

LRP 400/90

May 1990

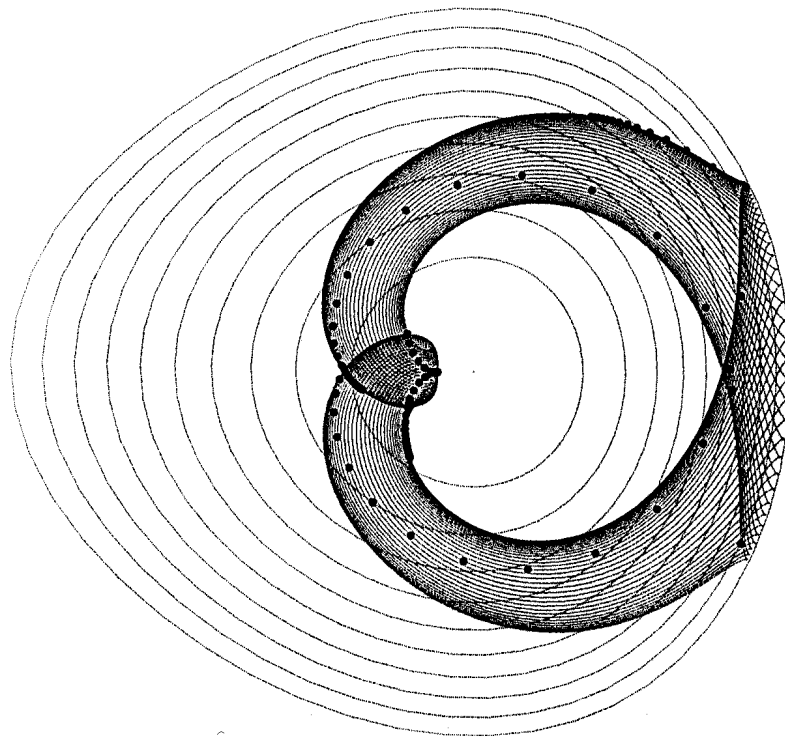
PROPAGATION D'UNE ONDE  
HYBRIDE-INFERIEURE DANS UN PLASMA  
AXISYMETRIQUE

M. Fivaz, K. Appert, L. Krllin\*

Adresse actuelle : Inst. of Plasma Physics, Czechoslovak Academy of  
Sciences, Pod Vodarenskou vezi 4, 18211 PRAGUE 8 - Tchechoslovaquie

Travail Pratique de Diplôme  
Physique, CRPP  
Décembre 89

**Propagation d'une onde hybride-inférieure**  
**dans un plasma axisymétrique**



Mathieu Fivaz

Travail dirigé par K. Appert

Professeur responsable: F. Troyon

# Table des matières

Donnée du travail.....	1
Résumé .....	1
1. Introduction .....	2
1.1 Le current drive.....	2
1.2 Le ray-tracing.....	3
2. Le modèle mathématique .....	4
2.1 L'équilibre Soloviev .....	4
2.2 L'approximation d'Eikonal.....	6
2.3 La relation de dispersion.....	7
2.4 Propriétés de la propagation .....	8
2.5 Validité du modèle.....	9
3. Traitement du problème .....	11
3.1 Traitement numérique.....	11
3.2 Vérification du programme.....	12
3.3 Conditions initiales.....	12
3.4 Paramètres par défaut.....	13
3.5 Diagnostics développés.....	14
4. Résultats.....	16
4.1 Propagation en $\phi$ monotone.....	16
4.2 Réflexions.....	16
4.3 Variation du rapport d'aspect .....	17
4.4 Variation de l'ellipticité .....	17
4.5 Une structure observée: la résonance .....	17
4.6 Trajectoire des rayons calmes.....	19
4.7 Cas limite: le rayon à trajectoire périodique .....	20
4.8 Trajectoire des rayons excités.....	20
4.9 Les trajectoires proches de la résonance .....	21
4.10 Variation de la triangularité .....	21
4.11 Les coins.....	22
4.12 Discussion .....	22
5. Conclusions .....	24
6. Remerciements .....	24
7. Références.....	25

## Donnée du travail

La description théorique de la génération de courant par onde hybride-inférieure dans un tokamak manque toujours d'une explication généralement acceptée pour le fait que l'injection d'ondes de haute vitesse de phase peut servir à accélérer des particules lentes. Dans ce travail, on tâchera de montrer dans quelles conditions (rapport d'aspect, ellipticité) les effets de propagations linéaires sont suffisants pour ralentir une partie des ondes. Ces effets sont connus mais mal quantifiés.

Le travail consiste en l'écriture d'un programme qui permet de trouver les trajectoires d'un paquet d'ondes hybrides-inférieures dans l'approximation de l'optique géométrique et pour un plasma froid. L'équilibre du plasma sera décrit par une solution analytique de l'équation Grad-Shafranov du type Soloviev. On cherchera un comportement stochastique des vitesses de phase en fonction des paramètres de 'non-circularité' tels que le rapport d'aspect et l'ellipticité.

## Résumé

La propagation linéaire d'ondes hybrides-inférieures dans un plasma axisymétrique (équilibre magnétohydrodynamique de type Soloviev) a été simulée numériquement. L'évolution de  $k_{//}$  (composante du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  parallèle au champ magnétique  $\mathbf{B}$ ), importante pour la modélisation du *current drive*, a été étudiée en fonction des paramètres géométriques de l'équilibre: le rapport d'aspect, l'ellipticité et la triangularité.

Les résultats montrent que  $k_{//}$  dépend abruptement des paramètres; les structures engendrées sont très riches. Deux mécanismes par lesquels  $k_{//}$  augmente ont été mis en évidence:

- la "résonance", qui se produit dans de petites bandes de l'espace des paramètres et qui est associée à des trajectoires dans  $(R,Z)$  proches d'une stabilisation
- une évolution stochastique ressemblant à de la diffusion dans des équilibres de triangularité très élevée.

Une croissance importante du  $k_{//}$  d'une partie des ondes, susceptible d'engendrer un courant dans le plasma, n'a cependant pu être observée que dans une minorité de cas. Or, on trouve dans la littérature des expériences de *current drive* qui fonctionnent, et dont les paramètres sont a priori tels que notre modèle ne prévoit pas la croissance de  $k_{//}$  recherchée. Notre modèle, qui est similaire aux modèles habituellement utilisés, ne permet donc pas d'expliquer le *current drive*.

# 1. Introduction

## 1.1 Le current drive

Dans les tokamaks actuels, le courant, nécessaire au confinement du plasma, est provoqué par induction grâce à un flux variant au centre du tore. Ce procédé fournit un régime intrinsèquement pulsé; la production de courant par injection d'ondes a l'avantage d'être continue.

Le *current drive* est un procédé pour induire un courant dans un tokamak à l'aide de l'injection d'ondes électromagnétiques qui transfèrent leur impulsion aux particules du plasma. Dans notre cas, les ondes utilisées sont des ondes dont la fréquence est proche de la fréquence hybride-inférieure (fréquence de résonance) au centre du plasma. Les ondes sont injectées au bord du plasma par un guide d'onde appelé *grill*.

Soit  $V_{ph}$  la vitesse de phase d'une onde dans la direction du champ magnétique, i.e. dans la direction où les particules ne sont pas confinées:

$$V_{ph} = \frac{\omega}{k_{//}} \qquad k_{//} = \frac{\mathbf{B}}{B} \mathbf{k}$$

où  $\omega$  est la fréquence de l'onde et  $k_{//}$  la composante parallèle au champ magnétique  $\mathbf{B}$  du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ . Il faut que la vitesse d'une particule soit de l'ordre de  $V_{ph}$  pour qu'elle ait une interaction résonnante avec l'onde: la particule doit pouvoir "surfer" sur l'onde. On s'attend donc à ce que le current drive ne fonctionne que si une partie significative des particules ont une vitesse de l'ordre de  $V_{ph}$ . Or, des fréquences élevées, correspondant à des vitesses de phase beaucoup plus grandes que les vitesses des particules, donnent en pratique de bons résultats; il n'y a pas actuellement d'explication théorique tout-à-fait satisfaisante pour ce phénomène.

Cependant, si  $k_{//}$  augmente significativement (typiquement d'un facteur  $\approx 4$ ) lors de la propagation de l'onde, la vitesse de phase diminue et les particules rapides du plasma peuvent interagir avec l'onde. Les modèles théoriques actuels du current drive permettent de prévoir l'importance du courant induit à condition qu'une partie de l'énergie des ondes soit transférée à des valeurs élevées de  $k_{//}$  lors de la propagation.

Le but de ce travail est de déterminer sous quelles conditions les effets de propagation linéaire dans un plasma axisymétrique provoquent une augmentation suffisante de  $k_{//}$ . Il est connu que des effets de la toroïdité sur la propagation peuvent provoquer

l'augmentation recherchée [1,2] au moins dans certains cas; cependant, l'effet quantitatif de chaque paramètre du plasma n'est pas connu.

### *1.2 Le ray-tracing*

La propagation des ondes hybrides-inférieures dans un plasma axisymétrique va donc être étudiée. Le modèle choisi pour décrire le plasma est celui d'un équilibre magnétohydrodynamique de type Soloviev, décrit plus bas; cet équilibre est bien paramétrisé et il est facile de changer son rapport d'aspect, son ellipticité et même sa triangularité. La propagation de l'onde est étudiée dans l'approximation de l'optique géométrique (ou l'approximation d'Eikonal, voir plus bas); seuls le vecteur d'onde et la trajectoire de l'onde sont suivis.

Dans la suite du rapport, les mots 'onde', 'paquet d'ondes' ou 'rayon' seront utilisés indifféremment.

## 2. Le modèle mathématique

### 2.1 L'équilibre Soloviev

La description MHD (magnétohydrodynamique) d'un plasma à l'équilibre est donnée par les trois équations suivantes:

$$\mathbf{J} \wedge \mathbf{B} = \nabla P \quad (1)$$

$$\mu_0 \mathbf{J} = \nabla \wedge \mathbf{B} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3)$$

Le champ  $\mathbf{B}$  le plus général satisfaisant (3) dans une géométrie axisymétrique est:

$$\mathbf{B} = \frac{T}{R} \hat{\mathbf{e}}_\varphi + \frac{1}{R} \hat{\mathbf{e}}_\varphi \wedge \nabla \Psi \quad (4)$$

avec  $\Psi(R,Z)$  = flux magnétique du courant toroïdal

$T(R,Z)$  = flux magnétique du courant poloïdal

$(R,\varphi,Z)$  = coordonnées cylindriques usuelles

Les équations (1,2,4) permettent [4] d'obtenir l'équation de *Grad-Shafranov* :

$$R \frac{\partial}{\partial R} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \Psi + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \Psi = -j_\varphi R \quad (5a)$$

$$j_\varphi = R \frac{\partial P}{\partial \Psi} + \frac{1}{2R} \frac{\partial T^2}{\partial \Psi} \quad (5b)$$

Les fonctions  $T(\Psi)$  et  $P(\Psi)$  sont arbitraires.

L'équilibre *Soloviev* est une solution de (5):

$$\frac{a^2}{R_0^2} \frac{\Psi}{\Psi_s} = \frac{1}{4} \left( \frac{R^2}{R_0^2} - 1 \right)^2 + \frac{Z^2}{E^2 R_0^2} \left( 1 + h \left( \frac{R^2}{R_0^2} - 1 \right) \right) \quad (6)$$

Pour:

$$P(\Psi) = -2 \Psi_s \frac{E^2 + h}{E^2 a^2 R_0^2} (\Psi - \Psi_s)$$

$$T^2(\Psi) = T_0^2 - 4 \Psi_s \frac{1-h}{E^2 a^2} \Psi$$

$$T_0 = R_0 B_{\varphi_0}$$

Cette solution est paramétrisée par les paramètres suivants:

a pseudo petit rayon

$R_0$  grand rayon

$B_{\varphi_0}$  champ toroïdal au centre

E ellipticité

h triangularité

$\Psi_s$  flux du courant toroïdal au bord du plasma

Un calcul de  $q_0$  (facteur de sécurité au centre) donne, dans le cas  $h=0$ ,  $R_0 \gg a$ :

$$\Psi_s = \frac{B_{\varphi_0} a^2 E}{2q_0}$$

Le rapport d'aspect  $R_a$  est défini comme:

$$R_a = \frac{R_0}{a}$$

Le profil de densité doit encore être choisi; la densité a été exprimée par:

$$n(\Psi) = n_0 \left( 1 - \frac{\Psi}{\Psi_s} \right)$$



Quelques exemples d'équilibre obtenus sont montrés, en coupe  $\varphi = \text{cte}$ , sur la figure A1. Les lignes représentent les surfaces  $\Psi = \text{cte}$ , ou, de manière équivalente, des surfaces de densité constante. Pour un rapport d'aspect habituel,  $R_a = 3$ , on voit que même pour  $E = 1$  et  $h = 0$ , l'extérieur du plasma est légèrement elliptique et légèrement triangulaire, mais pas son centre. Notons que pour  $a \ll R_0$ ,  $h = 0$ ,  $E = 1$ , la section est purement toroïdale;  $a$  est alors le petit rayon du plasma et la densité est donnée par

$$n(R, \varphi, r) = n_0 \left( 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right)$$

où  $r$  est le petit rayon des coordonnées toriques: le profil de densité est parabolique.

## 2.2 L'approximation d'Eikonal

On cherche ici à décrire la trajectoire dans l'espace  $(\mathbf{X}, \mathbf{k})$  d'un paquet d'ondes de fréquence  $\omega$ . La propagation est supposée linéaire et le milieu faiblement dispersif et faiblement inhomogène: on peut alors parler de la vitesse de groupe et de la trajectoire d'un paquet d'ondes.

Soit  $D(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{k})$  la fonction de dispersion de l'onde. On a alors:

$$\frac{\partial D}{\partial \omega} \delta \omega + \frac{\partial D}{\partial k_i} \delta k_i = 0$$

d'où:

$$\frac{\partial \omega}{\partial k_i} = - \frac{\partial D / \partial k_i}{\partial D / \partial \omega} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}} = - \frac{\partial D / \partial \mathbf{k}}{\partial D / \partial \omega}$$

La vitesse de groupe est donnée par:

$$\mathbf{V}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}} = - \frac{\partial D / \partial \mathbf{k}}{\partial D / \partial \omega}$$

Elle n'est en général pas parallèle au vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ .

On a donc:

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = \mathbf{V}_g = - \frac{\partial D / \partial \mathbf{k}}{\partial D / \partial \omega} \tag{7}$$

Sur la trajectoire d'un rayon, la fonction de dispersion  $D$  est constante, puisque nulle tout le temps; de plus, la propagation étant linéaire,  $\omega$  ne varie pas.

$$0 = \frac{dD}{dt} = \frac{\partial D}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} + \frac{\partial D}{\partial \mathbf{k}} \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial t} \quad (8)$$

En remplaçant (7) dans (8), on trouve:

$$\frac{\partial D}{\partial \mathbf{k}} \left( - \frac{\partial D / \partial \mathbf{X}}{\partial D / \partial \omega} + \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial t} \right) = 0$$

Cette équation est toujours vérifiée avec le choix:

$$\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial t} = \frac{\partial D / \partial \mathbf{X}}{\partial D / \partial \omega} \quad (9)$$

Avec une renormalisation du temps  $t \rightarrow \tau$ :

$$\frac{\partial}{\partial \tau} = \frac{\partial D}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial t}$$

On obtient les équations du mouvement de (7) et (9):

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \tau} = - \frac{\partial D}{\partial \mathbf{k}} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \tau} = \frac{\partial D}{\partial \mathbf{X}} \quad (11)$$

Ce sont les équations que nous devons résoudre.

### 2.3 La relation de dispersion

Dans l'approximation  $\omega_{ci} \ll \omega \ll \omega_{ce}$ , ( $\omega_{ce}$ ,  $\omega_{ci}$ : fréquences cyclotroniques électroniques et ioniques) la relation de dispersion des ondes hybrides-inférieures est donnée par:

$$D(\omega, \mathbf{X}, \mathbf{k}) = \mathbf{k}^2 + (\eta - 1) k_{//}^2 \quad (12)$$

Avec:

$$k_{//} = \frac{\mathbf{B}}{B} \mathbf{k}$$

$$\eta = \frac{\epsilon_{//}}{\epsilon_{\perp}}$$

$$\epsilon_{//} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2}$$

$$\epsilon_{\perp} = 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2}$$

$$\omega_{pe}^2 = \frac{e^2}{\epsilon_0 m_e} n$$

$$\omega_{pi}^2 = \frac{e^2}{\epsilon_0 m_i} n$$

$$\omega_{ce} = \frac{e}{m_e} B$$

où  $e$  est la charge des ions,  $m_e$  et  $m_i$  la masse des électrons et des ions respectivement, et  $\omega_{pe}$  et  $\omega_{pi}$  leurs fréquences plasma. La fonction de dispersion dépend de  $\Psi$  au travers de la densité.

#### 2.4 Propriétés de la propagation

On vérifie facilement (éq. 7) qu'avec cette relation de dispersion,  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_g = 0$ : la vitesse de groupe est toujours perpendiculaire au vecteur d'onde. De plus, si  $(\mathbf{X}', \mathbf{k}') = (\mathbf{X}, \alpha \mathbf{k})$ , on a:

$$\frac{\partial \mathbf{k}'}{\partial \tau} = \alpha \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}'}{\partial \tau} = \alpha \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \tau}$$

Ainsi, l'amplitude de  $\mathbf{k}$  influence la rapidité en pseudo-temps  $\tau$  de la propagation, mais pas sa trajectoire.

Un examen de la relation de dispersion nous fournit deux conditions locales pour que la propagation soit possible dans ce modèle:

$$\omega_{LH}^2 < \omega^2 < \omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2$$

où  $\omega_{LH}$  est la fréquence hybride-inférieure:

$$\omega_{LH}^2 = \frac{\omega_{pi}^2}{1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2}}$$

C'est la fréquence telle que  $\epsilon_{\perp}(\omega=\omega_{LH}) = 0$ ; Elle a son maximum près du centre du plasma. C'est une fréquence de résonance: si  $\omega_{LH}$  s'approche de  $\omega$ , l'onde est absorbée.

$\sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2}$  est une fréquence de coupure: la propagation n'est plus possible si elle s'approche de  $\omega$ , i.e. du bord du plasma, où la densité est basse.  $k$  tend alors à être parallèle au champ magnétique et l'onde doit avancer perpendiculairement aux lignes de champ: elle est réfléchiée contre le bord du plasma.

### 2.5 Validité du modèle

L'équilibre Soloviev ne correspond qu'approximativement à un plasma de tokamak. Ainsi, par exemple, les fluctuations de densité ne sont pas représentées; on verra plus loin que ces fluctuations ont vraisemblablement un effet important sur la propagation. De plus, le grill affecte la densité du plasma dans son entourage: cela pourrait également avoir un effet important.

D'autre part, le ray-tracing n'est valide que si la taille finie de la source et la multiplicité des réflexions au bord ne provoquent pas une situation dominée par la diffraction. Cependant, il a été montré [5] que ces effets ne sont pas dominants dans une géométrie telle que la nôtre.

De plus, le ray-tracing n'est valide que dans la mesure où la longueur caractéristique de l'inhomogénéité est (beaucoup) plus grande que la longueur d'onde du rayon.

