l'aimant

$$\Lambda_{a1} = \Lambda_{a2} = \frac{\mu_{dr}\mu_0 l_i \frac{l_{ds}}{2}}{e_a \left(1 + \cos \arcsin \left(\frac{l_{ds}}{2e_a} \right) \right)} \quad (2.128)$$

$$\Lambda_{a3} = \Lambda_{a4} = \frac{\mu_{dr}\mu_0 l_i l_1}{e_a \left(\cos \arcsin \left(\frac{l_{ds}}{2e_a} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) \right)} \quad (2.129)$$

$$\Theta_{a1} = \Theta_{a2} = H_0 e_a \left(1 + \cos \arcsin \left(\frac{l_{ds}}{2e_a} \right) \right) \quad (2.130)$$

$$\Theta_{a3} = \Theta_{a4} = H_0 e_a \left(\cos \arcsin \left(\frac{l_{ds}}{2e_a} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) \right) \quad (2.131)$$

Afin de prendre en compte la saturation magnétique de la culasse statorique, sa perméabilité dépend du champ magnétique H en utilisant la fonction définie sous (2.71), ce qui donne :

$$\mu_{r,cs}\mu_0 = \begin{cases} \frac{\mu_0 H + \frac{2B_s}{\pi} \arctan \left(\frac{\pi(\mu_{ri}-1)\mu_0 H}{2B_s} \right)}{H} & H > 0 \\ \mu_{ri}\mu_0 & H = 0 \end{cases} \quad (2.132)$$

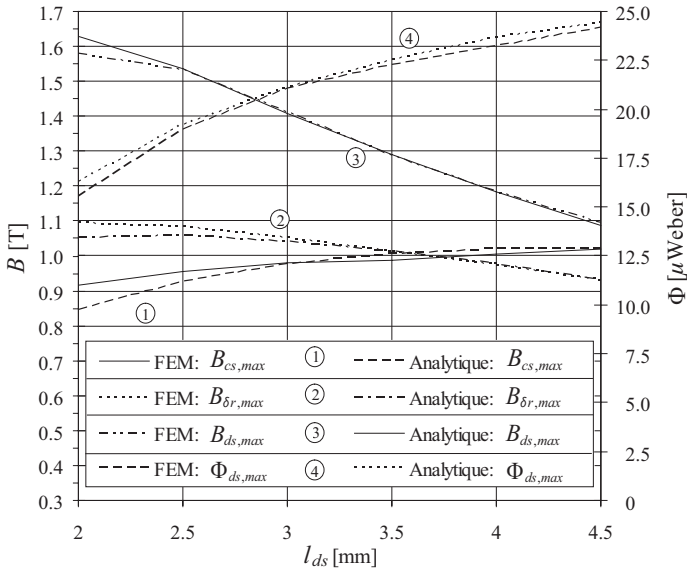
où H est déterminé à partir de la chute de potentiel sur la perméance :

$$H = \frac{\Theta}{l} \quad (2.133)$$

Les résultats de simulations en fonction de paramètres géométriques sont résumés aux figures 2.30, 2.31 et 2.32. On peut remarquer la tendance du modèle analytique conforme aux simulations numériques.

Sur la figure 2.30, on peut remarquer une divergence entre simulations FEM et modèle analytique lorsque la largeur des dents diminue. Ceci s'explique par le fait que les dents deviennent magnétiquement saturées et que les lignes de flux magnétiques se réorganisent, ce dont on ne tient pas compte dans le modèle analytique puisqu'il s'agit d'un circuit magnétique à géométrie fixe.

On peut voir également une divergence du modèle par rapport aux simulations numériques au niveau de l'induction dans l'entrefer en fonction de celui-ci (FIG. 2.32). Cette divergence reste toutefois faible dans l'intervalle analysé, mais montre qu'un modèle magnétique réalisé à l'aide de réseaux de Kirchoff est limité à un domaine géométrique restreint.

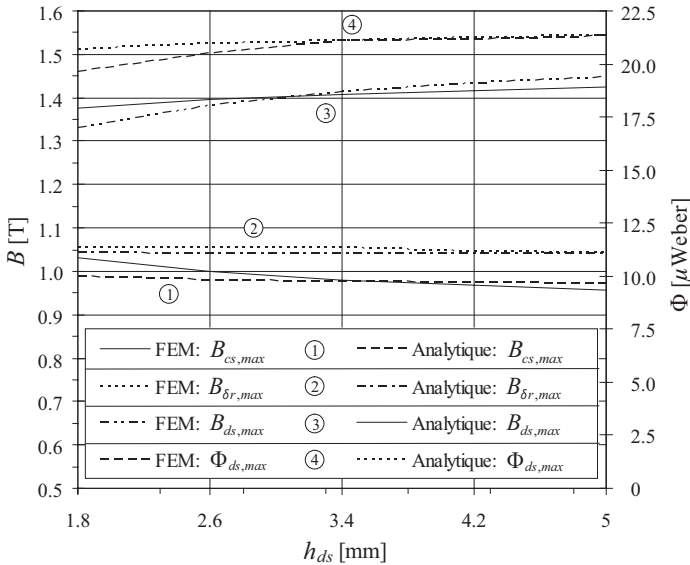
FIG. 2.30 – Induction et flux magnétique en fonction de l_{ds}

2.5 Bobinage et tension induite de mouvement

2.5.1 Introduction

La tension induite de mouvement est un paramètre clé dans la conception et la caractérisation d'un moteur synchrone. En effet, elle réunit les influences du comportement magnétique dû aux aimants, du type de bobinage, de la dynamique du rotor. Elle intervient également dans l'expression de la puissance magnétique et dans l'équation de tension induite. C'est un véritable « puits » d'informations dans une phase d'analyse et une grandeur de référence dans la validation des modèles analytiques.

Les caractéristiques du bobinage influence considérablement la tension induite. Dans un moteur à dents, le bobinage est contraint par le pas dentaire et les facteurs de bobinage inhérents sont limités. L'ouverture

FIG. 2.31 – Induction et flux magnétique en fonction de h_{ds}

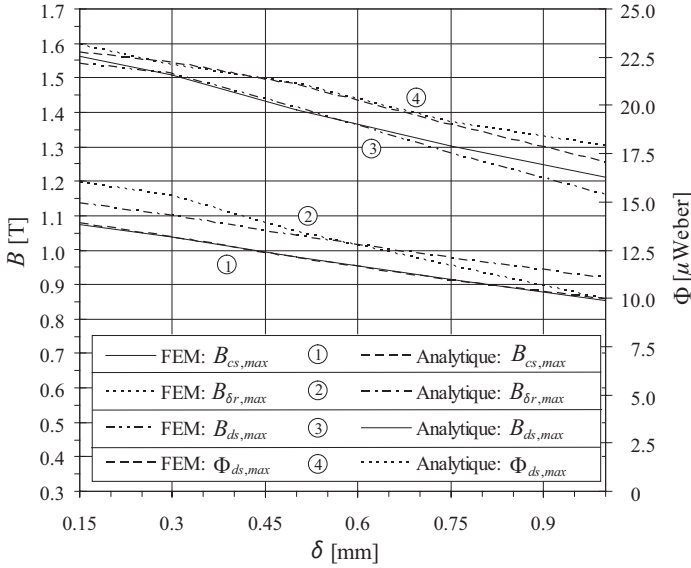
de bobine et la distribution des bobines dans les encoches permettent de jouer sur la suppression d'harmoniques indépendamment de la distribution de l'induction dans l'entrefer. Le raccourcissement de bobine par rapport au pas polaire permet également de réduire l'importance de certains harmoniques, en adéquation avec les caractéristiques du moteur à dimensionner.

2.5.2 Tension induite de mouvement de phase

La tension induite de mouvement aux bornes d'une phase est la variation du flux totalisé par unité de temps, créé par les aimants permanents, vu par le bobinage de la phase et qui s'écrit :

$$u_{i,ph} = \frac{d\Psi_{ab}}{dt} \quad (2.134)$$

Le flux totalisé Ψ_{ab} passant dans le bobinage d'une phase créé par les

FIG. 2.32 – Induction et flux magnétique en fonction de δ

aimants permanents s'écrit :

$$\Psi_{ab} = N_{sp} \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu k_w \nu \hat{\Phi} \sin(\nu\omega t) \quad (2.135)$$

et le fondamental s'exprime :

$${}^1\Psi_{ab} = N_{sp} {}^1k_w {}^1\hat{\Phi} \sin(\omega t) \quad (2.136)$$

où νk_w est le facteur de bobinage de l'harmonique de rang ν (voir Annexe B), N_{sp} correspond au nombre de spires par phase et ω représente la pulsation électrique.

En tenant compte de l'induction radiale dans l'entrefer $B_{\delta r}$, $\nu \hat{\Phi}$ s'exprime :

$$\nu \hat{\Phi} = \nu \hat{B}_{\delta r} l_i \frac{d_a}{2p} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(\nu\varphi) d\varphi \quad (2.137)$$

et le fondamental s'exprime en tenant compte du pas polaire τ_p (2.11) :

$${}^1\hat{\Phi} = \frac{2}{\pi} {}^1\hat{B}_{\delta r} l_i \tau_p \quad (2.138)$$

Avec 2.134, la tension induite de mouvement de phase donne :

$$u_{i,ph} = N_{sp} \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu \omega {}^\nu k_w {}^\nu \hat{\Phi} \cos(\nu \omega t) \quad (2.139)$$

En tenant compte du fondamental uniquement, les valeurs crête et efficace s'écrivent respectivement :

$${}^1\hat{U}_{i,ph} = 4N_{sp} {}^1k_w f {}^1\hat{B}_{\delta r} l_i \tau_p \quad (2.140)$$

$${}^1U_{i,ph} = 2\sqrt{2}N_{sp} {}^1k_w f {}^1\hat{B}_{\delta r} l_i \tau_p \quad (2.141)$$

avec la pulsation électrique fondamentale ω , exprimée à partir de la fréquence électrique fondamentale f :

$$\omega = 2\pi f \quad (2.142)$$

La pulsation électrique et la fréquence électrique peuvent être reliées respectivement à la vitesse de rotation angulaire du rotor Ω et le nombre de tours par minute du rotor n_{trm} :

$$\omega = p\Omega \quad (2.143)$$

avec Ω qui s'exprime :

$$\Omega = \frac{d\theta_r}{dt} \quad (2.144)$$

$$f = \frac{n_{trm} p}{60} \quad (2.145)$$

où θ_r correspond à la position angulaire du rotor.

Tous les modèles magnétiques présentés prennent uniquement en compte la valeur fondamentale de la tension induite de phase, à l'exception de celui utilisant la résolution de l'équation de Poisson, où les harmoniques d'induction dans l'entrefer d'ordre supérieur à un sont déterminés.

2.5.3 Réalisation du bobinage

La présente étude ne prend en compte que les bobinages à doubles couches. Généralement, l'ouverture de bobine ne doit pas dépasser le pas polaire. L'ouverture maximale de bobine $s_{z,max}$ est déterminée par la relation suivante :

$$\left(\frac{Z_n}{2p} \right) = s_{z,max} + \epsilon \quad (2.146)$$

où ϵ représente le reste de la division (entre 0 et 1).

Pour des configurations où $s_{z,max} = 0$ ($q < 1/m$), l'ouverture de bobine est fixée généralement à une dent, ce qui est supérieur à un pôle magnétique.

Contrairement aux configurations à q entier, dont la logique de bobinage est assez triviale, les configurations à q fractionnaires posent plus de problèmes. Une méthode ayant fait ses preuves est brièvement exposée dans cette section et détaillée dans [22].

Le décalage entre bobines d'une même phase (en nombre de dents) s_f est déterminé par une condition sur ϵ :

$$s_f = \begin{cases} s_{z,max} + 1 & \epsilon > 0.5 \\ N_{ds} - s_{z,max} & \epsilon \leq 0.5 \end{cases} \quad (2.147)$$

avec le nombre de dents par section N_{ds} dont la relation est :

$$N_{ds} = \frac{Z_n}{\text{pgcd}\left(\frac{Z_n}{m}, p\right)} \quad (2.148)$$

Le bobinage se répète ainsi pour chaque section.

En considérant un bobinage triphasé, le départ du bobinage de la deuxième phase peut être déterminé par s_{ph} , qui correspond au décalage en nombre de dents entre deux phases :

$$s_{ph} = \frac{2}{3} \frac{Z_n}{2p} \quad (2.149)$$

Si s_{ph} n'est pas un nombre entier, alors il faut ajouter un nombre de périodes électriques permettant d'obtenir un nombre entier. L'équation 2.149 devient donc :

$$s_{ph} = \frac{2}{3} \frac{Z_n}{2p} + k \frac{Z_n}{p}, \quad k = 1, 2, 3 \dots \quad (2.150)$$

Afin qu'une structure soit bobinable, les conditions suivantes doivent être respectées :

- le nombre de dents statoriques doit être un multiple du nombre de phase m ;
- le bobinage doit être équilibré au niveau des phases ; l'équation 2.150 doit donner une solution à nombre entier.

L'annexe B répertorie certaines configurations possibles de bobinages triphasés.

2.5.4 Validation

Afin de valider le modèle de la tension induite de mouvement de phase, les configurations du tableau 2.1 sont reprises en définissant un bobinage composé d'un nombre de spires par bobine N_{sb} , d'un nombre de spires par phase N_{sp} , d'un nombre de bobines par phase N_{bp} et d'une ouverture de bobine s_z . Le bobinage est réalisé en double couches. Le tableau 2.13 résume les caractéristiques de bobinage de chaque configuration.

Composantes magnétiques déterminées par Maxwell

Comme déjà exposé précédemment, le modèle magnétique analytique, selon la méthode décrite à la section 2.4.6, ne prend en compte que le premier harmonique de la distribution de l'induction radiale dans l'entrefer. Par conséquent, seul le premier harmonique de la tension induite de mouvement de phase est déterminé. La figure 2.33 représente le fondamental de $u_{i,ph}$ pour différentes configurations.

Le tableau 2.14 résume les résultats de simulations de la tension induite de mouvement de phase pour le premier harmonique des configurations présentées dans le tableau 2.13. Les calculs analytiques prennent en compte les deux représentations trapézoïdales de la distribution d'induc-

TAB. 2.13 – Bobinages pour les configurations du tableau 2.1

| Configurations | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | (g) |
|----------------|------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Z_n | 18 | 18 | 18 | 18 | 24 | 36 | 48 |
| $2p$ | 24 | 16 | 12 | 6 | 4 | 4 | 4 |
| q | 0.25 | 0.375 | 0.5 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| m | 3 | | | | | | |
| N_{sp} | 240 | | | | | | |
| N_{bp} | 6 | | | | 8 | 12 | 16 |
| N_{sb} | 40 | 40 | 40 | 40 | 30 | 20 | 15 |
| s_z | 1 | | | 3 | 6 | 9 | 12 |
| n_{trm} | 120 | | | | | | |

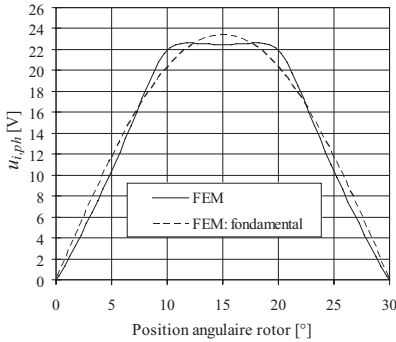
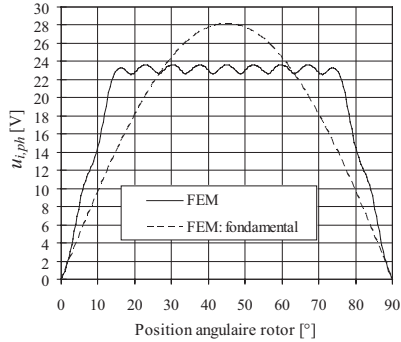
(a) Configuration (c)
aimantation radiale(b) Configuration (g)
aimantation parallèle

FIG. 2.33 – Tension induite de mouvement de phase

tion radiale dans l'entrefer selon (2.76) et (2.77). Les deux représentations approchent passablement bien les simulations analytiques avec moins de 8 % d'erreur par rapport aux simulations FEM.

L'évolution du premier harmonique de la tension induite crête en fonction de la couverture des tête de dents statoriques pour la configuration (b) est représentée à la figure 2.34 avec des modifications sur les paramètres suivants : $l_{ds} = 9$ mm, $e_a = 2$ mm et $d_i = 69$ mm. On remarque

TAB. 2.14 – Tension induite de mouvement de phase : premier harmonique

| Configurations | | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | (g) |
|----------------|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| FEM | ${}^1\hat{U}_{i,ph}$ [V] aimantation parallèle | 23.9 | 25.4 | 23.4 | 27.5 | 26.9 | 27.1 | 27.7 |
| | ${}^1\hat{U}_{i,ph}$ [V] aimantation radiale | 23.1 | 24.7 | 22.9 | 27.4 | 27.6 | 27.7 | 28.2 |
| Analytique | ${}^1\hat{U}_{i,ph}$ [V] avec ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ selon eq. (2.76) | 22.4 | 24.4 | 22.4 | 25.8 | 25.8 | 25.9 | 26.4 |
| | erreur aimant. parallèle | 6.3 % | 3.9 % | 4.3 % | 6.2 % | 4.1 % | 4.4 % | 4.7 % |
| | erreur aimant. radiale | 3.0 % | 1.2 % | 2.2 % | 5.8 % | 6.5 % | 6.5 % | 6.4 % |
| | ${}^1\hat{U}_{i,ph}$ [V] avec ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ selon eq. (2.77) | 24.2 | 26.4 | 24.2 | 27.9 | 27.8 | 27.9 | 28.4 |
| | erreur aimant. parallèle | 1.3 % | 3.9 % | 3.4 % | 1.5 % | 3.3 % | 3 % | 2.5 % |
| | erreur aimant. radiale | 4.8 % | 6.9 % | 5.7 % | 1.8 % | 0.7 % | 0.7 % | 0.7 % |

que, pour cette configuration, les résultats des simulations FEM pour les deux orientations d'aimantation sont très proches l'une de l'autre. D'autre part, le modèle analytique, avec l'hypothèse d'une distribution trapézoïdale de l'induction dans l'entrefer ayant une valeur maximale de $3/4$ de période (2.77), rejoint les simulations numériques avec une erreur inférieure à 6 % lorsque les têtes de dents recouvrent presque totalement les encoches.

L'influence de l'entrefer sur le premier harmonique de la tension induite de phase peut être appréciée à la figure 2.35. Comme on peut s'y attendre du fait que les simulations aux éléments finis utilisent, à priori, les mêmes équations que le modèle analytique pour calculer la tension induite de mouvement, il y a corrélation entre les résultats pour $B_{\delta r}$ et $u_{i,ph}$. Ainsi, $u_{i,ph}$ tend vers une sinusoïde lorsque l'entrefer s'agrandit. Cette tendance peut être remarquée au niveau des résultats de simulation du modèle analytique. Ainsi, lorsque l'entrefer augmente, le modèle tenant compte d'une distribution trapézoïdale avec la valeur maximale sur la moitié d'une période est préférable. Si on augmentait encore l'entrefer, on pourrait constater que c'est le modèle utilisant la distribution sinusoïdale de $B_{\delta r}$ qui simulerait le mieux le comportement de $u_{i,ph}$.

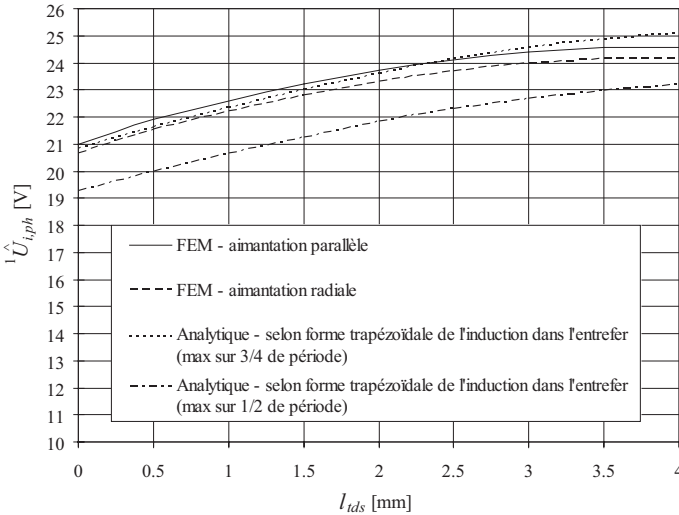


FIG. 2.34 – Premier harmonique de la tension induite de mouvement de phase crête en fonction du paramètre l_{tds} pour la configuration ⑤ (18 encoches, 16 pôles)

Lorsque la couverture d'aimant diminue, signifiant par là-même une réduction du paramètre α_p , l'influence sur la tension induite de mouvement de phase est considérable. La figure 2.36 illustre ce comportement d'où l'on peut déduire que lorsque α_p diminue, le modèle analytique à privilégier est celui qui approxime la distribution de $B_{\delta r}$ sous forme d'un trapèze avec une valeur maximale sur 3/4 de période. Pour de petites couvertures d'aimants ($\alpha_p < 0.4$), le modèle tenant compte d'une distribution rectangulaire de l'induction dans l'entrefer s'avère le mieux adapté.

Les influences des différents paramètres exposés ci-dessus et illustrés aux figures 2.34, 2.35 et 2.36 montrent une très bonne cohérence des résultats où les tendances sont conformes à la réalité, ce qui est recherché dans le domaine de l'optimisation. De plus, les différentes représentations peuvent être utilisées en fonction du cahier des charges à respecter. Prenons l'exemple d'un cahier de charges où l'entrefer minimal à respecter est grand par rapport à l'épaisseur d'aimant : Dans ce cas, il serait

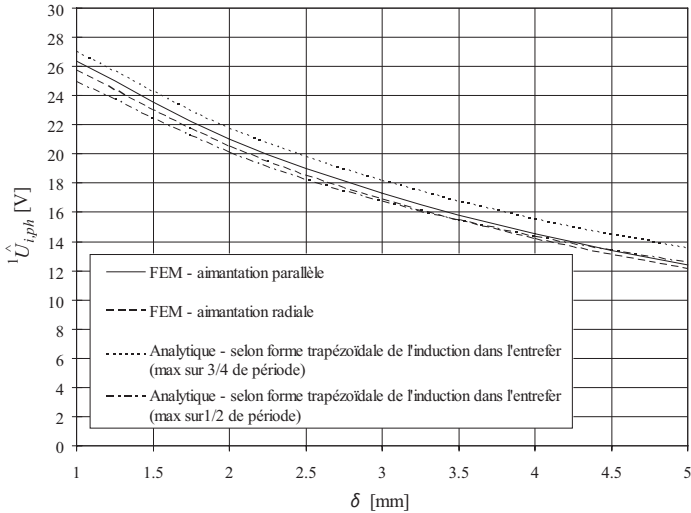


FIG. 2.35 – Premier harmonique de la tension induite de mouvement de phase crête en fonction du paramètre δ pour la configuration © (18 encoches, 12 pôles)

préférable d'utiliser le modèle magnétique où la distribution de l'induction dans l'entrefer est considérée comme sinusoïdale.

Composantes magnétiques déterminées par les circuits équivalents

La tension induite de mouvement, pour la méthode des circuits magnétiques équivalents, est calculée en utilisant directement l'équation (2.134). Des simulations analytiques et FEM ont été réalisées selon la configuration du tableau 2.12 avec $n_{trm} = 10000$ et $N_{sp} = 100$.

Concernant les simulations analytiques, deux modèles ont été utilisés pour la détermination de la tension induite de mouvement de phase. Dans le premier, le flux totalisé d'une bobine prend en compte le flux total passant dans une dent statorique (y compris les flux de franges). Dans le deuxième modèle, vient s'ajouter, en plus du flux précédemment

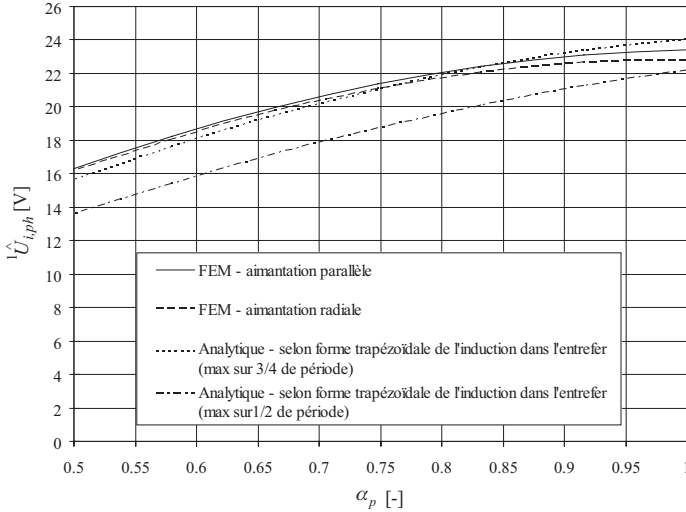


FIG. 2.36 – Premier harmonique de la tension induite de mouvement de phase crête en fonction du paramètre α_p pour la configuration © (18 encoches, 12 pôles)

cité, un quart du flux passant dans le fonds des encoches. Ainsi, le flux totalisé s'exprime :

Premier modèle :

$${}^1\hat{\Psi}_{ab} = N_{sp}\Phi_{ds1} \quad (2.151)$$

Deuxième modèle :

$${}^1\hat{\Psi}_{ab} = N_{sp} \left[\Phi_{ds1} + \frac{1}{4}(\Phi_{f1} + \Phi_{f3}) \right] \quad (2.152)$$

et la tension induite de mouvement de phase :

$${}^1\hat{U}_{i,ph} = {}^1\hat{\Psi}_{ab}2\pi f \quad (2.153)$$

La tendance de la tension induite de mouvement de phase déterminée d'une manière analytique est cohérente avec les simulations FEM. Le

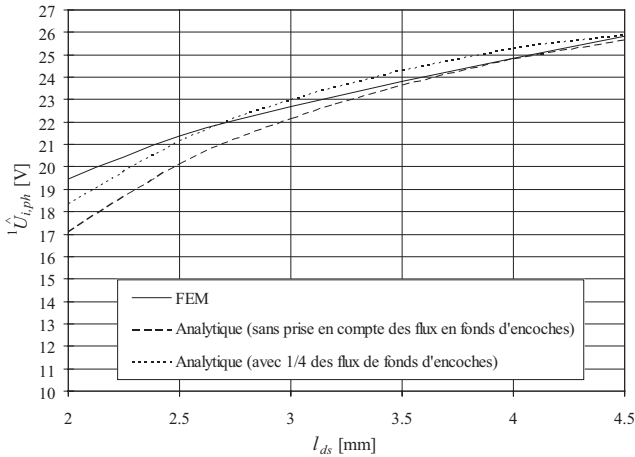


FIG. 2.37 – Premier harmonique de la tension induite de mouvement de phase crête en fonction de l_{ds}

second modèle permet de tenir compte du flux traversant une partie de la bobine mais ne passant pas par la dent statorique. On remarque, en analysant les résultats, que le second modèle est une meilleure approximation et permet de sous-estimer un peu moins la tension induite de mouvement de phase.

Les figures 2.37, 2.38 et 2.39 résument les résultats de simulations en fonction, respectivement, des paramètres l_{ds} , h_{ds} et δ .

Concernant l'influence de l'entrefer, le premier modèle est mieux adapté au grand entrefer, à contrario du second modèle qui satisfait mieux les petits entrefers. Ajoutons encore que le circuit magnétique complet ne prend pas en considération les flux de fuite se refermant dans l'entrefer (sans passer par la culasse statorique), qui fait que lorsque l'entrefer augmente, ${}^1\hat{U}_{i,ph}$ a tendance à être sur-estimé (FIG. 2.39).

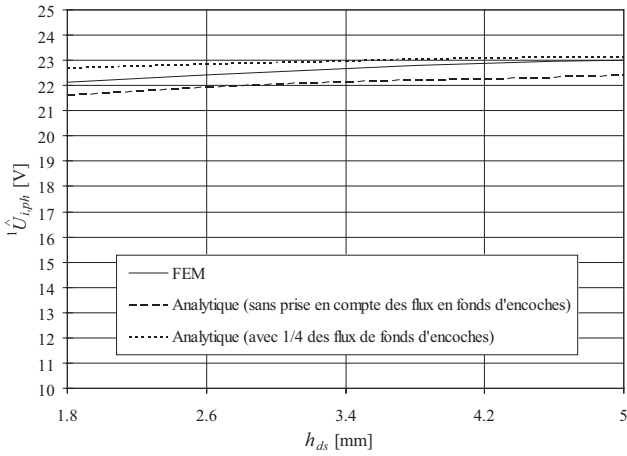


FIG. 2.38 – Premier harmonique de la tension induite de mouvement de phase crête en fonction de h_{ds}

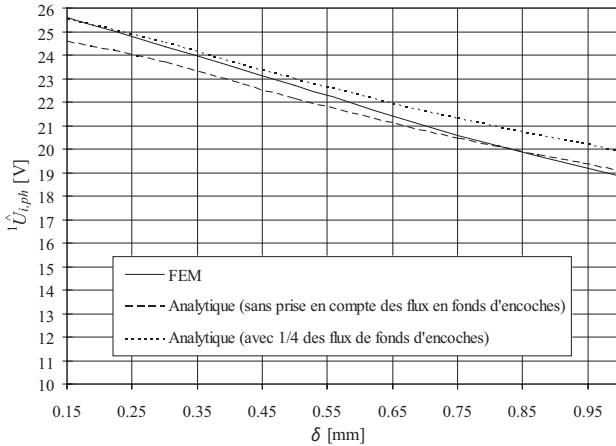


FIG. 2.39 – Premier harmonique de la tension induite de mouvement de phase crête en fonction de δ

2.6 Modèle électrique

2.6.1 Introduction

Cette section présente l'établissement de l'équation de tension induite en introduisant le calcul des résistances électriques et des inductances. Les types d'alimentation d'un moteur synchrone à aimants permanents sont exposés en tenant compte des connexions électriques (« étoile » et « triangle »). Comme hypothèse simplificatrice, nous prenons en compte, dans cette étude, uniquement le premier harmonique des grandeurs électriques pour un régime triphasé. Ainsi, le système étudié devient un système à régime triphasé équilibré, purement sinusoïdal.

2.6.2 Résistance électrique et inductance

La résistance électrique de phase est définie à partir de la longueur moyenne d'une spire l_{msp} , de la résistivité du conducteur $\rho_{e,co}$ et de la section active du conducteur S_{co} :

$$R_{ph} = \rho_{e,co} \frac{N_{sp} l_{msp}}{S_{co}} \quad (2.154)$$

Précisons que la résistance électrique est, ici, déterminée pour une connexion en série des spires composant une phase électrique.

Dans un système triphasé, en appliquant les lois de Kirchoff, on peut définir l'inductance propre apparente d'une phase L_s , en regroupant les inductances propres et mutuelles de phase [12, chap. 12] et qui peut s'exprimer :

$$L_s = L_{\sigma_s} + L_h \quad (2.155)$$

où L_{σ_s} et L_h correspondent respectivement à l'inductance de fuite et l'inductance de champ principal apparente d'une phase.

Dans [23, chap. 3], une méthode de calcul est proposée pour déterminer L_h qui s'écrit :

$$L_h = \frac{24}{\pi} \frac{\tau_p l_i}{p(\delta + e_a)} (N_{sp} k_w)^2 \cdot 10^{-7} \quad (2.156)$$

en admettant les hypothèses suivantes :

- i) la perméabilité du fer est considérée comme infinie ;
- ii) la perméabilité de l'aimant est μ_0 ;
- iii) l'inductance est déterminée à partir du champ tournant créé par le bobinage triphasé ;
- iv) seul le fondamental du champ tournant est pris en compte.

On se propose d'élaborer une seconde variante qui tient compte d'une induction carrée sous une bobine en admettant toujours que le flux mutuel entre phases correspond à la moitié du flux de champ principal. L'induction maximale dans l'entrefer générée par une bobine s'exprime ;

$$B = \mu_0 i \frac{N_{sb}}{2(\delta + e_a)} \quad (2.157)$$

et le flux propre d'une bobine :

$$\Phi = \mu_0 i \frac{N_{sb} s_z \tau_d l_i}{2(\delta + e_a)} \quad (2.158)$$

et le flux totalisé propre d'une phase :

$$\Psi = \mu_0 \frac{s_z \tau_d l_i}{2(\delta + e_a)} \frac{Z_n}{m} N_{sb}^2 \quad (2.159)$$

et l'inductance de champ principal apparente d'une phase :

$$L_h = \frac{3}{2} \frac{\Psi}{i} = \frac{3}{2} \mu_0 \frac{s_z \tau_d l_i}{2(\delta + e_a)} \frac{Z_n}{m} N_{sb}^2 \quad (2.160)$$

Cette version tient compte du flux mutuel passant d'une dent à l'autre à travers l'encoche. En effet, dans une configuration avec un bobinage à doubles couches, une partie du flux qui, dans un bobinage à simple couche, est considéré comme des fuites, se trouve ici estimé comme une partie du flux commun aux phases. Il reste cependant toujours des flux de fuite en fonds d'encoches qui peuvent être non-négligeables lorsque celles-ci sont profondes. La figure 2.40 montre l'influence de l'épaisseur d'aimant sur l'inductance L_s pour la configuration © avec $l_{ds} = 6$ mm. Dans cet exemple, les flux de fuites sont négligés du fait de la géométrie des encoches.

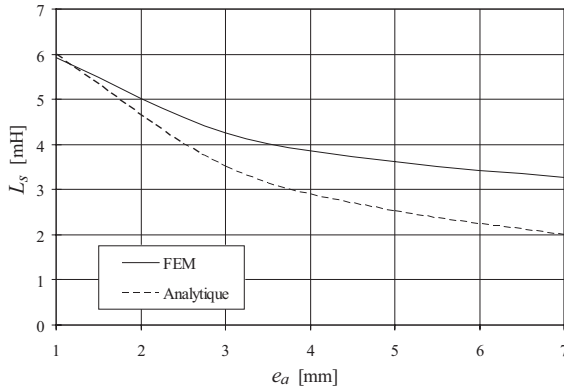


FIG. 2.40 – Inductance propre apparente de phase en fonction de e_a pour la configuration © du tableau 2.1. Les résultats analytiques découlent de l'équation (2.160)

Cependant, pour des structures possédant des phases qui ne sont pas équilibrées spatialement (p.e. 18 encoches et 16 pôles), le modèle peut fortement souffrir d'approximations dues au regroupement côte à côte des bobines d'une même phase. De telles configurations possèdent des sous-harmoniques dont on ne tient pas compte dans le modèle. Les modèles d'inductances proposés, à défaut d'être précis, nous permettent de déterminer l'ordre de grandeur.

A partir de la résistance de phase et de l'inductance, il est possible de définir la constante de temps électrique τ_{el} :

$$\tau_{el} = \frac{L_s}{R_{ph}} \quad (2.161)$$

2.6.3 Equation de tension induite de phase

L'équation de tension induite d'une phase s'écrit pour un système triphasé à grandeurs purement sinusoïdales (phase 1) :

$$u_{ph1} = R_{ph}i_{ph1} + L_s \frac{di_{ph1}}{dt} + u_{i,ph1} \quad (2.162)$$

qui se développe en grandeur complexe :

$$\underline{U}_{ph1} = R_{ph}\underline{I}_{ph1} + j\omega L_s\underline{I}_{ph1} + \underline{U}_{i,ph1} \quad (2.163)$$

Prenons le cas du fonctionnement à rendement optimal où l'angle ψ ¹ est nul [12, chap. 13]. Dans ce cas, la tension de phase crête s'énonce :

$$\hat{U}_{ph} = \sqrt{\left(R_{ph}\hat{I}_{ph} + \hat{U}_{i,ph}\right)^2 + \left(\omega L_s\hat{I}_{ph}\right)^2} \quad (2.164)$$

Le cas du fonctionnement à couple optimal est traité dans [12, chap. 12].

La densité de courant efficace J dans un conducteur s'exprime :

$$J = \frac{I_{ph}}{S_{co}} \quad (2.165)$$

avec S_{co} correspondant à la section active d'un conducteur et définie par l'équation (2.13).

2.6.4 Alimentation

Le moteur synchrone à aimants permanents triphasé peut être piloté par un pont de puissance décrit à la figure 2.41 selon trois types d'alimentation distincts [24, 25] :

- sinusoïdale² ;
- commutation par bloc à 120°³ ;
- commutation par bloc à 180°³.

Le pont de puissance triphasé (FIG. 2.41) a pour but de définir des potentiels de phases conformes au type d'alimentation choisi à l'aide d'une modulation d'amplitude à largeur d'impulsions (MLI) appliquée sur les transistors.

Les types d'alimentation en commutation par bloc à 120° et 180° sont caractérisés par 6 phases de commutation sur une période électrique (tous les 60° électriques) et définissent ainsi 6 états distincts. La figure

¹Angle entre la tension induite de mouvement de phase et le courant de phase

²Moteur synchrone auto-commuté

³Moteur à courant continu sans collecteur

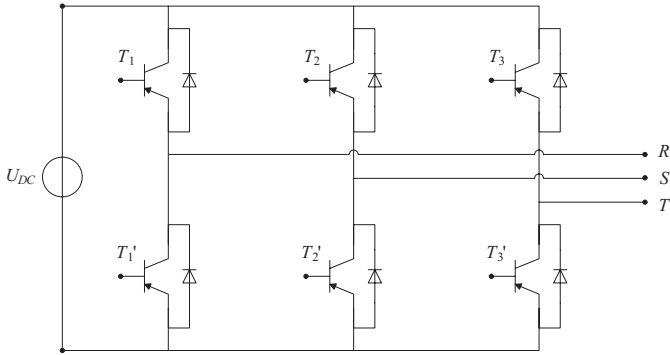


FIG. 2.41 – Pont de puissance à 6 transistors pour alimentation triphasée

(FIG. 2.42) représente un de ces 6 états pour l'alimentation en commutation par bloc à 120° en « étoile » (FIG. 2.42a), en commutation par bloc à 120° en « triangle » (FIG. 2.42b) et en commutation par bloc à 180° en « étoile » (FIG. 2.42c).

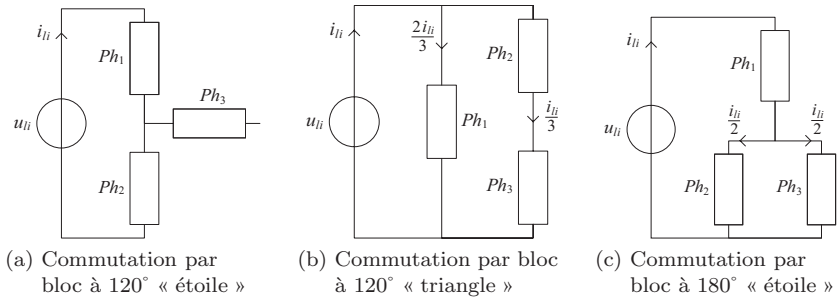


FIG. 2.42 – Etat de commutation

Il est nécessaire de préciser que la période transitoire dans l'établissement des courants de phase est négligée. Il s'ensuit l'hypothèse d'un courant instantanément établi et des flancs droits pour les courants de phases (commutation par bloc à 120° et 180°). On fait également l'hypothèse, dans un état de commutation par bloc, que le courant de phase est constant (moyenne) durant toute la période, ce qui n'est pas le cas en

réalité à cause des variations des tensions induites de phase.

2.6.4.1 Alimentation sinusoïdale

L'alimentation sinusoïdale correspond à des tensions et courants de phase sinusoïdaux dans un régime triphasé symétrique. Ainsi, les courants de chaque phase sont décalés d'un angle électrique de 120° (Fig. 2.43).

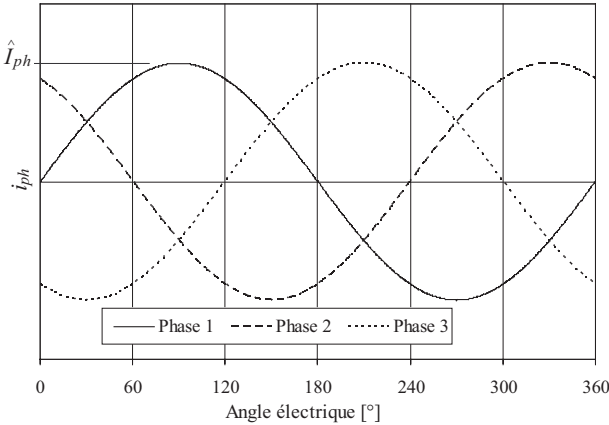


FIG. 2.43 – Courants de phase pour une alimentation sinusoïdale

Dans ce type de commande, les rapports cycliques du « MLI » sont définis afin d'obtenir des tensions de phase sinusoïdales.

Concernant la valeur crête de la tension de phase, vu le caractère sinusoïdal de l'alimentation, l'équation (2.164) est directement applicable.

2.6.4.2 Commutation par bloc à 120°

La figure 2.44 représente le courant de phase (pour une connexion « étoile ») avec son premier harmonique dont la valeur crête vaut :

$${}^1\hat{I}_{ph} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\hat{I}_{ph} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\hat{I}_{li} \quad (2.166)$$

avec \hat{I}_{li} correspondant à la valeur crête de ligne. La valeur efficace du courant de phase s'écrit :

$$I_{ph} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \hat{I}_{ph} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \hat{I}_{li} \quad (2.167)$$

et la tension de phase crête s'exprime :

$$\hat{U}_{ph} = \sqrt{\left(R_{ph} \ ^1\hat{I}_{ph} + \hat{U}_{i,ph}\right)^2 + \left(\omega L_s \ ^1\hat{I}_{ph}\right)^2} \quad (2.168)$$

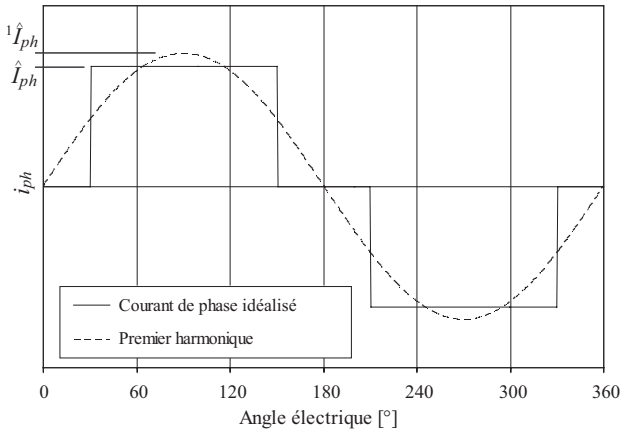


FIG. 2.44 – Courants de phase pour une alimentation par commutation à 120° (connexion en « étoile »)

Pour une connexion « triangle » (FIG. 2.45), le premier harmonique du courant de phase se décline :

$$^1\hat{I}_{ph} = \frac{3}{\pi} \hat{I}_{ph} = \frac{2}{\pi} \hat{I}_{li} \quad (2.169)$$

et le courant de phase efficace :

$$I_{ph} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{I}_{ph} = \frac{2}{3\sqrt{2}} \hat{I}_{li} \quad (2.170)$$

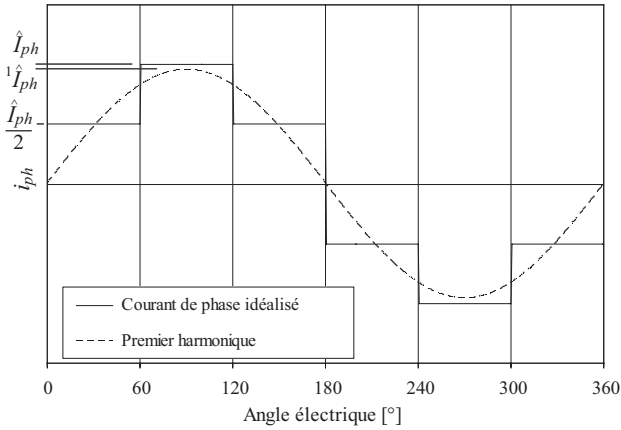


FIG. 2.45 – Courants de phase pour une alimentation par commutation à 120° (connexion en « triangle ») et par commutation à 180° (connexion en « étoile »)

2.6.4.3 Commutation par bloc à 180°

La figure 2.45 représente le courant de phase (pour une connexion en « étoile ») avec son premier harmonique dont la valeur crête vaut :

$$^1\hat{I}_{ph} = \frac{3}{\pi}\hat{I}_{ph} = \frac{3}{2\pi}\hat{I}_{li} \quad (2.171)$$

et le courant de phase efficace :

$$I_{ph} = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{I}_{ph} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\hat{I}_{li} \quad (2.172)$$

La tension de phase crête est déterminée à partir de (2.168).

