

DECEMBRE 1977

LRP 136/77

CHAUFFAGE PAR ABSORPTION RESONNANTE  
D'ONDES D'ALFVEN SUR LE PLASMA D'UN  
THETA PINCH

Antoine Pochelon

Thèse présentée au Département de Physique

de

l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

Centre de Recherches en Physique des Plasmas

ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE

ABSTRACT

The concept of (shear) Alfvén wave resonant absorption for heating a plasma has been demonstrated on a theta pinch. The  $m = 1$  mode is excited by means of a helical launching structure with a given wave length, at different frequencies. When the frequency is situated in the continuous Alfvén spectrum, the kink energy is transmitted to the Alfvén waves, where it is rapidly thermalized. The source term for the excitation is proportional to the density gradient. The measurement of the heating power is performed with a diamagnetic probe. We show that the probe signal can be treated as a thermodynamic variable which allows us to deduce an exact energy balance. The resonance curve of the heating power presents the peculiar shape predicted by theory. Strong power coupling exists between RF source and plasma, which follows from power balance considerations, allowing nearly all power delivered by the coils to be dissipated in the Alfvén waves by resistivity and viscosity. The efficiency approaches unity, even in spite of the high compression ratio. The plasma motion is monitored by streak photography and shows nearly critical damping of the kink.

TABLE DES MATIERES

	page
I INTRODUCTION	5
II LE THETA PINCH	12
1. Formation et chauffage du plasma	12
1.1 La phase d'implosion	13
1.2 Les oscillations hydromagnétiques $m=0$	14
1.3 La compression adiabatique	15
1.3.1 Le rayon du plasma en fonction du champ extérieur	16
1.3.2 Le beta en fonction du rayon	18
1.3.3 La température en fonction du rayon	18
2. Dispositif expérimental	19
2.1 Le circuit theta et la préionisation	19
2.2 L'enceinte à vide, remplissage du gaz	21
2.3 Grandeurs caractéristiques du plasma	22
3. Diagnostique et caractéristiques du plasma non chauffé	23
3.1 Photographie rapide	23
3.2 Mesure diamagnétique de l'énergie absorbée (théorie)	25
3.2.1 Principe de la mesure, dispositif expérimental	26
3.2.2 Introduction avec un cas simple : $\gamma = 2$	28
3.2.3 Cas général ( $\gamma \neq 2$ )	30
3.2.4 Formes intégrées	36
3.3 Résultats des mesures diamagnétiques	38
3.3.1 Le taux de collection de masse	38
3.3.2 Mesures d'énergies	39
3.3.3 Onde de raréfaction	43

	page
4. Profils expérimentaux	45
4.1 Profil de densité	45
4.2 Profil de température électronique	46
4.3 Profil de courant axial	48
III ABSORPTION RESONNANTE D'ONDES D'ALFVEN	50
1. Introduction	50
1.1 Amortissement spatial	50
1.2 L'onde d'Alfvén torsionnelle en milieu homogène	51
1.3 Le spectre MHD $m=1$ d'un screw pinch	54
2. Le problème aux valeurs initiales	58
2.1 Intégration de l'équation du mouvement	58
2.2 Energie accumulée	66
2.3 Fréquence propre du kink	69
2.4 La courbe de résonance	74
2.5 La thermalisation	80
2.6 Un paradigme : le pendule multiple	83
IV MESURES DE CHAUFFAGE	88
1. Dispositif expérimental	88
1.1 La bobine	88
1.2 Le banc de condensateur	90
2. Diagnostiques	91
2.1 Puissance fournie au plasma par le circuit électrique	91
2.2 Puissance diamagnétique	93

	page
3. Résultats des mesures d'absorption	95
3.1 Conditions de mesures	95
3.2 Streak Camera	96
3.2.1 Excitation continue	96
3.2.2 Excitation interrompue	96
3.3 Sonde diamagnétique	100
4. La courbe de résonance	108
5. Point de coupure du plasma	112
5.1 La fréquence du kink	112
5.2 Point d'attaque de la force dans un profil résistif	113
5.2.1 Diffusion du champ dans un milieu de résistivité uniforme	113
5.2.2 Profil de résistivité réaliste	116
5.2.3 Retard d'absorption et comparaison des valeurs de coupure	120
6. Puissance ohmique directe	121
7. Discussion	124
V CONCLUSION ET PERSPECTIVES	127
REMERCIEMENTS	131
REFERENCES	132
APPENDICE : Table des symboles	140

## I. INTRODUCTION

Le chauffage d'un plasma est un des problèmes centraux à résoudre pour assurer le succès de la fusion thermonucléaire. En particulier, le chauffage au-delà des températures atteignables par dissipation ohmique ( $T_e \sim 3\text{keV}$ ) est un problème crucial des machines toriques.

Trois grandes voies sont tracées pour le choix d'un chauffage d'appoint : le chauffage par injection de neutres, le chauffage par ondes et le chauffage par compression adiabatique.

Le premier a de bons succès à son actif. Le dernier diminue la stabilité et est peu économique au point de vue du champ magnétique. Le chauffage par onde électromagnétique, où l'on utilise une résonance telle que la résonance cyclotronique ou la résonance hybride inférieure, sont des méthodes proposées pour chauffer un plasma non collisionnel. Une difficulté intrinsèque commune à ces derniers chauffages par ondes provient de leur petite longueur d'onde, ce qui rend le couplage de l'énergie dans le plasma malaisé. Le chauffage par onde d'Alfvén présente l'avantage d'une longueur d'onde beaucoup plus grande [1].

Pour être crédible, un chauffage doit remplir les conditions suivantes d'ordre physique puis technologique:

- 1) L'accessibilité du coeur du plasma à la puissance injectée,
- 2) le chauffage ne doit pas avoir un effet destructif sur le confinement,
- 3) il est souhaitable que des générateurs économiques existent dans la bande de fréquence envisagée,
- 4) la conception générale du chauffage doit être en accord avec les contraintes qu'impose la technologie d'un réacteur.

Le travail présent concerne l'absorption d'énergie dans la résonance spatiale des ondes d'Alfvén et son utilisation comme méthode de chauffage. Cette méthode de chauffage est testée sur un theta pinch linéaire et donne les résultats attendus. On peut aisément faire pénétrer une dizaine de Mégawatt par mètre sur une couche cylindrique épaisse située à mi-rayon, sans avoir d'effet destructif sur le confinement.

L'étude de la résonance spatiale dans le spectre continu des ondes d'Alfvén a commencé par l'approfondissement des propriétés relatives au spectre continu. En 1964, Barston {2} résoud le problème des oscillations électrostatiques dans un plasma froid selon la méthode de Fourier (normal mode analysis : NMA), développant le traitement de Van Kampen {3}.

Pridmore-Brown, 1966 {4} étudie la propagation des ondes d'Alfvén dans un pinch par une approche NMA. Il souligne l'importance de la notion de mélange de phase dû à la présence du spectre continu d'ondes d'Alfvén torsionnelles qui existe à cause du gradient de densité. En particulier, l'amortissement d'une perturbation décroît comme l'inverse de la distance. Dans un article théorique et expérimental {5} les auteurs montrent comment le gradient de densité couple l'onde compressionnelle  $m=1$  à l'onde d'Alfvén torsionnelle. Ils montrent aussi l'existence de la singularité logarithmique sur le déplacement radial, à l'endroit où  $\omega = \omega_A(r)$ . Le couplage précédent dû au gradient de densité avait déjà été mis en évidence pour le mode  $m = 0$  {6}.

Baldwin et Ignat {7}, s'appuyant sur l'analyse des modes normaux, calculent et mesurent l'absorption résonante dans le continu des ondes électrostatiques dans un plasma froid non-uniforme. Ils obtiennent une bonne corrélation entre l'expérience et la théorie.

Sedláček {8} reprend le problème de Barston avec la méthode de Laplace (initial value problem : IVP) et trouve que cette approche permet de décrire le mode collectif, c'est-à-dire que le mouvement d'ensemble du plasma montre une fréquence pure.

L'équation différentielle gouvernant le mouvement du plasma dans un pinch diffus est analogue à l'équation de Barston. Cette analogie a été exploitée par Tataronis et Grossmann {9, 10}, Uberoi {11}, et précédemment par Pridmore-Brown {4}.

La notion de mélange de phase a été soulignée par plusieurs auteurs {12, 4, 13}, proposant ce processus comme possibilité de déposer de l'énergie dans un spectre continu de manière réversible, sans pour autant que le système envisagé soit dissipatif.

Viennent une série d'expériences précurseurs qui vont permettre d'envisager un chauffage. Dans les années 70, divers expérimentateurs sont intéressés par la stabilisation d'une colonne de plasma par rétroaction ou par stabilisation dynamique.

La stabilisation d'une colonne de plasma par rétroaction exige la connaissance des modes de déformation. La propagation d'une perturbation le long d'une colonne de plasma est d'importance pour la stabilité de la boucle de rétroaction. Etant intéressés à réaliser la stabilisation du kink ( $m=1$ ), différents expérimentateurs {14 - 18} ont mesuré la vitesse de propagation et l'amortissement de l'onde de surface  $m=1$ . L'amortissement spatial {19, 14 - 16} et temporel {17, 18} ont été mesurés, conduisant toujours à des valeurs d'amortissement très intenses et inexplicables en terme de résistivité ou de viscosité classique sans la connaissance d'un effet de résonance {16}. Ces expériences suggèrent fortement l'existence d'un autre mécanisme d'absorption. Dans ce dernier article la dissipation est attribuée à l'absorption résonnante dans les ondes d'Alfvén et est proposée comme méthode de chauffage.



Pendant ce temps, la connaissance théorique de la structure des spectres MHD se développe {9, 20, 21}. La résolution des équations MHD pour des profils donnés permet d'avoir une vue d'ensemble du spectre et une connaissance de la forme des fonctions propres {22-24}.

Dès 1972, des articles théoriques ouvrent la voie au chauffage par excitation d'onde d'Alfvén dans le spectre continu. Tataronis et Grossmann {9, 10, 25, 26} étudient l'influence du gradient de densité ou de champ générant un spectre continu, sur l'amortissement intense des ondes de surface observé dans les expériences ci-dessus. Bien que le modèle soit MHD idéale, l'origine de la dissipation est explicable par l'existence de la singularité logarithmique liée au spectre continu. Le problème est principalement résolu par NMA. Cet amortissement est suggéré comme méthode de chauffage d'un plasma non-collisionnel. Cette idée prend appui expérimentalement dans {17}. Hasegawa et Chen {1} obtiennent des résultats analogues et proposent d'utiliser l'avantage de la grande longueur d'onde propre à l'onde d'Alfvén pour coupler l'énergie dans le coeur du plasma. Précédemment, Jankovich décrit le phénomène d'absorption en terme d'absorption résonnante {27}.

En 1975, Tataronis résoud le problème de l'absorption selon la méthode de Laplace, ce qui lui permet d'obtenir la courbe d'absorption de puissance pour une géométrie donnée {28}. En incluant les effets résistifs dans la couche résonnante, le temps d'accumulation de l'énergie qui représente le temps propre de dissipation de l'énergie est trouvé {29}. Un calcul analogue réalisé avec un calcul de perturbation donne des résultats identiques {30}. Précédemment l'absorption est calculée dans le modèle du centre de guidage {31} et livre une courbe de résonance très voisine du modèle MHD habituellement employé dans ce genre de calculs {32, 33}.

En incluant les effets de température finie (rayon de Larmor fini), Hasegawa et Chen {34} obtiennent la conversion de l'onde d'Alfvén en une onde d'Alfvén cinétique, se propageant perpendiculairement au champ vers le coeur du plasma. Dans le régime collisionnel, les ions sont amortis par viscosité et les électrons par collisions. Dans le régime non collisionnel, seul les électrons sont amortis par amortissement Landau. A cause d'effets non linéaires, les ions peuvent aussi être chauffés {35}, soit par déclin paramétrique de l'onde ionique acoustique, soit par amortissement Landau non linéaire.

Après l'expérience d'amortissement temporel sur un theta pinch pour une fréquence naturelle {17}, le concept de chauffage par ondes d'Alfvén est testé sur différents Stellarators. Demirkhanov et al. {36} lancent des ondes progressives  $m=2$  ( $n=6$ ) de fréquence fixe et observent une courbe de résonance avec un cut-off lorsque le champ est augmenté, correspondant à la limite inférieure du spectre d'Alfvén si les paramètres du plasma étaient maintenus fixes. La composante ionique semble plus fortement chauffée (mesure diamagnétique et élargissement Doppler des raies d'impuretés); il reste cependant une ambiguïté quant à la possibilité d'un chauffage direct des impuretés par la résonance cyclotronique. Iiyoshi et al. {37} produisent aussi une excitation  $m=2$ , oscillante et seulement sur la distance  $\lambda_y/2$ . Les deux populations de particules doublent presque leur température, les faisant passer de  $T_i = 25$  à  $40$  eV,  $T_e = 95$  à  $160$  eV. Golovato et al. {38, 39} produisent une excitation composée d'une série infinie de modes de nombre d'onde toroïdaux et radiaux différents, ce qui donne une excitation où domine un certain couple de valeur  $m$  et  $k$ . Deux surfaces singulières sont mesurées, conformément à la théorie, localisant bien le chauffage au coeur de la décharge. Il y a doublement de la température ionique et électronique de  $10$  à  $20$  eV. Les temps de confinement de l'énergie et de la densité semblent réduits par le chauffage, ce qui semble aussi être le cas pour l'expérience d'Iiyoshi. Dikij et al. {40}

mettent en évidence l'effet du couplage torique en excitant tout un spectre  $k$  avec une antenne localisée.

L'expérience faisant l'objet de ce travail a pour but d'étudier le chauffage par absorption résonnante d'ondes d'Alfvén sur le plasma haut-beta d'un theta pinch. Les mesures sont réalisées dans le mode  $m=1$  pour assurer une excitation globale et dans une géométrie simple définissant la longueur d'onde par une structure d'excitation hélicoïdale. La courbe de résonance est obtenue pour différentes longueurs d'onde et à différentes pressions de remplissage. L'expérience remplit la condition  $\omega\tau_D \times 10^2 \gg 1$ , où  $\tau_D$  est le temps de diffusion résistive, permettant de décrire le phénomène d'absorption en terme de MHD. L'efficacité du chauffage est quasiment unité. La durée des transitoires (construction de la surface résonnante et temps de thermalisation) est suffisamment courte pour produire un chauffage stationnaire et pour rendre les résultats indépendants de la longueur de la colonne de plasma. Les résultats permettent une comparaison aisée avec la théorie, en particulier, les courbes de résonance ont bien l'allure prédite. Les premiers résultats ont été donnés dans {41, 42}.

Le travail est divisé en cinq parties :

Dans le chapitre II nous décrivons le theta pinch et donnons les caractéristiques du plasma obtenu. Les diagnostics utilisés sont décrits en attachant une importance particulière à la mesure diamagnétique. La description thermodynamique proposée pour l'étude du signal diamagnétique est adéquate à mesurer l'absorption d'énergie, car le temps de thermalisation du chauffage par ondes d'Alfvén est court.

Nous développons la théorie de l'absorption résonnante d'ondes d'Alfvén sur un theta pinch dans le chapitre III, après une introduction expérimentale et théorique. L'équation du mouvement est déduite de la MHD

idéale et appliquée au cas  $m=1$  (kink) dans l'approximation des grandes longueurs d'ondes. Par une méthode de perturbation, nous séparons le mouvement du kink. Ce dernier devient alors un terme de source pour les ondes d'Alfvén locales. Le phénomène est considéré comme un problème à valeur initiale et résolu à l'aide de la transformation de Laplace. L'accumulation d'énergie dans le mouvement du plasma est calculée. Les courbes de résonance sont obtenues pour différents cas expérimentaux.

Dans le chapitre IV, après avoir défini les conditions expérimentales, nous montrons les résultats des mesures de chauffage. Ceux-ci sont conformes à la théorie, tant par l'allure de la courbe de résonance que par la valeur de la puissance absorbée. Le bilan de puissance est réalisé, le couplage de puissance est voisin de l'unité.

Le chapitre V résume le travail et indique une liste des problèmes qui seront rencontrés dans une extension de l'expérience actuelle.

## II. LE THETA PINCH

### II.1. Introduction : Formation et chauffage du plasma

Ce chapitre décrit le fonctionnement d'un theta pinch. Le centre de gravité est placé sur l'évolution de l'énergie conditionnée par les différents mécanismes de production et de chauffage du plasma propres au theta pinch et par les processus de perte d'énergie. Ce point de vue est adopté dans l'esprit de faire le bilan d'énergie, de façon à pouvoir par la suite trouver la puissance du chauffage additionnel proposé.

Le theta pinch est principalement formé d'une bobine cylindrique alimentée par un banc de condensateur de faible inductance. Une enceinte à vide (tube de décharge) est placée concentriquement à la bobine. Elle est remplie de gaz (deuterium) à la pression de quelques dizaines de millitorrs.

Le gaz est préionisé au moyen d'une impulsion de courant axiale : elle est suivie par la décharge du banc de condensateur dans la bobine theta où le courant circule azimuthalement. Ce courant produit un champ magnétique axial  $B_{ze}$ . Sa variation rapide induit un champ électrique azimuthal générant un courant image  $I_\theta$ . La force de Lorentz résultante  $\vec{F} = \vec{I}_\theta \times \vec{B}_{ze}$  est dirigée vers l'axe et comprime le plasma radialement.

On distingue trois phases dans une striction azimuthale : la phase d'implosion, les oscillations hydromagnétiques, la compression adiabatique.

### II.1.1 La phase d'implosion

Dans un theta pinch, le plasma est chauffé par l'implosion rapide, dans laquelle il y a un mélange des effets de choc, de compression et de chauffage ohmique.

La variation rapide du champ magnétique agit comme un piston sur le plasma, produisant dans le plasma préionisé une onde de choc qui converge vers l'axe. Sur son passage, l'onde ionise les neutres présents et les collecte. L'énergie du mouvement du fluide étant principalement portée par les ions, on a un chauffage prédominant sur les ions. Le temps d'équipartition ions-électrons {43} étant du même ordre de grandeur que la durée de l'expérience, et, avec de surcroît une importante conduction thermique électronique vers les bouts, on a en général pour un theta pinch  $T_i > T_e$ .

La phase d'implosion a abondamment été décrite, tant expérimentalement que théoriquement {44 - 50}. Pour la description analytique, deux classes de modèles sont utilisées. Dans le premier : le "free particle" ou "bounce model", les ions sont réfléchis par le piston et acquièrent la vitesse double du piston. Dans le second : le "snowplow model", les ions sont collectés par le piston et convergent vers l'axe avec le piston.

Des simulations numériques "particle in cell" {49} montrent qu'aux faibles nombres de Mach qui nous concernent {50}, seulement 10% des ions sont réfléchis. Si la résistivité laisse partiellement diffuser le champ à l'intérieur du piston, les ions sont infléchis par le champ dans la couche d'implosion, invalidant le premier modèle. Les températures finales se situent entre celles des deux modèles {47}.

Dans le modèle chasse-neige, la dissipation causée par la résistance anormale lors de la formation du pinch, provoque une diffusion rapide du champ vers l'intérieur {51 - 53} et un élargissement de la couche de courant {50, 52}. La température finale dépend peu de l'élargissement résistif {48, 50}. La dissipation due au travail d'ionisation des neutres restants provoque aussi une diffusion du champ {48}.

Pour réaliser un pinch efficace, il faut que le rapport des champs intérieur à extérieur soit faible, c'est-à-dire que le temps de diffusion (résistif, travail d'ionisation) soit beaucoup plus grand que le temps d'implosion. Cette circonstance est réalisée lorsque le champ électrique à la paroi  $E_\theta$ , déterminé par  $2\pi r_w E_\theta = \pi r_w^2 \dot{B}_{ze}$ , surpasse la valeur critique de 200 V/cm, c'est-à-dire  $B_{ze} \gtrsim 10 \text{ KG}/\mu\text{s}$  {54, 55}. Au-dessus de ces valeurs, l'influence du taux d'ionisation initial n'est plus déterminant. Nos valeurs (81 V/cm et 6.5 KG/ $\mu\text{s}$ ) restent dans le domaine d'un theta pinch efficace, la limite précédente étant assez douce {55}.

### II.1.2 Les oscillations hydromagnétiques $m = 0$

Après l'implosion, le plasma effectue des oscillations hydromagnétiques radiales  $m=0$ ,  $k=0$ . Elles ont lieu autour de l'équilibre de pression donné par

$$n K \left( \frac{T_e + T_i}{2} \right) + \frac{B_i^2}{2\mu_0} = \frac{B_e^2}{2\mu_0} \quad (1)$$

où  $B_e$  et  $B_i$  représentent le champ d'équilibre extérieur et intérieur au plasma. Ces oscillations sont étudiées attentivement dans {56-58, 48}. Il a été démontré que la fréquence est peu sensible au profil de densité, au  $\beta$ , au rapport des chaleurs spécifiques  $\gamma$  et à la proximité des parois. La fréquence est donnée par {48} :

$$\omega^2 = \frac{4\pi g^2 B_e^2}{\mu_0 M} \left[ 1 - \beta \left( 1 - \frac{\gamma}{2} \right) \right] \quad (2)$$

M est la masse linéaire. Si  $\rho_r$  est la densité au moment du remplissage et  $\alpha$  le taux de collection de masse au moment des oscillations, on a

$$\omega = \frac{2g B_e}{r_w \sqrt{\mu_0 \alpha \rho_r}} \sqrt{1 - \beta \left( 1 - \frac{\gamma}{2} \right)} \quad (3)$$

Rappelons que  $p_r \{ \text{mTorr } D_2 \} = 4.54 \cdot 10^6 \rho_r \{ \text{kg/m}^3 \}$ .  $r_w$  est le rayon intérieur du tube de décharge. Le facteur  $g$  dépend du profil de densité :  $g = 1$  pour un profil annulaire,  $g = 1.20$  pour un profil rectangulaire,  $g \approx 1.4$  pour un profil piqué. Durant la phase d'oscillation le profil de densité oscille entre ces deux structures extrêmes et justifie de prendre  $\sim 1.2$  pour trouver le taux de collection. Pour  $\gamma = 2$ , la fréquence est indépendante de  $\beta$ .

Les oscillations sont amorties en environ  $1 \mu\text{s}$  par la viscosité [59], avec un amortissement plus fort pour les hautes températures (c'est-à-dire aux faibles pressions de remplissage) puisque la viscosité est contrôlée par le rayon de Larmor des ions.

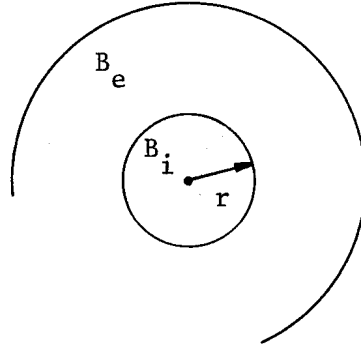
### II.1.3 La compression adiabatique

Après le ramassage du plasma vers l'axe par l'onde de choc, le champ continue de croître en effectuant sur le plasma une compression adiabatique (réversible).



II.1.3.1 Le rayon du plasma en fonction du champ extérieur

Considérons un plasma homogène cylindrique éloigné des parois (fig.1) et subissant une compression adiabatique réversible sans fuite de particules et d'énergie par les bouts.



Les équations suivantes (4-7) sont utilisées :

Fig. 1

équation d'état :  $p_g V^\gamma = \text{const.}$  (4)

conservation du flux :  $B_i V = \text{const.}$  (5)

conservation des particules :  $N = nV = \text{const.}$  (6)

équilibre de pression :  $F_e = F_p + F_i$  (7)

L'équation (4) prise ici comme point de départ est démontrée en II.3.2.3.  $N = N_e + N_i$  est le nombre total de particules.

Introduisons le beta, grandeur que l'on définit par le rapport de la pression thermique du plasma à la pression magnétique extérieure

$$\beta = \frac{p_g}{B_e^2 / 2\mu_0} \quad (8)$$

$\gamma$  représente le rapport des chaleurs spécifiques, c'est-à-dire

$$\gamma = \frac{f + 2}{f}$$

où  $f$  est le nombre de degrés de liberté. Pour un plasma contenu par un fort champ magnétique et comprimé perpendiculairement au champ,

$\gamma \approx 2$  lorsque le plasma est non collisionnel,  $\gamma \approx 5/3$  pour un plasma collisionnel [43].

Les équations (4-6) s'écrivent aussi sous la forme suivante (l'indice zéro représente les grandeurs considérées à un temps particulier).

$$\frac{p_g}{p_{g0}} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^{2\gamma} \quad \frac{p_g}{p_{g0}} = \left(\frac{n}{n_0}\right)^\gamma \quad \frac{n}{n_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \quad \frac{B_i}{B_{i0}} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2$$

Si les forces en jeu sont exprimées en forces linéaires (force/unité de longueur), on a

$$\text{Force due au plasma} : F_p = 2\pi r p_g = 2\pi r_0 p_{g0} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{1-2\gamma} \quad (9)$$

$$\text{Force due au champ intérieur} : F_i = 2\pi r \frac{B_i^2}{2\mu_0} = \frac{\pi B_{i0}^2 r_0}{\mu_0} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-3} \quad (10)$$

$$\text{Force due au champ extérieur} : F_e = 2\pi r \frac{B_e^2}{2\mu_0} = \frac{\pi B_e^2 r_0}{\mu_0} \cdot \frac{r}{r_0} \quad (11)$$

L'équilibre des forces (7) donne

$$\frac{B_e^2}{2\mu_0} = p_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-2\gamma} + \frac{B_{i0}^2}{2\mu_0} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-4} \quad (12)$$

Remarquons que le premier terme du second membre n'est autre que la pression  $p_g$ . Au temps de l'indice zéro, le beta (8) et l'équilibre  $B_{e0}^2/2\mu_0 = p_{g0} + B_{i0}^2/2\mu_0$  permettent d'écrire :

$$B_{i0}^2 = (1 - \beta_0) B_{e0}^2 \quad (13)$$

L'équilibre (12) donne avec (13) une relation entre le champ et le rayon du plasma :

$$\left(\frac{B_e}{B_{e0}}\right)^2 = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-4} \left\{ 1 + \beta_0 \left[ \left(\frac{r}{r_0}\right)^{4-2\gamma} - 1 \right] \right\} \quad (14)$$

Si  $\gamma = 2$ , (14) devient indépendant de  $\beta_0$  et n'exprime plus que la conservation du flux. Dans le cas  $\gamma = 5/3$  on a

$$\left(\frac{B_e}{B_{e0}}\right)^2 = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-4} \left\{ 1 + \beta_0 \left[ \left(\frac{r}{r_0}\right)^{2/3} - 1 \right] \right\} \quad (15)$$

Cette expression permet de calculer l'évolution du rayon du plasma pour un  $\beta_0$  donné.

### II.1.3.2 Le beta en fonction du rayon

En éliminant le champ de (14) avec la définition de  $\beta$ , il vient

$$\beta = \frac{\beta_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{4-2\gamma}}{\left\{ 1 + \beta_0 \left[ \left(\frac{r}{r_0}\right)^{4-2\gamma} - 1 \right] \right\}} \quad (16)$$

Si  $\gamma = 2$ , le  $\beta$  ne change pas durant la compression. Dans le cas  $\gamma < 2$ , le  $\beta$  diminue au cours de la compression [53].

### II.1.3.3 La température en fonction du rayon

La compression adiabatique (4) donne avec  $p_g V = NKT$

$$T V^{\gamma-1} = \text{const}$$

ou bien

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^{2(\gamma-1)} \quad (17)$$

Cette expression est valable pour n'importe quel beta. Cette indépendance sera particulièrement montrée en II.3.2.3 (49).

## II.2. Dispositif expérimental

### II.2.1 Le circuit theta et la préionisation

La bobine  $\theta$  est formée de 10 sections de 4 spires, enroulées sur un guide de flux en aluminium de 10.0 cm de diamètre extérieur, mesurant 0.5 cm d'épaisseur. Sa longueur est de 142 cm. Pour garantir l'homogénéité du champ, la fente du guide de flux est recouverte d'une feuille d'aluminium isolée. Les sections de la bobine sont connectées deux à deux à un banc de condensateurs de 43  $\mu$ F, constitué de 5 sections avec crowbar. Un système de contrôle du jitter permet de repérer les défauts d'allumage éventuels des éclateurs. Le champ maximum est de 16 kG avec une tension de charge de 27 kV, et le quart de période est de 3.8  $\mu$ sec.

Le tube de décharge en quartz possède un diamètre intérieur de 5.2 cm, la place entre le tube et la bobine permet d'installer les conducteurs d'excitation. Le champ électrique à la paroi du tube de décharge vaut 81 V/cm.

Les électrodes de préionisation sont constituées de barreaux de molybdène de 1.2 cm  $\emptyset$  venant à fleur de la bobine theta. Elles sont placées axialement et sont protégées par des limiteurs (fig. 2). Elles sont alimentées par un banc de condensateurs chargé à 27 kV, amorti par une résistance non linéaire. L'impulsion de 6.2 kA est quasisinusoidale avec arrêt net lorsqu'elle retombe à zéro (fig. 3). Pour faciliter l'amorçage de la décharge à basse pression, on utilise la tension de préionisation, amplifiée à l'aide d'un transformateur pour provoquer une étincelle entre une pointe trigger et l'électrode haute tension.

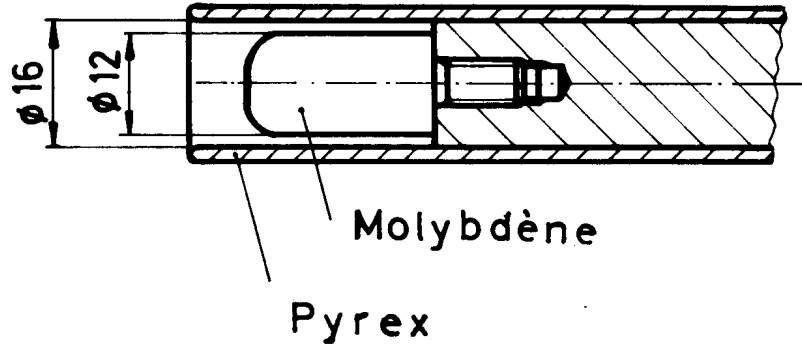


Fig. 2 : Electrode  $I_z$  avec limiteur

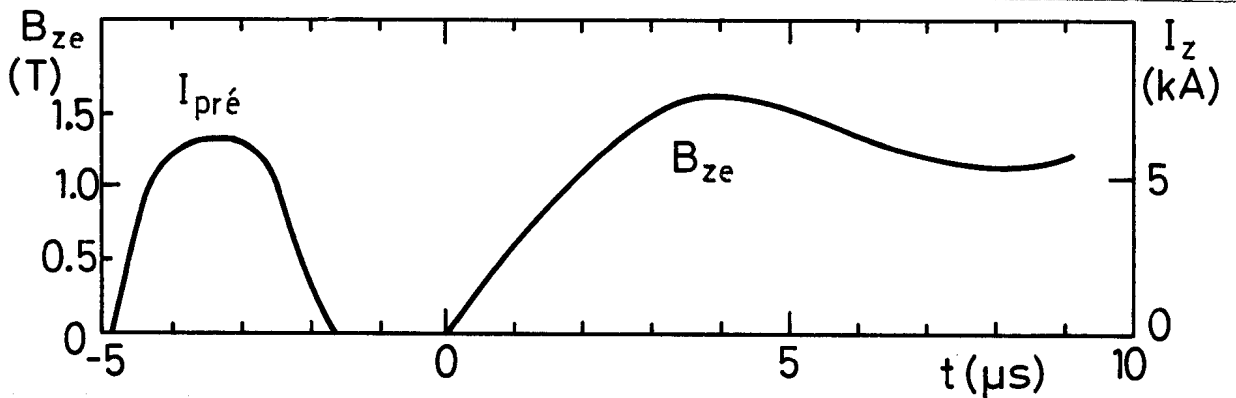


Fig. 3 : Courant de préionisation  
et champ principal

Un effort particulier a été fait pour réduire le taux d'impuretés produites par le z-pinch de préionisation. Une impulsion de courant d'amplitude élevée mais brève permet tout d'abord d'enclencher le courant theta avant que le z-pinch ne retourne aux parois en provoquant un dégazage intempestif {48,60}. Le temps de 1.5  $\mu s$  entre la fin du courant de préionisation et le début de la compression est suffisant pour que

les courants internes soient dissipés {61}. De cette façon on supprime l'instabilité  $m=2$  caractéristique de décharges incomplètement préionisées {62,63}. Le mode  $m=2$  est stabilisé par le rayon de Larmor fini. Dans notre expérience, le rapport du rayon de Larmor au rayon du plasma  $r_L/r_p$  vaut environ 0.13 ce qui situe le mode  $m=2$  juste à la limite de stabilité expérimentale {64}. L'évolution temporelle des décharges est montrée sur la fig. 3.

Le champ magnétique  $B_{ze}$  est mesuré soit avec une sonde magnétique étalonnée, soit par la mesure de l'oscillation du banc principal, sans crowbar (fréquence, capacité et tension de charge). Les deux mesures s'accordent à 4 %.

L'expérience peut également être menée en régime screw pinch. Les mêmes électrodes servent alors à injecter le courant axial au moment voulu. L'isolation latérale des électrodes a été aménagée dans le but de localiser les sources de courant axial, afin de bien définir les conditions aux limites de la colonne de plasma.

### II.2.2 L'enceinte à vide, remplissage du gaz

L'enceinte à vide est composée d'un tube à décharge en quartz, assurant une faible adsorption, tout en étant composé d'éléments à faible  $Z$ . La pression limite atteinte à l'aide de la pompe à diffusion est  $7.10^{-7}$  Torr.

On introduit le Deuterium dans le tube de décharge par diffusion gazeuse à travers un tube de Nickel chauffé, ce qui assure la pureté du gaz. On établit une pression stationnaire en fermant le clapet muni d'une microfuite et situé entre le tube de décharge et la pompe. Le clapet est ouvert après chaque décharge pour évacuer les produits de désorption. Avant chaque série de mesure, on procède à une série de décharges de nettoyage,

jusqu'à ce que l'augmentation de pression consécutive à la décharge soit réduite à moins du pourcent.

La pression du gaz est mesurée à l'aide d'un manomètre Pirani (thermocouple, utilisant la proportionnalité entre la conduction thermique et la pression dans le domaine d'écoulement moléculaire). Le manomètre est étalonné avec du Deuterium. L'erreur systématique est estimée à 3 %.

### II.2.3 Grandeurs caractéristiques du plasma

Les valeurs suivantes sont calculées pour  $n=10^{22} \text{ m}^{-3} / B_{ze}=1.6T/T=50\text{eV}/r_p=7.10^{-3} \text{ m}$ . Gaz de remplissage: Deuterium

Pour ce calcul, on admet  $T_e = T_i$ .

Fréquence cyclotronique ionique  $f_{ci} = \frac{eB}{2\pi m_i} = 12.2 \text{ MHz}$

Rayon de Larmor ionique  $r_{Li} = \frac{(2m_i KT_i)^{\frac{1}{2}}}{eB} = 0.9 \text{ mm}$

Vitesse d'Alfvèn  $v_A = \frac{B}{(\mu_0 \rho)^{\frac{1}{2}}} = 20 \text{ cm}/\mu\text{s}$

Vitesse acoustique  $c_s = \left( \frac{2K(T_e + T_i)}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}} = 10 \text{ cm}/\mu\text{s}$

Vitesse thermique électronique  $v_{th,e} = \left( \frac{2KT_e}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}} = 4 \text{ m}/\mu\text{s}$

Temps de collisions  $\tau_e = \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} \cdot \tau_i = 1.7 \text{ ns}$

$$\tau_i = \frac{40\pi\epsilon_0 \left(\frac{m_i}{e}\right)^2 \left(\frac{KT_i}{e}\right)^{3/2}}{n e^2 \ln \Lambda} = 100 \text{ ns}$$

$$\tau_{ie} \approx \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2} \tau_i = 6.0 \text{ } \mu\text{s}$$

Temps de diffusion du champ  $\tau_d \approx \mu_0 \sigma_{\perp} r_p^2 = 22 \text{ } \mu\text{s}$

Résistivité de Spitzer  $\eta_{\parallel} \approx \frac{1}{2000} T_{ev}^{-3/2}$

### II.3. Diagnostiques et caractéristiques du plasma non chauffé

#### II.3.1 Photographie rapide

Le plasma est photographié à l'aide d'une caméra électronique à balayage continu (convertisseur d'image) {65}. La sensibilité spectrale est déterminée par la photocathode S11 et située dans le domaine visible (3000-6500 Å). Les photographies sont prises à travers deux fentes de 4 mm de largeur, saignées à la hauteur du plan médian dans le guide de flux. Elles sont disposées à  $\pm 45^\circ$  pour permettre une observation stéréoscopique. La surface extérieure du tube de décharge est enveloppée d'un absorbant optique pour éviter les réflexions parasites sur la bobine theta.