Soit  $\lambda = k^{-1}$ . On peut par exemple exiger:

$$\left| \frac{\partial \lambda}{\partial X} \right| \ll 1 \tag{13}$$

où la dérivée est selon la trajectoire du rayon. Cette condition peut aussi s'écrire:

$$\left| \frac{\partial k}{\partial X} \right| \ll k^2$$

Comme  $\mathbf{k}$  est un vecteur et que sa direction varie lors de la propagation, on impose une condition plus restrictive en remplaçant la dérivée de  $\mathbf{k}$  par la norme de la dérivée de  $\mathbf{k}$ :

$$\left| \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \mathbf{X}} \right| \ll k^2 \quad (14)$$

Or,

$$\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \tau} \left( \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \tau} \right)^{-1} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathbf{X}} \left| \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathbf{k}} \right|^{-1}$$

La condition (14) peut donc s'écrire:

$$k^2 \gg \frac{\left| \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathbf{X}} \right|}{\left| \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathbf{k}} \right|} \quad (15)$$

En pratique, cette condition est systématiquement violée lors d'une réflexion au bord du plasma; il semble cependant que la propagation après la réflexion n'en soit que peu affectée. Ces réflexions mises à part, la condition (15) est en pratique respectée.

## 3. Traitement du problème

### 3.1 Traitement numérique

Le système (10,11) est résolu numériquement par intégration Runge-Kutta; les membres de droite de ces équations sont calculés analytiquement en coordonnées cylindriques:

$$\mathbf{X} = (R, \varphi, Z), \mathbf{k} = (k_r, \frac{n_\varphi}{R}, k_z)$$

Les variables utilisées lors de l'intégration sont  $R, \varphi, Z, k_r, n_\varphi$  et  $k_z$ . Ces variables sont canoniques; les trois premières contiennent les coordonnées du paquet d'ondes et les trois dernières son vecteur d'onde.

On obtient sans peine de (10,11):

$$-\frac{\partial R}{\partial \tau} = \frac{\partial D}{\partial k_r} = 2 k_r + 2 (\eta-1) k_{//} \frac{B_r}{B} \quad (16a)$$

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = \frac{\partial D}{\partial n_\varphi} = 2 \frac{n_\varphi}{R^2} + 2 (\eta-1) k_{//} \frac{B_\varphi}{BR} \quad (16b)$$

$$-\frac{\partial Z}{\partial \tau} = \frac{\partial D}{\partial k_z} = 2 k_z + 2 (\eta-1) k_{//} \frac{B_z}{B} \quad (16c)$$

$$\frac{\partial k_r}{\partial \tau} = \frac{\partial D}{\partial R} = \frac{\partial \eta}{\partial R} k_{//}^2 - 2 \frac{n_\varphi^2}{R^3} + 2 (\eta-1) k_{//} \frac{\partial k_{//}}{\partial R} \quad (16d)$$

$$\frac{\partial n_\varphi}{\partial \tau} = \frac{\partial D}{\partial \varphi} = 0 \quad (16e)$$

$$\frac{\partial k_z}{\partial \tau} = \frac{\partial D}{\partial Z} = \frac{\partial \eta}{\partial Z} k_{//}^2 + 2 (\eta-1) k_{//} \frac{\partial k_{//}}{\partial Z} \quad (16f)$$

L'intégration Runge-Kutta utilisée converge en  $\Delta\tau^5$  par pas, et donc en  $\Delta\tau^4$  pour l'intégration totale. Si l'erreur due à un pas dépasse une certaine tolérance, le pas d'intégration est diminué et le pas fautif recalculé.

Le programme est vectorisé pour optimiser le temps de calcul sur le CRAY2: il calcule simultanément la propagation de plusieurs rayons ayant des conditions initiales différentes. En pratique, le calcul simultané de 21 (63) rayons ne prend que deux (quatre) fois plus de temps que le calcul d'un rayon. Cela correspond à un gain de temps par rayon d'un facteur allant de 10 (21 rayons) à 15 (63 rayons).

### 3.2 Vérification du programme

Le programme de simulation a été testé de plusieurs manières:

- comparaison de dérivées numériques de  $D$  avec les dérivées analytiques implantées dans le programme,
- vérification de la conservation de  $D$  qui doit rester nul; le rapport de  $D$  et de son plus grand terme est toujours resté inférieur à  $10^{-5}$ .
- vérification de la symétrie de la propagation de plusieurs rayons, injectés dans des conditions symétriques,
- diminution non systématique de la tolérance, et donc du pas d'intégration, pour le contrôle des erreurs numériques.

Tous ces tests donnent des résultats positifs. De plus, des trajectoires ou des sections de Poincaré très régulières ont été mises en évidence (fig D2): cela n'est pas compatible avec des erreurs numériques significatives.

### 3.3 Conditions initiales

Les conditions initiales sont imposées selon un modèle simple du grill. On suppose l'extrémité du grill (et donc la position initiale des ondes) sur une surface  $\Psi = 0.9025 \Psi_s$ , près du bord du plasma, à l'extérieur du tore.

La hauteur  $Z$  à laquelle l'onde est injectée est choisie de manière à ce que  $|Z| < a f_0$  où  $f_0$  est par définition la hauteur du grill, relativement à  $2aE$ . Plusieurs ondes, espacées régulièrement en  $Z$ , sont injectées simultanément; elles doivent échantillonner les évolutions possibles des ondes injectées par le grill.

On suppose l'extrémité du grill parallèle à la projection du champ magnétique sur une surface  $R = \text{cte}$ , et on impose alors, considérant le grill beaucoup plus long que large.:

$$k_z = \alpha B_z$$

$$k_\varphi = \alpha B_\varphi \tag{17}$$

$k_r$  est ensuite imposé par la relation de dispersion (12):

$$\begin{aligned}
 0 = D = \mathbf{k}^2 + (\eta-1) k_{//}^2 = \\
 = k_r^2 + \left(\frac{n_\phi}{R}\right)^2 + k_z^2 + \frac{\eta-1}{B^2} \left(k_r B_r + \frac{n_\phi}{R} B_\phi + k_z B_z\right)^2 = 0 \quad (18)
 \end{aligned}$$

La résolution de (18) en  $k_r$  conduit à deux solutions, en général l'une produisant un rayon partant vers l'intérieur du tore, l'autre vers l'extérieur. La première solution est utilisée.

Pour ces conditions initiales, les rayons partant de différents endroits ( $|Z| < a E f_0$ ,  $\Psi = \text{cte}$ ) ont un  $k_{//}$  initial variable, bien qu'ayant tous la même longueur d'onde. La figure A2 montre le  $k_{//}$  initial en fonction de la hauteur  $Z/a$  du point de départ de l'onde, dans le cas standard ( $R_a=3$ ,  $E=1$ ,  $h=0$ ). Le  $k_{//}$  initial augmente beaucoup pour  $Z/a < \approx 0.4$ . Notons qu'à moins que le contraire ne soit indiqué,  $f_0 = 0.25$ , i.e. la hauteur du grill est d'un quart de la hauteur totale du plasma. Cela correspond à:

$$r_{\text{init}} \equiv \frac{k_{// \text{ maximal}}}{k_{// \text{ minimal}}} = 2.5$$

Ce rapport  $r_{\text{init}}$  est représenté sur la figure A3, en fonction de  $R_a$ ,  $h$ ,  $E$  et  $f_0$ . Pour  $f_0 = 0.25$ ,  $r_{\text{init}}$  ne dépasse pas, mais peut atteindre  $r_{\text{init}}=4$ : la largeur initiale du spectre de  $k_{//}$  est non négligeable. Notons qu'elle dépend fortement de la hauteur du grill, et que d'autres conditions initiales peuvent être imposées.

La normalisation de  $\mathbf{k}$  ne changeant pas la trajectoire (voir § 2.4), la normalisation initiale de  $\mathbf{k}$  (i.e. la valeur de  $\alpha$  dans l'éq. 17) peut être choisie arbitrairement. Elle a été choisie de la même façon pour tous les rayons, de manière à ce que  $k_{//}(\tau=0) = 1$  pour un rayon partant de  $Z=0$ .

### 3.4 Paramètres par défaut

A moins que le contraire ne soit indiqué, les paramètres utilisés dans les simulations sont:

$$q_e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ coulombs}, q_i = q_e \quad (\text{charge de l'électron})$$

$$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad (\text{masse de l'électron})$$

$$m_i = 3.345 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (\text{masse du deutérium ionisé})$$

$$B_{\phi 0} = 2.2 \text{ T}$$

$$q_0 = 1$$



$$n_0 = 7.0 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^{-3} \quad (\text{densité au centre du plasma})$$

$$\omega = 2\pi \cdot 1.3 \text{ GHz}$$

$$a = 1 \text{ cm} \quad (\text{les valeurs de } Z \text{ données par la suite doivent être lues } Z/a)$$

$$f_0 = 0.25$$

Ces paramètres sont inspirés d'expériences de current drive sur le tokamak ASDEX avec un plasma de deutérium; la fréquence des ondes injectées est de  $\omega \cong 3.5$  fois la fréquence hybride-inférieure au centre du plasma. Notons que les problèmes  $(n_0, B_{\phi 0}, \omega)$  et  $(\lambda^2 n_0, \lambda B_{\phi 0}, \lambda \omega)$  sont équivalents, de même que les problèmes  $(a, R_0)$  et  $(\lambda a, \lambda R_0)$ .

Dans le cadre de ce travail, seuls les trois paramètres  $(R_a, E, h)$  ont été variés de manière suivie.

### 3.5 Diagnostics développés

Plusieurs diagnostics graphiques ont été développés:

- La projection  $(R, Z)$ : c'est la projection selon  $\phi$  de la trajectoire sur un plan  $(R, Z)$ . Exemple: figure D1. Les courbes concentriques sont des lignes  $\Psi = \text{cte}$ , les courbes continues représentent la trajectoire dans  $(R, Z)$ . L'axe de symétrie se trouve toujours à gauche de la figure, le champ  $(B_r, B_z)$  tourne dans le sens trigonométrique et  $B_\phi$  sort de la feuille.

Les diagnostics suivants sont utilisés en des 'temps' discrets qui correspondent pour chaque rayon au nombre de tours parcourus autour de l'axe de symétrie de l'équilibre; une mesure est prise chaque fois que le rayon considéré passe par  $\phi=0$ . Dans la suite de ce travail, le mot 'temps' désignera le nombre de tours.

- Coupe  $\phi=0$ : un point dans le plan  $(R, Z)$  pour chaque tour. Ces points sont donc toujours sur les trajectoires, lorsque celles-ci sont représentées. Exemple: figure D1

- Section de Poincaré  $(\Psi, k_{//})$ : un point dans le plan  $(\Psi, k_{//})$  pour chaque tour. Exemple: figure D1.

- $k_{//}(t)$ : l'ensemble des valeurs de  $k_{//}$  pour tous les rayons injectés simultanément en fonction du nombre de tours. Exemple: figure C1.

- Moyenne  $\langle k_{//} \rangle(t)$  des valeurs de  $k_{//}$

- Ecart-type  $s(t)$  de  $k_{//}$ ,  $s(t) = \sqrt{\langle k_{//}^2 \rangle - \langle k_{//} \rangle^2}$

- $k_{xx\%}(t)$ : la valeur de  $k_{//}$  telle que  $xx\%$  des valeurs de  $k_{//}$  soient au dessous de cette valeur.  $k_{90\%}(t)$  et  $k_{95\%}(t)$  sont les valeurs les plus utilisées. Exemple: figure C1

Les trois derniers diagnostics sont des diagnostics statistiques; l'échantillon sur lequel sont appliqués ces diagnostics est l'ensemble de tous les rayons, à tous les temps plus petits ou égaux au temps considéré. Cet ensemble correspond physiquement à l'ensemble des ondes se trouvant sur une coupe du plasma  $\varphi=0$ , si l'on suppose que les ondes sont injectées continûment et sont absorbées après N tours (ce qui est simpliste).

Le nombre de tours que parcourt un rayon dans un tokamak n'est pas connu; les données expérimentales sont contradictoires. Une estimation basée sur un amortissement collisionnel seulement donne 100 tours comme borne supérieure, bien que l'on s'attende à ce que le nombre réel soit beaucoup plus bas. Les expériences sont en général conduites jusqu'à ce temps; on est ainsi assuré de ne pas perdre un comportement important.

Il est avantageux de réduire l'information de chaque expérience à un nombre et de n'utiliser qu'un seul diagnostic. Le diagnostic qui mesure le mieux les possibilités d'absorption est  $k_{95\%}$ ; il semble [3] qu'il faille qu'environ 5% de l'énergie soit transférée à des  $k_{//}$  élevés pour que des interactions suffisantes se produisent.

Le diagnostic principal sera donc  $k_{95\%}$ . En général, l'évolution de  $k_{95\%}$  est qualitativement reproduite après 15 tours; cependant, la grandeur la plus caractéristique est  $k_{95\%}$  à un très grand temps. S'il faut caractériser une expérience avec un seul nombre, ce sera avec  $k_{95\%}(t=100)$ .

Si ce diagnostic mesure bien les possibilités d'absorption, il n'est pas parfait. En effet, supposons qu'un rayon monte à une grande valeur de  $k_{//}$  et y reste suffisamment longtemps pour être absorbé avant de redescendre (figure C7b). Ce rayon devrait alors être compté de manière permanente comme susceptible de provoquer un courant. Mais s'il provoque en descendant une baisse significative de  $k_{95\%}$ , celui-ci aura perdu la trace de cette absorption. Ce cas ne se produit cependant que très rarement dans les simulations et peut être négligé.

Le seul moyen de résoudre complètement ce problème est de suivre l'absorption de l'énergie durant la propagation de l'onde; cela demande cependant une analyse plus détaillée, un temps de calcul plus élevé et plus de paramètres (température ou fonction de distribution des vitesses des particules, etc). Une mise en oeuvre de ces moyens ne se justifie que si les conclusions de ce travail montrent qu'il est raisonnable d'espérer que les effets de propagation linéaire suffisent à augmenter  $k_{//}$  significativement.

Notons que si une onde a été absorbée, elle a pu transférer son impulsion: le current drive est alors expliqué. Il n'est donc pas grave de compter une onde qui a un  $k_{//}$  trop élevé pour pouvoir exister dans la pratique, où elle aurait été absorbé par effet Landau.

## 4. Résultats

### 4.1 Propagation en $\varphi$ monotone

Aucun rayon dont la propagation en  $\varphi$  change de signe n'a été détecté; cela ne se produit clairement pas avec les paramètres et les conditions initiales que nous utilisons. Cela justifie à posteriori le choix du nombre de tours autour de l'axe comme mesure du temps.

La monotonie de la propagation en  $\varphi$  peut se démontrer pour certaines conditions initiales; on montre facilement que  $k_{//}$  ne peut pas s'annuler, et ne peut donc pas changer de signe lors de la propagation. Un examen de l'équation (16b) montre que si  $k_{//}$  et  $n_{\varphi}$  ont des signes opposés, la propagation est monotone en  $\varphi$ .

### 4.2 Réflexions

Les projections (R,Z) (figure D4c par exemple) montrent que les rayons sont réfléchis brusquement au bord du plasma. La structure la plus fréquente de ces réflexions est une boucle dans (R,Z); cela n'est cependant pas toujours le cas, comme on le voit pour les deux premières réflexions de la figure D4b.

Ces réflexions brusques indiquent que la trajectoire du rayon dépend fortement de la densité au bord du plasma; les turbulences qui existent dans les tokamaks pourraient changer complètement la propagation après réflexion. Une solution à ce problème est de simuler les turbulences en ajoutant des perturbations spatiales à la densité ou au champ magnétique, cassant ainsi l'axisymétrie; cela sort cependant du cadre de ce travail. Notons que des turbulences de petite taille détruiront la validité du ray-tracing.

Certains auteurs [2] utilisent les réflexions au bord du plasma comme mesure du temps, au lieu du nombre de tours autour de l'axe de la symétrie; cette mesure du temps reproduit mieux les structures régulières qui peuvent apparaître. Par contre, notre mesure correspond à une réalité physique, puisque, comme nous l'avons déjà noté, l'ensemble des points de notre mesure correspond à ce que l'on peut observer dans une coupe du plasma; de plus, notre mesure échantillonne en général tous les points de la trajectoire dans (R,Z), et non seulement lors des réflexions. Les deux mesures découpent le temps à des fréquences habituellement comparables, puisqu'il y a typiquement 1.5 réflexions par tour autour de l'axe de l'équilibre.

### 4.3 Variation du rapport d'aspect

L'effet du rapport d'aspect  $R_a$  a été étudié dans le domaine  $R_a \in [2.5, 3.5]$ , avec 11 rayons ( $E=1, h=0$ ). La figure B1 montre  $k_{95\%}(R_a)$  aux temps  $\{0, 15, 100\}$ . Cette figure montre que le comportement à long terme est essentiellement atteint après 15 tours déjà; de plus, l'évolution de  $k_{//}$  ne s'apparente certainement pas à une diffusion.

On voit clairement une structure pointue en  $R_a \cong 3.1$ , ainsi que d'autres structures apparemment moins importantes, en  $R_a = 3.6$  par exemple. Ce n'est que tout près de la structure la plus importante que  $k_{//}$  monte à des valeurs susceptibles d'induire un courant important. Notre modèle ne permet donc pas d'expliquer le current drive dans la plus grande partie des cas couverts par cette figure.

### 4.4 Variation de l'ellipticité

L'effet de l'ellipticité  $E$  a été étudié dans le domaine  $E \in [1, 3.5]$ , pour  $R_a = 3.5$ , avec 21 rayons. La figure B2 montre  $k_{95\%}(E)$  aux temps  $\{0, 15, 100\}$  en fonction de  $E$ . La hauteur du grill varie proportionnellement avec  $E$ ; des résultats similaires (i.e. les mêmes structures) sont obtenus avec un grill de hauteur fixe.

Le comportement qualitatif est reproduit après 15 tours, le comportement quantitatif est bien reproduit après 25 tours (non montré ici). Le graphique montre une sorte de résonance en  $E \cong 1.45$ ; ce n'est que tout près de cette résonance que  $k_{//}$  monte à des valeurs susceptibles d'induire un courant important. Notre modèle ne permet donc pas d'expliquer le current drive dans la plus grande partie des cas couverts par cette figure.

Il est tout-à-fait possible que des structures similaires existent entre deux points de la figure (E1a); par exemple, la structure que l'on devine en  $E \cong 2.4$  pourrait être aussi importante que celle qui existe en  $E \cong 1.45$ . Il serait facile de le détecter; cela n'est cependant pas très utile.

### 4.5 Une structure observée: la résonance

Lors des variations du rapport d'aspect aussi bien que de l'ellipticité étudiées plus haut, on observe des structures pointues, en  $(R_a, E) \cong (3.1, 1.0)$  et  $(R_a, E) \cong (3.5, 1.4)$  respectivement, qui s'avèrent être très semblables. A défaut de mieux, nous avons appelé ces structures des 'résonances'.