La commutation par bloc à 180° n'est valable que pour une connexion en « étoile ». Une telle alimentation pour une connexion en « triangle » n'est pas optimale. Ceci est dû au courant circulant dans la phase court-circuitée et agissant comme un frein.

2.7 Puissances et couples

2.7.1 Introduction

Cette section expose la détermination des différentes puissances à partir de la tension induite de mouvement de phase en tenant compte des pertes issues du moteur (pertes Joule et pertes fer). Le couple est déterminé à partir de la puissance.

2.7.2 Bilan de Puissance

Avant de présenter les différentes composantes de la chaîne énergétique, il est intéressant d'établir le bilan de puissance sous forme graphique (2.46) avec l'utilisation des paramètres suivants :

| | |
|-------------|--|
| P_{el} | Puissance électrique |
| P_{elmag} | Puissance électromagnétique |
| P_{mec} | Puissance mécanique |
| P_{Fe} | Pertes dans la fer |
| P_{Joule} | Pertes joule dans le bobinage |
| P_{frot} | Pertes par frottement (roulements, charge) |

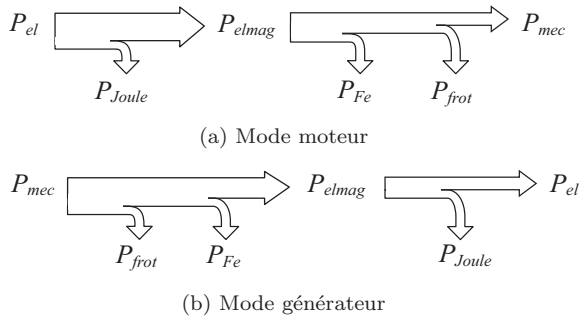


FIG. 2.46 – Bilan de puissance

2.7.3 Puissance électromagnétique

La puissance électromagnétique est une puissance fictive qui ne tient pas compte des pertes dans le fer. Elle peut s'exprimer à partir de la tension induite de mouvement de phase et du courant de phase pour des grandeurs sinusoïdales :

$$P_{elmag} = mU_{i,ph}I_{ph} \cos \psi \quad (2.173)$$

Pour des grandeurs non-sinusoïdales, le premier harmonique des composantes est utilisé pour approximer la puissance électromagnétique :

$$P_{elmag} = m {}^1U_{i,ph} {}^1I_{ph} \cos \psi \quad (2.174)$$

avec m correspondant au nombre de phases. Précisons que les grandeurs calculées sont des valeurs moyennes. Pour le fonctionnement à rendement optimal, le déphasage entre la tension induite de mouvement de phase et le courant de phase est nul. Ainsi, $\psi = 0$.

La détermination de la puissance électromagnétique à l'aide du premier harmonique de la tension induite de mouvement de phase et du courant de phase est une approximation justifiée dans un contexte d'optimisation. De plus, dans une connexion « étoile », l'harmonique de rang multiple de trois du courant de phase n'existe pas de par la nature de la connexion.

2.7.4 Pertes dans le moteur

2.7.4.1 Pertes par effet Joule

Pour un moteur possédant m phases, les pertes par effet Joule P_{Joule} s'expriment :

$$P_{Joule} = mR_{ph}I_{ph}^2 = \rho_{e,co}J^2V_{co} \quad (2.175)$$

2.7.4.2 Pertes fer

Le modèle de pertes fer présenté et détaillé dans [12, chap. 1] prend en compte les pertes par hysteresis et par courants de Foucault dans la culasse statorique et les dents statoriques. Les pertes par courants de

Foucault dans les aimants permanents et dans la culasse rotorique par effet d'encoches ne sont pas pris en considération dans cette étude.

$$P_{Fe} = P_{Fe,ds} + P_{Fe,cs} \quad (2.176)$$

avec $P_{Fe,ds}$ qui concerne les pertes fer dans les dents statoriques :

$$P_{Fe,ds} = C_{pFe} \left(\frac{f}{50} \right)^{k_{Fe}} \hat{B}_{ds}^2 m_{ds} \quad (2.177)$$

avec $P_{Fe,cs}$ qui concerne les pertes fer dans la culasse statorique :

$$P_{Fe,cs} = C_{pFe} \left(\frac{f}{50} \right)^{k_{Fe}} \hat{B}_{cs}^2 m_{cs} \quad (2.178)$$

où C_{pFe} et k_{Fe} correspondent respectivement au chiffre de pertes fer et à l'exposant de pertes fer. Pratiquement, ces deux paramètres sont réglés afin d'approcher au mieux les valeurs de pertes fer spécifiques données par les fournisseurs de matériaux ferromagnétiques doux.

La figure 2.47 représente le réglage des courbes analytiques (2.176) par rapport aux données fournisseur des pertes fer spécifiques pour le matériau en FeSi M270-35A (Cogent). Le même jeu de valeurs des paramètres C_{pFe} et k_{Fe} est utilisé pour différentes fréquences électriques. On peut apprécier l'approximation réalisée avec le modèle qui permet de caractériser le matériau dans une grande plage $[\hat{B}, f]$ avec un seul jeu de paramètre, ce qui est un avantage indubitable dans un contexte d'optimisation.

2.7.5 Puissance mécanique et électrique

A partir de la puissance électromagnétique, on peut déduire la puissance mécanique P_{mec} et la puissance électrique P_{el} consommée selon le bilan de puissance défini à la figure 2.46a :

$$P_{mec} = P_{elmag} - P_{Fe} - P_{frot} \quad (2.179)$$

$$P_{el} = P_{elmag} + P_{Joule} \quad (2.180)$$

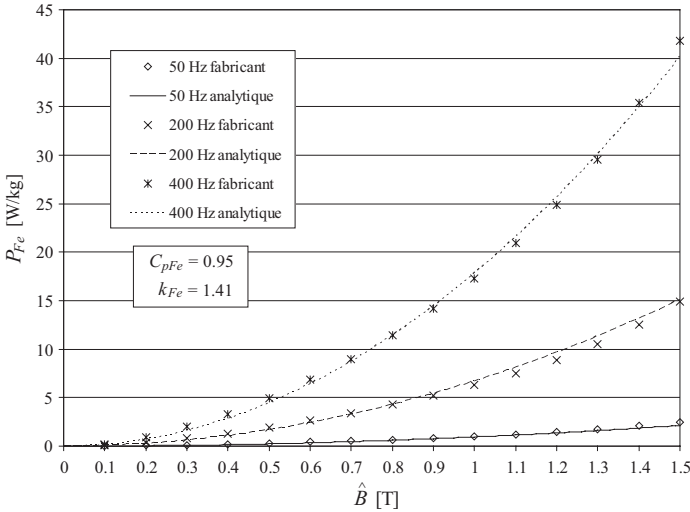


FIG. 2.47 – Pertes fer spécifiques en fonction de l'induction crête pour différentes fréquences électriques. Matériau FeSi : M270-35A (Cogent)

2.7.6 Rendement

Le rendement du moteur s'écrit :

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_{mec} + P_{Joule} + P_{fer} + P_{frot}} \quad (2.181)$$

2.7.7 Couple électromagnétique et mécanique

Les couples électromagnétique et mécanique sont calculés à partir de la puissance électromagnétique et mécanique en tenant compte de la vitesse de rotation Ω du moteur, et donnent respectivement :

$$C_{elmag} = \frac{P_{elmag}}{\Omega} = \frac{30}{\pi} \frac{P_{elmag}}{n_{trm}} \quad (2.182)$$

$$C_{mec} = \frac{P_{mec}}{\Omega} = \frac{30}{\pi} \frac{P_{mec}}{n_{trm}} \quad (2.183)$$

Le tableau 2.15 résume les simulations FEM et analytiques du couple électromagnétique pour les configurations du tableau 2.13. Les résultats de calculs analytiques prennent en compte les deux représentations trapézoïdales de la distribution d'induction radiale dans l'entrefer selon (2.76) et (2.77). L'erreur du modèle analytique par rapport aux simulation FEM est inférieure à 7%.

TAB. 2.15 – Couple électromagnétique avec courant de phase sinusoïdal ($\hat{I}_{ph} = 10$ A)

| Configurations | | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | (g) |
|----------------|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| FEM | C_{elmag} [Nm] aimantation parallèle | 28.5 | 30.3 | 28 | 32.8 | 32 | 32 | 32.9 |
| | C_{elmag} [Nm] aimantation radiale | 27.7 | 29.5 | 27.3 | 32.6 | 32.7 | 32.6 | 33.4 |
| Analytique | C_{elmag} [Nm] avec ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ selon eq. (2.76) | 26.7 | 29.1 | 26.7 | 30.8 | 30.8 | 30.9 | 31.5 |
| | erreur aimant. parallèle | 6.3 % | 4 % | 4.6 % | 6.1 % | 3.8 % | 3.4 % | 4.3 % |
| | erreur aimant. radiale | 3.6 % | 1.4 % | 2.2 % | 5.5 % | 5.8 % | 5.2 % | 5.7 % |
| | C_{elmag} [Nm] avec ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ selon eq. (2.77) | 28.9 | 31.5 | 28.9 | 33.3 | 33.2 | 33.3 | 33.9 |
| | erreur aimant. parallèle | 1.4 % | 4 % | 3.2 % | 1.5 % | 3.8 % | 4.1 % | 3 % |
| | erreur aimant. radiale | 4.3 % | 6.8 % | 5.9 % | 2.1 % | 1.5 % | 2.1 % | 1.5 % |

L'influence du paramètre δ sur le couple électromagnétique peut être appréciée à la figure 2.48. Comme pour la tension induite de phase, le comportement du modèle analytique est plus que satisfaisant par rapport aux simulations FEM.

La figure 2.49 montre l'influence des têtes de dents statoriques sur le couple électromagnétique pour des courants de phase crêtes de 2, 5 et 10 ampères. On remarque un effet singulier sur les simulations FEM pour des courants crêtes de 5 et 10 ampères lorsque les têtes de dent recouvrent presque totalement les encoches : Le couple électromagnétique s'affaiblit. Ceci s'explique par la saturation magnétique des dents statoriques due aux flux de fuites magnétiques créés par les courants de phase. Pour un courant de phase faible (2 A), le flux magnétique généré par celui-ci ne parvient pas à saturer les dents statoriques et il en résulte que le couple électromagnétique est strictement croissant en fonction de l_{tds} .

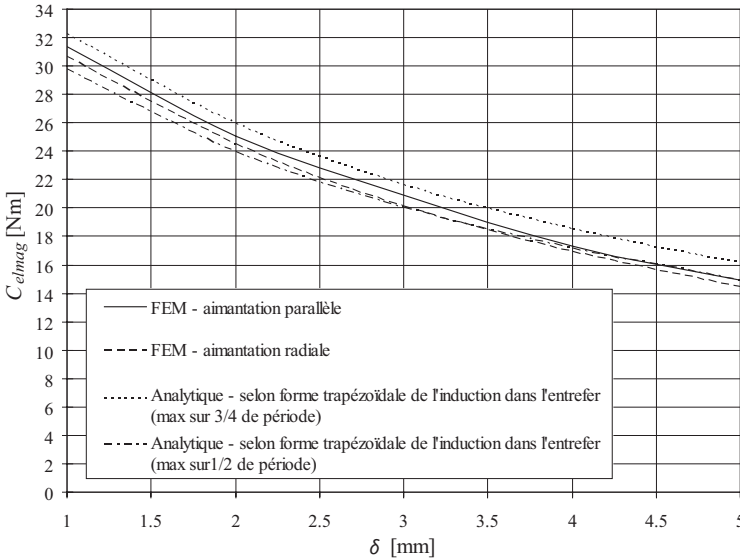


FIG. 2.48 – Couple électromagnétique en fonction de δ avec $\hat{I}_{ph} = 10$ A pour la configuration © (18 encoches, 12 pôles)

2.7.8 Couple dû à l'effet d'encoches

Le couple dû à l'effet d'encoches, ou couple réactant, est produit par la variation de la réluctance d'entrefer et les aimants permanents. Le nombre de périodes du couple réactant N_{rel} sur une révolution complète du rotor est déterminé par le plus petit multiple commun entre le nombre d'encoches statoriques et le nombre de pôles magnétiques. Le paramètre k_{rel} est introduit, agissant comme un indicateur d'amplitude du couple réactant pour les combinaisons d'encoches et de pôles :

$$k_{rel} = \frac{2pZ_n}{N_{rel}} \quad (2.184)$$

Bien qu'il n'y ait pas de relation formelle entre k_{rel} et l'amplitude du couple réactant, il a été établi que plus k_{rel} est grand, plus le couple réactant est important [26].

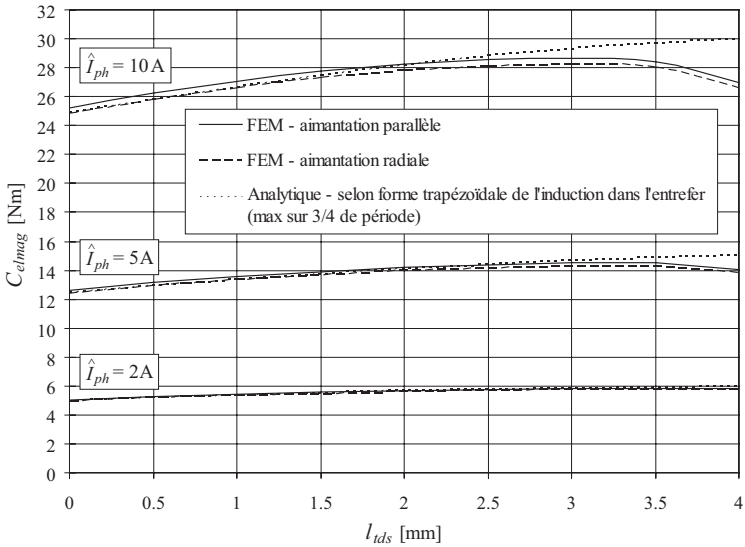


FIG. 2.49 – Couple électromagnétique en fonction de l_{tds} pour la configuration ⑤ (18 encoches, 16 pôles)

L'annexe C répertorie les valeurs de N_{rel} et k_{rel} pour différentes combinaisons d'encoches et de pôles.

Une méthode, qui n'est pas présentée dans ce rapport, consiste à calculer l'induction magnétique dans l'entrefer pour un stator lisse et introduire par la suite une fonction de perméance d'entrefer relative aux dents et aux encoches [27]. Le couple réactant est ensuite déterminé par Maxwell par superposition des contributions de couple de chaque dent [28, 29].

2.8 Modèle thermique

2.8.1 Introduction

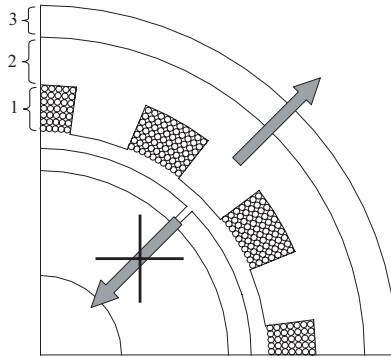
Le modèle thermique établi est basé sur la théorie des circuits équivalents [30]. Il tient compte de la conduction thermique dans les différentes

parties du moteur, ainsi que de la convection et du rayonnement vers l'extérieur. Deux types de convection sont prises en compte : la convection naturelle et forcée.

2.8.2 Hypothèses

Avant de présenter le modèle thermique, il est nécessaire d'exposer les différentes hypothèses et approximations prises en considération :

- i) le moteur est formé de plusieurs couches circulaires (FIG. 2.50). Chacune de ces couches est considérée comme thermiquement homogène. Pour des couches non-homogènes, une conductivité thermique équivalente est déterminée ;
- ii) le flux thermique est radial et dirigé vers l'extérieur (FIG. 2.50). Ainsi, la température dans la structure n'est fonction que de la position radiale ($T = T(r)$) et le modèle est unidimensionnel [31]. On admet, cependant, une dissipation thermique par convection et rayonnement sur les deux extrémités de la culasse statorique incluant la section des bobines et la carcasse extérieure ;
- iii) la conduction et convection dans l'entrefer sont négligées. Le flux thermique dans le rotor produit par les éléments du stator n'est pas pris en compte. On admet que les aimants permanents ont la même température que les bobines ;
- iv) les pertes fer dans la culasse statorique et les pertes par effet Joule dans le bobinage sont les seules sources de chaleur considérées. Elles sont réparties uniformément dans leur milieu respectif ;
- v) les résistances thermiques de contact entre les différents matériaux sont négligées. Bien qu'elles soient significatives dans certains cas, il est très difficile de les quantifier et encore moins de les modéliser ;
- vi) les régimes thermiques transitoires ne sont pas modélisés. Seul le régime permanent est pris en compte ;
- vii) l'unité de température utilisée est le degré Celsius pour les valeurs absolues. Il est important de souligner que les échelles de température Kelvin et Celsius sont identiques en valeur relative.



1: couche dent-encoche avec conductivité thermique équivalente
 2: couche culasse statorique
 3: couche carcasse extérieure

FIG. 2.50 – Flux thermique dans le moteur avec couches équivalentes

2.8.3 Circuit thermique équivalent

Le circuit thermique équivalent, découlant de l'équation de la chaleur (Annexe D), est représenté à la figure 2.51.

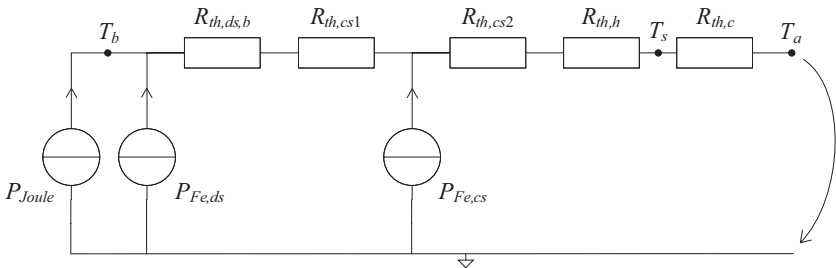


FIG. 2.51 – Circuit thermique équivalent simplifié du moteur synchrone à dents statoriques

Le circuit est composé de sources de chaleur (P_{Joule} , $P_{Fe,ds}$ et $P_{Fe,cs}$), de résistances de conduction définissant la couche dent-encoche ($R_{th,ds,b}$), la culasse statorique ($R_{th,cs1}$ et $R_{th,cs2}$) et la carcasse extérieure ($R_{th,h}$), et d'une résistance de convection ($R_{th,c}$). T_a , T_b et T_s représentent res-

pectivement la température ambiante, la température des bobines et la température de la surface externe du moteur.

Selon le circuit thermique de la figure 2.51, la température de bobine T_b et la température de surface externe T_s s'expriment respectivement :

$$T_b = T_a + (R_{th,ds,b} + R_{th,cs} + R_{th,h} + R_{th,c}) (P_{Joule} + P_{Fe,ds}) + (R_{th,cs2} + R_{th,h} + R_{th,c}) P_{Fe,cs} \quad (2.185)$$

$$T_s = T_a + R_{th,c} (P_{Joule} + P_{Fe}) \quad (2.186)$$

avec

$$R_{th,cs} = R_{th,cs1} + R_{th,cs2} \quad (2.187)$$

2.8.4 Résistance thermique due à la conduction

Dans un système à flux thermique radial, la résistance de conduction d'une couche circulaire vaut :

$$R_{th} = \frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{2\pi l \lambda} \quad (2.188)$$

où r_i et r_e représentent le rayon de la surface respectivement intérieure et extérieure de la couche circulaire, l exprime la longueur de la couche circulaire et λ est la conductivité thermique du milieu.

L'équation (2.188) donne le calcul de la résistance thermique d'une couche passive. Lorsque à l'intérieur même de la couche circulaire, de la chaleur est uniformément générée, le circuit thermique équivalent de la couche forme un circuit en « T » représenté à la figure 2.52. Il est composé de deux résistances, exprimées par les expressions (2.189) et (2.190), et d'une puissance thermique P_{th} générée dans la couche.

$$R_{th1} = \frac{1}{4\pi l \lambda} \left[\frac{2r_e^2 \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{r_e^2 - r_i^2} - 1 \right] \quad (2.189)$$

$$R_{th2} = \frac{1}{4\pi l \lambda} \left[1 - \frac{2r_i^2 \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{r_e^2 - r_i^2} \right] \quad (2.190)$$

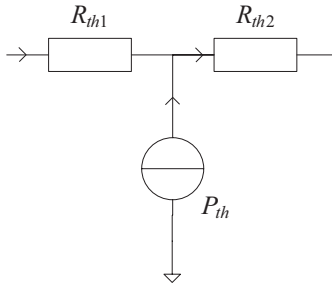


FIG. 2.52 – Circuit thermique équivalent en « T » d'une couche avec une génération uniforme de chaleur

La puissance générée en amont de la couche traverse les deux résistances thermiques R_{th1} et R_{th2} tandis que la puissance générée dans la couche ne traverse que la seconde résistance thermique R_{th2} .

Les résistances thermiques des différents milieux s'expriment, en tenant compte de la géométrie :

$$R_{th,ds,b} = \frac{1}{4\pi l_{cs} \lambda_{ds,b}} \left[1 - \frac{2 \left(\frac{d_a}{2} \right)^2 \ln \left(\frac{d_a + 2h_{ds}}{d_a} \right)}{\left(\frac{d_a}{2} + h_{ds} \right)^2 - \left(\frac{d_a}{2} \right)^2} \right] \quad (2.191)$$

$$R_{th,cs1} = \frac{1}{4\pi l_{cs} \lambda_{cs}} \left[\frac{2 \left(\frac{d_a}{2} + h_{ds} + e_{cs} \right)^2 \ln \left(\frac{d_a + 2(h_{ds} + e_{cs})}{d_a + 2h_{ds}} \right)}{\left(\frac{d_a}{2} + h_{ds} + e_{cs} \right)^2 - \left(\frac{d_a}{2} + h_{ds} \right)^2} - 1 \right] \quad (2.192)$$

$$R_{th,cs2} = \frac{1}{4\pi l_{cs} \lambda_{cs}} \left[1 - \frac{2 \left(\frac{d_a}{2} + h_{ds} \right)^2 \ln \left(\frac{d_a + 2(h_{ds} + e_{cs})}{d_a + 2h_{ds}} \right)}{\left(\frac{d_a}{2} + h_{ds} + e_{cs} \right)^2 - \left(\frac{d_a}{2} + h_{ds} \right)^2} \right] \quad (2.193)$$

$$R_{th,h} = \frac{\ln \left(\frac{d_e}{d_e - 2e_h} \right)}{2\pi l_h \lambda_h} \quad (2.194)$$

avec $\lambda_{ds,b}$, λ_{cs} et λ_h correspondant à la conductivité thermique équivalente, respectivement de la couche dent-encoche, de la culasse statorique et de la carcasse extérieure.

Malgré le fait que les pertes fer dans les dents statoriques et les pertes par effet Joule dans les bobines ne soient pas produites dans le même milieu, ce qui, par conséquent, conduit à une structure hétérogène, l'hypothèse d'une couche circulaire parfaitement homogène, tant au niveau de la conductivité thermique que de la répartition des pertes, est toutefois prise en considération.

2.8.4.1 Conductivité thermique

La conductivité thermique est une des caractéristiques thermiques du matériau. Une couche hétérogène peut être simulée par une couche homogène en déterminant une conductivité thermique équivalente de la zone.

Concernant les bobines, on considère un milieu fait de cylindres de cuivre dans une matrice faite d'un matériau isolant. Par approximation, on utilise le coefficient de remplissage k_{Cu} pour calculer la conductivité thermique équivalente d'une bobine λ_b en admettant que le matériau constituant la matrice et les cylindres de cuivre sont disposés en série par rapport à la direction du flux thermique :

$$\lambda_b = \frac{\lambda_{is,co}\lambda_{co}}{k_{Cu}\lambda_{is,co} + (1 - k_{Cu})\lambda_{co}} \quad (2.195)$$

avec $\lambda_{is,co}$ et λ_{co} correspondant à la conductivité thermique respectivement de l'isolant¹ et des conducteurs.

Un autre modèle, tiré d'une étude sur le refroidissement des machines tournantes [32], prend en considération l'arrangement des conducteurs dans la bobine selon des directions particulières (FIG. 2.53). C'est un modèle expérimental, dont la précision est accrue par rapport à (2.195).

$$\lambda_b = k_\lambda \lambda_{is,co} \quad (2.196)$$

avec k_λ étant le coefficient de conductivité thermique en fonction du coefficient de remplissage de l'encoche k_{Cu} déterminé à partir du graphique de la figure 2.53.

¹L'isolant peut être une résine ou simplement l'air dans lesquels sont noyés les conducteurs.

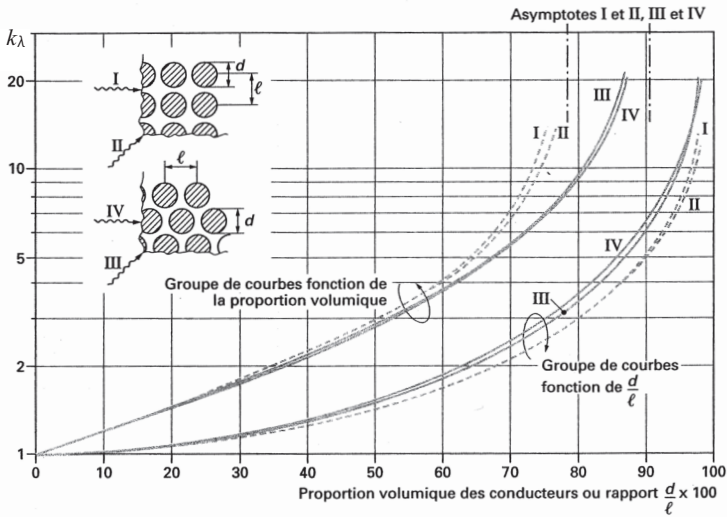


FIG. 2.53 – Conductivité thermique équivalente d'une bobine statorique en fonction de la proportion volumique de cuivre [32]

Un tel modèle, bien que plus précis, est moins aisé à mettre sous forme analytique du fait du caractère expérimental des données et également des courbes réglées fonctions de l'arrangement des conducteurs.

La conductivité équivalente d'une dent statorique λ_{ds} , qui est la même que celle de la culasse statorique, est déterminée par la mise en parallèle de tôles ferromagnétiques et de couches d'isolant. La proportion entre les deux éléments est caractérisée par le coefficient de foisonnement k_f .

$$\lambda_{ds} = \lambda_{cs} = k_f \lambda_{is,lam} + (1 - k_f) \lambda_{lam} \quad (2.197)$$

avec $\lambda_{is,lam}$ et λ_{lam} étant la conductivité thermique respectivement de l'isolant et des tôles ferromagnétiques.

La conductivité thermique équivalente de la couche dent-encoche est déterminée par la mise en parallèle de λ_b et λ_{ds} en proportion de leur matériau respectif, ce qui donne :

$$\lambda_{ds,b} = \frac{Z_n l_{mes} h_{es}}{\pi(d_a + h_{ds}) h_{ds}} \lambda_b + \left(1 - \frac{Z_n l_{mes} h_{es}}{\pi(d_a + h_{ds}) h_{ds}} \right) \lambda_{ds} \quad (2.198)$$

Le tableau D.2 de l'annexe D répertorie les valeurs de conductivité thermique de quelques matériaux pouvant être utilisés dans un moteur.

2.8.5 Résistance thermique due à la convection

La résistance de convection est déterminée par l'équation suivante :

$$R_{th,c} = \frac{1}{(h_{c1} + h_r)S_1 + 2(h_{c2} + h_r)S_2} \quad (2.199)$$

avec h_{c1} et h_{c2} correspondant aux coefficients de transfert de chaleur par convection, respectivement pour la surface S_1 et S_2 (FIG. 2.54), et h_r correspondant au coefficient de transfert de chaleur par rayonnement.

La surface latérale de la carcasse extérieure S_1 et la surface d'extrémité de la culasse statorique et de la carcasse extérieure S_2 s'expriment :

$$S_1 = \pi d_e l_h \quad (2.200)$$

$$S_2 = \frac{1}{4}\pi (d_e^2 - d_a^2) \quad (2.201)$$

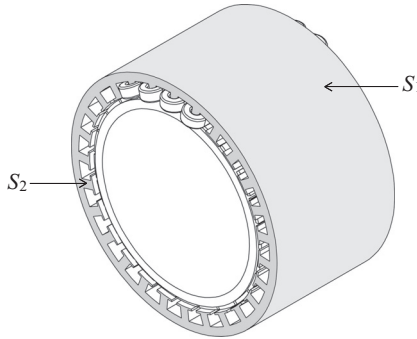


FIG. 2.54 – Surfaces radiales et latérales de convection/rayonnement

Dans cette étude, on considère deux types de convection caractérisés par deux modèles distincts : la convection naturelle et la convection forcée. La détermination des coefficients de transfert de chaleur par convection et par rayonnement est exposée à l'annexe D.

2.8.6 Paramètres dépendant de la température

Certains paramètres du modèle sont dépendants de la température. Ainsi, la résistivité électrique des conducteurs $\rho_{e,co}$ peut s'exprimer en fonction de la température de bobine T_b :

$$\rho_{e,co} = \rho_{e,co0}[1 + \alpha_{co}(T_b - T_0)] \quad (2.202)$$

où $\rho_{e,co0}$ est la résistivité électrique à la température T_0 et α_{co} est le coefficient de température de la résistivité électrique.

L'induction rémanente des aimants permanents dépend également linéairement de la température. En admettant l'hypothèse conservatrice que la température des aimants permanents est la même que celle des bobines, B_r s'exprime :

$$B_r = B_{r0}[1 - T_k(T_b - T_0)] \quad (2.203)$$

où B_{r0} correspond à l'induction rémanente à la température T_0 et T_k est le coefficient de température de l'induction rémanente.

2.9 Equation du mouvement

Dans un système rotatif, dont le référentiel est le moteur et non la charge, l'équation qui régit le mouvement, selon Newton-Euler, s'écrit :

$$I_{z,m} \frac{d^2\theta_r}{dt^2} = \sum_i C_i \quad (2.204)$$

où $I_{z,m}$ correspond à l'inertie total rapportée au moteur (selon l'axe de rotation du moteur z), θ_r est la position angulaire du rotor et $\sum_i C_i$ est la somme des couples rapportés au moteur. En détaillant, (2.204) devient :

$$\left(I_{z,rot} + \frac{I_{z,ch}}{r^2} \right) \frac{d^2\theta_r}{dt^2} = C_{mec} - C_{frot,m} - \frac{C_{frot,ch}}{r} \quad (2.205)$$

avec r correspondant au rapport de réduction de l'entraînement, $C_{frot,m}$ et $C_{frot,ch}$ étant les couples de frottement, respectivement du moteur et de la charge entraînée.

En admettant des couples de frottement sec et visqueux pour le moteur et pour la charge, l'équation (2.205) peut s'écrire :

$$\left(I_{z,rot} + \frac{I_{z,ch}}{r^2} \right) \frac{d^2\theta_r}{dt^2} = C_{mec} - C_{frot,s,m} - \xi_m \frac{d\theta_r}{dt} - \frac{C_{frot,s,ch} - r\xi_{ch} \frac{d\theta_r}{dt}}{r} \quad (2.206)$$

où $C_{frot,s,m}$ et $C_{frot,s,ch}$ correspondent au couple de frottement sec, respectivement du moteur et de la charge. ξ_m et ξ_{ch} définissent, quant à eux, le coefficient de frottement visqueux du moteur et de la charge. En isolant les termes, l'équation (2.206) devient :

$$\left(I_{z,rot} + \frac{I_{z,ch}}{r^2} \right) \frac{d^2\theta_r}{dt^2} + (\xi_m + \xi_{ch}) \frac{d\theta_r}{dt} = C_{mec} - C_{frot,s,m} - \frac{C_{frot,s,ch}}{r} \quad (2.207)$$

dont la solution de l'équation pour la vitesse de rotation du moteur Ω s'exprime :

$$\Omega = \frac{d\theta_r}{dt} = \left(\frac{C_{mec} - C_{frot,s,m} - \frac{C_{frot,s,ch}}{r}}{\xi_m + \xi_{ch}} \right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{mec}}} \right) \quad (2.208)$$

avec τ_{mec} qui correspond à la constante de temps mécanique du moteur :

$$\tau_{mec} = \frac{I_{z,rot} + \frac{I_{z,ch}}{r^2}}{\xi_m + \xi_{ch}} \quad (2.209)$$

La constante de temps mécanique est un paramètre important qui donne des informations sur la dynamique du moteur. On fait l'hypothèse que le couple mécanique du moteur est constant et ne varie pas en fonction de la vitesse.

CHAPITRE 3

Moteur synchrone sans dents statoriques

Sommaire

| | | |
|------------|---|------------|
| 3.1 | Introduction | 102 |
| 3.2 | Définition de la géométrie | 103 |
| 3.2.1 | Bobinage auto-porteur | 104 |
| 3.2.2 | Bobinage droit superposé | 107 |
| 3.2.3 | Bobinage droit juxtaposé | 109 |
| 3.3 | Masses et inerties | 110 |
| 3.4 | Modèles magnétiques | 110 |
| 3.4.1 | Introduction | 110 |
| 3.4.2 | Conditions aux limites | 111 |
| 3.4.3 | Méthode des courants équivalents | 111 |
| 3.4.4 | Potentiel vecteur et induction ($p = 1$) | 113 |
| 3.4.5 | Potentiel scalaire et induction ($p > 1$) | 119 |
| 3.5 | Tension induite de mouvement | 130 |
| 3.5.1 | Introduction | 130 |
| 3.5.2 | Bobinage auto-porteur | 131 |
| 3.5.3 | Bobinage droit superposé | 134 |

| | | |
|------------|------------------------------------|------------|
| 3.5.4 | Bobinage droit juxtaposé | 136 |
| 3.6 | Modèle électrique | 140 |
| 3.6.1 | Introduction | 140 |
| 3.6.2 | Inductances | 140 |
| 3.6.3 | Bobinage auto-porteur | 142 |
| 3.6.4 | Bobinage droit | 145 |
| 3.7 | Modèle thermique | 147 |

3.1 Introduction

La modélisation du moteur synchrone sans dents statoriques, ou plus communément appelé moteur synchrone à bobinage dans l'entrefer, se distingue par différentes configurations [33]. D'une part, elle repose sur différents types de bobinage qui sont développés en détail dans les pages suivantes :

- bobinage auto-porteur de type triangulaire ou oblique ;
- bobinage auto-porteur de type losange ou rhombique ;
- bobinage droit superposé ;
- bobinage droit juxtaposé (pas de chevauchement des développantes).

Par la suite, seules les appellations « oblique » et « rhombique » pour les bobinages auto-porteur sont utilisées.

La modélisation des bobines intègre un modèle de spires alignées pour les bobinages auto-porteur de types oblique et rhombique et un modèle de spires en vrac pour les bobinages droits. Le fait de considérer un bobinage en vrac nous permet d'utiliser le calcul par intégration, afin de déterminer les différentes grandeurs caractéristiques des bobines. Seules les configurations avec un nombre de bobines correspondant au nombre de phases multiplié par le nombre de paires de pôles sont prises en compte. Par exemple, le cas d'une structure avec quatre pôles et trois bobines n'est pas traité dans ce chapitre.

L'induction magnétique dans l'entrefer et dans les culasses est déterminée à l'aide du potentiel vecteur pour les structures avec $p = 1$ et à l'aide du potentiel scalaire pour les structures avec $p > 1$, afin de présenter différentes méthodes de calcul.

3.2 Définition de la géométrie

La géométrie du moteur synchrone sans dents statoriques est paramétrée selon la figure 3.1. Le diamètre intérieur d_i et le diamètre extérieur d_e sont contraints à partir du diamètre d'alésage d_a :

$$d_e = d_a + 2(e_{cs} + e_h) \quad (3.1)$$

$$d_i = d_a - 2(\delta + e_a + e_{cr}) \quad (3.2)$$

avec e_{cs} , e_h et e_a qui expriment l'épaisseur respectivement de la culasse statorique, de la carcasse extérieure et des aimants permanents.

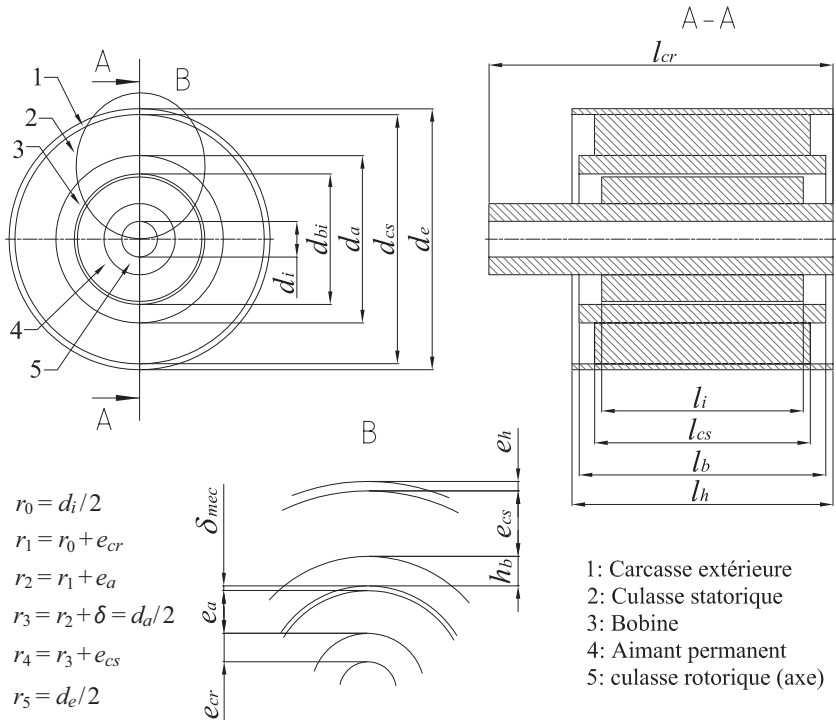


FIG. 3.1 – Paramètres géométriques du moteur synchrone sans dents statoriques

L'entrefer magnétique découle de l'entrefer mécanique :

$$\delta = \delta_{mec} + h_b \quad (3.3)$$

Le diamètre moyen de bobinage peut être calculé en prenant la moyenne entre le diamètre extérieur et le diamètre intérieur du bobinage :

$$d_{bm} = \frac{d_{bi} + d_{be}}{2} \quad (3.4)$$

Le diamètre total d'un conducteur s'exprime :

$$d_{cot} = d_{co} + 2e_{ic} \quad (3.5)$$

Chaque type de bobinage possède ses propres paramètres, définis dans les sections suivantes.

3.2.1 Bobinage auto-porteur

La géométrie des spires d'un bobinage auto-porteur peut être de type oblique, comme représentée à la figure 3.2 ou de type rhombique à la figure 3.3. Ce genre de bobinage permet une construction avec superposition de couches connectées électriquement en parallèle.

En introduisant le nombre de phases m et le nombre de spires par phase N_{sp} , on peut déterminer la distance angulaire entre deux spires :

$$\alpha_s = \frac{2\pi}{mN_{sp}} \quad (3.6)$$

Le nombre de spires par phase peut être déduit du nombre de spires par bobine :

$$N_{sp} = pN_{sb} \quad (3.7)$$

Afin de déterminer l'épaisseur d'un bobinage, on introduit le paramètre relatif aux nombres de couches de bobines N_{cs} connectées en parallèle :

$$h_b = 2N_{cs}d_{cot} \quad (3.8)$$

Précisons que chaque couche de bobinage comporte deux épaisseurs de conducteurs dues à la superposition de spires successives.

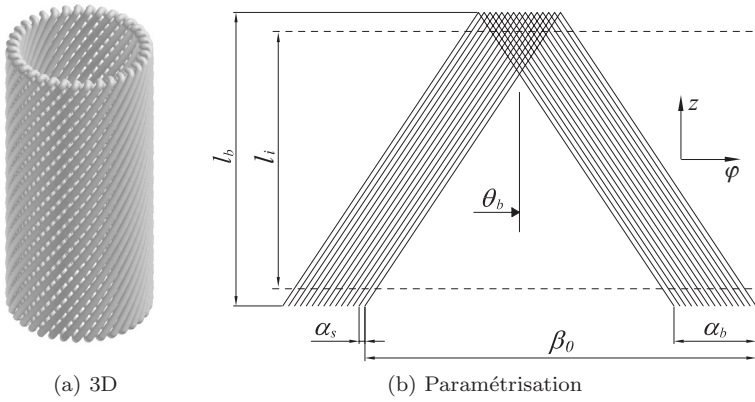


FIG. 3.2 – Bobinage auto-porteur de type oblique

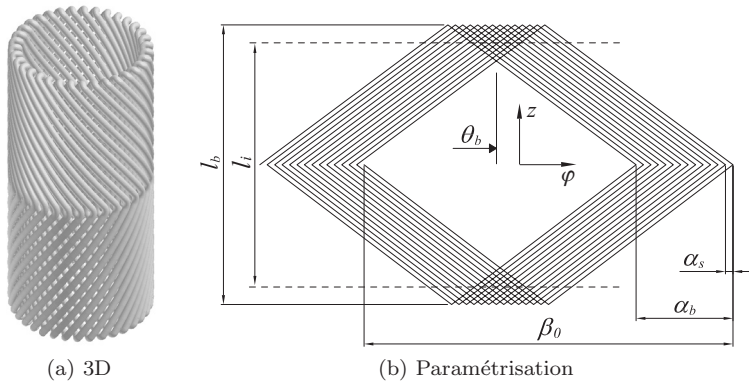


FIG. 3.3 – Bobinage auto-porteur de type rhombique

L'ouverture angulaire des bobines s'exprime, pour le type oblique :

$$\beta_0 = \frac{2\pi - \alpha_s}{p} \tag{3.9}$$

et pour le type rhombique (ouverture sur un pas polaire) :

$$\beta_{0,max} = \frac{\pi}{p} - \frac{\alpha_s}{2} \quad (3.10)$$

Pour un bobinage rhombique, l'ouverture de bobine peut varier. C'est pour cette raison qu'il s'agit ici d'une valeur maximale.

Afin de tenir compte de l'arrangement des spires dans le bobinage, on définit un facteur d'alignement des spires de la couche la plus dense (couche intérieure du bobinage) :

$$k_{as} = \frac{mN_{sp}(d_{bi} + d_{cot}) \arcsin\left(\frac{d_{cot}}{d_{bi} + d_{cot}}\right)}{\pi(d_{bi} + d_{cot})} \quad (3.11)$$

si $d_{bi} \gg d_{cot}$, l'expression (3.11) se simplifie :

$$k_{as} = \frac{mN_{sp}d_{cot}}{\pi(d_{bi} + d_{cot})} \quad (3.12)$$

La valeur maximale de ce paramètre est l'unité, ce qui correspond à une concentration maximale des spires, soit l'arrangement idéal. Ce paramètre k_{as} est le rapport entre la portion de périmètre occupé par les spires et le périmètre total. On peut également définir un paramètre gérant l'étalement d'une bobine :

$$\alpha_b = N_{sb}\alpha_s \quad (3.13)$$

avec l'étalement maximal correspondant :

$$\alpha_{b,max} = \frac{\pi}{mp} \quad (3.14)$$

La longueur d'une spire, en fonction de sa position radiale, peut être déterminée en utilisant la relation de Pythagore sur la surface cylindrique paramétrique sur laquelle s'inscrit la spire, ce qui donne :

$$l_{sp}(r) = \sqrt{(r\beta_0)^2 + 4l_b^2} \quad \text{type oblique} \quad (3.15a)$$

$$l_{sp}(r) = 2\sqrt{(r\beta_0)^2 + l_b^2} \quad \text{type rhombique} \quad (3.15b)$$

et la longueur moyenne de spire :

$$l_{msp} = l_{sp} \left(\frac{d_{bm}}{2} \right) \quad (3.16)$$

Le volume des conducteurs (partie active) peut ainsi être déterminé en sommant toutes les spires de toutes les couches :

$$V_{co} = \sum_{k=1}^{N_{cs}} l_{sp} \left(\frac{d_{b_i}}{2} + d_{cot}(2k-1) \right) S_{co} m N_{sp} \quad (3.17)$$

3.2.2 Bobinage droit superposé

Les paramètres caractérisant le bobinage droit superposé sont représentés à la figure 3.4.

