

Juillet 1974

LRP 86/74

FORMATION DE L'INSTABILITE HELICOIDALE D'UN
SCREW-PINCH MESUREE AU MOYEN DE SONDAS
MAGNETIQUES DIPOLAIRES

A. Pochelon et R. Keller

Centre de Recherches en Physique des Plasmas

ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE

Juillet 1974

LRP 86/74

FORMATION DE L'INSTABILITE HELICOIDALE D'UN
SCREW-PINCH MESUREE AU MOYEN DE SONDES
MAGNETIQUES DIPOLAIRES

A. Pochelon et R. Keller

A b s t r a c t

The deformation of a screw-pinch plasma column is investigated with pairs of magnetic dipole coils placed along the axis. The influence of on-axis electrodes on the longitudinal current, which gives well-known boundary conditions, is studied in a normal mode development. Measurements of displacement and helical torsion are consistent with the optical data obtained from streak camera photographs. The role of the model used in the interpretation of the results is shown clearly.

1. INTRODUCTION

Dans le cadre d'une expérience de stabilisation par rétroaction de l'instabilité kink d'un screw-pinch, nous avons été amenés à développer la mesure du déplacement d'une colonne de plasma, la puissance requise pour la stabilisation allant comme le carré du déplacement. Celui-ci est suivi par caméra streak latérale et par des couples de phototransistors. On mesure le champ azimuthal extérieur d'un screw-pinch au moyen de sondes magnétiques dipolaires étudiées dans [1,2] et permettant de connaître le déplacement de la colonne. Une étude du champ azimuthal est réalisée dans [3] sans toutefois avoir pu être pleinement vérifiée par l'expérience.

Les mesures faites ici sont compatibles avec le modèle de screw-pinch droit utilisé. Elles sont faites avec une conception pratique de ce type de sonde, réalisée sur la base d'une approximation. L'originalité de ce travail consiste à calculer le champ azimuthal d'une déformation bien définie, celle d'un screw-pinch droit. Des électrodes axiales pour le courant longitudinal, fournissent une condition de bord bien déterminée. Dans le cadre de ce modèle, on montre un raccourci pour obtenir la relation de dispersion d'un plasma tenu aux extrémités. Les valeurs magnétiques et optiques du déplacement et des taux de croissances obtenus sont comparés. L'hélicité du kink mode est déterminée. On obtient un recoupement avec la fuite de masse par les bouts.

2. DESCRIPTION DE L'EXPERIENCE

Un banc de condensateurs fonctionnant à 16 KJ alimente 10 sections de 4 spires chacune. Le champ est rendu homogène par un guide de flux en aluminium de 1.42 m de long et de 10 cm de diamètre extérieur, mesurant 0.3 cm d'épaisseur. Le champ atteint 16 KG en 3.8 μ s lorsque le banc est chargé à 27 KV. Le crow-bar produit ensuite un champ constant à 15 % d'ondulation près. A la suite d'une préionisation de 6.2 KA et d'une

durée de 3.2 μ s, B_z et I_z sont enclenchés simultanément. L'allure temporelle est montrée sur la fig. 1. Le tube de décharge a un diamètre intérieur de 5 cm, la place entre le tube et le guide de flux permettant d'installer des sondes ou des enroulements de rétroaction. On varie les conditions d'expériences entre les pressions de remplissage de 15 à 45 millitorrs de deutérium, le courant I_z atteint jusqu'à 6 KA.

Dans une première série d'expériences, il avait été fait usage d'électrodes annulaires fermées pour le courant I_z . Celles-ci produisaient des forces $J \times B$ qui induisaient des mouvements de rotation de sens opposés aux deux extrémités du pinch. Le sens de rotation changeait en inversant le signe de I_z , montrant bien la nature vectorielle de cette force. Ces rotations étaient aisément détectées par les sondes dipolaires dont il est question ici.

On a ainsi remplacé les électrodes circulaires par des électrodes isolées placées sur l'axe, à l'extrémité précise du guide de flux, pour cette première raison. De plus, les électrodes axiales fournissent des conditions de bord sur z permettant une définition claire du problème. Le diamètre des électrodes a été choisi approximativement égal au diamètre du plasma. On peut évaluer celui-ci en déterminant le courant I_z nécessaire à la destabilisation du premier mode instable, lorsqu'on voit apparaître des signaux brusques de faible amplitude sur les sondes dipolaires, que l'on interprète comme ceux du premier mode instable. Cela donne un diamètre de $2a = 1.6$ cm pour 45 mTorr. Les électrodes ont un diamètre de 1.2 cm pour le conducteur de Molybdène, de 1.6 cm pour le diamètre intérieur de l'isolation (figure 2).

3. SONDES MAGNETIQUES DIPOLAIRES

On étudie la déformation d'une colonne de plasma traversée d'un courant axial I_z en mesurant son champ azimuthal B_θ . On peut en général décomposer le champ le long d'une circonférence placée à une distance r de l'axe en

une série de Fourier du type

$$B_{\theta}(r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \left(B_{1\theta}^m(r) \cos m\theta + B_{2\theta}^m(r) \sin m\theta \right) \quad (1)$$

On construit des sondes circulaires de rayon r et d'enroulements $n(\theta) = A n_0 \cdot \begin{cases} \sin m\theta \\ \cos m\theta \end{cases}$ placées autour du tube de décharge et sensibles à la $m^{\text{ième}}$ composante du champ, le signal de la sonde

$$V = \int_0^{2\pi} \dot{B}(\theta) n(\theta) d\theta \quad (2)$$

est différent de zéro seulement pour le $m^{\text{ième}}$ terme du champ. Nous nous intéressons à la composante $m = 1$. La tension à la sortie d'une sonde $m = 1$ due au déplacement ξ d'un conducteur dans la direction de la sensibilité de la sonde est [1,2] :

$$V_{\text{cos}} = \frac{\mu_0}{2} n_0 A \frac{I}{b} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \frac{\xi}{b} \quad (3)$$

ξ représente le déplacement du centre de gravité du courant, n_0 la densité maximale de spires [nb/radians], A la section d'une spire, b le rayon du guide de flux. Après intégration électronique du signal, la tension lue à l'oscilloscope est:

$$s E = \alpha \frac{\mu_0}{2} n_0 A \frac{I}{\tau_i b^2} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \xi \quad (4)$$

où τ_i est la constante d'intégration. $s \equiv \frac{\eta A}{\tau_i}$ est le facteur de sensibilité de la sonde, intégrateur inclus. $\alpha = 1$ pour l'instant.

Une approximation simple permet d'obtenir de très bons résultats: on transforme la répartition sinusoïdale des spires en une fonction rectangulaire $R(\theta)$. Le cosinus devient

$$R(\theta) = \begin{cases} 1 & -c < \theta < c \\ -1 & \pi - c < \theta < \pi + c \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (5)$$

On ajuste la constante c de telle façon à minimaliser la sensibilité aux modes supérieurs $\cos mx$. Ainsi le coefficient du mode m est

$$a_m = \int_0^{\pi} R(\theta) \cos m\theta \, d\theta = \begin{cases} \frac{4}{m} \sin mc & m \text{ impair} \\ 0 & m \text{ pair} \end{cases} \quad (6)$$

Les coefficients pairs s'annulent par raison de symmétrie. Nous voulons mesurer a_1 , la condition pour la meilleure approximation est alors

$$a_3 = 0 \quad (7)$$

et livre $c = \pi/3$. Le choix de la condition sur a_3 est justifié, car les termes d'ordre supérieur décroissent comme $|a_m| = \frac{2\sqrt{3}}{m}$, en changeant alternativement de signe, les termes $m = 3 + 6K$ restant nuls. De plus, les moments multipolaires élevés décroissent comme $r^{-(m+1)}$ (voir (18)), ce qui rend le rapport de sensibilité du premier terme non nul ($m=5$) au terme mesuré ($m=1$) plus petit que 0.3 %.

Cette approximation permet d'utiliser une tige filetée de Nylon comme support d'un enroulement de cuivre isolé ($\emptyset = 0.3$ mm) (fig. 3), ce qui garantit un support stable et une construction aisée.

On vérifie la linéarité de ce type de sonde en déplaçant un conducteur cylindrique ayant le diamètre du plasma. L'écart de la linéarité reste inférieur à 2 % pour un déplacement de 1 cm (fig. 4), ce qui justifie après coup l'approximation rectangulaire. Une sonde approximée, de même densité que la densité maximale n_0 d'un enroulement sinusoïdal, enregistre un signal de $\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cong 1.1$ fois celui de l'enroulement sinusoïdal. La tension lue à l'oscilloscope est typiquement de l'ordre de 0.1 Volt pour une instabilité causée par un courant double de celui de la limite de Kruskal-Shafranov.

Pour connaître globalement l'écart de l'équilibre du screw-pinch, on dispose cinq couples de sondes le long du tube de décharge (fig. 5). Un oscil-

loscope 12-canaux [4] permet la lecture simultanée des 10 traces. Un test global de linéarité et d'alignement a été fait.

Le rapport des champs $B_z/B_\theta(r)$ étant de 3 ordres de grandeur, l'installation des sondes requiert des précautions particulières pour réduire au minimum la boucle présentée à B_z . Il s'est avéré impossible d'éliminer les irrégularités de construction ou même les défauts de positionnement: une erreur d'angle de $1/2'$ entre la normale au plan de la sonde et l'axe produit déjà un pick-up égal au signal. Des bobines de compensation magnétiques sont placées dans le champ B_z extérieur au guide de flux et annulent partiellement cet effet, les perturbations restantes étant dues à l'effet de peau dans le guide de flux, ce qui rend une dernière compensation numérique nécessaire.