Leurs similarités sont mises en évidence sur les figures C1a ( $R_a=3.5$ ) à C8a ( $R_a=2.99$ ) et C1b ( $E=1$ ) à C8b ( $E=1.46$ ) qui montrent  $k_{//}(t)$  (points) pour tous les rayons,  $k_{90\%}(t)$  et

$k_{95\%}(t)$  (courbes), pour quelques cas typiques. Si les figures (a) sont plus clairsemées que les figures (b), c'est parce qu'elles ne contiennent que les valeurs de  $k_{//}$  de 11 rayons contre 21 pour les figures (b). Les valeurs numériques indiquées dans les commentaires concernent le cas de l'ellipticité variable.

fig.	$R_a/E$	Commentaire
C1	3.50/1.00	On observe des structures périodiques peu marquées dans $k_{//}(t)$ . Les deux figures sont identiques au nombre de rayons près.
C2	3.20/1.20	Les structures périodiques sont très marquées; leur période augmente avec E, de même que leur amplitude.
C3	3.10/1.35	L'évolution continue de la même manière; dès la deuxième période, on observe une diffusion de $k_{//}$ . $k_{95\%}(t=100) \cong 4$ .
C4	3.02/1.40	$k_{95\%}(t=100) \cong 5.5$
C5	3.016/1.42	Quelques rayons ne montent pas à des hautes valeurs de $k_{//}$ comme sur la figure précédente, mais restent près de $k_{//} \cong 1$
C6	3.007/1.44	De moins en moins de rayons montent, mais ceux qui le font montent plus haut que jamais.
C7	3.001/1.45	Idem, plus marqué.
C8	2.99/1.46	Plus aucun rayon ne monte; $k_{95\%}(t=100)$ est tombé d'un peu moins d'un ordre de grandeur. Notez que la transition du régime périodique à ce régime-ci s'est faite très rapidement, puisque dans l'intervalle $R_a \in [3.02, 2.99]$ (a) ou $E \in [1.40, 1.46]$ (b).

Ainsi, en partant de  $R_a=3.5$ ,  $E=1$  (figures C1 a,b) on trouve le même type de structure en diminuant  $R_a$  ou en augmentant E. Autrement dit, en augmentant l'ellipticité de 1.0 à 1.4, la résonance est déplacée de  $R_a=3$  à  $R_a=3.5$ ; on peut trouver un chemin continu dans  $(R_a, E)$  marquant le sommet de la résonance.

Le current drive n'est expliqué que dans le voisinage immédiat de la résonance, dans une petite bande de la surface  $(R_a, E)$ . Les valeurs de ces deux paramètres sont donc critiques dans l'explication du current drive par le modèle. (\*)

On peut distinguer deux types de rayons: les rayons que nous appellerons *rayons excités* dont le  $k_{//}$  monte et évolue périodiquement, comme tous les rayons de la figure C2, et ceux que nous appellerons *rayons calmes* dont le  $k_{//}$  ne monte pas, comme tous les rayons de la figure C8. Les trajectoires de ces deux types de rayons sont examinées plus bas.

#### 4.6 Trajectoire des rayons calmes

a) Figure D1, équilibre standard ( $R_a=3$ ,  $E=1$ ,  $h=0$ ),  $Z_{init} = 0$ : projection  $(R, Z)$ , section  $\varphi=0$  et section de Poincaré. Les deux figures sont identiques, si ce n'est que la première montre la trajectoire et que la deuxième contient plus de points.

La trajectoire du rayon est confinée dans une surface  $(R, Z)$  qui est remplie assez régulièrement par les points de la section  $\varphi=0$ . Il y a une surface équivalente dans la section de Poincaré  $(\Psi, k_{//})$ ;  $k_{//}$  ne dépasse donc jamais sa valeur maximale dans cette surface, qui est  $k_{//} \cong 1.6$ .

Le rayon est toujours réfléchi au bord du plasma, près du point d'injection. La hauteur à laquelle il est réfléchi oscille régulièrement entre  $Z = -0.25$  et  $Z = 0.21$

b) Figure D2, équilibre standard ( $R_a=3$ ,  $E=1$ ,  $h=0$ ),  $Z_{init} = -0.25$ , : projection  $(R, Z)$ , section  $\varphi=0$  et section de Poincaré. Les deux figures sont identiques, si ce n'est que la première montre la trajectoire et que la deuxième contient plus de points.

L'ensemble des points de la coupe  $\varphi=0$ , ainsi que l'ensemble des points de la section de Poincaré, forment chacun une courbe unidimensionnelle, résultat inattendu s'il en est. La trajectoire se comporte cependant de la même manière que dans le cas a); le cas b) en est donc un cas particulier. L'unidimensionnalité des courbes apparaît comme une conséquence inattendue de relations entre les périodicités 1) des réflexions au bord du plasma, 2) d'un tour autour de l'axe de la symétrie.

---

(\*) Des simulations postérieures à la rédaction de ce travail montrent que la position de la résonance dans  $(R_a, E)$  dépend elle-même de manière critique d'autres paramètres tels que la fréquence de l'onde ou du facteur de sécurité. La résonance semble dépendre de tous les paramètres importants de la simulation.

#### 4.7 Cas limite: le rayon à trajectoire périodique

Figure D3, équilibre standard ( $R_a=3$ ,  $E=1$ ,  $h=0$ ),  $Z_{init} = 0.4545$  (hors du grill standard): trajectoire, projection (R,Z) et section de Poincaré. La figure (b) est une partie de la figure (a): n'y est montré que ce qui se passe après le 55<sup>ème</sup> tour.

La hauteur de réflexion augmente régulièrement et se stabilise; la trajectoire dans (R,Z) est alors périodique (fig. b). Cette trajectoire périodique est un attracteur, puisque le rayon considéré n'y est initialement pas. C'est un exemple "d'attracteur exponentiel" décrit dans la référence [2].

Lorsque la trajectoire est périodique,  $k_{//}(t)$  ne peut que varier exponentiellement en moyenne, exactement exponentiellement si le temps désigne le nombre de réflexion. En effet, la norme initiale de  $\mathbf{k}$  ne change pas l'évolution; entre deux réflexions,  $k_{//}$  ne peut donc qu'être multiplié par un certain facteur  $r$ . Après  $n$  réflexions, la norme de  $k_{//}$  est multipliée par  $r^n$ , ce qui produit une variation exponentielle.

#### 4.8 Trajectoire des rayons excités

a) Figure D4a ( $R_a=3.2$ ,  $E=1$ ,  $h=0$ ),  $Z_{init} = 0$ : exemple de faible amplitude. Le rayon montré ici est l'un des rayons de la figure C2.

Le rayon décrit des boucles dans (R,Z) du même type que pour les rayons calmes, mais sa trajectoire n'est pas confinée comme celle des rayons calmes: le point de réflexion tourne régulièrement autour du plasma.  $k_{//}$  augmente lorsque le point de réflexion se trouve dans la région en bas à droite du plasma et diminue lorsqu'il se trouve dans la région symétrique par rapport à l'axe  $Z=0$ ; c'est ainsi que la structure périodique de  $k_{//}(t)$  des rayons excités est générée.

b) Figures D4 b,c, équilibre standard ( $R_a=3$ ,  $E=1$ ,  $h=0$ ),  $Z_{init} = 0.25$ : exemple de grande amplitude. La trajectoire de ce rayon étant assez compliquée, elle a été décomposée en deux parties. Les réflexions contre le bord du plasma ont été partiellement numérotées.

1: figure D4b,  $t \in \{0, \dots, 51\}$ . Après une courte évolution, la trajectoire devient presque périodique; c'est lors de cette quasi-stabilisation que  $k_{//}$  augmente exponentiellement (comme dans le cas du rayon à trajectoire périodique) jusqu'à 6.5 environ. Il a été observé que de petites erreurs numériques peuvent suffire à le stabiliser; le rayon est donc très près de la stabilisation définitive du type du cas du § 4.7.

2: figure D4c,  $t \in \{52,81\}$ . le rayon continue à tourner autour du plasma. Le point de réflexion va continuer de tourner autour du plasma; plus loin que ce qui est montré sur cette figure,  $k_{//}$  va diminuer.

Ce rayon a un comportement similaire au précédent, mais il tourne moins rapidement autour du plasma, et subit plus de réflexions dans la zone où  $k_{//}$  augmente (en bas à droite du plasma). Il reste donc plus longtemps dans cette zone et  $k_{//}$  augmente plus: l'amplitude et la période des oscillations de  $k_{//}(t)$  sont plus grande que dans le premier cas.

#### *4.9 Les trajectoires proches de la résonance*

Il est difficile de prévoir l'évolution qualitative d'un rayon dans des conditions proches de la résonance sans en faire l'expérience: deux rayons avec des conditions initiales très proches peuvent avoir des comportements très différents. Il en est de même pour deux rayons partant du même endroit, mais avec un rapport d'aspect légèrement différent. La propagation dans des conditions proches de résonances engendre donc des structures très riches dans  $k_{//}$ , qui peuvent dépendre abruptement des paramètres de l'équilibre et de la hauteur d'injection.

Les variations importantes de  $k_{//}$  semblent liées à des réflexions répétées dans une zone du bord du plasma comprise entre le bas du plasma et la réflexion 3 de la figure D4 b, ainsi que dans la zone symétrique par rapport à l'axe  $Z=0$ .

La plupart des comportements décrits ici ont aussi été mis en évidence autour de la résonance  $(R_a, E) = (3.5, 1.4)$ . Il y a tout lieu de penser que toutes les structures décrites pour la résonance  $(R_a, E) \cong (3.1, 1.0)$  s'y retrouvent.

#### *4.10 Variation de la triangularité*

L'effet de la triangularité  $h$  a été étudié dans le domaine  $h \in [0, 1.5]$ , pour  $R_a=3$ ,  $E=1.6$  avec 21 rayons. La figures E1 montre  $k_{95\%}$  et  $\langle k_{//} \rangle$  aux temps  $\{0, 15, 25, 50, 100\}$  en fonction de  $h$ .

Le résultat est qualitativement différent des précédents; on n'observe pas de structures pointues. Pour des grandes valeurs de  $h$ ,  $k_{95\%}$  augmente non seulement avec  $h$ , mais aussi avec le temps, au contraire des cas étudiés plus haut où  $k_{95\%}$  ne varie que peu après 15 tours.

La figure E2 montre  $k_{//}(t)$  (points) pour tous les rayons,  $k_{90\%}(t)$  et  $k_{95\%}(t)$  (droites), pour quelques triangularités typiques.



- $h=0$   $k_{//}$  descend rapidement avec le temps et se stabilise ( $k_{95\%} \cong 1.1$ ). Pas de changement notable pour  $h \in [0,1]$ .
- $h=1.2$  La moyenne et l'écart-type de la distribution des  $k_{//}$  augmentent avec le temps. L'évolution de  $k_{//}$  s'apparente à une diffusion; notons que la diffusion ne s'effectue que vers les grandes valeurs de  $k_{//}$  et que le minimum de  $k_{//}$  reste constant.
- $h=1.3$  Ce cas est le même que le précédent, mais la diffusion est légèrement plus forte.
- $h=1.4$  La diffusion est très forte.
- $h=1.5$  (non montré) L'équilibre comporte un coin (voir figure A1);  $k_{//}$  diffuse très fortement et  $k_{95\%}(t=50) = 16$

Pour  $h \geq 1.2$ , aucune structure n'est visible dans  $k_{//}(t)$  dont le comportement semble stochastique et ressemble à de la diffusion. L'augmentation de  $k_{//}$  est clairement suffisante pour induire un courant.

#### *4.11 Les coins*

Lorsque l'équilibre a un coin, on observe toujours de très grandes augmentations de  $k_{//}$ . C'est le cas dans notre équilibre si  $R_a=2$  ou si  $h=R_a/2$  (figure A1). C'est également le cas dans les tokamaks qui ont un point-X.

#### *4.12 Discussion*

La symétrie de l'équilibre joue un rôle important dans le comportement de  $k_{//}$ . L'équilibre le plus symétrique est l'équilibre  $h=0$ ,  $E=1$ ,  $R_a=\infty$ ; la propagation y est très régulière et  $k_{//}$  ne varie pas ou peu.

Cette symétrie est cassée lorsqu'on diminue  $R_a$  ou augmente  $E$ :  $k_{//}$  montre alors un comportement non stochastique avec des structures du type de la résonance. Si la symétrie est encore diminuée par une augmentation de  $h$ , la propagation devient stochastique.

Il est possible de diminuer encore la symétrie de l'équilibre: on peut casser l'axisymétrie, par exemple en ajoutant des perturbations spatiales à la densité. On obtiendrait probablement un comportement stochastique et une diffusion de  $k_{//}$  même avec un équilibre par ailleurs plus symétrique. Il est en effet clair qu'une petite perturbation peut changer fortement la trajectoire d'un rayon, et par exemple changer un rayon calme en rayon excité. D'autre part, des perturbations suffisamment grandes détruiront vraisemblablement les

résonances, puisqu'elles sont associées à des trajectoires dans  $(R,Z)$  momentanément presque périodiques.

On peut séparer  $(R_a, E, h)$  en deux domaines: Le domaine (A) tel que nos expériences montrent une augmentation significative de  $k_{//}$  lors de l'évolution et le domaine (B) tel que nos expériences ne le montrent pas.

Bien qu'une petite partie seulement de  $(R_a, E, h)$  ait été explorée dans le cadre de ce travail, il est clair que le domaine (B) est plus grand que le domaine (A). Il semble possible de trouver dans la littérature des expériences de current drive qui fonctionnent et dont les paramètres tombent dans (B); notre modèle ne semble donc pas adéquat pour décrire le current drive. Notons que ce modèle est semblable à ceux habituellement décrits dans la littérature [1,2].

## 5. Conclusions

Une augmentation significative de  $k_{//}$  a été mise en évidence dans deux cas:

- 1) une triangularité très élevée (plus élevée que celui trouvé dans la plupart des tokamaks) provoque un comportement stochastique de  $k_{//}$  et une évolution ressemblant à de la diffusion,
- 2) lorsque les paramètres du plasma (par exemple rapport d'aspect et ellipticité) sont dans une bande étroite autour de ce qui a été appelé "résonance".

Il semble clair que les effets de propagation linéaire ne peuvent pas à eux seuls expliquer le current drive, du moins dans le cadre de notre modèle. En effet, seuls certains petits domaines de  $(R_a, E, h)$  provoquent une augmentation de  $k_{//}$  suffisante pour induire un courant important. Dans la pratique, toutes les expériences fonctionnent, quelles que soient les valeurs de  $(R_a, E, h)$ .

L'explication doit donc être cherchée ailleurs, soit dans une faible perturbation de l'axisymétrie des structures, soit dans une approximation au delà de l'Eikonal ou bien encore dans les effets non-linéaires.

## 6. Remerciements

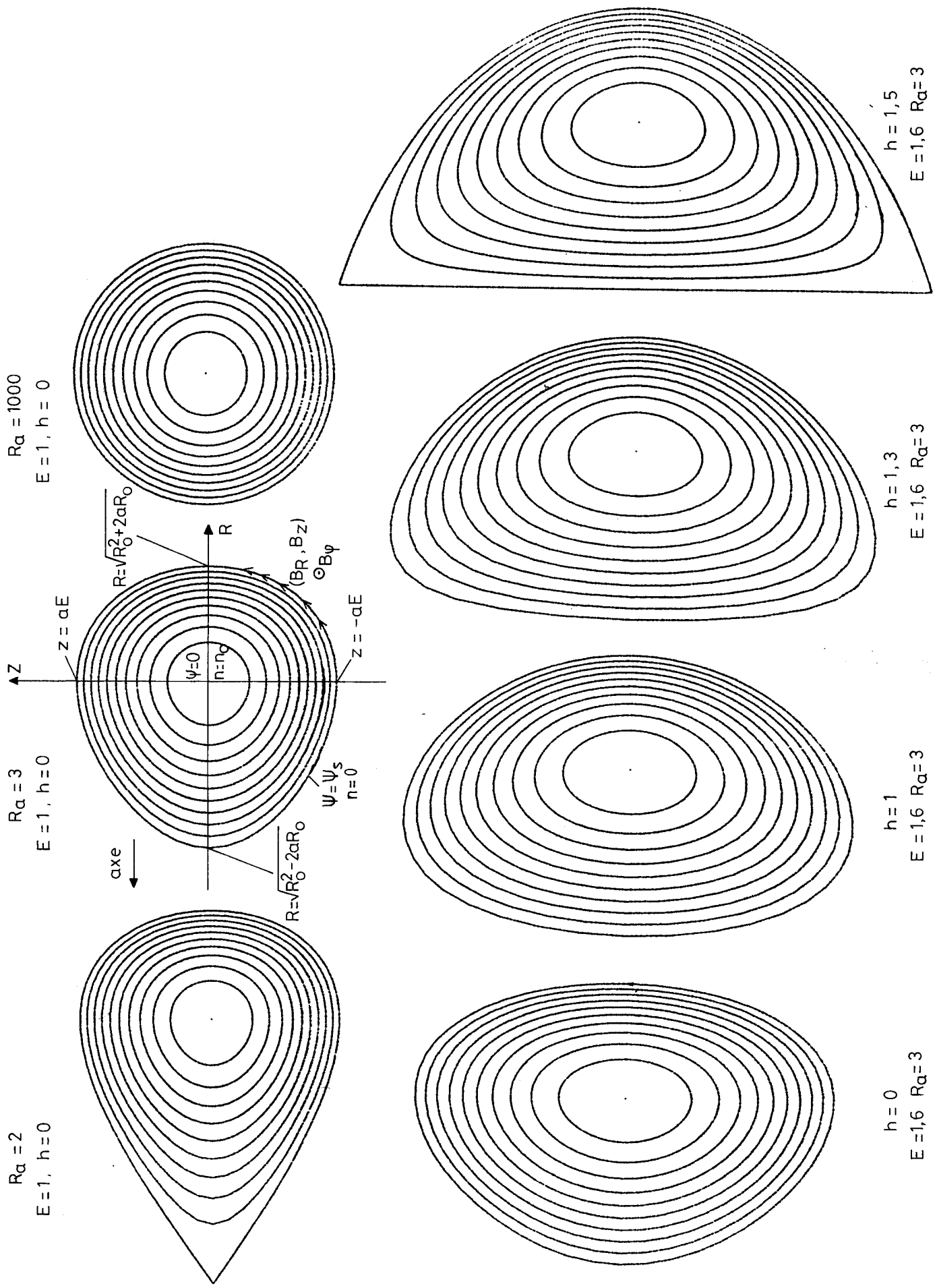
Nos remerciements vont à André Jaun pour ses conseils et son aide utile, à Anthony Cooper, Göran Schultz et Jan Vaclavik pour leurs contributions théoriques et à toute l'équipe du pavillon numérique.