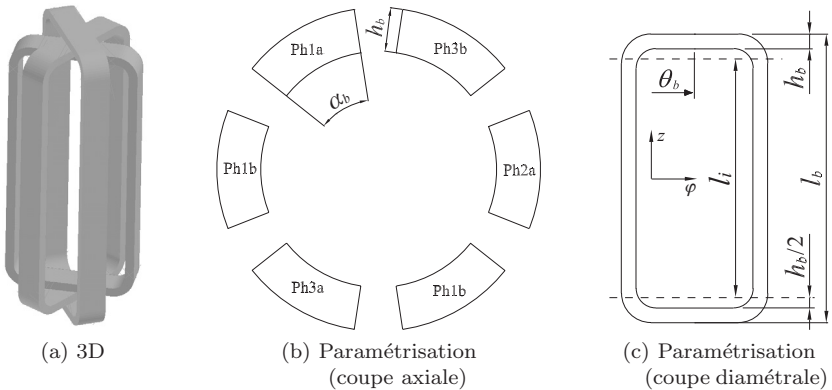


FIG. 3.4 – Bobinage droit superposé

L'étalement maximal d'une bobine s'écrit :

$$\alpha_{b,max} = \frac{\pi}{mp} \quad (3.18)$$

La longueur l_b est différente pour chaque bobine. En effet, dans une telle configuration, les bobines se chevauchent et les développantes de

bobines se superposent. On peut ainsi définir un encombrement axial approximatif total de bobine, qui prend en compte un arrangement où les hauteurs h_b s'additionnent :

$$l_{b,tot} = l_i + (2m + 1)h_b \quad (3.19)$$

On considère que la longueur rectiligne du bobinage correspond à la longueur active l_i du moteur. La longueur de spire moyenne par phase peut être déterminée en faisant l'hypothèse que les développantes suivent le périmètre du bobinage, afin de pouvoir laisser l'espace nécessaire pour l'axe du moteur. Pour $p = 1$, les développantes se séparent pour passer de chaque côté du périmètre du bobinage (FIG. 3.5).

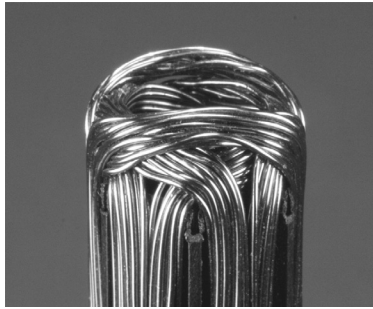


FIG. 3.5 – Développantes bobinage droit superposé

La longueur moyenne d'une spire en fonction de la phase s'écrit :

$$l_{msp}(ph) = 2[l_i + l_{mde}(ph)] \quad (3.20)$$

avec $l_{mde}(ph)$ correspondant à la longueur moyenne de développante d'un côté du moteur en fonction de la phase et qui s'exprime :

$$l_{mde}(ph) = [\pi + 2(ph - 2)]h_b + \frac{d_{bm}}{2} \frac{\pi}{p} \quad (3.21)$$

La modélisation tient compte de l'hypothèse que les développantes sont confinées à l'extérieur du diamètre interne du bobinage d_{bi} . Pour $m = 3$, la longueur moyenne d'une spire s'écrit :

$$l_{msp} = 2 \left[l_i + \pi h_b + \frac{d_{bm}}{2} \frac{\pi}{p} \right] \quad (3.22)$$

A partir de l_{msp} , le volume total des conducteurs (sans isolants) peut être calculé :

$$V_{co} = l_{msp} k_{Cu} m p \frac{d_{bm}}{2} \alpha_b h_b \quad (3.23)$$

3.2.3 Bobinage droit juxtaposé

Le bobinage droit juxtaposé possède des bobines adjacentes dont les développantes ne se chevauchent pas (FIG. 3.6).

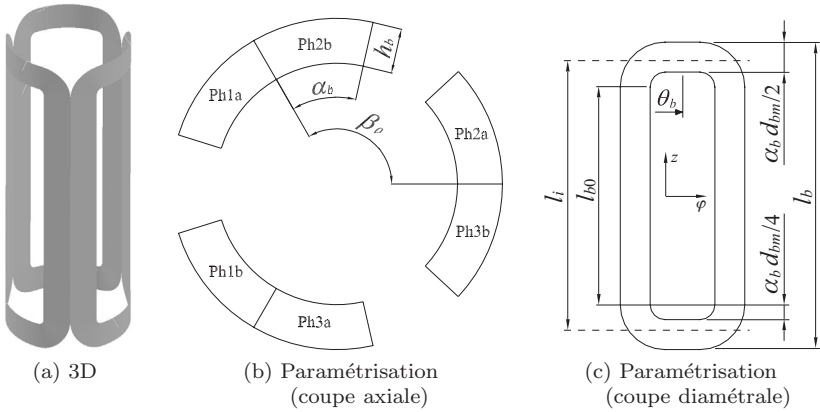


FIG. 3.6 – Bobinage droit juxtaposé

L'ouverture de bobine maximale est donnée par la relation suivante :

$$\beta_{0,max} = \frac{2\pi}{mp} \quad (3.24)$$

avec une configuration particulière pour $m = 2$:

$$\beta_{0,max} = \frac{\pi}{2p} \quad (3.25)$$

L'étalement maximal d'une bobine $\alpha_{b,max}$ en fonction de l'ouverture β_0 donne :

$$\alpha_{b,max} = \frac{\beta_0}{2} \quad (3.26)$$

En faisant l'hypothèse que les développantes de bobines sont courbes, la longueur moyenne d'une spire s'exprime en considérant la longueur rectiligne du bobinage l_{b0} :

$$l_{msp} = 2(l_{b0} + l_{mde}) \quad (3.27)$$

avec

$$l_{mde} = \begin{cases} \pi\alpha_b \frac{d_{bm}}{2} + (\beta_0 - 3\alpha_b) \frac{d_{bm}}{2} & \alpha_b < \frac{\beta_0}{3} \\ \pi\alpha_b \frac{d_{bm}}{2} & \frac{\beta_0}{3} \leq \alpha_b \leq \frac{\beta_0}{2} \end{cases} \quad (3.28)$$

Le volume des conducteurs V_{co} est déterminé par l'équation (3.23).

La longueur d'une bobine l_b s'écrit :

$$l_b = l_{b0} + \frac{3}{2}\alpha_b d_{bm} \quad (3.29)$$

3.3 Masses et inerties

Les masses et inerties des différents éléments composant le moteur peuvent être reprises de la section 2.3 à l'exception des dents statoriques.

3.4 Modèles magnétiques

3.4.1 Introduction

Cette section a pour but de présenter le modèle magnétique statique du moteur sans dents en utilisant l'équation de Poisson. Dans un premier temps, la configuration avec une paire de pôle magnétique est étudiée, dans laquelle le potentiel vecteur est déterminé. Dans cette configuration, on applique la méthode des courants équivalents afin de modéliser l'aimant permanent. Cette méthode, qui représente la magnétisation de l'aimant par des courants surfaciques, offre l'avantage d'en tenir compte uniquement dans l'expression des conditions aux limites. Dans un second temps, le modèle sera étendu pour $p > 1$ avec la détermination du potentiel scalaire, afin de présenter une seconde méthode de résolution.

Dans cette configuration, le raccourcissement angulaire des aimants permanents est considéré.

Les équations de Maxwell, les caractéristiques magnétiques des aimants permanents et des matériaux doux sont résumées dans les sections 2.4.2, 2.4.3, 2.4.4 et 2.4.5.

3.4.2 Conditions aux limites

A l'interface de deux milieux, il est nécessaire de garantir la continuité du champ et de l'induction magnétique. Pour ce faire, il faut introduire des relations de continuité entre les deux milieux :

$$\vec{n} \times (\vec{H}|_2 - \vec{H}|_1) = \vec{J}_s \quad (3.30)$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}|_1 - \vec{B}|_2) = 0 \quad (3.31)$$

où \vec{n} est le vecteur normal à la surface de séparation des deux milieux et \vec{J}_s est la densité de courant surfacique.

3.4.3 Méthode des courants équivalents

Cette méthode, détaillée dans [34], permet de remplacer un aimant permanent par un solide parcouru par une densité de courant \vec{J} et composé d'une infinité de conducteurs électriques d'épaisseur nulle, \vec{J}_s , disposés à sa surface (FIG. 3.7).

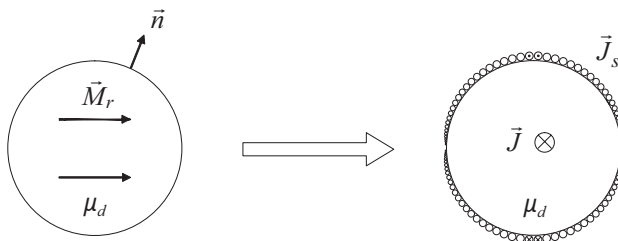


FIG. 3.7 – Représentation d'un aimant permanent à l'aide des courants équivalents

La droite de retour d'un aimant permanent est définie selon l'équation (2.50) qui peut être réécrite en isolant H :

$$H = \frac{B}{\mu_{dr}\mu_0} - \frac{M_r}{\mu_{dr}} \quad (3.32)$$

avec l'aimantation rigide

$$M_r = \frac{B_0}{\mu_0} \quad (3.33)$$

μ_{dr} étant la perméabilité relative de l'aimant.

Les équations de Maxwell (2.41) et (2.43) ainsi que les conditions aux limites (3.30) et (3.31) sont réécrites pour chaque milieu. Seuls (2.43) et (3.30) sont touchés par cette transformation. Les équations caractérisant le nouveau milieu ne contiennent plus de composante du vecteur aimantation.

- Aimant permanent

$$\vec{\text{rot}} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_{dr}\mu_0} \right) - \frac{1}{\mu_{dr}} \vec{\text{rot}} \vec{M}_r = 0 \quad (3.34)$$

$$\vec{n} \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \Big|_2 - \frac{\vec{B}}{\mu_{dr}\mu_0} \Big|_1 \right) + \frac{1}{\mu_{dr}} (\vec{n} \times \vec{M}_r) = 0 \quad (3.35)$$

- Nouveau milieu

$$\vec{\text{rot}} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_{dr}\mu_0} \right) = \vec{J} \quad (3.36)$$

$$\vec{n} \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \Big|_2 - \frac{\vec{B}}{\mu_{dr}\mu_0} \Big|_1 \right) = \vec{J}_s \quad (3.37)$$

En comparant les paires d'équations (3.34), (3.36) et (3.35), (3.37), on

peut exprimer \vec{J} et \vec{J}_s :

$$\vec{J} = \frac{1}{\mu_{dr}} \text{rot} \vec{M}_r \quad (3.38)$$

$$\vec{J}_s = -\frac{1}{\mu_{dr}} \left(\vec{n} \times \vec{M}_r \right) \quad (3.39)$$

Cette équivalence est vérifiée pour tout matériau satisfaisant l'équation (2.44).

Pour un aimant permanent magnétisé de manière homogène, la densité de courant \vec{J} (3.38) s'annule. Ainsi, un aimant permanent peut être remplacé par une structure à perméabilité équivalente, à la surface de laquelle des courants linéiques sont disposés et calculés selon (3.39).

Pour un aimant en forme d'anneau magnétisé diamétralement ($p = 1$) comme représenté à la figure 3.8, les courants linéiques \vec{J}_s circulent sur les surfaces intérieure et extérieure. Ainsi, en utilisant (3.39), \vec{J}_s s'écrit :

- pour la surface extérieure :

$$\vec{J}_s = -\frac{1}{\mu_{dr}} \begin{pmatrix} \cos(\varphi - \theta_r) \\ \sin(\varphi - \theta_r) \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} M_r \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{B_0}{\mu_{dr}\mu_0} \sin(\varphi - \theta_r) \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

- pour la surface intérieure :

$$\vec{J}_s = -\frac{1}{\mu_{dr}} \begin{pmatrix} -\cos(\varphi - \theta_r) \\ -\sin(\varphi - \theta_r) \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} M_r \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{B_0}{\mu_{dr}\mu_0} \sin(\varphi - \theta_r) \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

avec φ et θ_r correspondant respectivement à l'abscisse des coordonnées polaires et à la position angulaire du rotor.

3.4.4 Potentiel vecteur et induction ($p = 1$)

Une des solutions choisie pour déterminer l'induction et le champ magnétique dans le moteur est d'introduire le potentiel vecteur \vec{A} [35] qui est

caractérisé par les équations suivantes :

$$\text{rot}\vec{A} = \vec{B} \quad (3.42)$$

$$\text{div}\vec{A} = 0 \quad (3.43)$$

En utilisant les équations (2.39), (2.41), (3.42) et (3.43), l'équation différentielle générale caractérisant le potentiel vecteur donne (en coordonnées cylindriques) :

$$\Delta\vec{A} = \frac{\partial^2\vec{A}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\vec{A}}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial\varphi^2} = -\mu\vec{J} \quad (3.44)$$

avec la densité de courant \vec{J} et les coordonnées cylindriques r, φ . Cette équation est connue sous le nom d'*équation de Poisson*. Dans le cas où on ne prend pas en compte les courants dans la détermination des grandeurs magnétiques, cette équation devient :

$$\Delta\vec{A} = \frac{\partial^2\vec{A}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\vec{A}}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial\varphi^2} = 0 \quad (3.45)$$

qui est connue sous le nom d'*équation de Laplace*.

Les effets d'extrémités du moteur sont négligés. La modélisation en est réduite à une structure bidimensionnelle. Ainsi, le potentiel vecteur peut être réduit à une unique composante dans la direction axiale du moteur (axe z) et ainsi, (3.45) s'exprime :

$$\Delta A_z = \frac{\partial^2 A_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_z}{\partial\varphi^2} = 0 \quad (3.46)$$

L'équation (3.46) est résolue par séparation de variable avec la forme suivante comme solution :

$$A_z(r, \varphi) = R(r) \cdot S(\varphi) \quad (3.47)$$

En remplaçant (3.47) dans (3.46) et en isolant les termes en r et en φ , on obtient :

$$\frac{1}{R} \left(r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} \right) = -\frac{1}{S} \frac{\partial^2 S}{\partial\varphi^2} = \nu^2 \quad (3.48)$$

où ν^2 est un nombre réel¹, de telle manière que la solution soit périodique en φ . Ainsi, on se retrouve à résoudre les équations indépendantes suivantes :

$$r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} - \nu^2 R = 0 \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2} + \nu^2 S = 0 \quad (3.50)$$

Les solutions des équations (3.49) et (3.50) donnent respectivement :

$$R = c_\nu r^\nu + d_\nu r^{-\nu} \quad (3.51)$$

$$S = a_\nu \cos(\nu\varphi) + b_\nu \sin(\nu\varphi) \quad (3.52)$$

La solution générale de l'équation homogène est la somme des produits de ces deux termes pour tout ν , ce qui donne :

$$A_z(r, \varphi) = \sum_{\nu=1}^{\infty} (c_\nu r^\nu + d_\nu r^{-\nu}) (a_\nu \cos(\nu\varphi) + b_\nu \sin(\nu\varphi)) \quad (3.53)$$

Dans cette section, la modélisation se base sur une structure avec une seule paire de pôles et prend en compte les hypothèses suivantes :

- i) la saturation des éléments ferromagnétiques n'est pas prise en compte. La perméabilité magnétique du fer est considérée comme infinie ;
- ii) l'aimant permanent est polarisé diamétralement et recouvre un pôle magnétique complet ;
- iii) le calcul des grandeurs magnétiques ne fait intervenir que l'aimant permanent et néglige ainsi la composante due au bobinage. l'équation de Laplace est donc applicable ;
- iv) les effets d'extrémités sont négligés.

La méthode des courants équivalents est utilisée et introduite au niveau de l'expression des conditions aux limites. L'équation de Laplace peut ainsi être résolue.

Avec le référentiel décrit à la figure 3.8 et les hypothèses ci-dessus, (3.53) devient :

$$A_{zk}(r, \varphi) = \left(C_k r + \frac{D_k}{r} \right) \sin(\varphi - \theta_r) \quad (3.54)$$

¹ ν représente le rang d'harmonique.

en introduisant la position angulaire du rotor θ_r et le milieu k . De part l'hypothèse i), l'induction est sinusoïdale dans la structure ($\nu = 1$). De plus, le terme sinus du potentiel vecteur disparaît du fait de la définition de la référence φ du système de coordonnées cylindriques et de la référence de position angulaire du rotor θ_r .

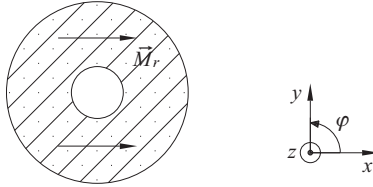


FIG. 3.8 – Référentiel pour $p = 1$ ($\theta_r = 0$)

Les constantes C_k et D_k sont déterminées à l'aide des conditions aux limites entre les différents milieux du moteur. Ces conditions peuvent être exprimées à partir du potentiel vecteur à l'aide de la relation (3.42) qui s'écrit en coordonnées cylindriques :

$$\begin{pmatrix} B_r \\ B_\varphi \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} \\ -\frac{\partial A_z}{\partial r} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.55)$$

Ainsi, (3.30) et (3.31), exprimées à l'aide du potentiel vecteur en coordonnées cylindriques, deviennent :

$$H_\varphi|_2 - H_\varphi|_1 = J_s \Rightarrow \frac{1}{\mu_r \mu_0} \frac{\partial A_z}{\partial r} \Big|_1 - \frac{1}{\mu_r \mu_0} \frac{\partial A_z}{\partial r} \Big|_2 = J_s \quad (3.56)$$

et

$$B_r|_1 = B_r|_2 \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} \Big|_1 = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} \Big|_2 \quad (3.57)$$

μ_r étant la perméabilité relative des milieux concernés.

Pour des culasses ferromagnétiques infiniment perméables ($\mu_{r,cs}, \mu_{r,cr} \rightarrow \infty$), l'induction magnétique dans les différentes parties du moteur s'exprime :

- Induction magnétique radiale dans l'entrefer :

$$B_{\delta r} = \left(C_3 + \frac{D_3}{r^2} \right) \cos(\varphi - \theta_r) = \hat{B}_{\delta r} \cos(\varphi - \theta_r) \quad (3.58)$$

- Module de l'induction magnétique dans la culasse rotorique :

$$B_{cr} = |\vec{B}_{cr}| = \sqrt{C_1^2 + \frac{D_1^2}{r^4} + \frac{2C_1D_1}{r^2} \cos 2(\varphi - \theta_r)} \quad (3.59)$$

- Induction magnétique maximale dans la culasse rotorique :

$$B_{cr,max} = B_{cr}(r=r_0, \varphi = \frac{\pi}{2}, \theta_r = 0) = \left| C_1 - \frac{D_1}{r_0^2} \right| \quad (3.60)$$

- Induction magnétique moyenne dans la culasse rotorique :

$$\bar{B}_{cr} = \frac{1}{e_{cr}} \left| \int_{r_0}^{r_1} B_{cr}(r, \varphi = \frac{\pi}{2}, \theta_r = 0) dr \right| = \left| C_1 - \frac{D_1}{r_0 r_1} \right| \quad (3.61)$$

Pour un axe rotorique plein ($d_i = 0$), l'induction magnétique B_{cr} est homogène et vaut $|C_1|$.

- Module de l'induction magnétique dans la culasse statorique :

$$B_{cs} = |\vec{B}_{cs}| = \frac{1}{k_f} \sqrt{C_4^2 + \frac{D_4^2}{r^4} + \frac{2C_4D_4}{r^2} \cos 2(\varphi - \theta_r)} \quad (3.62)$$

- Induction magnétique maximale dans la culasse statorique :

$$B_{cs,max} = B_{cs}(r=r_3, \varphi = \frac{\pi}{2}, \theta_r = 0) = \frac{1}{k_f} \left| C_4 - \frac{D_4}{r_3^2} \right| \quad (3.63)$$

- Induction magnétique moyenne dans la culasse statorique :

$$\bar{B}_{cs} = \frac{1}{e_{cs}} \left| \int_{r_3}^{r_4} B_{cs}(r, \varphi = \frac{\pi}{2}, \theta_r = 0) dr \right| = \frac{1}{k_f} \left| C_4 - \frac{D_4}{r_3 r_4} \right| \quad (3.64)$$

avec le coefficient de foisonnement k_f et les constantes suivantes :

$$C_0 = D_5 = 0 \quad (3.65)$$

$$C_1 = \frac{B_0 r_1^2}{r_0^2 - r_1^2} \left\{ \frac{2r_2^2 (r_2^2 - r_1^2) (r_2^2 + r_3^2)}{(r_1^2 + r_2^2)^2 \left[\mu_{dr} (r_2^2 - r_3^2) + \frac{r_1^2 - r_3^2}{r_1^2 + r_2^2} (r_2^2 + r_3^2) \right]} + \frac{2r_2^2}{r_1^2 + r_2^2} - 1 \right\} \quad (3.66)$$

$$D_1 = -r_0^2 C_1 \quad (3.67)$$

$$C_3 = B_0 \frac{r_2^2 (r_1^2 - r_2^2)}{(r_1^2 + r_2^2) \left[\mu_{dr} (r_2^2 - r_3^2) + \frac{r_1^2 - r_3^2}{r_1^2 + r_2^2} (r_2^2 + r_3^2) \right]} \quad (3.68)$$

$$D_3 = r_3^2 C_3 \quad (3.69)$$

$$C_4 = 2B_0 \frac{r_2^2}{r_4^2} \frac{r_2^2 - r_1^2}{(r_1^2 + r_2^2) \left(\frac{r_4^2 - r_3^2}{r_3^2 r_4^2} \right) \left[\mu_{dr} (r_2^2 - r_3^2) + \frac{r_1^2 - r_3^2}{r_1^2 + r_2^2} (r_2^2 + r_3^2) \right]} \quad (3.70)$$

$$D_4 = -r_4^2 C_4 \quad (3.71)$$

Les constantes C_k et D_k sont résolues en utilisant les conditions aux limites (3.56) et (3.57). L'annexe E expose en détail le calcul des constantes C_k et D_k de chaque milieu en admettant que la perméabilité relative des parties ferromagnétiques est constante.

3.4.4.1 Analyse du modèle

Les paramètres principaux du moteur utilisé pour l'analyse du modèle sont récapitulés dans le tableau 3.1. La figure 3.9 montre l'induction radiale dans l'entrefer pour les simulations FEM et analytiques.

Comme on peut le remarquer sur la figure 3.9, le modèle avec la perméabilité des parties ferromagnétiques infinie donne pratiquement les mêmes résultats qu'avec la perméabilité finie. Cependant, pour des structures magnétiquement saturées, le modèle avec le fer idéal conduit à des erreurs notables (FIG. 3.10).

On voit également que la saturation des parties ferromagnétiques introduit des harmoniques supérieures à l'unité, qui ne sont pas prises en compte dans le modèle analytique.

TAB. 3.1 – Paramètres principaux du moteur synchrone bipolaire sans dents

| | |
|---------------|--|
| d_a [mm] | 14.1 |
| d_i [mm] | 0 (arbre plein) |
| e_a [mm] | 3.75 |
| e_{cr} [mm] | 1.5 |
| e_{cs} [mm] | 4.5 |
| δ [mm] | 1.8 |
| l_i [mm] | 27 |
| Aimants | Vacodym 655HR ($B_0 = 1.28$ T, $\mu_{dr} = 1.029$) |
| Tôles | M270-35A (culasse statorique et rotorique) |

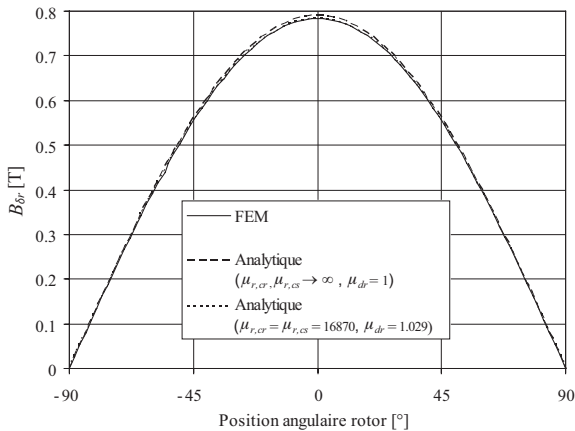


FIG. 3.9 – Induction radiale dans l'entrefer

3.4.5 Potentiel scalaire et induction ($p > 1$)

La modélisation magnétique d'une structure avec plusieurs paires de pôles est présentée dans cette section avec les hypothèses suivantes :

- i) la culasse statorique et la culasse rotorique sont infiniment perméables ($\mu_{r,cs}, \mu_{r,cr} \rightarrow \infty$) ;

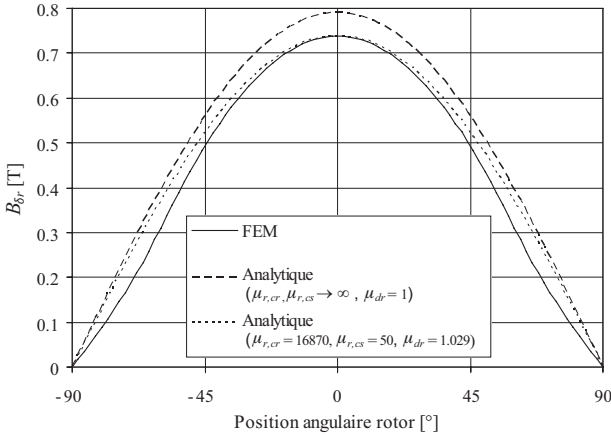


FIG. 3.10 – Induction radiale dans l’entrefer ($e_{cs} = 2.5$ mm, structure magnétiquement saturée)

- ii) les aimants permanents sont remplacés par une zone homogène de perméabilité μ_d avec une magnétisation fonction de l’angle φ (FIG. 3.11) ;
- iii) les effets d’extrémités sont négligés.

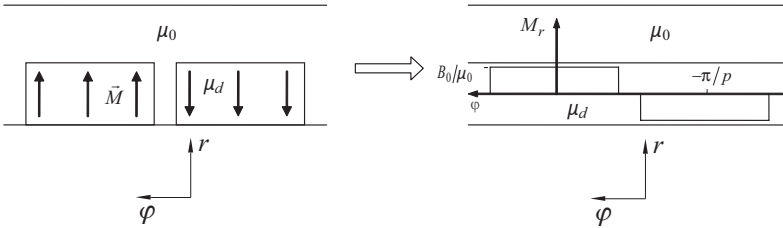


FIG. 3.11 – Représentation des aimants permanents

Dans une version à magnétisation diamétrale (section précédente), les courants linéiques se situent à la surface de l’aimant et ceux-ci peuvent être aisément intégrés au niveau des conditions aux limites.

Dans la configuration avec $p > 1$, les courants équivalents sont composés à la fois de courants linéiques et de courants de densité surfacique, qui font que l'aimantation ne peut plus être prise en compte uniquement par les conditions aux limites. Ainsi, une des méthodes pour déterminer le potentiel vecteur est de résoudre l'équation de Laplace et d'ajouter une solution particulière liée aux courants équivalents. La solution est la différentielle dA_z fonction de dI . En intégrant la différentielle sur l'étendue des courants équivalents, le potentiel vecteur est déterminé. Cette méthode est décrite en détail dans [36].

Afin de présenter une autre méthode de résolution, détaillée dans [37], le potentiel scalaire, défini par l'équation (3.72), est introduit dans le modèle. De plus, l'aimantation \vec{M}_r n'est pas transformée en courants équivalents.

$$H = -\vec{\text{grad}}\Theta \quad (3.72)$$

L'équation de Laplace pour la détermination du potentiel scalaire dans l'entrefer, la culasse rotorique et la culasse statorique s'exprime en coordonnées cylindriques :

$$\begin{aligned} \Delta\Theta &= \text{div}\vec{\text{grad}}\Theta \\ &= \frac{\partial^2\Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\Theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\Theta}{\partial\varphi^2} = 0 \end{aligned} \quad (3.73)$$

Dans la zone caractérisant les aimants permanents, le potentiel scalaire est déterminé par l'équation de Poisson qui fait intervenir l'aimantation rigide \vec{M}_r au niveau du membre de droite :

$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\Theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\Theta}{\partial\varphi^2} = \frac{1}{\mu_{dr}} \text{div}\vec{M}_r \quad (3.74)$$

Le champ magnétique s'exprime à partir du potentiel vecteur en coordonnées cylindriques :

$$\begin{pmatrix} H_r \\ H_\varphi \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial\Theta}{\partial r} \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial\Theta}{\partial\varphi} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.75)$$

Le modèle prend en compte l'aimantation radiale et parallèle représentées à la figure (FIG. 3.12).

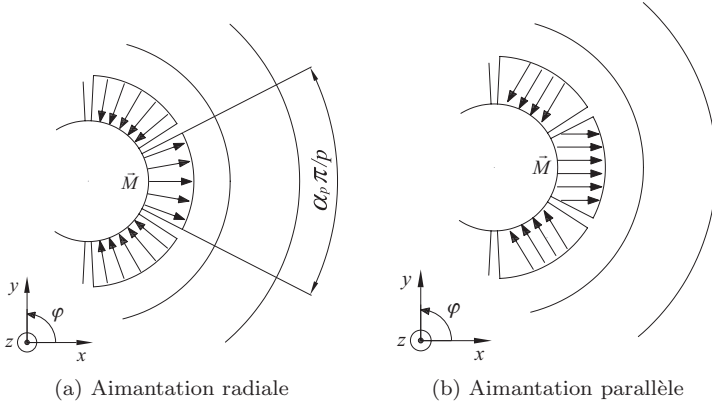


FIG. 3.12 – Magnétisation des aimants permanents ($p = 3$)

Afin de ne pas confondre l'aimantation rigide avec l'aimantation radiale et du fait que l'aimantation induite est exprimée par l'équation (2.47), la composante rigide perd son indice r . Ainsi, M_r exprime désormais l'aimantation radiale. L'aimantation rigide s'écrit alors en coordonnées cylindriques :

$$\vec{M} = \begin{pmatrix} M_r \\ M_\varphi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

Les composantes radiale et angulaire de l'aimantation rigide peuvent être exprimées à l'aide des séries de Fourier pour les deux types de magnétisation présentés à la figure 3.12 :

$$M_r = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} M_{r\nu} \cos[\nu p(\varphi - \theta_r)] \quad (3.77)$$

$$M_\varphi = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} M_{\varphi\nu} \sin[\nu p(\varphi - \theta_r)] \quad (3.78)$$

Les harmoniques de rang ν des composantes de l'aimantation rigide s'expriment pour une aimantation radiale :

$$M_{r\nu} = 2\alpha_p \frac{B_0}{\mu_0} \frac{\sin\left(\frac{\nu\pi\alpha_p}{2}\right)}{\frac{\nu\pi\alpha_p}{2}} \quad (3.79)$$

$$M_{\varphi\nu} = 0 \quad (3.80)$$

et pour une aimantation parallèle :

$$M_{r\nu} = \alpha_p \frac{B_0}{\mu_0} (A_{1\nu} + A_{2\nu}) \quad (3.81)$$

$$M_{\varphi\nu} = \alpha_p \frac{B_0}{\mu_0} (A_{1\nu} - A_{2\nu}) \quad (3.82)$$

avec

$$A_{1\nu} = \frac{\sin\left[(\nu p + 1)\alpha_p \frac{\pi}{2p}\right]}{(\nu p + 1)\alpha_p \frac{\pi}{2p}} \quad (3.83)$$

$$A_{2\nu} = \frac{\sin\left[(\nu p - 1)\alpha_p \frac{\pi}{2p}\right]}{(\nu p - 1)\alpha_p \frac{\pi}{2p}} \quad (3.84)$$

Le paramètre α_p introduit la portion d'un pôle magnétique couverte par un aimant.

Le membre de droite de l'équation (3.74) devient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_{dr}} \operatorname{div} \vec{M} &= \frac{\partial M_r}{\partial r} + \frac{M_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi} \\ &= \frac{1}{\mu_{dr}} \frac{1}{r} \sum_{\nu=1,3,5\dots}^{\infty} M_\nu \cos[\nu p(\varphi - \theta_r)] \end{aligned} \quad (3.85a)$$

où

$$M_\nu = M_{r\nu} + \nu p M_{\varphi\nu} \quad (3.85b)$$

L'expression du potentiel scalaire dans l'entrefer, la culasse rotorique et la culasse statorique est similaire à l'équation (3.53). Avec le référentiel

de la figure 3.12, le potentiel scalaire ne prend en compte que les termes en cosinus :

$$\Theta_k(r, \varphi) = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(C_{\nu k} r^{\nu p} + \frac{D_{\nu k}}{r^{\nu p}} \right) \cos [\nu p(\varphi - \theta_r)] \quad (3.86)$$

avec k correspondant au milieu. Dans la zone des aimants permanents, en tenant compte de (3.85), le potentiel scalaire devient :

$$\begin{aligned} \Theta_2(r, \varphi) &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(C_{\nu 2} r^{\nu p} + \frac{D_{\nu 2}}{r^{\nu p}} \right) \cos [\nu p(\varphi - \theta_r)] \\ &+ \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{M_{\nu}}{\mu_{dr} [1 - (\nu p)^2]} r \cos [\nu p(\varphi - \theta_r)] \end{aligned} \quad (3.87)$$

Les conditions aux limites (3.30) et (3.31) s'écrivent, en coordonnées cylindriques, à partir du potentiel scalaire :

$$H_{\varphi}|_1 = H_{\varphi}|_2 \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi} \Big|_1 = \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi} \Big|_2 \quad (3.88)$$

et

$$B_r|_1 = B_r|_2 \Rightarrow \mu_r \frac{\partial \Theta}{\partial r} \Big|_1 = \mu_r \frac{\partial \Theta}{\partial r} \Big|_2 \quad (3.89)$$

Après résolution des constantes en appliquant les conditions aux limites, l'induction radiale dans l'entrefer s'exprime :

$$\begin{aligned} B_{\delta r} &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\mu_0 M_{\nu}}{\mu_{dr}} \frac{\nu p}{(\nu p)^2 - 1} K_{B1}(\nu) \\ &\cdot \left[\left(\frac{r}{r_3} \right)^{\nu p - 1} \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^{\nu p + 1} + \left(\frac{r_2}{r} \right)^{\nu p + 1} \right] \cos [\nu p(\varphi - \theta_r)] \end{aligned} \quad (3.90)$$

avec

$$K_{B1}(\nu) = \frac{(A_{3\nu} - 1) + 2 \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{\nu p + 1} - (A_{3\nu} + 1) \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{2\nu p}}{\frac{\mu_{dr} + 1}{\mu_{dr}} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_3} \right)^{2\nu p} \right] - \frac{\mu_{dr} - 1}{\mu_{dr}} \left[\left(\frac{r_2}{r_3} \right)^{2\nu p} - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{2\nu p} \right]} \quad (3.91)$$

et

$$A_{3\nu} = \begin{cases} \left(\nu p - \frac{1}{\nu p}\right) \frac{M_{r\nu}}{M_\nu} + \frac{1}{\nu p} & \text{aimantation parallèle} \\ \nu p & \text{aimantation radiale} \end{cases} \quad (3.92)$$

Avec l'hypothèse que le fer est idéal, l'induction dans l'entrefer est calculée en admettant une culasse statorique infiniment perméable. Afin de déterminer l'induction dans cette culasse, on limite son rayon extérieur à $r = r_5$. Ainsi, deux nouvelles conditions aux limites (3.93) sont nécessaires, afin de déterminer les constantes $C_{\nu 4}$ et $D_{\nu 4}$ dans l'expression de l'induction radiale et angulaire de la culasse statorique.

$$B_{r,cs}|_{r=r_4} = 0 \quad (3.93a)$$

$$B_{\delta r}|_{r=r_3} = B_{r,cs}|_{r=r_3} \quad (3.93b)$$

Les composantes radiale et angulaire de l'induction dans la culasse statorique se développent comme suit :

$$B_{r,cs} = \frac{1}{k_f} \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2\mu_0 M_\nu}{\mu_{dr}} \frac{\nu p}{(\nu p)^2 - 1} K_{B1}(\nu) \cdot \left(\frac{r_2^{\nu p+1}}{r_4^{2\nu p} - r_3^{2\nu p}} \right) \left(\frac{r_4^{2\nu p}}{r^{\nu p+1}} - r^{\nu p-1} \right) \cos[\nu p(\varphi - \theta_r)] \quad (3.94a)$$

$$B_{\varphi,cs} = \frac{1}{k_f} \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2\mu_0 M_\nu}{\mu_{dr}} \frac{\nu p}{(\nu p)^2 - 1} K_{B1}(\nu) \cdot \left(\frac{r_2^{\nu p+1}}{r_4^{2\nu p} - r_3^{2\nu p}} \right) \left(\frac{r_4^{2\nu p}}{r^{\nu p+1}} + r^{\nu p-1} \right) \sin[\nu p(\varphi - \theta_r)] \quad (3.94b)$$

et

- Module de l'induction magnétique dans la culasse statorique :

$$B_{cs} = \sqrt{B_{r,cs}^2 + B_{\varphi,cs}^2} \quad (3.95)$$

- Induction magnétique maximale dans la culasse statorique :

$$B_{cs,max} = \left| B_{\varphi,cs}(r=r_3, \varphi = \frac{\pi}{2p}, \theta_r = 0) \right| \quad (3.96)$$

- Induction magnétique moyenne dans la culasse statorique :

$$\begin{aligned}\bar{B}_{cs} &= \frac{1}{e_{cs}} \left| \int_{r_3}^{r_4} B_{\varphi,cs}(r, \varphi = \frac{\pi}{2p}, \theta_r = 0) dr \right| \\ &= \frac{1}{k_f} \frac{2}{e_{cs}} \left| \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\mu_0 M_\nu}{\mu_{dr}} \frac{1}{(\nu p)^2 - 1} K_{B1}(\nu) \frac{r_2^{\nu p+1}}{r_3^{\nu p}} \sin(\nu \frac{\pi}{2}) \right|\end{aligned}\quad (3.97)$$

La même démarche est appliquée à la culasse rotorique. Ainsi, les deux constantes $C_{\nu 1}$ et $D_{\nu 1}$ sont à déterminer en utilisant les conditions aux limites suivantes :

$$B_{r,cr} |_{r=r_0} = 0 \quad (3.98a)$$

$$B_{r,cr} |_{r=r_1} = B_{r,a} |_{r=r_1} \quad (3.98b)$$

avec $B_{r,a}$ correspondant à l'induction radiale dans les aimants permanents et qui s'écrit :

$$\begin{aligned}B_{r,a} &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \mu_0 M_\nu \frac{\nu p}{(\nu p)^2 - 1} \left[\left(\frac{r_1}{r} \right)^{\nu p+1} + A_{3\nu} \right] \cos [\nu p(\varphi - \theta_r)] \\ &+ \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \mu_0 M_\nu \frac{\nu p}{(\nu p)^2 - 1} K_{B2}(\nu) \\ &\cdot \left[\left(\frac{r}{r_2} \right)^{\nu p-1} + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{\nu p-1} \left(\frac{r_1}{r} \right)^{\nu p+1} \right] \cos [\nu p(\varphi - \theta_r)]\end{aligned}\quad (3.99)$$

avec

$$\begin{aligned}K_{B2}(\nu) &= \\ &= \frac{\left[\left(A_{3\nu} - \frac{1}{\mu_{dr}} \right) + \left(1 + \frac{1}{\mu_{dr}} \right) \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{\nu p+1} \right] \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^{2\nu p} - \left(A_{3\nu} + \frac{1}{\mu_{dr}} \right) - \left(1 - \frac{1}{\mu_{dr}} \right) \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{\nu p+1}}{\frac{\mu_{dr}+1}{\mu_{dr}} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_3} \right)^{2\nu p} \right] - \frac{\mu_{dr}-1}{\mu_{dr}} \left[\left(\frac{r_2}{r_3} \right)^{2\nu p} - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{2\nu p} \right]}\end{aligned}\quad (3.100)$$

Les composantes radiale et angulaire de l'induction dans la culasse rotorique s'expriment :

$$B_{r,cr} = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \mu_0 M_\nu \frac{\nu p}{(\nu p)^2 - 1} \left[2K_{B2}(\nu) \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{\nu p - 1} + A_{3\nu} + 1 \right] \cdot \left(\frac{r_1^{\nu p + 1}}{r_0^{2\nu p} - r_1^{2\nu p}} \right) \left(\frac{r_0^{2\nu p}}{r^{\nu p + 1}} - r^{\nu p - 1} \right) \cos [\nu p(\varphi - \theta_r)] \quad (3.101a)$$

$$B_{\varphi,cr} = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \mu_0 M_\nu \frac{\nu p}{(\nu p)^2 - 1} \left[2K_{B2}(\nu) \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{\nu p - 1} + A_{3\nu} + 1 \right] \cdot \left(\frac{r_1^{\nu p + 1}}{r_0^{2\nu p} - r_1^{2\nu p}} \right) \left(\frac{r_0^{2\nu p}}{r^{\nu p + 1}} + r^{\nu p - 1} \right) \sin [\nu p(\varphi - \theta_r)] \quad (3.101b)$$

Le module, la valeur maximale et la valeur moyenne de l'induction dans la culasse rotorique sont déterminés en se référant aux équations 3.95, 3.96 et 3.97.

3.4.5.1 Analyse du modèle

Les paramètres principaux du moteur utilisé pour l'analyse du modèle sont récapitulés dans le tableau 3.2. Le paramètre α_p , influençant passablement la distribution de l'induction dans l'entrefer et les parties ferromagnétiques, prend les valeurs 1 et 0.5.

La figure 3.13 compare les simulations FEM et analytiques de l'induction radiale dans l'entrefer pour une aimantation radiale. Il est intéressant de remarquer la quasi superposition des courbes FEM et analytiques. La résolution analytique est une méthode exacte, exceptées les hypothèses posées en début de section. Pour des niveaux d'induction moyenne en dessous du coude de saturation, l'hypothèse d'une perméabilité infinie n'influence quasiment pas la distribution de l'induction dans l'entrefer.