Il a été remarqué que la forte sensibilité aux champs non-exactement alignés sur z constitue en plus un excellent test de l'homogénéité du champ principal, conditionnée par la simultanéité d'allumage des éclateurs.

4. MECANISME DU SCREW-PINCH

Dans ce paragraphe, nous montrons un chemin pour trouver la relation de dispersion d'un screw-pinch retenu aux extrémités par des électrodes axiales. Le modèle est celui d'un pinch de profil rectangulaire parfaitement conducteur, sans plasma résiduel. Le courant longitudinal circule donc en surface et le champ magnétique azimuthal associé est nul à l'intérieur. Aux champs statiques

$$\begin{aligned}\vec{B}^p &= B_0 (0, 0, \alpha_p) \\ \vec{B}^v &= B_0 (0, \frac{a}{r}, \alpha_v)\end{aligned}\tag{8}$$

à l'intérieur et à l'extérieur de la colonne correspondent respectivement

les perturbations

$$\begin{aligned} \vec{b} &= (b_r, b_\theta, b_z) \\ \vec{\delta B} &= (\delta B_r, \delta B_\theta, \delta B_z) \end{aligned} \quad (9)$$

On a normalisé les champs azimutaux par rapport au champ B_0 azimutal à la surface du plasma, ainsi $\alpha_v = B_z^v / B_0$ et $\alpha_p = B_z^p / B_0$. L'équilibre statique des pressions livre alors, dans l'approximation du screw-pinch $\alpha_v^2 \gg 1$

$$\alpha_p^2 \approx (1 - \beta) \alpha_v^2 \quad (10)$$

On décompose les déformations de la surface en une série de modes normaux $\xi_{n,m}$ [5] de telle façon que la surface du plasma soit donnée par

$$r_p = a + \sum_{n,m} \xi_{n,m} \quad \text{où} \quad \xi_{n,m} = y_{n,m} e^{i(m\theta + h_n z - \omega_{n,m} t)} \quad (11)$$

m et n , positivement définis, sont les nombres azimutaux et axiaux, h est défini négativement, $y_{n,m}$ est réel. La partie réelle de (11) donne la déformation physique.

Nous étudions séparément les champs à l'extérieur et à l'intérieur du plasma.

4.1 Champ extérieur

Le champ $\vec{B} = \vec{B}^v + \vec{\delta B}$ obéit aux équations de Maxwell

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{B} &= 0 \\ \text{rot } \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} \end{aligned} \quad (12)$$

Ainsi la perturbation $\vec{\delta B}$ dérive d'un potentiel et (12) se réécrit

$$\begin{aligned} \Delta \Psi &= 0 \\ \vec{\delta B} &= \text{grad } \Psi \end{aligned} \quad (13)$$

En géométrie cylindrique, et avec l'Ansatz

$$\Psi = L(r) e^{i(m\theta + kz)} \quad (14)$$

l'équation de Laplace (13) livre une équation de Bessel modifiée dont la solution générale, pour $L(r)$ est une combinaison des fonctions

$$I_m(\chi r) \quad \text{et} \quad K_m(\chi r)$$

On peut voir aisément que $\chi = h$. En outre, dans l'approximation des grandes longueurs d'ondes ($hr \ll 1$) la solution $L(r)$ se résume à

$$L(r) = c_1 (hr)^m + c_2 (hr)^{-m} \quad (15)$$

La perturbation (13) devient avec (14)

$$\vec{\delta B} = \left(\frac{\partial L}{\partial r}, \frac{imL}{r}, ihL \right) \cdot e^{i(m\theta + kz)} \quad (16)$$

Les constantes c_1 et c_2 sont déterminées par les conditions aux limites (plasma et guide de flux parfaitement conducteur). Les composantes des champs sont alors

$$B_r = \frac{iy}{r} B_0 \left(\frac{a}{r}\right)^m (m + \alpha_v h a) \frac{1 - \left(\frac{r}{b}\right)^{2m}}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^{2m}} e^{i(m\theta + kz)} \quad (17)$$

$$B_\theta = \frac{y}{r} B_0 \left(\frac{a}{r}\right)^m (m + \alpha_v h a) \frac{1 + \left(\frac{r}{b}\right)^{2m}}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^{2m}} e^{i(m\theta + kz)} + \frac{a}{r} B_0 \quad (18)$$

$$B_z = \frac{hr}{m} \cdot \delta B_\theta + \alpha_v B_0 \quad (19)$$

Dans l'approximation $hr \ll 1$, la perturbation δB_z devient négligeable. Le champ de perturbation $\vec{\delta B}$ est alors un champ multipolaire d'ordre $2m$ enfermé dans un guide de flux de rayon b .

Ainsi la sonde dipolaire $m = 1$ mesure la perturbation

$$\text{Re}(\delta B_\theta) = \frac{B_0 a y}{r^2} (1 + \alpha_v h a) \frac{1 + (\frac{r}{b})^2}{1 - (\frac{a}{b})^2} \cos(\theta + h z) \quad (20)$$

On remarquera que le signal s'annule lorsque $-\alpha_v h a = 1$ (limite de Kruskal-Shafranov pour le premier mode $m = 1$).

4.2 Champ magnétique intérieur

On considère les équations de base de la MHD. Si les grandeurs \vec{b} , \vec{E} , \vec{v} , s_1 sont des perturbations autour de la valeur moyenne ayant la forme de (11), alors on peut écrire

$$\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega \quad \text{et} \quad \nabla = \left(0, \frac{i\omega}{r}, ih \right) \quad (21)$$

pour un problème cylindrique. Le jeu d'équations régissant le phénomène est alors

$$\text{rot } \vec{b} = \mu_0 \vec{j} \quad (22)$$

$$\text{rot } \vec{E} = i\omega \vec{b} \quad (23)$$

$$-i\omega s_1 \vec{v} = \vec{j} \times \vec{B}^p - \text{grad } p \quad (24)$$

$$\eta \vec{j} = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}^p \quad (25)$$

$$\frac{dS}{dt} = -S \operatorname{div} \vec{v} \quad (26)$$

$$\frac{D}{Dt} (p S^{-\gamma}) = 0 \quad (27)$$

Dans le cas d'un plasma sans résistivité, $\eta = 0$, on est conduit à la relation de dispersion pour les ondes magnéto-acoustiques [6] :

$$\frac{\chi^2}{h^2} = \frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{c^2 h^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{s^2 h^2}\right)}{1 - \frac{\omega^2}{c^2 h^2} - \frac{\omega^2}{s^2 h^2}} \quad (28)$$

où χ est le vecteur d'onde radial, $c^2 = \frac{(B_0^2)^2}{\mu_0 S}$ la vitesse d'Alfvèn,
 $s^2 = \frac{2 k_B T}{m_i}$ la vitesse du son.

Si de plus le plasma est incompressible ($s^2 \rightarrow \infty$), (28) devient de nouveau

$$\chi^2 = h^2 \quad (29)$$

Comme le laplacien vaut $\nabla^2 = \chi^2 - h^2$ pour une perturbation de la forme (11) dans une géométrie cylindrique, il vient évidemment

$$\nabla^2 = 0 \quad (30)$$

Avec (26) et (27), on voit que $p_1 = \frac{s^2 p}{i \omega} \cdot \operatorname{div} \vec{v}$. Comme p_1 reste fini, on peut écrire:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{v} &= 0 \\ \nabla^2 \phi &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

le champ de vitesse dérive alors du potentiel

$$\phi = c_3 I_m(hr) \cdot e^{i(m\theta + kz - \omega t)} \quad (32)$$

La condition aux limites $v_r(r=a) = \dot{\xi}$ détermine c_3 . Dans l'approximation $hr \ll 1$, on a $I_m(hr) \cong (hr)^m$ et le champ de vitesse est

$$\vec{v} = \frac{-i\omega y}{-im(ha)^{m-1}} \left[-im(hr)^{m-1}, (hr)^{m-1}, (hr)^m \right] e^{i(m\theta + kz - \omega t)} \quad (33)$$

Ainsi pour le mode $m = 1$, le champ de vitesse est

$$\text{Re}(\vec{v}) = \omega y \left[\sin(m\theta + kz - \omega t), \cos(m\theta + kz - \omega t), hr \cdot \cos(m\theta + kz - \omega t) \right] \quad (34)$$

Comme hr est petit, le champ de vitesse est pratiquement homogène.