La figure 4 montre l'évolution de la décharge. On observe les trois phases de la striction azimutale. D'abord la phase d'implosion, durant une fraction de microseconde, les oscillations hydromagnétiques  $m=0$ , suivies de la compression adiabatique. (L'oscillation sur la trace inférieure résulte de la mise en mouvement du kink sur ce degré de



liberté par les conducteurs d'excitation). On remarque que la colonne de plasma ne subit aucune instabilité majeure.

L'émission lumineuse permet la mesure du rayon du plasma. L'émission lumineuse d'un plasma complètement ionisé provient principalement du rayonnement Bremsstrahlung {66}, donc proportionnelle à  $\rho_e^2$ , à température constante. On peut ainsi obtenir le profil de densité. Des mesures comparatives {67} réalisées sur le theta pinch de 8 m. de Culham montrent que l'on peut intégrer sur tout le spectre, sans tenir compte de la présence de raies d'émission atomique.

Le profil radial d'émission lumineuse  $I(r)$  est obtenu après avoir effectué une inversion d'Abel sur le profil  $I(u)$  mesuré transversalement {68}. Les mesures effectuées sur notre expérience révèlent un profil de densité gaussien {69}. L'hypothèse du profil gaussien simplifie l'inversion, puisque la gaussienne est une invariante de la transformation d'Abel, redonnant une gaussienne de même largeur. Soit le profil de densité:

$$\rho(r) = \rho_0 e^{-\frac{2r^2}{r_p^2}}$$

L'émission lumineuse prend la forme:

$$I(u) = I_0 e^{-\frac{4u^2}{r_p^2}}$$

Pour mesurer le rayon on photographie un coin optique atténué à  $1/e^2$  sur une partie de la surface par un filtre optique gris. De cette façon, la non-linéarité du film est éliminée. On compare alors la densité optique de la photo streak avec celle de l'étalonnage, ce qui permet de trouver la distance  $u_p$  pour laquelle la densité lumineuse décroît à  $1/e^2$ . Le rayon du plasma vaut alors  $r_p = \sqrt{2} u_p$  {61}. On obtient les rayons suivants au moment de la compression maximum:

$p_r$ (mTorr $D_2$ )	$r_p$ (mm)
32	7.60
23.5	$7.26 \pm 5 \%$
16	$6.85 \pm 5 \%$

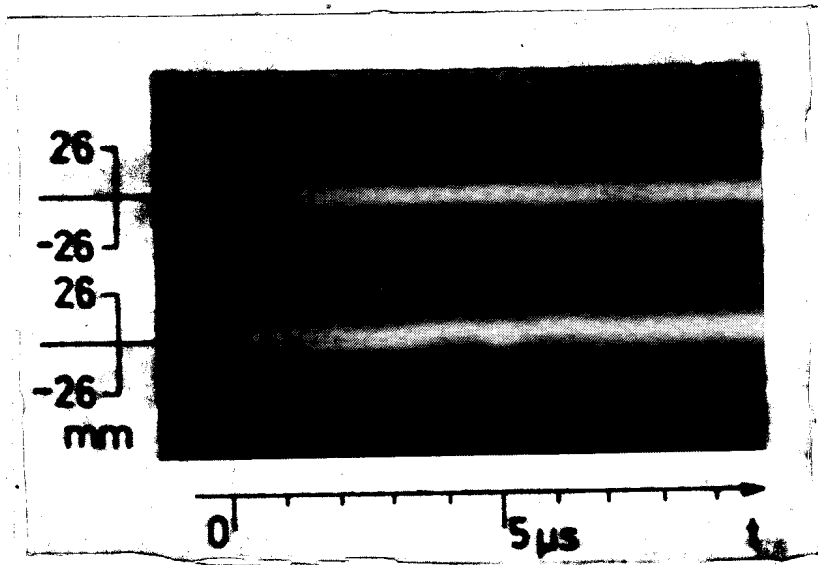


Fig. 4 : Photographie stéréoscopique de la décharge (65 mTorr  $D_2$ )

### II.3.2 Mesure diamagnétique de l'énergie absorbée (théorie)

La sonde diamagnétique mesurant la variation du flux magnétique permet d'obtenir de nombreuses données sur la décharge: le taux de collection au collapse et pendant les oscillations  $m=0$ ; le taux d'ionisation initial. Elle fournit une mesure de l'énergie transversale au champ magnétique et permet de calculer en plus de la température et du beta, la valeur des grandeurs thermodynamiques: chaleur, travail, énergies internes du gaz. Dans ce paragraphe nous nous intéresserons aux énergies,

au beta et à la température. Comme il s'agit d'étudier l'influence d'un chauffage additionnel sur ces grandeurs, l'évolution n'est donc pas adiabatique et le problème nécessite une description thermodynamique complète.

### II.3.2.1 Principe de la mesure, dispositif expérimental

La méthode de mesure est décrite par exemple dans les réf. {70,71}. Le signal diamagnétique est égal au flux  $\phi$  exclu par le plasma. Il s'obtient en soustrayant le flux avec plasma de celui qui passerait en l'absence de plasma. Le premier se mesure au moyen d'une boucle entourant le tube de verre. Le second est mesurable au moyen d'une boucle située entre le tube de verre et la bobine  $\theta$  (figure 5). Les deux boucles sont connectées en opposition et ajustées à l'aide d'un potentiomètre. La différence de tension est intégrée avec un circuit RC passif. Ainsi l'oscilloscope indique directement la différence des flux, ceux-ci étant proportionnels à l'intégrale des tensions. L'inconvénient d'un pick-up électrostatique est évité grâce à l'emploi de fils blindés. Il reste cependant un pick-up entre la sonde et la bobine de chauffage H.F., ayant principalement lieu à travers le plasma. Celui-ci est annulé en ajoutant un pick-up de signe opposé introduit sur le signal intégré de la sonde diamagnétique, et provenant du signal du courant H.F. intégré.

Pour des raisons de commodité, nous avons fait passer le retour d'une boucle par l'extérieur du guide de flux. Comme le champ pénètre dans ce dernier en raison de l'effet de peau, il se produit une variation de flux non linéaire captée par la sonde et causant une inflexion de la trace de l'oscilloscope. L'ajustage potentiométrique du zéro n'est donc qu'imparfaitement réalisable. Il est nécessaire de soustraire graphiquement ou numériquement le signal zéro lors de chaque mesure. Les tirs sont reproductibles, il suffit de relever une seule fois le

signal zéro lors d'une série de mesures. Un exemple de signal diamagnétique est montré à la figure 21 b.

La question importante de l'étalonnage est résolue comme suit: nous ouvrons le tube et y plaçons une barre d'aluminium concentrique de 15.3 mm de diamètre. Le signal obtenu dans cette condition équivaut au diamagnétisme d'un plasma de même diamètre ayant un  $\beta$  égal à l'unité.

La tension délivrée par la sonde diamagnétique est:

$$U = \pi \frac{d}{dt} (r_p^2 B_e) - \pi \frac{d}{dt} (r_p^2 B_i) \quad (18)$$

où  $B_e$  et  $B_i$  sont les champs extérieur et intérieur au plasma. Pour trouver le diamagnétisme il suffit d'intégrer la tension détectée

$$\phi = \int_{t=0}^t U dt = \pi r_p^2 B_e - \pi r_p^2 B_i \quad (19)$$

La valeur lue à l'oscilloscope est affectée de divers facteurs d'étalonnage. Ceux-ci s'éliminent par comparaison des mesures avec le signal de référence.

$$\phi_a = \pi r_a^2 B_e \quad (20)$$

où  $r_a$  désigne le rayon de la barre métallique:  $r_a = 7.64$  mm

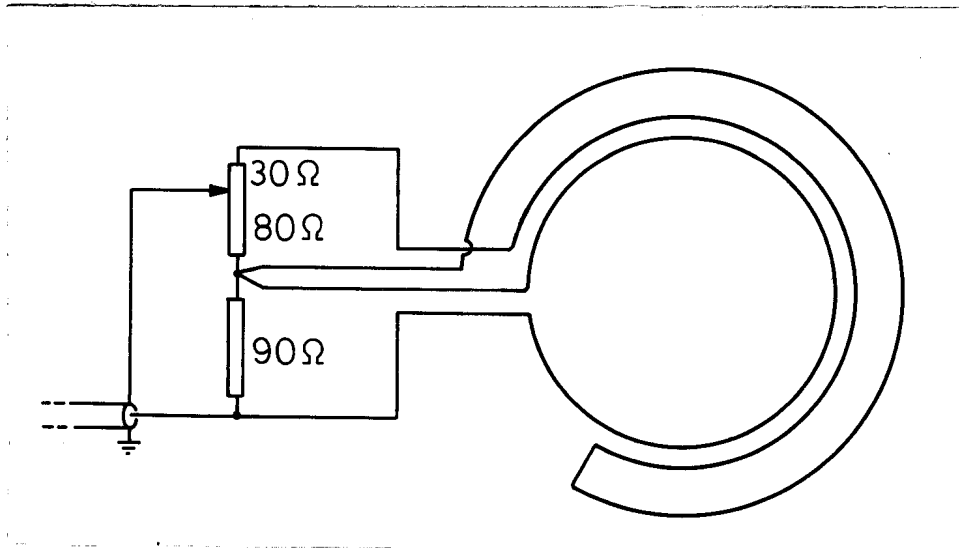


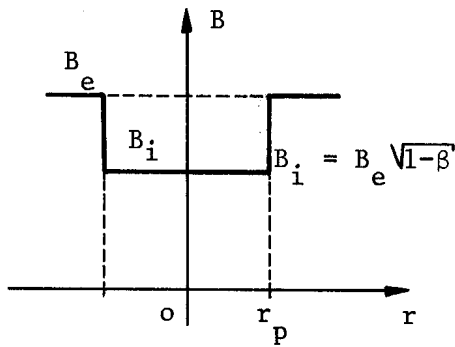
Fig. 5 : Shéma de la sonde diamagnétique

II.3.2.2 Introduction avec le cas simple:  $\gamma=2$

Nous allons construire une description thermodynamique de la mesure diamagnétique. Les variables indépendantes sont la pression

$$p = \frac{B_e^2}{2} \quad (\mu_0 \equiv 1) \quad (21)$$

c'est-à-dire le champ de confinement et le signal diamagnétique (flux exclu). Celui-ci est égal à la différence flux sans plasma moins flux avec plasma (la différence du signal des deux boucles de la sonde diamagnétique, après ajustage du potentiomètre):



$$\phi = VB_e - \phi_i \quad (22)$$

La durée des mesures étant d'un ordre de grandeur inférieure au temps de diffusion du champ, on a conservation du flux. Le flux à l'intérieur du plasma vaut alors:

Fig. 6 : Définition des grandeurs pour un plasma homogène

$$\phi_i = VB_i = \text{const} \quad (23)$$

V représente le volume par unité de longueur ( $m^2$ ) :

$$V = \pi r_p^2 \quad (24)$$

Le rayon du plasma est déterminé optiquement (II.3.1).

La différentielle de  $\phi$  vaut:

$$d\phi = VdB_e + B_e dV = \frac{1}{B_e} [2p dV + V dp] \quad (25)$$

La première loi de la thermodynamique s'exprime:

$$dU = dQ - p dV \quad (26)$$

où U est l'énergie interne et Q la chaleur entrant dans le plasma.

L'énergie interne est la somme de l'énergie thermique du gaz  $U_g$  et de l'énergie du champ piégé  $U_i$ . On a:

$$U_g = \frac{f}{2} \beta p V \quad U_i = \frac{B_e^2 V}{2} = (1-\beta) p V \quad (27)$$

f est le nombre de degrés de liberté et  $\gamma$  le rapport des chaleurs spécifiques ( $\gamma = \frac{f+2}{f}$ . Ici  $\gamma=2$ ) la somme des énergies internes se réduit à la forme simple:

$$U = U_g + U_i = p V \quad (28)$$

D'après (26) la chaleur entrant dans le plasma vaut:

$$dQ = dU + p dV = 2p dV + V dp \quad (29)$$

La comparaison de (25) et (29) est révélatrice et donne:

$$dQ = B_e d\phi \quad \text{ou bien} \quad \dot{Q} = B_e \dot{\phi} \quad (30)$$

Le signal diamagnétique est donc directement une mesure de la chaleur entrant dans le plasma. Ce n'est pas une mesure directe de la température parce qu'une partie de la chaleur se convertit en travail contre le champ de compression. Le cas  $\gamma=2$  est particulièrement simple parce que le gaz possède deux degrés de liberté, comme le champ magnétique. Ainsi le piston magnétique ne voit qu'une sorte de gaz.

### II.3.2.3 Cas général ( $\gamma \neq 2$ )

Pour le cas général on a  $2 \leq \gamma \leq 5/3$  représentant le passage d'un plasma non-collisionnel à un plasma collisionnel. La valeur de  $\gamma$  contrôle la vitesse de transfert d'une énergie thermique transversale en une énergie thermique longitudinale.

Nous cherchons la fonction d'état énergie interne  $U$ .

Soit l'équilibre des pressions ( $\mu_0 \equiv 1$ )

$$2 p_g = B_e^2 - B_i^2 \quad (32)$$

où  $p_g$  est la pression du gaz. La pression extérieure  $p = B_e^2/2$  est une variable indépendante. L'énergie interne s'écrit:

$$U = \frac{f}{2} p_g V + \frac{B_i^2}{2} V \quad (33)$$

En introduisant le paramètre  $\beta$  selon la définition

$$B_i^2 = (1 - \beta) B_e^2 \quad (34)$$

l'énergie interne devient:

$$U = pV \left[ 1 + \beta \left( \frac{f}{2} - 1 \right) \right] \begin{aligned} &\Rightarrow pV \quad \text{pour } f = 2 \\ &\Rightarrow pV \left( 1 + \frac{\beta}{2} \right) \quad \text{pour } f = 3 \end{aligned} \quad (35)$$

(N.B.  $\beta$  dépend du temps et remplace ici  $B_i$ ).

La fonction d'état enthalpie H est par définition:

$$H = U + pV \quad (36)$$

et devient: 
$$H = \frac{V}{4} \left[ (f+2) B_e^2 - (f-2) B_i^2 \right] \quad (37)$$

ou bien: 
$$H = pV \left[ 2 + \beta \left( \frac{f}{2} - 1 \right) \right] = \begin{cases} 2pV & \text{si } f=2 \\ 2pV \left( 1 + \frac{\beta}{4} \right) & \text{si } f=3 \end{cases} \quad (38)$$

Nous nous intéressons à la chaleur entrant dans le plasma. La première loi de la thermodynamique (26) permet d'écrire, avec (36)

$$dQ = dU + pdV = dH - Vdp \quad (39)$$

Puisque le flux interne est conservé selon (23), l'enthalpie (37) devient

$$H = \left( \frac{f}{2} + 1 \right) pV - \frac{1}{2} \left( \frac{f}{2} - 1 \right) \frac{\phi_i^2}{V} \quad (40)$$

de cette façon on a:

$$dQ = \left[ \left( \frac{f}{2} + 1 \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{f}{2} - 1 \right) \frac{\phi_i^2}{pV^2} \right] p dV + \frac{f}{2} V dp \quad (41)$$

Remplaçons  $\phi_i$  par  $\beta$ , avec l'équilibre de pression (34)

$$\frac{\phi_i^2}{pV^2} = 2(1-\beta) \quad (42)$$

la chaleur devient:

$$dQ = \left[ f - \beta \left( \frac{f}{2} - 1 \right) \right] p dV + \frac{f}{2} V dp \quad (43)$$



Restreignons l'analyse momentanément à l'étude de l'évolution adiabatique  $dQ=0$ :

a) Relation p-V

On obtient avec (43) :

$$\frac{dp}{p} = - \left[ 2 - \beta \left( 1 - \frac{2}{f} \right) \right] \frac{dV}{V} \quad (44)$$

Cette expression est une relation entre la pression totale  $p$  et le volume  $V$ . On constate de nouveau que pour  $f=2$ , l'évolution est indépendante du  $\beta$ :  $dp/p = -2 dV/V$ . Les deux gaz (champ magnétique et plasma) possèdent chacun deux degrés de liberté. Pour  $f=3$ , on a:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{p} &= - \left( \frac{6-\beta}{3} \right) \frac{dV}{V} = -2 \frac{dV}{V} && \text{pour } \beta \rightarrow 0 \\ &= -\frac{5}{3} \frac{dV}{V} && \text{pour } \beta \rightarrow 1 \end{aligned} \quad (45)$$

b) Relation V-T

Pour trouver la relation entre  $V$  et  $T$ , il faut introduire

$$p \frac{V}{f} = NKT = \beta pV \quad \text{donc} \quad \beta = \frac{NKT}{pV} \quad (46)$$

et remplacer  $\beta$  dans l'enthalpie (38).  $N$  est le nombre linéaire de particules  $N=N_i+N_e$ . Il vient:

$$H = 2pV + \left( \frac{f}{2} - 1 \right) NKT \quad (47)$$

D'après (39)

$$dQ = 2pdV + Vdp + \left( \frac{f}{2} - 1 \right) NKdT \quad (48)$$

En posant  $dQ=0$ , en introduisant le  $dp/dV$  précédent (44) et après élimination de  $\beta$  avec (46) :

$$\frac{dV}{V} = - \frac{f}{2} \frac{dT}{T} \quad \text{ou bien} \quad TV^{\frac{f}{2}-1} = \text{const} \quad (49)$$

On remarque que la relation liant la température au volume est indépendante du beta, c'est-à-dire de la valeur du champ piégé. Cette relation a déjà été mentionnée au paragraphe II.1.3.3 (17).

c) Relation  $B_e$ -T

L'élimination du volume entre (44) et (49) nous amène à la température en fonction de la variable indépendante  $B_e$ . Puisque  $dp/p = 2dB_e/B_e$ , on a:

$$\frac{dB_e}{B_e} = \left[ 2 - \beta \left( 1 - \frac{2}{f} \right) \right] \frac{f}{4} \frac{dT}{T} \quad (50)$$

Pour  $f=2$  on a:  $\frac{dB_e}{B_e} = \frac{dT}{T}$  indépendant de  $\beta$ .

Pour  $f=3$  on retrouve la formule bien connue {72}

$$\frac{dB_e}{B_e} = \frac{6-\beta}{4} \frac{dT}{T} \quad \text{ou bien} \quad B_e = \text{const} \cdot T^{\frac{6-\beta}{4}} \quad (51)$$

d) Relation  $p_g$ -V

D'après (46) la différentielle de  $p_g$  devient

$$dp_g = p_g \left( \frac{dT}{T} - \frac{dV}{V} \right)$$

et en pensant à (49) il vient

$$p_g V^\gamma = \text{const} \quad (52)$$

On retrouve la formule adiabatique habituelle (voir II.1.3.3 (17)).

Nous reprenons ici le calcul de la puissance de chauffage. L'énergie absorbée par le plasma entre sous forme de chaleur, dans le sens de la thermodynamique. C'est dans ce sens que nous appelons puissance de chauffage la puissance absorbée. La puissance de chauffage vaut donc,

selon (43) :

$$\dot{Q} = \left[ f - \beta \left( \frac{f}{2} - 1 \right) \right] p \dot{V} + \frac{f}{2} V \dot{p} \quad (53)$$

Introduisons le signal diamagnétique selon (19)  $\phi = B_e V - \phi_i$ . Les variables indépendantes étant  $B_e$  et  $\phi$ , nous exprimons  $\dot{V}$  et  $\dot{p}$  par ces variables. Nous avons alors

$$p \dot{V} = \frac{B_e \dot{\phi}}{2} - \frac{\dot{B}_e}{2} (\phi + \phi_i) \quad \text{et} \quad V \dot{p} = (\phi + \phi_i) \dot{B}_e$$

ce qui permet d'écrire la puissance de chauffage

$$\dot{Q} = \frac{1}{4} \left[ 2f - \beta(f-2) \right] B_e \dot{\phi} + \frac{\beta}{4} (f-2) (\phi + \phi_i) \dot{B}_e \quad (54)$$

Nous retrouvons la formule (30) pour  $f=2$ . Pour  $f=3$  nous avons

$$\dot{Q} = \frac{1}{4} (6-\beta) B_e \dot{\phi} + \frac{\beta}{4} (\phi + \phi_i) \dot{B}_e \quad (55)$$

Cherchons la puissance thermique du gaz. L'énergie thermique du gaz est donnée par

$$U_g = \frac{f}{2} \beta p V \quad (56)$$

remplaçons  $\beta$  selon (42)

$$\beta = 1 - \frac{\phi_i^2}{2pV^2} \quad (57)$$

de telle sorte que

$$U_g = \frac{f}{2} \left[ pV - \frac{\phi_i^2}{2V} \right] \quad (58)$$

La puissance thermique devient :

$$\dot{U}_g = \frac{f}{2} [\dot{p}V + (2-\beta) p \dot{V}]$$

En substituant les valeurs  $\dot{p}V$  et  $V\dot{p}$  on trouve

$$\dot{U}_g = \frac{f}{2} \left[ \left(1 - \frac{\beta}{2}\right) B_e \dot{\phi} + \frac{f}{2} (\phi + \phi_i) \dot{B}_e \right] \quad (59)$$

Dans l'esprit d'estimer le rendement thermique d'un chauffage additionnel, comparons  $\dot{U}_g$  et  $\dot{Q}$  à champ constant  $\dot{B}_e=0$  :

$$\frac{\dot{U}_g}{\dot{Q}} = \frac{(2-\beta) f}{(2-\beta) f + 2\beta} = \begin{cases} 1 & \text{si } \beta=0 \\ \frac{f}{f+2} & \text{si } \beta=1 \end{cases} \quad (60)$$

Le rendement thermique est montré dans la figure 7 ci-contre. Il tend vers 1 lorsque  $\beta$  est petit. Il est égal à  $1/\gamma$  lorsque  $\beta=1$ . Le reste de la chaleur entrant dans le plasma se transforme en variation de l'énergie magnétique intérieure et en travail contre le champ de confinement. Quel que soit  $\beta$ , le rendement thermique est meilleur pour un gaz à plus grand

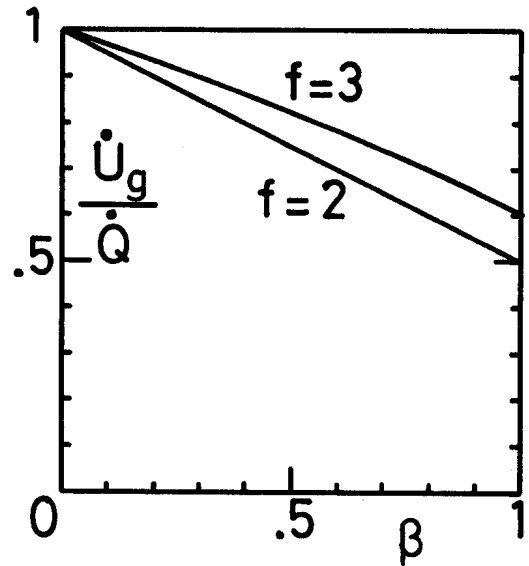


Fig. 7 : Rendement thermique

nombre de degrés de liberté, exprimant par là la possibilité de stocker de l'énergie transversale dans le degré de liberté longitudinal au moyen d'un terme de collision. Cette énergie est indépendante du champ de compression.

L'énergie magnétique interne  $U_i$  vaut par définition

$$U_i = \frac{B_i^2 V}{2} = \frac{\phi_i^2}{2V}$$

sa variation est  $\dot{U}_i = -(\phi_i^2/2V^2)\dot{V}$  qui, selon (42) et  $p\dot{V}$  donne

$$\dot{U}_i = \frac{-(1-\beta)}{2} \left[ \dot{B}_e \phi - \dot{B}_e (\phi + \phi_i) \right] \quad (61)$$

La variation du travail, finalement, est donnée par

$$\dot{A} = -p\dot{V} = -\frac{1}{2} \dot{B}_e \phi + \frac{1}{2} \dot{B}_e (\phi + \phi_i) \quad (62)$$

On peut contrôler que  $U_g + U_i = Q + A$ .

#### II.3.2.4 Formes intégrées

On s'intéresse à l'évolution des grandeurs intégrées comme la température, le beta, l'énergie interne, le travail, la chaleur, exprimées en fonction des deux variables indépendentes,  $B_e$  et  $\phi$ .

La température est d'après l'énergie interne

$$T = \frac{U_g}{\frac{f}{2} NK} \quad (63)$$

où  $N=N_i + N_e$  est le nombre linéaire de particules. Avec l'énergie interne du gaz (58) on écrit:

$$NKT = pV - \frac{\phi_i^2}{2V} \quad (64)$$

et en remplaçant  $V$  par le signal diamagnétique (22)

$$V = \frac{\phi + \phi_i}{B_e} \quad (65)$$

d'où 
$$NKT = B_e \phi \left[ 1 - \frac{\phi}{2(\phi + \phi_i)} \right] \text{ en J/m} \quad (66)$$

Avec (65) on obtient le rayon  $r_p$  du plasma.

La valeur de  $\beta$  s'obtient comme suit. Avec la définition de  $p$  et le signal diamagnétique, on a

$$pV = \frac{B_e}{2} (\phi + \phi_i) \quad (67)$$

avec quoi on écrit  $\beta$  d'après (46)

$$\beta = \frac{2\phi}{\phi + \phi_i} \left[ 1 - \frac{\phi}{2(\phi + \phi_i)} \right] \quad (68)$$

On peut aussi exprimer NKT à partir de  $\beta$

$$NKT = \frac{\beta B_e}{2} (\phi + \phi_i) \quad (69)$$

L'énergie interne (35) est réécrite avec  $pV$  (67)

$$U = \frac{B_e}{2} \left[ \frac{f}{2} (\phi + \phi_i) - \left( \frac{f}{2} - 1 \right) \frac{\phi_i^2}{\phi + \phi_i} \right] \quad (70)$$

pour  $f=2$  on a  $\beta U = U_g$ .

Le travail s'obtient en intégrant par parties (65) :

$$A = - \int p dV = \frac{B_e}{2} (\phi + \phi_i) - \int B_e d\phi + \text{const} \quad (71)$$

on mesure une différence:

$$\Delta A = \frac{1}{2} \Delta \left[ B_e (\phi + \phi_i) \right] - \int_{\phi_1}^{\phi_2} B_e d\phi \quad (72)$$

La chaleur fournie de l'extérieur est par définition

$$Q = U - A = \frac{\beta}{2} \left( \frac{f}{2} - 1 \right) B_e (\phi + \phi_i) + \int B_e d\phi + \text{const} \quad (73)$$

on mesure une différence

$$\Delta Q = \frac{\beta}{2} \left( \frac{p}{z} - 1 \right) \Delta \left[ B_e (\phi + \phi_i) \right] + \int_{\phi_1}^{\phi_2} B_e d\phi \quad (74)$$

### II.3.3 Résultats des mesures diamagnétiques

Nous discutons les résultats des mesures diamagnétiques dans la suite logique de leur obtention, d'abord le taux de collection de masse, puis les mesures concernant le beta et les grandeurs énergétiques.

#### II.3.3.1 Le taux de collection de masse

Le taux de collection de masse est déduit des oscillations radiales hydromagnétiques  $m=0$  (voir II.1.2), facilement détectables dans le signal diamagnétique. On l'obtient en résolvant (3), avec  $g=1.2$  [58] .

La valeur de  $\gamma$  est déterminée par les temps de collision durant les oscillations et à l'endroit du mouvement maximal. On a  $\omega\tau_e \approx 6.10^{-3} \ll 1$ , donc  $\gamma_e \approx 5/3$ . De même  $\omega\tau_i \approx 0.4$ , donc  $\gamma_i \gtrsim 5/3$ . Ceci permet de prendre la valeur de  $\gamma$  collisionnel, c'est-à-dire  $\gamma = 5/3$ .

Résolvons (3) en tenant compte de la variation du champ  $B_{ze}$  : lors d'une variation lente de l'amplitude, la phase de l'oscillation se conforme à  $\varphi = \int \omega dt$ . Soit  $\nu = \varphi/\pi$ , le nombre de demi-périodes

$$\nu = \frac{2g \sqrt{1 - \beta \left( 1 - \frac{\gamma}{2} \right)}}{\pi r_w \sqrt{\mu_0 \alpha S_r}} \int B_{ze} dt \quad (75)$$

Le  $\beta \approx .4$  durant les bumps. En reportant graphiquement  $\nu$  en fonction de l'intégrale  $\int B dt$ , nous devons trouver une droite et la valeur cherchée

$\alpha_p$  se déduit d'après la pente. Les points expérimentaux sont parfaitement alignés, à une erreur statistique de 2 % près (mesure sur 20 extrema du signal diamagnétique). Cet alignement montre bien l'indépendance de (75) par rapport aux profils de densité oscillant loin de l'équilibre gaussien. Les taux de collection obtenus durant les oscillations sont faiblement dépendants de la pression de remplissage. On obtient les valeurs suivantes du taux de collection:

$p_r$ (mTorr $D_2$ )	$\alpha$
16	0.745
60	0.68

La dispersion entre différentes décharges est faible :  $\pm 2$  %. L'erreur systématique est estimée à 10 % se répartissant principalement sur la lecture de la pression.

Pour comparaison, Newton et Wootton {55} obtiennent des valeurs analogues:  $\alpha \approx 0.80$  pour 20 mTorr  $D_2$  et  $E_\theta = 50$  V/cm. Notre  $E_\theta$  vaut 81 V/cm. Un theta pinch plus rapide {63}, avec  $E_\theta = 440$  V/cm, 20 mTorr  $D_2$ , obtient 0.73.

### II.3.3.2 Mesures d'énergies

Dans les grandeurs intégrées en II.3.2.4, on élimine  $\phi_i$  avec la définition du signal diamagnétique (22) et le champ avec le signal de la barre d'étalonnage (20). On obtient l'énergie avec (66)

$$NKT = \frac{\phi \phi_a}{\mu_0 \pi r_a^2} \left[ 1 - \frac{r_a^2 \phi}{2 n_p^2 \phi_a} \right] \quad (76)$$



dont on tire la température, une fois connu le taux de ramassage. Le beta s'écrit avec (68)

$$\beta = \frac{2 r_a^2 \phi}{r_p^2 \phi_a} \left[ 1 - \frac{r_a^2 \phi}{2 r_p^2 \phi_a} \right] \quad (77)$$

En utilisant le rapport des grandeurs  $\phi/\phi_a$ , on se rend indépendant de l'étalonnage des instruments en ne mesurant qu'un déplacement sur la trace d'oscilloscope.

Il s'agit d'étudier l'influence de la valeur de  $r_p$ . La température est très faiblement dépendante de  $r_p$ . Le  $\beta$  par contre y est beaucoup plus sensible. En examinant les formules (76) et (77) on voit l'avantage qu'il y a à choisir le rayon de la barre d'étalonnage voisin de celui du plasma. Dans nos conditions expérimentales, avec  $r_p$  déterminé  $\pm 5\%$  avec la mesure densitométrique, on a:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta KT}{KT} &= 0.2 \cdot \frac{\Delta r_p}{r_p} = 1\% \\ \frac{\Delta \beta}{\beta} &= 1.8 \frac{\Delta r_p}{r_p} = 7\% \end{aligned} \quad (78)$$

Connaissant le  $\beta$ , on peut maintenant trouver le flux piégé  $\phi_i$   
(32 mTorr  $D_2$ )

$$\phi_i = B_i V = \sqrt{1-\beta} B_{ze} \pi r_p^2 = (2.57 \pm 0.01) \cdot 10^{-4} \text{ V.s} \quad (79)$$

Le rayon est mesuré par densitométrie (II.3.1), son évolution est décrite par l'évolution du signal diamagnétique (22). Le flux  $\phi_i$  est obtenu par moyenne sur plusieurs temps au long de la décharge, l'erreur signale la dispersion numérique. L'erreur systématique est évaluée à 11 %.

Pour l'exploitation, et pour se rendre indépendant de l'instrumentation, on normalise  $\phi_i$  au signal de la barre d'étalonnage  $\phi_a$  et on exprime  $\phi_i$  en mm de déplacement sur la trace d'oscilloscope. Dans toutes les grandeurs que nous cherchons, chaleur etc., nous introduisons le rapport non dimensionnel  $\phi$  (mm) /  $\phi_i$  (mm). La durée de la décharge étant longue par rapport au temps de collision, on prend  $f=3$  (plasma collisionnel). On peut maintenant exprimer les grandeurs recherchées:

$$\text{la chaleur: } Q = \frac{\phi_i [\text{Vs}]}{\mu_0} \left[ \frac{\beta}{4} B_{ze} \left( 1 + \frac{\phi}{\phi_i} \right) + \int B_{ze} d \left( \frac{\phi}{\phi_i} \right) \right] + \text{const} \quad (80)$$

la constante est arbitrairement déterminée en égalant chaleur et énergie thermique du gaz  $U_g$  au moment du champ maximum. La température

$$\text{en eV: } \frac{kT}{e} = \frac{1.506 \cdot 10^{-2}}{r_w^2 \propto p_r [\text{mTorr D}_2]} \cdot \frac{\phi_i}{\mu_0} \beta B_{ze}^2 \left( 1 + \frac{\phi}{\phi_i} \right) \quad (81)$$

$$\text{le travail: } A = \frac{\phi_i [\text{Vs}]}{\mu_0} \left[ \frac{B_{ze}}{2} \left( 1 + \frac{\phi}{\phi_i} \right) - \int B_{ze} d \left( \frac{\phi}{\phi_i} \right) \right] \quad (82)$$

Appliquons ces dernières formules au cas du plasma non chauffé. Les résultats sont présentés en même temps que les résultats de chauffage en IV.3.3. Le  $\bar{\beta}$  non chauffé (fig. 22 a,b,c) décroît au cours du temps à cause de la perte d'énergie, mais aussi pour une autre raison. Le temps de confinement de l'énergie d'après les mesures de chaleur, vaut  $\tau_Q = 12 \pm 2 \mu\text{s}$  avant l'arrivée de l'onde de raréfaction (16-32 mTorr  $D_2$ ) et ne suffit donc pas à expliquer le déclin rapide de  $\beta$ , pas plus que le temps de diffusion du champ par résistivité:  $\tau_D \approx 22 \mu\text{s}$ . La raison se trouve dans le fait que  $\gamma < 2$ , voir II.1.3.2 et {53}.

La température croît durant la compression adiabatique (figure 23 a,b,c), elle décroît avant le champ maximum à  $t=3.8 \mu\text{s}$  à cause des fuites, elle décroît brutalement ensuite, dû à la pénétration de l'onde de raréfaction, dont la présence était déjà sensible sur les courbes  $\bar{\beta}(t)$ .

La température en fonction des différentes pressions de remplissage suit très exactement la loi  $\hat{T} \sim p_r^{-2/3}$ , les points expérimentaux n'ayant qu'une dispersion de  $\pm 1$  eV, venant confirmer les calculs numériques réalisés avec un code MHD 3 fluides ainsi que les mesures de Newton et Wootton {55}.

Le taux de croissance de température  $\hat{T}$  vaut sur notre expérience 26 eV/ $\mu$ s (interpollé à 20 mTorr  $D_2$ ) avec un taux d'ionisation initial de ~60 % {48}. Newton trouve pour les 81 V/cm de notre expérience une valeur de 23 eV/ $\mu$ s pour 100 % d'ionisation initiale.

La température électronique maximum atteignable avec un theta pinch par rapport à la conduction thermique axiale est donné par {72}:

$$T_e [\text{eV}] = (3.5 \pm 0.5) \left( \omega \hat{B}_{ze}^2 \left( \frac{\ell}{2} \right)^2 (2 - \beta) \right)^{2/7} \text{ MKS} \quad (83)$$

ce qui limite la température à 170 eV.

La température maximale obtenue par compression adiabatique après l'implosion est donnée par Mewe {47}. En y incluant le taux de collection de masse  $\alpha$ , on a

$$T [\text{eV}] = 200 d \frac{r_w \dot{\hat{B}}_{ze} \hat{B}_{ze}}{\alpha p_r} \quad (84)$$

où  $d$  est un facteur géométrique. Choisisant comme Mewe un modèle d'implosion intermédiaire entre le "snow-plow" et le "free-particle model" (son facteur  $a$  valant 0.6), avec  $\beta=0.3$  on a  $d=0.68$ . Si le taux de collection  $\alpha$  vaut 0.74, le calcul donne pour la température  $\hat{T}=51$  eV à 16 mTorr  $D_2$  et  $\hat{T}=32$  eV à 32 mTorr  $D_2$ . Ces valeurs sont inférieures de 25 à 30 % aux valeurs de températures diamagnétiques obtenues. Cette différence est exactement le montant de chauffage ohmique, déduit par Mewe en comparant ses valeurs théoriques avec différentes expériences.

