JUIN 1980 LRP 166/80

THEORIE DU SYSTEME DE CONTROLE DE POSITION DANS LE TOKAMAK TCA ET ESSAIS PRELIMINAIRES SANS PLASMA

R. Keller, J.B. Lister, A. Tuszel

JUIN 1980 LRP 166/80

THEORIE DU SYSTEME DE CONTROLE DE POSITION DANS LE TOKAMAK TCA ET ESSAIS PRELIMINAIRES SANS PLASMA

R. Keller, J.B. Lister, A. Tuszel

Centre de Recherches en Physique des Plasmas
Association Euratom - Confédération Suisse
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
CH-1007 Lausanne / Switzerland

ABSTRACT

The feedback control of the plasma position is investigated by using an equivalent circuit whose components are calculated from the TCA Tokamak data. The power supply for the transverse field system is planned for controlling the rapidly changing conditions of the initial phase and during the heating period of the TCA discharge. Experimental results without plasma are presented and compared with the calculated response of the closed feedback loop.

I. Introduction

Le centrage horizontal du plasma dans un Tokamak est obtenu par la mise en équilibre des forces d'expansion avec la force de confinement produite par l'action de la composante verticale du champ sur le courant plasma, et le centrage vertical est fixé par la symétrie de la composante horizontale du champ. Le positionnement a lieu de façon automatique au moyen d'un asservissement du courant circulant dans un système de bobines poloïdales, dicté par les signaux des sondes qui détectent l'écart de la position d'équilibre. Il existe une abondante littérature concernant la théorie de la rétroaction appliquée au Tokamak, la détection, la topologie des bobines poloïdales, les générateurs puissants pour le réglage du courant. Voici quelques travaux qui nous concernent plus directement {1 - 8}.

Le TCA est un Tokamak sans noyau de fer, et la section du plasma est circulaire. Notre but est de rassembler les paramètres du TCA en un modèle analytique composé d'inductances et de résistances possédant une signification pratique pour l'ingénieur. Parmi les diverses variantes, le TCA a ceci de nouveau que le champ vertical est contrôlé automatiquement dans tout son domaine entre zéro et la valeur maximale. La rapidité de réglage permet de suivre la montée du courant plasma pendant la phase initiale. Elle permet aussi un ajustage rapide du champ pendant le chauffage additionnel et pendant le remplissage.

L'alimentation est constituée de deux modules, dont la source des courant engendre le champ vertical, et dont la différence engendre la composante horizontale du champ. Les bobines poloïdales sont connectées de telle sorte que le mode vertical est découplé du mode horizontal. De même, le couplage avec le système du chauffage ohmique est minimisé. Par une combinaison judicieuse des bobines poloïdales il est possible de former un mode quadrupolaire découplé. Le champ quadrupolaire sert à fixer les conditions initiales du plasma. Une autre particularité réside dans le fait que la détection a lieu avec un seul type de sonde mesurant le champ à l'extérieur de la coque et non pas le flux. Par une combinaison linéaire du signal de la sonde, du courant vertical et du courant plasma, que l'on introduit dans la boucle de rétroaction, il est possible de supprimer la dérive causée par la variation du β poloïdal et de l'inductivité

interne ℓ_i. Ce point est important car la grandeur $\beta + \ell_i/2$ peut varier rapidement lors du chauffage par ondes d'Alfvén par exemple.

II. Le système poloïdal

Le champ magnétique transversal est engendré au moyen de 8 bobines poloïdales dont la géométrie et les interconnections sont indiquées dans la Figure 1. Chaque bobine possède 10 spires. Elles sont interconnectées de manière à produire quatre modes de travail : champ vertical, horizontal, quadrupolaire et champ d'induction pour la préionisation et les décharges de nettoyage. Le champ vertical et le champ horizontal sont contrôlés par deux amplificateurs de puissance, dont la somme des courants crée le champ vertical, et dont la différence crée la composante horizontale du champ.

La source d'énergie est constituée de deux bancs de condensateurs électrolytiques connectés en série. Le banc principal de 4 Farad chargé à 400 V sert à maintenir le plateau du courant. Le second banc de 40 mF, chargé aussi à 400 V, mais ponté par une diode, est actif pendant la montée rapide du courant. La pente initiale est de 800 A/msec au maximum, et pendant le plateau le courant est limité à 2000 A par amplificateur. Le champ vertical atteint 700 Gauss et devrait maintenir en équilibre un plasma de 130 kA.

Le double amplificateur a été développé et construit en collaboration avec l'Institut suisse de recherches nucléaires (SIN). Il est basé sur le principe d'une résistance variable commutée par transistors. Chaque amplificateur comprend 140 groupes de transistors qui commutent des résistances en parallèle selon une séquence prédéterminée. Les valeurs des résistances sont groupées dans un ordre exponentiel. Une unité ADC enclenche les transistors dans un ordre dicté par un régulateur ayant une caractéristique logarithmique. Une boucle de feedback interne maintient la proportionnalité entre la tension de sortie et la tension de commande. Ainsi l'amplificateur acquiert une impédance de sortie pratiquement nulle. Grâce à cette circonstance les champs vertical, horizontal et quadrupolaire sont controlables de façon indépendante.

Désignons par $J_v = J_1 + J_2$ la somme des courants des deux amplificateurs J_1 et J_2 . La valeur maximale est de 4000 A et le nombre de spires associées à ce courant est égal à 20. (De même $J_h = J_1 - J_2$ sera le courant horizontal.) Si U_{c1} et U_{c2} désignent les tensions de commande des deux amplificateurs, nous définissons la consigne verticale par $U_{cv} = \frac{1}{2}(U_{c1} + U_{c2})$ tandis que la consigne horizontale est définie par $U_{ch} = \frac{1}{2}(U_{c1} - U_{c2})$. La tension de sortie est définie par $U_v = \frac{1}{2}(U_{v1} + U_{v2})$ pour le mode vertical et $U_h = \frac{1}{2}(U_{v1} - U_{v2})$ pour le mode horizontal.

D'autre part le courant appelé J_q engendre un champ quadrupolaire. Selon la Figure 1 le courant $2J_q$ se déverse dans les 4 circuits formés par les paires de bobines (12), (34), (56) et (78). Les 4 courants partiels sont sensiblement égaux en raison de l'inductivité similaire des circuits, et grâce au fait que l'impédance des amplificateurs est nulle. Le champ quadrupolaire perturbe la réponse du système par l'intermédiaire de la force focalisante agissant sur le plasma. Mais son influence est de courte durée ($\frac{1}{2}$msec) et nous ne considérerons pas sont effet, d'autant plus que les paramètres du plasma sont mal définis pendant la période de formation.

Le couplage avec le circuit de chauffage ohmique peut être ignoré, parce que le champ vertical de l'inducteur est minimisé dans la région du plasma par l'emploi de bobines correctrices.

III. Formulation des circuits équivalents

3a. Circuit pour le champ vertical, avec plasma

A partir des équations régissant le mouvement du plasma il est possible de construire un circuit électrique équivalent, dont les éléments sont très explicites pour l'utilisateur.

Dans la position d'équilibre le centre du plasma coïncide avec l'axe de la coque. Appelons ξ le déplacement horizontal de la surface du plasma. Pour

une coque de section circulaire et dans le cas d'un grand rapport d'aspect, le déplacement induit une répartition de courant proportionnelle à $\cos\theta$ où θ est la coordonnée poloïdale habituelle. Une telle répartition de courant peut être créée de la façon suivante : nous découpons la coque horizontalement en N_o tranches d'égale hauteur. Les boucles ainsi formées sont connectées en série en prenant soin de connecter le groupe de boucles extérieur dans le sens contraire au groupe intérieur. De plus nous localisons toute la résistance R_c de la coque en un seul endroit, la coque elle-même ayant une résistance nulle. Le champ obtenu par cette dirstribution de courant est vertical et homogène (en géométrie cylindrique strictement parlant). La résistance de la coque est égale à

$$R_c = \frac{\pi^2 \eta R N_o^2}{2 b d} \tag{1}$$

N_o est le nombre de spires, η est la résistivité du métal et d désigne l'épaisseur moyenne de la coque. b est le petit rayon moyen de la coque, R désigne le grand rayon du tore. Le rayon d'équilibre du plasma est légèrement différent du rayon de la coque, mais nous le désignons par la même lettre R. Nous ignorons l'effet du gap.