Les figures 3.14 et 3.15 montrent la distribution d'induction dans la culasse statorique sur l'épaisseur e_{cs} pour des aimantations parallèles et radiales et une position angulaire située entre deux aimants (flux magnétique maximal). La distribution d'induction sur l'épaisseur de la culasse statorique est passablement influencée par l'hypothèse i) (perméabilité infinie), ce qui explique les différences entre les courbes FEM et

TAB. 3.2 – Paramètres principaux du moteur synchrone 4 pôles sans dents

| | |
|---------------|--|
| d_i [mm] | 4 |
| e_{cs} [mm] | 4 |
| e_{cr} [mm] | 2.5 |
| d_a [mm] | 17.6 |
| e_a [mm] | 2.5 |
| δ [mm] | 1.8 |
| l_i [mm] | 27 |
| Aimants | Vacodym 655HR ($B_0 = 1.28$ T, $\mu_{dr} = 1.029$) |
| Tôles | M270-35A (culasse statorique et rotorique) |

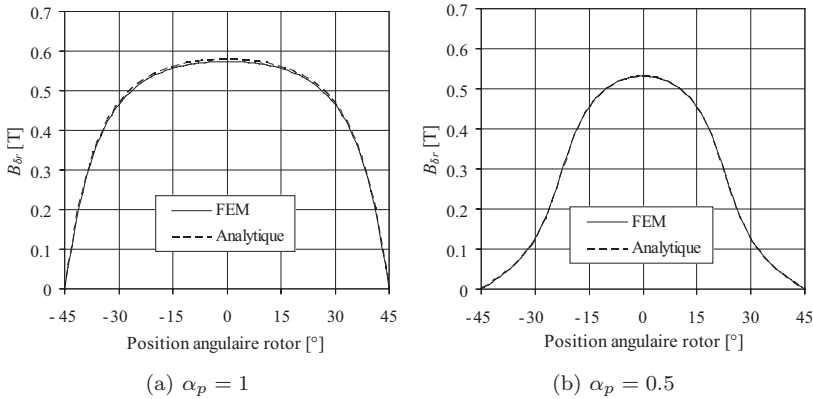
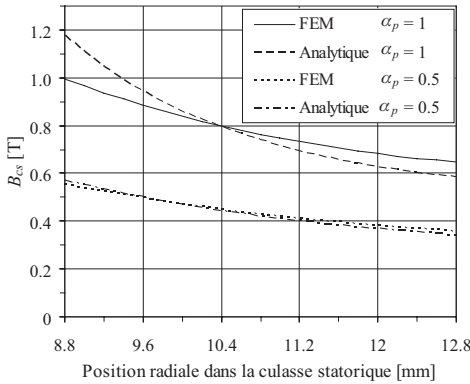


FIG. 3.13 – Induction radiale dans l'entrefer pour une aimantation radiale

analytiques. Cette variation de distribution entre les simulations FEM et analytiques n'affecte en rien l'induction moyenne sur e_{cs} . Ce comportement est cohérent avec la conservation du flux magnétique et le comportement de l'induction dans l'entrefer.

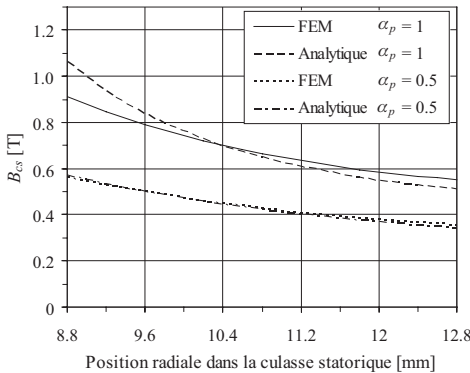
Le tableau 3.3 résume les inductions moyennes dans la culasse rotorique. On remarque une plus grande divergence entre les simulations FEM et



| | |
|---|------|
| $\bar{B}_{cs} (\alpha_p = 1)$ [T] FEM | 0.78 |
| $\bar{B}_{cs}^a (\alpha_p = 1)$ [T] analytique | 0.78 |
| $\bar{B}_{cs} (\alpha_p = 0.5)$ [T] FEM | 0.44 |
| $\bar{B}_{cs}^a (\alpha_p = 0.5)$ [T] analytique | 0.43 |

^aselon l'expression (3.97).

FIG. 3.14 – Induction dans la culasse statorique pour une aimantation parallèle



| | |
|---|------|
| $\bar{B}_{cs} (\alpha_p = 1)$ [T] FEM | 0.69 |
| $\bar{B}_{cs}^a (\alpha_p = 1)$ [T] analytique | 0.69 |
| $\bar{B}_{cs} (\alpha_p = 0.5)$ [T] FEM | 0.44 |
| $\bar{B}_{cs}^a (\alpha_p = 0.5)$ [T] analytique | 0.43 |

^aselon l'expression (3.97).

FIG. 3.15 – Induction dans la culasse statorique pour une aimantation radiale

analytiques pour une aimantation radiale avec $\alpha_p = 1$, qui s'explique par le fait que la culasse rotorique a atteint un niveau de saturation passablement élevé. Le modèle présenté est validé pour un domaine où l'induction moyenne des culasses statorique et rotorique est inférieure au coude de saturation.

TAB. 3.3 – Induction dans la culasse rotorique

| | |
|---|------|
| $\bar{B}_{cr} (\alpha_p = 1)$ [T] FEM | 1.02 |
| $\bar{B}_{cr} (\alpha_p = 1)$ [T] analytique | 1.01 |
| $\bar{B}_{cr} (\alpha_p = 0.5)$ [T] FEM | 0.75 |
| $\bar{B}_{cr} (\alpha_p = 0.5)$ [T] analytique | 0.74 |

(a) Aimantation parallèle

| | |
|---|------|
| $\bar{B}_{cr} (\alpha_p = 1)$ [T] FEM | 1.61 |
| $\bar{B}_{cr} (\alpha_p = 1)$ [T] analytique | 1.65 |
| $\bar{B}_{cr} (\alpha_p = 0.5)$ [T] FEM | 0.79 |
| $\bar{B}_{cr} (\alpha_p = 0.5)$ [T] analytique | 0.78 |

(b) Aimantation radiale

3.5 Tension induite de mouvement

3.5.1 Introduction

La tension induite de mouvement de phase est déterminée pour les configurations de bobinage décrites dans la section 3.2. Pour les bobinages auto-porteurs, deux méthodes sont utilisées pour déterminer la tension induite de mouvement de phase. La première consiste à sommer les composantes de tension induite de chaque spire, du fait de leur alignement. La seconde méthode considère le bobinage comme une zone uniforme où les spires se répartissent d'une manière homogène. Ainsi, la tension induite est obtenue par intégration de l'induction magnétique sur l'étendue d'une bobine. Concernant les bobinages droits, on considère le bobinage en vrac, ce qui impose le calcul de la tension induite de mouvement de phase par intégration et non par sommation.

Les hypothèses suivantes sont prises en considération :

- i) le flux magnétique vu par le bobinage est calculé à partir de l'induction magnétique dans l'entrefer, au niveau du diamètre moyen du bobinage d_{bm} ;
- ii) pour la méthode par sommation, on considère un conducteur de section nulle placé au niveau de la fibre neutre du conducteur réel ;
- iii) pour la méthode par intégration, la zone annulaire occupée par le

bobinage est considérée comme homogène.

3.5.2 Bobinage auto-porteur

Afin de déterminer le flux magnétique créé par l'aimant permanent et capté par une spire (FIG. 3.16), l'ouverture d'une spire en fonction de z s'exprime pour le type oblique :

$$\beta_{\Delta}(z) = \beta_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{l_b} \right) \quad (3.102)$$

et pour le type rhombique :

$$\beta_{\diamond}(z) = \beta_0 \left(1 - \frac{2z}{l_b} \right) \quad \forall z \left[0 \leq z \leq \frac{l_b}{2} \right] \quad (3.103)$$

avec l'origine de l'ordonnée z centrée verticalement par rapport à la longueur de la spire l_b .

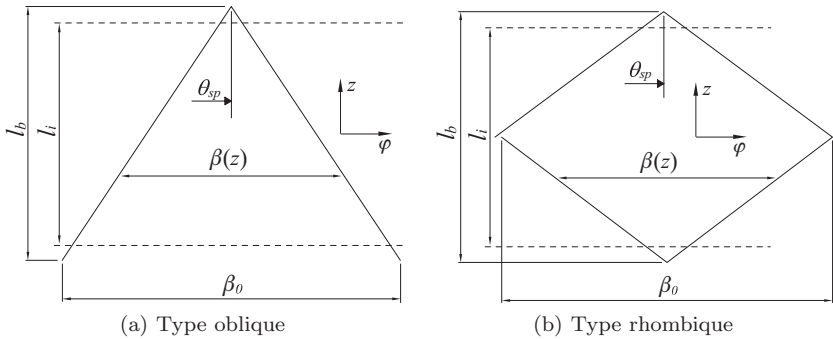


FIG. 3.16 – Paramétrisation d'une spire d'un bobinage auto-porteur

L'induction dans l'entrefer, déterminée à la section 3.4, s'écrit au niveau du diamètre moyen du bobinage :

$$B_{\delta r} = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \nu \hat{B}_{\delta r} \left(\frac{d_{bm}}{2} \right) \cos [\nu p(\varphi - \theta_r)] \quad (3.104)$$

Le flux magnétique dû aux aimants et capté par une spire de bobine s'exprime pour le type oblique :

$$\begin{aligned}
 \Phi_{sp,\Delta} &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \nu \hat{B}_{\delta r} \int_{-\frac{l_i}{2}}^{\frac{l_i}{2}} \int_{\theta_{sp}-\frac{\beta(z)}{2}}^{\theta_{sp}+\frac{\beta(z)}{2}} \cos[\nu p(\varphi - \theta_r)] \frac{d_{bm}}{2} d\varphi dz \\
 &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4d_{bm}l_b}{\beta_0(\nu p)^2} \nu \hat{B}_{\delta r} \sin\left(\nu p \frac{\beta_0}{4}\right) \sin\left(\nu p \frac{\beta_0}{4} \frac{l_i}{l_b}\right) \cos[\nu p(\theta_{sp} - \theta_r)]
 \end{aligned} \tag{3.105}$$

et pour le type rhombique :

$$\begin{aligned}
 \Phi_{sp,\diamond} &= 2 \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \nu \hat{B}_{\delta r} \int_0^{\frac{l_i}{2}} \int_{\theta_{sp}-\frac{\beta(z)}{2}}^{\theta_{sp}+\frac{\beta(z)}{2}} \cos[\nu p(\varphi - \theta_r)] \frac{d_{bm}}{2} d\varphi dz \\
 &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4d_{bm}l_b}{\beta_0(\nu p)^2} \nu \hat{B}_{\delta r} \sin\left(\nu p \frac{\beta_0}{4} \frac{l_i}{l_b}\right) \sin\left[\nu p \left(\frac{\beta_0}{2} - \frac{\beta_0}{4} \frac{l_i}{l_b}\right)\right] \\
 &\quad \cdot \cos[\nu p(\theta_{sp} - \theta_r)]
 \end{aligned} \tag{3.106}$$

La figure 3.17 montre l'influence de la longueur d'une bobine l_b sur Φ_{sp} en reprenant la géométrie du tableau 3.1 et les caractéristiques du bobinage du tableau 3.4, avec l'ouverture de bobine $\beta_0 = 2\pi$ pour le bobinage oblique et $\beta_0 = \pi$ pour le bobinage rhombique. Avec ces ouvertures de bobine, le flux magnétique capté par une spire est similaire pour les deux types de bobinage, quelque soit la valeur de l_b et l_i .

TAB. 3.4 – Paramètres du bobinage droit auto-porteur

| | |
|---------------------|-------|
| d_{bm} [mm] | 12.55 |
| δ_{mec} [mm] | 0.25 |
| d_{co} [mm] | 0.16 |
| l_b [mm] | 30 |

Le flux magnétique totalisé dans une phase est calculé à partir de Φ_{sp} avec la position angulaire d'une bobine θ_b définie à la figure 3.16. En

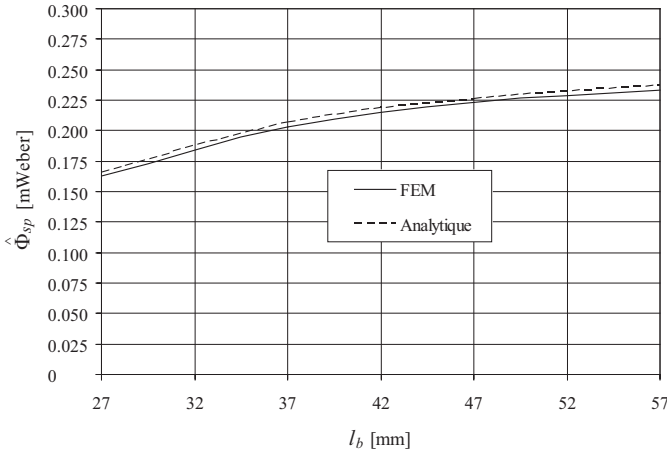


FIG. 3.17 – Flux magnétique crête capté par une spire (oblique ou rhombique) en fonction de l_b

utilisant la sommation, le flux totalisé s'exprime :

$$\Psi_{ab,\Sigma} = p \sum_{k=0}^{N_{sb}-1} \Phi_{sp}(\theta_{sp}) = p \sum_{k=0}^{N_{sb}-1} \Phi_{sp} \left(\theta_b + \alpha_s \left(k - \frac{N_{sb}-1}{2} \right) \right) \quad (3.107)$$

et par l'intégration :

$$\Psi_{ab,f} = p \frac{N_{sb}}{\alpha_b} \int_{\theta_b - \frac{\alpha_b}{2}}^{\theta_b + \frac{\alpha_b}{2}} \Phi_{sp}(\theta_{sp}) d\theta_{sp} \quad (3.108)$$

avec α_s et α_b correspondant respectivement à la distance angulaire entre deux spires et à l'étalement angulaire d'une bobine (voir figures 3.2 et 3.3).

Après développement, le flux totalisé devient :

$$\Psi_{ab} = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4d_{bm}l_b}{\beta_0\nu^2p} \nu \hat{B}_{\delta r} \sin \left(\nu p \frac{\beta_0 l_i}{4 l_b} \right) k_{\Psi 1} k_{\Psi 2} \cos [\nu p (\theta_b - \theta_r)] \quad (3.109)$$

avec

$$k_{\Psi 1} = \begin{cases} \sin\left(\nu p \frac{\beta_0}{4}\right) & \text{type oblique} \\ \sin\left[\nu p \left(\frac{\beta_0}{2} - \frac{\beta_0}{4} \frac{l_i}{l_b}\right)\right] & \text{type rhombique} \end{cases} \quad (3.110)$$

et

$$k_{\Psi 2} = \begin{cases} \frac{\sin\left(\nu p \frac{\alpha_s}{2} N_{sb}\right)}{\sin \nu p \frac{\alpha_s}{2}} & \text{par sommation} \\ \frac{2}{\nu p} \frac{N_{sb}}{\alpha_b} \sin\left(\nu p \frac{\alpha_b}{2}\right) & \text{par intégration} \end{cases} \quad (3.111)$$

La figure 3.18 montre l'influence de l'angle entre les spires α_s sur le flux magnétique totalisé pour une bobine de 30 spires. Il est intéressant de remarquer que les méthodes analytiques de calcul de flux par sommation et par intégration sont très proches l'une de l'autre. Cependant, pour des bobinages avec des spires très espacées, la méthode par sommation est mieux adaptée.

Les différences entre les simulations FEM et analytiques peuvent être interprétées par les effets d'extrémités qui ne sont pas pris en considération dans les expressions analytiques.

Avec (2.134), (2.143) et (2.144), la tension induite de mouvement de phase peut s'écrire :

$$\begin{aligned} u_{i,ph} &= \frac{d\Psi_{ab}}{dt} = \frac{d\Psi_{ab}}{d\theta_r} \frac{d\theta_r}{dt} = \Omega \frac{d\Psi_{ab}}{d\theta_r} \\ &= - \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4\omega d_{bm} l_b}{\beta_0 \nu p} \nu \hat{B}_{\delta r} \sin\left(\nu p \frac{\beta_0}{4} \frac{l_i}{l_b}\right) k_{\Psi 1} k_{\Psi 2} \sin[\nu(\omega t - p\theta_b)] \end{aligned} \quad (3.112)$$

En considérant uniquement le premier harmonique, la tension induite de mouvement de phase crête s'écrit :

$${}^1\hat{U}_{i,ph} = \frac{4\omega d_{bm} l_b}{\beta_0 p} {}^1\hat{B}_{\delta r} \sin\left(p \frac{\beta_0}{4} \frac{l_i}{l_b}\right) k_{\Psi 1} k_{\Psi 2} \quad (3.113)$$

3.5.3 Bobinage droit superposé

On fait l'hypothèse, concernant le bobinage droit superposé, que la longueur axiale de l'aimant, l_i , correspond à la longueur de la partie rec-

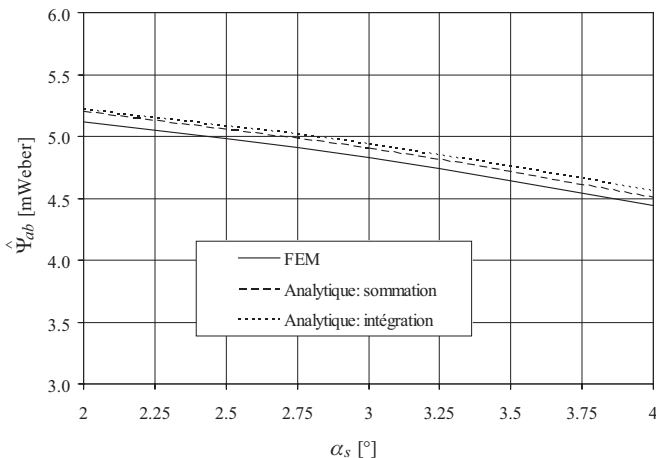


FIG. 3.18 – Flux magnétique crête capté par une bobine de type oblique avec $N_{sb} = 30$ en fonction de α_s

tiligne de la bobine la plus courte. Ainsi, le flux magnétique dû aux aimants capté par une bobine s'exprime :

$$\begin{aligned}
 \Phi_{sp} &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \nu \hat{B}_{\delta r} \int_{-\frac{l_i}{2}}^{\frac{l_i}{2}} \int_{\theta_{sp}-\frac{\pi}{2p}}^{\theta_{sp}+\frac{\pi}{2p}} \cos[\nu p(\varphi - \theta_r)] \frac{d_{bm}}{2} d\varphi dz \\
 &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{d_{bm} l_i}{\nu p} \nu \hat{B}_{\delta r} \sin\left(\nu \frac{\pi}{2}\right) \cos[\nu p(\theta_{sp} - \theta_r)] \quad (3.114)
 \end{aligned}$$

A partir de (3.109), le flux totalisé s'écrit :

$$\Psi_{ab} = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2d_{bm} l_i N_{sb}}{\alpha_b \nu^2 p} \nu \hat{B}_{\delta r} \sin\left(\nu \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\nu p \frac{\alpha_b}{2}\right) \cos[\nu p(\theta_b - \theta_r)] \quad (3.115)$$

et la tension induite de mouvement de phase :

$$u_{i,ph} = - \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2\omega d_{bm} l_i N_{sb}}{\alpha_b \nu p} \nu \hat{B}_{\delta r} \sin\left(\nu \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\nu p \frac{\alpha_b}{2}\right) \sin[\nu(\omega t - p\theta_b)] \quad (3.116)$$

avec la valeur crête du premier harmonique :

$${}^1\hat{U}_{i,ph} = \frac{2\omega d_{bm} l_i N_{sb}}{\alpha_b p} {}^1\hat{B}_{\delta r} \sin\left(p \frac{\alpha_b}{2}\right) \quad (3.117)$$

3.5.4 Bobinage droit juxtaposé

Dans ce type de bobinage, la longueur axiale de l'aimant n'est pas limitée à la partie rectiligne d'une bobine. Ainsi, les spires concentriques de longueur $l(\alpha)$ ne captent pas nécessairement le même flux magnétique (FIG. 3.19).

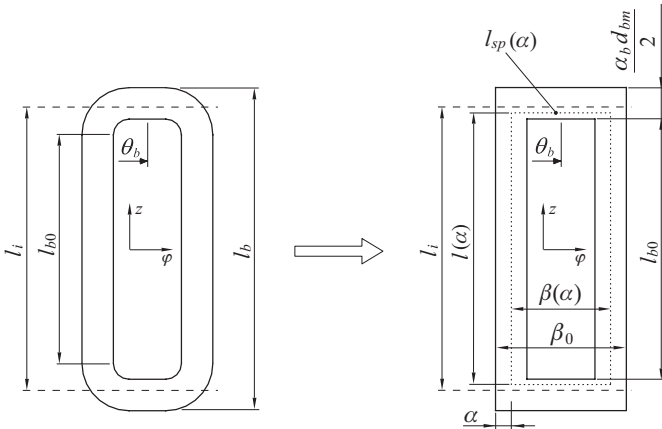


FIG. 3.19 – Bobinage droit juxtaposé : modification de géométrie pour le calcul de $l(\alpha)$

En admettant une longueur active l_i comprise entre l_{b0} et $l_{b0} + \alpha_b d_{bm}$,

la longueur « magnétique » $l(\alpha)$ d'une spire s'exprime :

$$l(\alpha) = \begin{cases} l_i & 0 \leq \alpha < \frac{l_{b0} - l_i}{d_{bm}} + \alpha_b \\ l_{b0} + (\alpha_b - \alpha)d_{bm} & \frac{l_{b0} - l_i}{d_{bm}} + \alpha_b \leq \alpha \leq \alpha_b \end{cases} \quad (3.118)$$

Cette longueur magnétique correspond à la partie rectiligne de chaque spire $l_{sp}(\alpha)$ qui capte le flux magnétique dû aux aimants.

L'ouverture d'une spire s'exprime en fonction de l'angle α :

$$\beta(\alpha) = \beta_0 - 2\alpha \quad (3.119)$$

Le flux magnétique capté par une spire d'ouverture $\beta(\alpha)$ et centrée en θ_b est donné par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \Phi_{sp}(\alpha) &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \nu \hat{B}_{\delta r} \int_{\theta_b - \frac{\beta(\alpha)}{2}}^{\theta_b + \frac{\beta(\alpha)}{2}} l(\alpha) \cos[\nu p(\varphi - \theta_r)] \frac{d_{bm}}{2} d\varphi \\ &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{d_{bm}}{\nu p} \nu \hat{B}_{\delta r} l(\alpha) \sin\left(\nu p \frac{\beta(\alpha)}{2}\right) \cos[\nu p(\theta_b - \theta_r)] \end{aligned} \quad (3.120)$$

Le flux totalisé s'exprime en intégrant le flux de chaque spire sur l'angle α_b :

$$\begin{aligned} \Psi_{ab} &= p \frac{N_{sb}}{\alpha_b} \int_0^{\alpha_b} \Phi_{sp}(\alpha) d\alpha = \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{d_{bm} N_{sb}}{\alpha_b \nu^2 p} \nu \hat{B}_{\delta r} \\ &\cdot \left\{ l_{b0} \cos\left[\nu p \left(\frac{\beta_0}{2} - \alpha_b\right)\right] - l_i \cos\left(\nu p \frac{\beta_0}{2}\right) - \frac{2d_{bm}}{\nu p} \sin\left(\nu p \frac{l_{b0} - l_i}{2d_{bm}}\right) \right. \\ &\cdot \left. \cos\left[\nu p \left(\frac{\beta_0}{2} - \frac{l_{b0} - l_i}{2d_{bm}} - \alpha_b\right)\right] \right\} \cos[\nu p(\theta_b - \theta_r)] \end{aligned} \quad (3.121)$$

et pour la tension induite de mouvement de phase :

$$\begin{aligned}
 u_{i,ph} = & - \sum_{\nu=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\omega d_{bm} N_{sb}}{\alpha_b \nu p} \nu \hat{B}_{\delta r} \\
 & \cdot \left\{ l_{b0} \cos \left[\nu p \left(\frac{\beta_0}{2} - \alpha_b \right) \right] - l_i \cos \left(\nu p \frac{\beta_0}{2} \right) - \frac{2d_{bm}}{\nu p} \sin \left(\nu p \frac{l_{b0} - l_i}{2d_{bm}} \right) \right. \\
 & \cdot \left. \cos \left[\nu p \left(\frac{\beta_0}{2} - \frac{l_{b0} - l_i}{2d_{bm}} - \alpha_b \right) \right] \right\} \sin [\nu(\omega t - p\theta_b)] \quad (3.122)
 \end{aligned}$$

avec la valeur crête du premier harmonique :

$$\begin{aligned}
 {}^1\hat{U}_{i,ph} = & \frac{\omega d_{bm} N_{sb}}{\alpha_b p} {}^1\hat{B}_{\delta r} \\
 & \cdot \left\{ l_{b0} \cos \left[p \left(\frac{\beta_0}{2} - \alpha_b \right) \right] - l_i \cos \left(p \frac{\beta_0}{2} \right) - \frac{2d_{bm}}{p} \sin \left(p \frac{l_{b0} - l_i}{2d_{bm}} \right) \right. \\
 & \cdot \left. \cos \left[p \left(\frac{\beta_0}{2} - \frac{l_{b0} - l_i}{2d_{bm}} - \alpha_b \right) \right] \right\} \quad (3.123)
 \end{aligned}$$

TAB. 3.5 – Paramètres du bobinage droit juxtaposé multipolaire

| | |
|---------------------|-------|
| d_{bm} [mm] | 16.05 |
| l_{b0} [mm] | 27 |
| α_b [°] | 20 |
| h_b [mm] | 1.55 |
| δ_{mec} [mm] | 0.25 |
| β_0 [°] | 60 |

Avec les paramètres du tableau 3.2 et les caractéristiques de bobinage du tableau 3.5, la tension induite de mouvement de phase, pour une aimantation radiale, est représentée à la figure 3.20. On remarque que le calcul analytique de la tension induite, à partir de l'induction dans l'entrefer au niveau du diamètre moyen du bobinage, est une approximation pratiquement sans influence. Les harmoniques de rang 1 et 3 de $u_{i,ph}$ en fonction de N_{sp} peuvent être appréciés à la figure 3.21, où les courbes analytiques et numériques sont difficilement différenciables.

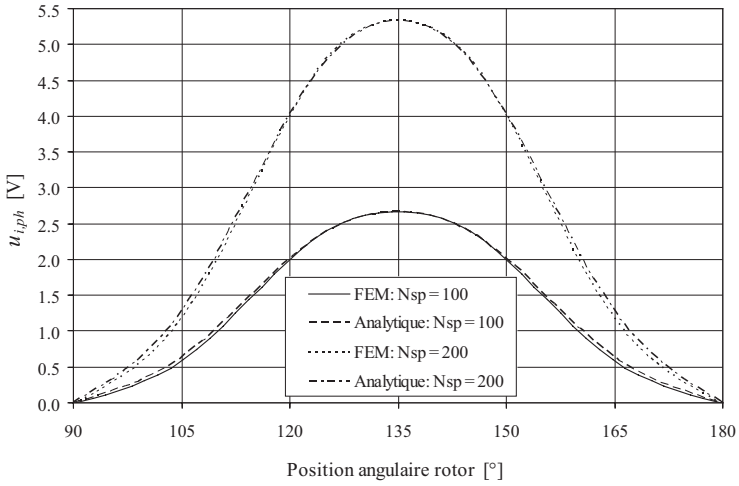


FIG. 3.20 – Bobinage droit juxtaposé : tension induite de mouvement de phase

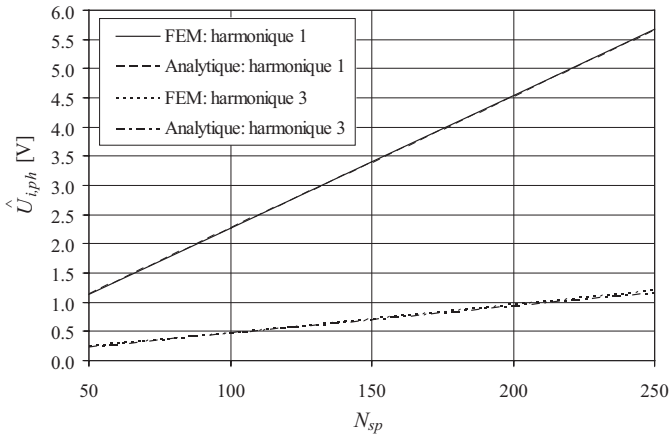


FIG. 3.21 – Bobinage droit juxtaposé : harmoniques de la tension induite de mouvement de phase en fonction de N_{sp}

3.6 Modèle électrique

3.6.1 Introduction

Le modèle électrique peut être repris de la section 2.6 à l'exception du calcul des inductances. La loi de Biot-Savart [38] est utilisée pour déterminer le potentiel vecteur dans l'entrefer dû au courant circulant dans les bobines en ayant, au préalable, appliqué la méthode des images électromagnétiques décrite dans [35, 38, 39]. A partir de la section 2.6, l'équation de tension induite de phase devient en utilisant l'inductance propre et l'inductance mutuelle de phase pour des grandeurs purement sinusoïdales :

$$u_{ph1} = R_{ph}i_{ph1} + (L_p - L_m)\frac{di_{ph1}}{dt} + u_{i,ph1} \quad (3.124)$$

qui s'écrit en grandeur complexe :

$$\underline{U}_{ph1} = R_{ph}\underline{I}_{ph1} + j\omega(L_p - L_m)\underline{I}_{ph1} + \underline{U}_{i,ph1} \quad (3.125)$$

Prenons le cas du fonctionnement à rendement optimal où l'angle ψ (angle entre la tension induite de mouvement de phase et le courant de phase) est nul [12, chap. 13]. Dans ce cas, la tension de phase crête s'exprime :

$$\hat{U}_{ph} = \sqrt{\left(R_{ph}\hat{I}_{ph} + \hat{U}_{i,ph}\right)^2 + \left[\omega(L_p - L_m)\hat{I}_{ph}\right]^2} \quad (3.126)$$

3.6.2 Inductances

La méthode des images a pour but d'introduire des courants que l'on appelle « images », afin de simuler les conditions aux limites et permettre ainsi d'étudier le bobinage entièrement dans l'air (FIG. 3.22). Les hypothèses suivantes sont prises en compte :

- i) la culasse statorique est magnétiquement infiniment perméable ;
- ii) la culasse rotorique et les aimants ne sont pas pris en considération. Leur perméabilité vaut μ_0 ;

- iii) l'inductance interne des conducteurs est négligée ;
- iv) la culasse statorique est considérée comme infiniment longue ;
- v) dans le modèle à bobinage droit, l'inductance due aux développantes est négligée ;
- vi) les conducteurs sont référencés par leur fibre neutre et placés au niveau du diamètre moyen du bobinage d_{bm} .

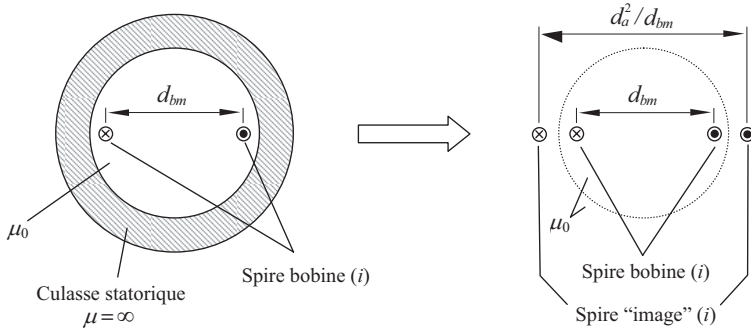


FIG. 3.22 – Méthode des images : transformation équivalente pour la détermination des grandeurs magnétiques dans l'entrefer

Par Biot-Savart, le potentiel vecteur au point $p(r_p, \varphi_p, z_p)$, induit par le courant i circulant dans une spire de bobine, s'exprime :

$$\vec{A}_p = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \left(\oint_{sp} \frac{d\vec{s}_{sp}}{\|\vec{r}_{sp}\|} + \oint_{im} \frac{d\vec{s}_{im}}{\|\vec{r}_{im}\|} \right) \quad (3.127)$$

où $d\vec{s}_{sp}$ et $d\vec{s}_{im}$ correspondent aux vecteurs tangents à la fibre neutre respectivement de la spire et de l'image. La distance séparant le point $p(r_p, \varphi_p, z_p)$ de la spire et de l'image s'exprime respectivement $\|\vec{r}_{sp}\|$ et $\|\vec{r}_{im}\|$.

L'inductance propre d'une spire s'écrit à partir du potentiel vecteur \vec{A}_p :

$$L_{sp} = \frac{1}{i} \oint_{sp} \vec{A}_p \cdot d\vec{s}' \quad (3.128)$$

avec $d\vec{s}'$ correspondant au vecteur tangent à la spire (surface interne de la spire dont le diamètre vaut $d_{bm} - d_{co}$).

3.6.3 Bobinage auto-porteur

En admettant le référentiel de la figure 3.23a, la paramétrisation d'une spire d'un bobinage auto-porteur de type oblique, dont son centre se trouve en $k\alpha_s$, s'exprime :

$$\varphi \mapsto (x, y, z) = \left(r \cos(\varphi + k\alpha_s), r \sin(\varphi + k\alpha_s), \pm \frac{2l_b}{\beta_0} \varphi \right) \quad (3.129)$$

et la paramétrisation d'une spire de bobinage de type rhombique (FIG. 3.23b) s'écrit :

$$\varphi \mapsto (x, y, z) = \left(r \cos(\varphi + k\alpha_s), r \sin(\varphi + k\alpha_s), \pm \frac{l_b}{2} \pm \frac{l_b}{\beta_0} \varphi \right) \quad (3.130)$$

avec

$$r = \begin{cases} \frac{d_{bm}}{2} & \text{pour la spire} \\ \frac{d_s^2}{2d_{bm}} & \text{pour l'image} \end{cases} \quad (3.131)$$

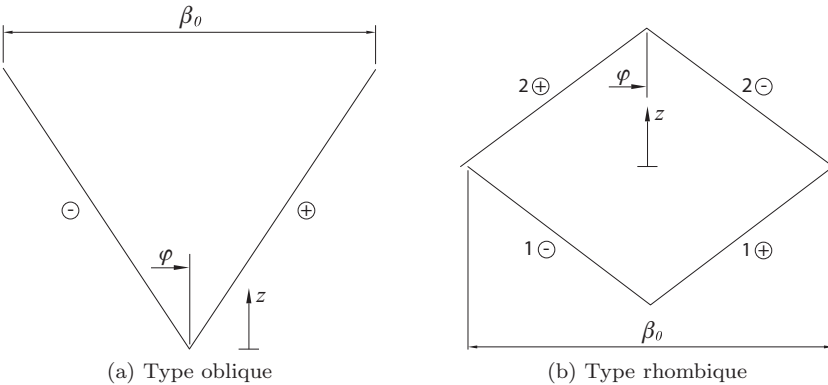


FIG. 3.23 – Paramétrisation d'une spire d'un bobinage auto-porteur pour le calcul d'inductances

Pour le bobinage de type oblique, une spire est composée de deux demi-

spires, différenciées par leur coordonnée z :

$$z = \begin{cases} -\frac{2l_b}{\beta_0}\varphi & \varphi \leq 0 \\ \frac{2l_b}{\beta_0}\varphi & \varphi > 0 \end{cases} \quad (3.132)$$

et pour le bobinage de type rhombique, une spire est composée de quatre quart-de-spires (FIG. 3.23b) :

$$z = \begin{cases} -\frac{l_b}{2} - \frac{l_b}{\beta_0}\varphi & 1 \text{ avec } \varphi \leq 0 \\ -\frac{l_b}{2} + \frac{l_b}{\beta_0}\varphi & 1 \text{ avec } \varphi > 0 \\ \frac{l_b}{2} - \frac{l_b}{\beta_0}\varphi & 2 \text{ avec } \varphi > 0 \\ \frac{l_b}{2} + \frac{l_b}{\beta_0}\varphi & 2 \text{ avec } \varphi \leq 0 \end{cases} \quad (3.133)$$

Le processus de calcul des inductances étant le même pour les deux types de bobinage auto-porteur, seul le bobinage de type oblique est détaillé par la suite.

Le vecteurs tangent à une spire oblique $d\vec{s}$ s'écrit :

$$d\vec{s} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{d\varphi} \\ \frac{dy}{d\varphi} \\ \frac{dz}{d\varphi} \end{pmatrix} d\varphi = \begin{pmatrix} -r \sin \varphi \\ r \cos \varphi \\ \pm \frac{2l_b}{\beta_0} \end{pmatrix} d\varphi \quad (3.134)$$

Le vecteur entre la spire et le point $p(r_p, \varphi_p, z_p)$ s'exprime :

$$\vec{r}_{sp} = \begin{pmatrix} r_p \cos \varphi_p \\ r_p \sin \varphi_p \\ z_p \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} r \cos \varphi \\ r \sin \varphi \\ \pm \frac{2l_b}{\beta_0} \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_p \cos \varphi_p - r \cos \varphi \\ r_p \sin \varphi_p - r \sin \varphi \\ z_p \pm \frac{2l_b}{\beta_0} \varphi \end{pmatrix} \quad (3.135)$$

La norme du vecteur \vec{r}_{sp} est ensuite calculée :

$$\|\vec{r}_{sp}\| = \sqrt{r_p^2 + r^2 + z_p^2 - 2r_p r \cos(\varphi - \varphi_p) + \left(\frac{2l_b}{\beta_0}\right)^2 \varphi^2 \pm \frac{4z_p l_b}{\beta_0} \varphi} \quad (3.136)$$

\vec{r}_{im} est similaire à \vec{r}_{sp} avec comme seule variation le rayon r (3.131).

L'intégration du potentiel vecteur est réalisée sur le contour intérieur de la spire, défini par le vecteur $d\vec{s}'$ et le décalage angulaire de k spires $k\alpha_s$:

$$d\vec{s}' = \begin{pmatrix} -r_p \sin(\varphi_p + k\alpha_s) \\ r_p \cos(\varphi_p + k\alpha_s) \\ \pm \frac{2l_b}{\beta_0} \end{pmatrix} d\varphi_p \quad (3.137)$$

avec

$$r_p = \frac{d_{bm} - d_{co}}{2} \quad (3.138)$$

Avec (3.127) et (3.128), l'inductance propre d'une spire s'écrit :

$$L_{sp}(k\alpha_s) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\frac{\beta_0}{2}}^{\frac{\beta_0}{2}} \int_{-\frac{\beta_0}{2}}^{\frac{\beta_0}{2}} \begin{pmatrix} -r_p \sin(\varphi_p + k\alpha_s) \\ r_p \cos(\varphi_p + k\alpha_s) \\ \pm \frac{2l_b}{\beta_0} \end{pmatrix} \cdot \left[\frac{1}{\|\vec{r}_{sp}\|} \begin{pmatrix} -\frac{d_{bm}}{2} \sin \varphi \\ \frac{d_{bm}}{2} \cos \varphi \\ \pm \frac{2l_b}{\beta_0} \end{pmatrix} + \frac{1}{\|\vec{r}_{im}\|} \begin{pmatrix} -\frac{d_a^2}{2d_{bm}} \sin \varphi \\ \frac{d_a^2}{2d_{bm}} \cos \varphi \\ \pm \frac{2l_b}{\beta_0} \end{pmatrix} \right] d\varphi d\varphi_p \quad (3.139)$$

La configuration des tableaux 3.1 et 3.4 est utilisée pour déterminer l'inductance mutuelle entre spires de la figure 3.24 avec $l_{cs} = l_i$ et les spires placées en contact avec le diamètre d'alésage.

Les imprécisions du calcul analytique des inductances (voir figure 3.24) proviennent de deux causes principales. La première est due à l'approximation faite par la méthode des images pour un bobinage auto-porteur, dont le courant n'est pas perpendiculaire à une section transversale du moteur et qui est pris comme tel dans le modèle. La seconde provient de la culasse rotorique qui n'est pas prise en compte dans le calcul analytique.

Dans le cas d'un moteur bipolaire, l'inductance propre de phase L_p et l'inductance mutuelle entre phases L_m d'un bobinage oblique sont

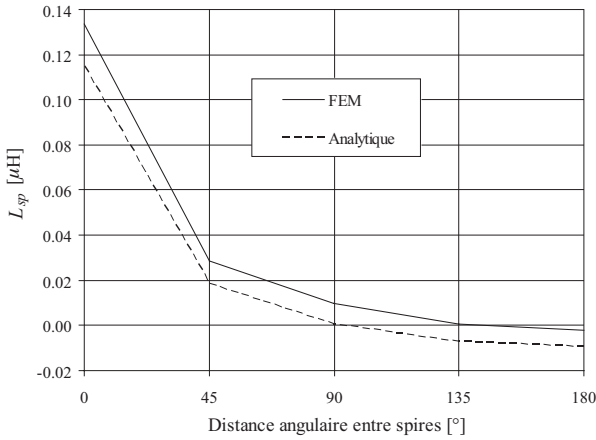


FIG. 3.24 – Bobinage oblique : inductance mutuelle entre spires en fonction du décalage angulaire des spires

déterminées par les expressions suivantes, en tenant compte de la distribution des spires formant une phase :

$$L_p = \sum_{k=1}^{N_{sp}-1} 2(N_{sp} - k)L_{sp}(k\alpha_s) + N_{sp}L_{sp}(0) \quad (3.140)$$

$$L_m = \sum_{k=1}^{N_{sp}} k \cdot L_{sp}(k\alpha_s) + \sum_{k=N_{sp}+1}^{2N_{sp}-1} (2N_{sp} - k)L_{sp}(k\alpha_s) \quad (3.141)$$

Les références [40, 41] présentent divers résultats de simulations analytiques des inductances d'un bobinage oblique confrontés aux simulations numériques et aux mesures validant ainsi la démarche proposée.

3.6.4 Bobinage droit

La paramétrisation de la longueur active d'une spire droite s'écrit :

$$z \longmapsto (x, y, z) = (r \cos(\varphi + k\alpha_s), r \sin(\varphi + k\alpha_s), \pm z) \quad (3.142)$$

avec la position radiale r de la spire et de son image (3.131). Le signe de la coordonnée z définit la partie aller et la partie retour de la spire. En admettant que la première demi-spire est référencée avec $\varphi = \varphi_1$, l'angle de la deuxième demi-spire vaut :

$$\varphi = \varphi_2 = \begin{cases} \varphi_1 + \frac{\pi}{p} & \text{Bobinage droit superposé} \\ \varphi_1 + \beta_0 - \alpha_b & \text{Bobinage droit juxtaposé} \end{cases} \quad (3.143)$$

Afin de simplifier le modèle et de pouvoir définir analytiquement l'inductance d'une spire, on détermine l'induction dans l'entrefer créée par une demi-spire infiniment longue. Ainsi, l'induction est indépendante de z . On calcule ensuite le flux magnétique induit par les deux demi-spires et passant à travers la spire ; l'inductance en découle aisément. L'induction dans l'entrefer au point $p(r_p, \varphi_p)$ s'exprime pour une demi-spire de position angulaire φ et son image respective :

$$\begin{aligned} \vec{B}_\delta(r_p, \varphi_p, \varphi) &= \begin{pmatrix} B_{\delta,x} \\ B_{\delta,y} \end{pmatrix} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left[\frac{1}{\|\vec{r}_{sp}\|^2} \left(r_p \sin(\varphi_p + k\alpha_s) - \frac{d_{bm}}{2} \sin(\varphi) \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\|\vec{r}_{im}\|^2} \left(r_p \sin(\varphi_p + k\alpha_s) - \frac{d_a^2}{2d_{bm}} \sin(\varphi) \right) \right] \\ &\quad \left(\frac{d_a^2}{2d_{bm}} \cos(\varphi) - r_p \cos(\varphi_p + k\alpha_s - \varphi) \right) \end{aligned} \quad (3.144)$$

avec

$$\|\vec{r}_{sp}\|^2 = \frac{d_{bm}^2}{4} + r_p^2 - d_{bm} r_p \cos(\varphi_p + k\alpha_s - \varphi) \quad (3.145)$$

$$\|\vec{r}_{im}\|^2 = \frac{d_a^4}{4d_{bm}^2} + r_p^2 - \frac{d_a^2}{d_{bm}} r_p \cos(\varphi_p + k\alpha_s - \varphi) \quad (3.146)$$

$$r_p = \frac{d_{bm} - d_{co}}{2} \quad (3.147)$$

Le flux magnétique à travers une spire de position angulaire $k\alpha_s$ tient compte de l'induction induite par deux demi-spires positionnées en φ_1 et φ_2 :

$$\Phi_{sp}(k\alpha_s) = l_{b0} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left(\vec{B}_\delta(r_p, \varphi_p, \varphi_1) - \vec{B}_\delta(r_p, \varphi_p, \varphi_2) \right) \cdot d\vec{n} \quad (3.148)$$

avec $d\vec{n}$ correspondant au vecteur normal à la surface d'intégration du flux :

$$d\vec{n} = \begin{pmatrix} r_p \cos(\varphi_p + k\alpha_s) \\ r_p \sin(\varphi_p + k\alpha_s) \end{pmatrix} d\varphi_p \quad (3.149)$$

Après intégration, l'inductance entre deux spires décalées d'un angle $k\alpha_s$ s'écrit :

$$L_{sp}(k\alpha_s) = \frac{\Phi_{sp}(k\alpha_s)}{i} = \frac{\mu_0 l_b}{4\pi} \left[k_{sp} \left(\frac{d_{bm}}{2}, \varphi_1, k\alpha_s \right) - k_{sp} \left(\frac{d_{bm}}{2}, \varphi_2, k\alpha_s \right) + k_{sp} \left(\frac{d_a^2}{2d_{bm}}, \varphi_1, k\alpha_s \right) - k_{sp} \left(\frac{d_a^2}{2d_{bm}}, \varphi_2, k\alpha_s \right) \right] \quad (3.150)$$

où

$$k_{sp}(r, \varphi, k\alpha_s) = \ln [r^2 + r_p^2 - 2r_p r \cos(\varphi_2 + k\alpha_s - \varphi)] - \ln [r^2 + r_p^2 - 2r_p r \cos(\varphi_1 + k\alpha_s - \varphi)] \quad (3.151)$$

La figure 3.25 représente l'inductance mutuelle de spires droites en fonction de leur décalage angulaire, selon la configuration du tableau 3.1 avec $d_{bm} = 12.55$ mm et une longueur rectiligne de spire $l_{b0} = 27$ mm. Les différences entre simulations FEM et simulations analytiques sont principalement dues à l'influence de la culasse rotorique qui n'est pas prise en compte dans le modèle analytique.