## 7. Références

1. E. Barbato, *Propagation and Absorption of lower hybrid waves in tokamaks, in theory of fusion plasma*, Ed. J. Vaclavik *et al.*, International School of Plasma Physics, Editrice Compositori, BOLOGNA, 1988
2. Yu.F. Baranov, E.Z. Gusakov, A.D. Piliya, *Resonant slowing-down of lower hybrid waves in tokamak plasmas, in theory of fusion plasma*, Ed. J. Vaclavik *et al.*, International School of Plasma Physics, Editrice Compositori, BOLOGNA, 1988
3. S. Succi, K. Appert, J. Vaclavik, D. Moreau, *Spectra of lower hybrid waves required to sustain significant currents, in Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, 1984*, proceedings of the tenth international conference on plasma physics and controlled nuclear fusion research, Ed. International Atomic Energy Agency, Vienna, 1985, p. 549
4. J. Wesson, *tokamaks*, Clarendon Press, Oxford, 1987
5. V.P. Bhatnagar, *Nuclear Fusion*, vol 24, No 8 (1984) p. 955

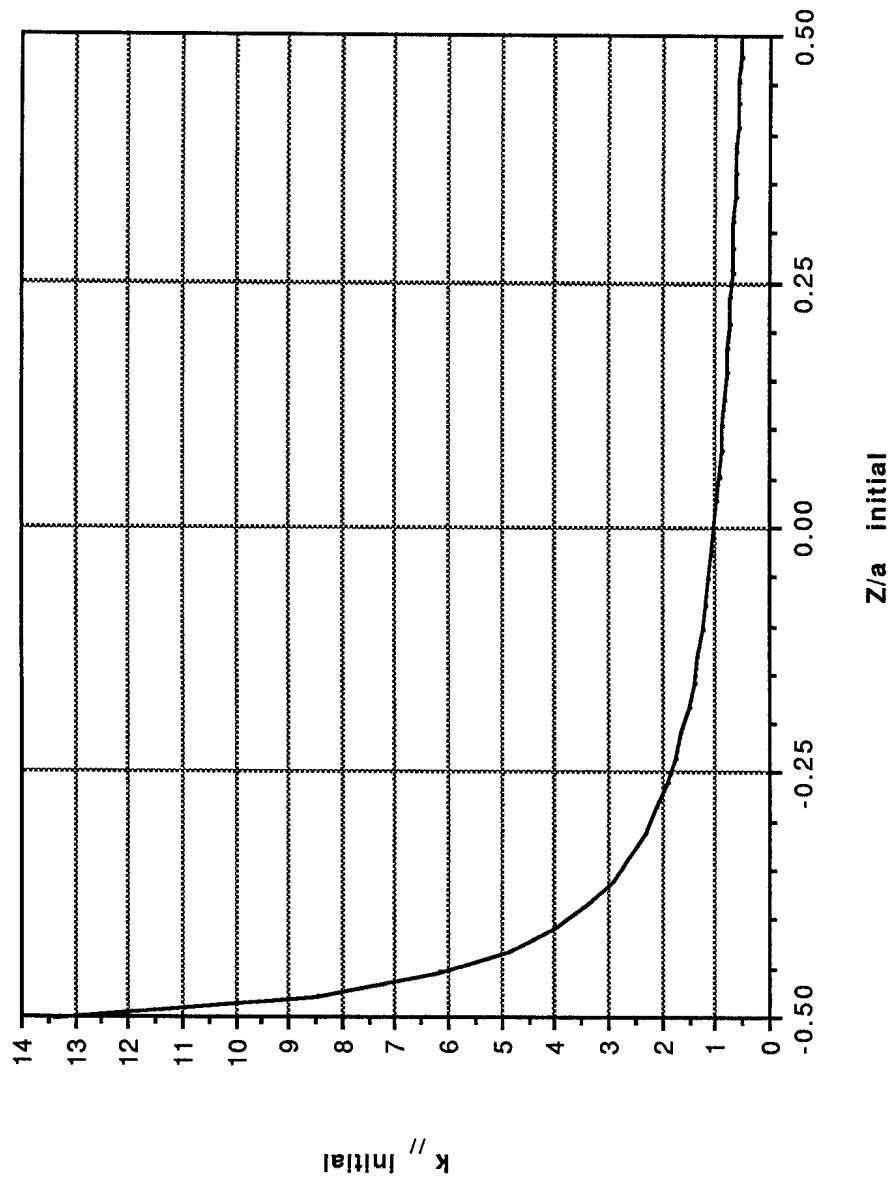
# Exemples d'équilibres Soloviev

fig. A1



$k_{//}$  initial en fonction de la hauteur d'injection

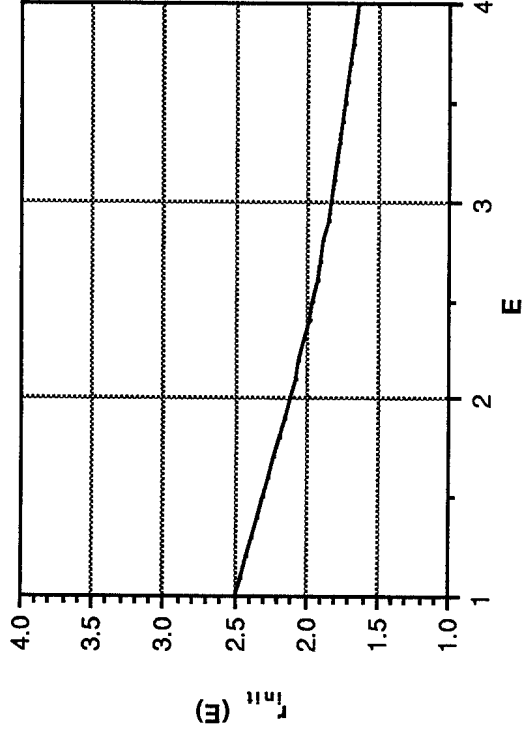
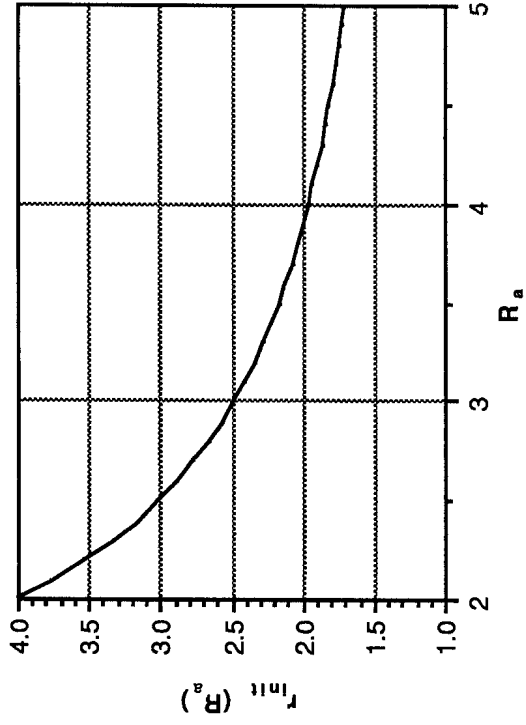
$Ra=3$   $E=1$   $h=0$



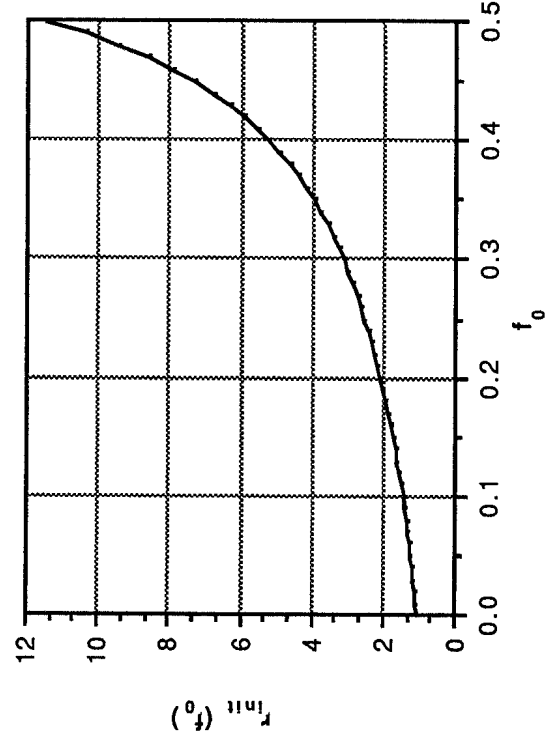
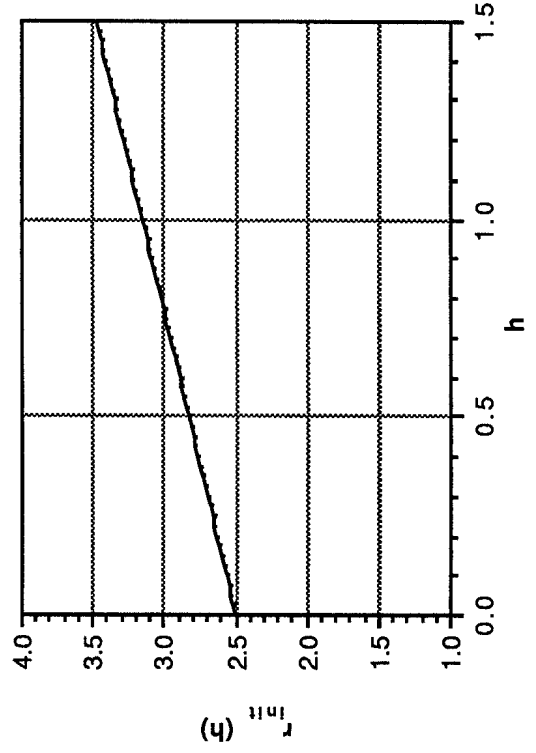
limites habituelles  $f_0 = 0,25$

fig. A2

Largeur du spectre initial de  $k_{II}$



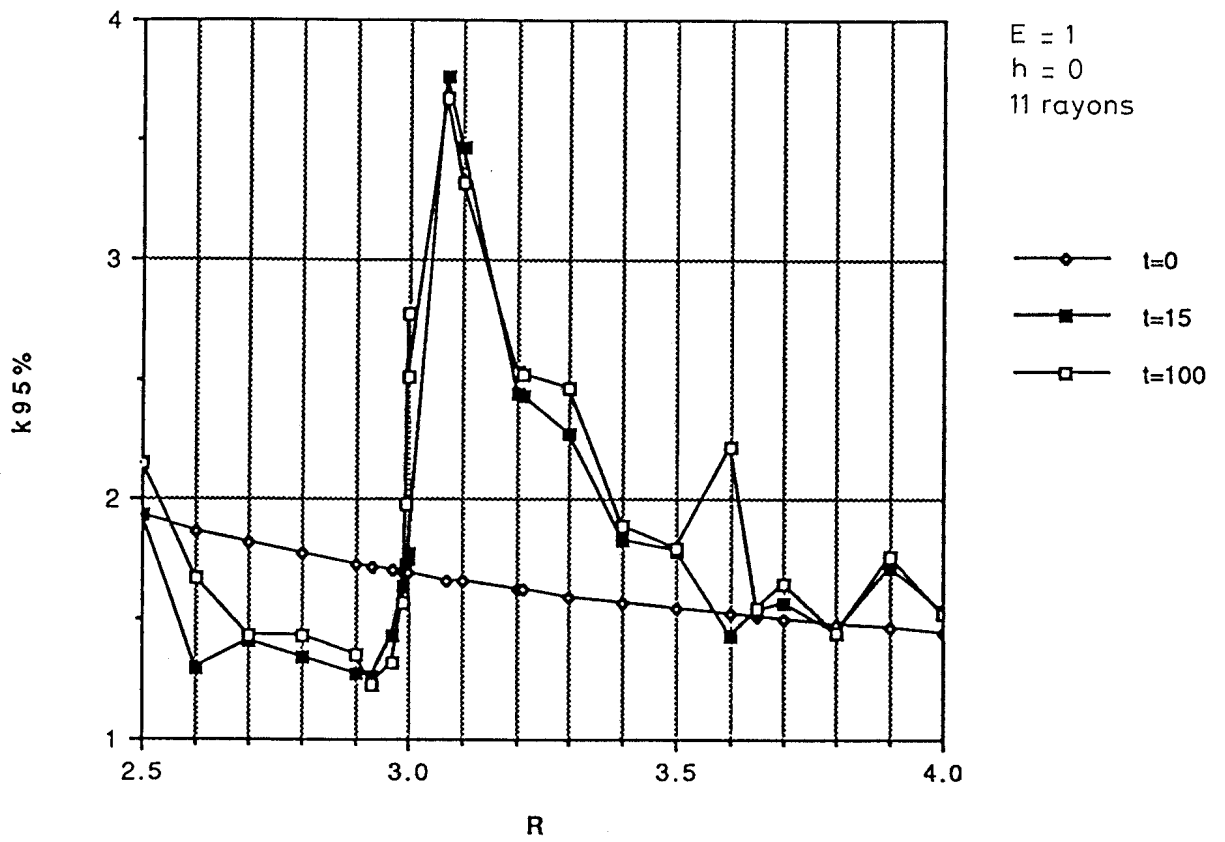
$$r^{\text{init}} \Xi \frac{k_{II} \text{ initial maximum}}{k_{II} \text{ initial minimum}}$$



A part la figure concernée :  $R_a = 3$   $E = 1$   $h = 0$   $f_0 = 0,25$

fig. A3

Variation du rapport d'aspect: k95%



Variation du rapport d'aspect:  $\langle k_{||} \rangle$

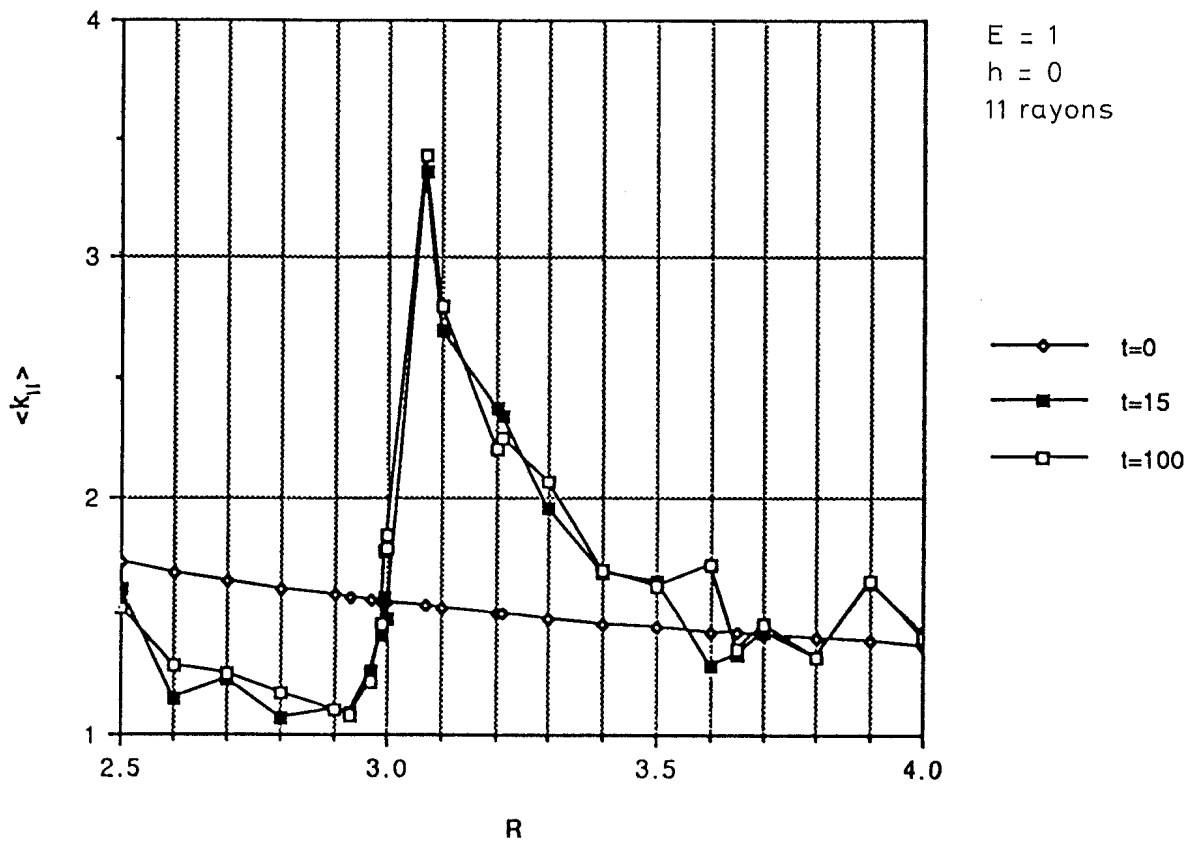
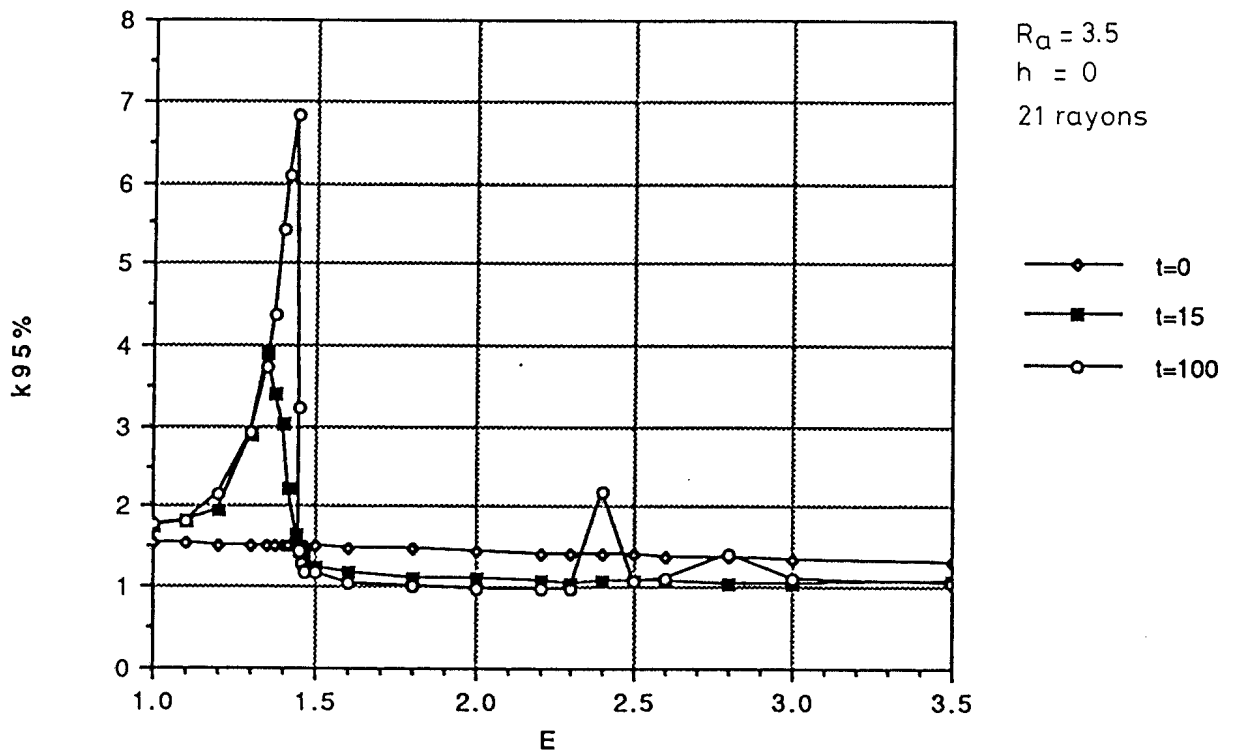