La construction du modèle se poursuit à l'aide de la Figure 2. Dans un premier temps nous plaçons l'enroulement du champ vertical directement contre la coque, en prenant soin de placer les spires de l'enroulement face à face avec les spires de la coque. Soit J_v le courant de l'enroulement et J_c le courant de la coque. Le champ vertical aura la valeur suivante

$$B_v = \frac{\mu_o N_o J_b}{4 b} \tag{2}$$

où

$$J_b = J_v + J_c \tag{3}$$

est le courant magnétisant.

Dans cette expression la part du champ provenant de J_v est supposée pénétrer instantanément dans la chambre à vide. En fait le temps de pénétration (skin time) est de l'ordre de 10µsec, dont négligeable. L'hypothèse de travail de découper la coque est donc justifiée. La tension induite aux bornes de l'enroulement U est nécessairement identique à la tension induite dans la coque, parce que l'espacement des deux enroulements est supposé nul. Cette tension s'oppose à la chute résistive

$$U = - R_c J_c \tag{4}$$

Le système décrit ci-dessus est gouverné par deux équations pour les deux variables indépendantes ξ et J_b, ce sont les équations du mouvement et de la conservation du flux vertical. L'équation du mouvement peut être décomposée comme suit

$$M \frac{d^2 \xi}{dt^2} + K_v \xi = F_v + F_1 \tag{5}$$

M désigne la masse totale du plasma. Procédons à la description des autres termes. F_v est la force de Lorentz provoquée par la part homogène du champ vertical. Elle est proportionnelle au produit du courant plasma et du champ vertical

$$F_v = - x J_b = - 2\pi R B_v J_p \tag{6}$$

Elle est définie positivement vers l'extérieur pour des raisons historiques, c'est-à-dire un courant positif provoque une force dont le signe est négatif. x est donc positif. En pensant à (2) nous trouvons le coefficient force/courant

$$x = \frac{\pi \mu_0 R N_0 J_p}{2b} \tag{7}$$

F_1 est une force indépendante de ξ, dirigée vers l'extérieur, dont l'origine est la toricité du plasma. Définissons-la par analogie avec (6) comme suit

$$F_1 = x J_1 \tag{8}$$

J_1 est le courant plasma normalisé, dont nous ferons usage lors de l'établissement du schéma équivalent. A l'équilibre nous devons avoir $J_1 = J_b$ et d'après (6) $\varkappa J_1 = 2\pi R B_{ve} J_p$ où B_{ve} désigne le champ vertical d'équilibre. Ce dernier est donné par (9)

$$B_{ve} = \frac{\mu_o \Gamma J_p}{4\pi R} \tag{9}$$

Le courant plasma normalisé devient

$$J_1 = \frac{b \Gamma J_b}{\pi R N_o} \tag{10}$$

Il est entendu que R désigne toujours le rayon du plasma à l'équilibre $\xi = 0$. Le facteur de Shafranov est

$$\Gamma = \ln \frac{8R}{a} + \lambda - 1 \qquad avec \qquad \lambda = \beta + \frac{\ell_i - 1}{2} \tag{11}$$

β est le béta poloïdal et $\mu_o \ell_i / 4\pi$ est l'inductivité interne du plasma par unité de longueur. Le courant plasma est donné par

$$J_p = \frac{2\pi a^2 B_\varphi}{\mu_o q R} \tag{12}$$

Sa valeur est de 130 kA pour un facteur de sécurité q égal à 3 et pour un champ toroïdal B_φ fixé à 1,5 Tesla.

Le coefficient d'élasticité K_v s'obtient à partir de la dérivée de la force totale selon le rayon du plasma $R_p = R + \xi$. La dérivée est liée à diverses conditions dépendant des propriétés du plasma et de l'échelle de temps. Pour des variations rapides il est légitime d'admettre que le champ toroïdal ainsi que le champ poloïdal sont piégés. Le coefficient d'élasticité dû à la courbure du champ vertical est

$$K_v = \left(\frac{3}{2} - n\right) \frac{\mu_o \Gamma J_p^2}{2R} \tag{13}$$

n désigne l'indice du champ défini par

$$n = -d\ln B_v / d\ln R_p \tag{14}$$

Dans le cas de variations lentes il n'y a plus conservation de flux poloïdal dans le plasma et le terme 3/2 doit être remplacé par un nombre situé entre 1 et 1,5, voir réf. {2, 11}.

Après introduction des expressions ci-dessus dans l'équation (5) et après division du tout par α nous obtenons la première équation fondamentale du système

$$\frac{x\xi}{L_p} + C_p x \frac{d^2\xi}{dt^2} + J_b = J_1 \tag{15}$$

L_p et C_p désignent l'inductivité et la capacité dynamique du plasma. La première grandeur s'écrit ainsi

$$L_p = \frac{x^2}{K_v} = \frac{\pi^2 \mu_0 R^3 N_0^2}{(3-2n)\Gamma b^2} \tag{16}$$

L'inductivité dynamique est le siège de l'énergie potentielle du plasma. La capacité dynamique est le siège de l'énergie cinétique :

$$C_p = \frac{M}{x^2} \tag{17}$$

D'après (15) nous remarquons que le plasma situé dans un champ vertical stationnaire a la faculté d'osciller à la fréquence $\omega = (L_p C_p)^{-\frac{1}{2}}$, de l'ordre du mégahertz. Mais ce mode rapide n'est pas excitable de l'extérieur car la coque constitue un filtre pour les variations de champ survenant à cette échelle de temps. La constante de temps de la coque est de l'ordre de la milliseconde. Le terme d'inertie de l'équ. (15) est donc négligeable, ce qui permet de poser

$$C_p \equiv 0 \tag{18}$$

Considérons maintenant l'équation de conservation du flux vertical. D'après Mukhovatov et Shafranov {11} le flux embrassé par l'enroulement plaqué à la coque est

$$\phi = -x\xi + x\delta_b \tag{19}$$

Cette formule est établie dans l'approximation d'un grand rapport d'aspect, lorsque le champ vertical est considéré comme homogène. La grandeur δ_b prend la signification d'un offset

$$\delta_b = \frac{b^2}{2R}\left[\ln\frac{b}{a} + \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)\lambda\right] \tag{20}$$

En effet δ_b est le déplacement que subit la surface de flux entourant le plasma lorsque ce dernier est situé dans une coque idéale, imperméable au flux ($\Phi = 0$). Il est judicieux de substituer la variable J_1 dans le dernier terme de l'équ. (19) en posant

$$x\delta_b \equiv J_1 L_b \tag{21}$$

Nous faisons apparaître un coefficient L_b possédant la dimension d'une inductivité

$$L_b = \frac{L_a}{\Gamma}\left[\ln\frac{b}{a} + \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)\lambda\right] \tag{22}$$

En outre

$$L_a = \frac{\pi^2}{4}\mu_o R N_o^2 \tag{23}$$

est égal à l'inductivité de la coque sans plasma. Selon (19) et (21) le déplacement dans une coque idéale $\Phi = 0$ doit être corrigé dans le cas d'un petit rapport d'aspect, parce que le champ "vertical" est loin d'être homogène. On peut montrer que le déplacement dans cette condition est donné par

$$x\xi = J_1\left(\frac{1}{L_b} + \frac{1}{L_p}\right)^{-1} \tag{24}$$

La correction reste tout de même petite parce que $L_p \gg L_b$. Le flux embrassé par l'enroulement plaqué à la coque doit être corrigé légèrement. A la place de (19) il faut écrire

$$\int_0^t U\,dt = \phi = -x\xi + L_b J_b \tag{25}$$

Reprenons l'équation fondamentale (15)

$$x\xi = L_p(J_1 - J_b) \tag{26}$$

Il est facile de vérifier que la solution de (25) et (26) pour $\phi = 0$ conduit à l'expression (24).