4.3 Relation de dispersion

En combinant les équations de base (23) à (25) et puisque \vec{v} dérive d'un potentiel

$$\vec{b} = \frac{-1}{i\omega} \text{rot } \vec{v} \times \vec{B} = -\frac{h}{\omega} B_z^p \vec{v} \quad (35)$$

En vue d'établir la condition d'équilibre des pressions, nous devons connaître la variation de pression magnétique p_m due à \vec{b} , avec (35):

$$p_m = \frac{-y h^2 a (B_z^p)^2}{\mu_0 m} e^{i(m\theta + kz - \omega t)} \quad (36)$$

La variation de pression due à l'inertie, p_1 , se trouve avec (24), et puisque $\vec{j} \times \vec{B}$ ne possède pas de composante z

$$p_1 = \frac{\omega S v_z}{h}$$

ce qui donne

$$p_1 = \frac{\gamma \omega^2 S a}{m} \quad (37)$$

Avec (17) à (19), la variation de champ magnétique extérieur

$$(\delta \vec{B})^2 = (B_{total}^v)^2 - (B_{statique}^v)^2 \quad (38)$$

conduit à la variation de pression à la surface du plasma, en négligeant l'effet du guide de flux ($b \rightarrow \infty$):

$$p_m^v = \frac{B_0^2}{\mu_0 a m} [(m + \alpha_v h a)^2 - m] \xi \quad (39)$$

L'équation du mouvement se construit à partir de la condition d'équilibre des pressions

$$p_m^v = p_m + p_1 \quad (40)$$

ce qui donne la relation de dispersion pour le mode m

$$\left(\frac{\omega a \alpha_v}{v_A} \right)^2 = (m + \alpha_v h a)^2 + (1 - \beta) (\alpha_v h a)^2 - m \quad (41)$$

Nous avons fait appel à la relation d'équilibre des pressions statiques (10). En outre, la grandeur de calcul $v_A^2 = (B_z^v)^2 / \mu_0 S$ désigne une vitesse d'Alfvén relative au champ extérieur.

L'usage définit en général q par $-\alpha_v h a$, mais nous définissons à la manière de [5] :

$$Nq = -\alpha_v h a \quad (42)$$

où $N \equiv \frac{h}{K}$ et $K \equiv -\frac{\pi}{2}$. La raison du choix de cette définition s'éclaircira lorsqu'il sera question du screw-pinch tenu aux extrémités (voir aussi Appendice I).

La relation de dispersion pour le premier mode $m = 1$ d'un screw-pinch libre est:

$$\left(\frac{\omega a \alpha v}{v_A} \right)^2 = Nq \left[(2 - \beta) Nq - 2 \right] \quad (43)$$

la zone d'instabilité de Kruskal-Shafranov se définit alors comme

$$Nq < \frac{2}{2 - \beta} \quad (44)$$

dans le cas présent d'une géométrie infinie.

4.4 Plasma avec condition de bord sur z

Si le screw-pinch est tenu aux extrémités par des électrodes placées sur l'axe, il n'est plus à proprement parlé hélicoïdal. Il est formé de deux hélices placées de telle façon que leur superposition s'annule aux extrémités $z = \pm \frac{\ell}{2}$. Ainsi la condition sur les deux vecteurs d'onde est:

$$h_1 - h_2 = n \cdot \frac{2\pi}{\ell} \quad (45)$$

où n est entier. Notons que dans le cas d'un screw-pinch sans une telle condition de bord, on a observé que le premier mode instable $m = 1$ se développait avec une longueur d'onde $\lambda = 2\ell$ [7]. En introduisant la condition de bord (45), on ne peut plus parler d'une longueur d'onde du mode instable, mais seulement d'une différence de deux vecteurs d'ondes. On superpose donc deux ondes de vitesses différentes $\frac{\omega}{h_i}$. Si l'on définit N_c de telle façon que

$$h_1 = (N_c - n) K \quad \text{et} \quad h_2 = (N_c + n) K \quad (46)$$

où $K \equiv -\frac{\pi}{\ell}$, on obtient pour la superposition des deux hélices élémentaires l'hélicoïde suivant, dans le cas $m = 1$

$$r_p = a + \sum_n y_n e^{i(\theta + N_c x)} \sin n \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \quad (47)$$

où $x = Kz$. La partie réelle donne le déplacement de la surface

$$\text{Re}(r_p) = a + \sum_n y_n \cos(\theta + N_c x) \sin n \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \quad (48)$$

le déplacement maximal est donné pour $\theta = -N_c x = N_c \frac{\pi}{2} z$, ce qui permet d'appeler la nouvelle grandeur N_c , l'hélicité de la colonne de plasma.

Le champ extérieur azimuthal de cet hélicoïde est, en vertu du principe de superposition, égal à la somme des champs des deux hélices élémentaires, parcourues chacune par la moitié du courant. Pour $m = 1$, la perturbation du champ (voir (18)) s'écrit

$$\delta B_\theta = \frac{B_0 a}{r^2} \frac{1 + \left(\frac{r}{b}\right)^2}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \sum_n \frac{y_n}{2} \left[e^{-i\frac{\pi}{2}(n-1)} (1 + \alpha_{v_1} h_1 a) e^{i(\theta + h_1 z)} + e^{i\frac{\pi}{2}(n-1)} (1 + \alpha_{h_2} a) e^{i(\theta + h_2 z)} \right] \quad (49)$$

et pour $n = 1$

$$\delta B_\theta = \frac{B_0 a y_1}{r^2} \frac{1 + \left(\frac{r}{b}\right)^2}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \left[\frac{1-\beta}{2-\beta} \cos x + \frac{i}{(2-\beta)N_c} \sin x \right] e^{i(\theta + N_c x)} \quad (50)$$

Nous venons de faire usage de l'hélicité d'équilibre:

$$N_c = \frac{1}{(2-\beta)q} \quad (51)$$

En effet, le membre de droite de la relation de dispersion (43) exprime la force de rappel et dépend de N . Pour superposer deux hélices élémentaires avec $N = N_c \pm n$, on exige que la somme des forces de rappel soit alignée sur l'azimut du déplacement de l'hélicoïde ainsi construit, sinon il faudrait introduire d'autres modes non compris dans (48). Le membre de droite

de (43) doit alors être symétrique en N autour de N_c . D'où découle (51).

Cette propriété de symétrie (voir [5]) autorise un raccourci pour obtenir la relation de dispersion du screw-pinch tenu aux extrémités. Puisque le membre de droite de (43) est symétrique autour de N_c , il est identique pour les deux hélices élémentaires; et comme le membre de gauche est proportionnel à la masse de la colonne, à travers v_A , la relation de dispersion pour le plasma tenu aux extrémités est simplement le résultat d'une somme:

$$2 \cdot \left(\frac{\omega a \alpha_v}{v_A} \right)^2 = \sum_{N=N_c \pm n} Nq \left[(2-\beta) Nq - 2 \right] \quad (52)$$

ce qui donne avec (51)

$$\left(\frac{\omega a \alpha_v}{v_A} \right)^2 = \frac{q}{N_c} (n^2 - N_c^2) \quad (53)$$

ou bien

$$\omega^2 = (v_A K)^2 (2-\beta) (n^2 - N_c^2)$$

La zone d'instabilité pour le screw-pinch tenu aux extrémités est alors

$$nq < \frac{1}{(2-\beta)} \quad (54)$$

ce qui donne une stabilité d'approximativement le double de celle du screw-pinch infini.

5. MESURE DU CHAMP ET DE L'HELICITE

Nous interprétons les signaux des sondes dipolaires dans le cadre d'une déformation $m = n = 1$ de la colonne de plasma, c'est-à-dire de la déformation du premier mode instable d'un screw-pinch tenu aux extrémités.

Nous allons d'abord exprimer le signal reçu dans un couple de sonde. Le

signal des deux sondes peut être exprimé sous la forme

$$E_i = \int_0^{2\pi} \operatorname{Re}(\delta B_\theta) \cdot \cos(\theta + \varphi_i) d\theta \quad (55)$$

où $\varphi_1 = 0^\circ$, $\varphi_2 = 90^\circ$. Avec la perturbation du champ (50), le calcul conduit aux intégrales:

$$\int_0^{2\pi} \cos(\theta + N_c x) \cos(\theta + \varphi) d\theta = \pi \cos(N_c x - \varphi)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(\theta + N_c x) \cos(\theta + \varphi) d\theta = \pi \sin(N_c x - \varphi)$$

Le signal est condensé en une expression complexe à signification vectorielle

$$\underline{E} = E_1 + i E_2 = \frac{\pi B_0 a y_1}{r^2} \frac{1 + \left(\frac{r}{b}\right)^2}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \frac{1}{2 - \beta} \left[(1 - \beta) \cos x - \frac{i \sin x}{N_c} \right] \underline{e}^{i N_c x} \quad (56)$$

Ce résultat montre la nécessité d'interpréter le signal des doubles sondes. En effet, dans le cas typique $\beta = 0$ et d'hélicité $N_c = 1$, le signal

$$\underline{E} \sim (\cos x - i \sin x) \underline{e}^{i x} = 1 \cdot \hat{e}_1 \quad (57)$$

montre la même direction tout au long de la colonne, signifiant alors une hélicité nulle. On ne peut donc pas déduire naïvement l'hélicité en observant le changement de direction de \underline{E} des différents couples de sondes le long de Z. En examinant (56) pour différents N_c , on voit que l'hélicité perçue naïvement est plus petite que l'hélicité physique lorsque $0 \leq \beta < 1$ et qu'elle n'est égale que dans le cas particulier $\beta = 1$.