fig. B1



### Variation de l'ellipticité, k95%



### Variation de l'ellipticité: $\langle k_{11} \rangle$

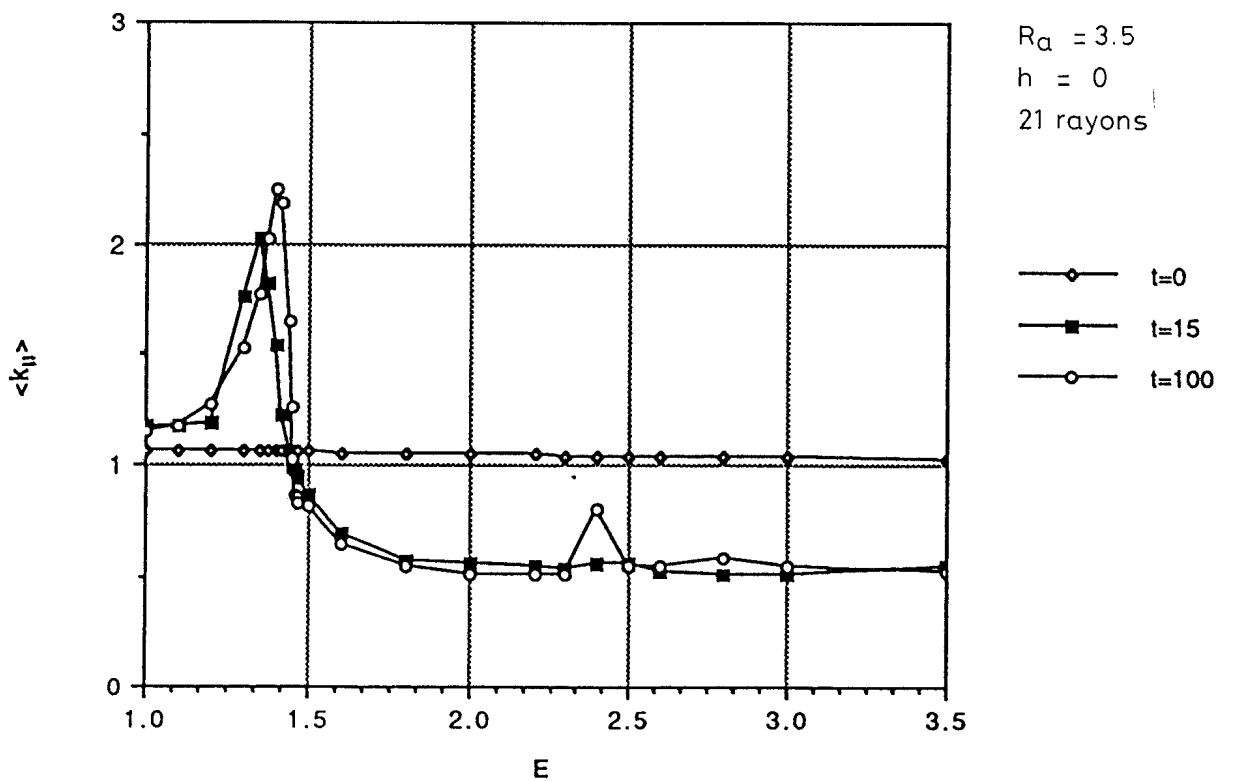
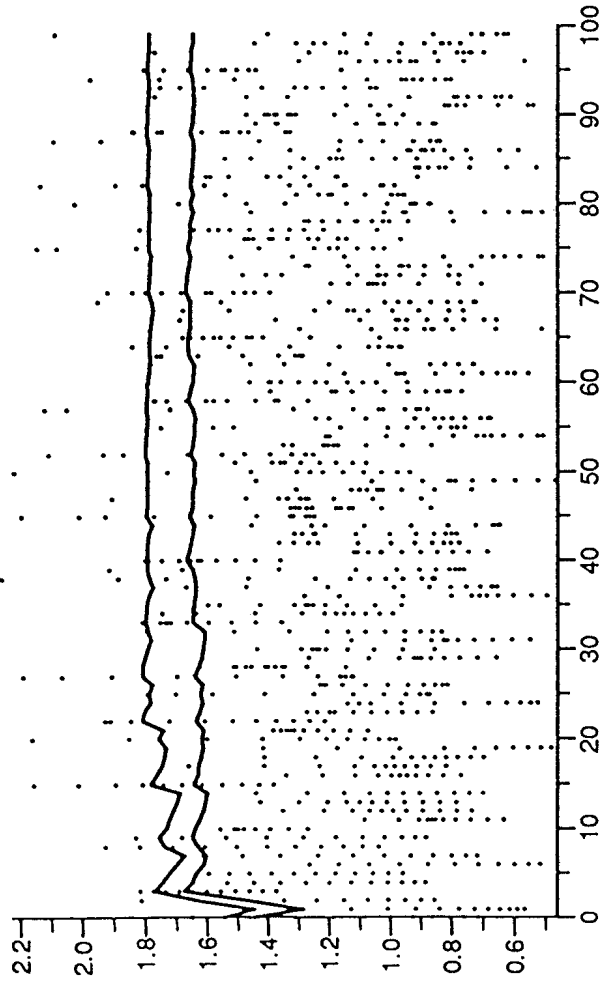


fig. B2

Variation du rapport d'aspect : propagation près de la résonance  
( $E=1, h=0, 11$  rayons) fig.C1a  $R_a=3.5$



Variation de l'ellipticité : propagation près de la résonance  
( $R_a=3.5, h=0, 21$  rayons) fig.C1b  $E=1$