Pour la détermination des inductances propre et mutuelle, il faut sommer les contributions de chaque spire comme pour le bobinage auto-porteur (3.140) et (3.141).

3.7 Modèle thermique

Le modèle thermique d'un moteur à bobinage dans l'entrefer peut être repris de la section 2.8 avec les mêmes hypothèses, mais en utilisant le circuit thermique représenté à la figure 3.26.

La résistance thermique du bobinage est déterminée en considérant une zone homogène caractérisée par une conductivité thermique équivalente λ_b .

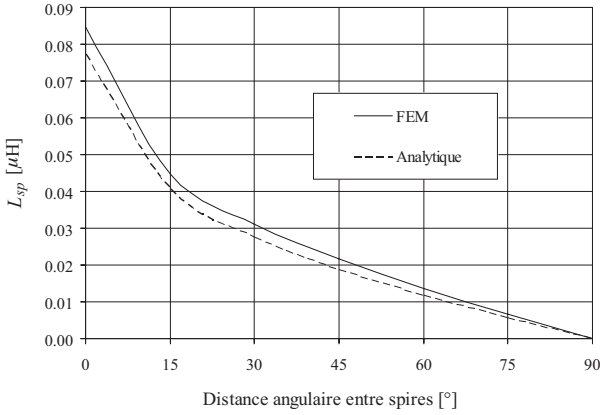


FIG. 3.25 – Inductance mutuelle entre spires en fonction du décalage angulaire des spires

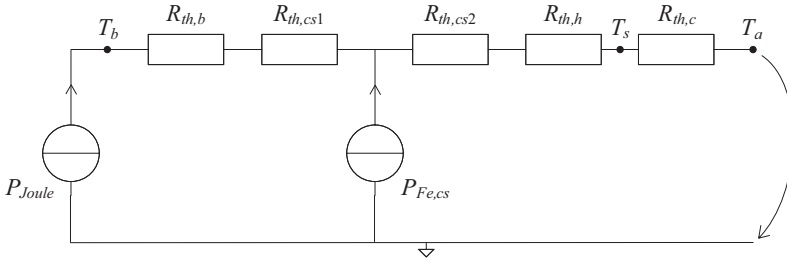


FIG. 3.26 – Circuit thermique équivalent simplifié du moteur synchrone à bobinage dans l'entrefer

La résistance thermique $R_{th,b}$ s'écrit :

$$R_{th,b} = \frac{1}{4\pi l_{cs} \lambda_b} \left[1 - \frac{2 \left(\frac{d_a}{2} - h_b \right)^2 \ln \left(\frac{d_a}{d_a - 2h_b} \right)}{\left(\frac{d_a}{2} \right)^2 - \left(\frac{d_a}{2} - h_b \right)^2} \right] \quad (3.152)$$

et les résistances de la culasse statorique s'expriment :

$$R_{th,cs1} = \frac{1}{4\pi l_{cs}\lambda_{cs}} \left[\frac{2 \left(\frac{d_a}{2} + e_{cs}\right)^2 \ln\left(\frac{d_a + 2e_{cs}}{d_a}\right)}{\left(\frac{d_a}{2} + e_{cs}\right)^2 - \left(\frac{d_a}{2}\right)^2} - 1 \right] \quad (3.153)$$

$$R_{th,cs2} = \frac{1}{4\pi l_{cs}\lambda_{cs}} \left[1 - \frac{2 \left(\frac{d_a}{2}\right)^2 \ln\left(\frac{d_a + 2e_{cs}}{d_a}\right)}{\left(\frac{d_a}{2} + e_{cs}\right)^2 - \left(\frac{d_a}{2}\right)^2} \right] \quad (3.154)$$

Pour le bobinage auto-porteur, les équations (2.195) et (2.196), définissant la conductivité thermique de la couche bobinage λ_b , peuvent être utilisées. Concernant les bobinages droits superposés et juxtaposés, leur paramétrisation implique que des zones d'air peuvent apparaître entre les côtés de bobine, dont il faut tenir compte. Ainsi, les équations (2.195) et (2.196) deviennent respectivement :

$$\lambda_b = \frac{mp\alpha_b}{\pi} \frac{\lambda_{is,co}\lambda_{co}}{k_{Cu}\lambda_{is,co} + (1 - k_{Cu})\lambda_{co}} + \left(1 - \frac{mp\alpha_b}{\pi}\right) \lambda_{air} \quad (3.155)$$

$$\lambda_b = \frac{mp\alpha_b}{\pi} k_{\lambda}\lambda_{is,co} + \left(1 - \frac{mp\alpha_b}{\pi}\right) \lambda_{air} \quad (3.156)$$

CHAPITRE 4

Optimisation

Sommaire

| | | |
|------------|--|------------|
| 4.1 | Introduction | 151 |
| 4.2 | Méthodes d'optimisation | 152 |
| 4.3 | Formulation des modèles de conception . . | 156 |
| 4.4 | Méthodologie de conception | 160 |
| 4.4.1 | Optimisation sur logiciel spécifique | 163 |

4.1 Introduction

Avec les performances toujours plus grandes qu'offrent les moyens informatiques actuels, d'innombrables logiciels d'optimisation, utilisant divers algorithmes, ont vu le jour ces dernières années. Avant l'arrivée de calculateurs performants, la méthode par analyse paramétrique était couramment utilisée. Cette technique, qui consiste à analyser l'influence de quelques paramètres importants sur l'objectif à optimiser, n'utilise pas

réellement d'algorithmes d'optimisation mais est caractérisée par un processus itératif selon des choix plus ou moins judicieux. Il est important de préciser que cette technique analyse chaque paramètre indépendamment.

A l'opposé, la plupart des techniques d'optimisation basent leurs analyses sur une méthodologie bien définie, que ça soit pour des méthodes déterministes ou stochastiques, et analysent les paramètres du modèle dans leur globalité et en même temps.

Cependant, la réussite d'une phase d'optimisation ne dépend pas uniquement des algorithmes d'optimisation et de leur capacité à contourner ou s'extraire des singularités d'un modèle, mais également de la manière dont le problème est formulé (section 4.3).

4.2 Méthodes d'optimisation

On peut classer les méthodes d'optimisation selon deux catégories distinctes : La première concerne les algorithmes dit stochastiques et la seconde les algorithmes dit déterministes [42]. On parle d'algorithmes déterministes lorsque l'évolution des paramètres vers la configuration optimisée ne dépend que des conditions initiales. Pour un algorithme stochastique, les mêmes conditions initiales peuvent conduire à des solutions optimales différentes.

TAB. 4.1 – Classification des différentes méthodes d'optimisation

| Algorithme déterministe | | Algorithme stochastique | |
|-------------------------|--|------------------------------|-----------------|
| Sans contraintes | Avec contraintes | Evolutionnaire | Aléatoire |
| Gradient | Programmation quadratique séquentielle (SQP) | Algorithmes génétiques | Monte-Carlo |
| Newton | Lagrangien augmenté | Stratégie d'évolution | Recuit simulé |
| Relaxation | Pénalité quadratique | Programmation évolutionnaire | Recherche tabou |

Le tableau 4.1 dresse une liste non-exhaustive des méthodes d'optimisation selon la classification déterministe/stochastique. Les algorithmes déterministes peuvent être classés en deux sous-catégories selon que les paramètres sont contraints ou non. Pour les algorithmes stochastiques, ils peuvent être différenciés selon leurs caractères évolutionnaire ou aléatoire.

Algorithmes déterministes ou stochastiques ?

Soulignons que l'objectif de la présente thèse n'est pas de faire une analyse comparative approfondie des différentes techniques d'optimisation. Il est clair qu'il y a des partisans pour chaque algorithme, convaincus de leur efficacité et de leurs résultats. De part la nature analytique des modèles présentés et grâce à un partenariat avec une entreprise développant des logiciels de conception qui utilisent principalement les algorithmes déterministes SQP [43], les optimisations réalisées dans le cadre de ce travail ne sont réalisées pratiquement qu'à l'aide d'algorithmes de ce type [44]. Ces derniers utilisent les dérivées partielles des paramètres afin d'être en mesure de calculer le gradient en tout point de leur espace et de permettre ainsi de converger vers la solution optimale.

Sans rentrer dans les détails, des algorithmes génétiques [45, 46] ont également été testés sur les modèles analytiques développés, sans pouvoir réellement mettre en évidence leur potentiel. En effet, la détermination des paramètres de réglage des algorithmes génétiques est une étape fastidieuse qui doit être adaptée à chaque optimisation. La certitude d'être sur un optimum (global ou local) n'est pas démontrée formellement, à contrario des algorithmes déterministes.

Optimum global ou local ?

Concernant la nature des optimums, il est important de préciser qu'il existe des méthodes de calcul permettant de certifier formellement s'il s'agit d'un optimum global ou local [47], mais qui prennent un temps très très long. Une autre solution consiste à utiliser les probabilités en générant de nouvelles conditions initiales pour réaliser de nouvelles optimisations. Plus le nombre de tirage des conditions initiales et d'optimisations est élevée, plus la probabilité d'être sur un optimum global est

grande. Cependant, le temps de calcul augmente avec la probabilité.

Optimisation mono-objectif ou multi-objectifs ?

Le choix de la fonction « objectif »¹ n'est pas toujours trivial. En effet, il est rare que la fonction « objectif » découle directement du cahier des charges. Souvent, plusieurs paramètres restent en compétition. Par exemple, pour le projet « Solar Impulse », présenté dans le chapitre 5, deux des caractéristiques qualitatives requises pour le moteur à optimiser sont une faible masse et un rendement élevé. On se trouve ainsi dans une situation avec plusieurs objectifs. Une manière de faire est de créer une fonction « objectif » regroupant ces deux paramètres :

$$F_{optim} = k_1 m_{mot} + k_2 \eta \quad (4.1)$$

avec k_1 et k_2 étant des constantes de proportionnalité.

Cette méthode, qui peut paraître efficace, est très controversée et ne donne que rarement des résultats probants. Dans [48], plusieurs optimisations sont réalisées avec diverses fonctions « objectif » combinant différents paramètres. Les résultats obtenus divergent complètement. En effet, combiner des paramètres de nature différente pour en faire une fonction « objectif » n'a pas de sens physique. Afin de contourner ce problème, une approche par logique floue peut être utilisée [49]. Cette méthode consiste à donner pour chaque paramètre à optimiser un degré de satisfaction en fonction de ses propres valeurs. Ainsi, on définit la valeur « 0 » lorsque le paramètre est non satisfait et la valeur « 1 » lorsqu'il est pleinement satisfait (FIG. 4.1). Ces nouvelles grandeurs sont ensuite combinées pour ne former qu'un seul et unique paramètre à optimiser, regroupant ainsi les valeurs de satisfaction de chaque paramètre.

Une manière d'optimiser en intégrant des critères multi-objectifs, lorsque les paramètres objectifs sont peu nombreux, est d'utiliser l'optimum de Pareto. Cette technique consiste à réaliser des optimisations successives avec un paramètre objectif en variant la valeur d'un autre paramètre et de tracer les résultats obtenus sous forme graphique.

La figure 4.2 montre une courbe de Pareto avec comme objectif la minimisation de la masse du moteur pour différents rendements. L'optimum

¹Paramètre cible à optimiser

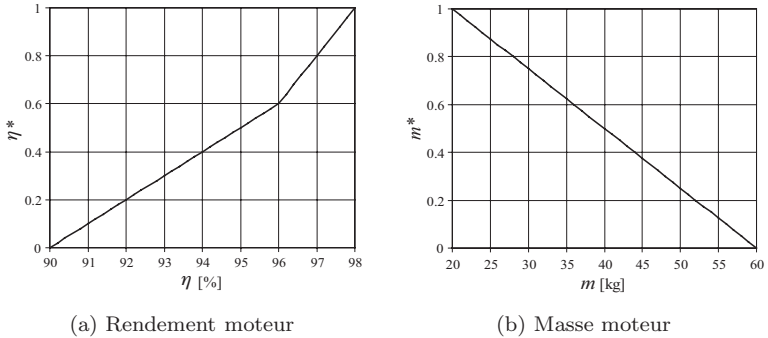


FIG. 4.1 – Fonctions de satisfaction des paramètres à optimiser

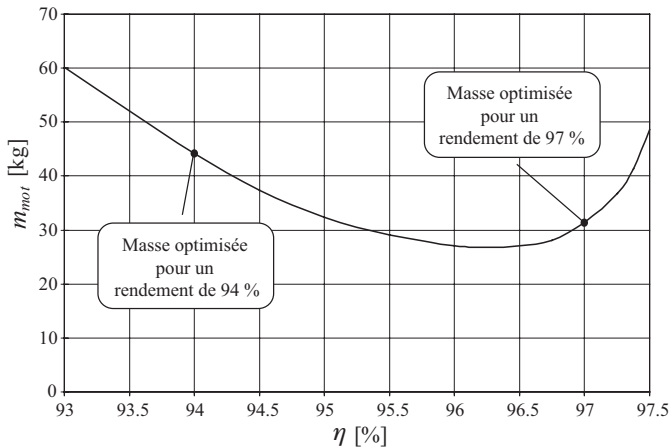


FIG. 4.2 – Courbe de Pareto : masse minimale en fonction du rendement

de Pareto représente l'enveloppe des solutions optimales qui ne sont jamais dominées¹ par quelque autre solution.

¹Aucune solution avec une fonction « objectif » plus faible dans un contexte de minimisation et aucune solution avec une fonction « objectif » plus élevée dans un contexte de maximisation

Normalisation

Lors de l'optimisation, la normalisation des paramètres est une étape indispensable. Elle permet de travailler en valeur p.u.¹ et ainsi de pondérer l'éloignement de chaque paramètre par rapport à son objectif ou à ses contraintes imposées. Sans normalisation ou avec une mauvaise normalisation, l'algorithme d'optimisation n'arrive pas, la plupart du temps, à converger vers une solution optimale. Par exemple, dans les modèles présentés précédemment, on retrouve deux paramètres dont les valeurs ont des ordres de grandeurs totalement différents. Il s'agit de la densité de courant dont les valeurs avoisinent 10^6 A/m² et la résistivité des conducteurs dont la valeur (à 20 °C) s'élève à $1.68 \cdot 10^{-8}$ Ωm. Si, à un moment donné durant l'optimisation, les deux paramètres sont tous deux éloignés d'une valeur 0.1 de leur objectif, l'un d'eux se trouve très loin de son objectif tandis que le second en est très proche et pourtant la même valeur les sépare de leur contrainte respective.

4.3 Formulation des modèles de conception

La formulation des modèles analytiques caractérisant les systèmes à dimensionner n'est pas sans conséquences sur le déroulement de l'optimisation. Comme déjà présentée dans l'introduction, l'analyse est caractérisée par des endroits de l'espace des paramètres connus où les équations y sont définies, ce qui n'est pas nécessairement le cas pour l'optimisation où le chemin emprunté pour arriver à la solution optimale n'est pas établi à l'avance. Par conséquent, un modèle dédié à la conception par optimisation n'est en général pas formulée mathématiquement de la même façon qu'un modèle d'analyse, malgré le fait qu'ils donnent des résultats identiques. Le but de cette section est de sensibiliser le concepteur aux problèmes de formulations à travers divers exemples significatifs.

Prenons un exemple type qui montre bien les problèmes de formulations liés à la conception. Soit l'équation suivante :

$$z = \frac{y}{x} \quad (4.2)$$

Cette équation est définie dans tout l'espace des paramètres à l'exception de $x = 0$. Cependant, en conception, les algorithmes d'optimisation

¹Per unit

peuvent décider de calculer un jeu de paramètres avec $x = 0$ même si les contraintes des paramètres ne l'incluent pas. Pour remédier à cela, il est possible de remplacer l'espace proche de $x = 0$ ¹ par une fonction (p.e. un polynôme) clairement définie dans cet espace et qui offre une continuité² avec la fonction principale aux points de raccordement.

Une autre solution consiste à exprimer l'équation (4.2) sous une autre forme mathématique permettant d'éliminer la zone non-définie en $x = 0$:

$$y = z \cdot x \quad (4.3)$$

L'équation (4.3) est complètement définie dans tout l'espace des paramètres. Par la permutation des paramètres, cette dernière formulation est mieux adaptée et permet d'éviter certains échecs durant l'optimisation. Cependant, cette formulation du problème, permettant d'éviter certaines zones non-définies de l'espace, entraîne généralement une forme moins naturelle des expressions, qui rend impossible son utilisation en analyse.

Prenons une fonction comme le logarithme, dont l'espace de définition est \mathbb{R}^+ . Cette fonction est présente dans différentes parties du modèle comme la détermination d'une résistance thermique de conduction. Après avoir défini la zone de l'espace dans laquelle le logarithme a un sens physique, on peut établir une autre fonction dans l'espace dépourvu de sens physique par une fonction clairement définie, qui n'a qu'une validité mathématique en vue de l'optimisation. En admettant que l'espace où la physique est validée correspond à $\ln(x) \geq 0$, l'adaptation de la fonction logarithme peut s'écrire :

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{2} & x \in]-\infty, 1[\\ \ln(x) & x \in [1, \infty[\end{cases} \quad (4.4)$$

Cette nouvelle expression est continue et définie sur tout l'espace. Sa dérivée est également continue, ce qui est important avec des algorithmes se basant sur le gradient. Cette formulation n'a cependant aucun sens physique pour $x < 1$. La figure 4.3 montre la représentation de la fonction logarithme avec sa formulation adaptée à l'optimisation.

¹Cet espace est défini en fonction des contraintes sur les paramètres.

²Au niveau de la fonction et de sa dérivée première.

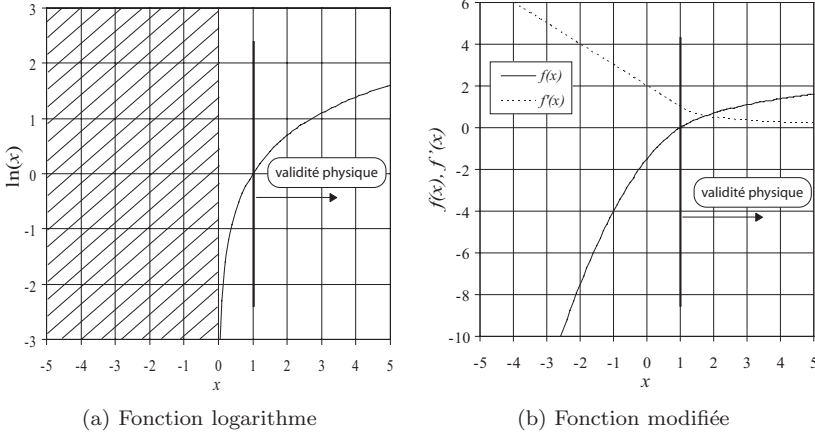


FIG. 4.3 – Fonction logarithme : formulation adaptée à l’optimisation

Un autre exemple, plus spécifique au domaine des moteurs, est la détermination de la température des bobines à partir du modèle présenté à la section 2.8. Par formulation naturelle de la physique, on se trouve en présence d’un système implicite sous forme d’un cycle qui est résolu par itération¹ :

$$P_{Joule}(T_b) = \rho_{e,co}(T_b) J^2 V_{co} \quad (4.5)$$

La température de bobine est déterminée par l’équation (2.185) qui donne après simplification :

$$T_b = f(P_{Joule}(T_b)) \quad (4.6)$$

La figure 4.4 montre l’influence de la densité de courant sur la température de bobine. On peut remarquer l’asymptote verticale qui sépare la partie avec un sens physique ($T_b > 0$) de la partie irréaliste ($T_b < 0$). Cela signifie que suivant la valeur de J , le système ne possède pas de régime permanent thermique. Ainsi, suivant l’algorithme d’optimisation utilisé et la densité de courant initiale choisie, la convergence de l’algorithme peut amener à un échec du fait de la discontinuité de la formulation.

¹La résolution est faite par des algorithmes du type Newton-Raphson.

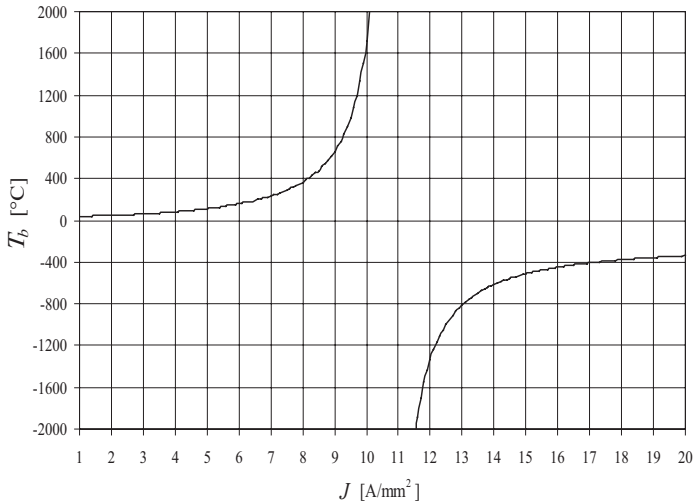


FIG. 4.4 – Température de bobine en fonction de la densité de courant

Dans ce cas, une autre formulation, moins naturelle, est adoptée :

$$J(T_b) = \sqrt{\frac{P_{Joule}}{\rho_{e,co}(T_b)V_{co}}} \quad (4.7)$$

La nouvelle formulation permet de rendre le système d'équations explicite mais, comme on peut s'en rendre compte, la formulation présente de nouvelles zones non-calculables. Cependant, avec cette formulation, l'expérience acquise au cours des différentes optimisations réalisées avec différents cahiers de charge montre, à l'aide d'algorithmes spécifiques, qu'il n'y a plus d'échec selon la condition initiale choisie pour J . La figure 4.5 trace la température de bobine pour la formulation explicite selon une représentation continue.

Il est important de garder à l'esprit que même si certaines formulations sont généralement plus adaptées pour l'optimisation, les problèmes de dimensionnement dépendent principalement du contexte (contraintes, objectifs). Ainsi, une formulation peut amener à une convergence rapide et assurée dans un cas, et la même formulation peut conduire à l'échec

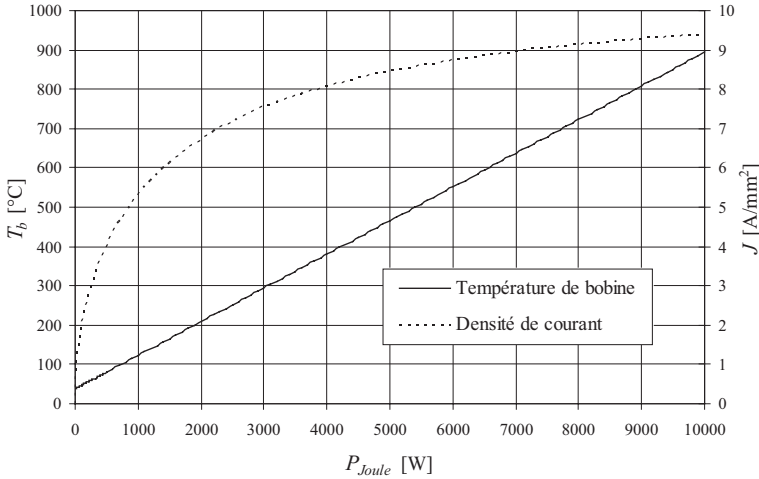


FIG. 4.5 – Formulation explicite : température de bobine et densité de courant en fonction des pertes par effet Joule

garanti au cours de l'optimisation dans un autre contexte.

4.4 Méthodologie de conception

Le but de la conception d'un moteur électrique est de trouver le meilleur moteur satisfaisant les spécifications pour une application donnée, selon un, voire plusieurs objectifs bien définis, comme par exemple :

- minimisation de la masse du moteur ;
- maximisation du rendement ;
- minimisation des coûts ;
- maximisation de la puissance mécanique pour un encombrement maximal donné.

L'optimisation du moteur, à proprement parler, s'inscrit dans une méthodologie de conception représentée par l'organigramme de la figure 4.6.

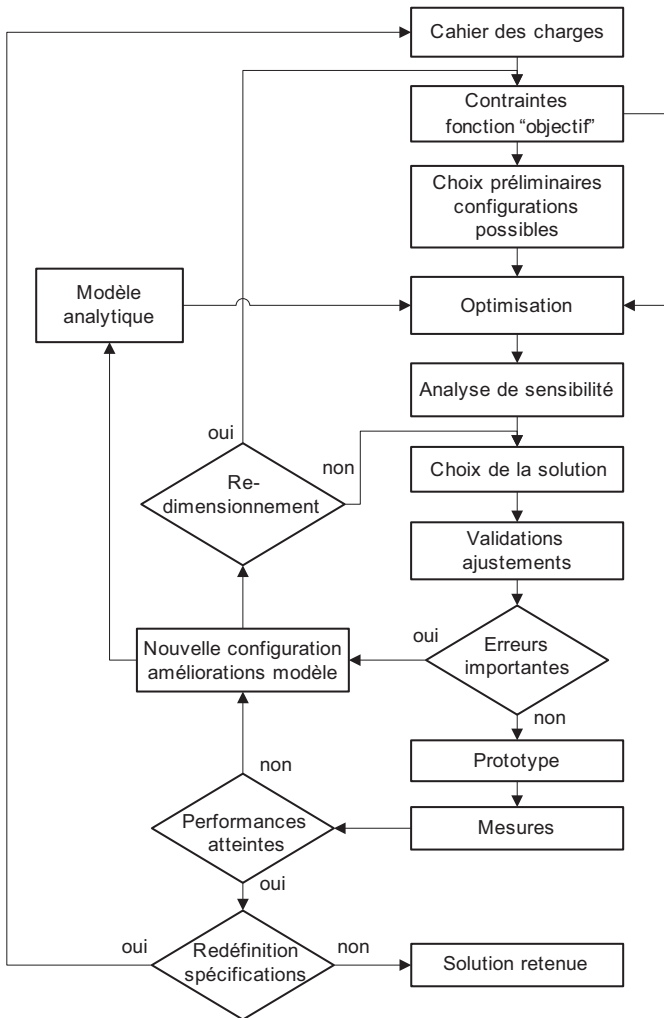


FIG. 4.6 – Organigramme représentant la méthodologie de conception d'un moteur électrique

Les principales étapes de la conception d'un moteur, dont le coeur se situe au niveau de la technique d'optimisation, sont, en concordance avec l'organigramme de la figure 4.6 :

1. ***Etablissement du cahier des charges.*** Cette étape ne doit pas être négligée, car c'est sur elle que repose ensuite toute la démarche de conception (contraintes, choix préliminaires). La plupart du temps, il est nécessaire de « traduire » les spécifications reçues, spécifiques à l'application du client, en un langage propre à la conception d'un moteur.
2. ***Choix de la fonction « objectif » et des contraintes.*** Dans un cas multi-objectifs, la technique des optimums de Pareto est utilisée. Les contraintes sur les paramètres sont déterminées en adéquation avec le cahier des charges.
3. ***Choix préliminaires et configurations possibles.*** Dans cette étape préliminaire, les configurations inadaptées pour l'application sont écartées. Seules les solutions possibles sont conservées pour la phase d'optimisation. Une sélection de matériaux susceptibles de satisfaire les performances requises est réalisée. Les paramètres découlant de la description des matériaux¹ ont un caractère discret, comme d'autres paramètres caractérisant la géométrie².
4. ***Optimisation.*** Dans cette phase, le modèle analytique, préalablement élaboré, et les contraintes et objectifs de l'application sont utilisés avec les algorithmes d'optimisation pour déterminer la ou les solutions optimales selon les objectifs et les configurations prises en considération. La section 4.4.1 explique plus en détail la phase d'optimisation pour un logiciel spécifique à l'aide d'algorithmes déterministes de type SQP (Pro@design).
5. ***Analyse de sensibilité.*** Cette phase nous permet de déterminer la nature de la solution optimale (optimum plat, optimum pointu) en fonction de paramètres susceptibles de varier, comme certaines grandeurs géométriques tolérancées à la fabrication.
6. ***Choix de la solution.*** Si plusieurs configurations (p.e. différents types de moteur) ont été optimisées ou que les résultats sont représentés sous forme d'optimums de Pareto, la meilleure configuration doit être déterminée selon différents critères qui n'ont pas été pris en compte dans la modélisation analytique (certaines contraintes de fabrication, de détermination de coûts).

¹P.e. perméabilité magnétique, résistivité électrique, conductivité thermique

²P.e. nombre de dents, nombre de pôles, nombre de spires

7. **Validations et ajustements.** Afin de valider la solution retenue, une phase d'analyse est menée. Elle consiste, la plupart du temps, en des simulations numériques (FEM) plus précises que les modèles analytiques dans des domaines spécifiques de la physique (magnétique, mécanique, thermique). A l'aide de ces simulations, des ajustements fins sont réalisés sur le prototype afin de répondre au mieux aux exigences souhaitées. Lorsque les résultats d'analyse de la solution sont trop éloignées des performances attendues, une phase de redimensionnement peut être lancée ou une autre configuration déjà optimisée peut être choisie à la place. Pour de grandes divergences, les résultats de simulations numériques sont utilisés pour améliorer les modèles analytiques en corrigeant certaines approximations ou en intégrant des comportements non modélisés.
8. **Prototype.** Lorsque la solution est validée et adaptée pour la fabrication, un prototype est réalisé.
9. **Mesures.** Une campagne de tests est réalisée sur le prototype selon un protocole bien défini. Les résultats expérimentaux sont ensuite confrontés aux résultats d'optimisation et aux simulations numériques. Selon les performances du moteur par rapport aux exigences du cahier des charges, plusieurs options peuvent être envisagées : Une phase de redimensionnement peut être lancée avec adaptation des modèles analytiques, une autre configuration précédemment optimisée peut être choisie en remplacement, ou finalement, l'option d'une nouvelle phase d'ajustements à l'aide des simulations numériques peut être choisie.
10. **Solution retenue.** Lorsque le prototype est validé pour un cahier des charges donné, de nouvelles spécifications peuvent être définies par le demandeur, qui induit un nouveau cycle de conception. Plusieurs cycles peuvent être nécessaires avant d'aboutir à la solution considérée comme optimale.

La référence [50] donne des informations supplémentaires sur la méthodologie de conception dans le domaine des moteurs électriques.

4.4.1 Optimisation sur logiciel spécifique

Durant la thèse, la majorité des optimisations ont été réalisées à l'aide du logiciel de conception Pro@DESIGN-Expert [43] basé sur des algorithmes déterministe de type SQP. Le but de cette section est d'exposer

brèvement les caractéristiques liées à la phase d'optimisation suite à l'expérience acquise en utilisant le logiciel.

Tout d'abord, il est nécessaire de préciser que l'optimisation n'est pas simplement une boîte noire dans laquelle on entre un modèle analytique, des contraintes, des objectifs et des conditions initiales, et qu'après avoir pressé sur un bouton, la solution optimale apparaît. Souvent, la convergence vers une solution optimale relève d'un processus itératif (FIG. 4.7). Par l'expérience, un problème trop contraint peu poser des problèmes de convergences lorsque les conditions initiales sont trop éloignées de la solution optimale et que la normalisation est réalisée avec des valeurs trop distantes de l'optimum. Ainsi, lorsque les algorithmes ne permettent pas la convergence, une des possibilités pouvant donner satisfaction est l'élargissement des contraintes, afin de trouver une solution faisable. A partir de ce point, on reprend les valeurs des paramètres de la solution et on les utilise comme conditions initiales d'une nouvelle optimisation en resserrant les contraintes. L'opération est répétée jusqu'à trouver la solution optimale avec les contraintes imposées au départ.

Une autre solution peut consister à modifier directement certaines conditions initiales ou à normaliser les paramètres avec des valeurs plus proches de l'espace multidimensionnel contenant la solution optimale. La connaissance de la physique du système à optimiser nous aide à situer cet espace.

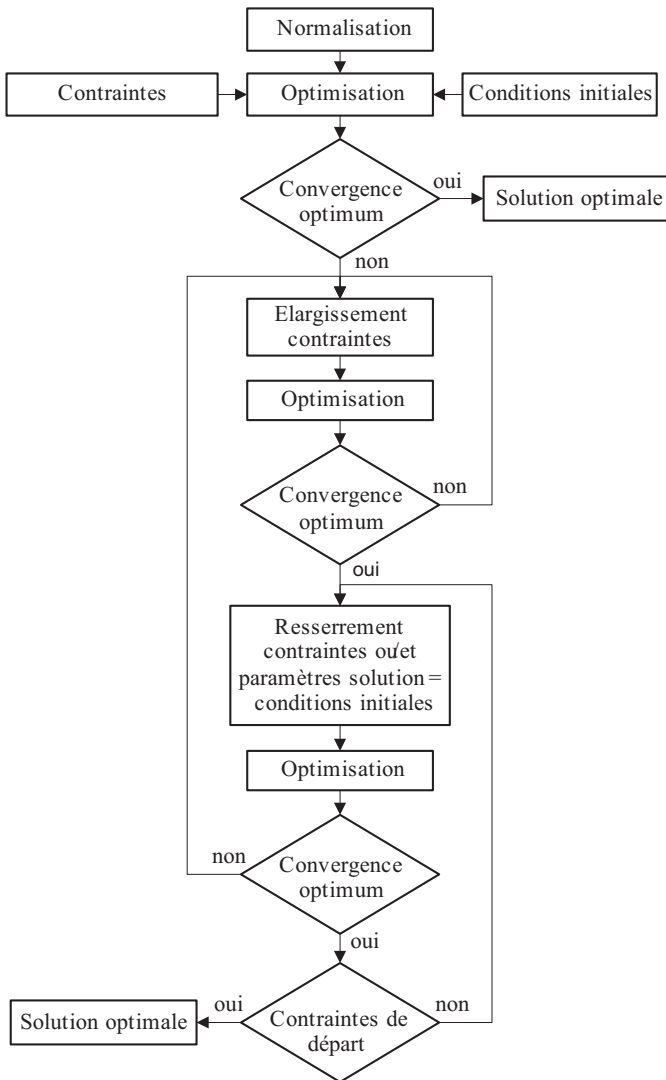


FIG. 4.7 – Organigramme représentant une méthode d’optimisation à l’aide d’un logiciel dédié (Pro@DESIGN-Expert)

CHAPITRE 5

Validations expérimentales

Sommaire

| | | |
|------------|---------------------------------|------------|
| 5.1 | Introduction | 168 |
| 5.2 | Projet « Solar Impulse » | 168 |
| 5.2.1 | Introduction | 168 |
| 5.2.2 | Chaîne énergétique | 168 |
| 5.2.3 | Cahier des charges | 169 |
| 5.2.4 | Configuration | 170 |
| 5.2.5 | Matériaux | 171 |
| 5.2.6 | Optimisation | 172 |
| 5.2.7 | Ajustements et améliorations | 173 |
| 5.2.8 | Mesures expérimentales | 175 |
| 5.2.9 | Conclusion | 183 |

5.1 Introduction

Tout modèle analytique doit être validé afin de connaître son domaine d'existence et estimer l'influence des hypothèses prises en considération. Les simulations numériques aux éléments finis (FEM) sont un moyen efficace pour valider un modèle analytique, mais présentent l'inconvénient de ne pas pouvoir simuler tous les comportements physiques. Les mesures expérimentales représentent une phase de développement importante, si ce n'est nécessaire. Ainsi, les simulations FEM et les mesures expérimentales sont deux phases complémentaires.

Afin d'illustrer les différentes phases de la conception d'un moteur électrique et principalement les phases de validations de modèles, le projet « Solar Impulse » est pris en référence.

5.2 Projet « Solar Impulse »

5.2.1 Introduction

Le projet « Solar Impulse », qui a été rendu public en 2004, est un projet novateur qui consiste à réaliser le tour du monde avec un avion (voir FIG. 5.1), dont le rayonnement solaire est l'unique source d'énergie, et qui devrait permettre de faire une avancée technologique significative avec une implication prépondérante au niveau écologique [51]. L'École Polytechnique Fédérale de Lausanne, en tant que partenaire scientifique du projet, est amenée à réaliser des recherches dans différents domaines dont celui de la propulsion électrique.

5.2.2 Chaîne énergétique

La chaîne énergétique (FIG. 5.2) est la structure qui permet de transformer l'énergie solaire en une énergie mécanique de propulsion. Elle est composée des cellules solaires placées sur les ailes, du système permettant de suivre le point de travail maximisant l'énergie reçue par le soleil (MPPT), des batteries et de la gestion des flux énergétiques, des convertisseurs AC-DC avec l'électronique de commande et finalement du moteur et de l'hélice.



FIG. 5.1 – Représentation virtuelle de l’avion solaire (©2007 Solar Impulse/EPFL)

Seule la démarche de conception et validation du moteur électrique est présentée en adéquation avec les modèles analytiques élaborés.

5.2.3 Cahier des charges

Le cahier des charges a constamment évolué pendant la phase de conception du projet. Ainsi, seul le cahier des charges retenu pour la conception du premier prototype moteur est exposé dans ce rapport.

Les caractéristiques principales que doit avoir l’entraînement électrique sont un rendement élevé et une faible masse. Des données supplémentaires sont résumés dans le tableau 5.1 qui représentent les contraintes fournies par les concepteurs de l’avion.

Les données reçues sont importantes mais largement insuffisantes pour pouvoir débiter la phase d’optimisation. Il est indispensable de compléter le cahier des charges reçu avec des contraintes spécifiques au moteur.

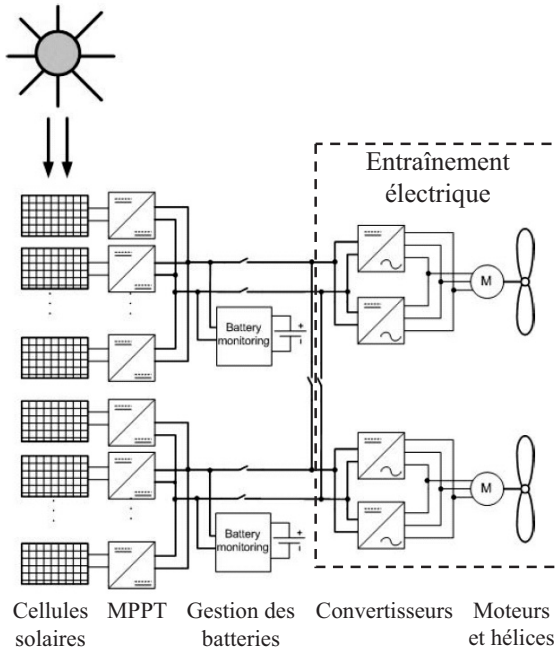


FIG. 5.2 – Chaîne énergétique simplifiée de l'avion solaire

TAB. 5.1 – Caractéristiques du moteur

| | |
|---|----------|
| Puissance mécanique nominale [kW] | 24 |
| Nombre de moteur | 2 |
| Intervalle de température [°C] | [-50,60] |
| Tension de bus [V] | 280 |
| Diamètre externe maximal [mm] | 300 |
| Vitesse de rotation de l'hélice nominale [tr/min] | 530 |
| Vitesse de vol à 3000 m [m/s] | 15 |

5.2.4 Configuration

Sans rentrer dans les détails, le choix de la structure s'est arrêté sur la configuration à rotor interne pour deux raisons majeures. La première,

qui est inhérente au moteur, concerne la dissipation thermique des pertes par effet Joule et pertes fer dans la culasse statorique, dont l'évacuation est facilitée lorsque le stator est à l'extérieur. La seconde provient de la liaison entre le moteur et l'hélice.

Par soucis d'économie de masse et de limitation des pertes, l'hélice est directement fixée à l'axe du moteur sans étage de réduction intermédiaire. Il s'agit d'un entraînement direct.

5.2.5 Matériaux

La culasse rotorique est feuilletée et les aimants permanents, montés en surface, sont segmentés afin de réduire les pertes par courants de Foucault dues à l'effet d'encoches. La culasse statorique est également feuilletée.

Pour des raisons énergétiques, les aimants permanents sont en alliage NdFeB. De plus, ils doivent supporter une température de 120°C sans risque de désaimantation.

TAB. 5.2 – Matériaux

| | |
|--------------------|---|
| Aimants permanents | Vacodym 655HR (VAC) [52] ($B_0 = 1.28 \text{ T}$, $\mu_{dr} = 1.029$) $\rho_{e,co} = 1.4 \cdot 10^{-6} \Omega m$. $\rho = 7700 \text{ kg/m}^3$ |
| Culasse statorique | M270-35a FeSi (Cogent) [53] épaisseur des tôles : 0.35 mm aimantation à 2500 A/m : 1.54 T $\rho_{e,co} = 52 \cdot 10^{-8} \Omega m$, $\rho = 7650 \text{ kg/m}^3$ |
| Culasse rotorique | M800-50a FeSi (Cogent) [53] épaisseur des tôles : 0.5 mm aimantation à 2500 A/m : 1.64 T $\rho_{e,co} = 25 \cdot 10^{-8} \Omega m$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ |

Concernant les culasses ferromagnétiques, après avoir abandonné l'alliage FeCo pour des raisons de fabrication des tôles, le choix s'est porté sur un alliage en FeSi. Après optimisation, on remarque que le matériau

de la culasse rotorique tend vers une induction de saturation plus élevée, afin de réduire son épaisseur. Pour le stator, la résistivité électrique du matériau est une propriété importante qui tend à être augmentée, afin de diminuer les courants de Foucault circulant en son sein. Le tableau 5.2 résume les caractéristiques principales des matériaux retenus.

5.2.6 Optimisation

Le modèle analytique utilisé pour l'optimisation prend en compte les aspects magnétiques non-linéaires, thermiques et électriques. Il comprend environ 110 paramètres dont 70 % sont libres ou contraints par intervalles. Le modèle magnétique est exposé à la section 2.4.6. Concernant le modèle thermique, la radiation est négligée et on considère une convection forcée avec un flux laminaire axial. L'hélice est introduite dans le modèle, afin de lier la vitesse de rotation de l'axe du moteur et la puissance mécanique fournie par celui-ci. La référence [51] résume succinctement le modèle et ses hypothèses.

Le temps de calcul d'une optimisation, dépendant des conditions initiales, ne dépasse rarement plus d'une minute.

La fonction « objectif » pour l'optimisation est la masse totale du moteur que l'on cherche à minimiser, alors que le rendement du moteur est libre. En optimisant la masse pour différents rendements, on remarque que celle-ci passe par un minimum. En laissant libre le rendement, on converge vers cette masse minimale. Avec cet objectif, on tend, durant la phase d'optimisation, vers une structure sans têtes de dents statoriques [54].

La première optimisation nous a mené à une structure possédant 54 dents statoriques et 24 pôles magnétiques. Après réflexions, cette structure pose problème au niveau de la fabrication et ne permet pas d'obtenir des coefficients de remplissage élevés (> 0.4) vu que l'ouverture de bobine optimale est de 2 et que le bobinage doit être réalisé directement dans la culasse statorique. Dès lors, l'ouverture de bobine est limitée à l'unité, afin de pouvoir réaliser le bobinage à l'extérieur de la structure avec un coefficient de remplissage plus élevé et de venir, au montage, loger les bobines dans les encoches. Avec cette nouvelle contrainte, l'optimisation converge vers une solution à 27 dents statoriques et 24 pôles.