5.1 Détermination de l'hélicité

L'équation (56) contient les grandeurs y_1 et N_c en fonction du paramètre β mesuré indépendamment. (56) s'écrit aussi:

$$\underline{E} = E_1 + i E_2 = \frac{\underline{E} y_1}{(2 - \beta)} \left[\left((1 - \beta) \cos x \cos N_c x + \frac{\sin x \sin N_c x}{N_c} \right) + i \left((1 - \beta) \cos x \sin N_c x - \frac{\sin x \cos N_c x}{N_c} \right) \right] \quad (58)$$

$$\text{où } \underline{E} \equiv \frac{\pi B_0 a}{r^2} \frac{1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

La grandeur y_1 est éliminée en formant le quotient suivant, et dans le cas $\beta = 0$:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\cos x \cos N_c x + \frac{\sin x \sin N_c x}{N_c}}{\cos x \sin N_c x - \frac{\sin x \cos N_c x}{N_c}} \equiv F(N_c, x) \quad (59)$$

Notons que le référentiel droit $(\hat{E}_1, i\hat{E}_2)$ est différent à chaque tir. $\underline{E}(x=0)$ est orienté suivant \hat{E}_1 . Par contre, les signaux mesurés \underline{E}' sont définis dans le référentiel fixe des sondes $(\hat{E}'_1, i\hat{E}'_2)$, (figure 6). Nous choisissons de ramener les signaux mesurés \underline{E}' par une rotation de $\Delta\psi$ dans le référentiel du tir $(\hat{E}_1, i\hat{E}_2)$:

$$\underline{E} = \underline{R} \underline{E}' \quad \text{où } \underline{R} = \begin{pmatrix} \cos \Delta\psi & \sin \Delta\psi \\ -\sin \Delta\psi & \cos \Delta\psi \end{pmatrix} \quad (60)$$

où $\Delta\psi$ est défini par

$$\Delta\psi = \text{arc tg} \left. \frac{E'_2}{E'_1} \right|_{x=0} \quad (61)$$

mesuré au ventre du déplacement, il ne dépend pas de l'hélicité. La relation (59)

$$\frac{E_1}{E_2} (E'_1, E'_2, \Delta\varphi_{(E'_1, E'_2)}) = F(N_c, x) \quad (62)$$

permet d'obtenir l'hélicité de la colonne (figure 7).

Remarquons que $F(N_c, x)$ livre une détermination multiple qui est levée en choisissant N_c au plus proche de sa valeur théorique, donnée par (52).

Une fois l'hélicité déterminée, on peut trouver le déplacement de la colonne

$$y_1(x) = \frac{2}{E} \frac{E'_1 \cos \Delta\varphi + E'_2 \sin \Delta\varphi}{\cos x \cos N_c x + \frac{\sin x}{N_c} \sin N_c x} \quad (63)$$

Il est intéressant de connaître pour comparaison l'hélicité dans le cas où la colonne ne serait pas tenue aux extrémités: (18) et (55) donnent (figure 7):

$$\left(\frac{E_1}{E_2}\right)_{\text{libre}} = \cotg N_c x \quad (64)$$

On peut aussi arriver à ce résultat en faisant momentanément tendre $N_c \rightarrow \infty$ dans (59), ce qui a pour résultat de faire "oublier" l'effet de fixation des bouts.

5.2 Direction et module du signal

Rappelons tout d'abord que l'étalonnage des sondes se fait avec une barre rectiligne conductrice. La valeur du signal est trouvée avec (20), pour $h = 0$:

$$E_{\text{barre}} = \frac{\pi B_0 a y}{r^2} \frac{1 + \left(\frac{r}{b}\right)^2}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \equiv \epsilon y$$

L'équation (58) montre la dépendance en β , N_c et x de l'amplitude et de la direction du signal magnétique \underline{E} du screw-pinch fixé. La figure 8 représente $\underline{E}(\beta, N_c, x)$ pour un déplacement physique dans la direction \hat{E}_1 et de module arbitrairement fixé à $y_1 = \epsilon^{-1}$. Autrement dit, une barre déplacée de la même distance donne un signal unité.

- 1) On observe que le signal du screw-pinch fixé dépend toujours du β ,
 - a) pour $x = 0$: pas de dépendance de N_c .
 - b) pour $\Delta x \ll \frac{\bar{h}}{2}$: dépendance de N_c au premier ordre en Δx :

$$\underline{E} = \frac{\epsilon y_1}{2 - \beta} \left[(1 - \beta) + i \left[\left(1 - \frac{1}{N_c^2}\right) - \beta \right] \Delta x \right] \quad (65)$$

- c) pour $-\frac{\bar{h}}{2} < x < \frac{\bar{h}}{2}$: forte dépendance en N_c , d'après (58).

Par rapport à x , la figure 8 possède les symétries suivantes:

$$\begin{aligned} E_1(-x) &= E_1(x) \\ E_2(-x) &= -E_2(x) \end{aligned} \quad (66)$$

- 2) Seul en $x = 0$ et pour n'importe quel β , la direction du signal est identique à celle du déplacement physique de la colonne.
- 3) Cas particulier: pour $\beta = 0$, $N_c = 1$, \underline{E} indique la même direction quel que soit x , d'après fig. 8 ou (57).

6. RESULTATS EXPERIMENTAUX

6.1 Rayon de la colonne

Les sondes dipolaires permettent de déterminer grossièrement le courant I_z nécessaire à la destabilisation du premier mode instable, lorsqu'on voit apparaître des signaux brusques de faible amplitude sur les sondes dipolaires.

On interprète ceux-ci comme ceux du premier mode instable $m = n = 1$. Avec (42) et (51), et puisque la limite de Kruskal-Shafranov pour le premier mode instable est caractérisée par $N_c = 1$ (relation de dispersion (53)), que $B_\theta(a) \equiv B_o = \frac{\mu_o I_{K-S}}{2\pi a}$, on trouve pour le rayon du plasma

$$a = \left(\frac{\mu_o l I_{K-S}}{2\pi^2(2-\beta) B_z} \right)^{1/2} \quad (67)$$

ce qui donne $a = 8$ mm au moment de la compression maximale à 45 mTorr. Cette méthode est assez fine cependant pour observer une légère dépendance positive entre I_{K-S} et la pression de remplissage.

Cette valeur de I_{K-S} se trouve être la même que celle obtenue par les mesures de taux de croissance à 31 mTorr (voir 6.2 et fig. 9).

Le rayon est encore déterminé à partir de l'émission lumineuse totale enregistrée sur les photographies streak latérales [8]. On admet un profil de densité gaussien $n_e(r) = e^{-r^2/r_1^2}$, et l'émission $\sim n_e^2$. Le profil d'émission est alors $I(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} a e^{-\frac{4x^2}{a^2}}$, où $a = \sqrt{2} r_1$, est le rayon d'un plasma rectangulaire équivalent [9]. Par comparaison de densités optiques avec un coin optique gradué, photographié de manière à éliminer la non-linéarité du film, on obtient pour le rayon équivalent au moment de la compression maximale $a = 8.0 \pm 0.4$ mm à 45 mTorr.

Notons qu'en admettant une collection de toute la masse, cela représente un taux de compression voisin de 10. La valeur $\dot{B}_z = 0.66$ T/ μ s est légèrement inférieure à la valeur de 1 T/ μ s garantissant un taux de collection de 1 (le piston magnétique est auto-ionisant) [10]. Les mesures diamagnétiques ont montré que le taux de collection dans ces conditions d'expérience est de 85%. Les mesures de taux de collection du β et de la température sont décrites dans [9].

6.2 Taux de croissance

Les taux de croissance γ du premier mode instable $m=n=1$ sont mesurés à partir des photographies streak ($Z = -14.2$ cm) et au moyen du couple de sondes dipolaires central ($Z = 0$). La valeur de γ passe par un maximum entre 4 et 6 μ s, reporté dans la figure 9, suivi d'une saturation graduelle avant de rencontrer la paroi. Les valeurs optiques atteignent $\frac{1}{2}$ fois les valeurs théoriques d'un screw-pinch fixé aux extrémités et à profil rectangulaire, pour lesquels on a tenu compte du taux de collection de masse [9] sans tenir compte cependant de l'effet de fuite de masse par les bouts. Une telle différence, déjà rencontrée dans l'expérience et atteignant le facteur $1/9$ [7] est expliquée par le profil diffus de la colonne [11] .

Les valeurs magnétiques valent 0.8 fois les valeurs optiques. Des différences plus importantes ont déjà été remarquées [12] . L'explication peut se trouver dans le fait que γ est mesuré sur un intervalle de temps durant lequel le β décroît fortement. Le signal magnétique E' montrerait alors une croissance plus faible, due au facteur $1/(2-\beta(t))$ dans (56).

Ici cependant, les valeurs de β et de l'hélicité ne varient que faiblement durant l'intervalle de mesure, de telle façon que l'influence de ces paramètres reste négligeable. La différence entre γ_{opt} et γ_{magn} semble provenir de l'exploitation de γ . γ_{opt} décroît de quelque 40 % entre 5 et 7 μ s. Les valeurs magnétiques moins lissées individuellement ont dû être extraites d'intervalles de temps plus longs. Elle provient ensuite de la difficulté à choisir l'origine du mouvement. Les valeurs γ_{magn} ont été obtenues avec pour origine la position du signal au temps $t = 1.8$ μ s. Mais si arbitrairement on choisit $r = 0$ comme origine, les valeurs γ_{magn} atteignent ou surpassent même légèrement les valeurs optiques. On voit que la difficulté de la mesure de γ_{magn} peut provenir d'une distribution non-symétrique du courant I_z autour de l'axe et évoluant dans le temps, comme il sera envisagé dans 6.4.

Le temps de réponse des sondes de 70 ns n'affecte pas la mesure de γ .