### II.3.3.3 Onde de raréfaction

L'évolution de la température et de la chaleur due au chauffage d'Alfvén  $\Delta Q$  (mesurées par la sonde diamagnétique, fig. 23 et 24) montrent l'apparition d'un coude qui est interprété comme l'arrivée de l'onde de raréfaction dans le plan médian de la décharge, où est située la sonde diamagnétique.

D'après Wesson {73} (sharp-boundary MHD transient flow theory) et Newton {74}, la vitesse de l'onde de raréfaction est donnée principalement par la vitesse du son:

$$v_{\text{rar}} = \left(\frac{2}{\gamma}\right)^{1/2} (1-\beta)^{1/2} c_s = \left(\frac{4(1-\beta)KT}{m_i}\right)^{1/2} \quad (85)$$

On attend donc une dépendance pour le temps d'arrivée de l'onde de la forme.  $\tau_{\text{rar}} = l/2v_{\text{rar}} \sim T^{-1/2}$ .

Les mesures sont données dans le tableau 1 suivant et la dépendance est montrée dans la figure 8. Le point triangulaire mesuré à 45 mTorr  $D_2$  a été obtenu, dans une expérience très différente, à partir de l'augmentation brutale de l'hélicité du champ au passage de l'onde de raréfaction, mesurée à l'aide de deux couples de sondes dipolaires placées à  $\pm 28.4$  cm du plan médian {61}.

$p_r$ (mmTorr $D_2$ )	$\hat{T}$ (eV)	$\tau_{\text{rar}}$ ( $\mu\text{s}$ )	$v_{\text{rar}}$ ( $\frac{\text{cm}}{\mu\text{s}}$ ) mesurés
16	$66 \pm 2$	$3.45 \pm 0.11$	20.6
23.5	$50 \pm 2$	$4.22 \pm 0.11$	16.8
32	$40 \pm 2$	$4.71 \pm 0.05$	15.1
45	$28 \pm 5$	$5.31 \pm 0.2$	13.4

Tableau 1 : onde de raréfaction

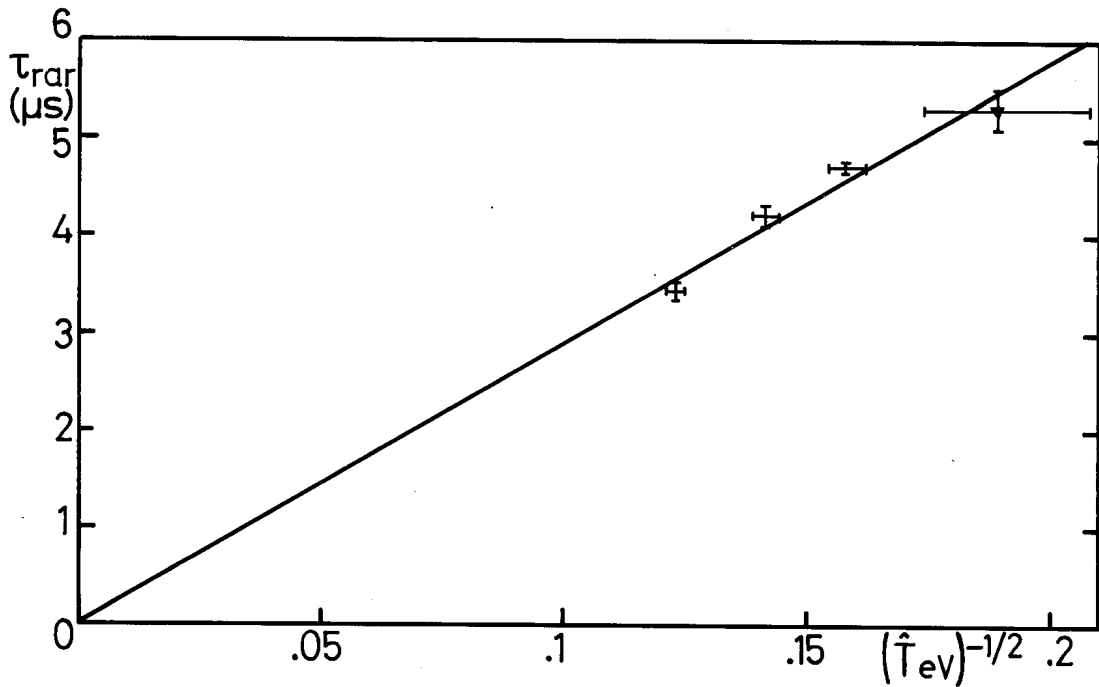


Fig. 8 : Vitesse de l'onde de raréfaction

Si la formule (85) décrit bien le phénomène au point de vue qualitatif, elle donne des valeurs trop lentes de presque un facteur 2.

Exemple:  $\hat{T}=66 \text{ eV} \rightarrow \hat{T}(r=0) \cong 100 \text{ eV}$ ,  $\beta=.4 \Rightarrow v_{\text{rar.}} = 10.7 \text{ cm}/\mu\text{s}$

De récents calculs numériques {75,76} montrent des résultats plus petits et en bonne corrélation avec les mesures faites sur Scylla IV.3 et Linear Scylla. Dans ce modèle, la vitesse de raréfaction est donnée par la vitesse "cusp" {77}

$$\frac{1}{v_{\text{cusp}}} = \frac{1}{v_A} + \frac{1}{c_s} \quad (86)$$

Composée par les vitesses d'Alfvén et du son. (Cette vitesse caractérise le spectre continu MHD des ondes sonores {20}).

La dépendance du temps de confinement de la masse envers la température dans {75} est la même que celle donnée par la théorie de Wesson

$$\tau \sim \frac{L}{2} \left( \frac{m}{2T} \right)^{1/2} \quad (87)$$

Selon la valeur de  $\beta$ , les vitesses obtenues avec (85) sont d'un facteur 1.25 à environ 2 fois plus élevées que les résultats du calcul numérique de Brackbill, lui-même légèrement supérieur aux expériences Scylla (facteur 1.1), montrant bien la valeur uniquement qualitative du modèle de Wesson et justifiant suffisamment les vitesses obtenues sur notre expérience. Nos températures diamagnétiques sont donc compatibles avec les résultats numériques de Brackbill et les expériences Scylla.

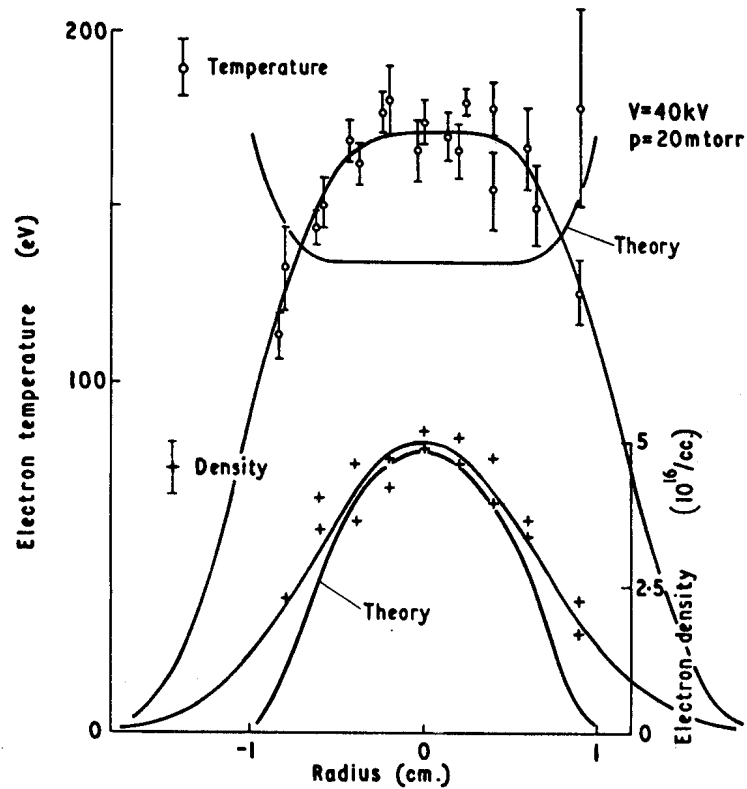
Dans le cadre de ce travail on relèvera surtout la faible dispersion des valeurs expérimentales dans la figure 8, ce qui constitue un excellent test de la finesse des mesures diamagnétiques.

#### II.4. Profils expérimentaux

Le calcul d'absorption d'énergie produit par l'excitation d'ondes d'Alfvén nécessite la connaissance des profils de densité, de température, de courant.

##### II.4.1 Profil de densité

Comme déjà mentionné, le profil de densité est mesuré par densitométrie de l'émission lumineuse totale. Il est montré sur notre expérience que le profil est gaussien {69} au moins dans le domaine des pressions de remplissage comprises entre 20 et 80 mTorr  $D_2$ , c'est-à-dire de la



(CLM-P198)  
Radial distributions of electron temperature (above) and density (below) at peak magnetic field, both obtained from Thomson scattering. Theoretical distributions also shown (40 kV and 20 mtorr)

Fig. 9 : Profil de température électronique avec fit des valeurs expérimentales

où  $n$  et  $c_1$  sont déterminés d'après le profil de {67} et sont égaux à:

$$n = 3.5 \pm 0.2$$

$$c_1 = 1.25 \pm 0.1$$

On constate un profil de température quasiment homogène dans une grande partie de la colonne, justifiant pour les calculs d'absorption de

puissance Alfvén l'approximation du profil plat.

La conduction thermique radiale est formée de trois contributions: le gradient de pression, et les gradients de température des électrons et des ions {78}. La conduction thermique due aux ions est prépondérante et vaudrait 18 MW pour les paramètres de notre plasma si le profil initial de température était gaussien. Les deux contributions restantes ne représentent au total que 0,6 MW. Ce profil ne peut donc pas exister : il s'installe un autre profil de température conduisant à une égalisation des températures au centre et à une chute rapide là où la densité est faible.

#### II.4.3 Profil de courant axial

Le profil de courant  $j_z(r)$  est en général obtenu par la mesure du champ azimuthal au moyen d'une sonde magnétique millimétrique. Les mesures faites sur un screw pinch toroïdal montrent que le courant est porté par l'onde de choc de l'implosion et entraîné vers l'axe. L'élargissement de la couche est dû à la résistivité. L'expérience montre qu'après le collapse, le profil de courant reste maintenu piqué. Le courant près des parois décroît sur une échelle de temps courte, étant même difficile à induire dans cette région {79}.

L'enclenchement simultané ou différé de  $I_z$  et  $B_{ze}$  influence fortement le profil de courant. Lorsque  $I_z$  précède  $B_{ze}$ , l'onde de choc comprime le profil de courant et le pique, alors que dans le cas inverse le courant pénètre difficilement dans le coeur du plasma. Ces résultats proviennent aussi bien du calcul numérique (code MHD unidimensionnel) que de l'expérience {80}. Les expériences précédentes se réfèrent à des expériences toroïdales sans limiteurs.



Sur des expériences linéaires, les effets de bouts, l'emplacement et la forme des électrodes jouent un nouveau rôle. On sait que la mise en place de limiteurs pour concentrer le courant dans le plasma central, le long des lignes de champ, est efficace si la condition  $(\omega\ell/2v_A)^2 \ll 1$  est respectée {81}.  $\omega$  est la fréquence du courant  $I_z$ ,  $\ell$  la distance entre deux limiteurs,  $v_A$  la vitesse d'Alfvén à l'extérieur de la colonne centrale, dans l'ombre des limiteurs. Dans notre expérience  $(\omega\ell/2v_A)^2 \approx 0.1$  signifiant une bonne concentration du courant. Sur une expérience de paramètres similaires, un courant axial de fréquence plus élevée (0.5 MHz) est maintenu avec succès dans le centre de la décharge {82}. Sur notre expérience, les électrodes sont isolées par un limiteur dont le diamètre intérieur égale celui du plasma et viennent à fleur de la bobine  $\Theta$  (voir fig. 2).  $I_z$  et  $B_{ze}$  sont enclenchés simultanément. De cette façon on obtient un profil de courant piqué, d'allure semblable au profil de densité. C'est un profil de cette sorte qui sera injecté dans le calcul numérique du spectre MHD d'un screw pinch (III.1.3)

### III. ABSORPTION RESONANTE D'ONDES D'ALFVEN

Dans ce chapitre nous développons le formalisme qui nous amènera dans un premier temps à la puissance absorbée dans les ondes d'Alfvèn et dans un second temps nous discuterons la thermalisation dans un modèle linéaire. Pour commencer nous introduisons des notions qui ont permis de poser les hypothèses de départ pour le calcul d'absorption de puissance.

#### III.1. Introduction

##### III.1.1 Amortissement spatial

Des expériences préliminaires réalisées en 1973 sur le screw pinch dans le régime stable ont montré un amortissement spatial important.

En bout du screw-pinch, fonctionnant au dessous de la limite de Kruskal-Shafranov, un jeu de deux bobines de longueur  $\lambda_F = 30$  cm excitent un champ tournant transversal. Le kink est mis en rotation (onde circulairement polarisée) produisant une onde qui se propage axialement. L'amplitude du kink est mesurée au moyen de 3 couples de sondes magnétiques dipolaires disposées régulièrement le long du tube de décharge {61} et mesurant le déplacement de la colonne de plasma dans les deux degrés de liberté du plan azimutal {83}. L'amortissement spatial mesuré montre une distance caractéristique d'amortissement de 40 - 60 cm (74 mTorr  $D_2$ ). Le banc de condensateur envoie quelques mégawatts dans le plasma qui sont déposés sur environ 1 mètre. L'amplitude du kink mesure 3 - 5 mm à l'excitation. L'énergie déposée en une microseconde représente quelques 10 % de l'énergie thermique contenue dans le plasma. On a dès lors affaire à un processus susceptible de chauffer un plasma, pour autant qu'il existe

un mécanisme de thermalisation de l'énergie injectée. Dans des mesures analogues sur un autre pinch la distance d'amortissement vaut 25 cm {84}.

Cet amortissement n'est pas explicable en terme d'amortissement résistif habituel. Alfvén {85} donne la distance d'amortissement de l'onde d'Alfvén en milieu homogène

$$z_d = \frac{v_A \lambda^2}{2\pi (D_1 + D_2)} \quad (1)$$

où  $D_1$  et  $D_2$  sont les coefficients de diffusion ohmique classique et de diffusion visqueuse introduit au paragraphe III.2.5. Avec la température de notre expérience, la formule (1) donne des distances de trois ordres de grandeurs supérieures aux distances d'amortissement observées.

### III.1.2 L'onde d'Alfvén torsionnelle en milieu homogène

L'onde d'Alfvén torsionnelle est une onde MHD basse fréquence ( $\omega \ll \omega_{ci}$ ) correspondant à des oscillations transversales des lignes de flux, indépendamment les unes des autres.

Dans un plasma homogène, la relation de dispersion des ondes MHD basse fréquence est selon Friedrichs {86}.

$$(\omega^2 - v_A^2 k_{||}^2) \left\{ \omega^2 [\omega^2 - (c_s^2 + v_A^2) k^2] + c_s^2 v_A^2 k_{||}^2 k^2 \right\} = 0 \quad (2)$$

où  $v_A^2 = B_0^2 / \mu_0 \rho$  est la vitesse d'Alfvén et  $c_s^2 = \gamma KT / m_i$  est la vitesse du son,  $B_0$  le champ magnétique statique. En annulant le premier terme du déterminant, on trouve les ondes d'Alfvén torsionnelles

$$\omega^2 = v_A^2 k_{||}^2 \quad (3)$$

dont la direction de propagation est parallèle au champ.

En annulant le second terme, on obtient deux nouvelles branches d'ondes dont la propagation dépend de l'angle formé avec le champ magnétique. Ce sont les ondes magnétoacoustiques (ondes rapides) et les ondes sonores (ondes lentes) ou "cusp waves", nom provenant de la forme du front d'onde dans l'espace réel ou "ray velocity space" {77,87}.

Les ondes d'Alfvén sont caractérisées par  $\text{div } \vec{v} = 0$ , c'est-à-dire que le fluide est incompressible. Cette propriété est partagée d'une manière générale par les ondes transversales. La vitesse de phase est

$$v_{\varphi} = \frac{\omega}{k} = v_A \frac{k_{\parallel}}{k}$$

et la vitesse de groupe

(4)

$$\vec{v}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}} = v_A \frac{\vec{B}_0}{|\vec{B}_0|} = \text{const}$$

La dernière relation montre que l'énergie ne peut que s'écouler parallèlement au champ. L'onde est non-dispersive si  $\vec{k} = k_{\parallel}$ , car on a alors  $v_g = v_A = \text{const}$ . Dans le "ray velocity space", l'onde d'Alfvén n'occupe qu'un point sur la direction du champ statique. Cette propriété singulière suggère la possibilité de stocker de l'énergie dans les ondes d'Alfvén {88}.

Pour comprendre le phénomène physique de la propagation de l'onde d'Alfvén, rappelons qu'il s'agit d'une onde électromagnétique avec champ de perturbation  $B_1$  (figure 10), donné par

$$\text{rot } E_1 = -\dot{B}_1, \text{ c'est-à-dire } E_x = \frac{\omega}{k} B_y \quad (5)$$

Le champ électrique  $E_x$  donne un drift  $\vec{E}_1 \times \vec{B}_0$  au plasma dans la direction négative de y. Dans la limite  $\omega \ll \omega_{ci}$  électrons et ions ont la même vitesse de drift {89}. C'est dans cette limite que l'on a affaire à la description MHD dans laquelle la matière est gelée dans les lignes de champ.

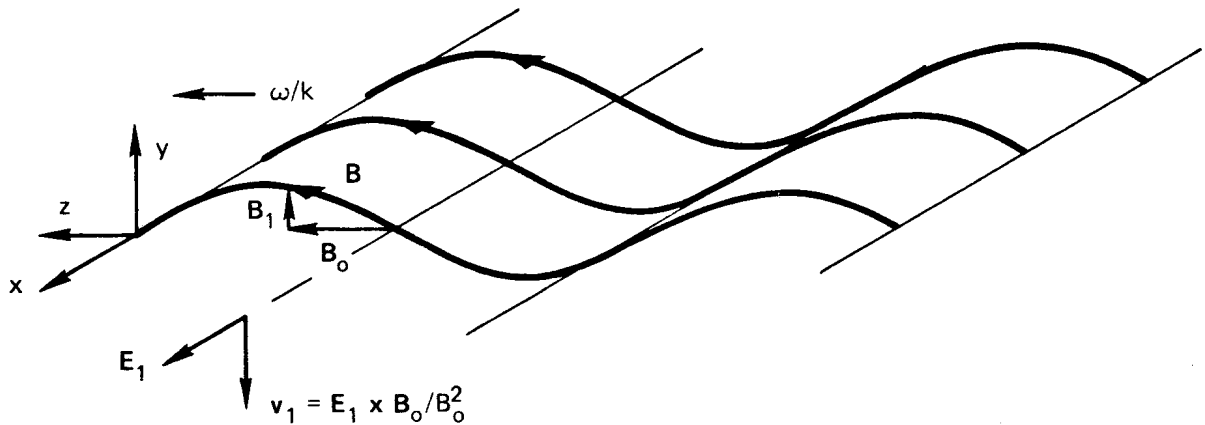


Fig. 10 : Relation entre les quantités oscillantes dans une onde d'Alfvèn

Il reste à voir ce qui entretient le champ électrique  $E_x$  dont l'existence a été supposée en (8). Comme  $E_1$  fluctue, l'inertie des ions retarde ceux-ci par rapport aux électrons, produisant une polarisation de drift  $v_p$  selon x, qui produit à son tour un courant  $j_1$  dans la direction x. La force résultante est dirigée selon y et déphasée de  $90^\circ$  par rapport à la vitesse  $v_1$ . C'est le déphasage de  $90^\circ$  entre la force et la vitesse qui entretient le mouvement comme dans tout oscillateur.

On peut faire l'analogie entre l'onde d'Alfvèn dans un plasma et la vibration de cordes tendues, représentant les oscillations des lignes de champ. L'équation de la corde vibrante est

$$M \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = S \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}$$

où M est la masse linéaire et S la tension. Pour réaliser l'analogie, on remplace M par la masse linéaire par ligne de champ  $\rho/B_0$  et la tension par la tension par ligne de champ  $B_0/\mu_0$ . L'équation d'onde s'écrit

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho} \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}$$

On peut, comme pour la corde vibrante, exciter une onde à l'intérieur d'un tube de flux, sans influencer le plasma dans les tubes de flux adjacents.

### III.1.3 Le spectre MHD m=1 d'un screw pinch

Après le cas du plasma homogène, envisageons le cas d'une colonne de plasma possédant un profil diffus. La vitesse d'Alfvén est alors une grandeur locale.

Pour connaître la puissance absorbée dans les ondes d'Alfvén, le problème doit être traité comme un problème aux valeurs initiales. Pour gagner une image de phénomène, il est instructif de calculer le spectre MHD et les modes propres, obtenus par l'analyse des modes normaux pour un équilibre donné (problème stationnaire).

Ceci est réalisé en calculant numériquement le spectre m=1 d'un screw pinch {24} au moyen d'un code de stabilité unidimensionnel donnant le spectre et les modes propres {90}.

Comme équilibre, nous choisissons un plasma cylindrique infini, de rayon  $a$ , confiné par un champ axial et azimutal, entouré par une coque conductrice de rayon  $b$ . A l'intérieur du plasma,  $r < a$ , les grandeurs sont définies comme suit:

$$\begin{aligned} B_z(r) &= B_z(a) \sqrt{(1-\beta)(1-r^2/a^2)} \\ B_\theta(r) &= 2 B_\theta(a) \cdot \frac{r}{a} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{2a^2}\right) \\ S(r) &= \frac{S(0)}{2} \left[ 1 + S_a + (1 - S_a) \cos \frac{\pi r}{a} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

A l'extérieur règne le champ du vide  $B_z(a)$ .

La partie basse fréquence du spectre  $m=1$  est montrée sur la figure 11 pour les valeurs suivantes des paramètres  $\beta = .2$ ,  $\rho_a = .2$ ,  $B_\theta(a)/B_z(a) = .02$ ,  $b/a = 5$ . Ces valeurs correspondent à l'équilibre d'un screw pinch. En abscisse, nous avons le facteur de sécurité  $q$  à la surface du plasma  $q \equiv -kaB_z(a)/B_\theta(a)$  qui représente le vecteur d'onde pour un courant donné. La fréquence est normalisée à une fréquence de transit Alfvèn  $\Omega^2 \equiv \mu_0 \omega^2 a^2 \rho(0)/B_z^2(a)$ .

Les modes magnétoacoustique (MA), ondes rapides, forment un spectre discret dans le domaine de fréquence  $10 \lesssim \Omega^2 \lesssim 10^4$  et ne sont pas visibles dans l'échelle de la figure 11. Ces modes sont quasiment indépendants de  $q$ .

Dans notre expérience, le premier mode MA (un seul noeud dans le déplacement radial  $\xi_r$ ) est rencontré à 1.7 MHz ( $p_r = 23.5$  mTorr  $D_2$ ). Les ondes sonores (S), ou ondes lentes, s'étendent jusqu'à  $\Omega^2 = 0$  quelque soit  $q$ . Cela est dû au fait que la température s'annule au bord du plasma et non la densité, conformément à la teneur des équations (6). Le continu d'Alfvèn (A) est situé dans un domaine intermédiaire de fréquences s'étendant jusqu'à  $\Omega^2 = 0$  lorsque  $q(r)-1$  s'annule quelque part dans le plasma. Le mode discret qui semble passer à travers le continu sans perdre son caractère est le kink. Pour  $|q| \gg 1$ , celui-ci rejoint la famille des MA dont il est issu comme le membre le plus bas. Lorsque  $q$  diminue, le kink se perd dans le continu d'Alfvèn au voisinage de  $q=1$ . Dans le même temps, le mode interne, faiblement instable déjà à  $q=2.3$ , change brutalement de caractère, donnant naissance au kink externe, un mode fortement instable, comme si celui-ci réémergeait du continu. Lorsque  $q$  devient négatif, le kink redevient stable, traversant le continu sonore sans changement et pénétrant dans le continu d'Alfvèn qu'il traverse. Au voisinage et dans le continu d'Alfvèn, la fréquence  $\Omega^2$  du kink diverge de l'allure parabolique générale, à cause du changement important que subit la fonction propre du kink au voisinage du continu d'Alfvèn, devenant progressivement pointue au centre, jusqu'à

devenir singulière au moment de la pénétration du kink dans le continu d'Alfvén. Les fonctions propres des modes sont singulières dans le continu. Le mode discret kink dont la fonction propre est régulière garde son caractère de régularité et de mode global à l'intérieur du continu, puis ressort pour des valeurs de  $|q|$  plus grandes où il rejoint à nouveau les MA. Le domaine de fréquence du continu d'Alfvén est défini par

$$\Omega^2(r) = \frac{1}{\mu_0 S(r)} \left( k B_z(r) + \frac{m B_\theta(r)}{r} \right)^2 \quad (7)$$

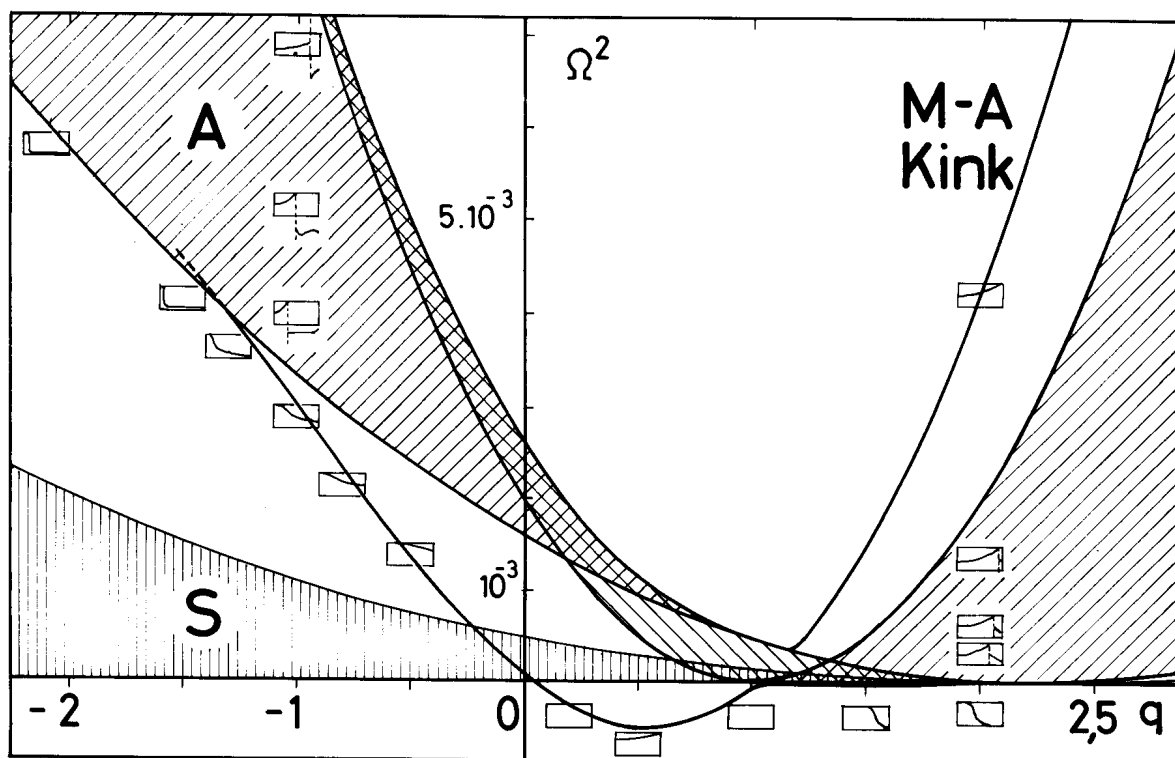


Fig. 11 : Spectre basse fréquence  $m=1$  d'un screw pinch. Ce graphique montre le comportement des modes en fonction du nombre d'onde,  $k \equiv qB_\theta(a)/aB_z(a)$ . A = continu d'Alfvén, S = continu sonore, M-A = magnétoacoustique. La fonction propre radiale est montrée dans les rectangles, le centre étant situé à gauche.



Pour des profils expérimentaux typiques de screw pinch et de tokamak, la fonction  $F(r) = kB_z + mB_\theta/r$  est croissante en  $r$  pour des grandes valeurs de  $|q|$ , alors qu'elle est décroissante à l'endroit  $q = m$ . Entre ces trois zones, le spectre d'Alfvén subit une inversion qui a pour effet de rendre la fréquence la plus basse tour à tour support de la singularité au centre lorsque  $|q| \gtrsim 1$  ou support de la singularité au bord du plasma lorsque  $|q| \lesssim 1$ . Dans les régions d'inversion, le plasma possède deux surfaces singulières (zones doublement hachurées), parce que  $F(r)$  possède un extremum sur le domaine  $0 < r < a$ .

Il est à noter que la présence du kink interne est liée à la présence de  $\Omega^2(r=0)$  en bas du spectre d'Alfvén. Suivant le profil choisi, il existe aussi un kink interne stable dans le domaine  $q < 0$  se formant dès que le kink s'approche des Alfvén. Ce kink interne pénètre dans le continu d'Alfvén dès que  $\Omega^2(r=0)$  a rejoint le bord inférieur du spectre, selon le même schéma que pour le kink interne instable dans le domaine  $q > 0$ .

L'influence des profils sur le kink et les Alfvén a été étudiée dans le cadre de la classe de profils choisis. Le spectre d'Alfvén est très sensible au profil de courant: une distribution  $j_z(r)$  aplatie a tendance à abaisser le bord inférieur du spectre dans le domaine  $q < 0$ . Une augmentation du beta a le même effet.

Le kink par contre n'est pas touché par une variation du profil de courant et ne dépend que de la valeur de  $q(a)$  [91]. Le kink est très sensible à la variation du  $\beta$ : l'augmentation de beta déstabilise le mode externe, tout en déplaçant le maximum d'instabilité en  $q \approx 1/(2-\beta)$ . Le kink interne est relativement plus fortement déstabilisé par l'augmentation du beta que le kink externe.

### III.2. Le problème aux valeurs initiales

Les équations de base de la MHD dans le cas d'un plasma cylindrique sont réductibles à une équation différentielle du second ordre en  $r$  pour le déplacement radial. Nous cherchons à résoudre le phénomène transitoire à l'aide des transformations de Laplace. L'absorption de puissance dans les ondes d'Alfvén est trouvée en fonction de la fréquence du kink, sans faire intervenir de mécanismes dissipatifs. La thermalisation est ensuite estimée en envisageant seuls les phénomènes linéaires dus à la viscosité et à la résistivité.

Le calcul analytique est conduit avec un champ azimuthal non-nul aussi longtemps que le formalisme reste léger, ce qui permet de donner des résultats à la fois pour le screw pinch et le theta pinch. Lorsque le formalisme s'alourdit, la description ne concerne que le theta pinch. Les résultats expérimentaux présentés ne concernent que le theta pinch.

#### III.2.1 Intégration de l'équation du mouvement

Les équations de base de la MHD idéale en géométrie cylindrique sont réductibles à une équation différentielle du second ordre pour le déplacement radial  $\xi$  [20,23,92]. Les équations d'Appert, Gruber et Vaclavik [20] appliquées aux cas des grandes longueurs d'ondes  $k^2 r^2 \ll 1$ , se séparent en deux équations, l'une décrivant un mouvement compressionnel, et l'autre décrivant l'onde d'Alfvén torsionnelle. Cette dernière s'énonce ainsi:

$$\left[ r^3 A \xi' \right]' - \left[ S \omega^2 - k^2 B_z^2 / \mu_0 \right]' r^2 \xi = 0 \quad (8)$$

A représente le déterminant des ondes d'Alfvén torsionnelles

$$A = - S \omega^2 + \frac{k^2 B_z^2}{\mu_0} (1 - \nu)^2 \quad (9)$$

$$\nu = \frac{- B_\theta}{k r B_z} \quad (10)$$

$B_z$  est le champ axial intérieur; à l'équilibre  $B_z^2 = (1-\beta) B_{ze}^2$ ;  $\nu$  est l'inverse du facteur de sécurité  $q$ . Le prime dénote la dérivation partielle selon  $r$ .

L'enroulement excite des ondes  $m=1$  hélicoïdales de polarisation plane. L'onde est donc formée de deux modes tournant en sens contraire.  $\xi$  est une grandeur physique désignant le déplacement radial:

$$\begin{aligned} \xi &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{i}{2} \hat{\xi}_n e^{i(\theta+kz-\omega t)} - \frac{i}{2} \hat{\xi}_n e^{i(\theta+kz+\omega t)} \right\} \\ &= \hat{\xi}_n \operatorname{Re} \left\{ e^{i(\theta+kz)} \sin \omega t \right\} = \hat{\xi}_n \cos(\theta+kz) \sin \omega t \end{aligned} \quad (11)$$

Nous nous intéressons à l'excitation du mode  $m=1$ , en raison de la meilleure pénétration du champ vers le plasma qu'assure un champ  $2^m$ -polaire pour  $m$  petit. De plus, l'objectif étant de chauffer le coeur du plasma, seule la fonction propre du mode  $m=1$  n'est pas nulle au centre.

Nous envisageons la résolution de l'équation différentielle (8) sous la forme d'un problème aux valeurs initiales : au temps  $t=0$  on applique brusquement une force d'excitation en  $\sin \omega t$ . S'agissant d'un phénomène transitoire, le mouvement contient au début des composantes de Fourier de fréquences élevées. Le mouvement initial sera celui du kirk  $\xi_k$  donné par la solution de (8) pour  $\omega \rightarrow \infty$ . Ainsi le terme d'inertie prédomine au début dans le déterminant d'Alfvén et l'équation différentielle devient

$$\left[ r^3 S \xi_k' \right]' + S' r^2 \xi_k \Rightarrow 0$$

ou bien

$$r S \xi_k'' + (r S' + 3S) \xi_k' + S' \xi_k \Rightarrow 0 \quad (12)$$

Cette équation est celle d'un mouvement incompressible. En voici la preuve directe:

Soit un fluide incompressible:  $\operatorname{div} \vec{\xi} = 0 \quad (13)$

et accéléré:  $\rho \vec{\xi} = - \operatorname{grad} p \quad (14)$

Prenons (11) en écriture complexe:

$$\vec{\xi} = \left( \xi_r^*, \xi_\theta^*, \xi_z^* \right) e^{i(\theta + kz)} \sin \omega t$$

$$p = p_0 e^{i(\theta + kz)} \sin \omega t \quad (15)$$

La divergence devient

$$\operatorname{div} \vec{\xi} = \left[ \frac{1}{r} (r \xi_r^*)' + \frac{i}{r} \xi_\theta^* + k \xi_z^* \right] e^{i(\theta + kz)} \sin \omega t$$

Comme  $kr \rightarrow 0$ , il reste

$$\xi_\theta^* = i (r \xi_r^*)' = i \left( \xi_r^* + r \xi_r^{*'} \right) \quad (16)$$

Dans la même approximation, les deux composantes principales de l'équation de Newton (14) donnent

$$S \omega^2 \xi_r^* = p_0' \quad (17)$$

$$S \omega^2 \xi_\theta^* = \frac{i p_0}{r} \quad (18)$$

En éliminant la pression entre (17) et (18),  $\xi_\theta^*$  avec (16) il reste

$$r S \xi_r^{*''} + (r S' + 3 S) \xi_r^{*'} + S' \xi_r^* = 0 \quad (19)$$

qui est bien identique à l'équation (12) et montre que le plasma se comporte comme un fluide incompressible. Oublions de nouveau l'indice  $r$ .

Revenons à l'équation du mouvement (12). Puisque le mouvement est incompressible, l'effet du mouvement se répercute instantanément au travers du plasma et excite l'onde d'Alfvén localement. Après un certain temps,  $\xi_k$  se modifie pour devenir la fonction  $\xi$  de (8). Faisons la substitution  $\xi \rightarrow \xi_k + \xi$  dans (8) où le nouveau  $\xi$  représente la grandeur perturbée. Sachant qu'après un certain temps  $\xi_k' \ll \xi'$  et que d'après la théorie des

perturbations on peut négliger la perturbation dans le deuxième terme de (8) (terme moteur), il vient:

$$\left[ r^3 A \xi' \right]' \approx \left[ \rho \omega^2 - k^2 B_z^2 / \mu_0 \right]' r^2 \xi_k \quad (20)$$

C'est une équation du 1er ordre en  $\xi'$ . On voit dès maintenant l'importance prédominante du gradient de densité dans le terme de couplage du kink aux ondes d'Alfvén.