Jusqu'à présent nous avons admis que les bobines du champ vertical étaient enroulées directement sur la coque. L'impédance aux bornes de cet enroulement de N_o spires est déterminée par la tension U et le courant J_v. En faisant appel aux équations (3) et (4), puis en éliminant $x\xi$ des équations (25) et (26) il est aisé de construire la première partie du circuit électrique équivalent illustré dans la Figure 3.

Pour construire la partie restante du circuit, nous procédons de la façon suivante : nous déplaçons l'enroulement jusqu'à sa position correcte, c'est-à-dire jusqu'au rayon moyen c. En l'éloignant il faut modifier le nombre de spires de façon que le champ vertical reste le même à courant J_v égal. On s'arrange à ce que le nouveau nombre de spires soit égal au nombre réel N. Cette condition détermine N_o. Le champ vertical est proportionnel au nombre de spires divisé par le rayon, donc la relation entre N_o et N s'écrit

$$cN_o = bN \tag{27}$$

Comme N vaut 20, le nombre N_o est environ égal à 15. Les relations que nous venons de formuler sont correctes en géométrie cylindrique. Dans le cas d'un tore et pour des enroulements localisés le calcul numérique montre que l'erreur de champ est de l'ordre de 10%, ce qui revient à dire que le

rayon moyen c est défini à 10% près.

Il s'agit maintenant de décrire le supplément d'inductivité résidant dans l'espace situé entre la coque et l'enroulement. Nous créons d'abord la situation où le courant J_c de la coque a décliné vers zéro. Cela revient à supprimer la coque, mais en même temps nous formons une nouvelle coque à l'endroit de l'enroulement en courcircuitant ce dernier. Ainsi nous sommes ramenés au cas précédent, formule (25) :

$$\int U' dt = -x\xi + L_c J_b \tag{28}$$

L_c est l'analogue de (22)

$$L_c = \frac{c^2 L_a}{b^2 \Gamma} \left[\ln \frac{c}{a} + \left(1 - \frac{a^2}{c^2}\right) \lambda \right] \tag{29}$$

Pour un courant coque J_c non nul l'étape suivante consiste à modifier le courant J_v de l'enroulement de telle sorte que rien ne change au niveau du plasma. Il est donc nécessaire de diminuer J_v d'une valeur égale à J_c. Cette diminution engendre une modification de flux $-L_e J_c$ où L_e désigne l'inductivité de l'espace situé entre le bobinage et la coque

$$L_e = L_a \left(\frac{c^2}{b^2} - 1 \right) \tag{30}$$

Finalement il existe encore un supplément de flux provenant du champ à proximité des fils, en raison de la localisation des enroulements. Désignons par L_f l'inductivité de proximité (y compris celle des connecteurs). Le flux embrassé par l'enroulement vertical se totalise ainsi

$$\int U_v dt = \begin{cases} -x\xi + L_c J_b - L_e J_c + L_f J_v = \\ -x\xi + (L_c - L_e) J_b + (L_e + L_f) J_v \end{cases} \tag{31}$$

La tension d'entrée du circuit vertical est égale à U_v additionnée de la chute résistive $R_v J_v$. Laissons de côté la résistance R_v de l'enroulement lors du calcul de la réponse du circuit, en sous-entendant que la compensation de la

chute résistive est effectuée au préalable dans le circuit feedback.

L'équation (31) permet de compléter le circuit équivalent représenté dans la Figure 3. Avec les équations (3), (4), (25) et (26) l'impédance régnant aux bornes de l'enroulement vertical est entièrement définie. L'impédance Z n'est pas une expression simple, elle est approximativement égale à sL_c.

Les composantes du circuit ainsi que les grandeurs nécessaires au calcul sont indiquées ci-dessous :

λ	=	1	
Γ	=	3,3	
n	=	0,65	
R	=	0,61 m	grand rayon du plasma
a	=	0,18 m	petit rayon du plasma
b	=	0,26 m	rayon moyen de la coque
c	=	0,35 m	rayon moyen de l'enroulement
N	=	20	nombre de spires
N_o	=	14,9	nombre de spires effectif au niveau de la coque
R_c	=	0,28Ω	résistance de la coque découpée en N_o spires
L_a	=	425 µH	inductivité de la coque sans plasma
L_b	=	114 µH	
L_c	=	325 µH	
L_e	=	345 µH	inductivité extérieure (mesurée)
L_f	=	220 µH	inductivité de proximité
L_p	=	1700µH	inductivité dynamique du plasma
α	=	9,0 Vsec/m	
B_φ	=	1,5 T	champ toroïdal
B_{ve}	=	0,070T	champ vertical à l'équilibre
q	=	3	facteur de sécurité
J_{10}	=	3900 A	courant vertical pendant le plateau

3b. Circuit pour le champ horizontal, avec plasma

La formulation du circuit pour champ horizontal est analogue mais plus simple. Tout d'abord il n'existe pas d'offset vertical par raison de symétrie, donc $L_b = L_c = 0$. Ensuite le coefficient d'élasticité pour le mouvement vertical devient, à la place de (13)

$$K_h = n\frac{\mu_o \Gamma J_p^2}{2R} \tag{32}$$

L'inductivité dynamique s'écrit alors

$$L_p = \frac{\pi^2 \mu_o R^3 N_o^2}{2n\Gamma b^2} \tag{33}$$

Comme on le sait, la stabilité dans le sens vertical est assurée lorsque $n > 1$. Cela revient à dire que L_p doit être positif. En outre le champ horizontal créé par le courant $J_h = J_1 - J_2$ est plus petit que le champ vertical, à courant égal, parce que la configuration des bobines est défavorable. Nous avons mesuré un rapport de 0,42 entre les deux composantes. Cela diminue considérablement le couplage au plasma, ce qui se traduit par un nombre de spires effectif plus petit, soit $N_o = 6,67$. Le rayon moyen de la coque est un peu plus grand de part sa forme rectangulaire allongée dans le sens vertical. Les grandeurs afférentes au circuit pour le champ horizontal sont les suivantes :

b =	0,28 m	rayon moyen de la coque
N =	20	nombre de spires
N_o =	6,67	nombre de spires effectif au niveau de la coque
R_c =	0,038 Ω	résistance de la coque découpée en N_o spires
L_a =	85 µH	inductivité de la coque sans plasma
L_e =	300 µH	inductivité extérieure (mesureée)
L_f =	220 µH	inductivité de proximité
L_p =	500 µH	inductivité dynamique du plasma
α =	3,8 Vsec/m	

Il suffit d'introduire les valeurs ci-dessus dans les équations du circuit vertical pour obtenir les équations du circuit horizontal. Mais les équations qui contiennent le rayon c ne sont plus valables parce que c ne peut pas être défini ici. La Figure 3 représente donc aussi le circuit pour champ horizontal.

3c. Circuit pour champ vertical sans plasma

Afin de faciliter la mise au point de la boucle feedback, il est utile de procéder aux réglages préliminaires en l'absence de plasma. C'est pourquoi nous devons connaître la réponse du système sans plasma.

En l'absence de plasma L_p est nul, tandis que L_b est à remplacer par L_a. L'équation (25) qui exprime le flux traversant la coque devient

$$\int U dt = L_a J_b \qquad avec \quad L_a = 425 \mu H \tag{34}$$

Ensuite l'intégrale de la tension aux bornes de l'enroulement est égale à la valeur (34) augmentée du flux extérieur, soit

$$\int U_v dt = L_a J_b + (L_e + L_f) J_v \tag{35}$$

Nous ne considérons pas la chute résistive de l'enroulement $R_v J_v$ parce qu'elle peut être compensée de façon triviale dans la boucle feedback. Le même schéma de la Figure 3 représente ce circuit si l'on fait $L_p = 0$ et si l'on remplace L_b par la valeur de L_a.