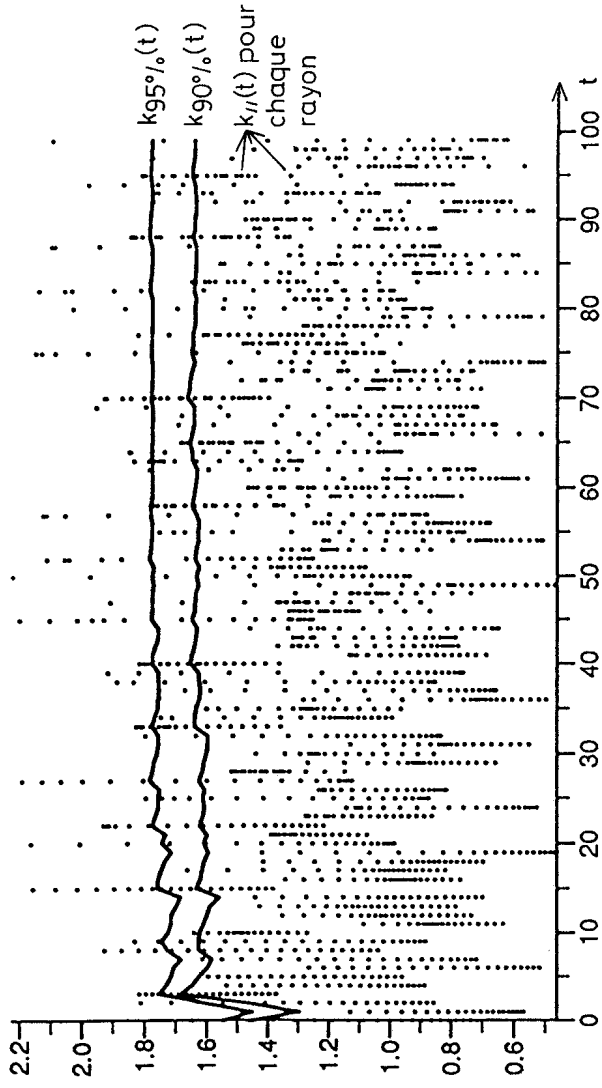


fig.C2a  $R_a=3.2$

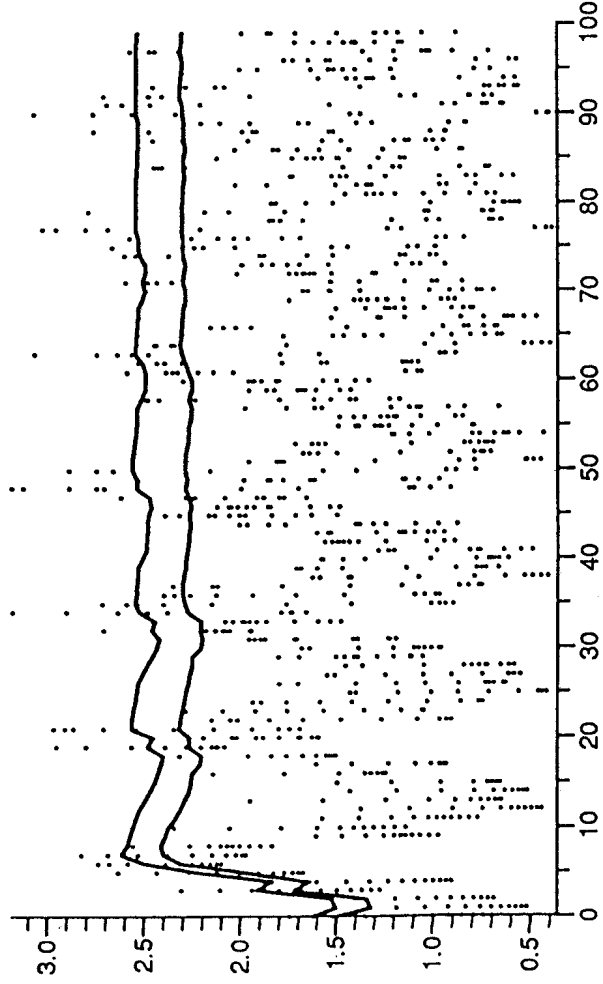


fig.C2b  $E=1.2$

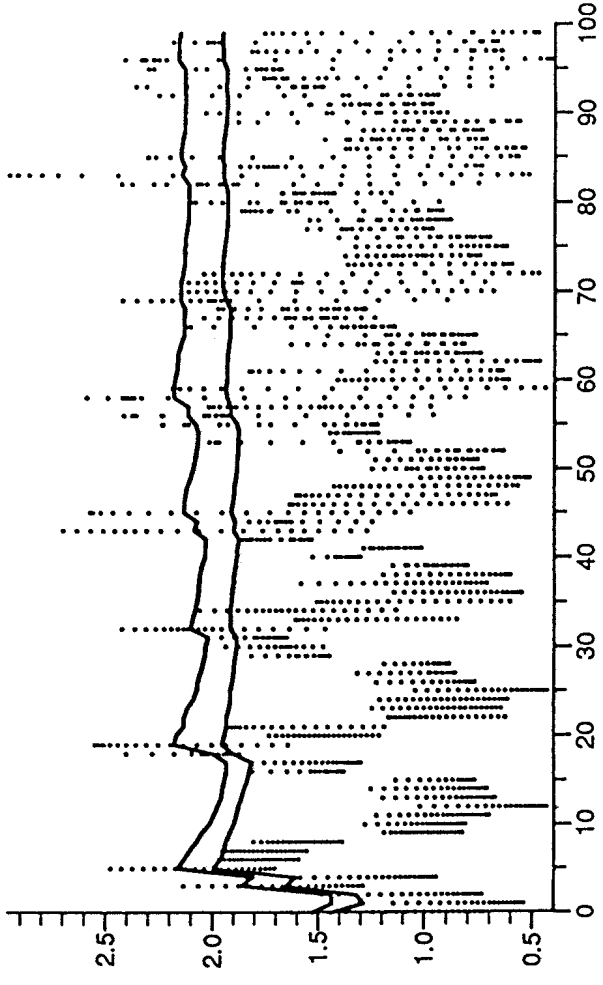


fig. C3a  $R_a = 3.1$

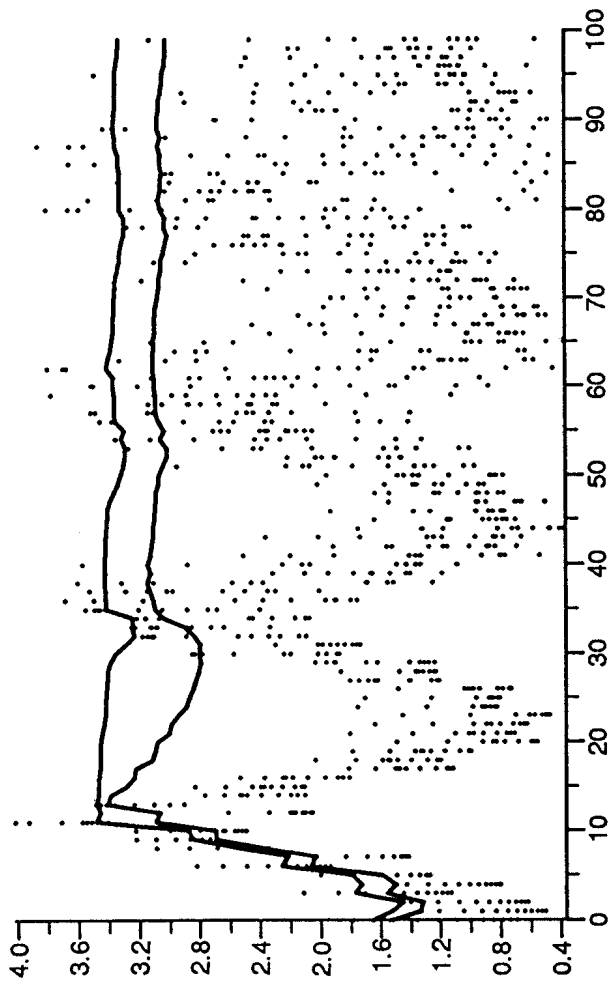


fig. C3b  $E = 1.35$

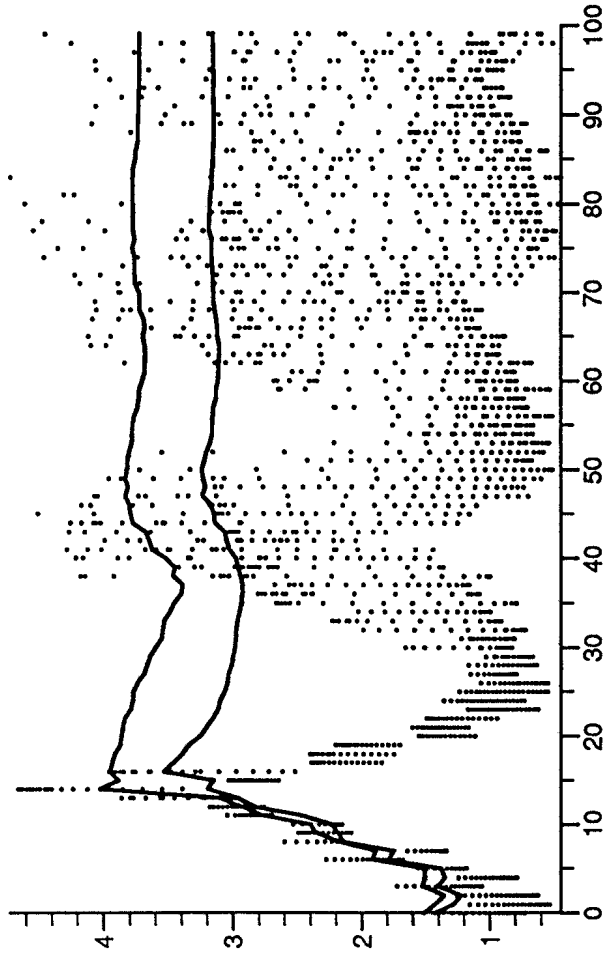


fig. C4a  $R_a = 3.02$

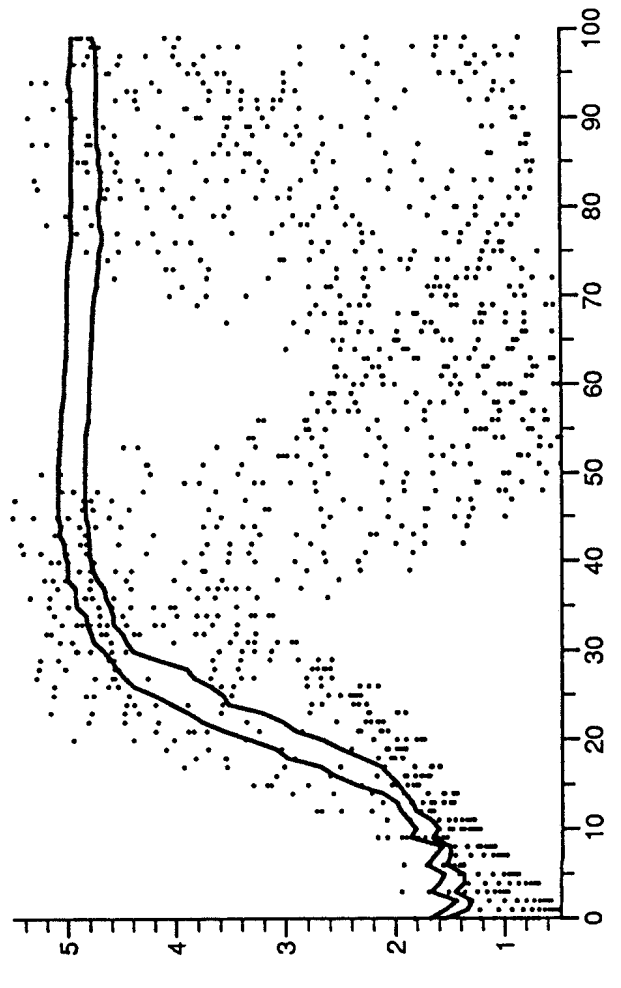


fig. C4b  $E = 1.4$

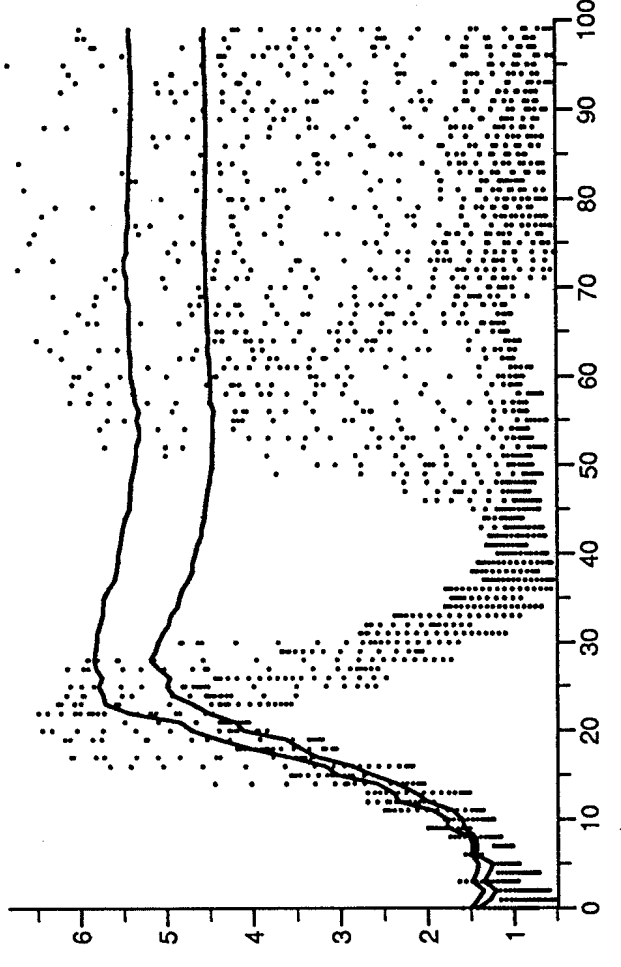


fig. C5a  $R_a = 3.016$

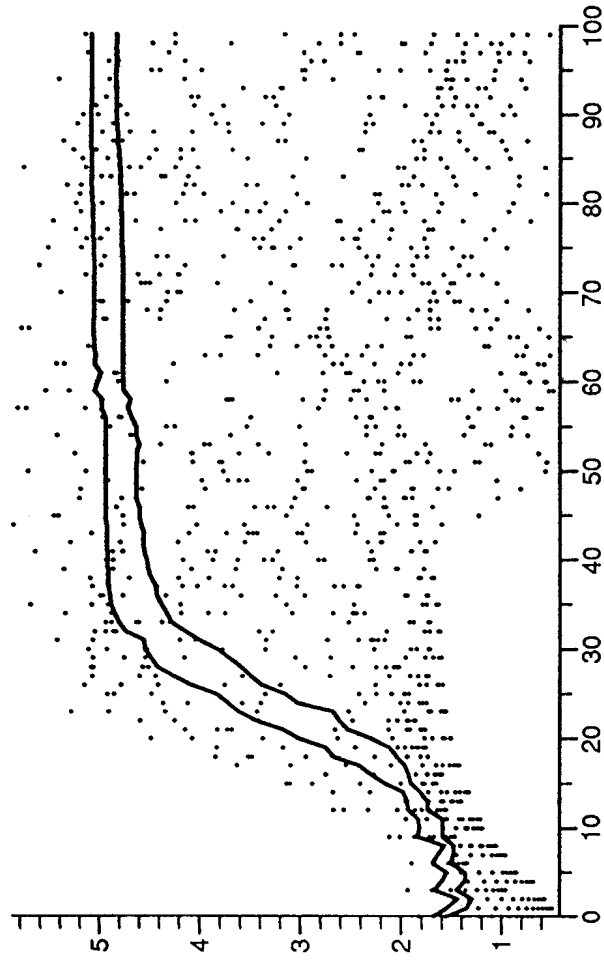


fig. C5b  $E = 1.42$

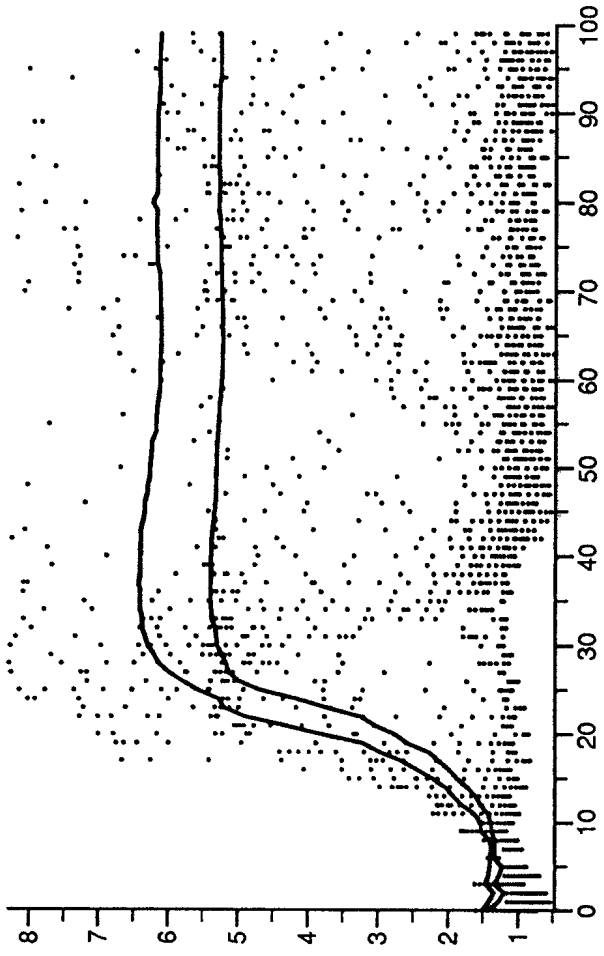


fig. C6a  $R_a = 3.007$

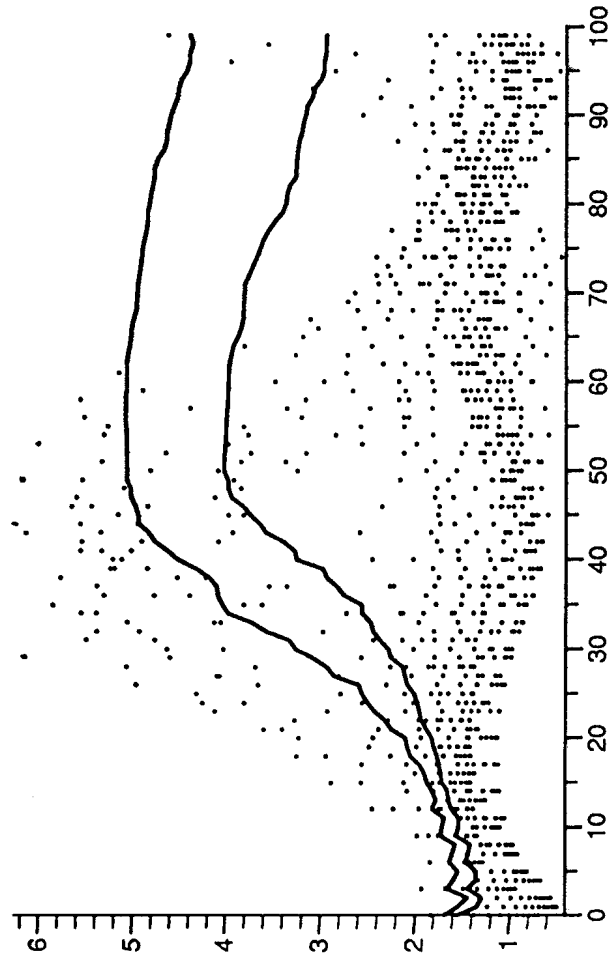


fig. C6b  $E = 1.44$

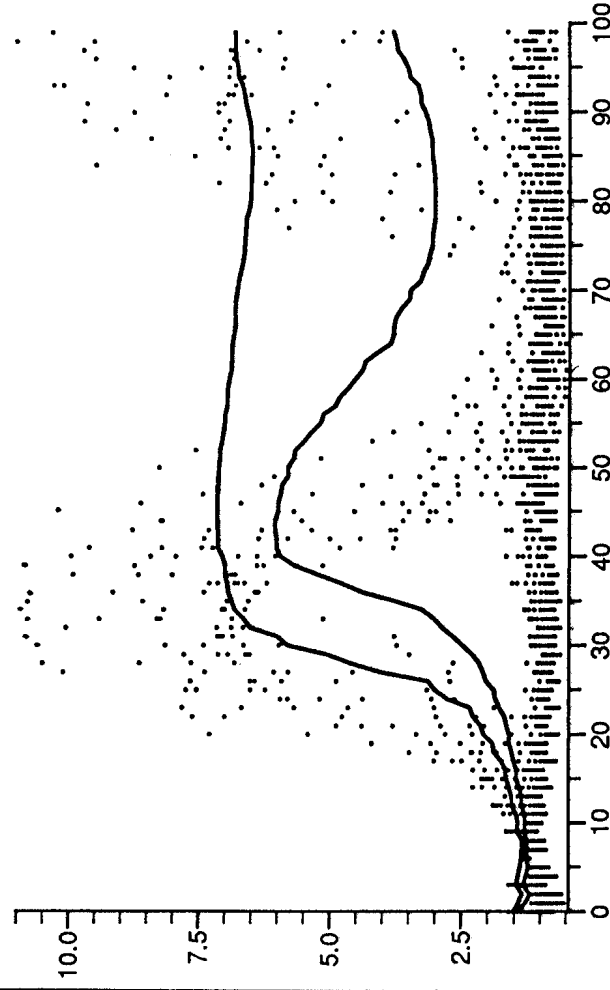


fig. C7a  $R_a = 3.001$

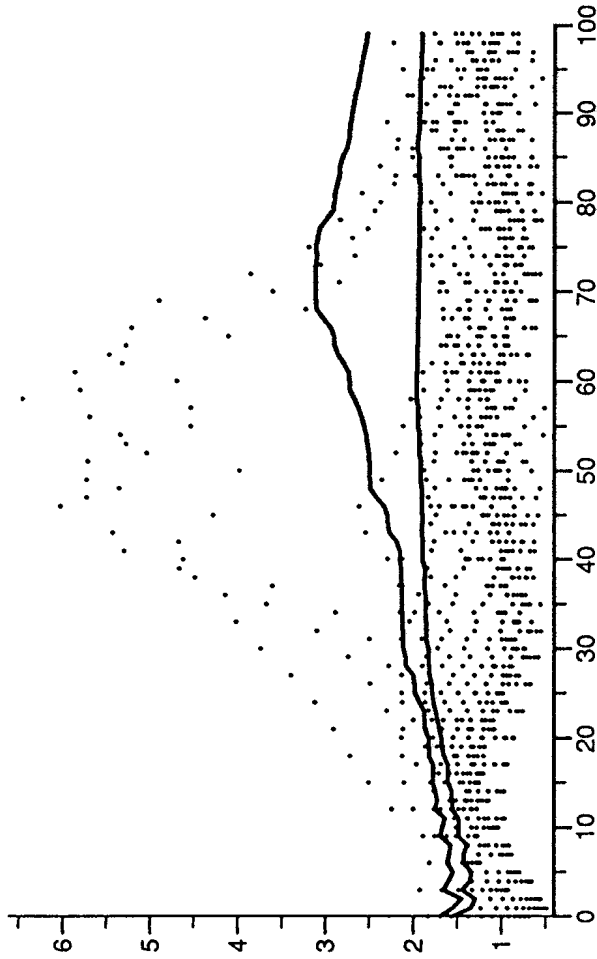


fig. C7b  $E = 1.45$

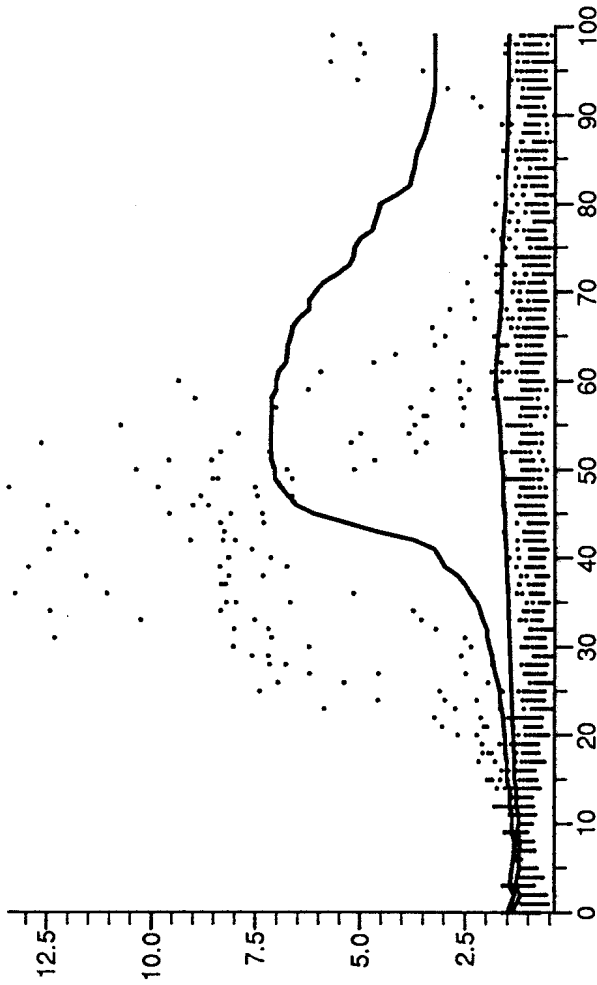


fig. C8a  $R_a = 2.99$

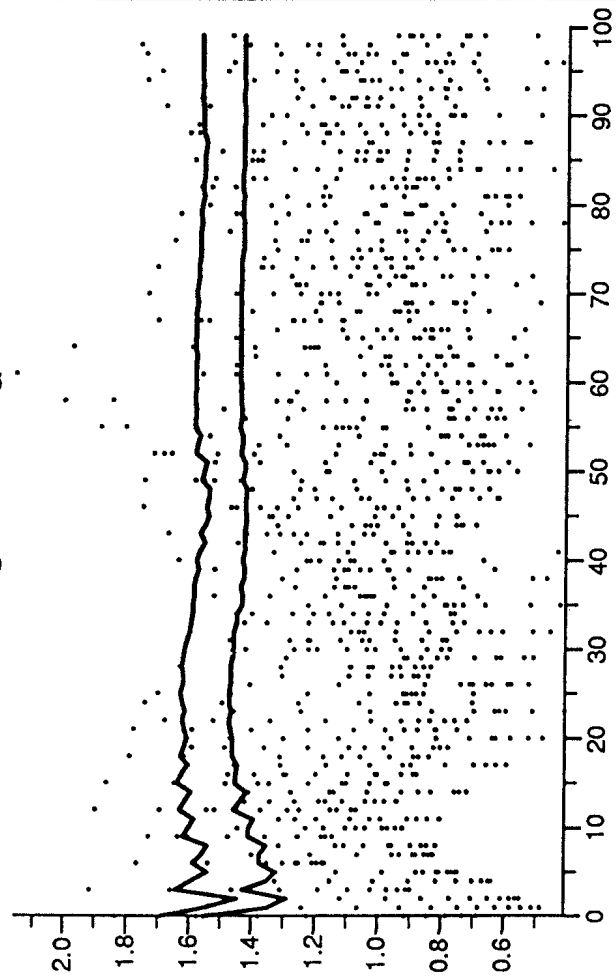
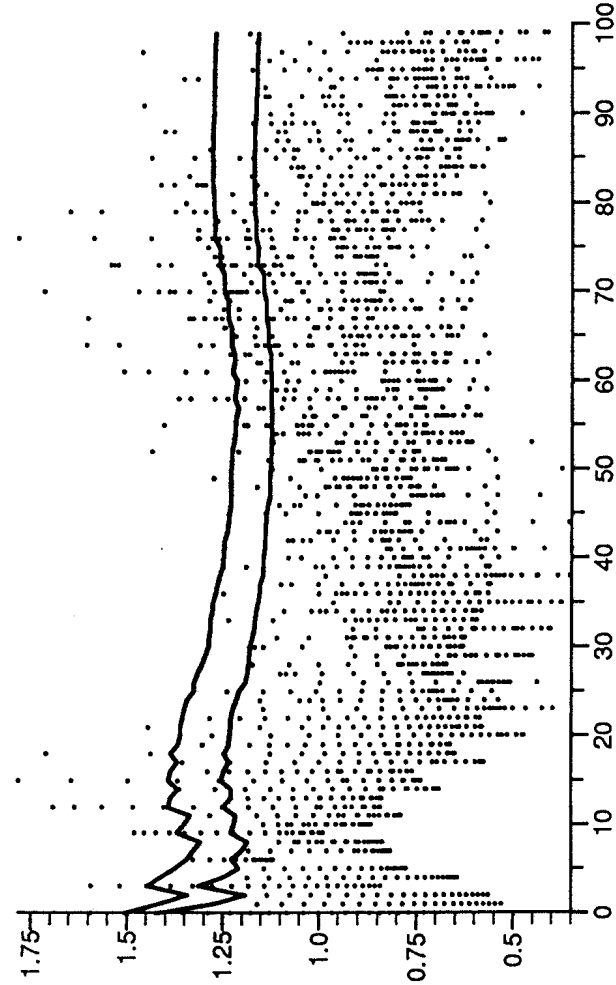


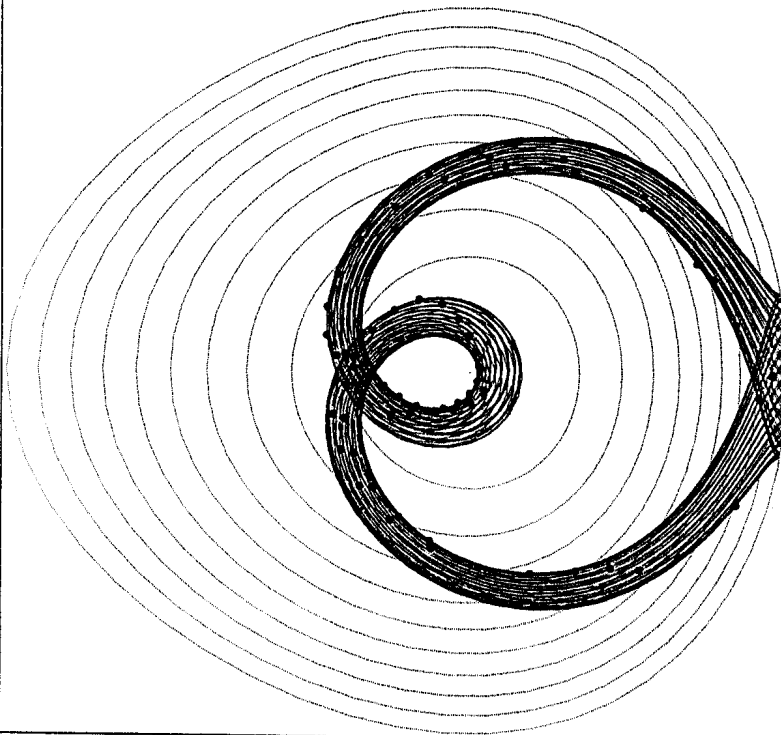
fig. C8b  $E = 1.46$



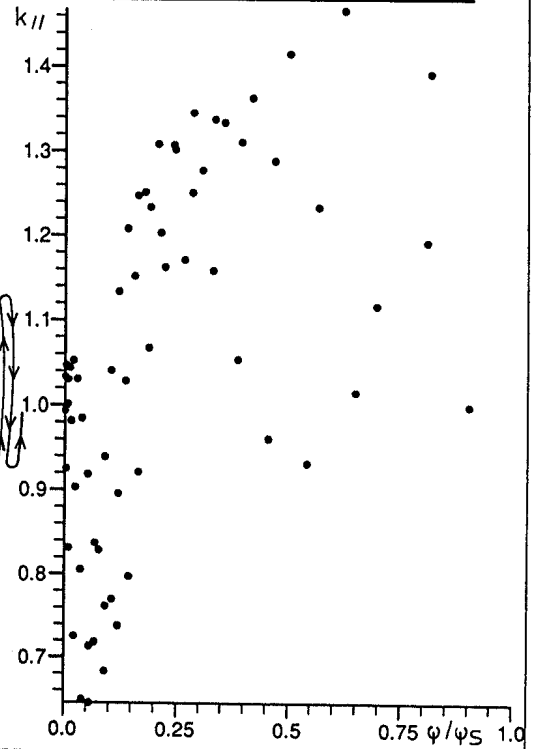
n0	7.0000E+12	a	1.0000	NSinit	1	NRUN	1.2000E+05	NSgr	0
Bf0	2.2000E+00	R0	3.0000	NSkrmin	0	tol	1.0000E-05	NSnokII	0
omega	8.1681E+09	h	0.0000	sinit	0.9500	NB pts	66		
Nray	3	E	1.0000	siginit	0.2500				
Ray:	2	z init = 0							

NRUN	1.2000E+05	NSgr	0
tol	1.0000E-05	NSnokII	0
NB pts	66		

Projection (R,Z) et coupe  $\varphi = 0$



Section de Poincaré



n0	7.0000E+12	a	1.0000	NSinit	1	NRUN	1.0000E+05	NSgr	0
Bf0	2.2000E+00	R0	3.0000	NSkrmin	0	tol	1.0000E-05	NSnokII	0
omega	8.1681E+09	h	0.0000	sinit	0.9500	NB pts	212		
Nray	11	E	1.0000	siginit	0.2500				
Ray:	6	z init = 0							