Avant de résoudre l'équation (20), il faut encore connaître  $\xi_k$ . La solution approchée de (12) pour un profil de densité gaussien

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{2r^2}{r_0^2}} \quad (21)$$

se trouve de la façon suivante:

Après introduction de (21) dans (12), il vient

$$\xi_k'' + \left( \frac{3}{r} - \frac{4r}{r_0^2} \right) \xi_k' - \frac{4}{r_0^2} \xi_k = 0 \quad (22)$$

La solution contiendra certainement un facteur gaussien; avec l'Ansatz

$$\xi_k = r^n e^{\frac{mr^2}{r_0^2}} \quad (23)$$

l'équation devient

$$4m(m-2) \frac{r^{n+2}}{r_0^4} + 4 \left[ m(2+n) - 1 - n \right] \frac{r^n}{r_0^2} + n(n+2) r^{n-2} = 0 \quad (24)$$

En effet, la gaussienne est tombée. L'expression ci-dessus doit être identiquement nulle, ce qui n'est pas rigoureusement possible. Donc l'Ansatz n'est pas une solution, mais pour petits rayons le facteur  $r^{n+2}$  devient négligeable, ce qui permet d'écrire

$$4 \left[ m(2+n) - 1 - n \right] \frac{r^n}{r_0^2} + n(n+2) r^{n-2} = 0 \quad (25)$$

Ceci est possible pour n'importe quel rayon si l'on fait

$$4 [m(2+n) - 1 - n] = 0 \quad \text{et} \quad n(n+2) = 0 \quad (26)$$

d'où  $n=0$  ou  $n = -2$ . La deuxième solution est à rejeter parce que  $\xi_k$  doit être régulier sur l'axe. Les solutions à retenir sont  $n=0$  et  $m=\frac{1}{2}$ . Ainsi la forme approchée de la fonction du kink est

$$\xi_k \approx \xi_0 e^{\frac{r^2}{2r_0^2}} \quad (27)$$

La multiplication de cette expression par  $\cos(\theta+kz) \cdot \sin\omega t$  est sous-entendue.

La solution de (20) peut maintenant être entreprise. On substitue d'abord le terme contenant  $B_z$ . D'après la condition d'équilibre des pressions on a:

$$B_z^2 = B_{ze}^2 - B_\theta^2 - 2\mu_0 \frac{c_s^2 \beta}{\gamma} \quad \text{où} \quad c_s^2 = \frac{\gamma p}{\beta} \quad (28)$$

où  $c_s$  est la vitesse du son. Il vient

$$(B_z^2)' = -(B_\theta^2)' - \frac{2\mu_0 c_s^2}{\gamma} \beta' \quad (29)$$

mais  $(B_\theta^2)'$  est du même ordre de grandeur que  $k^2 r^2 (B_z^2)'$ , donc négligeable. Le membre de droite de (20) devient

$$\left[ \beta \omega^2 - k^2 B_z^2 / \mu_0 \right]' = (\omega^2 + \Omega^2) \beta' \quad (30)$$

avec  $\Omega^2 \equiv \frac{\beta}{\mu_0} \cdot \frac{k^2 B_{ze}^2}{\mu_0}$

En dérivant (28) on a admis que la vitesse du son  $c_s$  est indépendante de  $r$ , c'est-à-dire que la température est uniforme. Puisque  $\beta/\rho$  est indépendant de  $r$ , il en va de même pour  $\Omega^2$ . L'équation (20) devient

$$\left[ r^3 A \xi' \right]' = (\omega^2 + \Omega^2) \xi' r^2 \xi_k \quad (31)$$

L'évolution temporelle est trouvée au moyen de la transformation de Laplace. Il faut se rappeler que  $\omega$  désigne la dérivée selon le temps. Soit la variable de Laplace  $s = \frac{\partial}{\partial t} = -i\omega$ . La transformée de (31) est alors

$$\left[ r^3 \tilde{A} \tilde{\xi}' \right]' = (-s^2 + \Omega^2) \xi' r^2 \xi_0 e^{\frac{r^2}{2r_0^2}} \cos(\theta + kz) \cdot \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (32)$$

il reste à trouver la transformée  $\tilde{A}(s)$  de  $A(t)$ . Selon (9)

$$\tilde{A} = \xi s^2 + \frac{k^2 B_z^2}{\mu_0} (1 - \nu)^2 \quad (33)$$

Le dernier terme s'exprime en fonction de la fréquence à la surface résonante en  $r = r_1$ , où par définition  $\omega(r_1) \equiv \omega$ . Le spectre d'Alfvén s'obtient en annulant le déterminant  $A$

$$\omega^2(r) = \frac{k^2 B_z^2}{\xi \mu_0} (1 - \nu)^2 \quad (34)$$

ainsi on écrit

$$\omega(r) = \omega \frac{B_z(r)}{B_{z1}} \sqrt{\frac{\xi_1}{\xi(r)}} \cdot \frac{1 - \nu}{1 - \nu_1} \quad (35)$$

L'indice 1 indique l'endroit de la surface résonante  $r = r_1$ . Avec ceci, la transformée  $\tilde{A}$  devient

$$\tilde{A} = \xi \left[ s^2 + \omega^2(r) \right] \quad (36)$$

L'intégration de (32) selon  $r$  donne

$$r \tilde{\xi}' = \frac{\xi_0 (s^2 - \Omega^2) \omega G}{\left[ s^2 + \omega^2(r) \right] (s^2 + \omega^2)} \cos(\theta + kz) \quad (37)$$

où G est une fonction du rayon

$$G = \frac{4}{3} \left[ \frac{2r_0^2}{3r^2} e^{\frac{2r^2}{r_0^2}} - \left( 1 + \frac{2r_0^2}{3r^2} \right) e^{\frac{r^2}{2r_0^2}} \right] \quad (38)$$

Il ne reste qu'à effectuer la transformation inverse:

$$r f' = \frac{\epsilon_0 G}{1 - \frac{\omega^2(r)}{\omega^2}} \left[ \left( 1 + \frac{\Omega^2}{\omega^2} \right) \sin \omega t - \left( \frac{\omega(r)}{\omega} + \frac{\Omega^2}{\omega \omega(r)} \right) \sin \omega(r)t \right] \cos(\theta + kz) \quad (39)$$

Ce sont des battements qui convergent vers la surface singulière en s'amplifiant. La couche résonante se rétrécit rapidement. Une fois qu'elle est suffisamment mince, il est permis de développer linéairement autour de  $r = r_1$ . La valeur de  $\Omega$  (30) en  $r = r_1$  est trouvée avec (34) et l'équilibre de pression  $\beta = 1 - B_z^2 / B_{ze}^2$ :

$$\frac{\Omega^2}{\omega^2} = \frac{\beta}{(1-\beta)(1-\nu)^2} \quad (40)$$

On omet les indices 1 relatifs à la surface singulière pour simplifier l'écriture. Afin d'alléger le calcul et de se conformer à l'expérience, nous limitons dès maintenant le formalisme au cas d'un theta pinch:  $\nu = 0$ . Ainsi  $1 + \Omega^2 / \omega^2 = 1 / (1 - \beta)$ .

Nous cherchons le développement autour de la surface singulière

$$\omega(r) = \omega + \Delta\omega \quad (41)$$

alors 
$$\Delta\omega \cong (r - r_1) \omega'(r_1) \quad (42)$$

et selon (35)

$$\omega'(r) = \omega \left[ \frac{B_z'}{B_{ze}} - \frac{g'}{2\mathcal{E}} - \frac{\nu'}{1-\nu} \right] \quad (43)$$

A partir du développement, toutes les grandeurs, saur  $r$ , sont les valeurs à la surface résonante et l'indice 1 est sous-entendu.



$B'_z$  peut être substitué par (29) en observant que  $c_s^2 = \gamma \beta B_{ze}^2 / 2 \mu_0 \rho$ .

Pour  $v = 0$ , la dérivée  $d\omega(r)$  devient

$$\omega'(r) = - \frac{\omega \xi'}{2(1-\beta)} = \frac{2\omega r}{(1-\beta)r_0^2} \quad (44)$$

Avec ce qui précède et puisque  $\Delta\omega/\omega \ll 1$ , l'expression (39) se simplifie comme suit

$$r \xi' \Rightarrow \frac{-\xi_0 \omega G}{2\Delta\omega(1-\beta)} \left[ \sin\omega t (1 - \cos\Delta\omega t) - \cos\omega t \sin\Delta\omega t \right] \cos(\theta + kz) \quad (45)$$

On voit aisément que la valeur de crête de  $\xi'$  augmente linéairement avec le temps près de la surface singulière. La seconde intégration de (45), non effectuée dans ce travail, montrerait que la valeur de crête de  $\xi$  augmente comme le logarithme du temps. Lorsque la couche résonante est devenue étroite on constate que  $r \xi' \gg \xi$ , ce qui permet d'écrire

$$(r \xi)' \approx r \xi' \quad (46)$$

Comme l'onde d'Alfvén torsionnelle se comporte de façon incompressible, la perturbation répondra aussi à la condition  $\text{div} \vec{\xi} = 0$ . Cherchons la valeur physique de  $\xi_\theta$ . Celle-ci est trouvée en prenant la partie réelle de (16)

$$\xi_\theta = \text{Re} \left\{ i (r \xi_r^*)' e^{i(\theta + kz)} \sin\omega t \right\} = - (r \xi_r^*)' \sin(\theta + kz) \sin\omega t \quad (47)$$

Oublions de nouveau l'indice  $r$  pour alléger l'écriture, de même que la dépendance en  $\sin\omega t$ . Avec (46), on écrit

$$\xi_\theta = - r \xi_r^{*'} \sin(\theta + kz) \quad (48)$$

De la sorte, l'expression (45) est déjà la composante azimutale, il n'est pas nécessaire de poursuivre l'intégration:

$$\xi_{\theta} \approx \frac{\xi_0 \omega G}{2 \Delta \omega (1-\beta)} \left[ \sin \omega t (1 - \cos \Delta \omega t) - \cos \omega t \sin \Delta \omega t \right] \sin(\theta + kz) \quad (49)$$

Cette fonction représente un mouvement de battement dont les noeuds pénètrent vers la surface singulière. La valeur rms de (49) est

$$\langle \xi_{\theta} \rangle = \frac{\xi_0 \omega G}{\sqrt{2} \Delta \omega (1-\beta)} \cdot \sin \frac{\Delta \omega t}{2} \cdot \sin(\theta + kz) \quad (50)$$

L'épaisseur de la couche résonnante peut être définie comme suit: c'est l'espace entre les deux noeuds les plus proches de la surface résonnante.

$$\Delta r = \left| \frac{4\pi}{\omega'(r) t} \right| \quad (51)$$

Notons de plus que le spectre de Fourier  $g(\omega(r))$  d'un train d'onde  $\sin \omega t$  de durée  $t$  est

$$g(\omega(r)) = \frac{\sin \left[ \omega(r) - \omega \right] \frac{t}{2}}{\omega(r) - \omega} \quad (52)$$

Cette fonction a la même forme que (49) à l'exception d'un facteur géométrique variant lentement. Ceci montre d'une autre manière que le plasma répond comme un analyseur de Fourier.

### III.2.2 Energie accumulée

L'énergie cinétique par unité de volume est

$$\epsilon_c = \frac{1}{2} \int (\dot{\xi}_{\theta})^2 \quad (53)$$

La contribution de la dérivée des termes lentement variables  $\cos \Delta \omega t$  et  $\sin \Delta \omega t$  est négligeable:

$$\dot{\xi}_{\theta} \approx \frac{F_0 \omega^2 G}{2 \Delta \omega (1-\beta)} \left[ \cos \omega t (1 - \cos \Delta \omega t) + \sin \omega t \cdot \sin \Delta \omega t \right] \sin(\theta + kz) \quad (54)$$

Dans tout mouvement oscillatoire l'énergie totale est la somme des énergies cinétique et potentielle. Elle est pratiquement constante durant une période. De ce fait l'énergie totale est égale à l'énergie cinétique de crête. La valeur de crête de l'expression entre crochets élevée au carré est

$$\left[ \cos \omega t (1 - \cos \Delta \omega t) + \sin \omega t \sin \Delta \omega t \right]_{\text{crête}}^2 = 4 \left( \sin \frac{\Delta \omega t}{2} \right)^2 \quad (55)$$

L'intégrale sur le volume de (53) donne l'énergie totale du mouvement par unité de longueur

$$E = \frac{1}{\ell} \iiint (\varepsilon_z)_{\text{crête}} r dr d\theta dz \quad (56)$$

Elle se sépare en deux intégrales

$$\int_{-\ell/2}^{+\ell/2} \int_0^{2\pi} \sin^2(\theta + kz) d\theta dz = \pi \ell$$

$$\int_0^a \left[ \frac{\sin \frac{\Delta \omega t}{2}}{\Delta \omega} \right]^2 r dr \Rightarrow r_1 \frac{t}{2 \omega'(r)} \int_{y_1}^{y_2} \left[ \frac{\sin y}{y} \right]^2 dy$$

en utilisant le développement linéarisé (43), les grandeurs variant lentement ayant été sorties de l'intégrale. Les limites sont

$y_1 = -\frac{1}{2} \omega' t r_1$  et  $y_2 = \frac{1}{2} \omega' t (a - r_1)$ . Après un temps suffisamment long la couche résonnante est devenue mince, ce qui revient à dire que les limites  $y_1$  et  $y_2$  sont devenues grandes, l'intégrale plafonne vers sa valeur maximale  $\pi$ .

On remarque que l'énergie accumulée (cinétique et potentielle) est proportionnelle au temps. La puissance injectée  $W = E/t$  devient

$$W = \frac{\pi^2 \xi_0^2 r_0^2 \omega^3 S(r_1) G^2(r_1)}{8(1-\beta)} \quad (57)$$

dans l'état stationnaire et par unité de longueur.

L'état stationnaire est atteint en un temps remarquablement court dans le cas d'un profil gaussien. Voici comment on trouve ce temps: le profil gaussien doit être coupé à un endroit raisonnable, par exemple à 2 % de sa hauteur:  $\rho(a) = 0.02 \rho_0$ . Le spectre d'Alfvén s'étend alors entre les limites

$$\omega_0 \equiv \omega(r=0) = \frac{k B_{ze}}{\sqrt{\mu_0 S_0}} \sqrt{1-\beta} \quad \text{et} \quad \omega_a = \frac{k B_{ze}}{\sqrt{\mu_0 S_0}} \sqrt{50}$$

Si l'on place la fréquence d'excitation au milieu du spectre, l'écart de fréquence  $\omega_a - \omega_0$  divisé par la moyenne est ( $\beta_0 = .5$ )

$$\frac{\omega_a - \omega_0}{\bar{\omega}} = \frac{\sqrt{50} - \sqrt{1-\beta_0}}{\sqrt{50} + \sqrt{1-\beta_0}} = 0.82 \quad (58)$$

Or l'intégrale de  $(\sin y/y)^2$  atteint la moitié de sa valeur maximale pour  $-y_1 = y_2 = \Delta\omega t/2 \approx 0.9$ . Ainsi

$$\bar{\omega} t = 1.8 \frac{\sqrt{50} + \sqrt{1-\beta_0}}{\sqrt{50} - \sqrt{1-\beta_0}} = 2.2 \quad (59)$$

L'état peut être considéré comme stationnaire en moins d'une demi-période après le début de l'excitation, moment à partir duquel l'énergie injectée croît linéairement avec le temps.

L'origine de ce retard se trouve dans la largeur finie du spectre d'Alfvèn. La valeur du retard de chauffage mesurée donnera une indication sur le rayon limite à l'intérieur duquel on peut accumuler de l'énergie par excitation résonante d'onde d'Alfvèn.

### III.2.3 Fréquence propre du kink

Dans l'intention de calculer une courbe de résonance par analogie avec celle d'un circuit oscillant amorti, nous devons trouver la fréquence propre qu'aurait le kink sans l'amortissement d'Alfvèn. Or cette fréquence est cachée par l'amortissement extrêmement fort, presque sur-critique, du mouvement. Pour la trouver nous faisons l'hypothèse suivante: le mouvement du plasma est celui que nous avons admis comme condition initiale, soit  $\vec{\xi}_k$  défini par (12); c'est-à-dire nous admettons que l'onde d'Alfvèn ne se construit pas, comme si elle était complètement freinée.

La fréquence propre est donnée par l'égalité entre l'énergie cinétique de crête et l'énergie potentielle de crête. La première est

$$E_c = \frac{1}{2} \int S (\text{Re } \vec{\xi}_k)^2 r dr d\theta \quad (60)$$

On a: 
$$\vec{\xi}_k = [ \xi_{kr}, \xi_{k\theta}, \xi_{kz} ]$$

Nous prenons de préférence un mode pur, c'est-à-dire une onde progressive tournante:

$$\xi_{kr} = \xi_0 e^{\frac{r^2}{2r_0^2}} e^{i(\theta + kz - \omega t)} \quad (61)$$

L'énergie par unité de longueur est indépendante de  $z$ . On la calculera donc pour  $kz - \omega t = 0$ . Puisque  $\text{div } \vec{\xi}_k = 0$ , la composante azimutale lorsque  $k^2 r^2 \ll 1$  est (voir aussi (16)) :

$$\xi_{k\theta} = i \left( r \xi_{kr} \right)' = i \int_0 e^{\frac{r^2}{2r_0^2}} \left( 1 + \frac{r^2}{r_0^2} \right) e^{i\theta} \quad (62)$$

Prenons la valeur physique:

$$\text{Re}(\vec{\xi}_k) = \int_0 e^{\frac{r^2}{2r_0^2}} \left[ \cos\theta, -\left(1 + \frac{r^2}{r_0^2}\right) \sin\theta, 0 \right] \quad (63)$$

$$\left[ \text{Re}(\vec{\xi}_k) \right]^2 = \int_0^2 e^{\frac{r^2}{r_0^2}} \left[ 1 + \left( \frac{2r^2}{r_0^2} + \frac{r^4}{r_0^4} \right) \sin^2\theta \right] \quad (64)$$

Introduit dans (60) et intégré sur le volume (de 0 à  $2\pi$  et de 0 à  $r=a$ ), on a

$$E_c = \frac{\pi}{2} \rho_0 \omega^2 \int_0^2 r_0^2 \left[ 3 - \left( 3 + 2\frac{a^2}{r_0^2} + \frac{a^4}{2r_0^4} \right) e^{-\frac{a^2}{r_0^2}} \right] \quad (65)$$

Un profil gaussien s'étend jusqu'à l'infini, ce qui n'est évidemment pas physique. Il faut le couper à un certain rayon  $r=a$  au-delà duquel la densité tombe rapidement à zéro, ou, plus exactement, à l'endroit où le plasma change de propriété, passant d'un plasma MHD idéale à un plasma froid résistif. Nous verrons plus loin (IV.5.2) que la force d'excitation s'exerce sur la surface  $r=a$  où le mouvement est  $\hat{\xi} = \xi_0 \exp(a^2/2r^2)$  en valeur de crête. Par rapport à cette nouvelle variable, l'énergie cinétique s'écrit

$$E_c = \frac{1}{2} m \omega^2 \hat{\xi}^2 \quad \text{avec} \quad \hat{\xi} = \int_0 e^{\frac{a^2}{2r_0^2}} \quad (66)$$

où  $m$  désigne une masse effective

$$m = \pi \rho_0 r_0^2 \left[ 3 - \left( 3 + 2x + \frac{x^2}{2} \right) e^{-x} \right] e^{-x}, \quad x \equiv \frac{a^2}{r_0^2} \quad (67)$$

Si  $r_0 \gg a$  cette grandeur tend vers la masse réelle par unité de longueur  $\pi \rho_0 a^2$  (profil plat); pour tous les autres  $a$ , elle est plus faible, signifiant qu'une large partie du plasma est animée d'un mouvement plus faible que  $\hat{\xi}$ .

L'énergie potentielle est la somme de l'énergie potentielle intérieure au plasma  $E_i$  et de l'énergie du vide  $E_e$ . Le calcul de l'énergie potentielle s'effectue en intégrant l'équation (34) de Shafranov {93}. Il y a deux erreurs à rétablir: à la place de  $\frac{d\xi}{dr} (rB_\theta)$  il faut lire  $\frac{d}{dr} (rB_\theta)$ . Lors du passage de la formulation de Newcomb à la formulation russe, le facteur  $1/4\pi$  a été oublié. Ensuite, pour passer en unité MKS il faut multiplier tous les facteurs contenant  $B^2$  par  $4\pi/\mu_0$ .

En outre, dans ce paragraphe, le nombre d'onde  $k$  est défini positivement:

$$B_\theta = + \nu k r B_z$$

Admettons un  $\nu$  non nul mais constant.

L'énergie potentielle intérieure vaut

$$E_i = \frac{\pi \xi_0^2}{2 \mu_0} \int_0^a \left\{ \left[ (krB_z - B_\theta) \frac{r}{r_0^2} + (krB_z + B_\theta) \frac{1}{r} \right]^2 + \left[ (krB_z - B_\theta) \frac{1}{r^2} - 2 \frac{B_\theta}{r^2} \frac{d}{dr} (rB_\theta) \right] \right\} e^{\frac{1}{2}kr^2} r dr \quad (68)$$

On remplace  $B_z$  et  $\beta$ :

$$B_z^2 = B_{ze}^2 (1 - \beta) \quad \text{et} \quad \beta = \beta_0 \frac{\xi}{\xi_0} = \beta_0 e^{-\frac{2}{r_0^2} r^2} \quad (69)$$

L'intégrale se décompose en deux termes:

$$E_1 = \frac{\pi}{2\mu_0} \xi_0^2 k^2 B_{ze}^2 \frac{r_0^2}{2} \int_0^x \left[ (1-\nu)^2 u^2 + 2(1-\nu^2)u + 2(1-\nu^2) \right] e^u du$$

$$E_2 = -\beta_0 \frac{\pi}{2\mu_0} \xi_0^2 k^2 B_{ze}^2 r_0^2 (1-\nu) \int_0^x \left[ \frac{1}{2}(1-\nu)u^2 + (1+\nu)u + 1+\nu \right] e^{-u} du$$

avec  $x \equiv a^2/r_0^2$

Ce qui donne

$$E_1 = \frac{\pi}{2\mu_0} \hat{\xi}^2 k^2 r_0^2 B_{ze}^2 (1-\beta) \left\{ \frac{(1-\nu)\frac{x^2}{2} + 2x\nu}{1+\nu} + \frac{1-\nu}{1+\nu} (1-e^{-x}) \right\}$$

$$E_2 = \frac{-\beta_0 \pi}{2\mu_0} \hat{\xi}^2 k^2 r_0^2 B_{ze}^2 (1-\nu^2) \left\{ \frac{3+\nu}{1+\nu} (1-e^{-x}) - \frac{2x+(1-\nu)\frac{x^2}{2}}{1+\nu} e^{-x} \right\} e^{-x}$$
(71)

L'énergie potentielle du vide pour une paroi éloignée est

$$E_e = \frac{\pi}{2\mu_0} \hat{\xi}^2 B_\theta^2 (q_e - 1)^2$$
(72)

Passons au theta pinch:  $q_e = 1/\nu = ka B_z / B_\theta \rightarrow \infty$   
d'où:

$$E_e = \frac{\pi}{2\mu_0} \hat{\xi}^2 k^2 r_0^2 B_{ze}^2 x$$

$$E_1 = \frac{\pi}{2\mu_0} \hat{\xi}^2 k^2 r_0^2 B_{ze}^2 \left[ \frac{x^2}{2} + 1 - e^{-x} \right]$$

$$E_2 = -\beta_0 \frac{\pi}{2\mu_0} \hat{\xi}^2 k^2 r_0^2 B_{ze}^2 \left[ 3 - (3+2x + \frac{x^2}{2}) e^{-x} \right] e^{-x}$$
(73)

La condition  $E_c = E_1 + E_2 + E_e$  donne la fréquence du kink

$$\omega_k^2 = \frac{k^2 B_{ze}^2}{\mu_0 S_0} \left[ \frac{(1+x + \frac{x^2}{2}) e^x - 1}{3 - (3+2x + \frac{x^2}{2}) e^{-x}} - \beta_0 \right]$$
(74)

Pour un profil plat ( $x \rightarrow 0$ ) cette expression tend vers la formule bien connue  $\omega_k^2 = \frac{k^2 B_{ze}^2}{\mu_0 \rho} (2 - \beta_0)$ .

Il faut maintenant définir  $r_0$ ,  $\rho_0$ ,  $\beta_0$  en connaissance des grandeurs expérimentales  $r_p$ ,  $M$ ,  $\bar{\beta}$ , sachant que le profil de densité est gaussien et la température uniforme. La masse totale par unité de volume est

$$M = \frac{\pi}{2} S_0 r_0^2 (1 - e^{-2x})$$
(75)



En suivant la définition de [48] formule (63), le rayon moyen  $r_p$  est défini selon

$$r_p^2 = \frac{\left[ \int_0^a e^{-\frac{2r^2}{r_0^2}} dr^2 \right]^2}{\int_0^a e^{-\frac{4r^2}{r_0^2}} dr^2} = r_0^2 \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} \quad (76)$$

$\beta$  est égal à  $\beta_0 \exp(-2r^2/r_0^2)$  si  $\beta_0$  n'est pas trop près de l'unité.

On définit maintenant le  $\bar{\beta}$  moyen

$$\bar{\beta} = \frac{1}{r_p^2} \int_0^a \beta dr^2 = \frac{\beta_0}{2} \frac{r_0^2}{r_p^2} (1 - e^{-2x}) \quad (77)$$

En pensant à (76) cela fait

$$\bar{\beta} = \frac{\beta_0}{2} (1 + e^{-2x}) \quad \text{et} \quad M = \frac{\pi}{2} \int_0^a r_p^2 (1 + e^{-2x}) \quad (78)$$

On retrouve le fait que le  $\bar{\beta}$  est égal à la moitié de  $\beta$  au centre lorsque la gaussienne est coupée très loin ( $x \rightarrow \infty$ ). Par contre  $\bar{\beta} = \beta_0$  pour un profil plat ( $x \rightarrow 0$ ).

La fréquence du kink, remaniée de cette façon devient

$$\omega_k^2 = \frac{\pi r_p^2 k^2 B_{ee}^2}{\mu_0 M} \left[ \frac{e^x + e^{-x}}{2} \cdot \frac{1 + x + \frac{x^2}{2} - e^{-x}}{3 - (3 + 2x + \frac{x^2}{2}) e^{-x}} - \bar{\beta} \right] \quad (79)$$

le terme entre crochets tend vers  $2 - \bar{\beta}$ , conformément à la relation de dispersion d'un kink pour un profil de densité homogène [94].

### III.2.4 La courbe de résonance

Il s'agit de résoudre l'équation d'un mouvement harmonique dans l'état stationnaire. La fréquence propre est la fréquence du kink, la masse en jeu est la masse apparente du kink. L'équation contient, dans l'ordre, le terme d'inertie, le terme d'amortissement d'Alfvén, la force de rappel, et au membre de droite la force d'excitation:

$$m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + m w \frac{\partial \xi}{\partial t} + m \omega_k^2 \xi = - \hat{F} \sin \omega t \quad (80)$$

Examinons le terme d'excitation, la pression due à l'enroulement agissant sur le plasma est la forme linéarisée

$$p_f = (\vec{B}_{ze} \cdot \vec{B}_f) / \mu_0 \quad (81)$$

On admet que la pression s'applique en une surface de rayon  $r=a$ . L'endroit de la coupure est défini par  $x \equiv a^2/r_0^2$ . On s'intéressera à l'influence du paramètre de coupure sur l'allure de la courbe de résonance. La force agissant sur le plasma est donnée par les relations suivantes. Nous admettons d'abord une bobine d'excitation constituée d'une couche de courant variant sinusoidalement dans le sens azimutal  $\theta$  et axial  $z$

$$\vec{j}_s = \frac{j_{os}}{\sqrt{1+k_f^2 r_f^2}} \left[ 0, -k_f r_f, 1 \right] e^{i(\theta+k_f z)} \sin \omega t \quad (82)$$

On définit  $k_f = -2\pi/\lambda_f$  où  $\lambda_f$  est la longueur d'onde des conducteurs d'excitation. On a choisit une hélice gauche  $\lambda_f = -.40$  m ( $-.57$  m dans une autre série de mesures).

La partie réelle de l'expression (82) représente le courant distribué sur la surface à une distance  $r_f$  de l'axe.  $j_{os}$  désigne la valeur de crête de l'harmonique  $m=1$  du courant de surface. Si cette structure

est située à l'intérieur d'un blindage de rayon b (le rayon de la bobine theta b = 4.5 cm) le champ magnétique à la surface d'un conducteur cylindrique de rayon a, concentrique au blindage, est

$$\vec{B}_f = -h \mu_0 j_{os} \left(1 - \frac{r_f^2}{b^2}\right) \left[0, 1, k_f a\right] e^{i(\theta + k_f z)} \sin \omega t \quad (83)$$

Le coefficient h dépend de l'hélicité; pour une bobine droite h est égal à l'unité. Dans notre cas, pour une longueur d'onde de 0.40 m, nous trouvons h = 0.95. Comme la bobine est formée de deux conducteurs plats, recouvrant le tube de décharge sur deux secteurs opposés, possédant un angle de 90°, la répartition de courant ne peut pas être sinusoïdale. La méthode de la représentation conforme, appliquée à cette géométrie particulière (bobine droite), donne le résultat suivant

$$j_{os} = 0.54 J_f / r_f \quad (84)$$

où  $J_f$  désigne le courant d'alimentation de la bobine. (Remarquons qu'une répartition sinusoïdale aurait donné  $j_{os} = 0.5 J_f / r_f$ ). Avec  $1 - r_f^2 / b^2 = 0.525$  l'expression (83) devient

$$\vec{B}_f = - \frac{0.27 \mu_0 J_f}{r_f} \left[0, 1, k_f a\right] e^{i(\theta + k_f z)} \sin \omega t \quad (85)$$

Connaissant le champ du screw pinch

$$\vec{B}_{ze} = \left[0, B_\theta, B_{ze}\right] \quad (86)$$

la pression devient, selon (81)

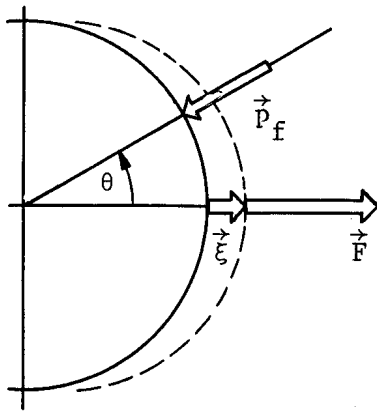
$$P_f = - \frac{0.27 J_f}{r_f} (B_\theta + k_f a B_{ze}) e^{i(\theta + k_f z)} \sin \omega t \quad (87)$$

Enfin, la force transversale par unité de longueur, et pour le theta pinch  $B_\theta = 0$ , est donnée par l'intégrale

$$F = - \int_0^{2\pi} \text{Re}(p_f) \cos \theta a d\theta = \hat{F} \sin \omega t$$

$$\hat{F} = \frac{0.27 \pi}{r_f} k_f a^2 B_{ze} J_f \quad (88)$$

Le facteur numérique est très légèrement différent dans le cas de la bobine de 0.57 m de longueur d'onde.



La direction des grandeurs est définie par la figure 12. La force par unité de longueur est la même tout au long de l'hélice.

Pour résoudre l'équation du mouvement (80), introduisons la notation complexe:

Fig. 12 : Définition des grandeurs

$$\xi = \text{Re} \left[ i \hat{\xi} e^{-i\omega t - i\psi} \right] \quad \text{et} \quad \hat{F} \sin \omega t = \text{Re} \left[ i \hat{F} e^{-i\omega t} \right] \quad (89)$$

Le facteur d'amortissement provoque un déphasage  $\psi$ . On cherche l'amplitude  $\hat{\xi}$  en fonction de la fréquence. Les inconnues  $\omega$  et  $\psi$  doivent être éliminées, ce qui nécessite en tout 3 équations. Les deux premières sont les parties réelle et imaginaire de (80). En substituant (89) dans (80), il vient

$$m (-\omega^2 + \omega_k^2 - i\omega \omega) \hat{\xi} e^{-i\psi} = -\hat{F} \quad (90)$$

dont les parties réelle et imaginaire sont dans l'ordre:

$$(\omega^2 - \omega_k^2) \cos \psi + \omega \omega \sin \psi = \frac{\hat{F}}{m \hat{\xi}} \quad (91)$$

$$(\omega^2 - \omega_k^2) \sin \psi - \omega \omega \cos \psi = 0$$

L'élimination adéquate donne les solutions

$$\hat{\xi}^2 = \frac{\hat{F}}{m^2 [(\omega^2 - \omega_k^2) + \omega^2 \omega^2]} \quad \omega = \frac{\hat{F} \sin \psi}{m \omega \hat{\xi}} \quad (92)$$

La troisième équation résulte de la relation entre  $w$  et la puissance de chauffage fournie par le travail de la force  $\hat{F} \sin \omega t$ . La puissance est par définition

$$W = \frac{1}{t} \int \text{Force} \times \text{vitesse} \, dt = \frac{1}{t} \int \text{Re} (i \hat{F} e^{-i\omega t}) \text{Re} (\dot{\hat{\xi}}) \, dt \quad (93)$$

La moyenne sur une période donne la puissance efficace

$$W = \frac{1}{2} \hat{F} \omega \hat{\xi} \sin \psi \quad \text{d'où avec (92)} : \quad \omega = \frac{2}{m \omega^2} \frac{W}{\hat{\xi}^2} \quad (94)$$

Il est évident que  $W/\hat{\xi}^2$  est indépendant de l'amplitude du mouvement  $\hat{\xi}$ .

Il suffit de remplacer  $W$  par (57) et d'introduire  $w$  dans l'amplitude (92). Après substitution de  $m$ ,  $\rho_0$ ,  $r_0$ , on trouve pour l'amplitude

$$\hat{\xi} = \frac{0.27 \pi k_f r_p^2 B_{2e} J_f \times (e^x + e^{-x})}{2 M r_f \left\{ (\omega^2 - \omega_k^2)^2 \left[ 3 + (3 + 2x + \frac{x^2}{2}) e^{-x} \right]^2 + \left[ \frac{\pi \omega^2 G^2 e^{-2y}}{4(1-\beta)} \right]^2 \right\}^{1/2}} \quad (95)$$

$G$  est donné par (38) :

$$G = \frac{4}{3} \left[ \frac{2}{3y} e^{2y} - \left( 1 + \frac{2}{3y} \right) e^{y/2} \right] \quad (96)$$

$y$  est le paramètre qui définit la position de la surface singulière

$$y = \frac{\sigma^2}{\sigma_0^2} \quad (97)$$

Pour le calcul numérique, on exprime tout en fonction de  $y$ . La fréquence d'excitation est donnée par  $\omega^2 = k_f^2 B_{ze}^2 / \mu_0 \rho$ , dans le cas du theta pinch. Après introduction des équations (75) à (78), cela fait

$$\omega^2 = \frac{\pi k_f^2 r_p^2 B_{ze}^2}{2 \mu_0 M} \left[ (1 + e^{-2x}) e^{2y} - 2\bar{\beta} \right] \quad (98)$$

On a encore besoin de  $1-\beta$ :

$$1-\beta = 1 - \frac{2\bar{\beta} e^{-2y}}{1 + e^{-2x}} \quad (99)$$

Cela donne la relation entre  $\omega^2$  et  $(1-\beta)$

$$\frac{\omega^2}{1-\beta} = \frac{\pi r_p^2 k_f^2 B_{ze}^2 (1 + e^{-2x}) e^{2y}}{2 \mu_0 M} \quad (100)$$

En introduisant ceci et (98) dans l'amplitude (95) on obtient  $\hat{\xi}$  uniquement en fonction du paramètre  $y$ , en admettant que la longueur d'onde de la déformation soit la même que celle des conducteurs d'excitation:

$$k = k_f.$$

Enfin, la puissance de chauffage s'écrit

$$W = \frac{\omega (e^x + e^{-x}) \left[ \pi r_p k_f B_{ze} G \hat{\xi} \right]^2}{8 \mu_0 (e^{2x} - 1)} \quad (101)$$

La puissance absorbée dépend d'une manière importante de la position de la surface résonnante.

De (95) on tire  $k_f \hat{\xi} = \text{const.}$  ce qui permet de dire que la puissance de chauffage est proportionnelle à  $k_f$ , à courant constant.