3d. Circuit pour champ horizontal sans plasma

Tout ce qui a été dit sous 3c est valable ici, sauf que les valeurs de L_a, L_e et L_f sont maintenant celles qui régnent dans le cas du champ horizontal, paragraphe 3b.

Pour une sonde bobinée sur une armature circulaire on peut démontrer facilement que $L_a^* = L_a$ pour n'importe quelle distribution de l'enroulement vertical. Comme la sonde est bobinée sur un cadre rectangulaire il se peut que L_a^* soit légèrement différent de L_a. L'expérience à montré que la différence est négligeable, donc nous posons dorénavant

$$L_a^* = L_a \tag{41}$$

La deuxième condition qui fixe les coefficients de Fourier est obtenue par l'annulation d'un terme en λ apparaissant dans l'intégrale de ϕ_k. Enfin la troisième condition est déterminée par l'étalonnage arrangé de façon à égaler le coefficient de ξ dans les deux expressions (25) et (40). Cela fait

$$\frac{c_0}{c_1} = \frac{b}{4R} \ln\frac{8R}{b} \quad ; \qquad c_1 = -\pi R b N_0 \qquad et \qquad c_2 = -2c_0 \tag{42}$$

Les relations ci-dessus ne sont qu'un instrument de travail. La vraie fonction $C(\theta)$ a été calculée numériquement pour le cas de notre sonde rectangulaire {12}.

L'expression (40) est valable lorsque le courant coque est nul, ou ce qui revient au même, lorsque la sonde est placée à l'intérieur de la coque, tout près de la paroi. Comme la sonde est adjacente à la coque du côté extérieur, elle mesure un supplément de champ égal à la différence entre l'extérieur et l'intérieur. Cette différence est égale à deux fois $\mu_o N_o J_c/4b$ (voir formule (2)). L'intégrale de la tension U_{cos} de notre sonde doit donc être augmentée de deux fois $L_a J_c$ lorsque le courant coque est présent. Cela fait

$$\int_0^t U_{cos}\, dt = -x\xi - L_k J_1 + 2 L_a J_c \tag{43}$$

Comme déjà mentionné, le signal feedback tend automatiquement vers zéro lorsque le système atteint l'état stationnaire. Or l'expression ci-dessus n'est pas nul lorsque $\xi = J_c = 0$. Il est donc nécessaire de compléter la sonde quasi-cosinus en ajoutant au moyen d'une unité électronique des termes directement mesurables, par exemple J_v et J_p. A l'équilibre J_v tend vers J_1 qui contient Γ, tandis que J_p ne contient pas Γ. Une variation de Γ entraîne un shift qui sera différent selon la prépondérance de l'un ou de l'autre des termes. Il existe donc une combinaison linéaire exempte de shift et qui tend en même temps vers zéro dans l'état stationnaire. Ce sera notre signal feedback :

$$\phi_{FB} = \int U_{cos}\, dt + M_v J_v - M_p J_p \tag{44}$$

M_v et M_p possèdent la dimension d'une inductivité. Ces coefficients sont déterminés par les deux conditions suivantes : dans l'état quasistationnaire proche de l'équilibre $\xi = 0$ la valeur de ϕ_{FB} ainsi que sa dérivée par rapport à Γ doivent rester nuls. L'état est quasistationnaire lorsque J_p et Γ varient lentement, donc lorsque $J_c \simeq 0$ et $J_v \simeq J_1$.

Les conditions à satisfaire sont

$$-L_k J_1 + M_v J_1 - M_p J_p = 0$$

$$\frac{d}{d\Gamma}\left(-L_k J_1 + M_v J_1 - M_p J_p\right) = 0$$

ce qui conduit à

$$M_v = L_a\left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right) \tag{45}$$

$$M_p = \frac{b\Gamma_0}{\pi R N_0} \cdot \frac{a^2 L_a}{b^2} \quad \text{avec} \quad \Gamma_0 = \ln\frac{8R}{a} - 1 \tag{46}$$

Le choix correct de M_v rend l'offset indépendant de $\beta + \ell_i/2$ et le potentiomètre qui règle M_p permet de centrer le plasma entre les limiteurs. Les coefficients M_v et M_p entrent dans l'étalonnage des sondes de Rogowski qui mesurent J_v et J_p.

Il faut remarquer ici que les formules (45) et (46) ont été obtenues dans le cas d'une section circulaire et pour un enroulement vertical homogène. Leurs valeurs optimales devront être trouvées par un ajustage expérimental.

Pour faciliter l'étalonnage nous procédons à divers ajustages, d'abord en l'absence de plasma. Le plus important est la neutralisation de la sonde quasi-cosinus, que l'on réalise par l'addition analogique d'un signal proportionnel au courant vertical J_v. Appelons cette combinaison linéaire la "sonde neutre". Sa propriété sera la suivante : en l'absence de plasma son signal intégré tend vers zéro lorsque le champ vertical a atteint la valeur stationnaire. Pour ce faire nous programmons le courant du champ vertical au moyen d'une tension de commande auxiliaire U_1^*. Dans cet état seul le champ vertical est présent, dont la composante poloïdale est $B_v\cos\theta$. En multipliant ceci par la densité de spires (36) et en intégrant, la sensibilité de la sonde quasi-cosinus vis-à-vis du champ vertical s'avère être égale à $-L_a J_v$. En soustrayant le terme $-L_a J_v$ de la sonde quasi-cosinus nous obtenons la grandeur mesurée par la sonde neutre

$$\Phi_N = \int U_{cos}\, dt + L_a J_v \qquad (47)$$

Par la même occasion nous neutralisons la sonde vis-à-vis des autres champs perturbateurs, tels les champs horizontal, quadrupolaire, etc. En pratique nous cherchons le zéro de ϕ_N en ajustant les diverses voies d'amplification de l'unité électronique.

Finalement, pour restituer le signal feedback (44), il faut additionner électroniquement au signal neutre les termes figurant dans l'équation ci-dessous

$$\phi_{FB} = \phi_N + M_a J_v - M_p J_p \qquad avec \qquad M_a = \frac{a^2 L_a}{b^2} \tag{48}$$

La Figure 4 montre l'arrangement complet de notre système de contrôle automatique du champ vertical. Si λ subit une variation intempestive, le signal ϕ_N tendra vers une nouvelle valeur. Simultanément la combinaison $M_a J_v - M_p J_p$ subira le même changement dans le sens contraire. Ainsi Φ_{FB} et le déplacement ξ resteront nuls (excepté une courte transitoire).

A partir des 3 grandeurs U_{cos}, Φ_{FB}, J_v et de la variable indépendante J_p, il est possible de calculer ξ, Γ et J_c en fonction du temps, en faisant usage des équations (25), (43) et (48) et en pensant aux diverses définitions. Mais ce problème ne fait pas l'objet de notre rapport.

V. Solution des équations et stabilité

Le préamplificateur connecté entre les sondes et l'entrée de l'amplificateur de puissance ferme la boucle feedback. Sa caractéristique est la somme d'une voie intégrée et d'une voie directe. La fonction de transfert du préamplificateur est

$$\frac{g_1}{s} = \frac{g}{s} + h \tag{49}$$

g désigne le gain du feedback de position et h est le gain du "velocity feedback". La variable de Laplace est s = d/dt. Désignons par le même symbole la fonction et sa transformée. L'équation de la boucle fermée est alors

$$(g + sh)\,\phi_{FB} + U_1 = U_V \tag{50}$$

Après substitution de (31) et (44) dans cette dernière équation nous possédons avec (3), (4), (15) et (50) quatre équations pour les quatre inconnues ξ, J_b, J_c et J_v. Les solutions seront fonction des valeurs prescrites J_1 et U_1.