Rappelons que la valeur de I_{K-S} sur la figure 9 est obtenue avec (67) à partir des signaux de faible amplitude apparaissant sur les sondes lorsque I_z est augmenté. Cette valeur coïncide avec la droite de régression à travers les valeurs des taux de croissance.

6.3 Hélicité

Comme décrit dans 5., l'hélicité N_c se déduit du rapport E_1/E_2 obtenu après transformation du système de coordonnées par une rotation d'un angle $\Delta\psi$, opérant sur les valeurs mesurées \underline{E}' . $\Delta\psi$ est mesuré au centre $x = 0$ au temps $t = 0$. Ainsi les valeurs mesurées s'expriment dans le référentiel du tir ($\hat{E}_1, i\hat{E}_2$). Nous considérons maintenant une rotation $\Delta\psi(t)$. Ainsi nous annulons l'effet d'une éventuelle rotation globale de tout le plasma, phénomène bien connu de tous les pinches.

A travers $F(N_c, x)$, on détermine l'hélicité en admettant $\beta = 0$. La disposition symétrique des couples de sondes autour de $z = 0$ permet de prendre comme valeur de N_c la moyenne entre les sondes symétriques. La figure 10 montre l'hélicité obtenue en $z = \pm 28.4$ cm, moyennée sur trois tirs. Les valeurs obtenues dépendent encore des variations temporelles du champ et du courant, dues aux paramètres de l'expérience. L'approximation $\beta = 0$ faite ici est légitime. Dans nos conditions de β , l'hélicité obtenue est seulement de 5 % trop faible, dans le cas le plus défavorable.

Les signaux des sondes extrêmes ($z = \pm 56.8$ cm) ne sont pas exploités, car la multiplicité de la fonction $F(N_c, x)$, croissant avec x , donnerait une fiabilité faible aux valeurs obtenues pour N_c . Pour devenir exploitables, il faudrait installer des sondes intermédiaires pour lever l'indétermination sur N_c de proche en proche, depuis $z = 0$.

Une confirmation qualitative de ces mesures peut être trouvée dans leur mise en évidence des effets de bouts. Dans nos conditions d'expérience,

l'effet principal de la croissance de N_c peut être lié à la fuite de masse par les bouts. La croissance particulièrement vive entre 3 et 4 μ s marquant le passage de l'onde de raréfaction $m = 0$ dans les plans $z = \pm 28.4$ cm. Pour un haut β , l'onde de raréfaction diminue fortement le rayon du plasma à son passage [13,14,15], augmentant donc le pitch du champ dans un screw-pinch. Le rapport des aires avant et après le passage de l'onde de raréfaction est donné grossièrement par $A/A_0 = (1 - \beta)^{-\frac{1}{2}}$ pour un haut β , par $1 - 0.382\beta$ pour $\beta \ll 1$ [13,14]. L'hélicité d'équilibre, selon (51) est

$$N_c = \frac{1}{(2-\beta) \eta} = \frac{\mu_0 \ell I_z}{2\pi^2 (2-\beta) B_z} \cdot \frac{1}{a^2} \quad (65)$$

pour le mode $m = 1$. Puisque la masse linéaire est $M = \pi a^2 \rho$, il vient:

$$M(t) \sim \frac{I_z(t)}{(2-\beta(t)) B_z(t)} \frac{1}{N_c(t)} \quad (66)$$

Cette dérivation est entendue dans le modèle d'un plasma rectangulaire parfaitement conducteur, avec courants de surface, sans diffusion du champ et tenu aux extrémités. L'évolution de la masse linéaire déduite de l'hélicité selon (66), figure 11, montre un comportement similaire à celui mesuré dans [15]. On distingue bien le passage de l'onde de raréfaction. L'interprétation dans un modèle de plasma libre aux extrémités aurait produit une chute de densité plus de deux fois plus importante (cf. figure 7) et est donc écartée. Cette interprétation concerne surtout le début de la fuite par les bouts, lorsque le β est encore relativement important.

6.4 Comportement optique et magnétique

Des mesures ont été faites pour savoir s'il y a superposition du centre de gravité de la distribution de lumière du plasma et du centre de gravité du courant I_z . La caméra streak mesure la position de la colonne de plasma en $z = -14.2$ cm. Ces valeurs sont comparées avec celles qui sont obtenues par le couple de sondes installé dans le plan médian ($z=0$).

Le comportement dans différentes conditions d'expérience (p_r, I_z), montre une allure très semblable, l'instabilité se développant en gros toujours dans la même direction. Après la croissance de l'instabilité, le plasma touche la paroi et le centre de gravité du courant se met à tourner autour de l'axe, phénomène bien visible sur la figure 12a (45 mTorr, 6 KA). La figure 13 réunit le comportement optique ($z = - 14.2$ cm) et le comportement magnétique ($z=0$).

Pour comparer les 2 mesures, on ramène le déplacement optique ($z = - 14.2$ cm) dans la position $z = 0$, compte tenu de l'hélicité $N_c(t)$ déjà obtenue en 6.3:

$$\Delta\theta = - N_c \Delta x = N_c \frac{l}{l} \Delta z, \quad \Delta\theta = 72^\circ \text{ pour } N_c = 4$$

Le signal magnétique \underline{E}' en $z = 0$, non représenté sur la figure, montre une direction très différente du signal optique, différence qui est expliquée par l'influence du β et de N_c . En effet \underline{E}' ne donne la direction physique du déplacement que si le ventre de la déformation est réellement centré sur $z = 0$, conformément au modèle du pinch tenu aux extrémités.

Les paramètres du plasma sont:

45 mTorr
 $I_z = 6$ KA

t [μ s]	β	N_c
0.9	0.59	2 ?
1.8	0.17	2
2.8	0.06	2.2
3.7	0.04	3.2
4.6	0.03	3.7

Ces valeurs, reportées sur le graphique de la figure 8, pour $x = - 0.244$, représentent la direction et le module du signal que l'on mesurerait en $x = - 0.244$ pour un déplacement $y_1 = \epsilon^{-1}$ dans la direction \hat{E}_1 . Ces points

montrant une forte analogie avec le signal magnétique \underline{E}' mesuré en $x=0$ signifient donc un déplacement du ventre vers $x > 0$. En tenant compte de ($\beta(t), N_c(t), x = -0.244$), on trouve y_1 . Avec ce choix de x , on supprime partiellement une forte courbure de la trajectoire $\underline{E}'(\beta, N_c, x)$ dans les 4 premières μs trouvant son origine dans l'évolution de β et N_c ; dans les μs suivantes on réalise la superposition des déplacements mesurés optiquement et magnétiquement.

Le défaut du modèle provient du fait qu'une onde stationnaire (mode propre) n'a pas eu le temps de s'établir. Pour différentes décharges, le signal magnétique se comporte assez systématiquement de la même façon, ce qui indique un déplacement du ventre dans le même sens. On explique ce déplacement par la présence du mode supérieur $n = 2$, instable si $N_c > 2$, d'après (53), ce qui est le cas dans nos conditions de courant I_z . Ce mode peut être amorcé par un mésalignement du tube de décharge ou des électrodes par rapport à l'axe, qui vient très bien expliquer l'aspect asymétrique du courant I_z au début de la décharge. Ainsi la superposition des trajectoires obtenues pour un déplacement du ventre de $x = +0.244$ ($z = -11$ cm) correspond à une amplitude relative des deux modes $y_{n=2}/y_{n=1}$ de 14 % vers 6-7 μs . On voit que l'instabilité croît en $z=0$ (sonde magnétique) à quel que $+70^\circ$ de celle en $z = -14.2$ cm (caméra). Une vérification optique au moyen d'un couple de phototransistors dans le prolongement de ces deux premières mesures, indique environ 70° de plus qu'en $z=0$, venant confirmer d'une part les valeurs obtenues pour l'hélicité, d'autre part l'interprétation d'un déplacement du ventre.

Notons que le choix d'un déplacement constant du ventre au cours de toute la décharge n'est justifié que pour la transparence de l'explication. En fait, on aurait pu tenir compte d'un déplacement temporel du ventre, aperçu dans les mesures d'hélicité, où des disymétries dans les valeurs de N_c provenant des sondes opposées $z = \pm 28.4$ cm ont été systématiquement observées d'un tir à l'autre. Ces disymétries permettent de trouver en première approximation le déplacement temporel du ventre à travers $F(N_c, x)$. Celui-ci après un passage en $z > 0$ dans les premières μs , passe en

$z = - 11$ cm vers $6-7 \mu\text{s}$ pour tendre vers le centre ensuite, ce qui indique une décroissance du rapport d'amplitude $y_{n=2}/y_{n=1}$. Ceci est justifié puisque le mode $n=2$ est en partie produit artificiellement par un mésalignement et possède un taux de croissance plus faible que le premier mode. Il n'a cependant pas été tenu compte d'un déplacement temporel du ventre, mais on notera qu'il y a là l'origine d'une détermination imprécise de y_1 , induisant un lissage moins bon des valeurs $\gamma(t)_{\text{magn}}$ à l'intérieur d'un tir, comme cela est observé.

On a donc pu justifier les mesures en les dégageant des effets d'un mésalignement produisant un mode supérieur $n = 2$. De cette façon, on obtient des résultats de mesures magnétiques et optiques consistants entre eux, dans le cadre du modèle du screw-pinch tenu aux extrémités.