Il est intéressant d'examiner le rapport du terme d'inertie sur le terme d'amortissement:

$$\frac{\text{Re}(m\omega^2 \hat{\xi})}{\text{Re}(m\omega^2 \hat{\xi})} = \frac{\omega}{W} = \frac{m\omega^3}{2} \cdot \frac{\hat{\xi}}{W} = \frac{8\mu_0 M [3 - (3 + 2x + \frac{x^2}{2})e^{-x}]}{[\pi r_p k_f B_{ze}]^2 (1 + e^{-2x})} \cdot \frac{\omega^2}{G^2} \quad (102)$$

En introduisant les valeurs numériques, ce rapport est voisin de l'unité près de la résonance et montre que le kink est amorti quasi-critiquement. L'équation (101) donne l'énergie accumulée dans les ondes d'Alfvén. Cette énergie se thermalise par dissipation ohmique, visqueuse, et autres effets non-linéaires, telle que la conversion de mode. Au paragraphe suivant, nous calculons le temps de thermalisation sans tenir compte des effets non-linéaires qui réduisent le temps de thermalisation.

Les courbes de résonance, montrée sur la figure 13 sont calculées pour trois valeurs du paramètre de coupure:  $x = 1, 1.5$  et  $2$ , c'est-à-dire pour une coupure située à 13.5 %, 5.0 % et 1.83 % de la densité au centre ( $J_f = 10$  KA, 32 mTorr  $D_2$ ,  $\alpha = 74$  %).

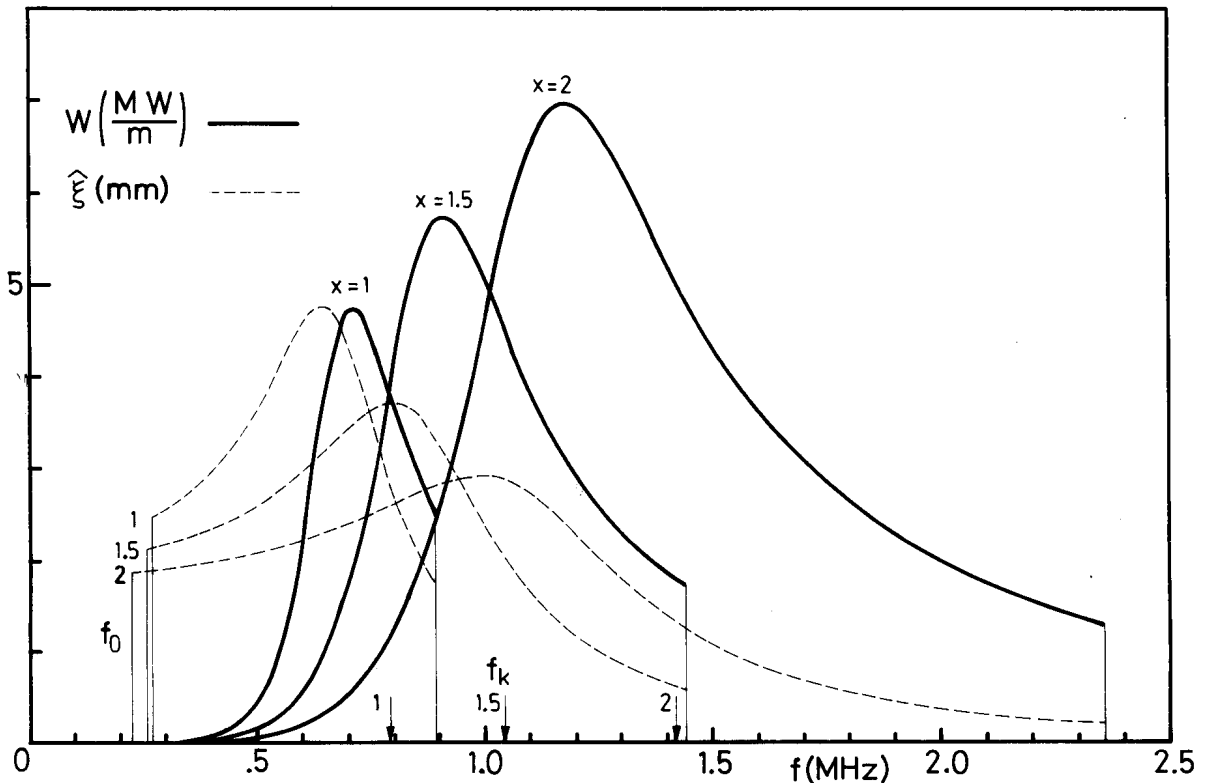


Fig. 13 : Courbes de résonance et déplacement radial au point de coupure, pour trois valeurs de coupure

### III.2.5 La thermalisation

La saturation de l'énergie cinétique et potentielle accumulée dans les ondes d'Alfvén intervient lorsque le niveau de dissipation dû à la résistivité et à la viscosité atteint la valeur de la puissance entrante (d'autres processus de conversion d'énergie ne sont pas considérés ici). Le chauffage commence ainsi après un temps propre d'accumulation que nous allons calculer.

Pour ce qui est de la dissipation ohmique, nous prenons la résistivité de Spitzer {78}:  $\eta = m_e / 0.743 n_e^2 \tau_e$ . La composante axiale  $j_z$  du courant est dominante au voisinage de la couche singulière. D'après la thèse de Gruber {23} formule (57, 6<sup>e</sup>), on trouve

$$\mu_0 j_z = -(1-\nu)k (3\xi_r' + r\xi_r'') B_z \approx -(1-\nu)kr \xi_r'' B_z \quad (103)$$

Soit la densité d'énergie thermalisée  $\epsilon_1$ ,

$$\frac{\partial \epsilon_1}{\partial t} = \eta j_z^2 \quad (104)$$

En introduisant la fréquence à l'endroit de la surface singulière avec (34), il vient

$$\frac{\partial \epsilon_1}{\partial t} \approx \frac{\eta S}{\mu_0} \left( \frac{\omega r \xi_r''}{1-\nu} \right)^2 \quad (105)$$

La dissipation visqueuse {78} est déterminée par

$$\frac{\partial \epsilon_2}{\partial t} \approx \mu_3 \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right)^2 \quad (106)$$

où  $\mu_3 = 0.513 nKT_i \tau_i (1 + \Omega_i^2 \tau_i^2)^{-1}$  est le coefficient de viscosité transverse et où  $\Omega_i \tau_i$  est le produit de la fréquence cyclotronique ionique et du temps de collision, on a  $\Omega_i^2 \tau_i^2 \approx 60 \gg 1$  sur notre expérience. L'incompressibilité du mouvement livre  $|v_\theta| = \omega r \xi_r'$ , ce qui permet d'écrire



$$\frac{\partial \mathcal{E}_2}{\partial t} \approx \mu_3 (\omega r \xi'')^2 \quad (107)$$

Les expressions (105) et (106) sont similaires. Leur somme peut être mise en corrélation avec deux coefficients de diffusion:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} \approx \left( \frac{D_1}{(1-\nu)^2} + D_2 \right) \mathcal{S} (\omega r \xi''_r)^2 \quad (108)$$

le coefficient de diffusion ohmique classique

$$D_1 = \frac{\eta}{\mu_0} \quad (109)$$

et le coefficient de diffusion visqueuse

$$D_2 = \frac{\mu_3}{\mathcal{S}} \quad (110)$$

D'après (45) et en prenant la valeur rms, on obtient:

$$\frac{\partial \langle \mathcal{E} \rangle}{\partial t} = \left( \frac{D_1}{(1-\nu)^2} + D_2 \right) \mathcal{S} \left[ \frac{\xi_0 G \omega^2}{2(1-\beta)\omega'_r} \right]^2 \cdot \left[ 1 - \cos \Delta \omega t + \frac{(\Delta \omega t)^2}{2} - \Delta \omega t \sin \Delta \omega t \right] \frac{1}{(r-r_0)^4} \quad (111)$$

Pour une surfacerésonnante étroite l'intégration sur le volume devient élémentaire et la dissipation par unité de longueur donne

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \frac{\pi^2}{6} \mathcal{S} \left( \frac{D_1}{(1-\nu)^2} + D_2 \right) r_1 \xi_0^2 \frac{G^2}{(1-\beta)^2} \omega^4 |\omega'_r| t^3 \quad (112)$$

Le temps d'accumulation est alors défini en égalant la puissance dissipée (112) avec l'énergie injectée (57), on obtient (en pensant à (43) et (44)):

$$(\omega t_a)^3 = \frac{3 \omega}{\frac{D_1}{(1-\nu)^2} + D_2} \left[ \frac{B'_z}{B_z} - \frac{\mathcal{S}'}{2\mathcal{S}} - \frac{\nu'}{1-\nu} \right]^{-2} \quad (113)$$

La profondeur de la couche résonnante est donnée par l'expression (51) au temps  $t = t_a$ .

$$\Delta r = 4\pi \left( \frac{D_1}{(1-\nu)^2 + D_2} \right)^{1/3} \left[ \frac{B_z'}{B_z} - \frac{g'}{2g} - \frac{\nu'}{1-\nu} \right]^{-1/3} \quad (114)$$

Les deux expressions précédentes sont semblables aux résultats cités par J. Kappraff, J.A. Tataronis et W. Grossmann {29}. Le quotient des coefficients de diffusion est (pour le Deuterium)

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{0.087}{\beta} \left( 1 + \frac{T_i}{T_e} \right) \left( \frac{T_i}{T_e} \right)^{1/2} \quad (115)$$

Dans le cas d'un tokamak bas-beta la thermalisation par dissipation ohmique domine d'un ordre de grandeur. Dans le cas d'un pinch, les deux processus de dissipation interviennent de manière égale.

Dans les conditions de notre expérience ( $\bar{\beta} = 0.25$ , 1 MHz,  $r \approx r_0 \approx 7 \cdot 10^{-3}$ ,  $T = 20-50$  eV) on trouve  $\omega t_a \approx 3.5$ , situant le temps de thermalisation à environ une demi-période. La largeur de la couche résonnante occupe alors une partie importante de la colonne de plasma.

### III.2.6 Un paradigme : le pendule multiple

Pour rendre plus parlant le phénomène de la résonance spatiale, réalisons une expérience simple.

L'absorption d'énergie dans un spectre continu a été relevé à plusieurs reprises [13,28]. Reprenons Tataronis: "Conservative, dynamical systems under the linear approximation have the property that they can display dissipative effects if there exists a sufficiently large number of degree of freedom. In simplest term, apparent dissipation arises when the system has a continuous spectrum".

On réalise un mécanisme permettant l'excitation d'un spectre continu, constitué d'un grand nombre  $N$  de pendules de longueurs différentes et de masse  $m$ . Le spectre est décrit par

$$\omega(z) = \sqrt{\frac{g}{\lambda(z)}} \quad (116)$$

où  $g$  est l'accélération gravifique. Un pendule moteur de masse  $M \gg Nm$ , dont la fréquence se situe au milieu du spectre continu est mis en mouvement. Le mouvement est transmis aux pendules constituant le spectre par l'intermédiaire d'une barre oscillant librement sous l'influence du gros pendule. L'expérience est conduite dans le domaine linéaire du pendule.

La barre transmet l'excitation de manière instantanée. Les différents pendules ne sont pas couplés entre eux. Le mouvement transversal des pendules est analogue au mouvement transversal des ondes d'Alfvén et est représenté par l'équation (49).

Les analogies avec les ondes d'Alfvén sont résumées dans le tableau 2 suivant :

Tableau 2

	Pendule multiple	Ondes d'Alfvén
1. Spectre	quasi-continu	continu
2. Excitation instantanée en chaque lieu réalisé par le mouvement	de la barre	incompressible du kink
3. Non-dispersivité	Absence de couplage entre les pendules $m_i$	propagation $\parallel B$ uniquement (oscillations libres des lignes de champ)
4. Mouvement	$\sim \xi_\theta$ selon eq. (49)	$\xi_\theta$ selon eq. (49)
5. Déphasage de part et d'autre de la couche résonnante	$\Pi$ observé (en présence de l'amortissement de l'air)	$\Pi$ calculé (en introduisant un amortissement)

le profil  $l(z)$  est parabolique de façon que la période  $T(z) = 2\pi \sqrt{\frac{l(z)}{g}}$  soit linéaire en  $z$  (le déphasage est proportionnel à la distance à la surface singulière ce qui permet d'avoir une fonction d'onde d'aspect symétrique; les longueurs ont été calculées de façon à montrer deux longueurs d'ondes  $\lambda_L$  de part et d'autre de la fréquence de résonance après  $t = 25$  sec; la longueur du pendule moteur est 1 m.

Les photos de la figure 14 montrent l'évolution de la fonction d'onde. Elles sont prises dans le plan vertical des pendules et de la barre, à la normale de  $l(z)$ . Les temps sont indiqués dans le tableau 3 suivant:

Tableau 3

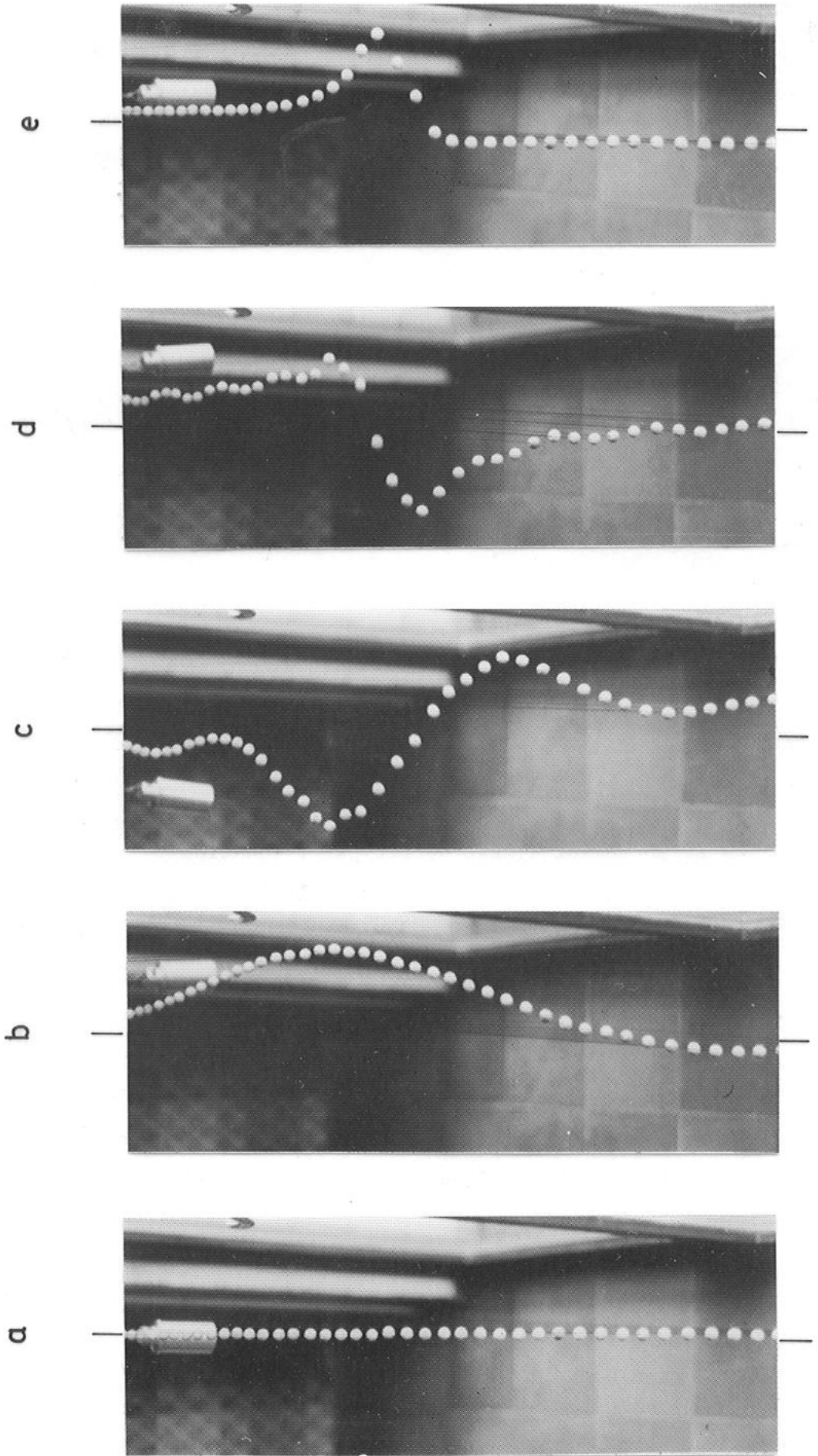
Fig.14	t(sec)	$\omega t/2\pi$
a	0	0
b	8.6	4 1/4
c	21.6	10 3/4
d	58.7	29 1/4
e	$\infty$	$\infty$

De façon à ralentir le déroulement du phénomène, la largeur du spectre est volontairement peu étendue: on a  $\Delta\omega/\bar{\omega} = \omega_a - \omega_o/\omega_a + \omega_o = 0.162$ . Le retard d'absorption indiqué dans III.2.2, c'est-à-dire le temps pour que l'énergie entre linéairement avec le temps, vaut ici 1.77 période.

Le mouvement  $\xi_o$  est décrit par l'équation (49). Il possède une enveloppe invariante dans le temps et de la forme  $\pm 1/\Delta\omega$ . Durant la construction de la résonance, les oscillations de longueur d'onde  $\lambda_{\perp}(t) \sim 1/t$  (pour un  $\Delta\omega$  fixe) gardent une amplitude constante. Ceci est montré dans la figure 15 montrant  $\xi_o$  pour  $\omega t = 2, 10, 20$ .

L'image obtenue avec le pendule multiple se départit de la description analytique précédente par la présence d'un terme d'amortissement proportionnel à la vitesse des boules et qui a pour effet d'amortir le mouvement à la fréquence  $\omega = \sqrt{g/l(z)}$ . Le mouvement se trouve alors lissé de part et d'autre de la surface résonnante. Le mouvement est déphasé de  $\pi/2$  depuis la surface résonnante jusqu'à une distance suffisante de celle-ci, déterminée dans une première phase par  $\Delta r$  (équation (52)) et ensuite par l'amortissement. On a ainsi un déphasage de  $\pi$  à

Figure 14: Evolution de la fonction d'onde du pendule multiple



travers la surface résonnante.

Pendant la construction de la résonance, on note la présence d'une onde de vecteur d'onde  $k_{\perp}(t) \sim t$  et de vitesse de phase  $\omega/k_{\perp} \sim t^{-1}$  dirigée du côté basse fréquence du spectre. Cette onde est bien visible sur la figure 15 et sur les premières photos de la figure 14. A cause du terme d'amortissement, l'ondulation spatiale disparaît de part et d'autre de la couche résonnante après un temps fini pour ne laisser place qu'à une fonction monotone.

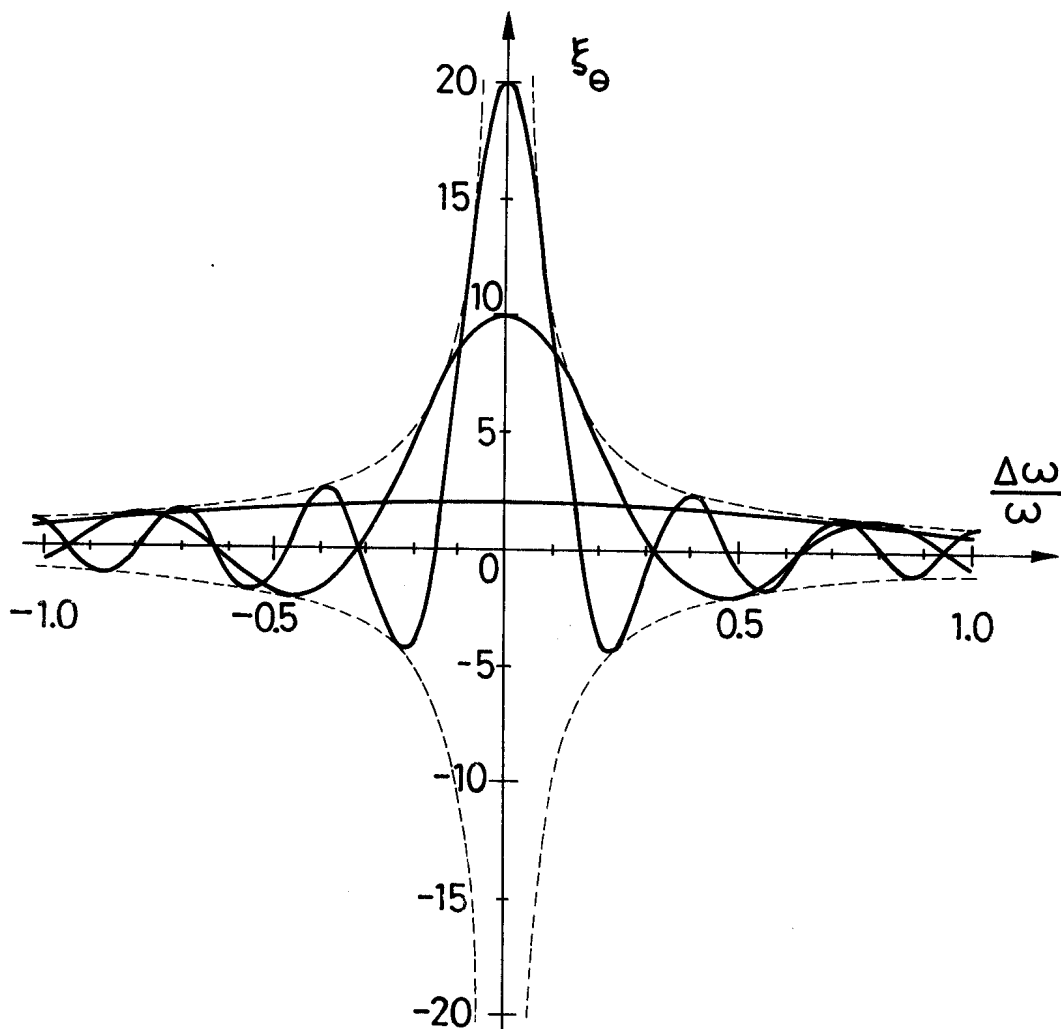


Fig. 15 : Fonction d'onde  $\xi_{\theta}(\Delta\omega/\omega)$  pour  $\omega t = 2, 10, 20$

## IV MESURES DE CHAUFFAGE

### IV.1. Dispositif expérimental

#### IV.1.1 La bobine

Le dispositif expérimental de base consiste en un theta pinch expliqué au chapitre II. Nous décrivons ici le circuit d'excitation. Il s'agit de produire un mouvement de la forme

$$\xi = \xi_0 \cos(\theta + k_f z) \sin \omega t \quad \text{où} \quad k_f = -2\pi/\lambda_f \quad (1)$$

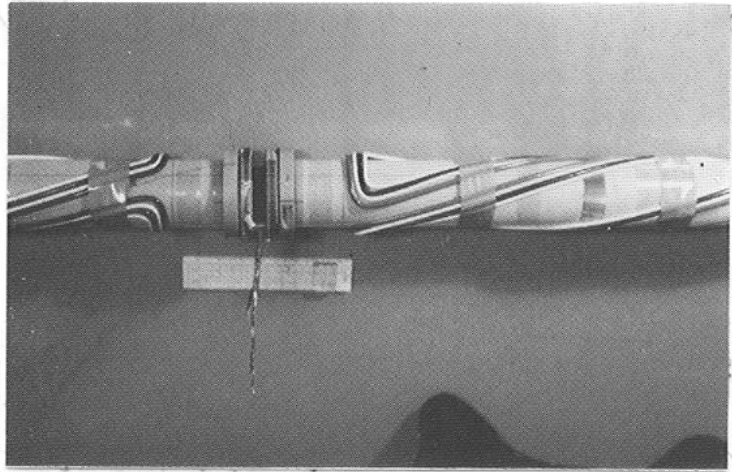
La bobine est constituée d'un hélicoïde gauche  $m = 1$  enroulé sur le tube de quartz avec un pas  $\lambda_f$ . L'hélicoïde est interrompu au centre pour permettre les diagnostics optiques et diamagnétiques, il est alimenté par les deux extrémités du tube de décharge. Deux longueurs d'onde d'excitation ont été choisies :

- 1)  $\lambda_f = -.57\text{m}$ . Cette bobine est constituée de 8 fils mis en parallèle et couvrant un secteur d'environ  $90^\circ$ .
- 2)  $\lambda_f = -.40\text{m}$ . Cette bobine est constituée de 2 bandes mises en parallèle blindées électrostatiquement en direction du plasma et couvrant un secteur de  $90^\circ$ . Voir figure 16 et tableau 4. Le champ d'une telle structure, ainsi que la force agissant sur le plasma ont été décrits en III.2.4. Pour le courant d'excitation typique  $J_f$  de 10 KA, le champ d'excitation vaut 0.1 T à la surface du plasma, selon l'équation III (85), ce qui donne une valeur caractéristique de 500 G du champ d'excitation dans le vide.



Fig. 16 : Bobines d'excitation

a)  $\lambda_f = -.57$  m



b)  $\lambda_f = -.40$  m

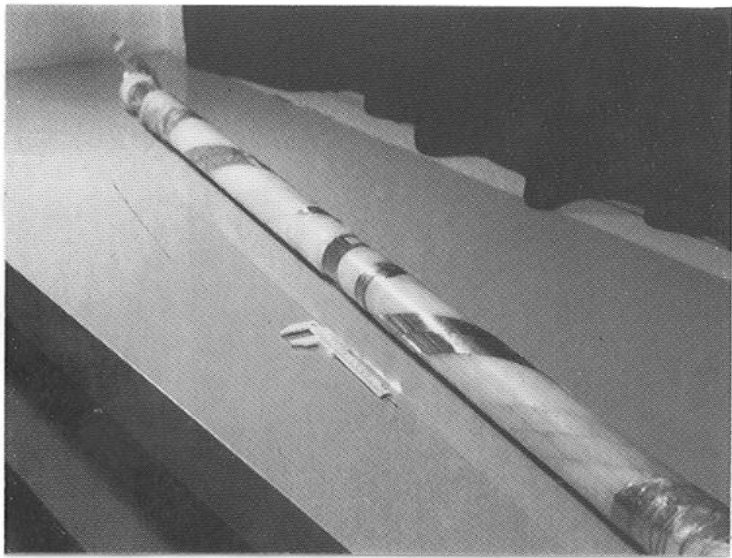
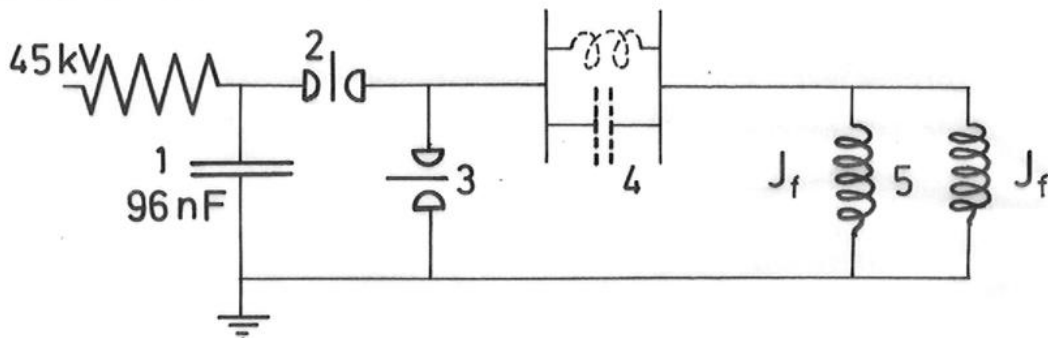


Fig. 17 : Schéma du circuit d'excitation



- 1. condensateur de charge
- 2. éclateur principal
- 3. éclateur shunt
- 4. self ou capacité série
- 5. les deux parties de la bobine d'excitation

Tableau 4 : Caractéristique des bobines d'excitation

longueur d'onde	$\lambda_f$ (m)	- .40	- .57
rayon moyen du conducteur	$r_f$ (mm)	31.2	30.6
longueur de la bobine (sans l'interruption au centre)	$l_f$ (m)	0.80	1.13
interruption au centre	(m)	0.20	0.165
blindage électrostatique		oui	non
secteur $\theta$ couvert par les conducteurs	(degrés)	$90^\circ$	$90^\circ$
pitch (angle du conducteur avec z)	(degrés)	$24.1^\circ$	$18.6^\circ$
	$k_f r_f$	0.490	0.337
Fréquence fondamentale	(MHZ)	1.13	0.88

#### IV.1.2 Le banc de condensateur

Le calcul montre que l'absorption d'énergie est en relation directe avec la force d'excitation, ce qui permet une excitation variable dans la gamme de fréquences désirées. On alimente la bobine par un condensateur à faible inductance, de capacité  $C = 96$  nF chargeable à 45 kV, ce qui fournit typiquement 100 Joules. La fréquence peut être diminuée ou augmentée en insérant dans le circuit des selfs ou capacités en série. La fréquence est aisément variable dans le domaine 0.5 - 1.5 MHz. Un éclateur shunt de faible inductance (18nH) est disposé dans le circuit de telle façon à permettre l'interruption du courant après le nombre désiré de périodes, réduisant le courant d'un facteur 15. Le schéma du circuit est montré sur la figure 17.

Le faible déclin du courant d'excitation permet cependant toujours une mise en mouvement suffisante du kink pendant la durée de l'expérience.

## IV.2 Diagnostiques

### IV.2.1. Puissance fournie au plasma par le circuit électrique

La puissance fournie au plasma par la bobine d'excitation est obtenue par la mesure du déclin du courant d'excitation. Il faut déduire la puissance ohmiquement perdue dans les conducteurs. De cette façon, la puissance injectée dans le tube de décharge est égale à la différence de puissance du circuit d'excitation, avec et sans plasma.

Le banc de condensateur est déchargé dans les deux moitiés de la bobine constituées d'une spire chacune. De cette façon, le courant vaut

$$J_f = \frac{1}{2} \omega C_{\text{eff}} U e^{-\frac{\omega t}{2Q_b}} \sin \omega t \quad [\text{Ampères-tours}] \quad (2)$$

$C_{\text{eff}}$  représente la capacité effective du circuit lors de la mise en série de capacités non-chargées, destinées à augmenter la fréquence angulaire d'excitation ;  $U$  est la tension de charge.

Le facteur de qualité d'un système oscillant est défini par

$$Q = \omega \frac{E}{P} \quad (3)$$

et indique le taux d'amortissement.  $E = \frac{1}{2}CU^2$  est l'énergie emmagasinée,  $P$  la perte moyenne d'énergie (ou puissance efficace).

Pour un système faiblement amorti ( $Q \gg 1$ ), on a

$$Q = \pi / \ln \left| \frac{(J_f)_{i-1}}{(J_f)_i} \right|$$

où les  $J_{fi}$  sont deux extréma successifs du courant. La mesure donne avec plasma le facteur de qualité  $Q_b$ , sans plasma le facteur de qualité  $Q_{sp}$ . On déduit alors la valeur  $Q_d$  relative à la dissipation dans le plasma :

$$P = P_{totale} - P_{conducteur} = E\omega \left( \frac{1}{Q_b} - \frac{1}{Q_{sp}} \right) \equiv \frac{E\omega}{Q_d} \quad (4)$$

La puissance momentanée délivrée au plasma par le circuit oscillant vaut

$$2 \frac{E\omega}{Q_d} e^{-\frac{\omega t}{Q_b}} \sin^2 \omega t$$

Le nombre de périodes étant grand par rapport à la durée du chauffage, on oublie le caractère oscillatoire. La puissance moyenne fournie au plasma est alors

$$P(t) = \frac{C_{eff} U^2 \omega}{2 Q_d} e^{-\frac{\omega t}{Q_b}} \quad (5)$$

L'expression (5) est la valeur fournie par les bobines. La chaleur se répartit cependant rapidement sur toute la longueur du plasma, par conduction thermique, de sorte que l'on définit les grandeurs spécifiques

$$E_s \equiv \frac{E}{l} \quad P_s \equiv \frac{P}{l}$$

où  $l$  est la longueur du plasma. Ces valeurs sont ensuite normalisées à la valeur de crête du courant  $J_f = 10$  KA, sachant que la puissance absorbée est proportionnelle à  $J_f^2$ , voir III (101), et que la valeur de crête décroît comme  $J_f = J_p \exp(-\omega t / 2Q_b)$ .

#### IV.2.2 Puissance diamagnétique

La manière d'obtenir la chaleur à partir du signal diamagnétique a été traitée en II.3.3.2. L'évolution de la chaleur du plasma est fortement influencée par la conduction thermique axiale vers les bouts. La présence d'un chauffage modifie la conduction dans le sens d'un accroissement de la fuite.

On se rend indépendant de la perte accrue de chaleur par conduction thermique en écrivant un flux de chaleur corrigé

$$\dot{Q}^* \equiv \dot{Q} \cdot g(t) \quad (6)$$

où  $g(t)$  représente l'accroissement de la fuite. La conduction thermique est proportionnelle à  $T^{5/2}$ , au gradient moyen de la température  $\partial T / \partial Z \approx T / \ell$  dans le cas quasi-stationnaire, et à la section du plasma offerte à la fuite de chaleur. La section dépend de la variation du champ de compression. On ne tient pas compte ici du rétrécissement de la section dû au passage de l'onde de raréfaction, ni à la conduction thermique radiale accrue. On sait que la conduction thermique ne dépend pas de la densité. L'accroissement de fuite  $g$  s'écrit alors

$$g = \left( \frac{r_{pch}}{r_p} \right)^2 \left( \frac{T_{ch}}{T} \right)^{7/2} = \left( \frac{\phi_{ch} + \phi_i}{\phi + \phi_i} \right) \left( \frac{T_{ch}}{T} \right)^{7/2} \quad (7)$$

où  $T_{ch}$  est la température correspondant à la chaleur entrée et thermalisée. La chaleur corrigée vaut alors

$$Q^* = \int_{t_1}^{t_2} \dot{Q}^* g(t) dt \quad (8)$$

La constante d'intégration est déterminée par  $Q^* = Q$  avant l'enclenchement du chauffage.

La chaleur absorbée provenant du chauffage additionnel, corrigée des effets de bouts peut maintenant être trouvée et vaut

$$\Delta Q = Q_{ch} - Q^* \quad (9)$$

Il s'agit bien d'une chaleur spécifique exprimée en Joules/m.

En fait, une seconde correction intervient encore : la chaleur réellement contenue dans le plasma est plus petite que la chaleur donnée par la mesure dans le plan médian. En effet, la température  $T(z)$  adopte rapidement le profil quasi-stationnaire de l'équation de diffusion de la chaleur, de telle sorte que la chaleur réellement contenue dans le plasma est plus petite d'un facteur 0.851.

La puissance par mètre  $W_s$  est obtenue par dérivation des valeurs numériques (9) :

$$W_s \equiv \dot{\Delta Q} \cdot 0.851 \quad (10)$$

La puissance  $W_s$  est ensuite normalisée à un courant d'excitation  $J_f = 10$  KA. On comparera en premier lieu les puissances par mètre  $P_s$  et  $W_s$  pour connaître le couplage de puissance. En second lieu, on comparera les valeurs expérimentales de puissance par mètre avec les valeurs résultant du calcul analytique.

La puissance d'Alfvén théorique par unité de longueur  $W$ , calculée au chapitre III, est à multiplier par  $l_f$  pour trouver la puissance théorique totale. De plus, la chaleur se répartit sur toute la longueur  $l$  du plasma. La puissance théorique moyenne  $\bar{W}$  que l'on veut comparer avec les mesures ( $P_s$  et  $W_s$ ) est donc égale à la puissance théorique par mètre, multipliée par  $l_f/l$ . On comparera  $P_s$  et  $W_s$  avec

$$\bar{W} = W \cdot \frac{l_f}{l} \quad (11)$$

### IV.3 Résultats des mesures d'absorption

---

#### IV.3.1 Conditions de mesures

Commençons par le tableau 5 résumant les différentes conditions de mesures. Pour chacune des trois colonnes on a mesuré la puissance fournie par le circuit d'excitation et la puissance mesurée par la sonde diamagnétique.

L'enclenchement du chauffage a lieu  $1.6\mu\text{s}$  après l'enclenchement du banc principal. Ce temps est choisi de façon que les bumps  $m = 0$  d'implosion soient complètement amortis. Ce temps est aisément déduit du signal diamagnétique. L'évolution du champ principal est donnée sur la figure 23c.

L'intensité du courant est choisie de telle façon à produire un déplacement  $\xi(u_p)$  du plasma de l'ordre de 2 à 3 mm, ce qui correspond au centre à  $\xi_0 \approx 1.6$  à 2.3 mm, tout en restant attentif à ne pas produire un déplacement trop important conduisant à une destruction du confinement. L'intensité initiale  $J_{f0}$  du courant est indiquée sur la figure 18 pour les différentes conditions de mesures.

### IV.3.2 Streak Camera

#### IV.3.2.1 Excitation continue

Les photos stéréoscopiques donnent l'évolution générale de la décharge. Elles montrent que le mouvement du plasma n'a lieu que dans le degré de liberté excité : voir figure 19a, pour autant que l'amplitude du mouvement ne soit pas trop forte.