Le traitement est facilité par le fait que la capacité variable C_p peut être ignorée. Dans le cas simple, où Γ est supposé constant, nous avons affaire à un système d'équations linéaires à coefficients constants, que l'on peut résoudre par la méthode habituelle des transformations de Laplace. Dans ce cas nous constatons que le déplacement apparaît toujours dans la combinaison $\varkappa\xi$. C'est donc le produit du déplacement et du courant plasma qui intervient dans la réponse du circuit feedback. Aussi est-ce le même produit qui est détecté par les sondes magnétiques. Par conséquent il ne faut pas diviser le signal sonde par J_p mais au contraire le traiter tel quel dans le système d'asservissement. Avec la méthode de Laplace nous formulons par exemple le résultat $\varkappa\xi$ de la façon suivante :

$$(\varkappa\xi)(s) = \frac{D(\varkappa\xi)}{D} \tag{51}$$

$D(\varkappa\xi)$ est un polynôme en s et D est le déterminant du système. Le calcul conduit à un déterminant du 2^e ordre

$$D = s^2(L_p + L_b)\left[L_e + L_f + h(2L_a - M_v)\right] +$$

$$+ s\left[R_c(L_p + L_c + L_f) + g(2L_a - M_v)(L_p + L_b) - hR_c(L_p + M_v)\right] - gR_c(L_p + M_v) \tag{52}$$

Le déterminant est stable lorsque les 3 coefficients sont positifs. Nous ne chercherons pas des critères généraux mais nous introduisons tout de suite les valeurs numériques. Le gain g doit être négatif, donc le feedback doit être négatif, ce qui est évident. Lorsque sa valeur absolue augmente, la réaction du système devient plus rapide, mais à partir d'une certaine valeur la réponse devient oscillante. Le meilleur choix est la valeur critique vers laquelle les

deux pôles se rejoignent pour former un pôle double s_1. Le déterminant est alors

$$D = (L_p + L_b)\left[L_e + L_f + h(2L_a - M_v)\right](s-s_1)^2 \qquad (53)$$

Un gain h positif ralentit la réponse et vice-versa. Seul un gain négatif du "velocity feedback" est donc intéressant. La limite de stabilité est

$$-h \leq \frac{L_e + L_f}{2L_a - M_v} = 2,47 \qquad (54)$$

Afin de prévoir les diverses tensions apparaissant dans le système électronique nous admettons un courant vertical dont la variation type est la suivante

$$J_1 = J_{10}\left(1 - e^{-\nu t}\right) \quad avec \quad \nu = 250\ sec^{-1} \qquad (55)$$

Pour un courant maximum de J_{10} = 3900 A la valeur initiale de la tension U_v aux bornes de l'enroulement s'avère être égale à 520 V pour h = 0 et 750 V pour h =-0,8. Cette dernière valeur est proche de la tension limite de notre amplificateur. Notre choix se porte donc sur la valeur de $\underline{h = -0,8.}$ Le gain critique devient $\underline{g = -510\ sec^{-1}}$ et le double pôle est $\underline{s_1 = -700\ sec^{-1}.}$ Il est intéressant de comparer ces chiffres avec l'inverse de la constante de temps de la coque R_c/L_a qui est de 660 sec^{-1}.

Le numérateur de la transformée de Laplace du mouvement est

$$D(x\xi) = s^2(L_e+L_f)L_pL_bJ_1 + sL_p\left[R_c(L_c+L_f) + g_1L_b(2L_a-M_v)\right]J_1 - R_cL_pU_1 \qquad (56)$$

Or la tension de commande U_1 est proportionnelle à la dérivée du courant plasma, donc $U_1 \sim sJ_1$ (sonde de Rogowski). Le meilleur choix du coefficient de U_1 est défini par une excursion moyenne de ξ aussi petite que possible.

Le critère optimum est $\int_0^\infty \xi dt = 0$ ce qui revient à annuler les termes en s dans (56), d'où

$$U_1 = sJ_1\left[L_c + L_f + \frac{gL_b}{R_c}(2L_a - M_v)\right] \cong sJ_1\left[L_c + L_f\right] \tag{57}$$

La transformée inverse de cette expression devient

$$U_1(t) = 530\, e^{-250t} \tag{58}$$

Nous remarquons que U_1 dépend de J_1 qui à son tour contient Γ. Le coefficient de U_1 n'est donc pas prévisible, mais sont erreur d'étalonnage influence seulement le rebondissement de ξ et non pas la valeur stationnaire.

VI. Contrôle automatique du mouvement vertical (champ horizontal).

Le procédé est analogue à celui exposé au chapitre 4. Il suffit d'introduire les données du circuit horizontal. La sonde de détection du mouvement vertical est une sonde quasi-sinus, c'est-à-dire que la densité de spires ressemble à la fonction sinus. On peut montrer qu'il est avantageux de compenser la sonde sinus avec un terme L_aJ_h de la même manière que la sonde cosinus, formule (47). Ainsi le mouvement du plasma est minimisé. Nous faisons donc

$$\phi_N = \int U_{sin}\, dt + L_a J_h \tag{59}$$

au moyen d'une addition analogique.

Les coefficients M_a et M_p sont nuls, parce que la compensation vis-à-vis d'une variation de Γ est sans objet, donc ϕ_N est utilisé comme signal feedback:

$$\phi_{FB} = \phi_N \tag{60}$$

Le déterminant du système s'écrit

$$D = s^2 L_p(L_e+L_f+hL_a)+s\left[gL_pL_a+R_c(L_p+L_f)-hR_c(L_p+L_a)\right] -gR_c(L_p+L_a) \qquad (61)$$

Nous introduisons aussi un terme de vitesse h, amis pour une autre raison : sans ce terme le système réagirait trop lentement. La limite de stabilité pour h est donnée par $-h < (L_e + L_f)/L_a = 6,12$. Nous choisissons une valeur confortable de $\underline{h = -3.}$ Le gain critique devient $\underline{g = -465\ sec^{-1}}$ et le double pôle est $\underline{s_1 = -280\ sec^{-1}.}$

VII. Mesure de la réponse sans plasma

La sonde de Rogowski qui devrait mesurer le courant plasma est remplacée par un générateur de fonction créant la consigne suivante

$$U_1 = \frac{1}{A}(L_a+L_e+L_f)\,\nu\,J_{10}\,e^{-\nu t} \qquad (62)$$

Le coefficient devant l'exponentielle est fixé de manière que le courant vertical plafonne vers J_{10}. Nous avons adopté un plateau de 3000 A pour nos essais. A = 200 est le gain de l'amplificateur de puissance. Avec $\nu = 250\ sec^{-1}$ la valeur initiale de U_1 est égale à 3,7 V. La formule ci-dessus est différente de (57) valable avec plasma. La tension de commande nécessaire à la création d'un courant donné est plus petite en présence de plasma. Donc le gain du préamplificateur devra être adapté au coefficient de la formule (57).

7a. Champ vertical sans plasma

Le premier ajustage à effectuer est la neutralisation de la sonde cosinus. Si la sonde était placée à l'intérieur de la coque, elle mesurerait un signal intégré égal à $-L_aJ_b$ où J_b est le courant magnétisant. Comme elle se trouve à l'extérieur elle détecte un supplément égal à deux fois le courant coque multiplié par le même coefficient L_a, soit

$$\int U_{cos}\,dt = -L_a J_b + 2 L_a J_c = L_a (J_c - J_v) \tag{63}$$

La neutralisation s'effectue selon (47) par l'addition du terme $L_a J_v$. Il reste donc simplement

$$\phi_N = \int U_{cos}\,dt + L_a J_v = L_a J_c \tag{64}$$

Ainsi la sonde neutralisée mesure directement le courant coque. Ce dernier tend évidemment vers zéro pendant le plateau du courant vertical. Le réglage s'effectue à l'étage non intégré. La sensibilité du transformateur de mesure du courant vertical (c'est-à-dire son entrefer) est ajustée de façon à obtenir, après addition directe du signal U_{cos}, une tension dont l'intégrale tend asymptotiquement vers zéro.

Le deuxième ajustage est le réglage des gains des voies $M_a J_v$ et $M_p J_p$ (voir Figure 4). La somme des tensions doit tendre asymptotiquement vers zéro. Il faut encore s'assurer du choix correct du signe. En fermant la boucle de rétroaction le système doit être instable si le signe est à l'envers.