7. CONCLUSION

Des sondes magnétiques dipolaires sensibles au champ azimuthal ont été étudiées et expérimentées sur un screw-pinch. Le champ magnétique extérieur a été calculé analytiquement dans un modèle de plasma rectangulaire, tenu aux extrémités par des électrodes placées sur l'axe.

Pour la stabilisation par rétroaction d'un screw-pinch avec une structure magnétique extérieure, la connaissance des champs extérieurs est nécessaire. Dans ce contexte, les bobinages des sondes peuvent être considérés soit comme éléments passifs (sondes), soit comme éléments actifs (bobines de rétroaction).

La confrontation des mesures magnétiques et optique du kink mode $m=1$ a montré que l'interprétation des signaux des sondes nécessitait une hypothèse précise sur le modèle de la déformation de la colonne. La connaissance des conditions de bord sur z , en particulier, est primordiale. Les électrodes pour le courant I_z réalisent ces conditions. De plus, elles déplacent la limite de stabilité du screw-pinch en doublant approximativement le courant nécessaire à sa destabilisation. La position réelle du plasma n'est pas directement donnée par le signal des sondes. Celui-ci dépend du β , de l'hélicité de la colonne et de la position de la mesure. La corrélation entre la lumière du plasma et le chemin du courant a été réalisée après l'exploitation du signal des sondes. Un léger défaut expérimental du modèle a pu être mis en évidence, permettant de déterminer l'amplitude relative des modes $n=1$ et 2 . De plus, une estimation de la fuite de masse par les bouts a pu être réalisée permettant d'expliquer la croissance de l'hélicité. Les taux de croissance obtenus optiquement et magnétiquement sont identiques à l'intérieur de l'erreur expérimentale. La théorie montre cependant qu'une décroissance rapide du β doit engendrer une diminution du taux de croissance du signal directement mesuré aux sondes dipolaires.

Les sondes dipolaires se sont montrées être un moyen puissant de diagnostic donnant accès à une connaissance globale de la déformation d'un screw-pinch. La détermination de l'hélicité permet de dessiner les conducteurs de rétroaction. L'utilisation de telles sondes peut être étendue à des plasmas sans courant longitudinaux, un θ -pinch, par exemple, puisqu'il a été montré qu'elles n'étaient pas seulement sensibles au champ produit par un courant I_z . Elles permettent par exemple, la mesure de la propagation d'ondes d'Alfvén le long d'un θ -pinch.

APPENDICE

Définitions employées et conditions de passage aux cas voisins du screw-pinch tenu aux extrémités.

1) Définition de q

Notons que le " q " d'un screw-pinch est usuellement défini par $q_{\text{usuel}} = -\alpha_v h a$ (safety factor). Nous définissons cependant (42) pour le screw-pinch tenu aux extrémités [5] :

$$Nq = -\alpha_v h a \quad (\text{A1})$$

où $N \equiv \frac{h}{K}$ (A2) est un indice d'onde ($K \equiv -\frac{\pi}{\ell}$). Il vient que $N = \frac{2\ell}{\lambda}$ est une autre définition pour h . Une définition équivalente à (A1) est alors :

$$q = -\alpha_v k a \quad (\text{A3})$$

Le " q " ainsi définit a une signification particulière. Il représente la valeur du q_{usuel} , multiplié par la longueur d'onde du mode instable normalisé à 2ℓ . (A1) et (A3) donnent

$$q \equiv \frac{q_{\text{usuel}}}{N} = \frac{\lambda}{2\ell} q_{\text{usuel}} \quad (\text{A4})$$

D'après (A3), q est une valeur fixe. Si on avait voulu employer q_{usuel} , on aurait toujours eu affaire à deux $q_{\text{usuel}}^{(i)} = N^{(i)} q$ ($i=1,2$) dans le cas du screw-pinch tenu aux extrémités, alors que notre définition reporte les deux longueurs d'ondes dans les symboles $N^{(i)}$.

2) Condition de passage du screw-pinch tenu aux extrémités au screw-pinch toroïdal

Pour décrire le screw-pinch toroïdal, il faut exiger une condition de

périodicité en général inexistante chez le screw-pinch tenu aux extrémités. Il y a alors une condition de périodicité sur l'amplitude, une autre sur la direction de la déformation. La première s'exprime par

$$h_1 = n \cdot \frac{2\pi}{l} \quad n \text{ entier} \quad (\text{A5})$$

Pour être compatible avec la condition de bord (45) du screw-pinch fixé, il faut que $h_2 \neq 0$. (A1), (A3) et (A5) donnent comme condition de périodicité sur l'amplitude:

$$N^{(1)} = -2n \quad (\text{A6})$$

La périodicité sur la direction de la déformation est contrôlée par l'hélicité de la colonne. Nous avons obtenu (p.14):

$$\Delta\theta = N_c K \Delta z$$

Il faut que sur la distance $\Delta z = l$, on ait $\Delta\theta = 2\pi \cdot \mathcal{S}$ (\mathcal{S} entier), c'est-à-dire

$$N_c = \pm 2\mathcal{S} \quad \mathcal{S} \text{ entier} \quad (\text{A7})$$

La condition sur la direction (A7) est en particulier remplie pour certaines limites de Kruskal-Shafranov du screw-pinch fixé où, d'après (53)

$$N_c = \pm n \quad (\text{A8})$$

Ce qui donne dans le cas non trivial le plus élémentaire $\mathcal{S} = 1$:

$$N_c = 2$$

$$n = \pm 2$$

$$N^{(1)} = \mp 4$$

Ce sont là les premières conditions pour lesquelles le screw-pinch toroïdal et le screw-pinch fixé sont équivalents.

3) Signification pour "q"

Dans le cas élémentaire précédent $\mathcal{S} = 1$, le screw-pinch fixé est équivalent au screw-pinch toroïdal. On a

$$\left. \begin{array}{l} N^{(1)} = 4 \\ N^{(2)} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} q_{\text{usuel}}^{(1)} = 4q \\ q_{\text{usuel}}^{(2)} = 0 \end{array}$$

Nous obtenons deux valeurs différentes pour $q^{(i)}$, mais nous pouvons sans autre oublier la deuxième onde qui a pour seul effet de déplacer l'axe de la première, sans en modifier les propriétés. Notons, qu'aucune contrainte ne couple plus h_2 à h_1 dans le screw-pinch toroïdal. Avec (51), il vient alors

$$q_{\text{usuel}} = 4q = \frac{2}{2-\beta} \quad (\text{A9})$$

lorsque la condition de passage entre les deux géométries est remplie (ici $\mathcal{S} = 1$).

La géométrie toroïdale a nécessité l'emploi d'une condition de périodicité. Dans un screw-pinch droit et sans électrodes axiales, plus rien de tel ne fixe la longueur d'onde du mode instable. On admet habituellement $\lambda_1 \cong 2\ell$, comme cela a été observé [7]. Ceci donne:

$$N^{(1)} = \frac{h_1}{k} = 1$$

$$N^{(2)} = 0$$

On ne tient plus compte de la deuxième onde et on a:

$$q_{\text{usuel}} = q \quad (\text{A10})$$

REFERENCES

- [1] R.J.J. van Heijningen, D.J. Maris, C. Bobeldijk and P.C.T. van der Laan. Coil systems for measuring rotational asymmetries in the self-magnetic field of a discharge. Plasma Physics 14, 205 (1972).
- [2] R.E. King, D.C. Robinson and A.J.L. Verhage. The application of Fourier analysis of the azimuthal field distribution to a study of equilibria and instabilities in a toroidal pinch discharge. CLM-P 302 (1972) Culham. J. Phys.D: Appl.Phys. 5, 2015 (1972).
- [3] C. Bobeldijk, A.A.M. Oomens, P.C.T. van der Laan. The azimuthal field of an unstable plasma column. Nucl.Fusion 13, 1, 121 (1973).
- [4] J.P. Perotti. Oscilloscope à douze voies verticales. LRP 34/67, Lausanne (1967).
- [5] R. Keller. Le mécanisme du pinch hélicoïdal stabilisé par rétroaction. LRP 58/72, Lausanne (1972).
- [6] R.J. Tayler. The influence of an axial magnetic field on the stability of a constricted gas discharge. Proc.Phys.Soc. (London) B 70, (1957), p. 1049.
- [7] E.M. Little, A.A. Newton, W.E. Quinn, F.L. Ribe. Linear θ -pinch experiments related to the stability of a toroidal θ -pinch of large aspect ratio. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion (Conf. Proc. Novosibirsk 1968), 2, IAEA, Vienne (1969), 555.
- [8] A.D. Beach et al. Temperature and Density Measurements in the Midplane of a long Theta Pinch. CLM-P 198 (1969) Culham. Nuclear Fusion 9, 223-231 (1969).
- [9] R. Keller. Mesure diamagnétique d'un theta-pinch. LRP 78/74, Lausanne (1974).

- [10] A. Wootton. The motion of a theta pinch in a perturbing magnetic field. Dept.of Physics, Royal Holloway College. Thèse (1973).
- [11] J.P. Freidberg. Magnetohydrodynamic Stability of a Diffuse Screw-Pinch. Phys.Fluids 13, 1812-1818 (1970).
- [12] S. Kiyama and A. Wootton. The influence of a transverse field on a screw-pinch plasma. Communication privée (1973).
- [13] J.A. Wesson. Plasma Flow in a Theta Pinch. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Conf.Proc. Culham 1965) 1, IAEA, Vienne (1966), 223.
- [14] H.A.B. Bodin, T.S. Green, A.A. Newton, G.B.F. Niblett and J.A. Reynolds. Plasma Containment and Stability in a Megajoule Theta Pinch Experiment. *ibid.* p. 193.
- [15] A.A. Newton. Area Waves in a Theta Pinch. Nuclear Fusion 8, 93-97 (1968).