Les photographies de la figure 19 font partie de la série de mesure à longueur d'onde courte  $\lambda_f = .40 \text{ m}$ , 32 mTorrD<sub>2</sub>, pour des fréquences situées au-dessous et au-dessus de la fréquence de résonance trouvée à 1.25 MHz. Le courant est toujours choisi de façon à ne pas détruire le plasma durant la période d'observation intéressante, c'est-à-dire avant l'arrivée de l'onde de raréfaction.

On distingue sur des photos légèrement surexposées et aux basses pressions de remplissage (16-23.5 mTorrD<sub>2</sub>) le halo décrit par J. Freund {95}, situé au rayon  $r_h \cong 2r_p$ . Ce halo est en avance de phase d'environ  $\pi/2$  sur le plasma formant la colonne centrale (voir Fig. 20).

#### IV.3.2.2 Excitation interrompue

Des mesures sont réalisées avec une excitation de durée courte pour étudier l'évolution du kink après l'arrêt de l'excitation. La photo streak de la figure 21a est réalisée à  $\lambda_f = .57 \text{ m}$ , 16 mTorrD<sub>2</sub>. La figure 21b montre le courant d'excitation interrompu et le signal diamagnétique. Après l'arrêt de l'excitation, le kink a un mouvement très proche de l'amortissement critique, signifiant une absorption intense de l'énergie du kink. Cela indique bien que le facteur de qualité de l'oscillation du kink abandonné à lui-même est de l'ordre de l'unité, conformément à III (102).



Tableau 5 : Conditions de mesure de chauffage

$\lambda_f$ longueur d'onde (m)	$\lambda_f = -.40$		$\lambda_f = -.57$
$l_f$ longueur de la bobine (m)	$l_f = 0.80$		$l_f = 1.13$
$p_r$ pression de remplissage (mTorr D <sub>2</sub> )	32	23.5	16
$\alpha$ taux de collection	$.735 \pm 10\%$	$.740 \pm 11\%$	$.745 \pm 13\%$
$N_i$ densité linéaire d'ions collectés (m <sup>-1</sup> )	$3.33 \cdot 10^{18}$	$2.46 \cdot 10^{18}$	$1.69 \cdot 10^{18}$
$r_p$ rayon du plasma au champ max. (mm)	7.60	7.26	6.85
$\phi_i$ flux interne (Vs)	$2.57 \cdot 10^{-4}$	$2.32 \cdot 10^{-4}$	$2.08 \cdot 10^{-4}$
KT température moyenne de pointe (eV) (sans chauffage)	$40 \pm 2$	$50 \pm 2$	$66 \pm 2$

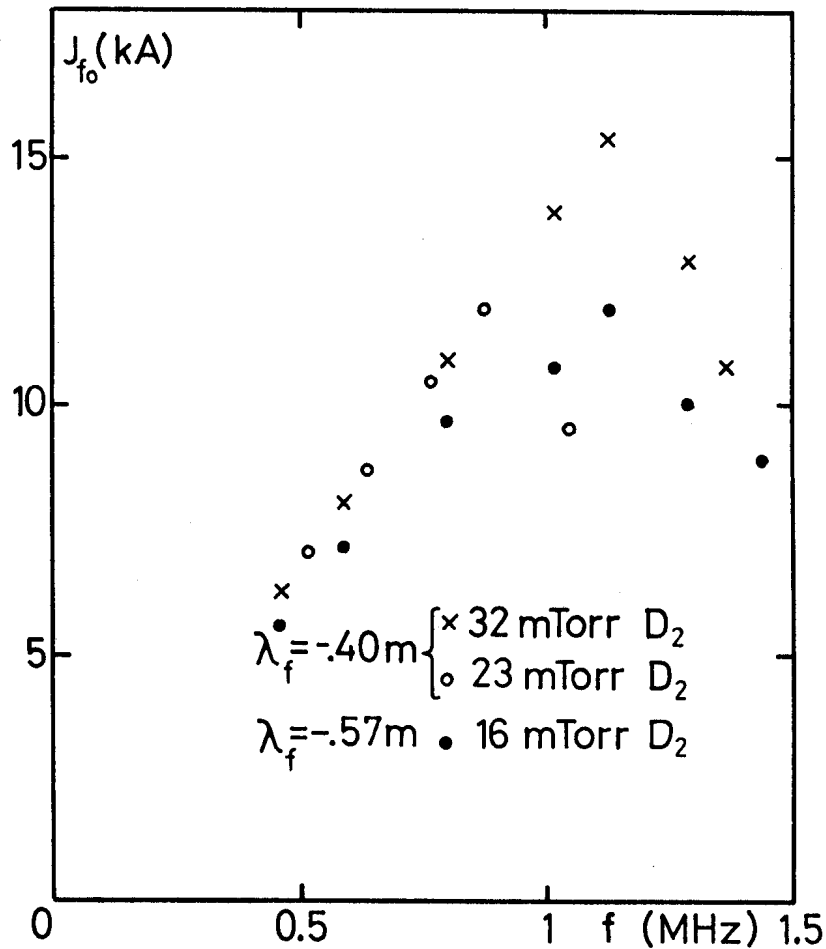


Figure 18: Courant initial de crête

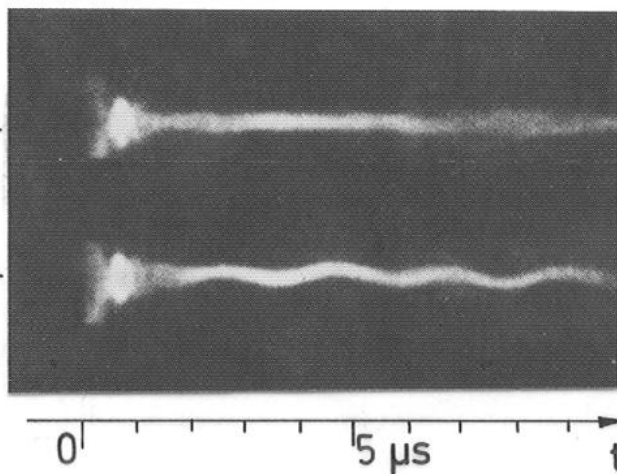
Fig. 19 : Excitation continue

32 mTorr D<sub>2</sub>

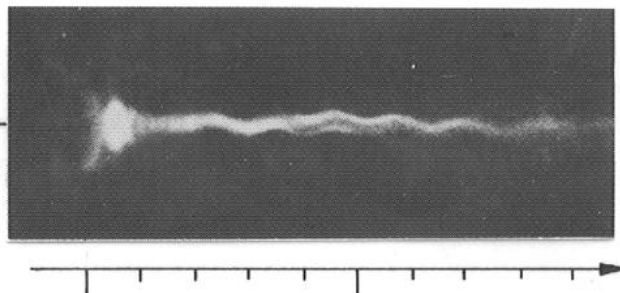
$\lambda_f = -0.40$  m

a) 0.46 MHz

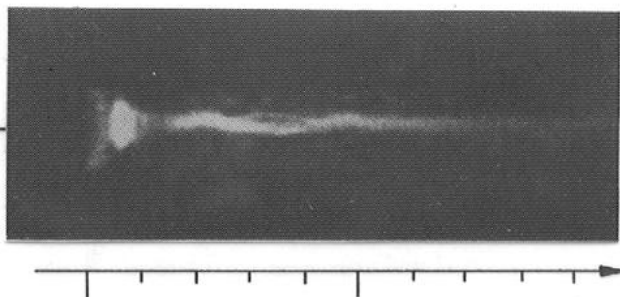
26  
-26  
26  
-26  
mm



b) 0,80 MHz



c) 1.13 MHz



d) 1.37 MHz

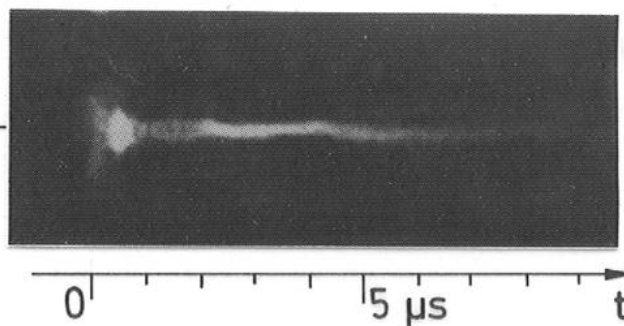


Fig. 20 : Le halo  
 $\lambda_f = -.57 \text{ m}$   
20 m Torr  $D_2$   
0.49 MHz  
(2 périodes  
d'excitation)

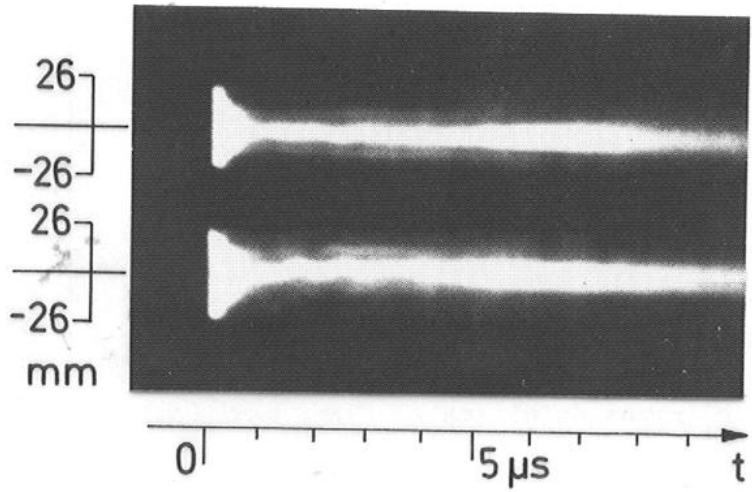
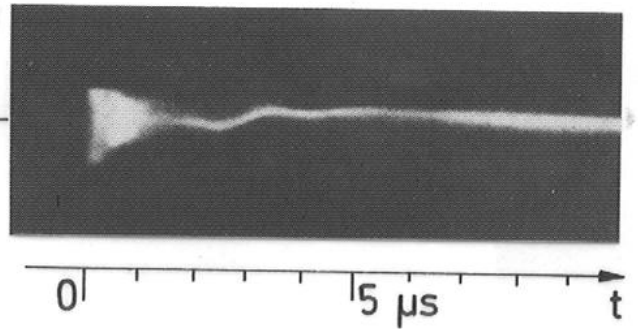


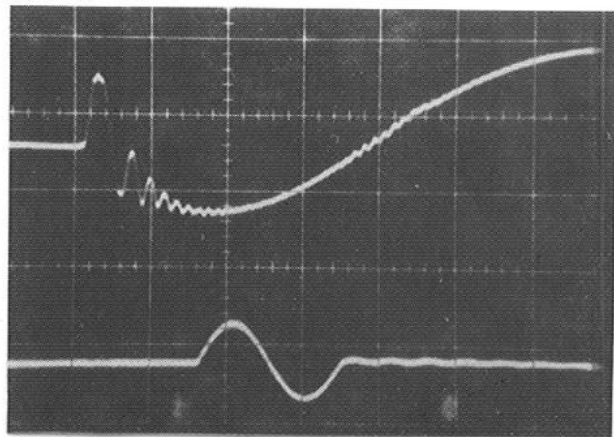
Fig. 21 : Excitation interrompue

$\lambda_f = -.57 \text{ m}$   
16 m Torr  $D_2$   
0.52 MHz

a) photographie streak



b) haut : signal diamagnétique  
(0.5 V/cm)  
bas : courant d'excitation  
temps : 1 μs/cm



Ces mesures sont à regarder qualitativement, vu l'arrivée de l'onde de raréfaction peu après l'arrêt de l'excitation. D'autres expériences ont montré un amortissement semblable, bien qu'un peu plus faible {14, 15, 17, 18}.

#### IV.3.3 Sonde diamagnétique

La manière de calculer le beta, la température, les énergies internes, la chaleur, le travail à partir du signal diamagnétique sont exposés en II.3.2. Les valeurs de beta moyen  $\bar{\beta}$ , de la température moyenne KT, de la chaleur Q sont comparés avec et sans chauffage. Rappelons que les calculs thermodynamiques ( $\gamma=5/3$ ) permettant de calculer KT et Q admettent la thermalisation instantanée de la chaleur injectée dans le plasma par le champ de compression et par l'excitation  $m=1$ . On a vu en III.2.5 que le temps de thermalisation est de l'ordre de la demi-période.

Le signal diamagnétique avec et sans chauffage ne montrant sur la trace d'oscilloscope qu'une différence de l'ordre du millimètre, tous les résultats donnés ici résultent systématiquement d'une moyenne sur 3 tirs avec chauffage.

La figure 22 montre l'évolution de  $\bar{\beta}$  dans les 3 conditions standards d'expérience. Le  $\bar{\beta}$  décroît naturellement dans le temps, principalement en raison des fuites d'énergie par les bouts. Le  $\bar{\beta}$  peut être maintenu constant, voire même être accru lorsque la fréquence est proche de la fréquence d'absorption maximum, comme c'est le cas dans la figure 22a, (32 mTorrD<sub>2</sub>, 1.13 MHz).

La figure 23a, b, c montre l'augmentation de température due au chauffage. L'augmentation de température atteint une quinzaine d'eV à proximité de la résonance. L'arrivée de l'onde de raréfaction est visible

surtout aux basses pressions de remplissage par une augmentation soudaine de la courbure de  $KT(t)$ . La valeur de l'énergie thermique du gaz est  $U_g = \frac{3}{2} NKT$  en Joules/m, où  $N = N_i + N_e$  ( $m^{-1}$ ).

Les figures 24a, b, c, d concernent l'évolution de la chaleur. Dans la partie supérieure du graphique on trouve la chaleur sans chauffage  $Q$ , la chaleur avec chauffage  $Q_{ch}$ . La chaleur délivrée par le chauffage n'est pas  $Q_{ch} - Q$ , mais la chaleur corrigée  $\Delta Q = Q_{ch} - Q^*$  (voir IV.2.2). Toutes les valeurs sont données en Joules/m. La chaleur  $Q$  résulte d'une intégration. La constante d'intégration se détermine avec  $Q(t_{\hat{B}}) = U_g = \frac{3}{2} NKT$ . La constante de la chaleur avec chauffage  $Q_{ch}$  est  $z_0$  déterminée en sachant que  $Q$  et  $Q_{ch}$  sont confondus avant le chauffage.

Le travail de compression  $A$  est de quelques 200 J/m au moment de la compression maximum. Le chauffage additionnel rend le plasma moins compressible. La différence de travail  $A = A_{ch} - A$  est donc négative.

Les valeurs expérimentales précédentes proviennent de la mesure du flux exclu, mesuré par la sonde diamagnétique à l'endroit du plan médian. Le résultat est donc la moyenne de l'énergie fournie par les bobines sur toute la longueur du plasma.

L'évolution de la chaleur absorbée  $Q$  montre trois temps différents. Avant l'arrivée de l'onde de raréfaction (trait plein),  $\Delta Q$  évolue parallèlement à l'énergie introduite par le circuit d'excitation dans le plasma et montre typiquement l'allure asymptotique exponentielle (intégrale de la puissance (5)).

Les oscillations à la fréquence  $2\omega$  dues à l'entrée pulsée de l'énergie ne sont pas perçues. Malgré le blindage de la sonde diamagnétique, il reste un pick-up électrostatique de fréquence  $\omega$  en provenance de la bo-

bine d'excitation qui est compensé partiellement par une tension prise sur le banc d'excitation (voir II.3.2.1). Ce signal est plus grand que le signal à  $2\omega$ . On enlève le pick-up restant par un lissage lors de l'exploitation.

Durant la première demi-période de chauffage, la courbe  $Q$  montre un phénomène transitoire de retard d'absorption dû principalement à la largeur finie du spectre d'Alfvén. Ce phénomène sera analysé au paragraphe IV.5.3 suivant. A titre comparatif, la durée d'une demi-période mesurée depuis l'enclenchement de l'excitation en  $t = 1.61\mu\text{s}$  est indiquée par  $T/2$ .

L'arrivée de l'onde de raréfaction est particulièrement marquée sur les courbes  $Q^*$  et  $\Delta Q$  par la présence d'un coude accusé. Le temps  $\tau_{\text{rar}}$  mis par l'onde pour arriver dans le plan médian où est située la sonde diamagnétique est montré sur la figure 8, en II.3.3.3. Après le coude sur  $\Delta Q$ , les valeurs  $\Delta Q$  n'ont plus de signification, le rétrécissement de la section du plasma au passage de l'onde de raréfaction de même que d'autres modifications importantes du plasma n'étant pas pris en compte dans le modèle de correction de la chaleur absorbée. En outre, notre théorie thermodynamique est seulement valable pour masse constante.

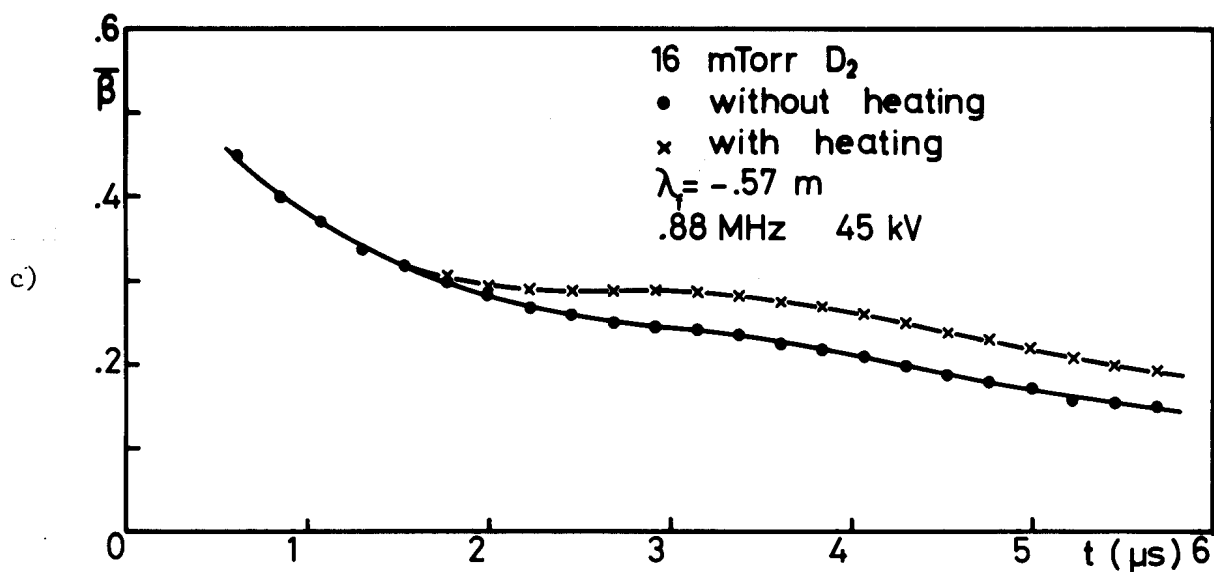
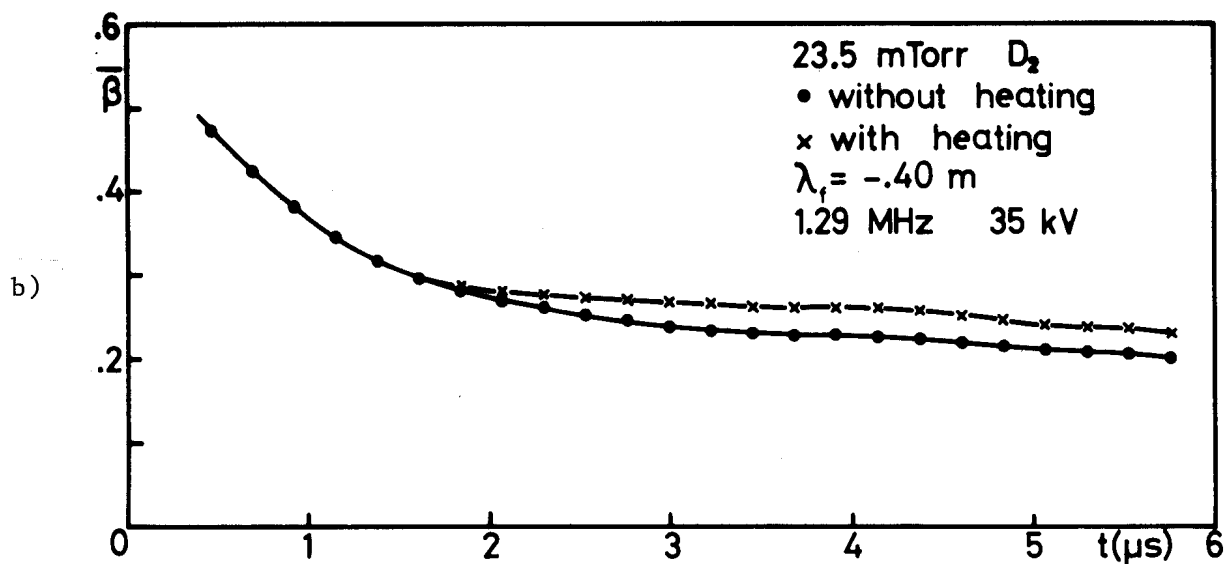
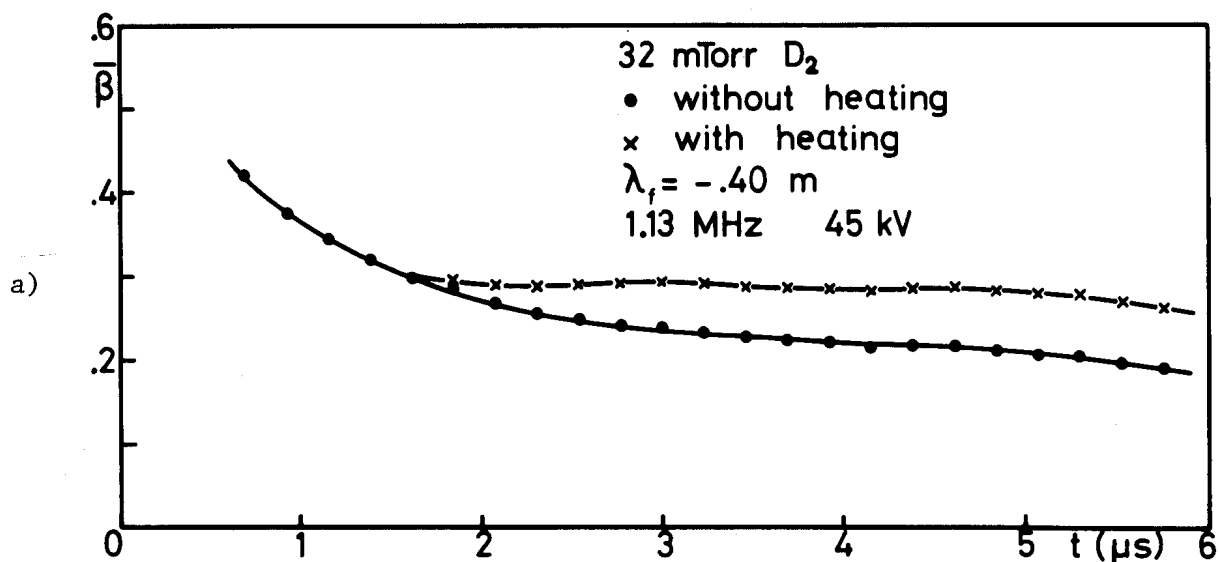


Fig. 22 : Evolution du beta moyen

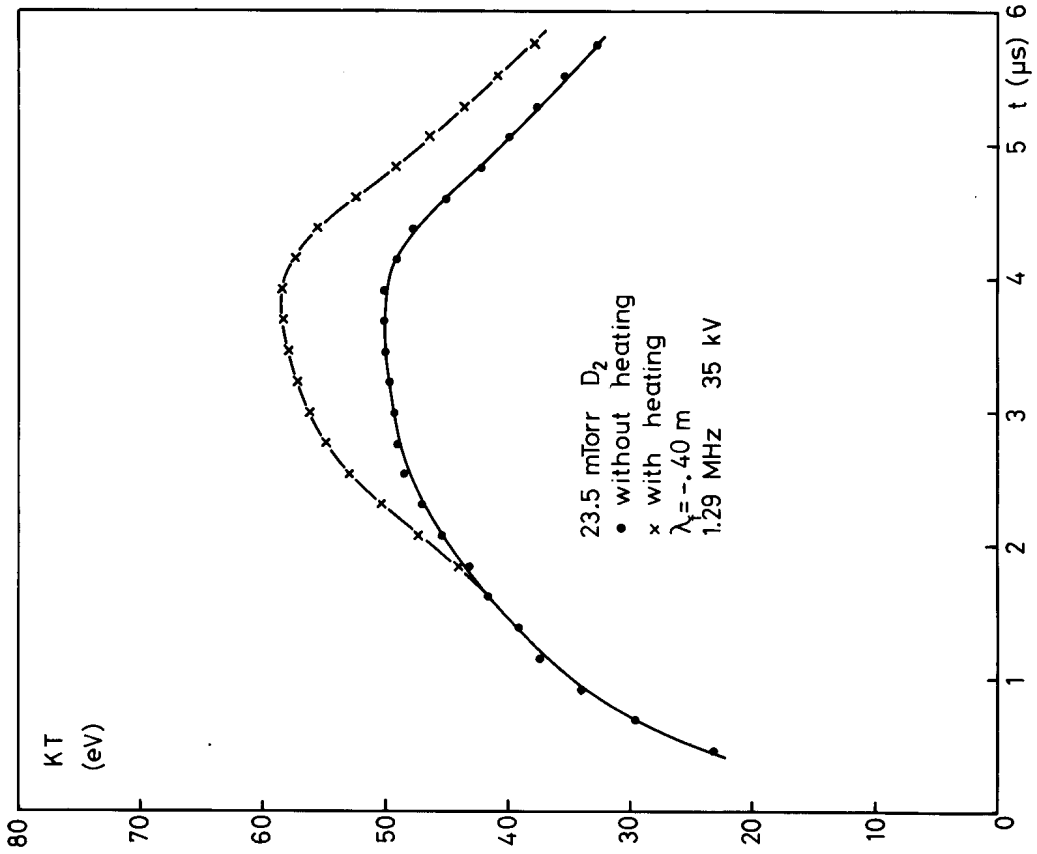


Fig. 23 b

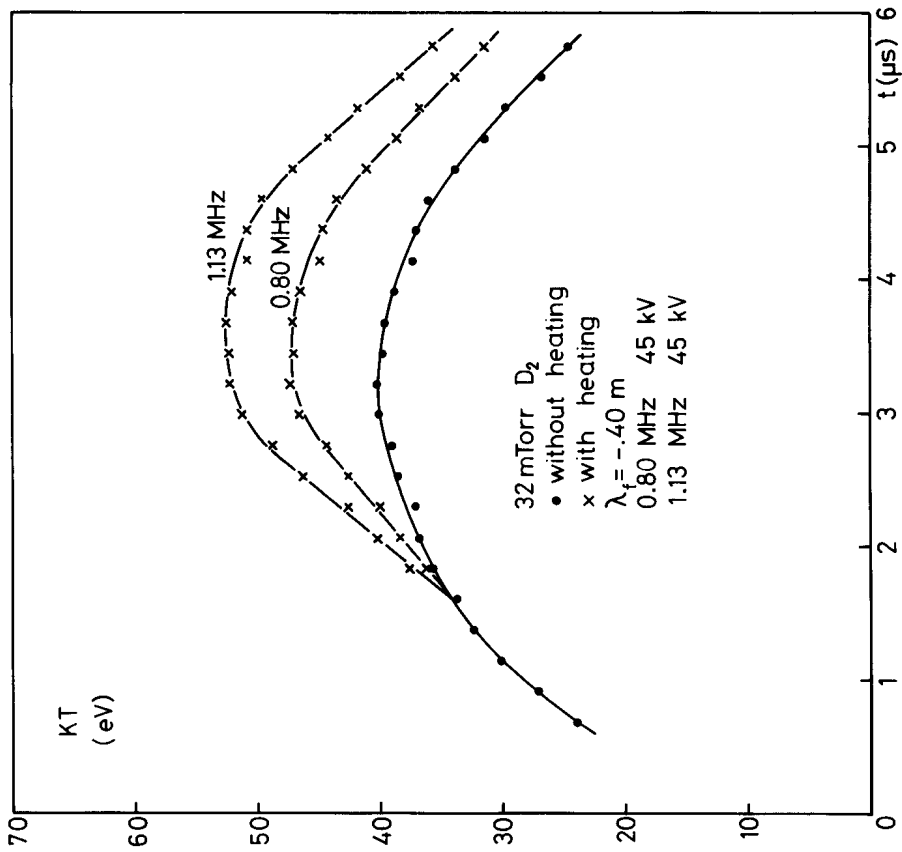


Fig. 23 a : Evolution de la température moyenne dans le plan médian



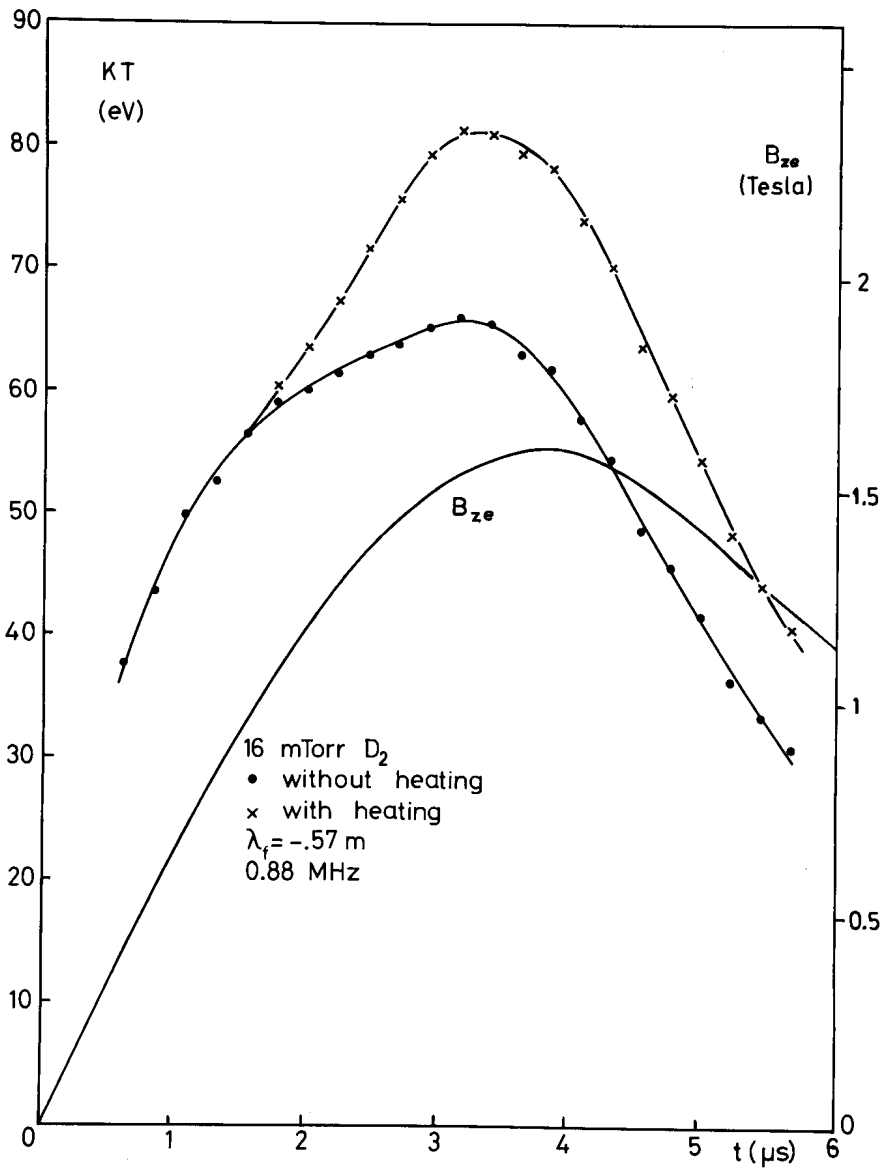


Fig. 23 c : Evolution de la température moyenne dans le plan médian.  
Evolution du champ principal.