En conclusion, la somme des 4 signaux, dont nous venons de parler, doit tendre vers zéro en boucle ouverte comme en boucle fermée. Nous montrons ici les mesures dans la situation de boucle fermée, sans terme de vitesse. Deux cas sont présentés : dans la Figure 5 les 4 voies $\int U_{cos}dt$, $L_a J_v$, $M_a J_v$ et $L_p J_p$ sont connectées. Ici le courant vertical atteint son plateau. Dans la Figure 6 les 3 premières voies sont connectées, mais la voie $M_p J_p$ est débranchée. La réponse du circuit est totalement différente, p.ex. le courant vertical ne possède plus de plateau, au contraire il décline vers zéro après avoir atteint un maximum vers 5 msec. Les signaux calculés sont reportés dans la Figure 7 pour le cas $L_p J_p$ connecté, tandis que la Figure 8 montre le cas $L_p J_p$ débranché. (Les traces supérieures ont subi une inversion de signe pour des raisons techniques.) La bonne concordance des résultats prouve que les données du système poloïdal du TCA ont été évaluées correctement. Lors des mesures le gain de la voie $R_v J_v$ (voir Figure 4) a été réglé de manière à minimiser la dérive, à boucle ouverte. Nous jugeons utile de citer le résultat explicite dans un des cas considérés:

la somme des 4 voies $\phi_{FB} = \int U_{cos} dt + L_a J_v + M_a J_v - L_p J_p$ en boucle fermée, sans terme de vitesse. Nous obtenons

$$\phi_{FB} = \frac{\nu M_a J_{10}}{(L_e+L_f)(s-s_1)(s-s_2)(s+\nu)} \left\{ \begin{array}{l} -s\left(L_a+L_e+L_f\right)\left(\frac{L_a}{M_a}-1\right)+\frac{R_c}{L_a}\left(L_a+L_e+L_f\right)+ \\ +g\left(L_a-M_a\right)-\frac{g R_c M_a}{s L_a} \end{array} \right\} - \frac{\nu M_a J_{10}}{s(s+\nu)} \qquad (65)$$

s_1 et s_2 sont les pôles du déterminant (61). Pour obtenir la tension au point de mesure situé à la sortie du sommateur (voir Figure 4) il reste à multiplier cette expression par g/A. Rappelons les valeurs numériques : g = -510; A = 200. La tension en fonction du temps devient

$$\frac{g}{A}\phi_{FB}(t) = -41{,}45\, e^{-224{,}7t} - 7{,}55\, e^{-538t} + 49\, e^{-250t} \qquad (66)$$

7b. Champ horizontal sans plasma

Le circuit est excité dans son mode horizontal par l'application d'une consigne en forme de crénau de 3,1 Volt et de 5 msec de durée. Le gain de l'amplificateur de puissance est beaucoup plus petit pour ce mode, soit A = 20. La consigne est appliquée une fois le plateau atteint, vers 13 msec. Nous effectuons une neutralisation de la sonde sinus par l'addition électronique d'un terme $L_a J_h$ conformément à la formule (59). Lorsque la compensation est exacte le signal ϕ_{FB} présente une transitoire courte suivie d'un palier. En fait nous avons légèrement surcompensé le signal de la sonde comme le montre la Figure 9, trace supérieure. La raison en est la suivante: Nous sommes ici dans une situation où le système peut être instable sans plasma, bien qu'il soit toujours stable avec plasma. L'examen du déterminant indique que le système est stable lorsque la sonde sinus est surcompensée.

Ecrivons

$$\Phi_{FB} = \int U_{sin}\, dt + k L_a J_h \tag{67}$$

où k désigne le degré de compensation. Le déterminant devient alors

$$D = s^2 L_a (L_e + L_f) + s\left[g L_a^2 (2-k) + R_c (L_a + L_e + L_f)\right] + g R_c L_a (1-k) \tag{68}$$

Comme g est négatif il y a stabilité si k>1.

Cette condition n'est heureusement pas sévère. Même si k est nettement inférieur à l'unité, l'instabilité n'a pas le temps de se développer pendant la durée de l'expérience. Mais il est prudent de fixer k légèrement au-dessus de l'unité.

La première trace de la Fig. 9 représente le courant horizontal. D'après le calcul le courant doit croître linéairement après une courte transitoire. La mesure est conforme aux prévisions, la pente observée est de 120 A/msec. Nous remarquons un résidu de sensibilité au courant vertical provenant d'un couplage de modes. Nous avons prévu des moyens de couplages croisés grâce auxquels il sera possible de diagonaliser le système. La deuxième trace montre le courant vertical, là aussi nous remarquons une faible influence du courant horizontal.

VIII. Conclusions

On a montré que le système de contrôle feedback du mouvement du plasma peut être représenté par un circuit électrique dont les composants sont calculables d'après les données du TCA. L'analyse du modèle prédit le domaine de stabilité de l'amplification et les étalonnages. D'après l'allure prescrite du courant plasma on en déduit facilement le gain du contrôle de position et de vitesse adaptés au mieux à la tension disponible de l'amplificateur. La puissance de notre amplificateur est suffisante pour contrôler le champ vertical dans tout son domaine entre zéro et la valeur maximale. La rapidité de réglage permet de suivre la montée du courant plasma escompté pendant la phase initiale, ainsi que pendant la chute rapide du courant. La détection de la position a lieu avec un seul type de sonde magnétique mesurant le champ extérieur à la coque. Le signal de détection est corrigé de manière à ce qu'une variation de $\beta + \ell_i/2$ ne cause pas de drift.

Des mesures préliminaires en l'absence de plasma ont été effectuées. Le système a été testé avec une consigne extérieure simulant le courant plasma. La concordance de la réponse du circuit avec le calcul montre que les données du TCA ont été évaluées correctement.

Ce travail est supporté par le Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique, par le "Nationaler Energie Forschungs-Fonds", par l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne et par l'Euratom.

Références

{1} A. Cosler, R. Kurz, G. Waidmann; 8th Symposium on Engineering Problems of Fusion Research, Nov. 13-16, 1979, San Francisco, California

{2} J. Hugill, A. Gibson : Servo-control of plasma position in Cleo-Tokamak. Nucl. Fusion 14, 6-1 (1974)

{3} H. Gerhauser : Textor, SOFT, Padua 1978, paper 13

{4} F. Schneider, F. Gresser; Investigations on the Feedback System of ASDEX. Proc. 9th Symposium on Fusion Technology, Garmisch-Partenkirchen (FRG), 1976, p. 783

{5} F. Bombi, D. Ciscato; Plasma Position and Shape Control in JET, ibid. p. 789

{6} Equipe TFR; Tokamak Plasma Diagnostics
Nucl. Fusion 18, 647 (1978)

{7} J.L. Anderson, R.S. Booth, R.J. Colchin, R.V. Miskell, J.M. Bailey : Feedback Control for Plasma Equilibrium in ORMAK, Nucl. Fusion 16, 1976

{8} R. Aymar, C. Leloup, M. Pariente : Tore II, EUR-CEA-FC-902 (1977)

{9} V.D. Shafranov, Reviews of Plasma Physics, edited by M.A. Leontovich (Consultants Bureau, New York, 1966) Vol. 2, p. 103

{10} J.M. Greene, J.L. Johnson, K.E. Weimer : Tokamak Equilibrium
The Phys. of Fluids, 14, 671 (1971)

{11} V.S. Mukhovatov, V.D. Shafranov; Plasma Equilibrium in a Tokamak, Nucl. Fusion 11, 605 (1971)