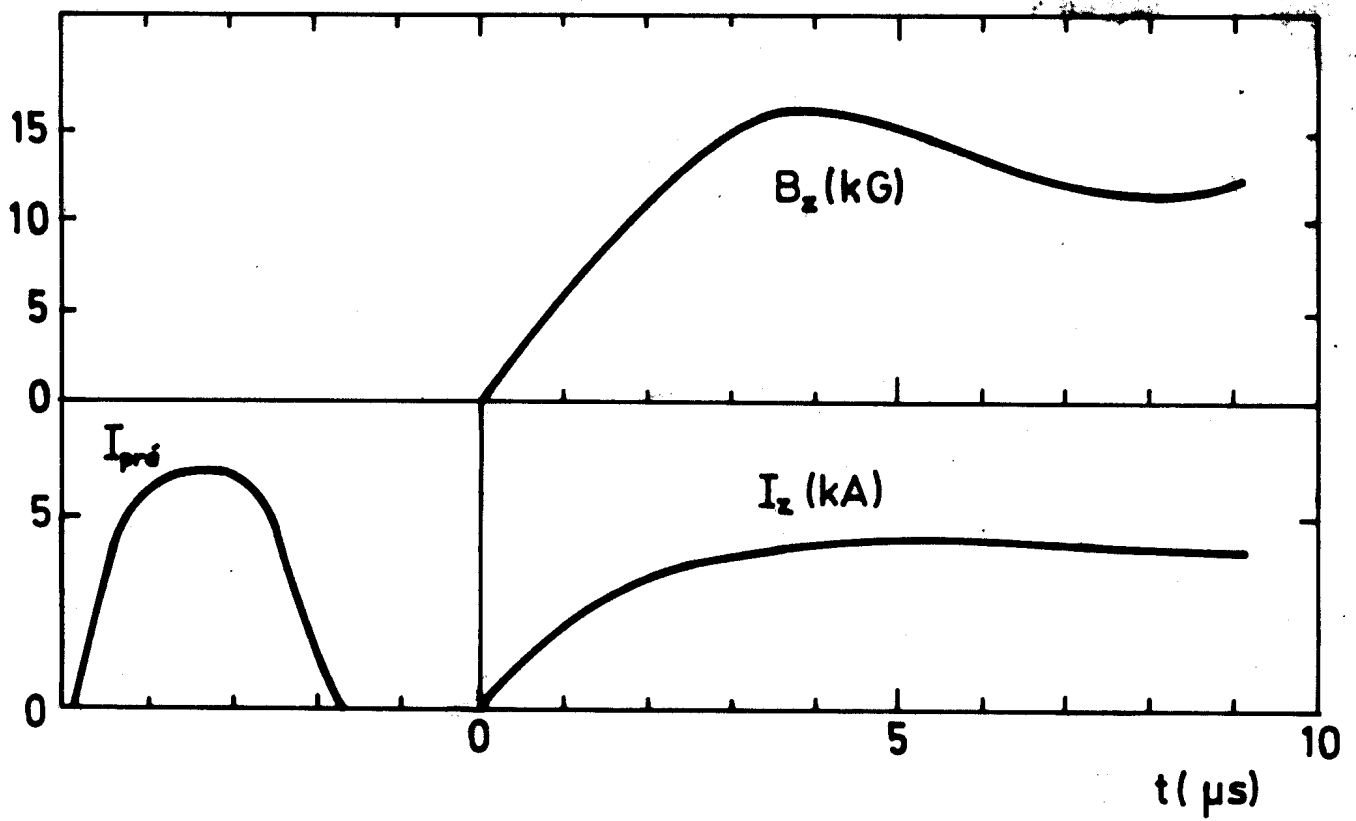


Figure 1: Champ et courant

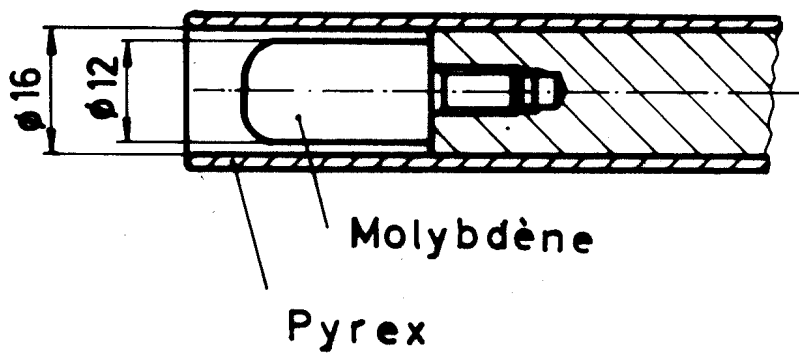


Figure 2: Electrode I_z isolée (échelle 1:1).

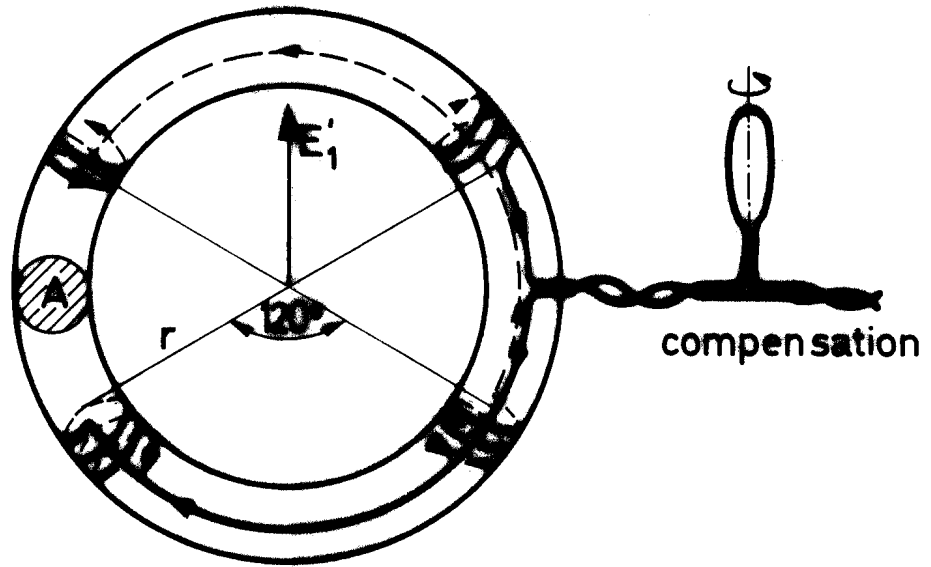


Figure 3: Sonde dipolaire: approximation rectangulaire

Sonde	Compensation	$r = 31 \text{ mm}$
$L = 3,2 \mu\text{H}$	$2 \mu\text{H}$	$A = 14 \text{ mm}^2$
$R = 900 \text{ m}\Omega$	$180 \text{ m}\Omega$	162 spires