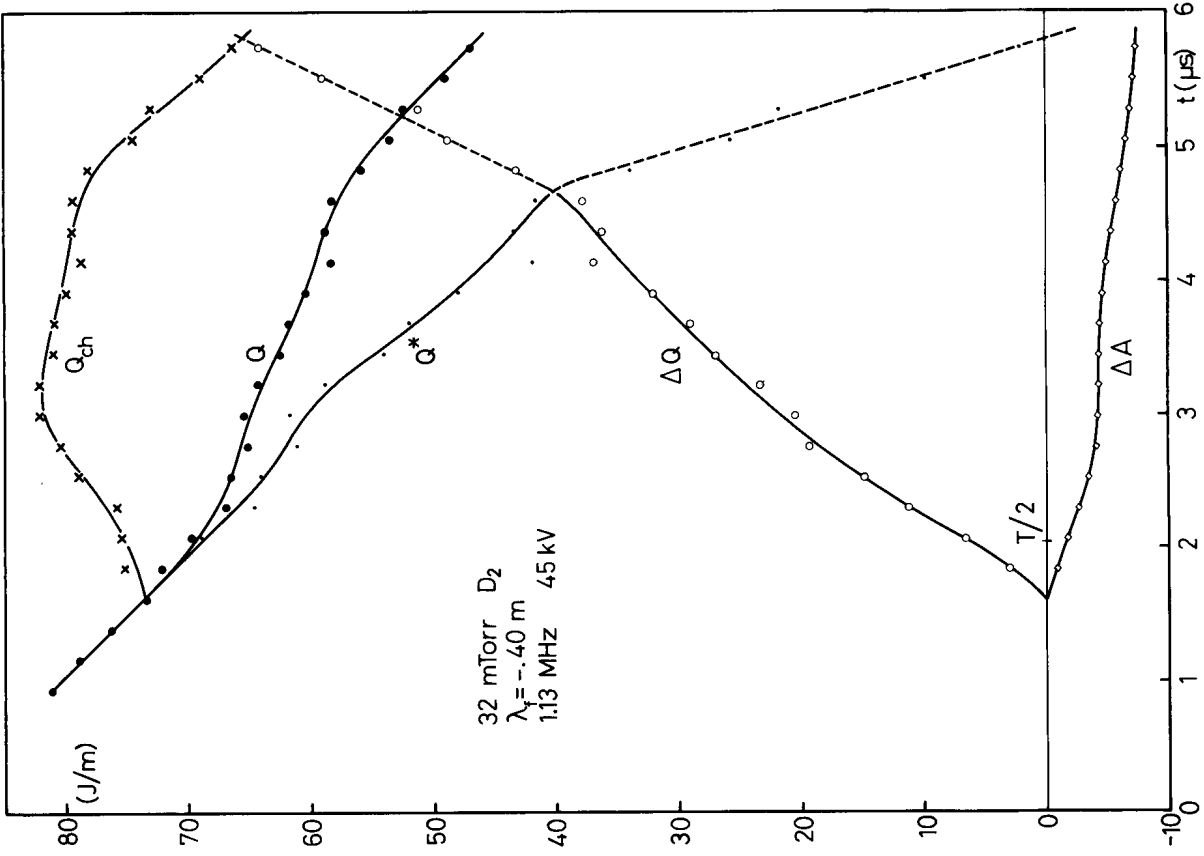


Fig. 24 a

Evolution de la chaleur et du travail

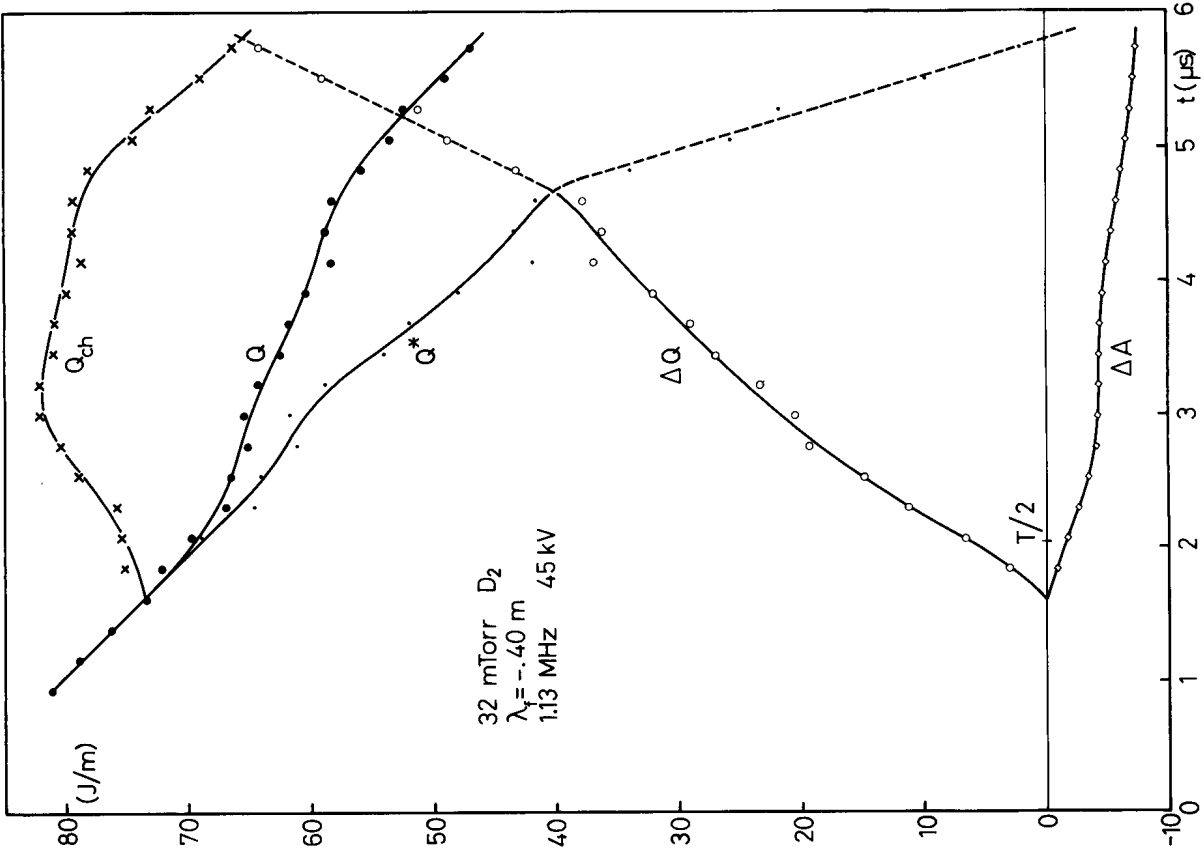


Fig. 24 b

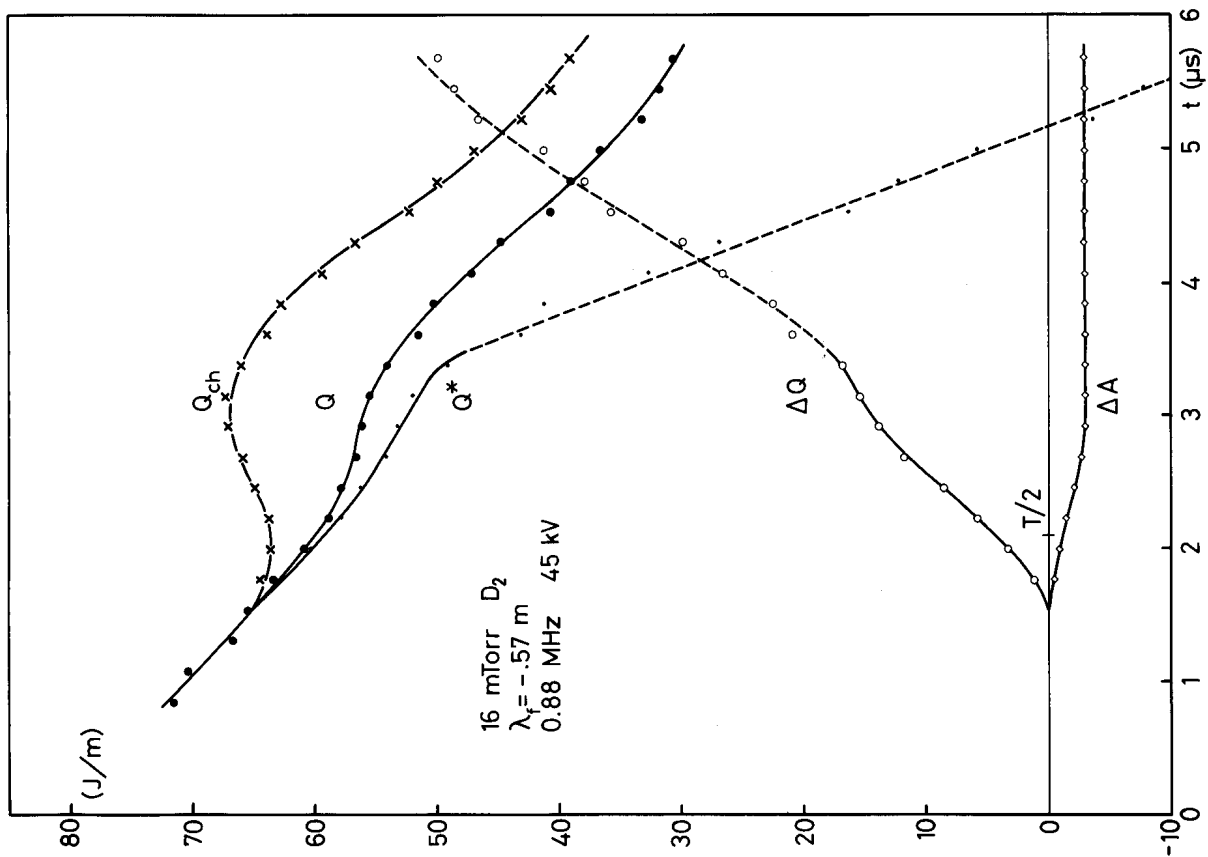


Fig. 24 d

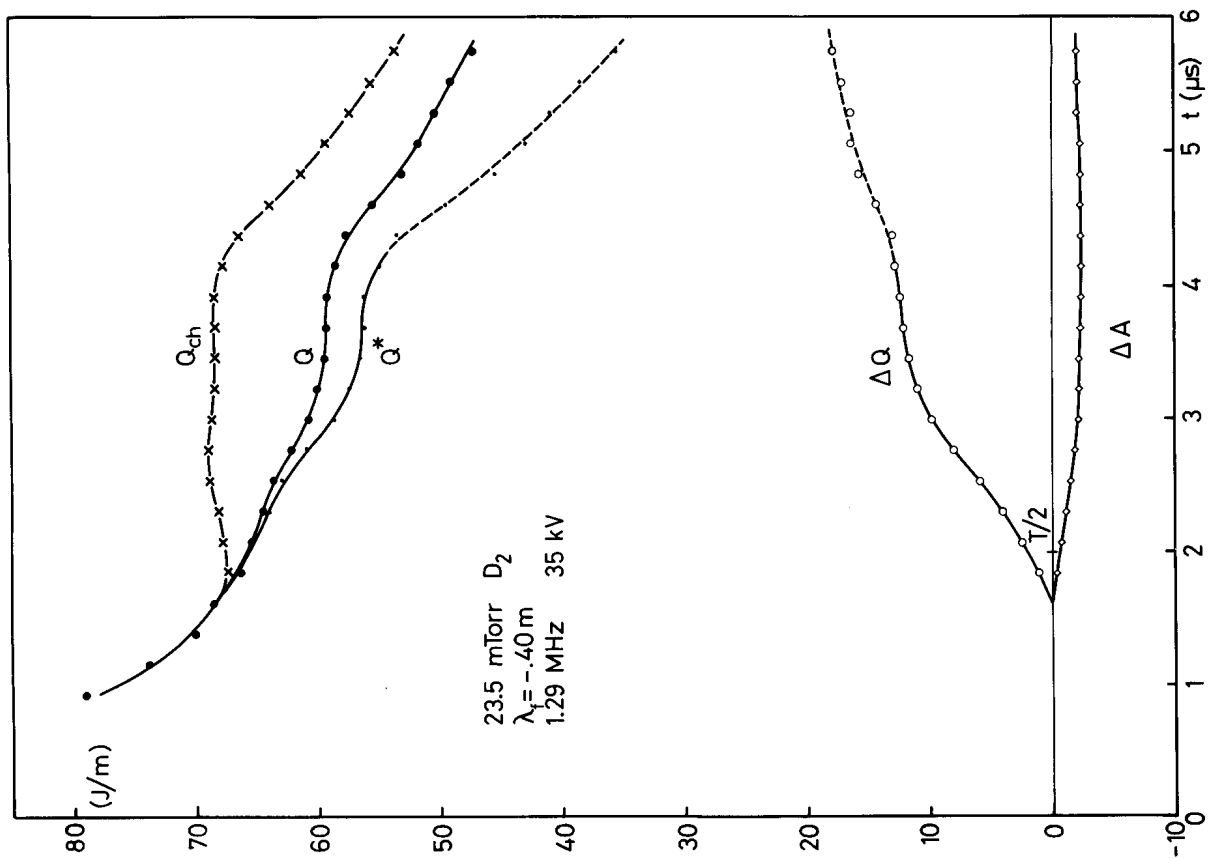


Fig. 24 c

Evolution de la chaleur et du travail

#### IV.4 La courbe de résonance

Il s'agit d'obtenir une courbe de puissance en fonction de la fréquence d'excitation pour un courant d'excitation constant, choisi à  $J_{f_0} = 16 \text{ KA} \cdot \text{tours}$  (la gamme de courants expérimentaux  $J_{f_0}$  se situe entre 5 et 16 KA·tours, voir fig. 18).

Les puissances injectée  $P_s(\omega)$  et absorbée  $W_s(\omega)$  par unité de longueur sont proportionnelles à  $J_f^2$ . Le facteur de normalisation au courant vaut donc  $(10\text{KA}/J_f(t))^2$  où  $J_f(t) = J_{f_0} \exp(-\omega t/2Q_b)$  avec  $J_f = \omega C_{\text{eff}} U/2$ . Le facteur  $\frac{1}{2}$  provient de la mise en parallèle des deux bobines d'excitation.

La puissance injectée par mètre  $P_s$  est obtenue directement avec (5). La puissance diamagnétique par mètre  $W_s$  est obtenue par dérivation des valeurs expérimentales  $0.851 \cdot Q$  et montre une dispersion numérique importante.  $W_s$  résulte de la moyenne sur trois temps compris entre 1 et  $2\mu\text{s}$  après l'enclenchement du chauffage. Les puissances sont obtenues après moyenne sur trois tirs.

Les mesures d'absorption sont réalisées en fonction de la fréquence. On trouve les courbes de résonances : fig. 25a, b, c. La comparaison des courbes de puissance injectée par mètre  $P_s(\omega)$  et absorbée par mètre  $W_s(\omega)$  révèle un comportement homothétique. Sur chaque courbe on a indiqué la fréquence de cut-off  $f_0$  calculée à partir de la densité et du champ magnétique en  $r = 0$ .

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{B_{ze}}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}} \sqrt{1 - \beta_0} \quad (12)$$

où  $\beta_0$  est donné par la formule  $2(1 - \sqrt{1 - \beta}) = 1 - \sqrt{1 - \beta_0}$  valable dans le cas d'un profil de densité gaussien [48]. On a aussi indiqué la fréquence du kink  $f_k$  correspondant au point de coupure  $x = a^2/r_0^2$  le plus vrai-

semblable. Les courbes ont l'allure prédite par la théorie (voir III.2.4) et par les calculs théoriques antérieurs de J. Tataronis {28}.

Les mesures à  $\lambda_f = -0.57$  m (bobine non-blindée) donnent  $W_s < P_s$  avec un couplage de puissance inférieur à l'unité (fig. 25c). Avec les mesures à courte longueur d'onde  $\lambda_f = -0.40$  m (bobine avec blindage électrostatique, fig. 25a et b) on trouve  $W_s > P_s$ . Ceci étant impossible, il faut conclure à une erreur systématique dans le dépouillement des mesures conduisant à une surévaluation de la puissance absorbée par mètre.

A même longueur d'onde d'excitation ( $\lambda_f = -0.40$ m) et pour des pressions de remplissage différentes, le maximum d'absorption se déplace selon  $(p_r)^{-1/2}$  conformément à  $\omega_A \sim 1 / \sqrt{M}$ . Cette vérification essentielle confirme que c'est bien la vitesse d'Alfvén qui contrôle l'absorption résonnante.

La comparaison de la puissance absorbée avec les grandeurs calculées n'est pas encore possible et nécessite la connaissance du point de coupure, puisque sa position influe fortement sur les courbes de résonance.

L'erreur systématique sur la puissance injectée  $P_s$  est de 24%, les contributions principales provenant de la mesure du déclin du courant et de la mesure de la tension. L'erreur montrée dans la figure 25 montre la dispersion numérique sur trois tirs. La normalisation à 10 KA amplifie l'erreur pour des faibles courants d'excitation. L'erreur montrée pour la puissance diamagnétique ne représente que la dispersion numérique provenant de trois tirs combinée avec la dispersion numérique provenant de la dérivation de  $\Delta Q(t)$ .

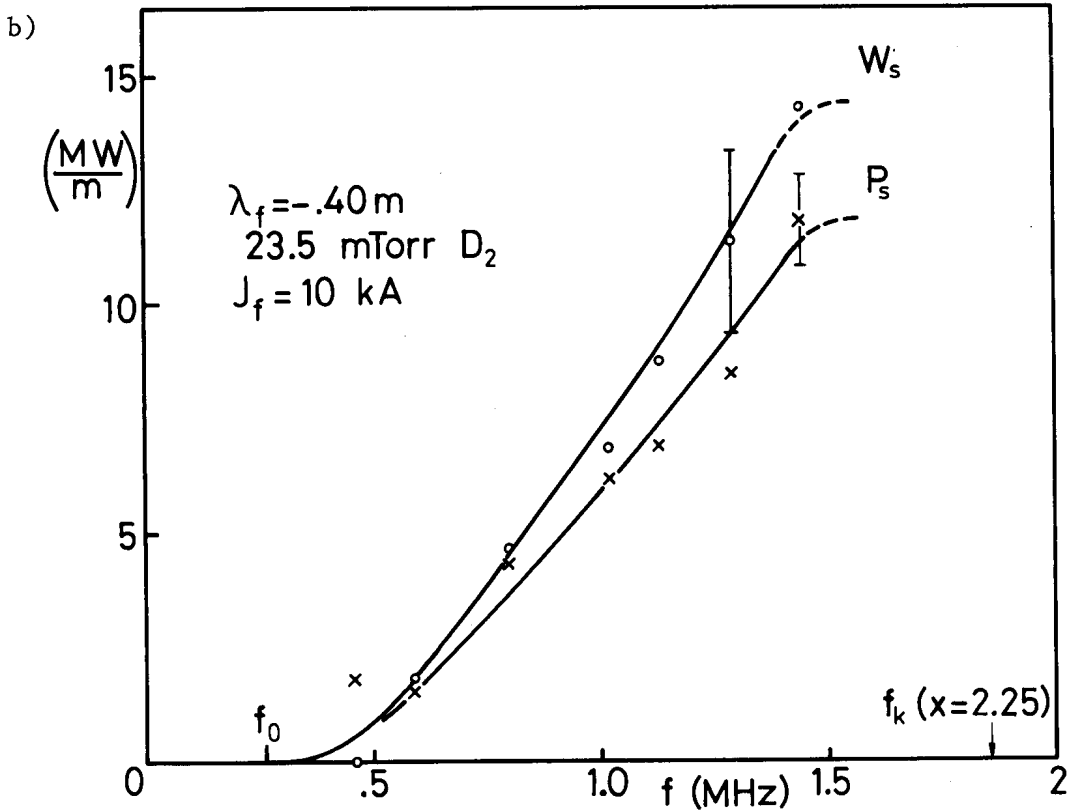
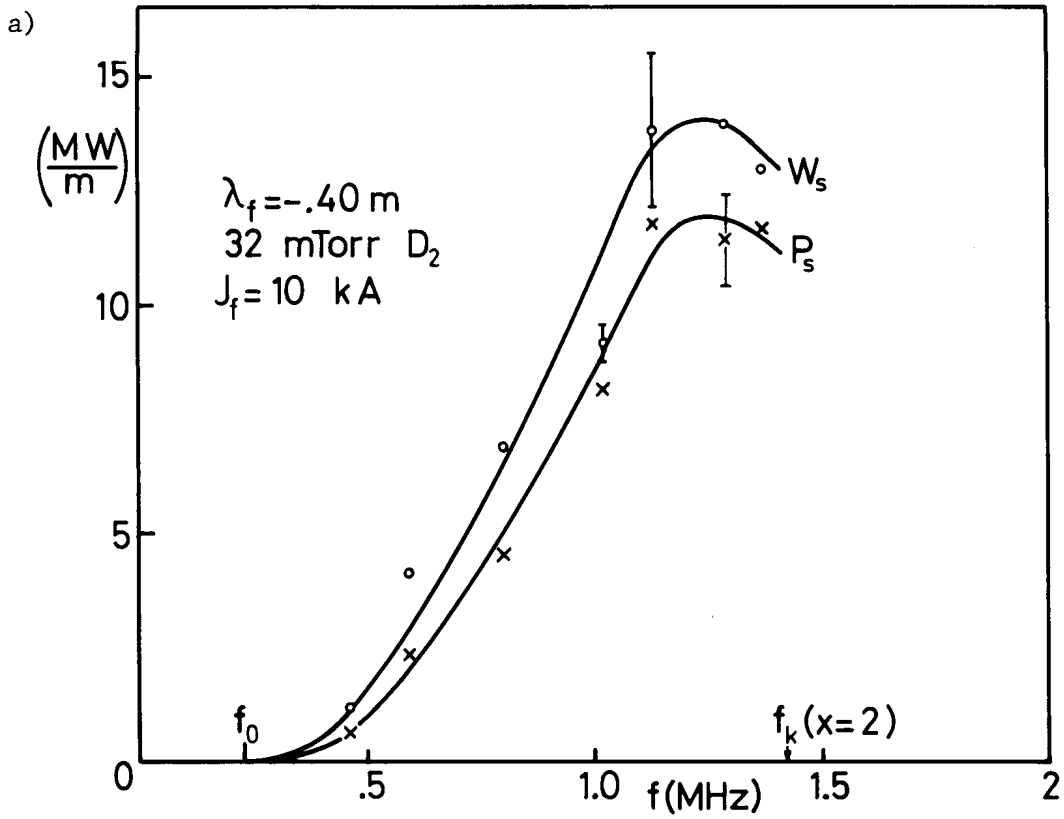


Fig. 25 a, b : Courbe de résonance à courte longueur d'onde d'excitation

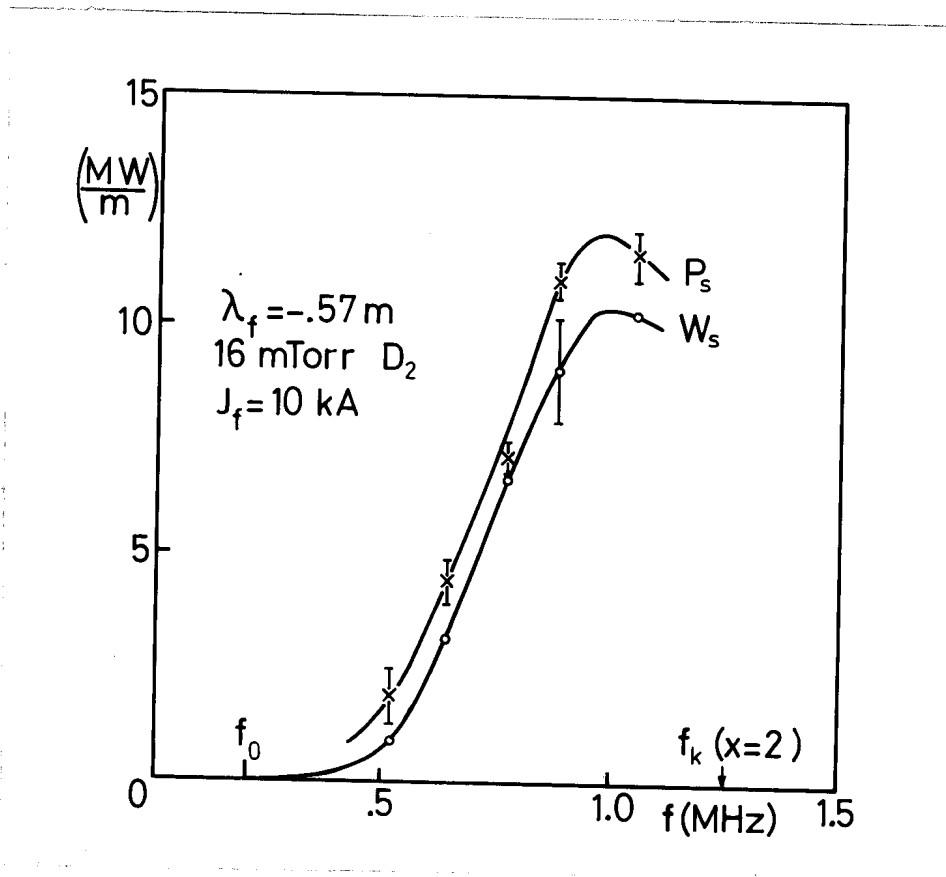


Figure 25c : Courbe de résonance à grande longueur d'onde d'excitation

Juste en dessous de la fréquence d'absorption maximum, la photographie streak (fig. 19b et c) révèle sur la fin de la période de mesure une faible altération de la colonne de plasma. La figure 13 montre que c'est dans cette zone de fréquence que les mouvements du plasma sont les plus importants. On supprime ce phénomène en diminuant le courant d'excitation ou en travaillant à plus basse fréquence.

#### IV.5 Point de coupure du plasma

Jusqu'où s'étend le plasma décrit par le modèle MHD décrivant l'absorption d'énergie ? Où s'applique la force d'excitation mettant le plasma en mouvement ?

Ces deux questions sont liées à travers le profil de résistivité. Ce problème est rencontré chaque fois que l'on étudie le spectre MHD d'une configuration donnée. On a alors l'habitude de couper la densité du plasma à quelques pourcents de sa valeur maximale, de telle façon à ne pas avoir un spectre d'Alfvén s'étendant jusqu'à l'infini {24}, ce qui correspond à éliminer une zone qui n'est plus décrite par la MHD. Il est rencontré lorsqu'on stabilise par rétroaction le mode kink d'un screw pinch instable et que le plasma extérieur ne blinde pas l'effet d'une force d'action {96}.

On a vu précédemment que le point de coupure influence la fréquence du kink, donc la fréquence du maximum d'absorption de puissance. Le point de coupure est aussi déterminé par le profil de résistivité. Le retard d'absorption de puissance dépend de la largeur du spectre d'Alfvén, donc encore du point de coupure.

##### IV.5.1 La fréquence du kink

La fréquence du kink dépend de la masse apparente du plasma vue depuis l'excitation. On admet pour le mouvement la forme  $\xi = \xi_0 \exp(r^2/2r_0^2)$ , donc très important au bord du plasma et fortement dépendant de l'endroit où le plasma ne participe plus au mouvement global du centre. D'après les courbes de résonance calculées au chap. III, fig. 13, le plasma doit être coupé vers  $x \approx 2$ . Il faut cependant noter que les courbes  $P(\omega)$  calculées du chapitre III ne tiennent pas compte d'une éventuelle variation de la coupure  $x$  en fonction de la fréquence (pro-



fondeur de peau). En effet, on s'attend à avoir une pénétration moins profonde aux fréquences hautes, donc un étirement en fréquence de la courbe de résonance avec déplacement du maximum d'absorption. Le chauffage fini produit une augmentation du rayon du plasma déplaçant lui aussi le pic de résonance vers les hautes fréquences (de l'ordre de 5% dans notre expérience).

#### IV.5.2 Point d'attaque de la force dans un profil résistif

On étudie la pénétration d'un champ magnétique oscillant dans un profil de résistivité.

##### IV.5.2.1 Diffusion du champ dans un milieu de résistivité uniforme

Soit un corps de résistivité uniforme  $\eta$  remplissant le demi-espace  $x_1 < 0$ . Les équations de Maxwell en milieu matériel sont

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (13)$$

$$\text{rot } \vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (14)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (15)$$

$$\text{div } \vec{D} = 0 \quad (16)$$

Les équations du milieu sont

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} \quad (17)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \quad (18)$$

$$\vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (19)$$

Aux basses fréquences envisagées, on néglige le courant de déplacement  $\partial D/\partial t$ . Soit  $\epsilon = \mu = 1$  et introduisons l'induction magnétique  $B = \mu_0 H$ .

Les équations fluides et les équations de Maxwell sont couplées par les forces électromagnétiques agissant sur le fluide :

$$\vec{f} = \vec{j} \times \vec{B} \quad (20)$$

où  $\vec{f}$  et  $\vec{j}$  sont les densités de force et de courant. Avec (13) et la loi d'Ohm (19) on élimine  $\vec{j}$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \sigma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (21)$$

Le rotationnel de (21) donne avec (14) et (15)

$$\Delta \vec{B} = \mu_0 \sigma \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \text{rot}(\vec{v} \times \vec{B}) \right)$$

Envisageons maintenant un corps solide au repos ( $\vec{v} = 0$ ). L'équation ci-dessus devient alors une simple équation de diffusion où  $\vec{B}$  représente dès maintenant la perturbation du champ.

$$\Delta \vec{B} = \frac{\mu_0}{\eta} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (22)$$

Puisque l'épaisseur de peau est petite par rapport au rayon, on résout le problème à une dimension. De plus, on considère une résistivité isotrope (on verra plus tard qu'un facteur deux dans la résistivité influe peu sur la position du point de coupure et encore moins sur la dissipation ohmique directe, en regard de la variation des autres paramètres).

Nous nous intéressons à la diffusion dans le demi-espace  $x_1 < 0$  du champ de perturbation

$$\vec{B} = (0, B_y, B_z) e^{i(\omega t - k x_1)} \quad \text{avec } B_y \gg B_z \quad (23)$$

en présence du champ statique d'ordre zéro

$$\vec{B}_e = (0, B_{ye}, B_{ze}) \quad \text{avec } B_{ze} \gg B_{ye}$$

Notre but est de déterminer  $k$ . On définit  $k$  négativement, de telle façon que la vitesse de phase de l'onde de diffusion soit négative.

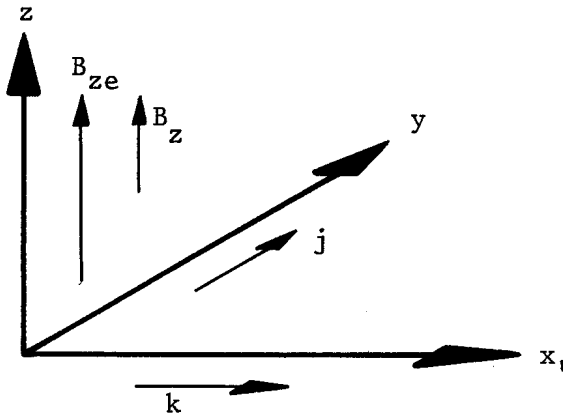


Fig. 26

Les grandeurs sont définies dans la figure 27 ci-contre. Seuls les composantes qui contribuent au premier ordre dans le produit vectoriel (26) ont été retenues. Le champ ne variant que selon  $x_1$ , on écrit  $\Delta \vec{B} = \partial^2 B / \partial x_1^2$ . D'après (23), on a  $\partial / \partial x_1 = -ik$  et  $\partial / \partial t = i\omega$ . Ainsi l'équation de diffusion (22) s'écrit  $-k^2 = i\omega\mu_0/\eta$ , d'où l'on extrait  $k$ :

$$k = \pm (1-i) k_0 \quad \text{où } k_0 = -\sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{2\eta}} \quad (24)$$

Comme on ne considère que l'onde pénétrante, il faut prendre le signe supérieur. Selon (13), le courant vaut

$$\mu_0 \vec{j} = \text{rot } \vec{B} = (0, \frac{\partial B_z}{\partial x_1}, 0) e^{i(\omega t - kx_1)} \quad (25)$$

Nous définissons  $j_y = \hat{j} e^{i(\omega t - kx_1)}$ . La pression vaut selon (20) :

$$\text{grad } p = \vec{j} \times \vec{B}_{\text{total}} \approx \hat{j} \times \vec{B}_{ze} e^{i(\omega t - kx_1)} \quad (26)$$

autrement dit

$$\frac{\partial p}{\partial x_1} = \hat{j} \cdot B_{ze} e^{i(\omega t - kx_1)} \quad (27)$$

l'intégration donne le profil de pression :

$$p(\Delta x_1) = \hat{j} B_{ze} e^{i\omega t} \int_0^{-\Delta x_1} e^{-kx'_1} dx'_1 = \frac{\hat{j} B_{ze}}{ik} e^{i\omega t} [1 - e^{-ik\Delta x_1}] \quad (28)$$

L'amplitude de la pression est donnée par la partie réelle

$$\text{Re}(p) = \frac{\hat{j} B_{ze}}{k} \left[ \sin \omega t (1 - e^{-k_0 \Delta x_1}) + \cos \omega t e^{-k_0 \Delta x_1} \sin k_0 \Delta x_1 \right]$$

c'est-à-dire

$$\hat{p} = \frac{\hat{j} B_{ze}}{k} \sqrt{1 + e^{-2k_0 \Delta x_1} - e^{-k_0 \Delta x_1} \cos k_0 \Delta x_1} \quad (29)$$

la moitié de la pression (de la force) est atteinte vers  $|k_0| \Delta x_1 = 0.441$ , donc vers 44% de l'épaisseur de peau. C'est là que l'on admettra le point d'attaque de la force. Jusqu'à maintenant nous avons admis un profil de résistivité constant.

#### IV.5.2.2 Profil de résistivité réaliste

Envisageons un profil de résistivité non-uniforme dû à un profil de température expérimental. Si l'épaisseur de peau varie lentement, on remplace selon la méthode WKB  $|k_0| \Delta x_1$  par  $\int k_0 dx_1$ . On posera donc

$$\int_0^{-\infty} |k_0| dx_1 = 0.441 \quad (30)$$

Dans ce paragraphe, nous désignons la coordonnée par  $x_1$  (voir figure 27). Le courant produit par la force est quasiment aligné sur  $B_{ze}$ , nous prenons donc la résistivité parallèle de Spitzer (collisionnelle)

$$\frac{1}{\eta_{||}} \cong 2000 T_{ev}^{3/2} \quad (\text{MKS}) \quad (31)$$

Le profil de température peut être approximé par une exponentielle dans une région proche de  $x_1 = 0$ , soit,

$$T(x_1) = T_c e^{-\alpha x_1} \quad (32)$$

Selon (24) on a

$$k_0 = -\sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{2 \eta_{||}}} = -\sqrt{\mu_0 \omega 1000 T_c^{3/2}} e^{-\frac{3}{4} \alpha x_1} \quad (33)$$

et avec (30)

$$0.441 = \int_0^{-\infty} |k_0| dx_1 = \sqrt{\mu_0 \omega 1000 T_c^{3/2}} \cdot \frac{4}{3\alpha}$$

La température de coupure vaut alors

$$T_c^{3/2} = \frac{(0.441)^2 9 \alpha^2}{16 \cdot 1000 \mu_0 \omega} = 87 \frac{\alpha^2}{\omega} \quad (34)$$

Il s'agit d'introduire un profil de température. Pour cela je me réfère aux profils de densité et de températures électroniques mesurées sur le theta pinch de 8 mètres de Culham {67} voisin du nôtre dans ses caractéristiques essentielles (voir chap. II, 4.2). Si le profil de densité est défini comme précédemment par  $\rho(r) = \rho_0 \exp(-2r^2/r_0^2)$ , alors

le profil de température relatif est bien approché par une fonction de la classe

$$T = T_0 e^{-c_1 \left(\frac{r}{r_0}\right)^n} \quad (35)$$

où  $c_1$  et  $n$  seront déterminés d'après le profil de [67].

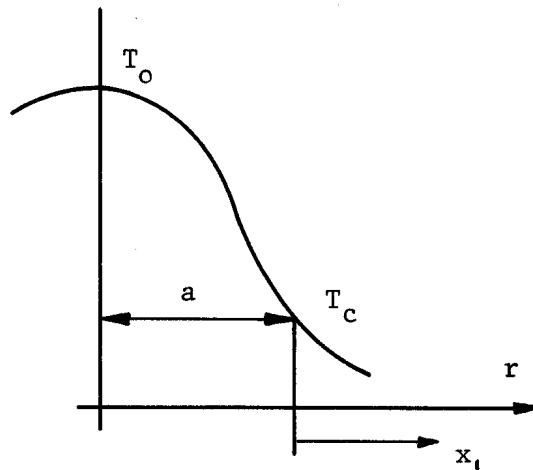


Figure 27

L'exponentielle épousant la gaussienne (voir fig. 27) en  $r = a + x_1$  avec  $r^n = a^n + na^{n-1}x_1 + \dots \forall n \in \mathbb{R}$  est d'après (32)

$$T(x_1) = T_0 e^{-c_1 \frac{a^n}{r_0^n}} e^{-\frac{c_1 n a^{n-1} x_1}{r_0^n}} \quad (36)$$

au point de contact  $x_1 = 0$  nous avons donc

$$T_c = T_0 e^{-c_1 \frac{a^n}{r_0^n}} = T_0 e^{-c_1 x^{n/2}} \quad (37)$$

Nous venons de réintroduire le paramètre de coupure  $x = a^2 / r_0^2$ . En identifiant les premières dérivées de (32) et (36) en  $x_1 = 0$  il vient

$$\alpha = \frac{c_1 n a^{n-1}}{r_0^n} \quad (38)$$

et en ajustant la température au point de coupure, on trouve

$$x^{n-1} e^{\frac{3}{2} c_1 x^{n/2}} = \frac{r_0^2 \omega T_0^{3/2}}{87 n^2 c_1^2} \quad (39)$$

D'après le profil de température de la figure 9, les valeurs  $c_1$  et  $n$  sont

$$n \approx 3.5 \pm 0.2$$

$$c_1 \approx 1.25 \pm 0.1$$

Pour les valeurs standards de notre expérience, soit

$$\eta = \eta_n \quad f = 1 \text{ MHz} \quad T_0 = 100 \text{ eV} \quad r_0 = 7 \text{ mm}$$

on détermine les valeurs standards  $x = 1.56$ ,  $T_c = 6.5 \text{ eV}$ . La dépendance envers les autres paramètres est montrée dans le tableau 6 suivant :

	x	T (eV)		x	T (eV)
n = 4	1.44	7.6	T <sub>0</sub> = 5eV	.80	2.1
	3	1.76		5.4	5.4
		150		1.66	7.2
		5000		2.43	13.5
c <sub>1</sub> = 1	1.80	6.1	r <sub>0</sub> = 6mm	1.51	7.6
	1.5	1.39		6.8	8
f = .5MHz	1.45	9.1	η = 2η <sub>n</sub>	1.45	9.1
	1.5	1.63		5	1.30
				10	1.18

Tableau 6

On remarque que la température de coupure  $T_c$  est faiblement dépendante du profil de température choisi et se situe entre 5 et 10eV. Le point de coupure  $x$  dépend assez fortement des paramètres du profil analytique de température. Le profil de Beach et al. ne permet pas de déterminer les ailes de la distribution de manière sûre. La valeur du coupure  $x = 1.56$  reste cependant en bonne corrélation avec les valeurs obtenues de l'expérience de chauffage (fréquence du kink, retard d'absorption).

L'hypothèse de la résistivité parallèle de Spitzer est assez généralement admise dans le plasma périphérique d'autres pinches {95,97}, en particulier lorsqu'on admet la présence de courant sans force ( $\vec{j} \times \vec{B} = 0$ ) dans les calculs de stabilité. On notera, sans tirer cependant de conclusion sur la nature de la résistivité, que c'est  $\eta_{\parallel}$  qui rend le mieux compte de la valeur de  $x$ .

Comme  $T$  varie d'un facteur  $1/e$  sur une distance de 1 mm, il est bien justifié d'avoir résolu l'équation de diffusion (22) à une seule dimension.

#### IV.5.3 Retard d'absorption et comparaison des valeurs de coupure

La largeur finie du spectre d'Alfvén induit un retard dans l'absorption de l'énergie mécanique (voir III.2.2). Les courbes de la chaleur absorbée  $\Delta Q(t)$ , figure 24, montrent un retard d'absorption d'un peu moins d'une demi-période. Le retard est défini comme le temps mis pour atteindre la moitié de la valeur asymptotique de  $\Delta \dot{Q}$ . Si l'on se place à une valeur intermédiaire  $\bar{\omega}$  du spectre d'Alfvén, le retard d'absorption est donné, selon III (59), par

$$\frac{\omega t}{2\pi} = \frac{1.8}{2\pi} \cdot \frac{e^x + \sqrt{1-\beta_0}}{e^x - \sqrt{1-\beta_0}}$$



Avec un retard mesuré de  $0.36 \pm 0.13$  période et  $\bar{\beta} = 0.3$  au début du chauffage, on déduit la valeur de coupure

$$x \approx 1.8 \pm 0.3$$

Cette valeur est tout-à-fait satisfaisante si on la compare aux résultats des deux autres méthodes de IV.5. En ramenant les trois valeurs de coupure obtenues à la valeur de l'absorption maximum pour les conditions  $\lambda_f = .40$  m et 32 mTorr  $D_2$ , on obtient

fréquence du kink	: $x = 2.1 \pm 0.15$	} à 1.25 MHz
profil de température	: $x \approx 1.6$	
retard d'absorption	: $x = 1.8 \pm 0.3$	à $1.03 \pm 0.2$ MHz

La coupure a donc lieu aux environs des  $x \approx 2$ , c'est-à-dire à l'endroit où la densité vaut 2% de la densité au centre. Il semble que le profil de température extrapolé des mesures de Beach soit une approximation raisonnable de notre profil de température, bien que notre profil soit plus large d'un facteur 1.12. Cette différence est à mettre sur le compte de la diffusion thermique transversale plus grande sur notre expérience à cause de notre champ statique plus faible.