{12} A. Cheetham, communication privée

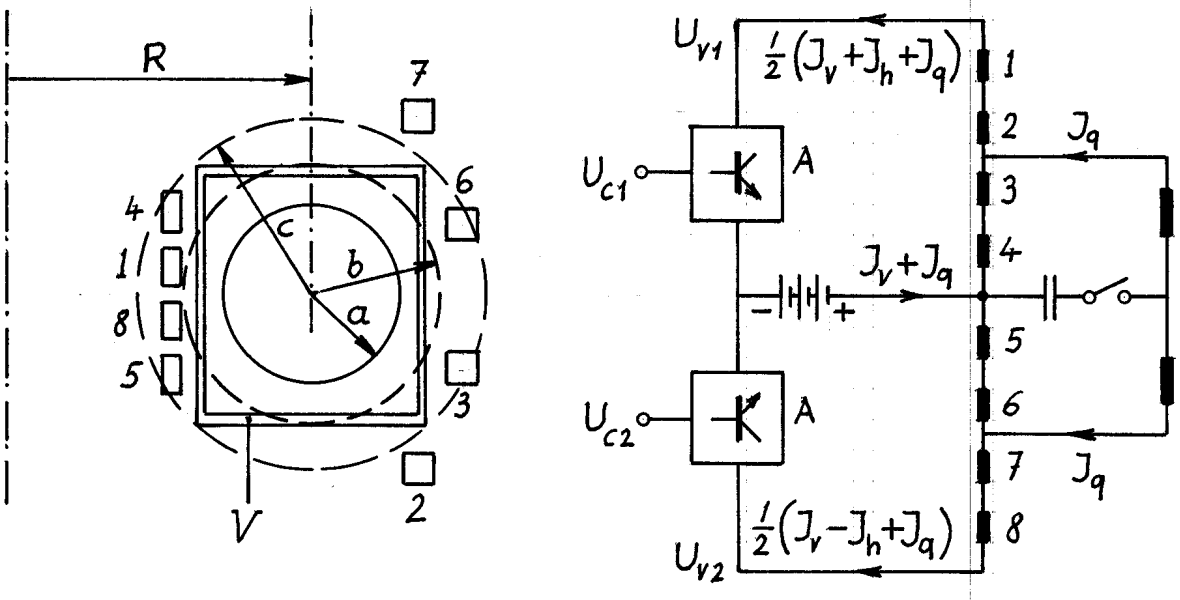

Fig. 1. The poloidal coil system

V Vacuum vessel, 1-8 poloidal coils, A amplifier
J_V J_h J_q vertical, horizontal, quadrupol field current

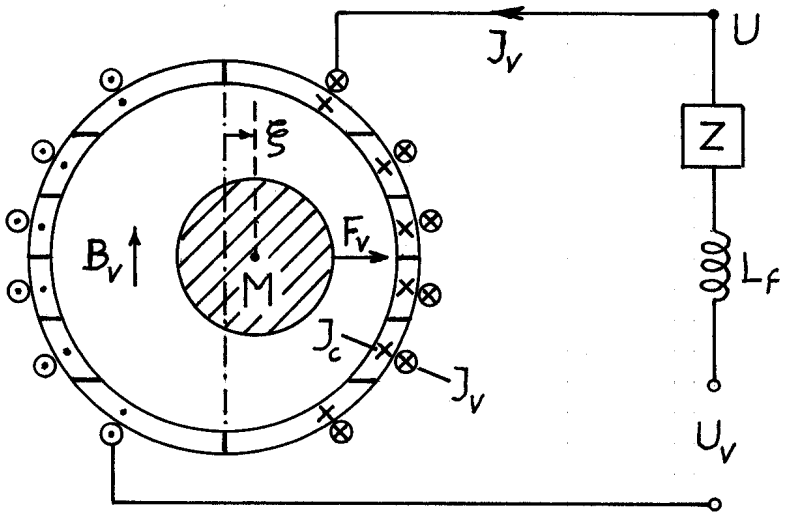

Fig. 2. The sliced vacuum vessel and the tight vertical field coil

Z

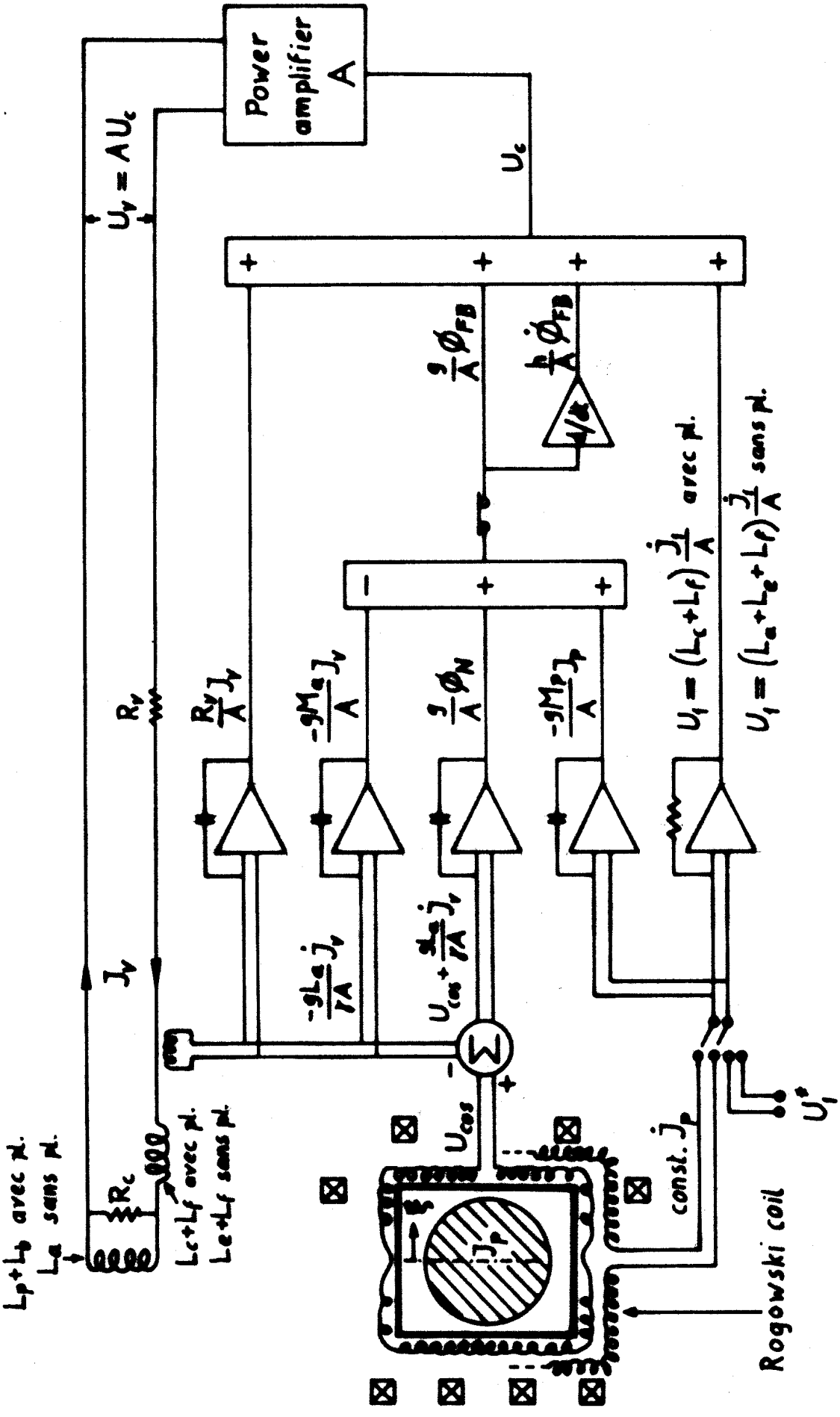

Fig. 4. The servo-loop controlling the horizontal position of the plasma (see text)