TAB. 5.3 – Contraintes et résultats d’optimisation des paramètres principaux

| | | Contraintes | | | Résultats |
|-------------|------|-----------------------|------------|------|-----------|
| | | Limite inférieure | supérieure | Fixe | |
| d_i | mm | - | - | - | 224 |
| d_e | mm | - | 300 | - | 300 |
| δ | mm | - | - | 1.5 | 1.5 |
| e_{cr} | mm | 5 | - | - | 5.3 |
| e_{cs} | mm | 5 | - | - | 6.2 |
| η | % | - | - | - | 96.5 |
| h_{ds} | mm | 5 | 30 | - | 20.9 |
| I_{ph} | Arms | - | - | - | 45.8 |
| l_{ds} | mm | 5 | - | - | 11.6 |
| l_i | mm | 100 | - | - | 152.4 |
| m_{mot} | kg | Fonction « objectif » | | | 30.5 |
| p | - | - | - | - | 12 |
| P_{Fe} | W | - | - | - | 85 |
| P_{Joule} | W | - | - | - | 354 |
| Z_n | - | - | - | - | 27 |

Le point de travail d’un des moteurs pris en compte pour l’optimisation correspond à une puissance mécanique de 12 kW, une vitesse de rotation de 530 tr/min, une température ambiante de 15 °C et un flux laminaire axial de 15 m/s selon les caractéristiques de l’hélice et du profil de mouvement de l’avion.

Le tableau 5.3 résume les contraintes et les résultats d’optimisation de quelques paramètres caractéristiques. Une liste plus étoffée est dressée à l’annexe F avec le tableau F.1.

5.2.7 Ajustements et améliorations

Avant la fabrication du prototype, une phase d’ajustement et d’adaptation à la fabrication est nécessaire. Dans un premier temps, des simu-

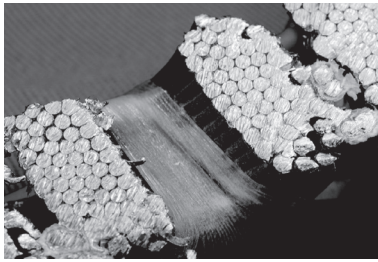
lations numériques aux éléments finis [19] sont réalisées, afin d'ajuster certains paramètres pour garantir les performances du cahier des charges. La tension induite de mouvement de phase simulée numériquement s'avère trop faible par rapport au modèle analytique. Ainsi, la longueur axiale des aimants permanents et le nombre de spires sont augmentés (voir TAB. 5.4). Les aimants permanents sont segmentés axialement en 12 éléments (voir FIG. F.3) afin de réduire les pertes par courants de Foucault. Pour des raisons de comportement mécanique, la culasse rotorique est épaissie.

TAB. 5.4 – Paramètres modifiés après simulations aux éléments finis

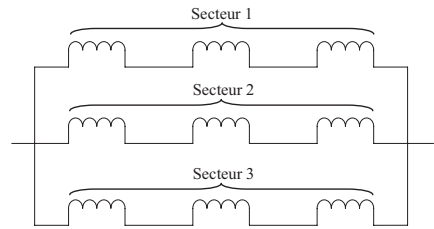
| | | Optimisé | Corrigé | |
|----------|----|----------|---------|--|
| N_{sp} | - | 81 | 90 | Augmentation de la tension induite de mouvement de phase |
| d_{co} | mm | 3.8 | 3.67 | |
| l_i | mm | 152.4 | 156 | |
| e_{cr} | mm | 5.3 | 11.6 | Amélioration de la rigidité mécanique du rotor |
| h_{ds} | mm | 20.9 | 21.7 | Ajout de rainure de clavettes d'encoche pour le maintien des bobines |

A la base, le bobinage est formé de 9 bobines par phase, connectées en série et comprenant chacune 10 spires. Pour des raisons de fabrication, les bobines sont réalisées en double spires en parallèle, afin de réduire le diamètre des conducteurs d'un facteur $\sqrt{2}$. Comme le moteur est composé d'une succession de 3 secteurs similaires de 9 dents statoriques et 4 paires de pôles (FIG. F.4), les bobines d'une phase d'un secteur sont connectées en série, qui elles-même, sont connectées en parallèle avec les bobines des autres phases (FIG. 5.3b). Ceci permet d'augmenter le nombre de spires par bobine et de réduire le diamètre des conducteurs sans modifier les caractéristiques électriques extérieures du bobinage. Ainsi, le nombre de spires composant une bobine s'élève finalement à 60, avec un diamètre actif de conducteur de 1.4mm et une prise en compte d'une marge de sécurité due à la réalisation pratique du bobinage (FIG. 5.3a). Le moteur est bobiné en « étoile ».

La version finale du premier prototype (FIG. 5.4) a une masse de 37kg



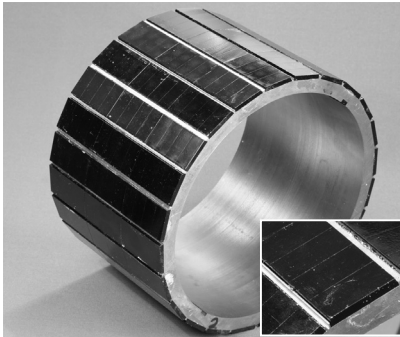
(a) Section d'une bobine



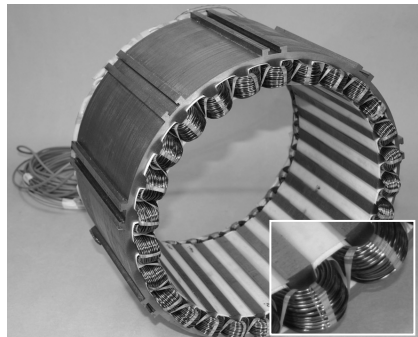
(b) Connexions électriques des bobines d'une phase

FIG. 5.3 – Bobinage

dont 27.1 kg pour la culasse statorique et le bobinage, et 9.9 kg pour la culasse rotorique et les aimants permanents.



(a) Rotor



(b) Stator

FIG. 5.4 – Premier prototype

5.2.8 Mesures expérimentales

Pour réaliser les mesures expérimentales sur le prototype, un banc de tests spécifique, détaillé dans [55], a été réalisé (FIG. 5.5). Ce montage, en total porte-à-faux, permet d'enlever le rotor ou le stator afin de pouvoir dissocier les grandeurs à mesurer. De plus, l'entrefer est accessible

pour y introduire des sondes de mesure de l'induction magnétique ou de température.

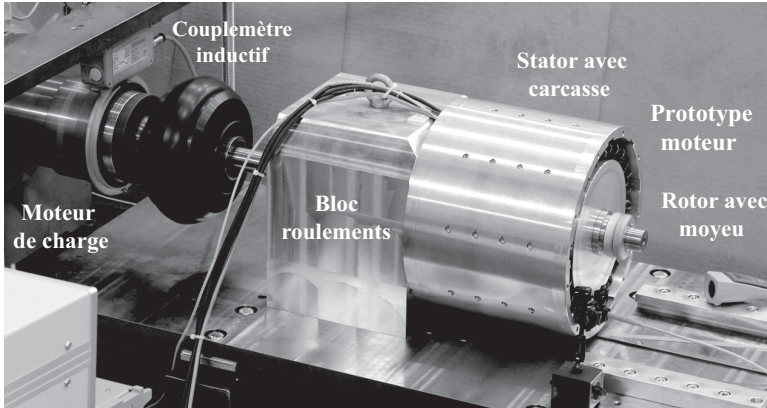


FIG. 5.5 – Banc de tests

Pour les simulations analytiques réalisées dans cette section, des modifications ont été apportées au modèle utilisé pour l'optimisation du premier prototype. Ces améliorations découlent essentiellement de l'étude exposée au chapitre 2.

5.2.8.1 Induction dans l'entrefer

L'induction dans l'entrefer est mesurée en utilisant une sonde de Gauss (FIG. 5.6a). La figure 5.6b montre le premier harmonique de l'induction radiale dans l'entrefer pour les mesures expérimentales, les simulations FEM et le modèle analytique. Ce dernier fait l'hypothèse d'une distribution trapézoïdale de l'induction dans l'entrefer dont la valeur maximale s'étend sur trois quarts de la période magnétique (voir eq. 2.77). Les mesures et simulations sont réalisées à une température ambiante de 20 °C.

La corrélation entre mesures et simulations de ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ est garantie. L'erreur entre simulations et mesures ne dépasse pas 3 %.

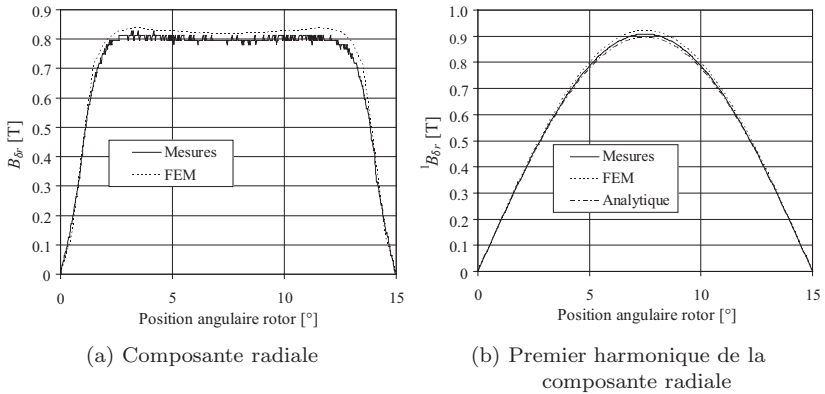


FIG. 5.6 – Induction dans l'entrefer

5.2.8.2 Tension induite de mouvement de phase

La tension induite de mouvement de phase est également mesurée à une température ambiante de 20 °C. Les mesures sont réalisées pour les trois phases qui sont parfaitement équilibrées (variations < 0.2 %). On peut apprécier les faibles différences entre mesures et simulations, qui sont inférieures à 3 % pour le premier harmonique (FIG. 5.7).

Le tableau 5.5 donne la répartition des harmoniques de la mesure de la tension induite de mouvement de phase, en gardant à l'esprit que seul le fondamental est pris en considération dans le modèle analytique.

TAB. 5.5 – Harmoniques mesurés de la tension induite de mouvement de phase à 530 tr/min

| $^1U_{i,ph}$ | $^3U_{i,ph}$ | $^5U_{i,ph}$ | $^7U_{i,ph}$ |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 96.15 | 8.05 | 0.65 | 0.01 |

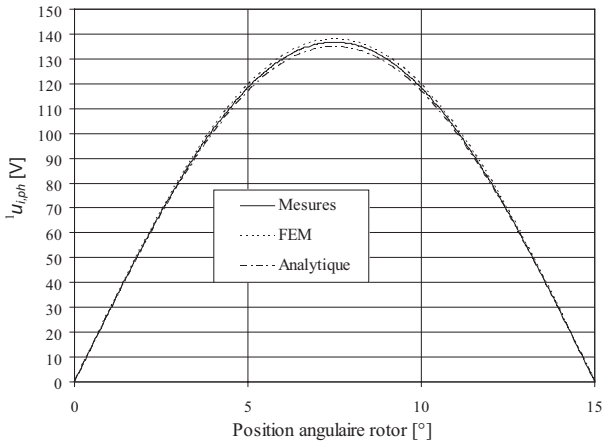
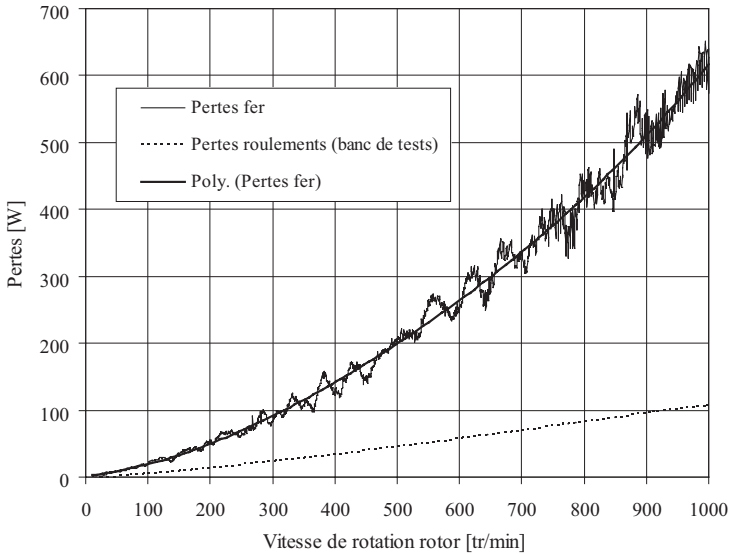


FIG. 5.7 – Premier harmonique de la tension induite de phase

5.2.8.3 Pertes fer

Dans un premier temps, les pertes dans les roulements du banc de test et les pertes par ventilation dans l'entrefer sont déterminées en fonction de la vitesse de rotation. Les pertes fer sont déterminées par décélération du rotor en utilisant l'équation du mouvement de Newton-Euler et en soustrayant les pertes roulements et pertes par ventilation. La figure 5.8 représente les pertes fer en fonction de la vitesse de rotation du rotor à 20 °C. Les mesures sont effectuées sans charge et ne prennent donc pas en compte les pertes fer dues au courant statorique.

Le tableau 5.6 détaille les pertes fer (sans charge) dans les différentes parties du moteur à la vitesse de rotation de 530 tr/min, correspondant au régime de fonctionnement optimisé. Cependant, les mesures expérimentales ne permettent pas de dissocier explicitement les pertes fer dans le stator, les aimants permanents et la culasse rotorique. Pour les pertes fer statoriques, les simulations FEM et analytiques donnent des valeurs très proches. De même pour les pertes par courants de Foucault dans les aimants permanents. Précisons que le modèle analytique correspondant aux pertes par courants de Foucault dans les aimants n'est pas présenté dans ce document, mais est détaillé dans [56].

FIG. 5.8 – Pertes fer (sans charge) en fonction de Ω

TAB. 5.6 – Pertes fer [W] à 530 tr/min (à 20 °C, sans charge)

| | | |
|--|------------|-------|
| Pertes fer statiques | FEM | 70.8 |
| | Analytique | 74.7 |
| Pertes par courants de Foucault dans les aimants dues à l'effet d'encoches (aimants non segmentés) | FEM | 464.8 |
| | Analytique | 453.1 |
| Pertes fer totales | Mesures | 210 |
| | FEM | 535.6 |
| | Analytique | 527.8 |

Les pertes fer totales (sans charge) sont déterminées par calcul en prenant en compte des aimants permanents non segmentés, ce qui explique la grande différence par rapport aux mesures réalisées avec des aimants segmentés. De cette différence, on peut toutefois en conclure l'impor-

tance non négligeable de la réduction des pertes par courant de Foucault due à la segmentation des aimants.

5.2.8.4 Résistance électrique

La résistance électrique de phase est mesurée à une température de 20°C. La différence entre les mesures et le modèle analytique provient de l'approximation des développantes, mais également des connexions (brasure) entre bobines dont on ne tient pas compte dans le modèle.

TAB. 5.7 – Résistance électrique de phase à 20 °C

| | | |
|------------------------|------------|------|
| R_{ph} [$m\Omega$] | Mesures | 67.1 |
| | Analytique | 63.5 |

5.2.8.5 Bilan de puissance

Afin d'établir un bilan de puissance complet et de pouvoir dissocier les différentes pertes, le prototype est utilisé en modes générateur et moteur (FIG. 5.9).

En mode générateur, le rendement maximal est obtenu lorsque le courant de phase est en phase avec la tension induite de mouvement de phase. Ceci est réalisé en branchant des capacités réglables en parallèles avec les rhéostats de dissipation pour chaque phase.

La figure 5.10 expose le rendement en mode générateur avec le déphasage nul entre la tension induite de mouvement et le courant de phase, et le mode moteur avec une commande en commutation par bloc à 120°. La fréquence de la modulation de largeur d'impulsions (MLI) est réglée à 24kHz. La température de bobine, proche du régime permanent, est indiquée à chaque point de mesure et de calcul. Concernant le mode moteur, les mesures ne sont pas réalisées en régime permanent à cause d'une électronique de commande dont la puissance nominale admissible est inférieure aux points de mesure (problème d'échauffement de la commande électronique en régime permanent). On remarque un bon comportement du modèle thermique analytique par comparaison avec les

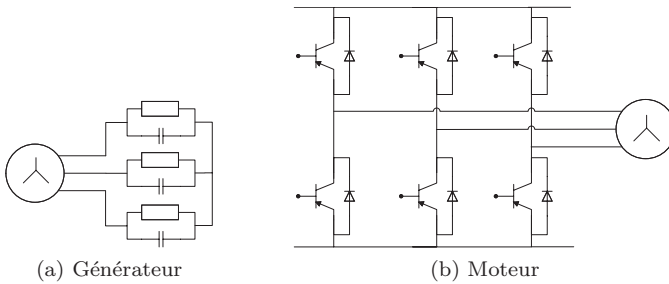


FIG. 5.9 – Modes de fonctionnement

valeurs mesurées en mode générateur.

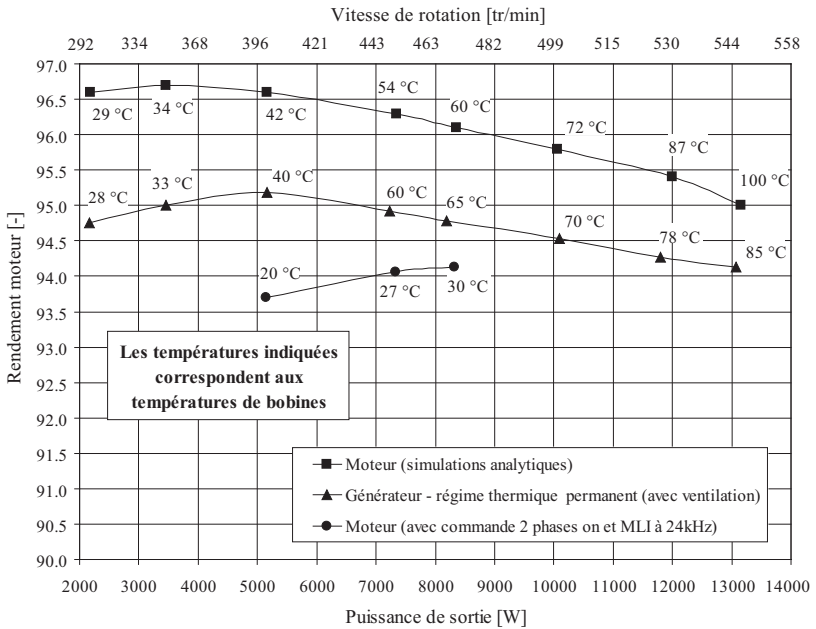


FIG. 5.10 – Rendement moteur-générateur en fonction de la puissance de sortie

Précisons que les mesures sont réalisées à puissance de sortie similaire. En régime moteur, la puissance de sortie représente la puissance mécanique tandis qu'en régime générateur, elle correspond à la puissance électrique.

Les rendements indiqués à la figure 5.10 sont déterminés en prenant en compte les pertes joule et les pertes fer en excluant les pertes dans les roulements du banc de tests et dans les câbles d'alimentation. En mode moteur, on tient compte également des pertes fer dues à la fréquence élevée de la modulation de largeur d'impulsions et aux oscillations de courants induites par la MLI. Ces pertes ne dépendent pas du niveau de puissance et sont, ainsi, plus importantes à bas régime qu'à haut régime, ce qui explique la tendance du rendement de la courbe moteur, en comparaison de la courbe générateur. Les pertes dans les composants électroniques sont exclues.

Les différentes pertes en régime moteur et générateur, pour une vitesse de rotation de 470 tr/min et une puissance de sortie de 8330 W à une température de bobine de 30 °C, sont détaillées dans le tableau 5.8.

TAB. 5.8 – Pertes [W] en régime moteur et générateur pour une vitesse de rotation de 470 tr/min et une puissance de sortie de 8330 W à 30 °C (bobine)

| | Mesures moteur | Mesures générateur | Simulations analytiques |
|---------------------------------|-------------------|-----------------------|----------------------------|
| Puissance mécanique [W] | 8330 | 8749 | 8330 |
| Puissance électrique [W] | 9034 | 8330 | 8633 |
| Pertes Joule moteur [W] | 258 | 243 | 238 |
| Pertes fer dues aux aimants [W] | 180 | 176 | 65 |
| Pertes fer dues à la MLI [W] | 84 | - | - |
| Pertes électronique [W] | 182 | - | - |
| Pertes totales [W] | 704 | 419 | 303 |
| Rendement [%] | 92.2 | 95.2 | 96.5 |

Le fonctionnement en moteur génère des pertes supplémentaires par rapport au fonctionnement en générateur. Elles sont dues à l'électronique de commande en commutation par bloc à 120° et peuvent être classées en

deux catégories distinctes. La première qui regroupe les pertes propres aux éléments composant l'électronique et la seconde qui considère les pertes fer dans le moteur liées directement à l'électronique et à la fréquence de la MLI sur le courant. Précisons que les pertes dues aux effets de proximité et de peau sont négligées. A couple égal, le courant de phase efficace est plus élevé en mode moteur (commutation par bloc à 120°) qu'en mode générateur, ce qui explique la différence au niveau des pertes par effet Joule. Comme l'harmonique 3 n'influence pas le couple moyen (connexion en « étoile ») et que les harmoniques supérieurs sont négligeables, seul le fondamental détermine le couple du moteur. Ainsi, en mode générateur, le courant de phase est considéré comme sinusoïdal tandis qu'en mode moteur, il contient des harmoniques supérieurs à 3, d'où la différence sur les courants de phase efficaces.

L'électronique et ses effets sur le moteur ne sont pas pris en compte dans le modèle analytique, d'où l'influence sur le rendement total du moteur. De plus, la différence de rendement entre les mesures en mode générateur et les simulations analytiques sont dues principalement aux pertes par courants de Foucault dans les aimants permanents et la culasse rotorique, par effet d'encoches, et qui ne sont pas traitées dans ce document.

5.2.9 Conclusion

Le projet « Solar Impulse », et principalement la conception d'un moteur prototype, nous a permis de mettre en application les modèles analytiques présentés dans les chapitres précédents avec un cahier des charges concret, basé à la fois sur des contraintes de conception de l'avion et de son environnement, et également sur des contraintes propres à la fabrication et l'utilisation des moteurs.

Grâce aux simulations numériques et aux échanges avec les fournisseurs, les ajustements fins et améliorations nécessaires ont pu être apportés au moteur, afin de garantir ses performances avant fabrication. Finalement, les mesures expérimentales ont permis d'une part de valider les performances du moteur conformes aux exigences et d'autre part, avec l'aide des simulations numériques (FEM), de valider et d'améliorer les modèles analytiques.

CHAPITRE 6

Synthèse et conclusion

Dans le cadre de cette thèse, l'accent s'est porté principalement sur l'élaboration de modèles analytiques et leur formulation, afin de limiter au maximum les échecs de convergence vers la solution optimale durant la phase d'optimisation. Les objectifs concernant l'élaboration des modèles utilisés dans les problèmes de dimensionnement sont multiples :

- la tendance des phénomènes modélisés doit être conforme à la réalité. La tendance correcte des comportements du modèle par rapport aux paramètres est plus importante que la précision elle-même ;
- les phénomènes influents de l'environnement simulé ne doivent pas être oubliés. Par exemple, un modèle de moteur très complexe au niveau magnétique peut conduire, si l'on y inclut pas les problèmes thermiques, à de fâcheuses conséquences au niveau de la qualité des résultats ;
- la formulation mathématique des problèmes de dimensionnement doit être adaptée à la méthode d'optimisation. Par exemple, dans un cas d'optimisation différentiable, la continuité des fonctions ainsi que leur dérivée première doit être assurée pour éviter les échecs durant l'opti-

misation.

Pour les deux types de moteurs présentés dans ce document (avec et sans dents statoriques), un accent important est mis sur le modèle magnétique. Pour la version avec dents statoriques, trois modèles magnétiques sont proposés :

1. *Méthode selon maxwell*. Cette méthode, basée sur le comportement magnétique dans l'entrefer, permet d'obtenir un modèle générique utilisable pour différentes configurations de moteur selon le nombre de dents et le nombre de pôles magnétiques.
2. *Circuit magnétique équivalent*. Cette méthode de description permet d'une part d'obtenir un modèle magnétique passablement précis (selon le nombre d'éléments composant le réseau) et d'autre part, d'être en mesure de modéliser des comportements magnétiques locaux. Cependant, ce modèle a le désavantage d'être spécifique à chaque configuration et il est très difficile de le rendre générique.
3. *Equation de Poisson*. La résolution du potentiel magnétique (vecteur ou scalaire) permet d'exprimer l'induction magnétique dans toutes les parties du moteur en transformant la structure dentée en un stator lisse par transformation selon Carter. Cette méthode est adaptée à des structures possédant des têtes de dents. Pour des structures à dents droites, l'approximation peut être trop pénalisante.

La détermination de l'induction dans l'entrefer ne fait intervenir que le premier harmonique qui, dans un contexte d'optimisation, est une approximation parfaitement admissible. Différentes formes trapézoïdales de l'induction dans l'entrefer sont utilisées pour déterminer le premier harmonique, afin de s'adapter à la géométrie du moteur (entrefer, couverture d'aimants, têtes de dents, etc..).

Le modèle magnétique de la version sans dents statoriques est réalisé par résolution de l'équation de Poisson, afin de déterminer l'induction magnétique dans le moteur. Lorsque $p = 1$, le potentiel vecteur est utilisé et les caractéristiques magnétiques des aimants permanents sont transformées en courants équivalents, qui sont pris en compte dans les conditions aux limites. Pour $p > 1$, le potentiel scalaire est déterminé et les caractéristiques magnétiques sont directement intégrées dans l'équation de Poisson. Ces deux démarches sont réalisées afin de varier les méthodes de résolution.

Le modèle thermique est passablement simplifié. Il ne tient pas compte du flux axial au moteur et du flux thermique évacué par le rotor. Ainsi, le modèle thermique a tendance à surévaluer l'échauffement du moteur, ce qui est préférable dans le cadre d'un dimensionnement, en comparaison à une sous-évaluation de la température des bobines. Ainsi, la marge de sécurité est favorable.

Concernant le modèle du moteur sans dents statoriques, deux approches sont utilisées afin de déterminer les inductances propres et mutuelles de phase et la tension induite de mouvement pour les différents types de bobinage étudiés (bobinages auto-porteur et bobinages droits) : La première considère que les spires formant le bobinage sont alignées et leurs positions sont déterminées. Dans ce cas, la sommation des grandeurs magnétiques liées à chaque spire est utilisée, afin de déterminer une grandeur physique liée à la phase. Lorsque les spires sont en vrac et que leur position individuelle n'est pas déterminée, l'intégration des grandeurs magnétiques sur le bobinage est réalisée afin de déterminer les grandeurs globales. Dans la majorité des cas, les bobinages auto-porteurs sont liés à la sommation, tandis que les bobinages droits le sont à l'intégration.

L'originalité de la thèse peut être résumée par les points suivants :

- modélisation magnétique à caractère générique avec différents modèles ayant chacun leur domaine de prédilection ;
- formulation des phénomènes physiques en vue du dimensionnement ;
- comparaison des modèles analytiques avec des simulations numériques afin de les valider et/ou de les améliorer ;
- utilisation de la méthode des images, afin de déterminer les inductances des bobinages dans l'entrefer ;
- optimisation prenant en compte différents domaines de la physique où les paramètres libres sont analysés globalement ;
- conception et fabrication d'un prototype lié à un projet et un cahier des charges concret et permettant de valider intégralement la phase d'optimisation et les modèles analytiques établis.

Ce travail constitue une brique de base au niveau de la modélisation d'un moteur synchrone à aimants permanents. Les modèles présentés au cours de ce travail peuvent faire l'objet d'innombrables améliorations selon le niveau de précision recherché. Il faut toutefois garder à l'esprit qu'un

modèle de dimensionnement trop complexe peut conduire à des échecs au cours de l'optimisation. Cependant, certains aspects non traités ou seulement partiellement abordés mériteraient une étude approfondie :

- étude de l'électronique de commande en tenant compte des pertes fer induites dans le moteur par les oscillations de courant dues à la modulation à largeur d'impulsions (MLI) ;
- influence de l'excentricité du rotor sur les performances du moteur ;
- détermination analytique du couple réluctant en fonction de la géométrie ;
- modélisation analytique des pertes fer dans la culasse rotorique et dans les aimants permanents dues à l'effet d'encoches ;
- intégration des phénomènes transitoires, principalement thermiques, où les équations différentielles sont résolues en utilisant des fonctionnelles dédiées à l'optimisation ;
- étude mécanique du moteur en prenant en compte les problèmes de rigidité et de fréquence propre.

Dans un domaine de puissance supérieur à 1 kW, le modèle mécanique lié aux frottements n'est pas indispensable. Cependant, pour des moteurs où les puissances en jeu sont inférieures à quelques watts, un modèle mécanique intégrant les frottements est nécessaire (p.e. moteur de montre).

Cette liste pourrait encore s'allonger, car il est toujours possible de modéliser certains phénomènes intéressants qui peuvent éviter un trop grand choix de solutions préliminaires et limiter les ajustements à réaliser après optimisation.

Annexes

Modélisation avancée de la courbe $B-H$

Le comportement $B-H$ d'un matériau peut être déterminé à l'aide d'une courbe définie par morceaux [20], dont les dérivées sont continues au niveau des points d'intersection (FIG. A.1).

Les trois intervalles formant la courbe sont :

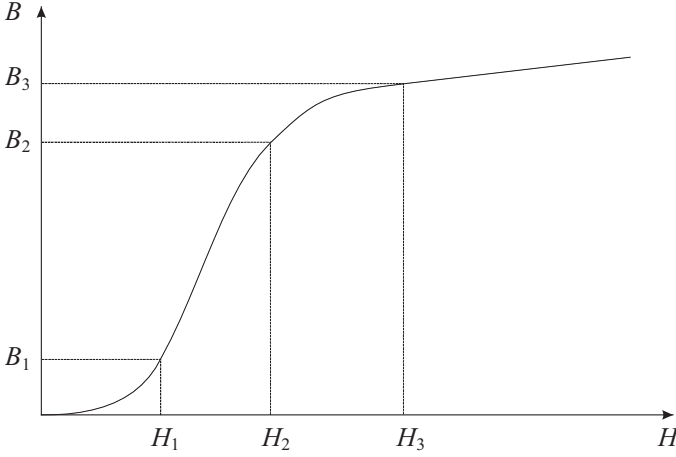
- partie initiale : $H < H_1$
- partie centrale : $H_1 \leq H \leq H_3$
- partie terminale : $H > H_3$

La courbe de base est définie par la fonction suivante :

$$B = \frac{H - H_0}{\eta + \xi(H - H_0)} \quad (\text{A.1})$$

Partie centrale

Les points (H_1, B_1) , (H_2, B_2) et (H_3, B_3) permettent de déterminer les coefficients de la fonction de base, afin d'établir la partie centrale de la

FIG. A.1 – Courbe $B-H$ définie par morceaux

courbe :

$$\xi = \frac{(H_1 B_2 - H_2 B_1)(B_1 - B_3) - (H_1 B_3 - H_3 B_1)(B_1 - B_2)}{B_1 B_2 (H_1 - H_2)(B_1 - B_3) - B_1 B_3 (H_1 - H_3)(B_1 - B_2)} \quad (\text{A.2})$$

$$H_0 = \frac{\xi(H_1 - H_2)B_1 B_2 - H_1 B_2 + H_2 B_1}{B_1 - B_2} \quad (\text{A.3})$$

$$\eta = \frac{H_1 - H_0 - \xi B_1 (H_1 - H_0)}{B_1} \quad (\text{A.4})$$

Partie initiale

La partie initiale de la courbe est déterminée par la valeur de $B_{01} = B(H = 0)$ sur la tangente calculée au point (H_1, B_1) . La pente de la tangente au point (H_1, B_1) s'écrit :

$$m_1 = \left. \frac{dB}{dH} \right|_{B=B_1} = \frac{\eta}{[\eta + \xi(H_1 - H_0)]^2} \quad (\text{A.5})$$

La valeur de la tangente au point $H = 0$ s'écrit :

$$B_{01} = B_1 - m_1 H_1 \quad (\text{A.6})$$

Deux fonctions sont utilisées pour approximer la partie initiale de la courbe selon la valeur de B_{01} :

- si $B_{01} \leq 0$:

$$B = \alpha H^2 + \beta H \quad (\text{A.7})$$

avec :

$$\alpha = \frac{m_1 H_1 - B_1}{H_1^2} \quad (\text{A.8})$$

$$\beta = 2 \frac{B_1}{H_1} - m_1 \quad (\text{A.9})$$

- si $B_{01} > 0$:

$$B = \frac{H}{\alpha + \beta H} \quad (\text{A.10})$$

avec :

$$\alpha = m_1 \frac{H_1^2}{B_1^2} \quad (\text{A.11})$$

$$\beta = \frac{H_1/B_1 - \alpha}{H_1} \quad (\text{A.12})$$

Partie terminale

La partie terminale de la courbe est définie par la fonction suivante qui possède une asymptote oblique de pente μ_0 :

$$B = \mu_0 H - \frac{\gamma}{H} + \zeta \quad (\text{A.13})$$

Les coefficients γ et ζ sont déterminés de telle manière que la courbe passe au niveau du point (H_3, B_3) et soit tangente en ce point à la partie centrale de la courbe :

$$\gamma = H_3^2 (m_3 - \mu_0) \quad (\text{A.14})$$

$$\zeta = B_3 + H_3 (m_3 - 2\mu_0) \quad (\text{A.15})$$

avec :

$$m_3 = \frac{\eta}{[\eta + \xi(H_3 - H_0)]^2} \quad (\text{A.16})$$

Bobinages triphasés : compléments bobinage

B.1 Facteur de bobinage

Lorsque les bobines constituant le bobinage d'une phase ne sont pas concentriques et sont déphasées les unes par rapport aux autres au niveau magnétique, l'expression 2.57 n'est plus valable. Le flux totalisé doit faire intervenir le facteur de bobinage (2.135).

Le facteur de bobinage prend en compte plusieurs effets qui sont eux-mêmes exprimés par différents facteurs [57, chap. 2]. Le facteur de bobinage s'exprime :

$${}^{\nu}k_w = {}^{\nu}k_d {}^{\nu}k_s \quad (\text{B.1})$$

avec ${}^{\nu}k_d$ et ${}^{\nu}k_s$ correspondant respectivement au facteur de distribution et au facteur de raccourcissement.

Le facteur de distribution prend en compte uniquement la distribution des bobines entre elles (d'une même phase) et ne tient pas compte de la distribution des spires à l'intérieur même d'une bobine. Ainsi, on émet l'hypothèse que toutes les spires d'une même bobine captent un flux

magnétique similaire.

Facteur de distribution

Le facteur de distribution tient compte de la répartition du bobinage dans plusieurs encoches. Pour un nombre d'encoches par pôle et par phase q entier, le facteur de distribution tient compte de la distribution des bobines dans les encoches successives. Il s'écrit :

$$\nu_{k_d} = \left| \frac{\sin \left[\nu \left(\frac{\pi}{2m} \right) \right]}{q \sin \left[\nu \left(\frac{\pi}{2mq} \right) \right]} \right| \quad (\text{B.2})$$

avec m correspondant au nombre de phases.

Pour un nombre d'encoches par pôle et par phase fractionnaire, le facteur de distribution tient compte de la répartition des bobines dans les encoches permettant de minimiser le déphasage magnétique résultant de toutes les bobines d'une même phase.

$$\nu_{k_d} = \left| \frac{\sin \left[\nu \left(\frac{\pi}{2m} \right) \right]}{q' \sin \left[\nu \left(\frac{\pi}{2mq'} \right) \right]} \right| \quad (\text{B.3})$$

avec le paramètre q' qui correspond au plus petit commun multiple de q et qui s'exprime :

$$q' = \frac{Z_n}{\text{pgcd}(Z_n, 2mp)} \quad (\text{B.4})$$

avec $\text{pgcd}()$ correspondant au calcul du plus grand diviseur commun.

Facteur de raccourcissement

Le facteur de raccourcissement tient compte du raccourcissement de l'ouverture de bobine par rapport au pas polaire. Ce facteur est déterminé par le rapport entre le flux capté par une bobine¹ et le flux total induit

¹La bobine est centrée sous un pôle magnétique.

par un pôle magnétique et s'exprime :

$$\nu k_s = \left| \sin \left(\nu \frac{s_z \tau_d \pi}{\tau_p} \right) \right| \quad (\text{B.5})$$

où s_z est l'ouverture de bobine en nombre de dents et τ_d est le pas dentaire :

$$\tau_d = \frac{\pi d_a}{Z_n} \quad (\text{B.6})$$

Après simplification, le facteur de raccourcissement peut s'écrire :

$$\nu k_s = \left| \sin \left(\nu \frac{s_z p}{Z_n} \pi \right) \right| \quad (\text{B.7})$$

B.2 Configurations possibles

Les configurations de bobinage présentées dans cette section sont toutes à doubles couches. Les bobinages triphasés équilibrés faisables (selon l'équation 2.150) sont répertoriés dans le tableau B.1 pour des configurations jusqu'à 48 encoches et 38 pôles magnétiques. Les configurations possédant un nombre d'encoches par pôle et par phase plus petit que 0.25 ne sont pas prises en considération. Les bobinages possédant une ouverture plus grande que 240 degrés électriques ne sont pas pris en considération.

Les tableaux B.2, B.3 et B.4 répertorient respectivement le nombre d'encoches par pôle et par phase, l'ouverture maximale de bobine en degrés électriques et l'ouverture maximale de bobine en nombre de dents.

Le tableau B.5 dresse une liste des facteurs de bobinage pour les configurations définies ci-dessus avec variations de l'ouverture de bobine.