NRUN	1.0000E+05	NSgr	0
tol	1.0000E-05	NSnokII	0
NB pts	212		

Coupe  $\varphi = 0$

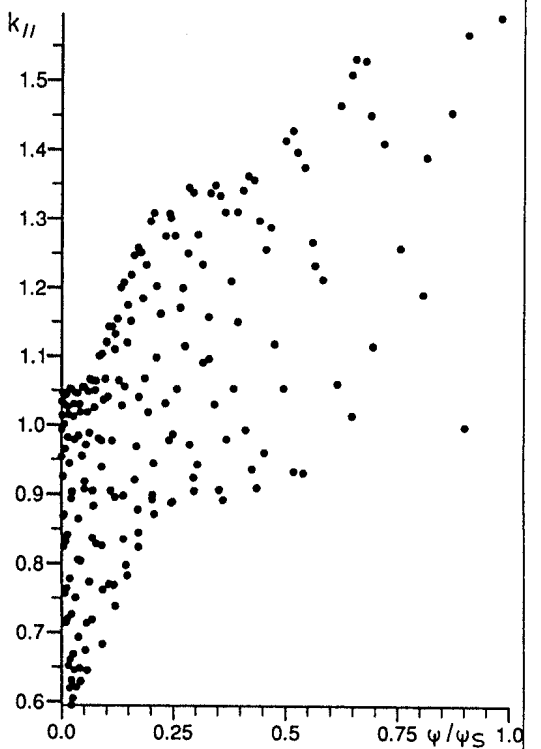
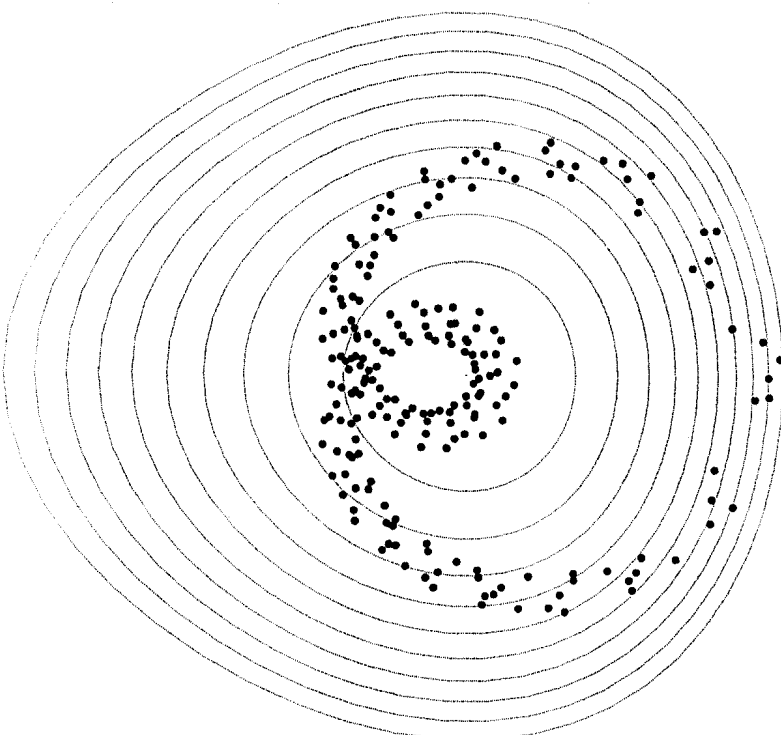
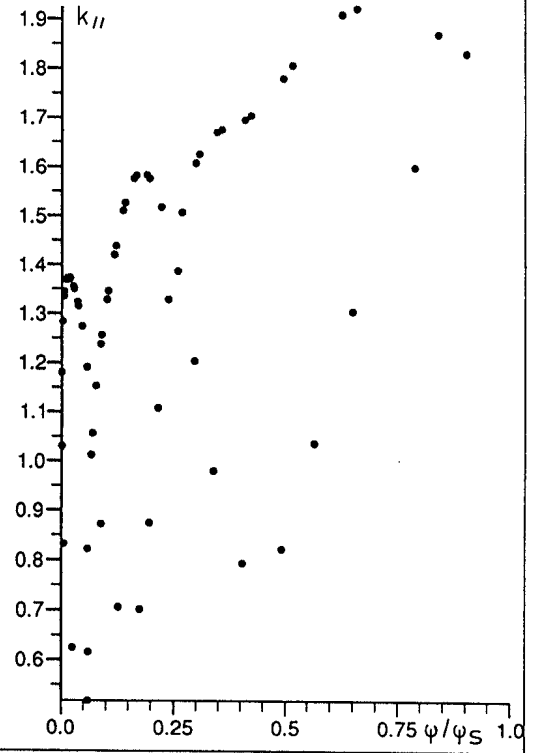
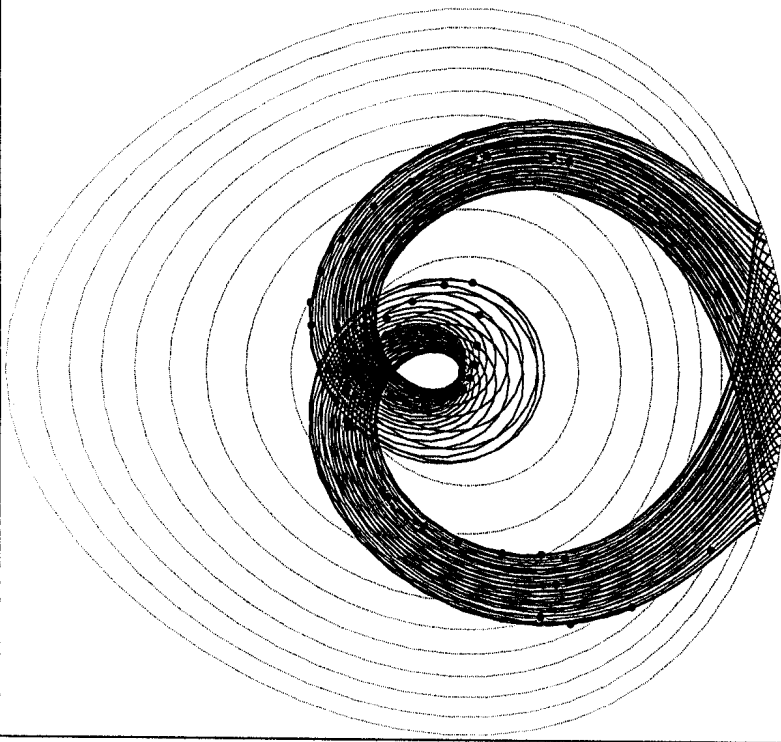


fig. D1

n0	7.0000E+12	a	1.0000	NSinit	1
Bf0	2.2000E+00	R0	3.0000	NSkrmin	0
omega	8.1681E+09	h	0.0000	sinit	0.9500
Nray	3	E	1.0000	siginit	0.2500
Ray:	3	zinit = -0.25			

NRUN	1.2000E+05	NSgr	0
tol	1.0000E-05	NSnokII	0
NB pts	63		



n0	7.0000E+12	a	1.0000	NSinit	1
Bf0	2.2000E+00	R0	3.0000	NSkrmin	0
omega	8.1681E+09	h	0.0000	sinit	0.9500
Nray	11	E	1.0000	siginit	0.2500
Ray:	11	zinit = -0.25			

NRUN	1.0000E+05	NSgr	0
tol	1.0000E-05	NSnokII	0
NB pts	201		

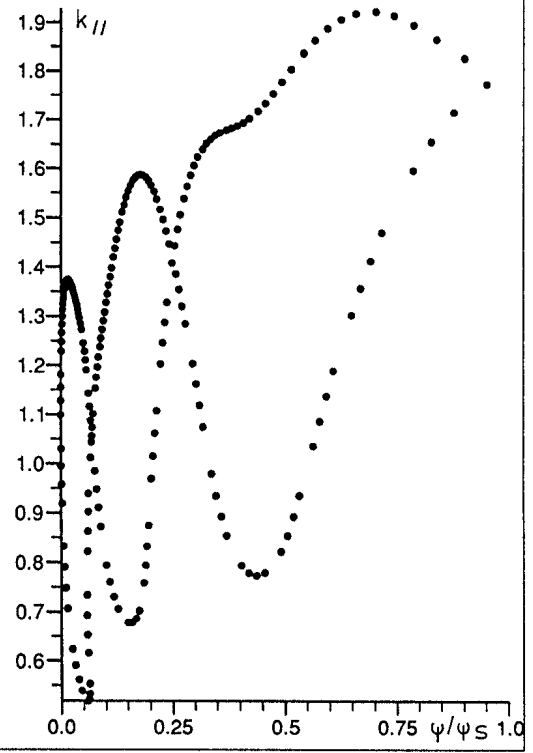
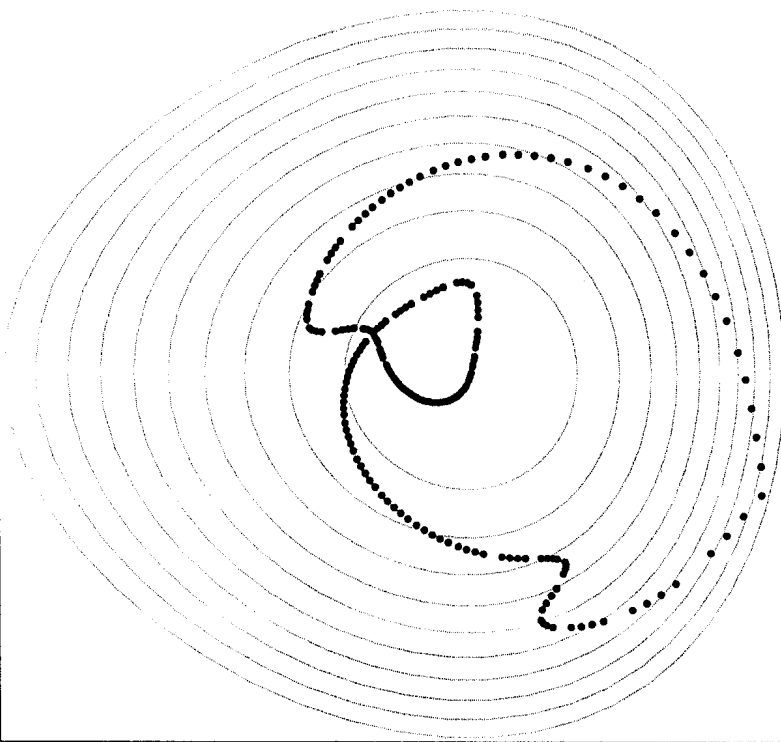
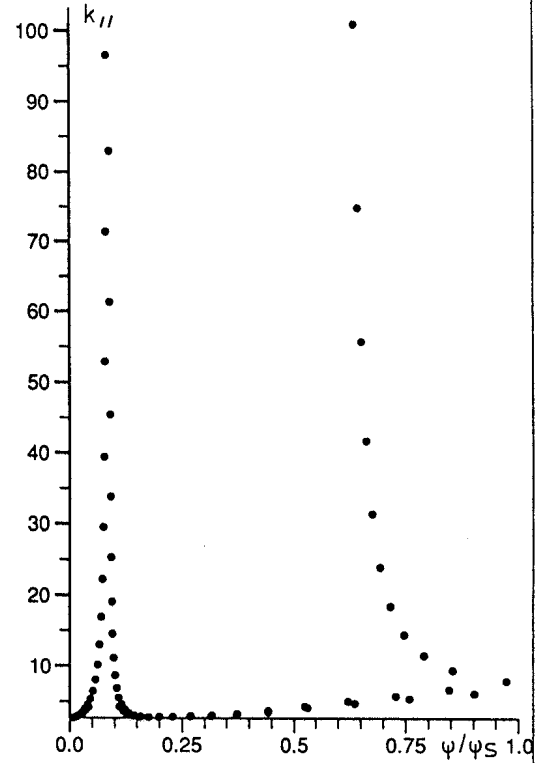
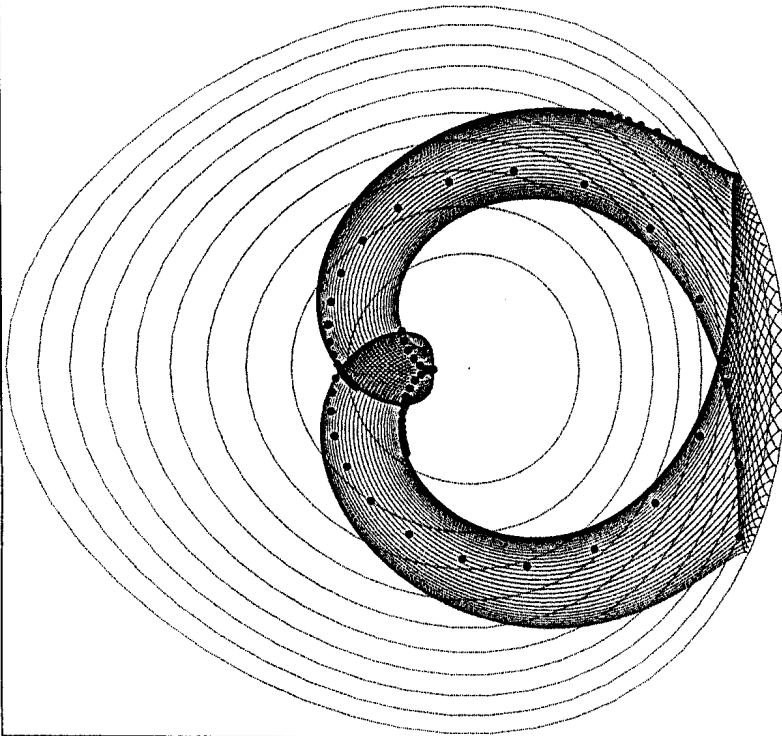


fig. D2

n0	7.0000E+12	a	1.0000	NSinit	1	NRUN	2.7000E+05	NSgr	0
Bf0	2.2000E+00	R0	3.0000	NSkrmin	0	tol	5.0000E-06	NSnokII	0
omega	8.1681E+09	h	0.0000	sinit	0.9500	NB pts	81		
Nray	1	E	1.0000	siginit	-0.4545				
Ray:	1 zinit=0.4545								

(a)



n0	7.0000E+12	a	1.0000	NSinit	1	NRUN	2.7000E+05	NSgr	0
Bf0	2.2000E+00	R0	3.0000	NSkrmin	0	tol	5.0000E-06	NSnokII	0
omega	8.1681E+09	h	0.0000	sinit	0.9500	NB pts	27		
Nray	1	E	1.0000	siginit	-0.4545				
Ray:	1 zinit=0.4545								

(b)

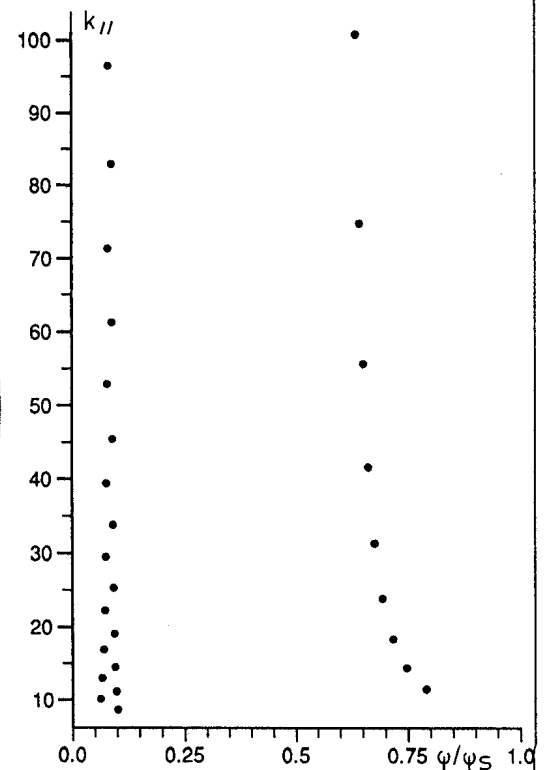
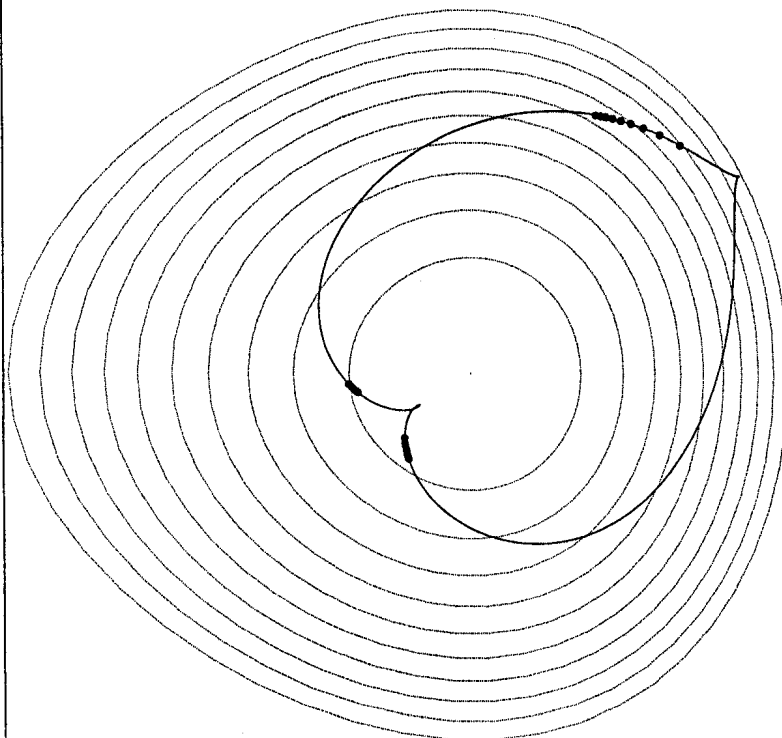
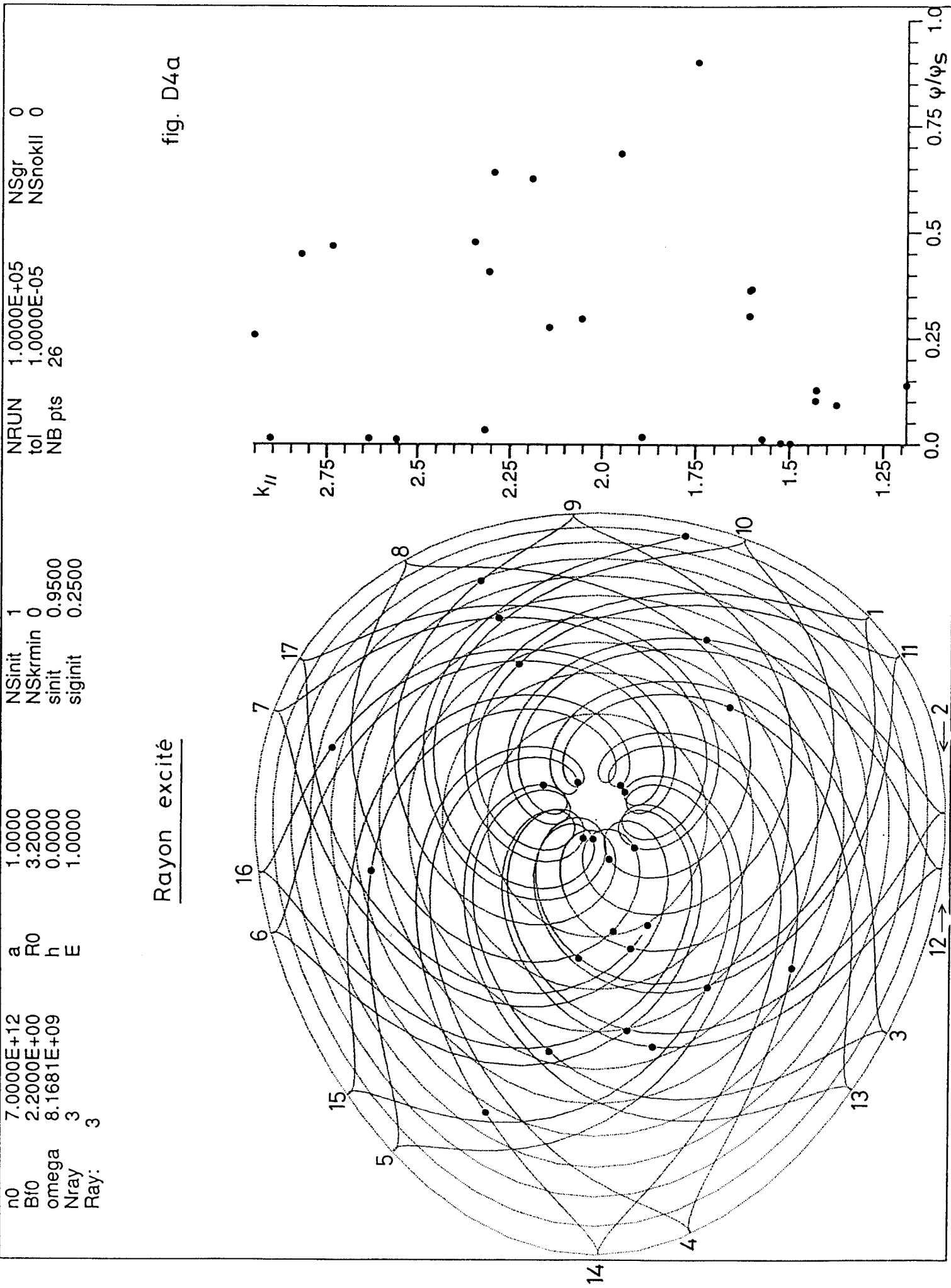