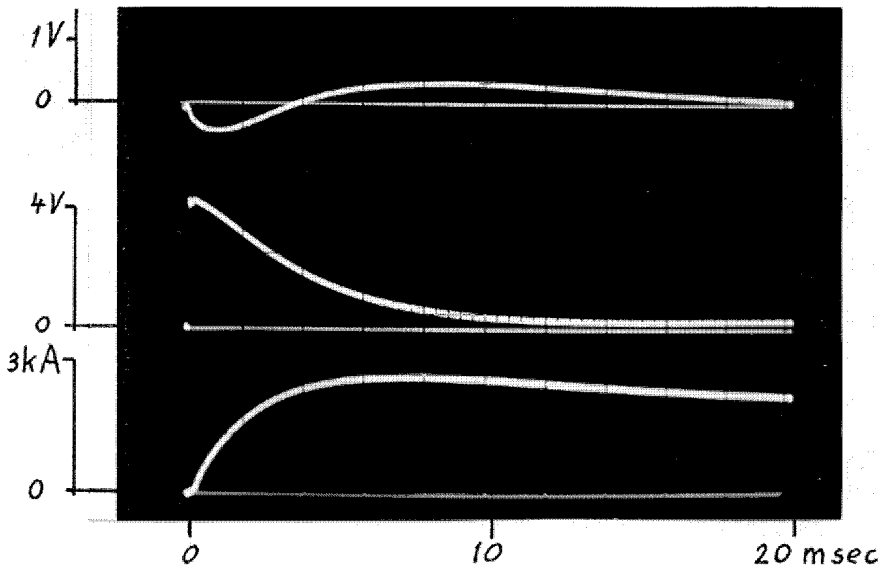

Fig. 5. Term J_p connected
From top to bottom: $g\Phi_{FB}/A$, U_c and J_v

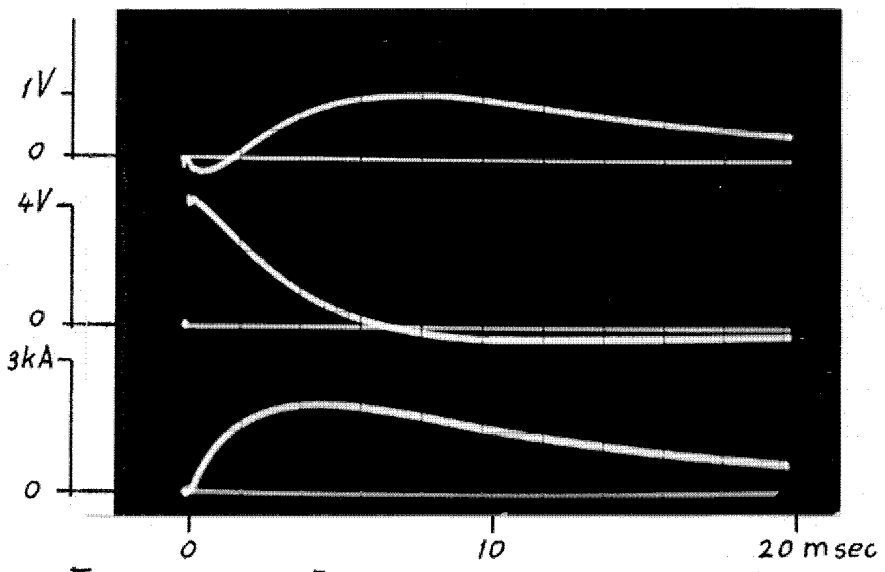

Fig. 6. Term J_p disconnected
From top to bottom: $g\Phi_{FB}/A$, U_c and J_v

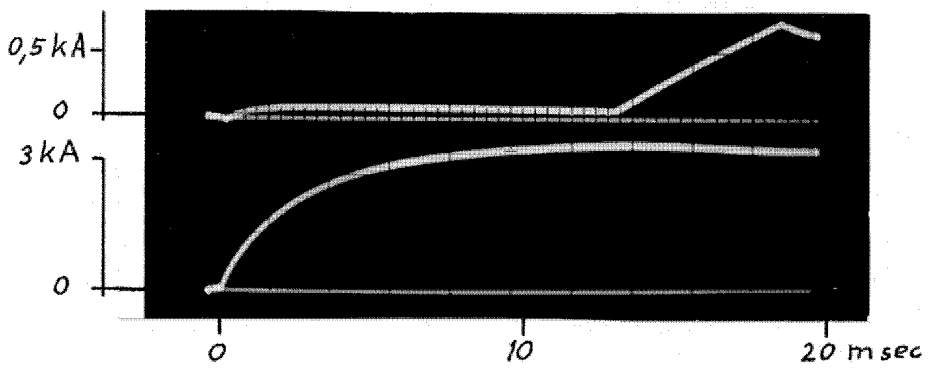

Fig. 9. Horizontal and vertical current

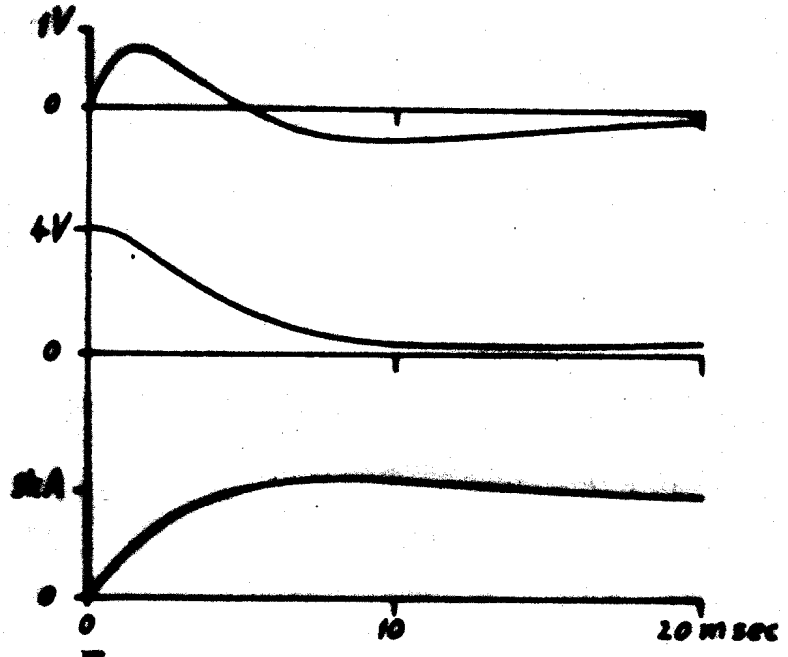

Fig. 7. Term J_p connected
Calculated values of $g\Phi_{FB}/A$, U_t and J_p

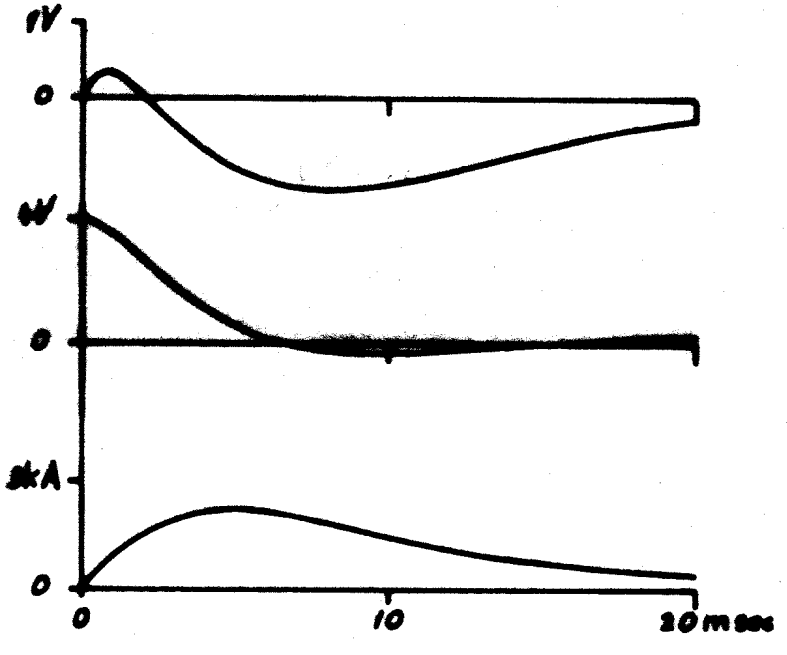

Fig. 8. Term J_p disconnected
Calculated values of $g\Phi_{FB}/A$, U_t and J_p