TAB. B.1 – Configurations avec bobinage triphasé équilibré

| $2p \backslash Z_n$ | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 |
|---------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 2 | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok |
| 4 | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok |
| 6 | | | ok | | | ok | | | ok | | | ok | | | ok | |
| 8 | | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok |
| 10 | | | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok |
| 12 | | | ok | | | ok | | | ok | | | ok | | | ok | |
| 14 | | | | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok |
| 16 | | | | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok |
| 18 | | | | | | | | | ok | | | | | | | |
| 20 | | | | | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok |
| 22 | | | | | | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok |
| 24 | | | | | | ok | | | ok | | | ok | | | ok | |
| 26 | | | | | | | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok |
| 28 | | | | | | | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok |
| 30 | | | | | | | | | ok | | | ok | | | | ok |
| 32 | | | | | | | | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok |
| 34 | | | | | | | | | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok |
| 36 | | | | | | | | | ok | | | | | | | |
| 38 | | | | | | | | | | ok | ok | ok | ok | ok | ok | ok |

TAB. B.2 – Nombre d’encoches par pôle et par phase

| $2p \backslash Z_n$ | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 2 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 | 5.5 | 6 | 6.5 | 7 | 7.5 | 8 |
| 4 | 0.25 | 0.5 | 0.75 | 1 | 1.25 | 1.5 | 1.75 | 2 | 2.25 | 2.5 | 2.75 | 3 | 3.25 | 3.5 | 3.75 | 4 |
| 6 | | | 0.5 | | | 1 | | | 1.5 | | | 2 | | | 2.5 | |
| 8 | | 0.25 | 0.38 | 0.5 | 0.63 | 0.75 | 0.88 | 1 | 1.13 | 1.25 | 1.38 | 1.5 | 1.63 | 1.75 | 1.88 | 2 |
| 10 | | | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 | 1.6 |
| 12 | | | 0.25 | | | 0.5 | | | 0.75 | | | 1 | | | 1.25 | |
| 14 | | | | 0.29 | 0.36 | 0.43 | 0.5 | 0.57 | 0.64 | 0.71 | 0.79 | 0.86 | 0.93 | 1 | 1.07 | 1.14 |
| 16 | | | | 0.25 | 0.31 | 0.38 | 0.44 | 0.5 | 0.56 | 0.63 | 0.69 | 0.75 | 0.81 | 0.88 | 0.94 | 1 |
| 18 | | | | | | | | | 0.5 | | | | | | | |
| 20 | | | | | 0.25 | 0.3 | 0.35 | 0.4 | 0.45 | 0.5 | 0.55 | 0.6 | 0.65 | 0.7 | 0.75 | 0.8 |
| 22 | | | | | | 0.27 | 0.32 | 0.36 | 0.41 | 0.45 | 0.5 | 0.55 | 0.59 | 0.64 | 0.68 | 0.73 |
| 24 | | | | | | 0.25 | | | 0.38 | | | 0.5 | | | 0.63 | |
| 26 | | | | | | | 0.27 | 0.31 | 0.35 | 0.38 | 0.42 | 0.46 | 0.5 | 0.54 | 0.58 | 0.62 |
| 28 | | | | | | | 0.25 | 0.29 | 0.32 | 0.36 | 0.39 | 0.43 | 0.46 | 0.5 | 0.54 | 0.57 |
| 30 | | | | | | | | | 0.3 | | | 0.4 | | | 0.5 | |
| 32 | | | | | | | | 0.25 | 0.28 | 0.31 | 0.34 | 0.38 | 0.41 | 0.44 | 0.47 | 0.5 |
| 34 | | | | | | | | | 0.26 | 0.29 | 0.32 | 0.35 | 0.38 | 0.41 | 0.44 | 0.47 |
| 36 | | | | | | | | | 0.25 | | | | | | | |
| 38 | | | | | | | | | | 0.26 | 0.29 | 0.32 | 0.34 | 0.37 | 0.39 | 0.42 |

TAB. B.3 – Ouverture de bobine maximale [en degrés électriques]

| $2p \backslash Z_n$ | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 | |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2 | 120 | 180 | 160 | 180 | 168 | 180 | 171 | 180 | 173 | 180 | 175 | 180 | 175 | 180 | 176 | 180 | |
| 4 | 240 | 120 | 160 | 180 | 192 | 160 | 171 | 180 | 187 | 168 | 175 | 180 | 185 | 171 | 176 | 180 | |
| 6 | | | 120 | | | 180 | | | 160 | | | 180 | | | 168 | | |
| 8 | | 240 | 160 | 120 | 192 | 160 | 206 | 180 | 160 | 192 | 175 | 160 | 185 | 171 | 192 | 180 | |
| 10 | | | | 200 | 150 | 120 | 200 | 171 | 150 | 200 | 180 | 164 | 200 | 185 | 171 | 160 | 188 |
| 12 | | | 240 | | | 120 | | | 160 | | | 180 | | | 192 | | |
| 14 | | | | | 210 | 168 | 140 | 120 | 210 | 187 | 168 | 153 | 210 | 194 | 180 | 168 | 158 |
| 16 | | | | | 240 | 192 | 160 | 137 | 120 | 213 | 192 | 175 | 160 | 148 | 206 | 192 | 180 |
| 18 | | | | | | | | | 120 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | 240 | 200 | 171 | 150 | 133 | 120 | 218 | 200 | 185 | 171 | 160 | 150 | |
| 22 | | | | | | 220 | 189 | 165 | 147 | 132 | 120 | 220 | 203 | 189 | 176 | 165 | |
| 24 | | | | | | | 240 | | | 160 | | | 120 | | | 192 | |
| 26 | | | | | | | | 223 | 195 | 173 | 156 | 142 | 130 | 120 | 223 | 208 | 195 |
| 28 | | | | | | | | 240 | 210 | 187 | 168 | 153 | 140 | 129 | 120 | 224 | 210 |
| 30 | | | | | | | | | | 200 | | 150 | | | | 120 | |
| 32 | | | | | | | | | 240 | 213 | 192 | 175 | 160 | 148 | 137 | 128 | 120 |
| 34 | | | | | | | | | | 227 | 204 | 185 | 170 | 157 | 146 | 136 | 128 |
| 36 | | | | | | | | | | 240 | | | | | | | |
| 38 | | | | | | | | | | | 228 | 207 | 190 | 175 | 163 | 152 | 143 |

TAB. B.4 – Ouverture de bobine maximale [en nombre de dents]

| $2p \backslash Z_n$ | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 |
|---------------------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 2 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 | 15 | 16 | 18 | 19 | 21 | 22 | 24 |
| 4 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9 | 10 | 10 | 11 | 12 |
| 6 | | | 1 | | | 3 | | | 4 | | | 6 | | | 7 | |
| 8 | | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| 10 | | | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 |
| 12 | | | 1 | | | 1 | | | 2 | | | 3 | | | 4 | |
| 14 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 16 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 18 | | | | | | | | | 1 | | | | | | | |
| 20 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 22 | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 24 | | | | | | | 1 | | | 1 | | 1 | | | 2 | |
| 26 | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 28 | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 30 | | | | | | | | | | 1 | | 1 | | | 1 | |
| 32 | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 34 | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 36 | | | | | | | | | | 1 | | | | | | |
| 38 | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

TAB. B.5 – Facteurs de bobinage pour moteur triphasé

| Z_n | $2p$ | s_z | 1k_d | 3k_d | 5k_d | 7k_d | 1k_s | 3k_s | 5k_s | 7k_s | 1k_w | 3k_w | 5k_w | 7k_w |
|-------|------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| 6 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| | 8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| 9 | 2 | 4 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 |
| | 2 | 3 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.831 | 0 | 0.188 | 0.154 |
| | 2 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.643 | 0.866 | 0.342 | 0.985 | 0.617 | 0.577 | 0.074 | 0.175 | |
| | 4 | 2 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 |
| | 4 | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.643 | 0.866 | 0.342 | 0.985 | 0.617 | 0.577 | 0.074 | 0.175 |
| | 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| | 8 | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 |
| | 10 | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 |
| 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| 12 | 2 | 6 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 |
| | 2 | 5 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.933 | 0.5 | 0.067 | 0.067 |
| | 2 | 4 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.837 | 0 | 0.224 | 0.224 |
| | 4 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | 4 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.5 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 1 | 0.5 | 0.5 |
| | 8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| | 10 | 1 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.925 | 0.462 | 0.053 | 0.041 |
| 14 | 1 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.925 | 0.462 | 0.053 | 0.041 | |
| 16 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| 15 | 2 | 7 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 |
| | 2 | 6 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.951 | 0.588 | 0 | 0.588 | 0.91 | 0.38 | 0 | 0.088 |
| | 2 | 5 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.829 | 0 | 0.173 | 0.129 |
| | 4 | 4 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 |
| | 4 | 3 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.951 | 0.588 | 0 | 0.588 | 0.91 | 0.38 | 0 | 0.088 |
| | 4 | 2 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.743 | 0.588 | 0.866 | 0.407 | 0.711 | 0.38 | 0.173 | 0.061 |
| | 8 | 2 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 |
| | 8 | 1 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.743 | 0.588 | 0.866 | 0.407 | 0.711 | 0.38 | 0.173 | 0.061 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| 14 | 1 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 | |
| 16 | 1 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 | |
| 20 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| 18 | 2 | 9 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 |
| | 2 | 8 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 |
| | 2 | 7 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.94 | 0.5 | 0.174 | 0.766 | 0.902 | 0.333 | 0.038 | 0.136 |
| | 4 | 4 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 |
| | 4 | 3 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.831 | 0 | 0.188 | 0.154 |
| | 4 | 2 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.643 | 0.866 | 0.342 | 0.985 | 0.617 | 0.577 | 0.074 | 0.175 |
| 6 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 6 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |

| Z_n | $2p$ | s_z | 1k_d | 3k_d | 5k_d | 7k_d | 1k_s | 3k_s | 5k_s | 7k_s | 1k_w | 3k_w | 5k_w | 7k_w |
|-------|------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 18 | 8 | 2 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 |
| | | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.643 | 0.866 | 0.342 | 0.985 | 0.617 | 0.577 | 0.074 | 0.175 |
| | 10 | 2 | 0.956 | 0.644 | 0.197 | 0.145 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.942 | 0.558 | 0.127 | 0.05 |
| | | 1 | 0.956 | 0.644 | 0.197 | 0.145 | 0.766 | 0.5 | 0.94 | 0.174 | 0.732 | 0.322 | 0.185 | 0.025 |
| | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| | 14 | 1 | 0.956 | 0.644 | 0.197 | 0.145 | 0.94 | 0.5 | 0.174 | 0.766 | 0.898 | 0.322 | 0.034 | 0.111 |
| | 16 | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 |
| | 20 | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 |
| | 22 | 1 | 0.956 | 0.644 | 0.197 | 0.145 | 0.94 | 0.5 | 0.174 | 0.766 | 0.898 | 0.322 | 0.034 | 0.111 |
| | 24 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| 21 | 2 | 10 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.997 | 0.975 | 0.931 | 0.866 | 0.953 | 0.626 | 0.182 | 0.124 |
| | | 9 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.975 | 0.782 | 0.434 | 0 | 0.932 | 0.502 | 0.085 | 0 |
| | | 8 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.931 | 0.434 | 0.295 | 0.866 | 0.89 | 0.279 | 0.058 | 0.124 |
| | | 7 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.828 | 0 | 0.169 | 0.124 |
| | 4 | 5 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.997 | 0.975 | 0.931 | 0.866 | 0.953 | 0.626 | 0.182 | 0.124 |
| | | 4 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.931 | 0.434 | 0.295 | 0.866 | 0.89 | 0.279 | 0.058 | 0.124 |
| | | 3 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.782 | 0.434 | 0.975 | 0 | 0.747 | 0.279 | 0.191 | 0 |
| | | 8 | 3 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.975 | 0.782 | 0.434 | 0 | 0.932 | 0.502 | 0.085 |
| | 10 | 2 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.931 | 0.434 | 0.295 | 0.866 | 0.89 | 0.279 | 0.058 | 0.124 |
| | | 2 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.997 | 0.975 | 0.931 | 0.866 | 0.953 | 0.626 | 0.182 | 0.124 |
| | | 1 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.68 | 0.782 | 0.563 | 0.866 | 0.65 | 0.502 | 0.11 | 0.124 |
| | | 14 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| | 16 | 1 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.931 | 0.434 | 0.295 | 0.866 | 0.89 | 0.279 | 0.058 | 0.124 |
| | 20 | 1 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.997 | 0.975 | 0.931 | 0.866 | 0.953 | 0.626 | 0.182 | 0.124 |
| | 22 | 1 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.997 | 0.975 | 0.931 | 0.866 | 0.953 | 0.626 | 0.182 | 0.124 |
| | 26 | 1 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.931 | 0.434 | 0.295 | 0.866 | 0.89 | 0.279 | 0.058 | 0.124 |
| 28 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | | |
| 24 | 2 | 12 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 |
| | | 11 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 | 0.991 | 0.924 | 0.793 | 0.609 | 0.949 | 0.604 | 0.163 | 0.096 |
| | | 10 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.925 | 0.462 | 0.053 | 0.041 |
| | | 9 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 | 0.924 | 0.383 | 0.383 | 0.924 | 0.885 | 0.25 | 0.079 | 0.146 |
| | 4 | 6 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 |
| | | 5 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.933 | 0.5 | 0.067 | 0.067 |
| | | 4 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.837 | 0 | 0.224 | 0.224 |
| | 8 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| | | 2 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.923 | 0.453 | 0.05 | 0.037 |
| | | 1 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.609 | 0.924 | 0.131 | 0.991 | 0.582 | 0.592 | 0.025 | 0.14 |
| | 14 | 2 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.923 | 0.453 | 0.05 | 0.037 |
| | | 1 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.793 | 0.383 | 0.991 | 0.131 | 0.758 | 0.245 | 0.193 | 0.018 |
| | | 16 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| | | 20 | 1 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.925 | 0.462 | 0.053 |
| | 22 | 1 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.991 | 0.924 | 0.793 | 0.609 | 0.947 | 0.592 | 0.154 | 0.086 |
| 26 | 1 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.991 | 0.924 | 0.793 | 0.609 | 0.947 | 0.592 | 0.154 | 0.086 | |
| 28 | 1 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.925 | 0.462 | 0.053 | 0.041 | |
| 32 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | | |
| 27 | 2 | 13 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.998 | 0.985 | 0.958 | 0.918 | 0.954 | 0.63 | 0.186 | 0.129 |
| | | 12 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.941 | 0.554 | 0.125 | 0.048 |
| | | 11 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.958 | 0.643 | 0.116 | 0.449 | 0.915 | 0.411 | 0.022 | 0.063 |
| | | 10 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.918 | 0.342 | 0.449 | 0.958 | 0.877 | 0.219 | 0.087 | 0.134 |

| Z_n | $2p$ | s_z | 1k_d | 3k_d | 5k_d | 7k_d | 1k_s | 3k_s | 5k_s | 7k_s | 1k_w | 3k_w | 5k_w | 7k_w | |
|-------|------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-------|
| 27 | 4 | 7 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.998 | 0.985 | 0.958 | 0.918 | 0.954 | 0.63 | 0.186 | 0.129 | |
| | | 6 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.941 | 0.554 | 0.125 | 0.048 | |
| | | 5 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.918 | 0.342 | 0.449 | 0.958 | 0.877 | 0.219 | 0.087 | 0.134 | |
| | 6 | 4 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 | |
| | | 3 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.831 | 0 | 0.188 | 0.154 | |
| | | 2 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.643 | 0.866 | 0.342 | 0.985 | 0.617 | 0.577 | 0.074 | 0.175 | |
| | 8 | 3 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.941 | 0.554 | 0.125 | 0.048 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.802 | 0.342 | 0.998 | 0.231 | 0.766 | 0.219 | 0.193 | 0.032 | |
| | 10 | 3 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.941 | 0.554 | 0.125 | 0.048 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.918 | 0.342 | 0.449 | 0.958 | 0.877 | 0.219 | 0.087 | 0.134 | |
| | 12 | 2 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 | |
| | | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.643 | 0.866 | 0.342 | 0.985 | 0.617 | 0.577 | 0.074 | 0.175 | |
| | 14 | 2 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.998 | 0.985 | 0.958 | 0.918 | 0.954 | 0.63 | 0.186 | 0.129 | |
| | | 1 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.727 | 0.643 | 0.802 | 0.55 | 0.695 | 0.411 | 0.155 | 0.077 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.958 | 0.643 | 0.116 | 0.449 | 0.915 | 0.411 | 0.022 | 0.063 | |
| | 16 | 1 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.802 | 0.342 | 0.998 | 0.231 | 0.766 | 0.219 | 0.193 | 0.032 | |
| | | 18 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| | 20 | 1 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.918 | 0.342 | 0.449 | 0.958 | 0.877 | 0.219 | 0.087 | 0.134 | |
| | 22 | 1 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.958 | 0.643 | 0.116 | 0.449 | 0.915 | 0.411 | 0.022 | 0.063 | |
| | 24 | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 | |
| | 26 | 1 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.998 | 0.985 | 0.958 | 0.918 | 0.954 | 0.63 | 0.186 | 0.129 | |
| | 28 | 1 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.998 | 0.985 | 0.958 | 0.918 | 0.954 | 0.63 | 0.186 | 0.129 | |
| | 30 | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 | |
| | 32 | 1 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.958 | 0.643 | 0.116 | 0.449 | 0.915 | 0.411 | 0.022 | 0.063 | |
| | 34 | 1 | 0.955 | 0.64 | 0.194 | 0.14 | 0.918 | 0.342 | 0.449 | 0.958 | 0.877 | 0.219 | 0.087 | 0.134 | |
| | 36 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| | 30 | 2 | 15 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 |
| | | | 14 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 |
| | | | 13 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.978 | 0.809 | 0.5 | 0.105 | 0.936 | 0.524 | 0.1 | 0.016 |
| | | 4 | 12 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.951 | 0.588 | 0 | 0.588 | 0.91 | 0.38 | 0 | 0.088 |
| | | | 7 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 |
| | | | 6 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.951 | 0.588 | 0 | 0.588 | 0.91 | 0.38 | 0 | 0.088 |
| | | 8 | 5 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.829 | 0 | 0.173 | 0.129 |
| | | | 4 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 |
| | | | 3 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.951 | 0.588 | 0 | 0.588 | 0.91 | 0.38 | 0 | 0.088 |
| | | 10 | 2 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.743 | 0.588 | 0.866 | 0.407 | 0.711 | 0.38 | 0.173 | 0.061 |
| 3 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 14 | | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.14 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.95 | 0.608 | 0.167 | 0.104 | |
| | | 1 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.14 | 0.669 | 0.809 | 0.5 | 0.914 | 0.639 | 0.517 | 0.097 | 0.127 | |
| 16 | | 2 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 | |
| | | 1 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.743 | 0.588 | 0.866 | 0.407 | 0.711 | 0.38 | 0.173 | 0.061 | |
| | | 20 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| 22 | | 1 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.14 | 0.914 | 0.309 | 0.5 | 0.978 | 0.873 | 0.198 | 0.097 | 0.136 | |
| 26 | | 1 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.14 | 0.978 | 0.809 | 0.5 | 0.105 | 0.934 | 0.517 | 0.097 | 0.015 | |
| 28 | | 1 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 | |
| 32 | | 1 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 | |
| 34 | | 1 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.14 | 0.978 | 0.809 | 0.5 | 0.105 | 0.934 | 0.517 | 0.097 | 0.015 | |
| 38 | | 1 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.14 | 0.914 | 0.309 | 0.5 | 0.978 | 0.873 | 0.198 | 0.097 | 0.136 | |

| Z_n | $2p$ | s_z | 1k_d | 3k_d | 5k_d | 7k_d | 1k_s | 3k_s | 5k_s | 7k_s | 1k_w | 3k_w | 5k_w | 7k_w | |
|-------|------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-------|
| 33 | 2 | 16 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.999 | 0.99 | 0.972 | 0.945 | 0.954 | 0.632 | 0.187 | 0.131 | |
| | | 15 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.99 | 0.91 | 0.756 | 0.541 | 0.946 | 0.581 | 0.146 | 0.075 | |
| | | 14 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.972 | 0.756 | 0.372 | 0.095 | 0.928 | 0.483 | 0.072 | 0.013 | |
| | | 13 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.945 | 0.541 | 0.095 | 0.69 | 0.903 | 0.345 | 0.018 | 0.096 | |
| | 4 | 8 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.999 | 0.99 | 0.972 | 0.945 | 0.954 | 0.632 | 0.187 | 0.131 | |
| | | 7 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.972 | 0.756 | 0.372 | 0.095 | 0.928 | 0.483 | 0.072 | 0.013 | |
| | 6 | 4 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.91 | 0.282 | 0.541 | 0.99 | 0.869 | 0.18 | 0.104 | 0.138 | |
| | | 6 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.999 | 0.99 | 0.972 | 0.945 | 0.954 | 0.632 | 0.187 | 0.131 | |
| | 2 | 3 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.91 | 0.282 | 0.541 | 0.99 | 0.869 | 0.18 | 0.104 | 0.138 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.69 | 0.756 | 0.618 | 0.815 | 0.659 | 0.483 | 0.119 | 0.113 | |
| | 10 | 3 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.99 | 0.91 | 0.756 | 0.541 | 0.946 | 0.581 | 0.146 | 0.075 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.815 | 0.282 | 0.999 | 0.372 | 0.778 | 0.18 | 0.193 | 0.052 | |
| | 14 | 2 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.972 | 0.756 | 0.372 | 0.095 | 0.928 | 0.483 | 0.072 | 0.013 | |
| | | 1 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.618 | 0.91 | 0.189 | 0.999 | 0.591 | 0.581 | 0.036 | 0.139 | |
| | 16 | 2 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.999 | 0.99 | 0.972 | 0.945 | 0.954 | 0.632 | 0.187 | 0.131 | |
| | | 1 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.69 | 0.756 | 0.618 | 0.815 | 0.659 | 0.483 | 0.119 | 0.113 | |
| | 20 | 2 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.945 | 0.541 | 0.095 | 0.69 | 0.903 | 0.345 | 0.018 | 0.096 | |
| | | 1 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.815 | 0.282 | 0.999 | 0.372 | 0.778 | 0.18 | 0.193 | 0.052 | |
| | 22 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| | | 1 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.945 | 0.541 | 0.095 | 0.69 | 0.903 | 0.345 | 0.018 | 0.096 | |
| | 28 | 1 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.972 | 0.756 | 0.372 | 0.095 | 0.928 | 0.483 | 0.072 | 0.013 | |
| | 32 | 1 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.999 | 0.99 | 0.972 | 0.945 | 0.954 | 0.632 | 0.187 | 0.131 | |
| | 34 | 1 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.999 | 0.99 | 0.972 | 0.945 | 0.954 | 0.632 | 0.187 | 0.131 | |
| | 38 | 1 | 0.955 | 0.639 | 0.193 | 0.139 | 0.972 | 0.756 | 0.372 | 0.095 | 0.928 | 0.483 | 0.072 | 0.013 | |
| | 36 | 2 | 18 | 0.956 | 0.644 | 0.197 | 0.145 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.956 | 0.644 | 0.197 | 0.145 |
| | | | 17 | 0.956 | 0.644 | 0.197 | 0.145 | 0.996 | 0.966 | 0.906 | 0.819 | 0.953 | 0.622 | 0.179 | 0.119 |
| | | | 16 | 0.956 | 0.644 | 0.197 | 0.145 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.942 | 0.558 | 0.127 | 0.05 |
| | | | 15 | 0.956 | 0.644 | 0.197 | 0.145 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.924 | 0.455 | 0.051 | 0.038 |
| | | 4 | 9 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 |
| | | | 8 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 |
| | | 7 | 7 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.94 | 0.5 | 0.174 | 0.766 | 0.902 | 0.333 | 0.038 | 0.136 |
| | | | 6 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 |
| | | 6 | 5 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.933 | 0.5 | 0.067 | 0.067 |
| | | | 3 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.707 | 0.707 | 0.707 | 0.707 | 0.683 | 0.5 | 0.183 | 0.183 |
| | | 4 | 4 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 |
| | | | 3 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.831 | 0 | 0.188 | 0.154 |
| | | 8 | 2 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.643 | 0.866 | 0.342 | 0.985 | 0.617 | 0.577 | 0.074 | 0.175 |
| | | | 4 | 0.955 | 0.638 | 0.193 | 0.139 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.941 | 0.553 | 0.124 | 0.047 |
| 10 | | 3 | 0.955 | 0.638 | 0.193 | 0.139 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.923 | 0.451 | 0.05 | 0.036 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.193 | 0.139 | 0.766 | 0.5 | 0.94 | 0.174 | 0.732 | 0.319 | 0.181 | 0.024 | |
| 12 | | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| 14 | | 3 | 0.955 | 0.638 | 0.193 | 0.139 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.923 | 0.451 | 0.05 | 0.036 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.193 | 0.139 | 0.94 | 0.5 | 0.174 | 0.766 | 0.898 | 0.319 | 0.033 | 0.106 | |
| 16 | | 2 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 | |
| | | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.643 | 0.866 | 0.342 | 0.985 | 0.617 | 0.577 | 0.074 | 0.175 | |
| 20 | | 2 | 0.956 | 0.644 | 0.197 | 0.145 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.942 | 0.558 | 0.127 | 0.05 | |
| | | 1 | 0.956 | 0.644 | 0.197 | 0.145 | 0.766 | 0.5 | 0.94 | 0.174 | 0.732 | 0.322 | 0.185 | 0.025 | |
| 22 | | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.193 | 0.139 | 0.94 | 0.5 | 0.174 | 0.766 | 0.898 | 0.319 | 0.033 | 0.106 | |
| | | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.193 | 0.139 | 0.819 | 0.259 | 0.996 | 0.423 | 0.782 | 0.165 | 0.192 | 0.059 | |

| Z_n | $2p$ | s_z | 1k_d | 3k_d | 5k_d | 7k_d | 1k_s | 3k_s | 5k_s | 7k_s | 1k_w | 3k_w | 5k_w | 7k_w | |
|-------|------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-------|
| 36 | 24 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| | 26 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.193 | 0.139 | 0.906 | 0.259 | 0.574 | 0.996 | 0.866 | 0.165 | 0.11 | 0.138 | |
| | 28 | 1 | 0.956 | 0.644 | 0.197 | 0.145 | 0.94 | 0.5 | 0.174 | 0.766 | 0.898 | 0.322 | 0.034 | 0.111 | |
| | 30 | 1 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.925 | 0.462 | 0.053 | 0.041 | |
| | 32 | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 | |
| | 34 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.193 | 0.139 | 0.996 | 0.966 | 0.906 | 0.819 | 0.952 | 0.617 | 0.174 | 0.114 | |
| | 38 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.193 | 0.139 | 0.996 | 0.966 | 0.906 | 0.819 | 0.952 | 0.617 | 0.174 | 0.114 | |
| 39 | 2 | 19 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.999 | 0.993 | 0.98 | 0.961 | 0.954 | 0.634 | 0.188 | 0.133 | |
| | | 18 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.993 | 0.935 | 0.823 | 0.663 | 0.948 | 0.597 | 0.158 | 0.092 | |
| | | 17 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.98 | 0.823 | 0.534 | 0.16 | 0.936 | 0.525 | 0.103 | 0.022 | |
| | | 16 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.961 | 0.663 | 0.16 | 0.392 | 0.917 | 0.423 | 0.031 | 0.054 | |
| | 4 | 10 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.999 | 0.993 | 0.98 | 0.961 | 0.954 | 0.634 | 0.188 | 0.133 | |
| | | 9 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.993 | 0.935 | 0.823 | 0.663 | 0.948 | 0.597 | 0.158 | 0.092 | |
| | | 8 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.961 | 0.663 | 0.16 | 0.392 | 0.917 | 0.423 | 0.031 | 0.054 | |
| | 8 | 7 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.903 | 0.239 | 0.601 | 0.999 | 0.863 | 0.153 | 0.116 | 0.138 | |
| | | 5 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.999 | 0.993 | 0.98 | 0.961 | 0.954 | 0.634 | 0.188 | 0.133 | |
| | | 4 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.961 | 0.663 | 0.16 | 0.392 | 0.917 | 0.423 | 0.031 | 0.054 | |
| | 10 | 4 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.999 | 0.993 | 0.98 | 0.961 | 0.954 | 0.634 | 0.188 | 0.133 | |
| | | 4 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.999 | 0.993 | 0.98 | 0.961 | 0.954 | 0.634 | 0.188 | 0.133 | |
| | | 3 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.935 | 0.465 | 0.239 | 0.823 | 0.893 | 0.297 | 0.046 | 0.114 | |
| | 14 | 3 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.993 | 0.935 | 0.823 | 0.663 | 0.948 | 0.597 | 0.158 | 0.092 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.903 | 0.239 | 0.601 | 0.999 | 0.863 | 0.153 | 0.116 | 0.138 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.961 | 0.663 | 0.16 | 0.392 | 0.917 | 0.423 | 0.031 | 0.054 | |
| | 16 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.601 | 0.935 | 0.08 | 0.98 | 0.574 | 0.597 | 0.015 | 0.135 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.999 | 0.993 | 0.98 | 0.961 | 0.954 | 0.634 | 0.188 | 0.133 | |
| | | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.721 | 0.663 | 0.775 | 0.601 | 0.689 | 0.423 | 0.149 | 0.083 | |
| | 20 | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.98 | 0.823 | 0.534 | 0.16 | 0.936 | 0.525 | 0.103 | 0.022 | |
| | | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.775 | 0.465 | 0.961 | 0.08 | 0.74 | 0.297 | 0.185 | 0.011 | |
| | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| | 28 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.903 | 0.239 | 0.601 | 0.999 | 0.863 | 0.153 | 0.116 | 0.138 | |
| | 32 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.961 | 0.663 | 0.16 | 0.392 | 0.917 | 0.423 | 0.031 | 0.054 | |
| | 34 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.98 | 0.823 | 0.534 | 0.16 | 0.936 | 0.525 | 0.103 | 0.022 | |
| | 38 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.999 | 0.993 | 0.98 | 0.961 | 0.954 | 0.634 | 0.188 | 0.133 | |
| | 42 | 2 | 21 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 |
| | | | 20 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.997 | 0.975 | 0.931 | 0.866 | 0.953 | 0.626 | 0.182 | 0.124 |
| | | | 19 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.989 | 0.901 | 0.733 | 0.5 | 0.945 | 0.578 | 0.143 | 0.071 |
| | | | 18 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.975 | 0.782 | 0.434 | 0 | 0.932 | 0.502 | 0.085 | 0 |
| | | | 17 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.956 | 0.623 | 0.075 | 0.5 | 0.913 | 0.4 | 0.015 | 0.071 |
| | | 4 | 10 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.997 | 0.975 | 0.931 | 0.866 | 0.953 | 0.626 | 0.182 | 0.124 |
| 9 | | | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.975 | 0.782 | 0.434 | 0 | 0.932 | 0.502 | 0.085 | 0 | |
| 8 | | | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.931 | 0.434 | 0.295 | 0.866 | 0.89 | 0.279 | 0.058 | 0.124 | |
| 8 | | 7 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.828 | 0 | 0.169 | 0.124 | |
| | | 5 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.997 | 0.975 | 0.931 | 0.866 | 0.953 | 0.626 | 0.182 | 0.124 | |
| | | 4 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.931 | 0.434 | 0.295 | 0.866 | 0.89 | 0.279 | 0.058 | 0.124 | |
| 10 | | 3 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.782 | 0.434 | 0.975 | 0 | 0.747 | 0.279 | 0.191 | 0 | |
| | | 4 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.997 | 0.975 | 0.931 | 0.866 | 0.952 | 0.622 | 0.179 | 0.12 | |
| | | 3 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.901 | 0.223 | 0.623 | 1 | 0.861 | 0.142 | 0.12 | 0.138 | |
| | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.68 | 0.782 | 0.563 | 0.866 | 0.65 | 0.499 | 0.108 | 0.12 | | |

| Z_n | $2p$ | s_z | 1k_d | 3k_d | 5k_d | 7k_d | 1k_s | 3k_s | 5k_s | 7k_s | 1k_w | 3k_w | 5k_w | 7k_w | |
|-------|------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-------|
| 42 | 14 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| | 16 | 3 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.975 | 0.782 | 0.434 | 0 | 0.932 | 0.502 | 0.085 | 0 | |
| | | 2 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.931 | 0.434 | 0.295 | 0.866 | 0.89 | 0.279 | 0.058 | 0.124 | |
| | 20 | 2 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.997 | 0.975 | 0.931 | 0.866 | 0.953 | 0.626 | 0.182 | 0.124 | |
| | | 1 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.68 | 0.782 | 0.563 | 0.866 | 0.65 | 0.502 | 0.11 | 0.124 | |
| | 22 | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.997 | 0.975 | 0.931 | 0.866 | 0.952 | 0.622 | 0.179 | 0.12 | |
| | | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.733 | 0.623 | 0.826 | 0.5 | 0.7 | 0.398 | 0.159 | 0.069 | |
| | 26 | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.931 | 0.434 | 0.295 | 0.866 | 0.889 | 0.277 | 0.057 | 0.12 | |
| | | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.826 | 0.223 | 0.989 | 0.5 | 0.789 | 0.142 | 0.19 | 0.069 | |
| | 28 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | |
| | 32 | 1 | 0.956 | 0.642 | 0.196 | 0.143 | 0.931 | 0.434 | 0.295 | 0.866 | 0.89 | 0.279 | 0.058 | 0.124 | |
| | 34 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.956 | 0.623 | 0.075 | 0.5 | 0.913 | 0.398 | 0.014 | 0.069 | |
| | 38 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.989 | 0.901 | 0.733 | 0.5 | 0.944 | 0.575 | 0.141 | 0.069 | |
| 45 | 22 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.999 | 0.995 | 0.985 | 0.97 | 0.955 | 0.634 | 0.189 | 0.134 | | |
| | | 23 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.999 | 0.995 | 0.985 | 0.97 | 0.955 | 0.634 | 0.189 | 0.134 | |
| | | 21 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.95 | 0.607 | 0.166 | 0.102 | |
| | | 20 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.941 | 0.552 | 0.123 | 0.047 | |
| | 4 | 19 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.97 | 0.743 | 0.342 | 0.139 | 0.927 | 0.474 | 0.066 | 0.019 | |
| | | 11 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.999 | 0.995 | 0.985 | 0.97 | 0.955 | 0.634 | 0.189 | 0.134 | |
| | | 10 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.941 | 0.552 | 0.123 | 0.047 | |
| | | 9 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.951 | 0.588 | 0 | 0.588 | 0.908 | 0.375 | 0 | 0.081 | |
| | 6 | 8 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.899 | 0.208 | 0.643 | 0.999 | 0.858 | 0.133 | 0.123 | 0.138 | |
| | | 7 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 | |
| | | 6 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.951 | 0.588 | 0 | 0.588 | 0.91 | 0.38 | 0 | 0.088 | |
| | | 5 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.829 | 0 | 0.173 | 0.129 | |
| | 8 | 6 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.95 | 0.607 | 0.166 | 0.102 | |
| | | 5 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.941 | 0.552 | 0.123 | 0.047 | |
| | | 4 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.899 | 0.208 | 0.643 | 0.999 | 0.858 | 0.133 | 0.123 | 0.138 | |
| | | 4 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 | |
| | 10 | 3 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.831 | 0 | 0.188 | 0.154 | |
| | | 2 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.643 | 0.866 | 0.342 | 0.985 | 0.617 | 0.577 | 0.074 | 0.175 | |
| | 12 | 4 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 | |
| | | 3 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.951 | 0.588 | 0 | 0.588 | 0.91 | 0.38 | 0 | 0.088 | |
| | 14 | 2 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.743 | 0.588 | 0.866 | 0.407 | 0.711 | 0.38 | 0.173 | 0.061 | |
| | | 3 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.95 | 0.607 | 0.166 | 0.102 | |
| | 16 | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.829 | 0.208 | 0.985 | 0.53 | 0.792 | 0.133 | 0.189 | 0.073 | |
| | | 3 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.95 | 0.607 | 0.166 | 0.102 | |
| | 20 | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.899 | 0.208 | 0.643 | 0.999 | 0.858 | 0.133 | 0.123 | 0.138 | |
| | | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.985 | 0.866 | 0.643 | 0.342 | 0.945 | 0.577 | 0.14 | 0.061 | |
| | 22 | 1 | 0.96 | 0.667 | 0.218 | 0.177 | 0.643 | 0.866 | 0.342 | 0.985 | 0.617 | 0.577 | 0.074 | 0.175 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.999 | 0.995 | 0.985 | 0.97 | 0.955 | 0.634 | 0.189 | 0.134 | |
| | 24 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.695 | 0.743 | 0.643 | 0.788 | 0.663 | 0.474 | 0.123 | 0.109 | |
| | | 2 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.995 | 0.951 | 0.866 | 0.743 | 0.951 | 0.616 | 0.173 | 0.111 | |
| | 26 | 1 | 0.957 | 0.647 | 0.2 | 0.149 | 0.743 | 0.588 | 0.866 | 0.407 | 0.711 | 0.38 | 0.173 | 0.061 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.97 | 0.743 | 0.342 | 0.139 | 0.927 | 0.474 | 0.066 | 0.019 | |
| | 28 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.788 | 0.407 | 0.985 | 0.07 | 0.753 | 0.259 | 0.189 | 0.01 | |
| | | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.927 | 0.407 | 0.342 | 0.899 | 0.886 | 0.259 | 0.066 | 0.124 | |
| | | | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.829 | 0.208 | 0.985 | 0.53 | 0.792 | 0.133 | 0.189 | 0.073 |

| Z_n | $2p$ | s_z | 1k_d | 3k_d | 5k_d | 7k_d | 1k_s | 3k_s | 5k_s | 7k_s | 1k_w | 3k_w | 5k_w | 7k_w |
|-------|------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 45 | 30 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| | 32 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.899 | 0.208 | 0.643 | 0.999 | 0.858 | 0.133 | 0.123 | 0.138 |
| | 34 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.927 | 0.407 | 0.342 | 0.899 | 0.886 | 0.259 | 0.066 | 0.124 |
| | 38 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.97 | 0.743 | 0.342 | 0.139 | 0.927 | 0.474 | 0.066 | 0.019 |
| 48 | 2 | 24 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 |
| | | 23 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.998 | 0.981 | 0.947 | 0.897 | 0.954 | 0.628 | 0.184 | 0.127 |
| | | 22 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.991 | 0.924 | 0.793 | 0.609 | 0.947 | 0.592 | 0.154 | 0.086 |
| | | 21 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.981 | 0.831 | 0.556 | 0.195 | 0.937 | 0.533 | 0.108 | 0.028 |
| | 4 | 20 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.923 | 0.453 | 0.05 | 0.037 |
| | | 12 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 |
| | | 11 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 | 0.991 | 0.924 | 0.793 | 0.609 | 0.949 | 0.604 | 0.163 | 0.096 |
| | | 10 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.925 | 0.462 | 0.053 | 0.041 |
| | 8 | 9 | 0.958 | 0.653 | 0.205 | 0.158 | 0.924 | 0.383 | 0.383 | 0.924 | 0.885 | 0.25 | 0.079 | 0.146 |
| | | 6 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 |
| | | 5 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.933 | 0.5 | 0.067 | 0.067 |
| | | 4 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.837 | 0 | 0.224 | 0.224 |
| | 10 | 5 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.998 | 0.981 | 0.947 | 0.897 | 0.953 | 0.625 | 0.182 | 0.123 |
| | | 4 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.923 | 0.451 | 0.05 | 0.036 |
| | | 3 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.831 | 0.195 | 0.981 | 0.556 | 0.794 | 0.124 | 0.188 | 0.076 |
| | | 3 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.981 | 0.831 | 0.556 | 0.195 | 0.937 | 0.53 | 0.107 | 0.027 |
| | 14 | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.793 | 0.383 | 0.991 | 0.131 | 0.758 | 0.244 | 0.19 | 0.018 |
| | | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| | | 2 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.923 | 0.453 | 0.05 | 0.037 |
| | 20 | 1 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.609 | 0.924 | 0.131 | 0.991 | 0.582 | 0.592 | 0.025 | 0.14 |
| | | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.991 | 0.924 | 0.793 | 0.609 | 0.947 | 0.589 | 0.152 | 0.084 |
| | | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.659 | 0.831 | 0.442 | 0.947 | 0.63 | 0.53 | 0.085 | 0.13 |
| | | 2 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.991 | 0.924 | 0.793 | 0.609 | 0.947 | 0.589 | 0.152 | 0.084 |
| | 26 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.752 | 0.556 | 0.897 | 0.321 | 0.718 | 0.354 | 0.172 | 0.044 |
| | | 2 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.966 | 0.707 | 0.259 | 0.259 | 0.923 | 0.453 | 0.05 | 0.037 |
| | 28 | 1 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.793 | 0.383 | 0.991 | 0.131 | 0.758 | 0.245 | 0.193 | 0.018 |
| | | 1 | 0.956 | 0.641 | 0.194 | 0.141 | 0.793 | 0.383 | 0.991 | 0.131 | 0.758 | 0.245 | 0.193 | 0.018 |
| | 32 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 | 0.866 | 0 | 0.866 | 0.866 |
| | 34 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.897 | 0.195 | 0.659 | 0.998 | 0.857 | 0.124 | 0.126 | 0.137 |
| | 38 | 1 | 0.955 | 0.638 | 0.192 | 0.138 | 0.947 | 0.556 | 0.065 | 0.659 | 0.904 | 0.354 | 0.013 | 0.091 |

ANNEXE C

Couple réductant : N_{rel} et k_{rel}

Les valeurs du nombre de périodes du couple réductant dû aux aimants permanents N_{rel} sont résumées dans le tableau C.1 pour des combinaisons allant jusqu'à 48 encoches et 38 pôles magnétiques. Pour les mêmes combinaisons, le tableau C.2 donne les valeurs des indicateurs d'amplitude du couple réductant k_{rel} .

Modèle thermique : compléments

D.1 Equation de la chaleur

L'équation de Fourier, qui détermine les phénomènes de conduction, s'écrit :

$$\Delta T = -\frac{q_v}{\lambda} \quad (\text{D.1})$$

avec q_v et λ correspondant respectivement à la densité volumique de flux de chaleur (en W/m^3) et à la conductivité thermique.

A partir de (D.1), l'équation de la chaleur, en coordonnées cylindriques, peut s'écrire :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = -\frac{q_v}{\lambda} \quad (\text{D.2})$$

qui donne après une première intégration :

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{q_v}{2\lambda} r + \frac{C_1}{r} \quad (\text{D.3})$$

et après une seconde intégration, pour aboutir à la solution générale :

$$T(r) = \frac{q_v}{4\lambda} r^2 + C_1 \ln(r) + C_2 \quad (\text{D.4})$$

La densité surfacique de flux de chaleur q_s (en W/m²) s'écrit :

$$q_s = -\lambda \frac{dT}{dr} \quad (\text{D.5})$$

qui devient avec (D.3) :

$$q_s = \frac{q_v}{2} r - \frac{C_1 \lambda}{r} \quad (\text{D.6})$$

A partir des équations ci-dessus, il est possible de déterminer les résistances de conduction d'un circuit thermique. Considérons une couche circulaire homogène avec un rayon interne r_i et un rayon externe r_e , ainsi qu'une source de chaleur q_i reçue de l'intérieur de la couche ($r < r_i$). La densité volumique de la source de chaleur générée dans cette couche q s'exprime :

$$q_v = \frac{q}{\pi (r_e^2 - r_i^2) l} \quad (\text{D.7})$$

avec l correspondant à la longueur de la couche.

q_s peut s'écrire au niveau du rayon interne r_i :

$$q_s = \frac{q_v r_i}{2} - \frac{C_1 \lambda}{r_i} = \frac{q_i}{2\pi r_i l} \quad (\text{D.8})$$

Ainsi, la constante d'intégration C_1 s'exprime :

$$C_1 = \frac{q r_i^2}{1\pi l \lambda (r_e^2 - r_i^2)} - \frac{q_i}{2\pi l \lambda} \quad (\text{D.9})$$

Avec (D.4), la différence de température entre r_i et r_e s'écrit :

$$T_i - T_e = \frac{q_v}{4\lambda} (r_e^2 - r_i^2) - C_1 \ln \left(\frac{r_e}{r_i} \right) \quad (\text{D.10})$$

En introduisant C_1 et q_v précédemment calculés, on obtient :

$$T_i - T_e = q_i R_{th1} + (q + q_i) R_{th2} \quad (\text{D.11})$$

avec

$$R_{th1} = \frac{1}{4\pi l \lambda} \left[\frac{2r_e^2 \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{r_e^2 - r_i^2} - 1 \right] \quad (\text{D.12})$$

$$R_{th2} = \frac{1}{4\pi l \lambda} \left[1 - \frac{2r_i^2 \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{r_e^2 - r_i^2} \right] \quad (\text{D.13})$$

$$(\text{D.14})$$

Si la couche est passive ($q = 0$), les deux résistances thermiques R_{th1} et R_{th2} sont connectées en série et leur somme donne l'équation suivante :

$$R_{th1} + R_{th2} = \frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{2\pi l \lambda} \quad (\text{D.15})$$

D.2 Coefficients de convection et rayonnement

Dissipation par convection naturelle

On part de l'hypothèse que l'axe principal du moteur est positionné horizontalement. Dans cette configuration, les coefficients de transfert de chaleur par convection naturelle s'expriment pour chacune des surfaces S_1 et S_2 :

$$h_{c1} = \frac{Nu_D \lambda_{air}}{d_e} \quad (\text{D.16})$$

$$h_{c2} = \frac{Nu_H \lambda_{air}}{h_{eq}} \quad (\text{D.17})$$

où λ_{air} correspond à la conductivité thermique de l'air, d_e exprime le diamètre extérieur et h_{eq} est une hauteur qui est issue de l'approximation

de la surface circulaire S_2 par une zone carrée de surface égale équivalente et qui vaut :

$$h_{eq} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi (d_e^2 - d_a^2)} \quad (D.18)$$

On détermine le coefficient de transfert de chaleur par convection naturelle à l'aide du nombre de Nusselt Nu_D pour la surface latérale de la carcasse extérieure et Nu_H pour la surface des extrémités de la culasse statorique et de la carcasse extérieure.

Nu_D et Nu_H correspondent au nombre de Nusselt pour chaque surface et s'expriment en fonction du nombre de Prandtl Pr et du nombre de Rayleigh Ra_D et Ra_H pour les surfaces respectives :

$$Nu_D = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 Ra_D^{\frac{1}{6}}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{8}{27}}} \right\}^2 \quad (D.19)$$

$$Nu_H = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 Ra_H^{\frac{1}{6}}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{8}{27}}} \right\}^2 \quad (D.20)$$

avec

$$Ra_D = \frac{g \beta_{air} (T_s - T_a) d_e^3}{\alpha_{air} \nu_{air}} \quad (D.21)$$

$$Ra_H = \frac{g \beta_{air} (T_s - T_a) h_{eq}^3}{\alpha_{air} \nu_{air}} \quad (D.22)$$

avec g , β_{air} , α_{air} et ν_{air} étant respectivement la constante de gravité terrestre, le coefficient d'expansion, le coefficient de diffusion thermique et la viscosité cinématique de l'air.

Les paramètres exprimés dans les équations (D.16), (D.17), (D.19), (D.20), (D.21) et (D.22) sont dépendants de la température du film d'air (autour de la surface de la carcasse externe) dont la valeur peut être approchée par :

$$T_f = \frac{T_s + T_a}{2} \quad (D.23)$$

Ces dépendances de température sont interprétées par des droites affines (interpolation de valeurs de tables numériques) :

$$Pr = 7.17 \cdot 10^{-1} - 1.3 \cdot 10^{-4} T_f \quad (\text{D.24})$$

$$\beta_{air} = 3.63 \cdot 10^{-3} - 1.075 \cdot 10^{-5} T_f \quad (\text{D.25})$$

$$\alpha_{air} = 1.85 \cdot 10^{-5} + 1.48 \cdot 10^{-7} T_f \quad (\text{D.26})$$

$$\nu_{air} = 1.36 \cdot 10^{-5} + 8.78 \cdot 10^{-8} T_f \quad (\text{D.27})$$

$$\lambda_{air} = 2.42 \cdot 10^{-2} + 7.28 \cdot 10^{-5} T_f \quad (\text{D.28})$$

avec T_f exprimé en Celsius.

Ajoutons encore que la viscosité cinématique est également fonction de la pression atmosphérique à travers sa variation de densité. La relation est admise linéaire (loi des gaz parfaits) et il suffit de multiplier ν_{air} par p_{a0}/p_a où p_a est la pression atmosphérique du milieu et p_{a0} est la pression atmosphérique au niveau de la mer pour une température de 15°C (selon l'atmosphère standard) et vaut 101'325 N/m².

Dissipation par convection forcée

Deux configurations de flux d'air sont prises en compte dans l'étude. La première considère un flux d'air parallèle à l'axe principal du moteur tandis que la seconde considère un flux perpendiculaire à l'axe du moteur.

Afin de déterminer le coefficient de transfert de chaleur par convection forcée, il est nécessaire de connaître le régime du flux d'air autour du moteur : laminaire ou mixte. Pour cela, il est indispensable d'introduire le nombre de Reynolds. Pour le cas d'un flux d'air dans la direction axiale du moteur, celui-ci vaut :

$$Re_L = \frac{v_{air} l_h}{\nu_{air}} \quad (\text{D.29})$$

avec v_{air} correspondant à la vitesse moyenne du flux d'air dans lequel est plongé le moteur.

Le coefficient de convection, en régime forcé, pour la surface S_1 donne,

en fonction de Re_L :

$$h_{c1} = \begin{cases} 0.664 Re_L^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \frac{\lambda_{air}}{l_n} & Re_L < 5 \cdot 10^{-5} \quad (\text{laminaire}) \\ \left(0.037 Re_L^{\frac{4}{5}} - 871\right) Pr^{\frac{1}{3}} \frac{\lambda_{air}}{l_n} & Re_L \geq 5 \cdot 10^{-5} \quad (\text{mixte}) \end{cases} \quad (\text{D.30})$$

On fait l'hypothèse que, dans une configuration à flux d'air parallèle à l'axe du moteur, les surfaces S_2 dissipent la chaleur par convection naturelle selon (D.17).