#### IV.6 Puissance ohmique directe

Le courant image des conducteurs d'excitation circule dans le plasma au rayon de coupure, produisant une dissipation supplémentaire. Nous calculons la dissipation en calculant la répartition de courant  $j_z$  ( $A/m^2$ ) et en injectant la résistivité donnée par les températures de coupure obtenues en IV.5.2.2

Comme l'épaisseur de peau est négligeable par rapport au rayon du plasma, le courant se calcule au coordonnées cartésiennes (pour passer des coor-

données cylindriques, on fait les substitutions suivantes  $x+a \rightarrow r$ ,  $y \rightarrow \theta$ ,  $z \rightarrow z$ ). On obtient le courant avec (25) :

$$\text{rot}_z \vec{B} = \frac{\partial \vec{B}_\theta}{\partial x_1} = \mu_0 \vec{j}_z \quad (40)$$

En intégrant et en définissant le courant de surface  $j_{ps} = \int j_z dx$  (A/m), on obtient le saut de champ

$$\Delta B_\theta = \mu_0 j_{ps} \quad (41)$$

Celui-ci est égal à la valeur de  $\hat{B}_{f_0}(a)$  obtenue avec l'équation III (85); on pourra ainsi calculer  $j_{ps}$  en fonction du courant d'excitation. Le champ diffuse dans le plasma dans la direction  $-x_1$  avec un vecteur d'onde  $k$  complexe donné par l'équation (24) et dont la partie réelle est définie négativement. Le courant est trouvé en superposant deux modes purs (en  $z = 0$ ), par analogie à III (11) :

$$j_z = \frac{\hat{j}_z}{2} e^{i(\theta + kx_1 - \omega t)} + \frac{\hat{j}_z}{2} e^{i(\theta - kx_1 + \omega t)} = \hat{j}_z e^{i(-kx_1 + \omega t)} \cos \theta \quad (42)$$

ainsi la partie réelle du courant vaut

$$\text{Re}(j_z) = \hat{j}_z e^{-k_0 x_1} \sin(k_0 x_1 - \omega t) \cdot \cos \theta \quad (43)$$

La norme est donnée par l'intégrale de (43) entre les limites  $-\infty$  et 0 au point  $\theta = 0$  et  $t = 0$ , soit

$$\hat{j}_z = -2 k_0 \hat{j}_{ps} \quad (44)$$

La puissance ohmique est égale à la moyenne sur le temps de l'intégrale ci-dessous

$$P_\Omega = \langle \iiint [\text{Re}(j_z)]^2 \eta d\tau \rangle \quad (45)$$

où  $d\tau = dx ad\theta dz$  représente l'élément de volume. Le calcul donne

$$P_{\Omega} = -\pi a l_f \eta k_0 (\hat{j}_{ps})^2 \quad (46)$$

Avec les équations (41) et III (85) on exprime la dissipation en fonction du courant d'excitation  $J_f$ . La puissance ohmique spécifique à comparer avec les puissances d'Alfvèn spécifiques ( $W_s$  et  $P_s$ ) de la figure 25 s'obtient en divisant par la longueur du plasma

$$P_{\Omega s} = \pi (0.27)^2 \sqrt{\frac{\mu_0 \eta \omega}{2}} \cdot \frac{a l_f}{r_f^2 l} \cdot J_f^2 \quad (47)$$

Appliqué au cas typique de notre expérience :  $f = 1$  MHz,  $T = 6.5$  eV,  $a = \sqrt{x} r_0 \approx 10$  mm, on obtient  $P_{\Omega s} = 1.5$  MW/m. La contribution ohmique directe est donc inférieure d'un ordre de grandeur à la puissance du chauffage par ondes d'Alfvèn. En tenant compte des valeurs de coupure obtenues en IV.5.2.2, on obtient le résultat remarquable d'une dépendance quasiment linéaire en fonction de la fréquence, ce qui distingue essentiellement l'allure de  $P_{\Omega s}(\omega)$  des courbes de résonance d'Alfvèn. Il est intéressant de constater que le type de résistivité n'influe que faiblement sur la dissipation; avec une résistivité 10 fois plus élevée, la dissipation n'augmente que d'un quart.

Rappelons que d'après Mewe {47}, la part de chauffage ohmique direct lors de l'implosion et de la compression adiabatique d'un theta pinch est estimée à 25 - 30%.

Examinons ici au nombre des chauffages "parasites" possibles l'effet à la fréquence cyclotronique ionique. La fréquence cyclotronique ionique du Deuterium formant le plasma, est située à 10.9 MHz, largement au-dessus de la fréquence d'excitation d'Alfvèn. Les mesures prises pour assurer la pureté de la décharge sont expliquées en II.2. Seuls des ions beaucoup plus lourds (Al, Mo) ont leur résonance cyclotronique à l'intérieur de la fréquence de chauffage d'Alfvèn. Ces ions étant contenus à l'état de traces dans la décharge, leur effet reste négligeable.

#### IV.7 Discussion

La comparaison des courbes de résonance théoriques et expérimentales montre dans les deux cas la même allure particulière. La fréquence de l'absorption maximale est contrôlée par la masse du plasma selon  $M^{-\frac{1}{2}}$ , montrant qu'il s'agit bien d'un chauffage régi par une fréquence d'Alfvèn. De plus, la nature résonnante du phénomène a été démontrée par la présence du pic d'absorption. Les expériences, conduites dans deux longueurs d'ondes d'excitation différentes, montrent que le pic d'absorption se déplace selon la valeur du nombre d'onde de l'excitation  $k_f$ , conformément à la théorie.

L'expérience montre apparemment selon (11) une absorption plus grande que l'absorption d'Alfvèn théorique d'un facteur deux. Cette discordance s'explique aisément. Premièrement dans le calcul de la puissance diamagnétique, on a fait usage de la moyenne de la chaleur sur  $z$  au moyen du facteur 0.851 qui multiplie la puissance, n'ayant pas placé plusieurs sondes diamagnétiques distribuées le long de la décharge. Ce facteur est bien sûr surestimé, car il n'est pas tenu compte de l'influence du raccourcissement du plasma dû à l'onde de raréfaction. Deuxièmement, le facteur  $g$  corrigeant la fuite de chaleur du plasma échauffé admet une thermalisation instantanée, ce qui n'est pas totalement réalisé, bien que celle-ci soit très rapide ( $\omega t_a \sim 3.5$ ). Ces deux erreurs sont certaines, puisque la puissance mesurée par la sonde diamagnétique est plus grande que la puissance électrique. Le modèle rend parfaitement compte de la fréquence du maximum d'absorption et de l'allure de la courbe de résonance, mais il faut rappeler que la méthode de perturbation est une méthode approximative. Elle part d'une fonction propre du kink calculée au moment de l'enclenchement et implique une perturbation d'Alfvèn petite par rapport au kink. D'autre part l'approximation du profil de densité gaussien est valable pour les petits rayons, mais aux plus grands rayons, le halo photographié (fig. 20) et dont la densité est mesurée par interférométrie [98] accroît la masse dans les ailes de la distribution de densité.

La valeur du déplacement  $\hat{\xi}$  mesurée sur les photographies streak est plus grande que la valeur théorique calculée en III. On trouve

$$\hat{\xi}_{\text{streak}} = 2.12 \xi(u_p) \approx 6 \text{ mm à } 10 \text{ KA}$$

Le déplacement mesuré vaut donc le double de la valeur théorique. De cette façon, la puissance théorique est doublée selon III (94) et la puissance à la résonance vaut  $\bar{W}(\hat{\xi}_{\text{streak}}) = 8 \text{ MW/m}$ . Selon cette même équation, on obtient le déplacement à partir de la puissance mécanique absorbée  $P_s - P_{\Omega s}$  :

$$\hat{\xi}_{\text{mécanique}} = \frac{2\{P_s - P_{\Omega s}\}}{\hat{F} \omega} \cdot \frac{\ell}{\ell_f} = 6.8 \text{ mm}$$

Cette valeur est légèrement supérieure à la valeur précédente à cause de la présence d'un mécanisme d'absorption supplémentaire. Il faut en effet tenir compte du champ électrique produit dans la couche de peau par le courant d'excitation. Ce champ vaut 20 V/cm et est donc largement suffisant pour ioniser les neutres restant. En connaissance du taux de collection de masse, la puissance spécifique  $P_{is}$  nécessaire à l'ionisation totale du gaz neutre, moyennée sur la durée de la mesure, soit 1.6  $\mu$ s, vaut 1.5 MW/m (l'ionisation a peut-être bien lieu en une demi-période, mais la moyenne de la puissance reste inchangée). En incluant la puissance d'ionisation, bien qu'estimée grossièrement, il devient possible de fermer correctement le bilan de puissance :

$$\bar{W} + P_{\Omega s} + P_{is} = P_s \quad (48)$$

Le chauffage mesuré résulte au 2/3 d'un chauffage par dissipation d'ondes excitées dans la résonance d'Alfvèn. Dans un tokamak, la part respective de chauffage par ondes d'Alfvèn sera accrue en diminuant le champ d'excitation, celui-ci ayant été forcé sur cette expérience.

La position où le chauffage est maximum se trouve en égalant la fréquence du kink III (79) et la fréquence d'Alfvén III (9) pour le theta pinch. D'après les courbes de résonance théorique (fig. 13), on sait que le couplage optimal de puissance se situe aux environs de  $0.8 \omega_k$ , de telle sorte que la couche d'absorption maximale se place en

$$r_{\max} \approx 0.8 \frac{r_0}{2\sqrt{2}} \ln \left\{ \frac{2 \left[ \frac{e^x + e^{-x}}{2} \cdot \frac{1+x+\frac{x^2}{2} - e^{-x}}{3-(3+2x+\frac{x^2}{2})e^{-x}} - \bar{\beta} \right]}{1 + e^{-2x}} \right\} \quad (49)$$

Si  $\bar{\beta} = 0.25$  et  $x = 2$ , on trouve  $r_{\max} \sim 0.9 r_0$ , c'est-à-dire au rayon où la densité vaut 20% de la densité au centre. Dans le cas d'un chauffage opérationnel, il faudra travailler à plus basse fréquence, de façon à chauffer au voisinage du centre du plasma. Le chauffage reste cependant peu localisé dans notre expérience : la profondeur de la couche résonnante vaut 14 mm selon III (14), situant le rapport  $\Delta r/r_{Li}$  entre 10 et 15 sur notre expérience. Le chauffage est réparti sur une large portion du plasma à cause de la faible définition de la couche résonnante.

La comparaison des courbes de résonance théoriques et expérimentales permet de donner une explication cohérente de la fréquence du kink en fonction du point de coupure, lui-même confirmé par deux autres méthodes (retard d'absorption, profil résistif). La fréquence du kink, comprise quantitativement, justifie à posteriori les mesures réunies de la pression de remplissage, du taux de collection, de même que la fonction d'onde du kink admise au moment de l'enclenchement. Celle-ci reste donc une assez bonne approximation à cause du fort amortissement.

## V CONCLUSION ET PERSPECTIVES

---

Cette expérience a montré l'existence de la résonance des ondes d'Alfvén et son utilisation comme méthode de chauffage efficace d'un plasma. Le chauffage par ondes d'Alfvén d'un theta pinch a été réalisé dans différentes conditions favorables. Comme le phénomène transitoire d'absorption d'énergie est court par rapport au temps de vie du theta pinch, les mesures peuvent être réalisées dans l'état quasistationnaire. Le court temps de thermalisation permet d'étudier le bilan d'énergie en appliquant la thermodynamique en quasi-équilibre.

La puissance de chauffage en fonction de la fréquence montre une courbe de résonance disymétrique en accord avec la théorie. Comme la valeur absolue de la puissance absorbée peut aussi être reproduite par le calcul, notre expérience prouve quantitativement le phénomène du chauffage dans les ondes d'Alfvén torsionnelles. Le maximum d'absorption se déplace selon  $k_f M^{-\frac{1}{2}}$ , ce qui confirme encore la nature d'Alfvén de l'absorption. Les différents termes du bilan de puissance sont évalués et donnent une image globale cohérente de la puissance absorbée. Ainsi, dans le mode  $m = 1$  et avec un courant d'excitation de 10 KA dans le domaine du mégahertz, 8 MW/m sont introduits dans le plasma par dissipation d'ondes d'Alfvén. La part de chauffage ohmique direct dû au courant image des conducteurs d'excitation n'est que de 10%. Une autre part est consommée dans la réionisation du gaz neutre, de telle sorte que 2/3 de la puissance délivrée par les bobines chauffe le plasma par dissipation d'ondes d'Alfvén. Un rendement proche de l'unité est atteint et un bon couplage avec le circuit d'excitation est obtenu à haut taux de compression.

A cause du haut niveau d'excitation nécessaire sur une expérience de courte durée, un tiers de la puissance totale observée est déposée en surface sous forme de chauffage ohmique direct et d'ionisation du gaz neutre. La localisation de ce chauffage peut être étudiée par spectroscopie sur la raie  $D_{\alpha}$ . L'importance relative de ces deux chauffages est appelée à diminuer sur un tokamak où le champ électrique dû à la résistivité est beaucoup moins grand.

Cette méthode de chauffage est d'application très générale et peut être étendue à un réacteur thermonucléaire basé sur le concept du tokamak. La seule condition d'ordre physique requise est la présence de profils de densité et/ou de champ inhomogènes. On souhaite de plus posséder un outil pour agir sur le profil de courant d'un tokamak, grandeur que l'on subit actuellement, car le phénomène est dominé par les effets conjugués du chauffage ohmique du courant toroïdal et des impuretés. Le chauffage par ondes d'Alfvén est localisé au voisinage d'un rayon imposé par le choix de la fréquence, ce qui donne un moyen d'action sur le profil de courant, donc sur la stabilité. D'autre part, si le meilleur chauffage opérationnel sur les tokamaks de la génération actuelle est le chauffage par injection de neutres, il n'est cependant pas prouvé que la technologie des injecteurs arrive à produire des faisceaux suffisamment énergétiques, de telle façon qu'un chauffage par onde pourrait être appelé à prendre le relais. (La profondeur de pénétration d'un faisceau de deutérium est  $\lambda_n = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  par KeV à  $n = 10^{20} \text{ m}^{-3}$ , ce qui limite la pénétration à 0.5 m pour un faisceau de 200 KeV). Le chauffage d'Alfvén fait appel à la technique éprouvée des générateurs HF conventionnels. Le problème de la bobine d'excitation qui doit être placée à l'intérieur du liner est certes un handicap pour le réacteur, mais il est sûr que ce problème sera revu en cas de succès opérationnel de cette méthode de chauffage sur une machine d'envergure. Comme avantage physique, la dissipation rapide de l'onde



d'Alfvén permet d'avoir une densité d'énergie mécanique faible par rapport à l'énergie thermique du plasma. Sur notre expérience ce rapport vaut quelques 5%.

Le passage d'un plasma droit à un plasma toroïdal introduit le couplage par effet toroïdal qui modifie fortement le spectre d'Alfvén {99}. Un plasma non-circulaire introduit encore d'autres couplages qui peuvent séparer le spectre continu en différentes bandes distinctes {100}. Ce domaine demande encore de plus amples investigations. Notre expérience est conduite sur une colonne droite et un plasma collisionnel. La théorie concernant l'absorption mécanique et les mécanismes de conversion et de thermalisation de l'énergie est actuellement fortement avancée. Maintenant que l'efficacité de cette méthode de chauffage est démontrée, le pas suivant sera de développer et de tester cette méthode sur le plasma fermé et non-collisionnel d'un tokamak.

La mesure du chauffage, température et localisation, peut être réalisée avec les diagnostics standards suivants, comme les rayons-X mous, le rayonnement cyclotronique électronique, la diffusion Thompson pour la température électronique. Pour la température ionique, on peut utiliser : détecteurs de neutres rapides (échange de charge passif ou actif), élargissement des raies d'impuretés, éventuellement le comptage des neutrons. Certaines de ces mesures donnent accès à la fonction de distribution. La mesure globale de la chaleur est réalisée avec une sonde diamagnétique.

Le chauffage par ondes d'Alfvén peut aussi être utilisé comme diagnostic des surfaces de flux constant, sur lesquelles se place la couche résonnante {101}. Dans un plasma de 500 eV, celle-ci occupe une largeur d'un peu moins d'une dizaine de rayons de Larmor, ce qui permet une résolution centimétrique à millimétrique. Pour avoir une couche

résonnante univoque, on aura avantage à exciter un mode naturel du plasma pour éviter les couplages les plus forts.

Dans le cadre d'un chauffage, par contre, on désire avoir un chauffage homogène. Ceci peut être obtenu en réalisant la condition de résonance pour une large portion du rayon. Pratiquement, on réalise cela en balayant la fréquence dans la zone de fréquence correspondante, avec la possibilité de choisir la densité de modes d'après les conditions de stabilité MHD, les couplages que l'on veut obtenir, en particulier avec l'onde d'Alfvén cinétique, et finalement d'après la manière dont on veut influencer le profil de courant.

REMERCIEMENTS

J'aimerais exprimer ma reconnaissance à Monsieur le Docteur R. Keller qui m'a dirigé et encouragé au cours de ce travail. Il a pris une part active à l'avancement du sujet. Je tiens ici à le remercier chaleureusement d'une collaboration que j'ai appréciée.

J'aimerais aussi dire ma reconnaissance à Monsieur le Professeur E.S. Weibel de m'avoir permis de réaliser ce travail au Centre de Recherches en Physique des Plasmas.

Je tiens à remercier les nombreuses personnes avec lesquelles j'ai aimé avoir un contact et qui m'ont aidé par des discussions et des remarques stimulantes. Ce sont Messieurs les Docteurs K. Appert, L. Chen, W. Grossmann, R. Gruber, A. Heym, F. Hofmann, J.M. Peiry, J. Tataronis, Messieurs les Professeurs F. Troyon et E.S. Weibel.

Monsieur H. Ripper s'est chargé de la technique du vide et Monsieur J.P. Perotti de l'électronique, Monsieur J.-M. Mayor a dessiné les figures. Je les remercie de la qualité de leur travail.

Mademoiselle B. Schwab et Madame R. Vincent se sont très agréablement chargées de la dactylographie de la thèse. Je les en remercie très sincèrement.

REFERENCES

- {1} A. Hasegawa and L. Chen. Phys.Rev.Letters 32, 454 (1974)
- {2} E.M. Barston. Annals of Physics 29, 282 (1964)
- {3} N.G. Van Kampen, Physica 21, 949 (1955)
- {4} D.C. Pridmore-Brown. Phys. Fluids 9, 1290 (1966)
- {5} D.A. McPherson and D.C. Pridmore-Brown. Phys.Fluids 9, 2033 (1966)
- {6} G.W. Pneuman. Phys. Fluids 8, 507 (1965)
- {7} D.E. Baldwin, D.W. Ignat, Phys.Fluids 12, 697 (1969)
- {8} Z. Sedláček. J.Plasma Physics 5, 239 (1971)
- {9} J.A. Tataronis, W. Grossmann. Proc. of 2<sup>nd</sup> top.Conf.on Pulsed High Beta Plasmas, Garching 1972, IPP-I/127, Paper B5 (1972)
- {10} W. Grossmann, J.A. Tataronis. ibid. Paper B6
- {11} C. Uberoi. Phys. Fluids 15, 1673 (1972)
- {12} P.A. Sturrock. Stanford University MW Lab Rep. 784 (1961)
- {13} H. Grad. Phys. Today 22, December, 34 (1969)
- {14} J. Junker, A.A. Newton and H.A.B. Bodin, IVth Europ. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Rome 1970, p. 155

- {15} A. Wootton, G.F. Nalesso and A.A. Newton. Proc. of 2nd Top. Conf. on Pulsed High Beta Plasmas, Garching 1972, IPP 1/127
  
- {16} voir paragraphe III.1.1
  
- {17} W. Grossmann, M. Kaufmann, J. Neuhauser, Nucl.Fusion 13, 462 (1973)
  
- {18} E. Fünfer, M. Kaufmann, W. Lotz, J. Neuhauser, G. Schramm. U. Seidel, Garching IPP 1/130 (1973)
  
- {19} H.A.B. Bodin, A.A. Newton, G.H. Wolf, J.A. Wesson, Phys.Fluids 13, 2735 (1970)
  
- {20} K. Appert, R. Gruber, J. Vaclavik, Phys.Fluids 17, 1471 (1974)
  
- {21} J.P. Goedbloed, Phys.Fluids 18, 1258 (1975)
  
- {22} K. Appert, D. Berger, R. Gruber, F. Troyon, K.V. Roberts, Computer Physics Comm. 10, 11 (1975)
  
- {23} R. Gruber. Thèse, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne No. 246 (1976)
  
- {24} A. Pochelon, R. Keller, F. Troyon, R. Gruber. Proc. of 7th Europ.Conf.on Contr.Fusion and Plasma Physics, Lausanne 1975, Vol. I, p. 157
  
- {25} J.A. Tataronis, W. Grossmann, Z.Physik, 261, 203, (1973)
  
- {26} W. Grossmann, J.A. Tataronis, Z.Physik, 261, 217, (1973)
  
- {27} Z. Jankovich, Proc. of 6th Europ. Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics, Moscow 1973, Vol. I, p. 621

- {28} J.A. Tataronis. J. Plasma Physics 13, 87 (1975)
- {29} J. Kapraff, J.A. Tataronis, W. Grossmann. Proc. of 7th Europ. Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics, Lausanne 1975, Vol I, P. 158
- {30} R. Keller, Lausanne Report LRP 104/76 (1976) EPF-Lausanne
- {31} J.A. Tataronis, W. Grossmann. Proc. of 2nd Top. Conf. on RF Plasma Heating, Lubbock, Texas 1974, p. A6-1
- {32} J.A. Tataronis, W. Grossmann. Nucl. Fusion 16, 667 (1976)
- {33} J. Choe, J.A. Tataronis, W. Grossmann. Plasma Phys. 19, 117 (1977)
- {34} A. Hasegawa, L. Chen. Phys. Rev. Letters 35, 370 (1975)
- {35} A. Hasegawa, L. Chen. Phys. Rev. Letters 36, 1362 (1976)
- {36} R.A. Demirkhanov et al, Proc. of 7th Europ. Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics, Lausanne 1975, Vol I, Paper 148 et Nucl. Fus. Res., Berchtesgaden 1976, Vol III, p. 31
- {37} A. Iiyoshi. Theoretical and Experimental Aspects of Heating of Toroidal Plasmas, Grenoble 1976, Vol II, 305 et K.Uo et al., Nucl. Fus. Res., Berchtesgaden 1976, Vol II, p. 103
- {38} S.N. Golovato, J.L. Shohet, J.A. Tataronis. Phys. Rev. Letters 37, 1272 (1976)
- {39} S.N. Golovato, J.L. Shohet, J.A. Tataronis, IEEE Transactions on Plasma Science, Vol PS-5, No 2 (1977)

- {40} A.G. Dikij et al., Nucl.Fusion Res., Berchtesgaden 1976,  
Vol II, p. 130
  
- {41} A. Pochelon, R. Keller. Helvetica Physica Acta 50, 172 (1977)
  
- {42} R. Keller, A. Pochelon. 3rd Int. Congress on Waves and Instabilities in Plasmas, Palaiseau 1977, Paper 10A6
  
- {43} Spitzer L., "Physics of Fully Ionized Gases", Interscience Publishers Inc., New York (1956)
  
- {44} M. Rosenbluth, R. Garvin. U.S. Atomic Energy Commission Report LA-1850 (1954)
  
- {45} H. Kever. Nucl.Fusion, Suppl. 2, 613 (1962)
  
- {46} T.S. Green, A.A. Newton, S.E. Segre. Nucl.Fusion 6, 223 (1966)
  
- {47} R. Mewe. Z.f.Naturforschung 25a, 1803 (1970)
  
- {48} R. Keller. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne Report LRP 78/74 (1974)
  
- {49} R. Chodura. Nucl.Fusion 15, 55 (1975)
  
- {50} J.A. Hoekzema, C. Bobeldijk, P.C.T. van der Laan, W. Schuurman. Rijnhuizen Report 76-98 (1976)
  
- {51} H.A.B. Bodin, J. McCartan, A.A. Newton and G.H. Wolf. Conf. Proc. Novosibirsk. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Vol. II, 533 (1969)

- {52} A.A. Newton, Nucl.Fusion 13, 759 (1973)
- {53} H.A.B. Bodin and D.J. Dancy, Nucl.Fusion 7, 191 (1967)
- {54} A.J. Wootton, Dept. of Physics, Royal Holloway College, University of London, Thèse (1973)
- {55} A.A. Newton and A.J. Wootton, Nucl.Fusion 14, 359 (1974)
- {56} G.B.F. Niblett and T.S. Green, Proc. Physical Soc. 74, 737 (1959)
- {57} J.B. Taylor, Proc. Conf. Theoretical Aspects of Contr.Fus.Research, Gatlinburg, Tennessee (TID - 7582) p. 26 (1959)
- {58} H.A.B. Bodin and B. McNamara, Plasma Physics 9, 505 (1967)
- {59} W. Grossmann, C. Seyler, H. Weitzner, 3rd Int. Congress on Waves and Instabilities in Plasmas, Ecole Polytechnique, Palaiseau (1977), Paper 10 A5
- {60} A.A. Newton, Report Culham CLM-R-62 (1966)
- {61} A. Pochelon, R. Keller, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, CRPP Report LRP 86/74 (1974)
- {62} R.F. Gribble, W.E. Quinn, R.E. Siemon, Phys.Fluids 14, 2043 (1971)
- {63} R. Hafner. Thèse. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. CRPP Report LRP 97/75 (1975)
- {64} J. Neuhauser, M. Kaufmann, H. Röhr, G. Schramm, Nucl. Fusion 17, 3 (1977)



- {65} Modèle EL 085/IPP Garching
  
- {66} H.R. Griem. "Plasma Spectroscopy" Mc Graw Hill Book Company, New York (1964)
  
- {67} Beach et al. Nucl.Fusion 9, 215 (1969)
  
- {68} R.P. Mc Whirter. "Plasma Diagnostic Techniques", Academic Press, New York (1965)
  
- {69} M. Guyot, R. Keller, L. Müller, J.-M. Peiry. Communication privée.
  
- {70} T.S. Green. Nucl.Fusion 2, 92 (1962)
  
- {71} L.M. Goldman, R.W. Kilb, H.C. Pollock and J.A. Reynolds. Phys.Fluids 8, 522 (1965)
  
- {72} T.S. Green et al. Phys.Fluids 10, 1663 (1967)
  
- {73} J.A. Wesson. Plasma Physics and Contr.Nucl.Fus.Res. (Proc. 2nd Int.Conf. Culham, 1965) 1, IAEA, Vienna, p. 223 (1966)
  
- {74} A. Newton. Nucl.Fusion 8, 93 (1966)
  
- {75} J.U. Brackbill, M.T. Menzel and D.C. Barnes. 3rd Top.Conf. on Pulsed High Beta Plasmas, Culham 1975. Ed. by D.E. Evans. Pergamon Press. Oxford 1976. Paper B3.1
  
- {76} J.P. Freidberg, H. Weitzner. Nucl.Fusion 15, 217 (1975)
  
- {77} H. Weitzner. Phys.Fluids 4, 1238 (I and II), (1961)

- {78} Clemmov and Dougherty. "Electrodynamics of Particles and Plasmas", Addison and Wesley (1969)
  
- {79} J.A. Hoekzema. 3rd Topical Conf. on Pulsed High Beta Plasmas, Culham 1975, Ed. by D.E. Evans, Pergamon Press. Oxford (1976)  
Paper D2.3  
et Bobeldijk et al., *ibid.*, Paper D1.2
  
- {80} P.C.T. van der Laan et al., Rijnhuizen Report 72-72 (1972)
  
- {81} J.R. Jones, J.-M. Peiry, F. Troyon, *Nucl.Fusion* 14, 497 (1974)
  
- {82} F. Hofmann, A. Simik, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, CRPP Report LRP 74/73 (1973)
  
- {83} A. Pochelon et R. Keller, *J.of Plasma Physics*, 16, 363 (1976)
  
- {84} A.A. Newton et al., Culham Progress Report. Period April 1971-March 1972. CLM-PR 15, p. B-34 (1972)
  
- {85} H. Alfvèn. "Cosmic Electrodynamics". The Clarendon Press, Oxford (1950)
  
- {86} Friedrichs, K.O. : Los Alamos Sci.Lab Report, LAMS-2105 (1954)
  
- {87} A.D.M. Walker, *J.Plasma Physics* 17, 467 (1977)
  
- {88} J.A. Tataronis. Communication privée
  
- {89} F.F. Chen. Introduction to Plasma Physics. Plenum Press, New York and London (1974)

- {90} K. Appert, D. Berger, R. Gruber, J. Rappaz, Journal of Computational Physics, 18, 284 (1975)
- {91} R. Keller, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, CRPP Internal Report 69/76 (1976)
- {92} J.P. Freidberg, Phys.Fluids 13, 1812 (1970)
- {93} V.D. Shafranov, Soviet Physics-Technical Physics 15, 175 (1970)
- {94} B.B. Kadomtsev, Ed. by Leontovich, Consultants Bureau, New York 1966, 2, 153 (equation 7.7)
- {95} J. Freund, Garching Report IPP 1/125 (1972)
- {96} R. Keller, A. Pochelon, W. Bachmann, Phys.Rev.Lett. 36, 465 (1976)
- {97} Bobeldijk et al., 6th Plasma Physics and Contr. Nucl.Fus.Res., Berchtesgaden 1976, Vol. I, 493
- {98} M.F. McKenna, T.M. York, Phys.Fluids 20, 1556 (1977)
- {99} R. Gruber, Communication privée
- {100} M.S. Chance, J.M. Greene, R.C. Grimm, J.L. Johnson, Nucl. Fus. 17, 65 (1977)
- {101} F. Troyon, communication privée

APPENDICE : Table des symboles

---

A	travail, déterminant d'Alfvén
a	rayon du bord du plasma
$\alpha$	taux de collection de masse (oscillations hydromagnétiques)
$B_e, B_o, B_{ze}$	champ axial extérieur
$B_i$	champ axial intérieur
$B_z$	champ axial local
$B_f$	champ des conducteurs d'excitation
b	rayon du guide de flux (coque)
$\beta$	$2\mu_0 p_g / B_{ze}^2$ ( $\beta_{\text{homogène}} = \bar{\beta}_{\text{gaussien}}$ )
$\bar{\beta}$	grandeur mesurée : moyenne radiale de $\beta(r)$ si $\beta(r)$ est gaussien : $\bar{\beta} = \frac{1}{2}\beta_o$
C	capacité
$c_s$	vitesse du son
$D_1$	coefficient de diffusion ohmique $\eta/\mu_o$
$D_2$	coefficient de diffusion visqueuse $\mu_3/\rho$
E	énergie, champ électrique
$E_c$	énergie cinétique
$E_e$	énergie potentielle du vide
$E_i$	énergie potentielle intérieure
$E_s$	énergie spécifique
$E_\theta$	champ électrique azimuthal à la paroi
e	charge de l'électron
$\epsilon$	densité d'énergie
F	force d'excitation

$F_e$	Force extérieure magnétique
$F_i$	Force intérieure magnétique
$F_p$	Force due à la pression thermique
$f$	fréquence, nombre de degré de liberté, densité de force
$f_o$	fréquence de cut-off Alfvèn
$f_{ci}$	fréquence cyclotronique ionique
$\phi$	flux magnétique exclu par le plasma
$\phi_i$	flux magnétique interne (piégé)
$G$	fonction géométrique du rayon
$g$	facteur contenant le profil de densité et conditionnant la fréquence des oscillations d'implosions
$\gamma$	rapport des chaleurs spécifiques
$H$	Enthalpie
$h$	coefficient d'hélicité
$I$	courant
$I(r), I(u)$	profil d'intensité lumineuse radial, transversal
$i$	$\sqrt{-1}$
$j$	densité de courant ( $A/m^2$ )
$J_f$	courant dans les conducteurs d'excitation
$K$	constante de Boltzmann
$k (k_{  })$	nombre d'onde axial
$k_f$	$-2\pi/\lambda_f$ ( $\lambda_f < 0$ ) : nombre d'onde de l'excitation
$k$	$(1-i)k_o$ : nombre d'onde de diffusion radiale
$\ell$	longueur du tube de décharge (1.42m)
$\lambda$	longueur d'onde

M	masse linéaire (grandeur mesurée)
m	masse effective, nombre d'onde azimutal
$\mu_0$	perméabilité du vide
$\mu_3$	coefficient de viscosité transverse
N	$N_i + N_e$ : densité linéaire de particules ( $m^{-1}$ )
n	$n_i + n_e$ : densité numérique de particules ( $m^{-3}$ )
$\eta$	résistivité
v	inverse du facteur de sécurité q
$\xi$	déplacement (sans indice : déplacement radial)
$\xi_k$	déplacement du kink
$\xi_0$	déplacement du kink sur l'axe
P	puissance délivrée par le circuit d'excitation
$P_s$	puissance spécifique (mesure électrique)
$P_\Omega$	puissance ohmique directe (courants image)
$P_{is}$	puissance d'ionisation spécifique
p	pression
$P_f$	pression de l'excitation
$P_r$	pression de remplissage (m Torr $D_2$ )
Q	chaleur, facteur de qualité du circuit d'excitation
q	facteur de sécurité
r	rayon
$r_p$	rayon moyen (grandeur mesurée), correspond au rayon rectangulaire équivalent d'un profil de densité gaussien
$r_0$	rayon du plasma
$r_{Li}$	rayon de Larmor ionique

$\rho$	densité de masse ( $\text{kg/m}^3$ )
$\rho_r$	densité de remplissage
$s$	variable de Laplace
$\sigma$	conductivité
$T$	température, période
$T_c$	température de coupure
$t$	temps
$\tau$	temps de collisions : i : ion-ion, e : électron-électron ie : ion-électron
$\tau_D$	temps de diffusion résistive
$U$	tension, énergie interne (sens thermodynamique)
$U_i$	énergie interne du champ interne (piégé)
$U_g$	énergie interne du gaz
$u_p$	rayon où l'intensité lumineuse vaut $1/e^2$
$V$	volume linéaire ( $\text{m}^2$ )
$v$	vitesse
$v_A$	vitesse d'Alfvén
$W$	puissance de chauffage théorique
$\bar{W}$	puissance de chauffage théorique moyenne
$W_s$	puissance de chauffage spécifique (sonde diamagnétique)
$w$	amortissement temporel
$\Omega$	fréquences d'Alfvén normalisées
$\omega$	fréquence angulaire
$\omega_A(r)$	fréquence dans le continu d'Alfvén

x	$a^2/r_0^2$ : paramètre de coupure
$x_r$	coordonnée cartésienne radiale
y	$r^2/r_0^2$ : position de la surface singulière, coordonnée cartésienne azimutale
Z	charge atomique
z	coordonnée axiale

### Indices

A	Alfvén
a	bord du plasma, (relatif à la barre d'étalonnage du signal diamagnétique)
c	cinétique, de coupure
e	électronique, extérieur
f	fils, conducteurs d'excitation
g	gaz
i	ionique, interne
k	kink
o	centre du plasma, temps particulier, statique
p	plasma
r	radial, remplissage
s	spécifique (division par la longueur du plasma), de surface
$\theta$	azimutal
w	paroi de quartz (wall)
z	axial
$u, \perp$	parallèle, perpendiculaire à $\vec{B}_{ze}$
'	dérivée selon r
^	valeur de pointe
unités	MKSA



CURRICULUM VITAE

Né le 19 juillet 1947 à Genève, j'ai obtenu la "Maturité scientifique" au Collège Calvin, Genève, en 1966. Au cours de la même année, je m'inscrivais à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Zürich (EPFZ) où j'ai obtenu le Diplôme de Physicien en 1971. Mon travail de diplôme en optique cohérente concernait "L'interférométrie speckle comme moyen de détection de mouvements oscillants" (Physique Expérimentale, Prof. E. Baumann, Dr. H. Tiziani). Depuis 1972, j'ai été engagé comme assistant de recherche au Centre de Recherches en Physique des plasmas (CRPP-EPFL).