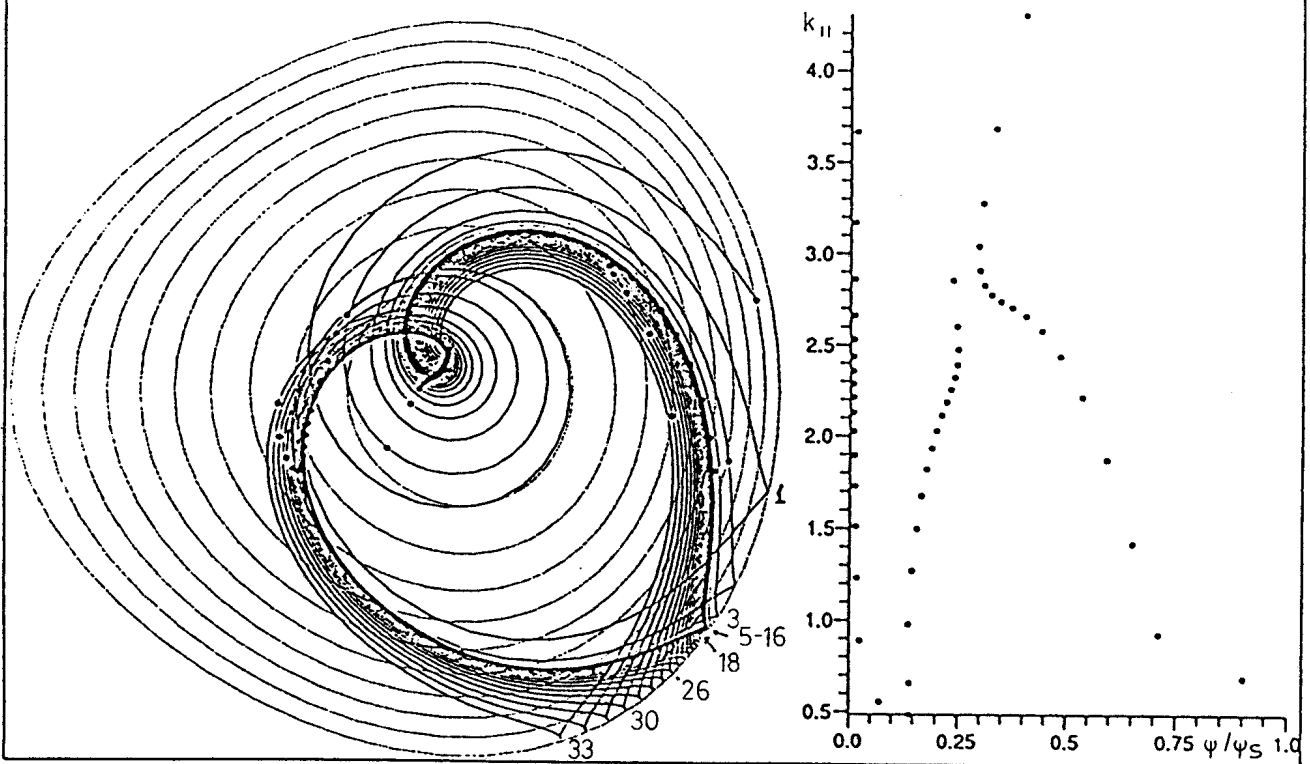
fig. D3 a, b





n0	7.0000E+12	a	1.0000	NSinit	1	NRUN	1.2000E+05	NSgr	0
B10	2.2000E+00	R0	3.0000	NSkrmin	0	tol	1.0000E-05	NSnokII	0
omega	8.1681E+09	h	0.0000	sinit	0.9500	NB pts	51		
Nray	3	E	1.0000	siginit	0.2500				↙ nombre de points
Ray:	1	Zinit=0.25							

(b)



n0	7.0000E+12	a	1.0000	NSinit	1	NRUN	1.2000E+05	NSgr	0
B10	2.2000E+00	R0	3.0000	NSkrmin	0	tol	1.0000E-05	NSnokII	0
omega	8.1681E+09	h	0.0000	sinit	0.9500	NB pts	30		
Nray	1	E	1.0000	siginit	0.2500				t E [52.81]
Ray:	1	Zinit=0.25							

(c)

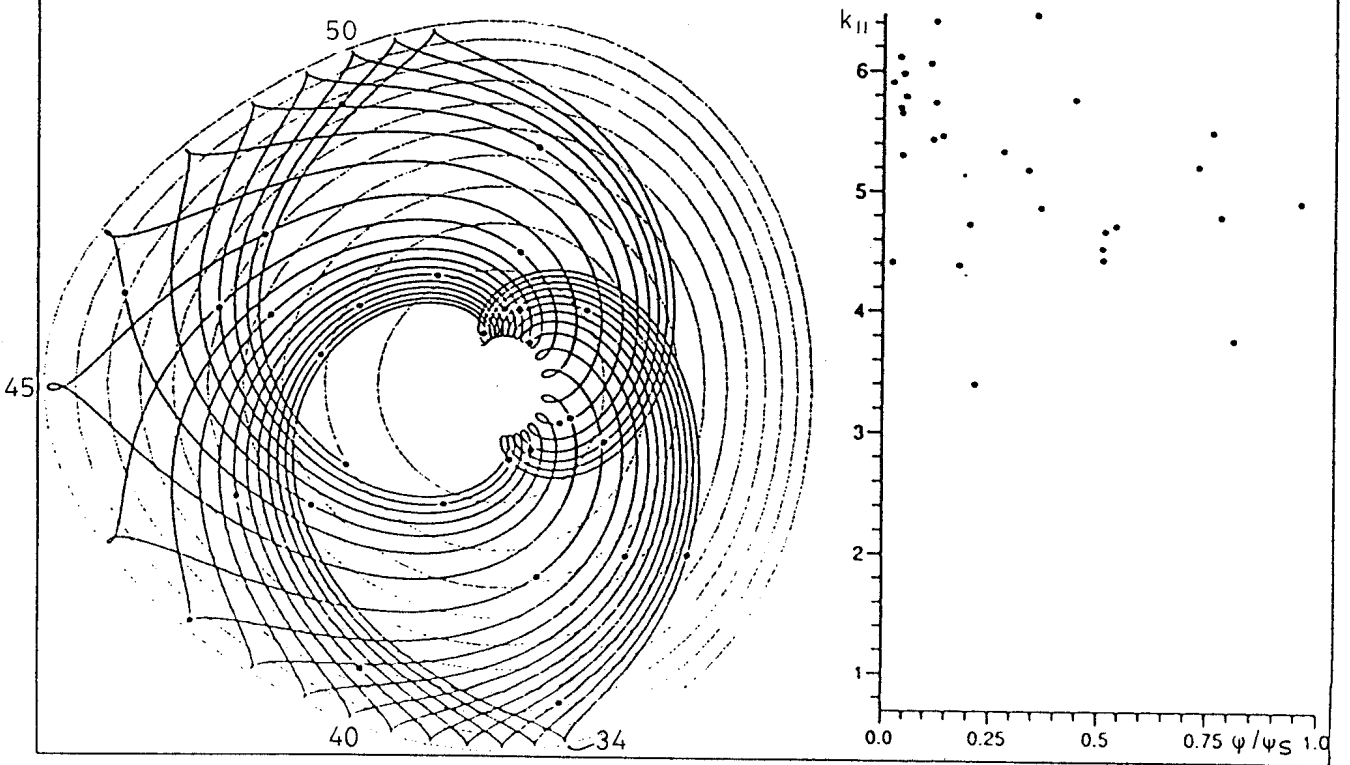
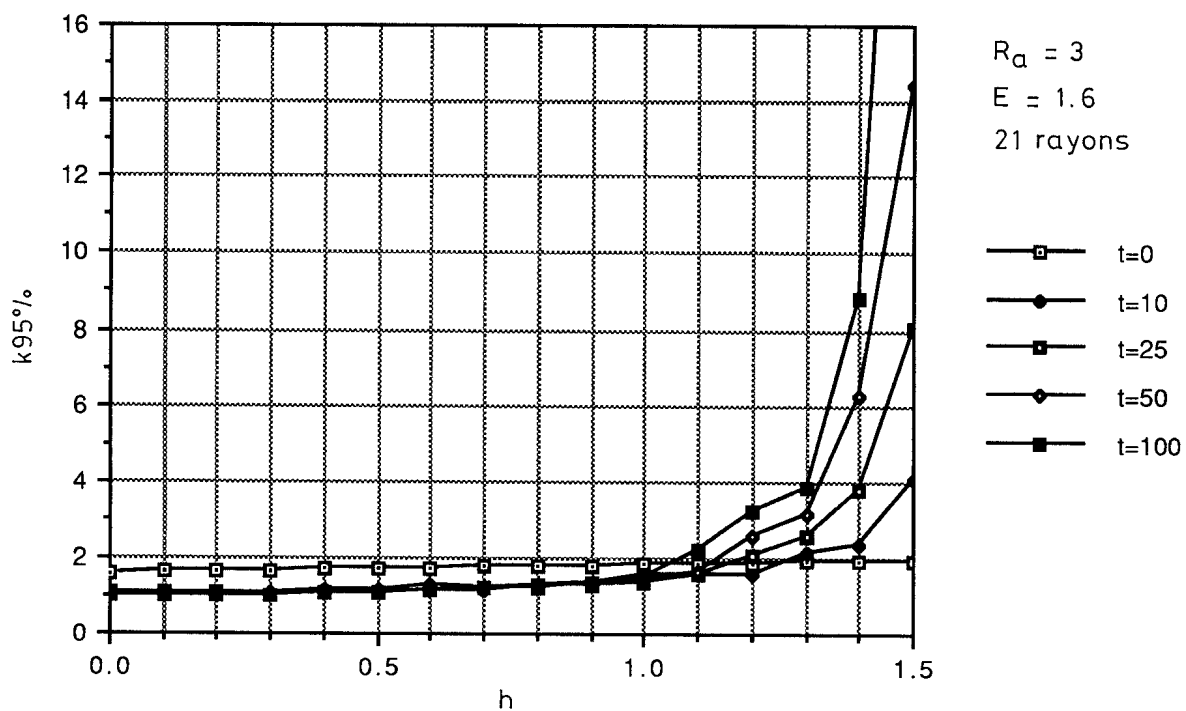


figure D4 b.c

### Variation de la triangularité : $k_{95\%}$



### Variation de la triangularité : $\langle k_{II} \rangle$

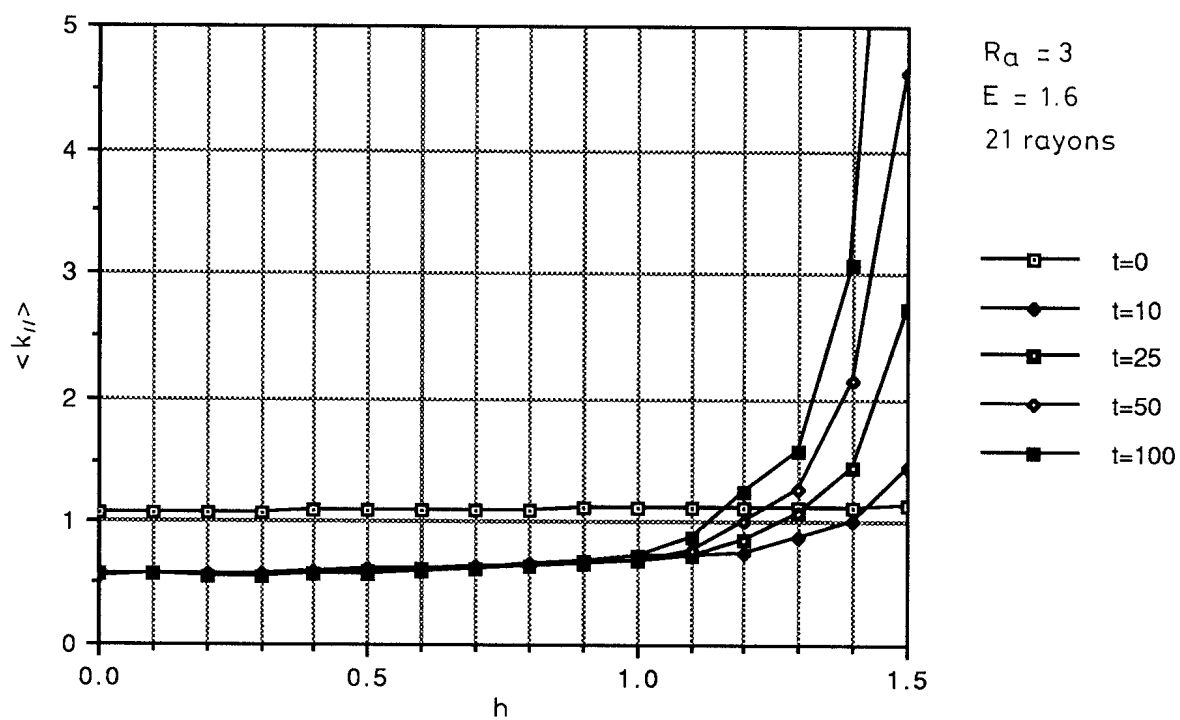
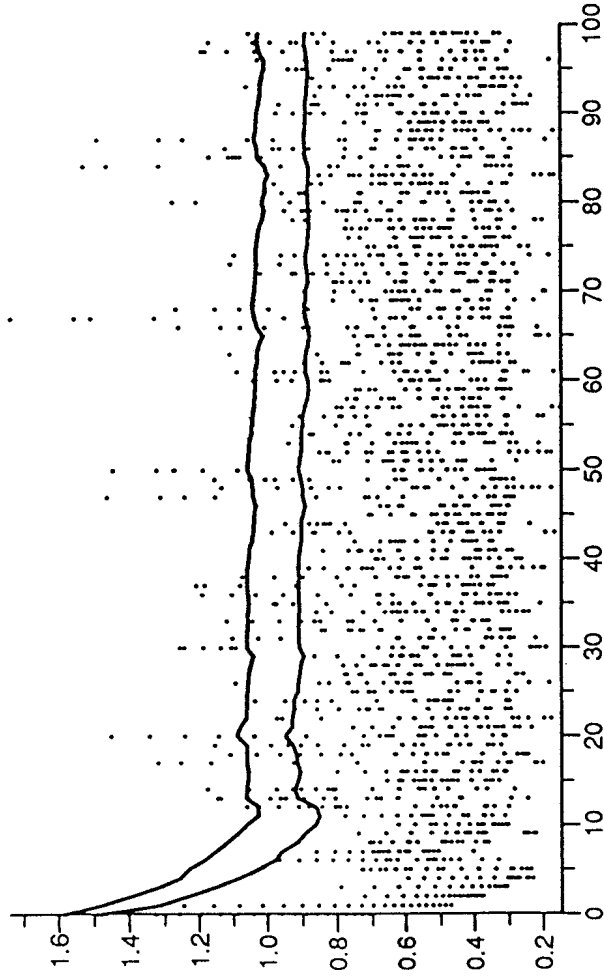


fig. E1

Variation de la triangularité

$R_a=3$   $E=1.6$

$h = 0$



$h = 1.2$



$h = 1.3$



$h = 1.4$

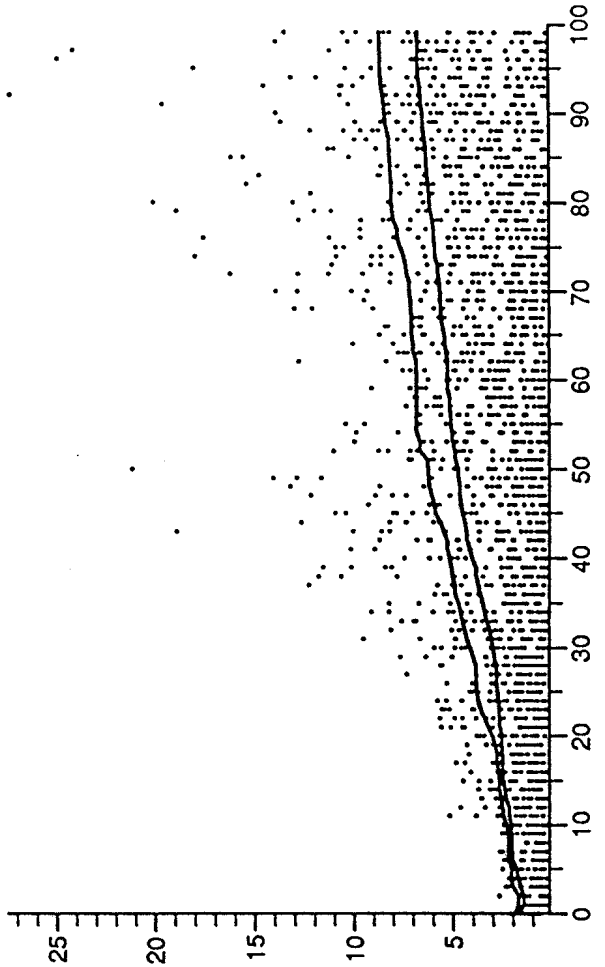


fig. E2