Dans le cas d'un flux d'air perpendiculaire à l'axe principal du moteur, le nombre de Reynolds s'exprime pour la surface S_1 :

$$Re_D = \frac{v_{air} d_e}{\nu_{air}} \quad (\text{D.31})$$

et pour la surface S_2 :

$$Re_H = \frac{v_{air} h_{eq}}{\nu_{air}} \quad (\text{D.32})$$

Selon l'équation empirique de Churchill et Bernstein [30], le coefficient de convection, de la surface S_1 , s'écrit pour un flux d'air perpendiculaire à l'axe principal du moteur :

$$h_{c1} = 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{\left[1 + \left(\frac{0.4}{Pr}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282'000}\right)^{\frac{5}{8}}\right]^{\frac{4}{5}} \frac{\lambda_{air}}{d_e} \quad (\text{D.33})$$

Le coefficient de convection h_{c2} est déterminé par l'équation (D.30) en y introduisant Re_H (D.32) au lieu de Re_L .

L'équation (D.33) permet de couvrir tout le domaine de Re_D et une grande partie du domaine de Pr . Ainsi, elle est recommandée pour tout $Re_D Pr > 0.2$.

Dissipation par rayonnement

Selon la loi de Stefan-Boltzmann, la densité de flux de chaleur q_s , exprimée en W/m^2 , émis par rayonnement thermique peut être évaluée par

l'équation suivante :

$$q_s = \epsilon \sigma [(T_s + 273)^4 - (T_a + 273)^4] \quad (\text{D.34})$$

où ϵ correspond au coefficient d'émissivité de la surface et σ est la constante de Stefan-Boltzmann qui vaut $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$.

Le coefficient de transfert de chaleur par rayonnement h_r s'exprime :

$$h_r = \frac{q_s}{T_s - T_a} = \epsilon \sigma (T_s + T_a + 546) [(T_s + 273)^2 + (T_a + 273)^2] \quad (\text{D.35})$$

Le tableau D.1 dresse une liste des coefficients d'émissivité de différents matériaux susceptibles d'être utilisés dans un moteur.

TAB. D.1 – Coefficient d'émissivité ϵ de quelques matériaux

| Matériaux | à 25°C | à 125°C |
|---------------------|----------|---------|
| Acier oxydé | 0.79 | - |
| Acier poli | 0.07 | - |
| Acier inox poli | 0.17 | 0.17 |
| Aluminium poli | 0.04 | 0.05 |
| Aluminium anodisé | 0.82 | 0.76 |
| Carbure de silicium | 0.87 | 0.87 |
| Corps noir mat | 1 | - |
| Font d'acier | 0.6-0.7 | - |
| Plastique | 0.9 | - |
| Teflon | 0.85 | 0.87 |
| Verre | 0.9-0.95 | - |

Dans [58], différentes mesures thermiques ont été réalisées avec un moteur de petite taille. Ces mesures sont confrontées à un modèle analytique qui tient compte de la convection naturelle et du rayonnement selon les modèles présentés dans cette section.

D.3 Matériaux : Conductivité thermique

Le tableau D.2 répertorie la conductivité thermique de quelques matériaux susceptibles d'être utilisés dans les moteurs électriques.

TAB. D.2 – Conductivité thermique λ de quelques matériaux

| Matériaux | à 25°C | à 125°C |
|---|--------|---------|
| Acier ($Mn \leq 1\%$, $Si \leq 0.1\%$) | 60.5 | 56.7 |
| Aluminium | 237 | 240 |
| Cuivre | 401 | 393 |
| Fer pur | 80.2 | 69.5 |
| FeCo | 30 | - |
| FeNi | 15-20 | - |
| FeSi | 31 | - |

Potentiel vecteur : perméabilité du fer constante

L'expression du potentiel vecteur dans les différents milieux donne :

$$A_{z0} = C_0 r \sin(\varphi - \theta_r) \quad \text{intérieur de la culasse rotorique (E.1)}$$

Le terme $\frac{D_0}{r} \sin(\varphi - \theta_r)$ est nul, car le potentiel vecteur doit être fini lorsque $r \rightarrow 0$.

$$A_{z1} = \left(C_1 r + \frac{D_1}{r} \right) \sin(\varphi - \theta_r) \quad \text{culasse rotorique (E.2)}$$

$$A_{z2} = \left(C_2 r + \frac{D_2}{r} \right) \sin(\varphi - \theta_r) \quad \text{aimant (E.3)}$$

$$A_{z3} = \left(C_3 r + \frac{D_3}{r} \right) \sin(\varphi - \theta_r) \quad \text{entrefer (E.4)}$$

$$A_{z4} = \left(C_4 r + \frac{D_4}{r} \right) \sin(\varphi - \theta_r) \quad \text{stator (E.5)}$$

$$A_{z5} = \frac{D_5}{r} \sin(\varphi - \theta_r) \quad \text{extérieur (E.6)}$$

Le terme $C_5 r \sin(\varphi - \theta_r)$ est nul, car le potentiel vecteur doit être fini lorsque $r \rightarrow \infty$. Précisons encore que la carcasse extérieure du moteur est considérée comme de l'air au niveau du modèle magnétique.

Le potentiel vecteur est calculé pour chaque domaine en tenant compte des perméabilités relatives de l'axe moteur $\mu_{r,cr}$, de l'aimant μ_{dr} et de la culasse statorique $\mu_{r,cs}$. Les conditions aux limites (3.56) et (3.57), en introduisant les équations (3.40) et (3.41), forment un système d'équations à résoudre, afin de déterminer les constantes C_k et D_k pour chaque milieu :

- intérieur-culasse rotorique

$$C_0 r_0 = C_1 r_0 + \frac{D_1}{r_0} \quad (\text{E.7})$$

$$\frac{1}{\mu_0} C_0 = \frac{1}{\mu_{r,cr} \mu_0} \left(C_1 - \frac{D_1}{r_0^2} \right) \quad (\text{E.8})$$

- culasse rotorique-aimant

$$C_1 r_1 + \frac{D_1}{r_1} = C_2 r_1 + \frac{D_2}{r_1} \quad (\text{E.9})$$

$$\frac{1}{\mu_{r,cr} \mu_0} \left(C_1 - \frac{D_1}{r_1^2} \right) - \frac{1}{\mu_{dr} \mu_0} \left(C_2 - \frac{D_2}{r_1^2} \right) = -\frac{B_0}{\mu_{dr} \mu_0} \quad (\text{E.10})$$

- aimant-entrefer

$$C_2 r_2 + \frac{D_2}{r_2} = C_3 r_2 + \frac{D_3}{r_2} \quad (\text{E.11})$$

$$\frac{1}{\mu_{dr} \mu_0} \left(C_2 - \frac{D_2}{r_2^2} \right) - \frac{1}{\mu_0} \left(C_3 - \frac{D_3}{r_2^2} \right) = \frac{B_0}{\mu_{dr} \mu_0} \quad (\text{E.12})$$

- entrefer-culasse statorique

$$C_3 r_3 + \frac{D_3}{r_3} = C_4 r_3 + \frac{D_4}{r_3} \quad (\text{E.13})$$

$$\frac{1}{\mu_0} \left(C_3 - \frac{D_3}{r_3^2} \right) = \frac{1}{\mu_{r,cs} \mu_0} \left(C_4 - \frac{D_4}{r_3^2} \right) \quad (\text{E.14})$$

- culasse statorique-extérieur

$$C_4 r_4 + \frac{D_4}{r_4} = \frac{D_5}{r_4} \quad (\text{E.15})$$

$$\frac{1}{\mu_{r,cs}\mu_0} \left(C_4 - \frac{D_4}{r_4^2} \right) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{D_5}{r_4^2} \quad (\text{E.16})$$

En introduisant les courants équivalents linéiques dans l'expression des conditions aux limites, l'équation de Laplace est justifiée. Si ceux-ci ne sont pas pris en compte au niveau des conditions aux limites, l'équation de Poisson doit être résolue avec une solution particulière liée aux courants équivalents de l'aimant permanent.

Une fois le système d'équations résolu, les constantes s'expriment :

$$C_0 = \frac{2B_0}{\mu_{r,cr}} \left(\frac{\xi_9 \xi_3 - 1}{\xi_1 \xi_2} - \frac{\xi_9}{\xi_1 r_1^2} \right) \quad (\text{E.17})$$

$$C_1 = B_0 \left(\frac{1}{\mu_{r,cr}} + 1 \right) \left(\frac{\xi_9 \xi_3 - 1}{\xi_1 \xi_2} - \frac{\xi_9}{\xi_1 r_1^2} \right) \quad (\text{E.18})$$

$$D_1 = B_0 r_0^2 \left(1 - \frac{1}{\mu_{r,cr}} \right) \left(\frac{1 - \xi_9 \xi_3}{\xi_1 \xi_2} + \frac{\xi_9}{\xi_1 r_1^2} \right) \quad (\text{E.19})$$

$$C_2 = \frac{B_0}{\xi_2} (\xi_9 \xi_3 - 1) \quad (\text{E.20})$$

$$D_2 = -B_0 \xi_9 \quad (\text{E.21})$$

$$C_3 = -B_0 \frac{\xi_6 \xi_7}{\xi_4 \xi_7 + \xi_5 \xi_8} \quad (\text{E.22})$$

$$D_3 = -B_0 \frac{\xi_6 \xi_8}{\xi_4 \xi_7 + \xi_5 \xi_8} \quad (\text{E.23})$$

$$C_4 = \frac{B_0}{r_4^2} \frac{\xi_6}{\xi_4 \xi_7 + \xi_5 \xi_8} \left(\frac{\mu_{r,cs} - 1}{\mu_{r,cs} + 1} \right) \quad (\text{E.24})$$

$$D_4 = -B_0 \frac{\xi_6}{\xi_4 \xi_7 + \xi_5 \xi_8} \quad (\text{E.25})$$

$$D_5 = -\frac{2B_0}{(1 + \mu_{r,cs})} \frac{\xi_6}{(\xi_4 \xi_7 + \xi_5 \xi_8)} \quad (\text{E.26})$$

avec

$$\xi_1 = \frac{r_0^2}{r_1^2} \left(\frac{1}{\mu_{r,cr}} - 1 \right) + \frac{1}{\mu_{r,cr}} + 1 \quad (\text{E.27})$$

$$\xi_2 = \frac{\mu_{dr}}{\mu_{r,cr}} \left[1 - \frac{2r_0^2}{r_1^2 \xi_1} \left(\frac{1}{\mu_{r,cr}} - 1 \right) \right] - 1 \quad (\text{E.28})$$

$$\xi_3 = \frac{1}{r_1^2} + \frac{\mu_{dr}}{\mu_{r,cr}} \left[\frac{1}{r_1^2} - \frac{2r_0^2}{r_1^4 \xi_1} \left(\frac{1}{\mu_{r,cr}} - 1 \right) \right] \quad (\text{E.29})$$

$$\xi_4 = \mu_{dr} + \frac{\xi_2 + \xi_3 r_2^2}{\xi_2 - \xi_3 r_2^2} \quad (\text{E.30})$$

$$\xi_5 = \frac{1}{r_2^2} \left(\frac{\xi_2 + \xi_3 r_2^2}{\xi_2 - \xi_3 r_2^2} - \mu_{dr} \right) \quad (\text{E.31})$$

$$\xi_6 = 1 + \frac{1}{\xi_2} \left(\frac{\xi_2 + \xi_3 r_2^2}{\xi_2 - \xi_3 r_2^2} + 1 \right) \quad (\text{E.32})$$

$$\xi_7 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r_4^2} \left(\frac{1 - \mu_{r,cs}}{1 + \mu_{r,cs}} \right) \left(1 + \frac{1}{\mu_{r,cs}} \right) + \frac{1}{r_3^2} \left(1 - \frac{1}{\mu_{r,cs}} \right) \right] \quad (\text{E.33})$$

$$\xi_8 = r_3^2 \xi_7 - \frac{1}{\mu_{r,cs}} \left[\frac{r_3^2}{r_4^2} \left(\frac{1 - \mu_{r,cs}}{1 + \mu_{r,cs}} \right) - 1 \right] \quad (\text{E.34})$$

$$\xi_9 = \frac{\xi_6 \xi_2}{(\xi_4 \xi_7 + \xi_5 \xi_8)(\xi_2 - \xi_3 r_2^2)} (\xi_7 r_2^2 + \xi_8) - \frac{r_2^2}{\xi_2 - \xi_3 r_2^2} \quad (\text{E.35})$$

A l'aide de (3.55), on peut déterminer l'induction magnétique dans les différentes parties du moteur :

- Induction magnétique radiale dans l'entrefer :

$$B_{\delta r} = -B_0 \frac{\xi_6}{\xi_4 \xi_7 + \xi_5 \xi_8} \left(\xi_7 + \frac{\xi_8}{r^2} \right) \cos(\varphi - \theta_r) = \hat{B}_{\delta r} \cos(\varphi - \theta_r) \quad (\text{E.36})$$

- Module de l'induction magnétique dans la culasse rotorique :

$$B_{cr} = |\vec{B}_{cr}| = \sqrt{C_1^2 + \frac{D_1^2}{r^4} + \frac{2C_1 D_1}{r^2} \cos 2(\varphi - \theta_r)} \quad (\text{E.37})$$

- Induction magnétique maximale dans la culasse rotorique :

$$B_{cr,max} = B_{cr}(r=r_0, \varphi = \frac{\pi}{2}, \theta_r = 0) = \left| C_1 - \frac{D_1}{r_0^2} \right| \quad (\text{E.38})$$

- Induction magnétique moyenne dans la culasse rotorique :

$$\bar{B}_{cr} = \frac{1}{e_{cr}} \left| \int_{r_0}^{r_1} B_{cr}(r, \varphi = \frac{\pi}{2}, \theta_r = 0) dr \right| = \left| C_1 - \frac{D_1}{r_0 r_1} \right| \quad (\text{E.39})$$

Pour un axe rotorique plein ($d_i = 0$), l'induction magnétique B_{cr} est homogène et vaut $|C_1|$.

- Module de l'induction magnétique dans la culasse statorique :

$$B_{cs} = |\vec{B}_{cs}| = \frac{1}{k_f} \sqrt{C_4^2 + \frac{D_4^2}{r^4} + \frac{2C_4 D_4}{r^2} \cos 2(\varphi - \theta_r)} \quad (\text{E.40})$$

- Induction magnétique maximale dans la culasse statorique :

$$B_{cs,max} = B_{cs}(r=r_3, \varphi = \frac{\pi}{2}, \theta_r = 0) = \frac{1}{k_f} \left| C_4 - \frac{D_4}{r_3^2} \right| \quad (\text{E.41})$$

- Induction magnétique moyenne dans la culasse statorique :

$$\bar{B}_{cs} = \frac{1}{e_{cs}} \left| \int_{r_3}^{r_4} B_{cs}(r, \varphi = \frac{\pi}{2}, \theta_r = 0) dr \right| = \frac{1}{k_f} \left| C_4 - \frac{D_4}{r_3 r_4} \right| \quad (\text{E.42})$$

avec le coefficient de foisonnement k_f .

Projet « Solar Impulse » : données techniques

Les figures F.1 et F.2 représentent les coupes transversales de la culasse rotorique et statorique du premier prototype du projet « Solar Impulse ». Les aimants permanents sont livrés en paquets de 4 segments, assemblés par collage, comme on peut le voir sur la figure F.3. Des ergots sont ajoutées sur sa surface extérieure pour permettre un maintien mécanique des aimants permanents en plus du collage (FIG. F.1). Afin de garantir le maintien des bobines dans les encoches, des clavettes en polymère ferment les encoches statoriques. Ces clavettes sont maintenues à l'aide de rainures réalisées aux extrémités des dents statoriques. Le schéma de bobinage du moteur avec ses 3 secteurs est exposé à la figure F.4.

Le tableau F.1 dresse une liste non exhaustive des contraintes imposées aux paramètres en vue du dimensionnement et des résultats de l'optimisation.

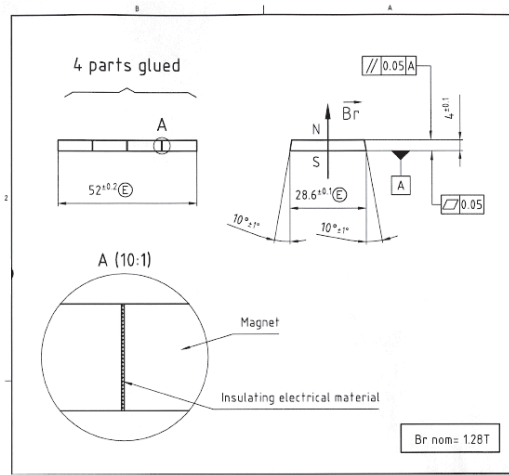


FIG. F.3 – Aimants permanents

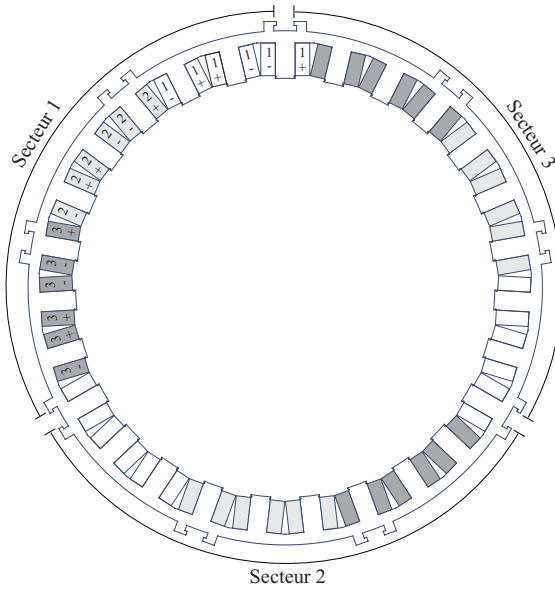


FIG. F.4 – Schéma de bobinage avec secteurs

TAB. F.1 – Contraintes et résultats d'optimisation des paramètres principaux

| | | Contraintes | | | Résultats |
|--------------------------|---------------------|--------------------|------------|------|------------------|
| | | Limite inférieure | supérieure | Fixe | |
| ${}^1\hat{B}_{\delta r}$ | T | - | - | | 0.78 |
| $B_{cr,max}$ | T | - | - | 1.5 | 1.5 |
| $B_{cs,max}$ | T | - | - | 1.4 | 1.4 |
| $B_{ds,max}$ | T | - | - | 1.4 | 1.4 |
| C_{mec} | Nm | - | - | - | 216 |
| d_a | mm | - | - | - | 245.7 |
| d_{co} | mm | 0.1 | 4 | - | 3.8 |
| d_i | mm | - | - | - | 224 |
| d_e | mm | - | 300 | - | 300 |
| δ | mm | - | - | 1.5 | 1.5 |
| e_a | mm | 4 | - | - | 4 |
| e_{cr} | mm | 5 | - | - | 5.3 |
| e_{cs} | mm | 5 | - | - | 6.2 |
| η | % | - | - | - | 96.5 |
| h_{ds} | mm | 5 | 30 | - | 20.9 |
| I_{ph} | Arms | - | - | - | 45.8 |
| J | Arms/m ² | - | - | - | $4.1 \cdot 10^6$ |
| k_{Cu} | - | - | 0.5 | - | 0.5 |
| 1k_w | - | - | - | - | 0.945 |
| l_i | mm | 100 | - | - | 152.4 |
| l_{ds} | mm | 5 | - | - | 11.6 |
| L_h | mH | - | - | - | 0.33 |
| m_{mot} | kg | Fonction objective | | | 30.5 |
| N_{sp} | - | - | - | - | 81 |
| p | - | - | - | - | 12 |
| P_{Fe} | W | - | - | - | 85 |
| P_{Joule} | W | - | - | - | 354 |
| P_{mec} | kW | - | - | 12 | 12 |
| R_{ph} | m Ω | - | - | - | 56.38 |
| T_b | $^{\circ}\text{C}$ | - | 80 | - | 80 |
| U_{DC} | V | - | 270 | - | 270 |
| Z_n | - | - | - | - | 27 |

ANNEXE G

Liste des symboles

| | | |
|--------------|--|---------------------|
| \vec{A}, A | Potentiel vecteur | [Vs/m] |
| a_ν | Coefficient d'une série de Fourier | |
| \vec{B}, B | Induction magnétique | [T] |
| B_0 | Induction de la droite de retour en $H = 0$ | [T] |
| B_r | Induction rémanente | [T] |
| B_s | Induction à saturation | [T] |
| b_ν | Coefficient d'une série de Fourier | |
| C | Couple | [Nm] |
| C_{elmag} | Couple électromagnétique | [Nm] |
| C_k | Constante | |
| C_{mec} | Couple mécanique | [Nm] |
| C_{pFe} | Chiffre de pertes fer | [W/kg] |
| c_ν | Coefficient d'une série de Fourier | |
| \vec{D}, D | Induction électrique | [C/m ²] |
| D_k | Constante | |

| | | |
|--------------|--|-------------------------|
| d | Diamètre, longueur | [m] |
| d_a | Diamètre d'alésage | [m] |
| d_{be} | Diamètre extérieur de bobine (moteur sans dents) | [m] |
| d_{bi} | Diamètre intérieur de bobine (moteur sans dents) | [m] |
| d_{bm} | Diamètre moyen de bobinage | [m] |
| d_{co} | Diamètre actif conducteur (sans isolant) | [m] |
| d_{cot} | Diamètre conducteur (avec isolant) | [m] |
| d_{cr} | Diamètre extérieur de la culasse rotorique | [m] |
| d_{cs} | Diamètre extérieur de la culasse statorique | [m] |
| d_e | Diamètre extérieur (moteur) | [m] |
| d_i | Diamètre intérieur (moteur) | [m] |
| d_ν | Coefficient d'une série de Fourier | |
| \vec{E}, E | Champ électrique | [V/m] |
| e | Epaisseur, espace | [m] |
| e_a | Epaisseur aimant | [m] |
| e_b | Epaisseur bobine | [m] |
| e_{cr} | Epaisseur de la culasse rotorique | [m] |
| e_{cs} | Epaisseur de la culasse statorique | [m] |
| e_h | Epaisseur de la carcasse extérieure | [m] |
| e_{ic} | Epaisseur de l'isolant d'un conducteur | [m] |
| e_{tds} | Espace entre têtes de dents statoriques | [m] |
| f | Fréquence électrique (fondamentale) | [Hz] |
| g | Constante de gravité terrestre | [m/s ²] |
| \vec{H}, H | Champ magnétique | [A/m] |
| H_c | Champ coercitif | [A/m] |
| H_0 | Champ magnétique de la droite de retour en $B = 0$ | [A/m] |
| h | Hauteur | [m] |
| h_b | Hauteur bobine | [m] |
| h_c | Coefficient de transfert de chaleur par convection | [W/(m ² ·K)] |
| h_{de} | Hauteur des développantes | [m] |
| h_{ds} | Hauteur de dent statorique | [m] |
| h_{es} | Hauteur d'encoche statorique | [m] |
| h_r | Coefficient de transfert de chaleur par rayonnement | [W/(m ² ·K)] |
| h_{tds} | Hauteur de tête de dent statorique | [m] |
| I_z | Inertie (par rapport à l'axe du moteur) | [kg m ²] |

| | | |
|------------------|---|---------------------|
| i_{li}, I_{li} | Courant de ligne | [A] |
| i_{ph}, I_{ph} | Courant de phase | [A] |
| \vec{J}, J | Densité de courant | [A/m ²] |
| \vec{J}_s, J_s | Densité de courant surfacique | [A/m] |
| k | Milieu | |
| k_{as} | Facteur d'alignement des spires | |
| k_c | Coefficient de Carter | |
| k_{Cu} | Coefficient de remplissage de l'encoche | |
| k_f | Coefficient de foisonnement | |
| k_{Fe} | Exposant de pertes fer | |
| k_{rel} | Indicateur d'amplitude du couple réductant | |
| k_λ | Coefficient de conductivité thermique | |
| ${}^\nu k_w$ | Facteur de bobinage | |
| ${}^\nu k_s$ | Facteur de raccourcissement | |
| ${}^\nu k_d$ | Facteur de distribution | |
| L | Inductance | [H] |
| L_h | Inductance de champ principal apparente d'une phase | [H] |
| L_m | Inductance mutuelle de phase | [H] |
| L_p | Inductance propre de phase | [H] |
| L_s | Inductance apparente propre d'une phase | [H] |
| $L_{\sigma s}$ | Inductance de fuite | [H] |
| l | Longueur, largeur | [m] |
| l_a | Largeur d'aimant (curviligne pour aimant tuile) | [m] |
| l_b | Longueur de bobine | [m] |
| l_{cr} | Longueur de la culasse rotorique | [m] |
| l_{cs} | Longueur de la culasse statorique | [m] |
| l_{ds} | Largeur de dent statorique | [m] |
| l_h | Longueur de la carcasse extérieure (housing) | [m] |
| l_i | Longueur active (aimants) | [m] |
| l_{mde} | Longueur moyenne d'une développante de bobine | [m] |
| l_{mes} | Largeur moyenne d'encoche statorique | [m] |
| l_{msp} | Longueur moyenne d'une spire | [m] |
| l_{sp} | Longueur d'une spire | [m] |
| l_{tds} | Largeur de tête de dent statorique (d'un côté de dent) | [m] |
| \vec{M}, M | Aimantation | [A/m] |
| m | Nombre de phases | |

| | | |
|--------------|--|---------------------|
| m | Masse | [kg] |
| N | Nombre de spires | |
| N_{bp} | Nombre de bobines par phase | |
| N_{cs} | Nombre de couches de spires | |
| N_{ds} | Nombre de dents par section | |
| N_{rel} | Nombre de périodes du couple réductant par révolution | |
| N_{sb} | Nombre de spires par bobine | |
| N_{sp} | Nombre de spires par phase | |
| Nu | Nombre de Nusselt | |
| \vec{n} | Vecteur unitaire normal à une surface | |
| n_{trm} | Nombre de tours par minute | [tr/min] |
| P_{el} | Puissance électrique | [W] |
| P_{elmag} | Puissance électromagnétique | [W] |
| P_{Fe} | Pertes dans le fer | [W] |
| P_{frot} | Pertes par frottement | [W] |
| P_{Joule} | Pertes par effet Joule dans les bobines | [W] |
| P_{mec} | Puissance mécanique | [W] |
| Pr | Nombre de Prandtl | |
| P_{th} | Puissance thermique | [W] |
| p | Nombre de paires de pôles | |
| p_a | Pression atmosphérique | [N/m ²] |
| q | Nombre d'encoches par pôle et par phase | |
| q | Source de chaleur, flux de chaleur | [W] |
| q_s | Densité surfacique de flux de chaleur | [W/m ²] |
| q_v | Densité volumique de flux de chaleur | [W/m ³] |
| R, S, T, N | Connexions électriques d'un moteur | |
| Ra | Nombre de Rayleigh | |
| Re | Nombre de Reynolds | |
| R_{ph} | Résistance de phase | [Ω] |
| R_{th} | Résistance thermique | [W/K] |
| r, φ | Coordonnées polaires | [m,rad] |
| S | Surface | [m ²] |
| S_{act} | Surface active | [m ²] |
| S_{co} | Section active conducteur (sans isolant) | [m ²] |
| S_{ds} | Section d'une dent statorique | [m ²] |
| S_{es} | Section d'une encoche statorique | [m ²] |
| S_{est} | Section totale des encoches statoriques | [m ²] |

| | | |
|------------------|---|---------------------|
| \vec{s}, s | Longueur curviligne | [m] |
| s_z | Ouverture de bobine (en nombre de dents) | |
| s_f | Décalage entre bobines (en nombre de dents) | |
| s_{ph} | Décalage entre phases (en nombre de dents) | |
| T | Température | [°C] |
| T_a | Température ambiante | [°C] |
| T_b | Température de bobine | [°C] |
| T_f | Température du film d'air autour du moteur | [°C] |
| T_k | Coefficient de température de l'induction rémanente | [1/K] |
| T_s | Température de la surface extérieure du moteur | [°C] |
| t | Temps | [s] |
| U_{DC} | Tension de bus DC | [V] |
| u_i, U_i | Tension induite de mouvement | [V] |
| u_{li}, U_{li} | Tension de ligne | [V] |
| u_{ph}, U_{ph} | Tension de phase | [V] |
| V_{co} | Volume total des conducteurs | [m ²] |
| v | Vitesse | [m/s] |
| Z_n | Nombre de dents statoriques | |
| α | Angle | [rad] |
| α_{air} | Coefficient de diffusion thermique | [m ² /s] |
| α_b | Etalement angulaire de bobine | [rad] |
| α_{co} | Coefficient de température de $\rho_{e,co}$ | [1/K] |
| α_d | Angle entre deux dents | [rad] |
| α_p | Rapport entre l'angle d'un aimant et l'angle polaire | |
| α_s | Distance angulaire entre spires | [rad] |
| β | Angle | [rad] |
| β_0 | Ouverture de bobine (bobinage dans l'entrefer) | [rad] |
| β_{air} | Coefficient d'expansion | [1/K] |
| δ | Entrefer | [m] |
| ϵ | Coefficient d'émissivité | |
| η | Rendement moteur | |
| Λ | Perméance magnétique | [H] |
| λ | Conductivité thermique | [W/(m·K)] |
| μ_d | Perméabilité différentielle | [Vs/Am] |

| | | |
|---------------|---|--------------------------------------|
| μ_{dr} | Perméabilité différentielle relative | |
| μ_r | Perméabilité relative | |
| μ_{ri} | Perméabilité relative initiale | |
| μ_0 | Perméabilité du vide | [Vs/Am] |
| ν | Harmonique de rang ν | |
| ν_{air} | Viscosité cinématique | [m ² /s] |
| Ω | Vitesse de rotation angulaire | [rad/s] |
| ω | Pulsation électrique (fondamentale) | [rad/s] |
| σ | Conductivité électrique | [1/(Ωm)] |
| σ | Constante de Stefan-Boltzmann | [W/(m ² K ⁴)] |
| Θ | Potentiel magnétique | [A] |
| θ_b | Position angulaire d'une bobine | [rad] |
| θ_r | Position angulaire du rotor | [rad] |
| θ_{sp} | Position angulaire d'une spire | [rad] |
| ρ | Densité de charge électrique | [C/m ³] |
| ρ | Masse volumique | [kg/m ³] |
| ρ_e | Résistivité électrique | [Ωm] |
| τ_d | Pas dentaire | [m] |
| τ_{el} | Constante de temps électrique | [s] |
| τ_{mec} | Constante de temps mécanique | [s] |
| τ_p | Pas polaire | [m] |
| Φ | Flux d'induction magnétique | [Vs] |
| Ψ | Flux totalisé d'induction magnétique | [Vs] |
| ψ | Angle de déphasage entre $u_{i,ph}$ et i_{ph} | [rad] |
| χ_r | Susceptibilité magnétique relative | |
| ξ | Coefficient de frottement visqueux | [Nms/rad] |

Indices :

| | |
|-------|-----------------------|
| a | Aimant permanent |
| air | Relatif à l'air |
| Al | Relatif à l'aluminium |
| b | Bobinage |
| c | Convection |
| ch | Charge |

| | |
|-------------|------------------------------------|
| <i>co</i> | Conducteur |
| <i>cr</i> | Culasse rotorique |
| <i>cs</i> | Culasse statorique |
| <i>Cu</i> | Relatif au cuivre |
| <i>ds</i> | Dent statorique |
| <i>e</i> | Extérieur, externe |
| <i>es</i> | Encoche statorique |
| <i>f</i> | Fuite |
| <i>frot</i> | Frottement |
| <i>Fe</i> | Relatif au fer |
| <i>h</i> | Carcasse extérieure |
| <i>i</i> | Intérieur, interne |
| <i>is</i> | Isolant |
| <i>lam</i> | Relatif aux tôles ferromagnétiques |
| <i>li</i> | Ligne |
| <i>m</i> | moteur |
| <i>min</i> | Minimum |
| <i>max</i> | Maximum |
| <i>moy</i> | Moyen |
| <i>ph</i> | Phase |
| <i>r</i> | Radial, rapport de réduction |
| <i>rot</i> | Rotor |
| <i>sp</i> | Spire |
| <i>stat</i> | Stator |
| <i>tds</i> | Tête de dent statorique |
| <i>tot</i> | Total |
| δ | Entrefer |

Bibliographie

- [1] M. A. Jabbar, L. Qinghua, L. Jolly. “Application of response surface methodology (RSM) in design optimization of permanent magnet synchronous motors”. *IEEE TENCON*, Chiang Mai, Thailande, 2004.
- [2] L. Qinghua, M. A. Jabbar, A. M. Khambadkone. “Response surface methodology based design optimisation of interior permanent magnet synchronous motors for wide-speed operation”. *PEMD*, Edimbourg, GB, 2004.
- [3] Sung-Il Kim, Ji-Hyung Bhan, Jung-Pyo Hong, Ki-Chae Lim. “Optimization technique for improving torque performance of concentrated winding interior PM synchronous motor with wide speed range”. *IEEE IAS 41. Annual Meeting*, Tampa, USA, 2006.
- [4] D. H. Kim, J. K. Sykulski, D. A. Lowther. “Design optimisation of electromagnetic devices using continuum design sensitivity analysis combined with commercial EM software”. *IET*, 2007.
- [5] Y. D. Chun, S. Wakao, K. B. Jang T. H. Kim, J. Lee. “Multiobjective design optimization of brushless permanent magnet motor using 3d equivalent magnetic circuit network method”. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, Vol. 14, No. 2 :pp. 1910–1913, 2004.

- [6] Zhe Ren, Xu Fang, Shuhong Wang, Jie Qiu, Jian Guo Zhu, Youguang Guo, Xiaofeng Yang, Zhenyu Wang, Yingke Sun, Jiunan Zhang. “Design optimization of an interior-type permanent magnet BLDC motor using PSO and improved MEC”. *ICEMS*, Séoul, Corée, 2007.
- [7] Chunting Chris Mi. “Analytical design of permanent-magnet traction-drive motors”. *IEEE VPPC*, Windsor, GB, 2006.
- [8] F. Messine, B. Nogarede, J.-L. Lagouanelle. “Optimal design of electromechanical actuators : a new method based on global optimization”. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 34, No. 1 :pp. 299–308, janvier 1998.
- [9] E. Fitan, F. Messine, B. Nogarede. “The electromagnetic actuator design problem : a general and rational approach”. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 40, No. 3 :pp. 1579–1590, mai 2004.
- [10] F. Messine, B. Nogarede. “Optimal design of multi-airgap electrical machines : an unknown size mixed-constrained global optimization formulation”. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 42, No. 12 :pp. 3847–3853, décembre 2006.
- [11] J. Fontchastagner, F. Messine, Y. Lefèvre. “Design of electrical rotating machines by associating deterministic global optimization algorithm with combinatorial analytical and numerical models”. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 43, No. 8 :pp. 3411–3419, août 2007.
- [12] M. Jufer. *Électromécanique, Traité d'Électricité volume IX*. Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, troisième édition, 1998.
- [13] F. Gardiol. *Électromagnétisme, Traité d'Électricité volume III*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 1996.
- [14] D. A. De Wolf. *Essentials of Electromagnetics for Engineering*. Cambridge University Press, Cambridge, première édition, 2001.
- [15] P. Robert. *Matériaux de l'Électrotechnique, Traité d'Électricité volume II*. Presse polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, troisième édition, 1999.
- [16] F. W. Carter. “Air-gap induction”. *Electrical world and engineer*, Vol. XXXVIII :pp. 884–888, 1901.

- [17] V. I. Ivanov, M. K. Trubetskov. *Handbook of Conformal Mapping with Computer-Aided Visualization*. CRC Press, 1995.
- [18] B. Heller, V. Hamata. *Harmonic Field Effects in Induction Machines*. Elsevier, Amsterdam, 1977.
- [19] Cedrat logiciels FEM électromécaniques. *Notice d'utilisation générale FLUX2D*.
- [20] C. Kuert. *Modélisation de moteurs pas à pas hybrides*. Thèse de Doctorat, n° 2323, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Département d'Électricité, 2000.
- [21] J. Neyrinck, R. Boite. *Théorie des Réseaux de Kirchhoff, Traité d'Électricité volume IV*. Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, quatrième édition, 1989.
- [22] J. R. Hendershot, TJE Miller. *Design of Brushless Permanent-Magnet Motors*. Magna physics publishing and clarendon press, New-York, 1994.
- [23] J. Chatelain. *Machines Électriques, Traité d'Électricité volume X*. Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, seconde édition, 1989.
- [24] C. Fleury. *Modélisation de l'entraînement électrique synchrone auto-commuté*. Thèse de Doctorat, n° 1423, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Département d'Électricité, 1995.
- [25] L. Cardoletti. *Commande et réglage de moteurs synchrones auto-commutés par des capteurs indirects de position*. Thèse de Doctorat, n° 1118, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Département d'Électricité, 1993.
- [26] Z. Q. Zhu, D. Howe. "Influence of design parameters on cogging torque in permanent magnet machines". *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 15, No. 4 :pp. 407–412, décembre 2000.
- [27] K. Richter. *Elektrische Maschinen*, volume I. Springer Verlag, 1963.
- [28] Z. Q. Zhu, D. Howe. "Analytical prediction of the cogging torque in radial-field permanent magnet brushless motors". *IEEE Transactions on Magnetism*, Vol. 28, No. 2 :pp. 1371–1374, mars 1992.
- [29] Z. Q. Zhu, S. Ruangsinchaiwanich, Y. Chen, D. Howe. "Evaluation of superposition technique for calculating cogging torque in permanent brushless machines". *IEEE Transactions on Magnetism*, Vol. 42, No. 5 :pp. 1597–1603, mai 2006.

- [30] F. P. Incropera, D. P. DeWitt. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Wiley & Sons, New-York, quatrième édition, 1996.
- [31] F. Gigon. *Modélisation numérique thermique d'un moteur synchrone à aimants permanents*. Travail de Master, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 2006.
- [32] Y. Bertin. “Refroidissement des machines électriques tournantes”. *Techniques de l'ingénieur, traité génie électrique*, D3-460, 1999.
- [33] M. Kudelski. *Analyse et conception de moteurs synchrones chemisés à commutation électronique*. Thèse de Doctorat, n° 1892, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Département d'Électricité, 1998.
- [34] M. Lakehal. *Modèles à éléments localisés et méthodes des éléments finis en électromécanique*. Thèse de Doctorat, n° 566, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Département d'Électricité, 1985.
- [35] K. J. Binns, P. J. Lawrenson, C. W. Trowbridge. *The Analytical and Numerical Solution of Electric and Magnetic Fields*. Wiley & Sons, New-York, seconde édition, 1992.
- [36] C. Koechli. *Contribution à l'étude des moteurs synchrones monophasés*. Thèse de Doctorat, n° 2023, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Département d'Électricité, 1999.
- [37] Z. Q. Zhu, D. Howe, C. C. Chan. “Improved analytical model for predicting the magnetic field distribution in brushless permanent-magnet machines”. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 38, No. 1 :pp. 229–238, janvier 2002.
- [38] B. D. Popovic. *Introductory Engineering Electromagnetics*. Addison-Wesley, New-Jersey, première édition, 1971.
- [39] M. Markovic. *Magnetic field analysis in electric motors using conformal mapping*. Thèse de Doctorat, n° 2923, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Département d'Électricité, 2004.
- [40] P. Ragot, M. Markovic, Y. Perriard. “Optimization of a toothless BLDC motor with Faulhaber winding using a multiphysic analytical model”. *ICEM*, Chania, Crete, Greece, 2006.
- [41] P. Ragot, M. Markovic, Y. Perriard. “Analytical determination of the phase inductances for a brushless DC motor with Faulhaber

- winding”. *IEEE IAS 42. Annual Meeting*, New-Orleans, USA, septembre 2007.
- [42] D. A. Pierre. *Optimization Theory with Applications*. Dover, 1986.
- [43] Design Processing Technologies. *Développement de logiciels de conception*. www.designprocessing.free.fr.
- [44] M. Bierlaire. *Introduction à l’Optimisation Différentiable*. Presses polytechniques et universitaires romandes, 2006.
- [45] D. Goldberg. *Genetic Algorithms*. Addison Wesley, 1989.
- [46] N. Bianchi, S. Bolognani. “Brushless DC motor design : an optimisation procedure based on genetic algorithms”. *IEE EMD*, septembre 1997.
- [47] A. Muetze. “A contribution to identification of convex structures for global optimization of permanent magnet machines”. *IEEE IAS 40. Annual Meeting*, Hong-Kong, Chine, 2005.
- [48] Y. Perriard, V. Nguyen. “Transducer design with global parametric optimization”. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 39, No. 2 :pp. 1019–1025, mars 2003.
- [49] M. Chiampi, C. Ragusa, M. Repetto. “Fuzzy approach for multiobjective optimization in magnetics”. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 32, No. 3 :pp. 1234–1237, mai 1996.
- [50] S. Chevailler. *Comparative study and selection criteria of linear motors*. Thèse de Doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Département d’Électricité, 2006.
- [51] P. Ragot, M. Markovic, Y. Perriard. “Optimization of electric motor for a solar airplane application”. *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 42, No. 4 :pp. 1053–1061, juil.-août 2006 (présenté à *IEEE IEMDC*, San-Antonio, USA, pp. 1487-1493, 2005).
- [52] VAC. *Caractéristiques des aimants permanents VACODYM, VACOMAX*. <http://www.vacuumschmelze.de>.
- [53] Cogent. *Caractéristiques des matériaux doux*. <http://www.cogent-power.com>.
- [54] Y. Perriard, P. Ragot, M. Markovic. “Brushless DC motor optimization process - choice between standard or straight tooth shape”. *IEEE IAS 41. Annual Meeting*, Tampa, USA, 2006.

- [55] P. Ragot, P. Germano, M. Markovic, Y. Perriard. “Brushless DC motor for a solar airplane application : comparison between simulations and measurements”. *IEEE IAS 43. Annual Meeting*, Edmonton, Canada, septembre 2008.
- [56] M. Markovic, Y. Perriard. “Analytical determination of the permanent magnet (PM) eddy current losses due to slotting in a PM rotating motor”. *ICEMS*, Wuhan, China, 2008.
- [57] T. A. Lipo. *Introduction to AC Machine Design*, volume 1. University of Wisconsin, U. S. A., 1996.
- [58] M. Markovic, L. Saunders, Y. Perriard. “Determination of the thermal convection coefficient for a small electric motor”. *IEEE IAS 41. Annual Meeting*, Tampa, USA, 2006.

Curriculum Vitae

Nom : Ragot
Prénom : Patrick
Date de naissance : 16 août 1974
Nationalité : Suisse
État civil : Célibataire

Formation

1994-1997 Cycle propédeutique des études d'ingénieur à l'Université de Neuchâtel
1997-2000 Études d'ingénieur à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne
2000 Obtention du diplôme d'ingénieur en microtechnique
2003-2008 Assistant-doctorant au Laboratoire d'Actionneurs Intégrés de l'EPFL

Expérience professionnelle

2000-2003 Ingénieur de développement dans le groupe R&D systèmes, ETEL SA

Publications

P. Ragot, M. Markovic, Y. Perriard. "Optimization of electric motor for a solar airplane application". *IEEE Transactions in Industry Applications*, Vol. 42, No. 4 : pp. 1053-1061, juil.-août 2006.

P. Ragot, M. Markovic, Y. Perriard. "Optimization of a toothless BLDC motor with Faulhaber winding using a multiphysic analytical model". *ICEM*, Chania, Crete, Greece, 2006.

P. Ragot, M. Markovic, Y. Perriard. "Analytical determination of the phase inductances for a brushless DC motor with Faulhaber winding". *IEEE IAS 42. Annual Meeting*, New-Orleans, USA, 2007.

P. Ragot, P. Germano, M. Markovic, Y. Perriard. "Brushless DC motor for a solar airplane application: comparison between simulations and measurements". *IEEE IAS 43. Annual Meeting*, Edmonton, Canada, 2008.

Y. Perriard, P. Ragot, M. Markovic. "Brushless DC motor optimization process: choice between standard or straight tooth shape". *IEEE IAS 41. Annual Meeting*, Tampa, USA, 2006.