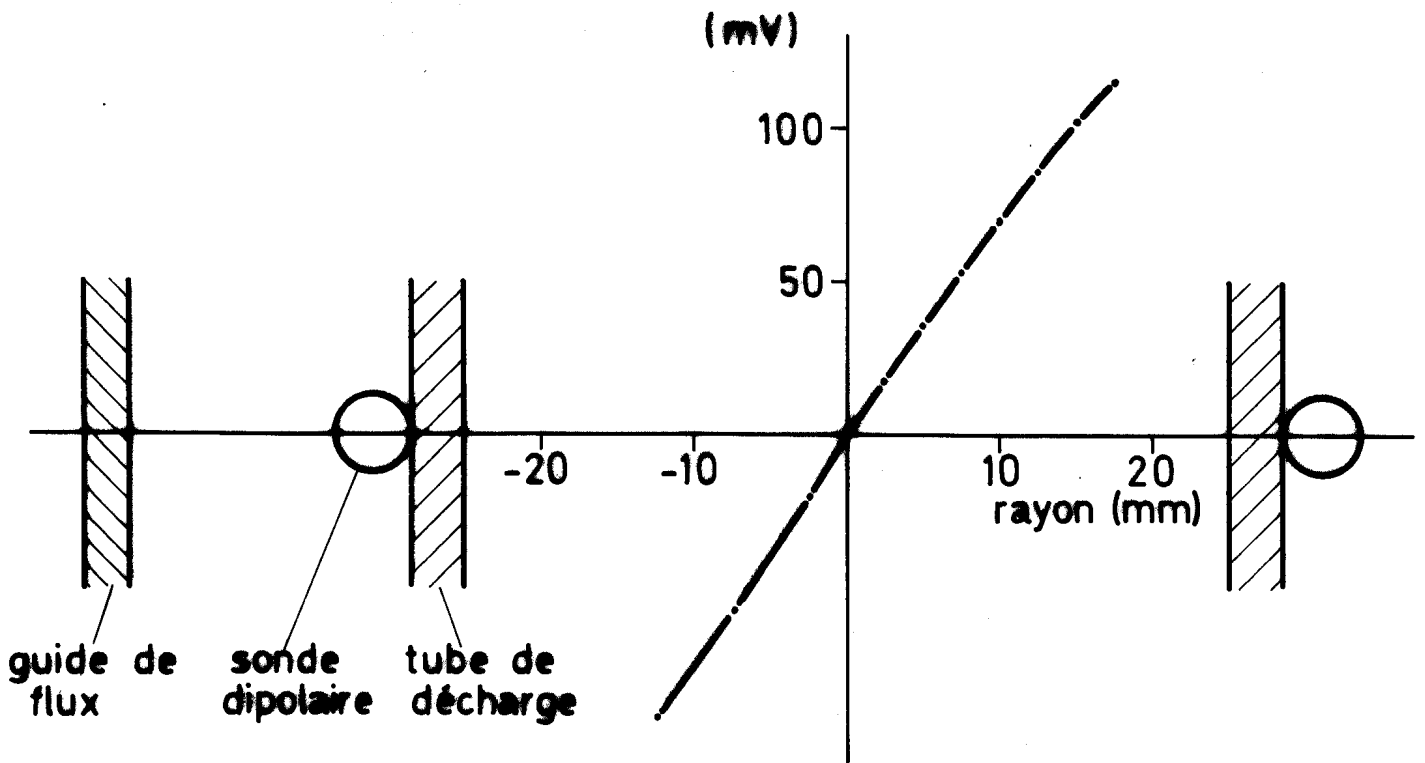


Figure 4: Tension en fonction du déplacement d'un conducteur linéaire de $\varnothing 18 \text{ mm}$.

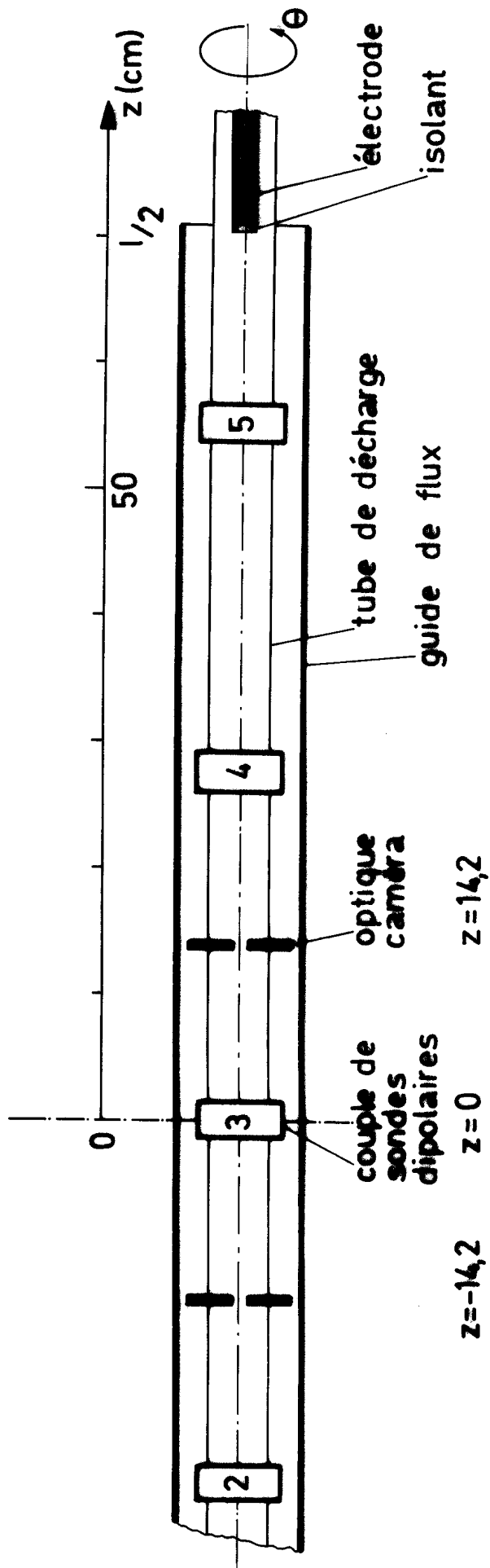


Figure 5: Disposition des mesures

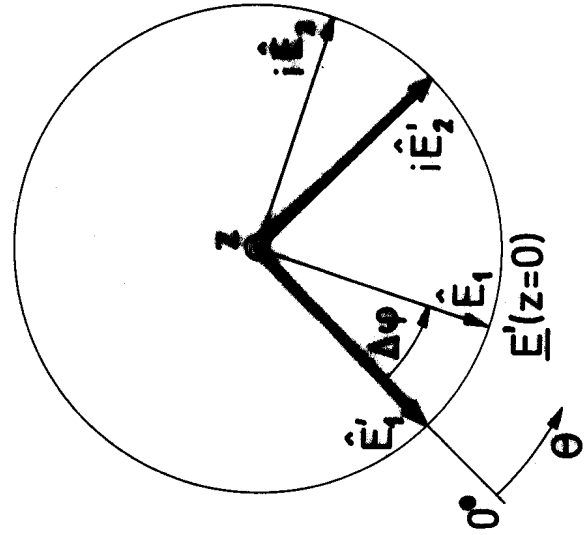


Figure 6: Référentiels des sondes dipolaires

$(\hat{E}'_1, i\hat{E}'_2)$: axes de sensibilité des sondes
 $(\hat{E}_1, i\hat{E}_2)$: référentiel du tir.

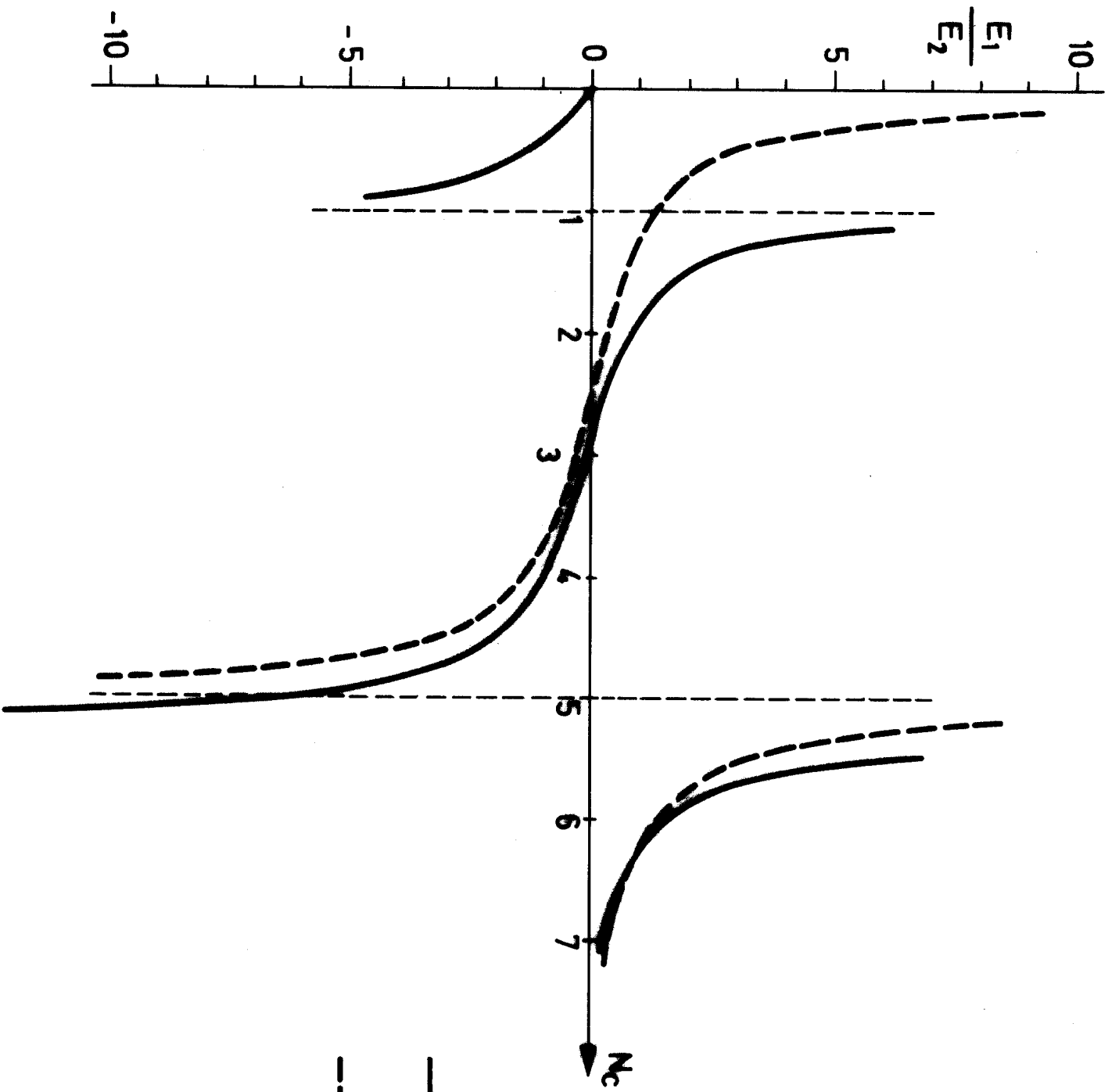


Figure 7:
 $F(N_c, x)$
 avec $x = 0,62$ ($Z = -28.4$ cm)
 et $\beta \rightarrow 0$

— plasma tenu aux extrémités.
 - - - plasma sans conditions de bord sur Z.

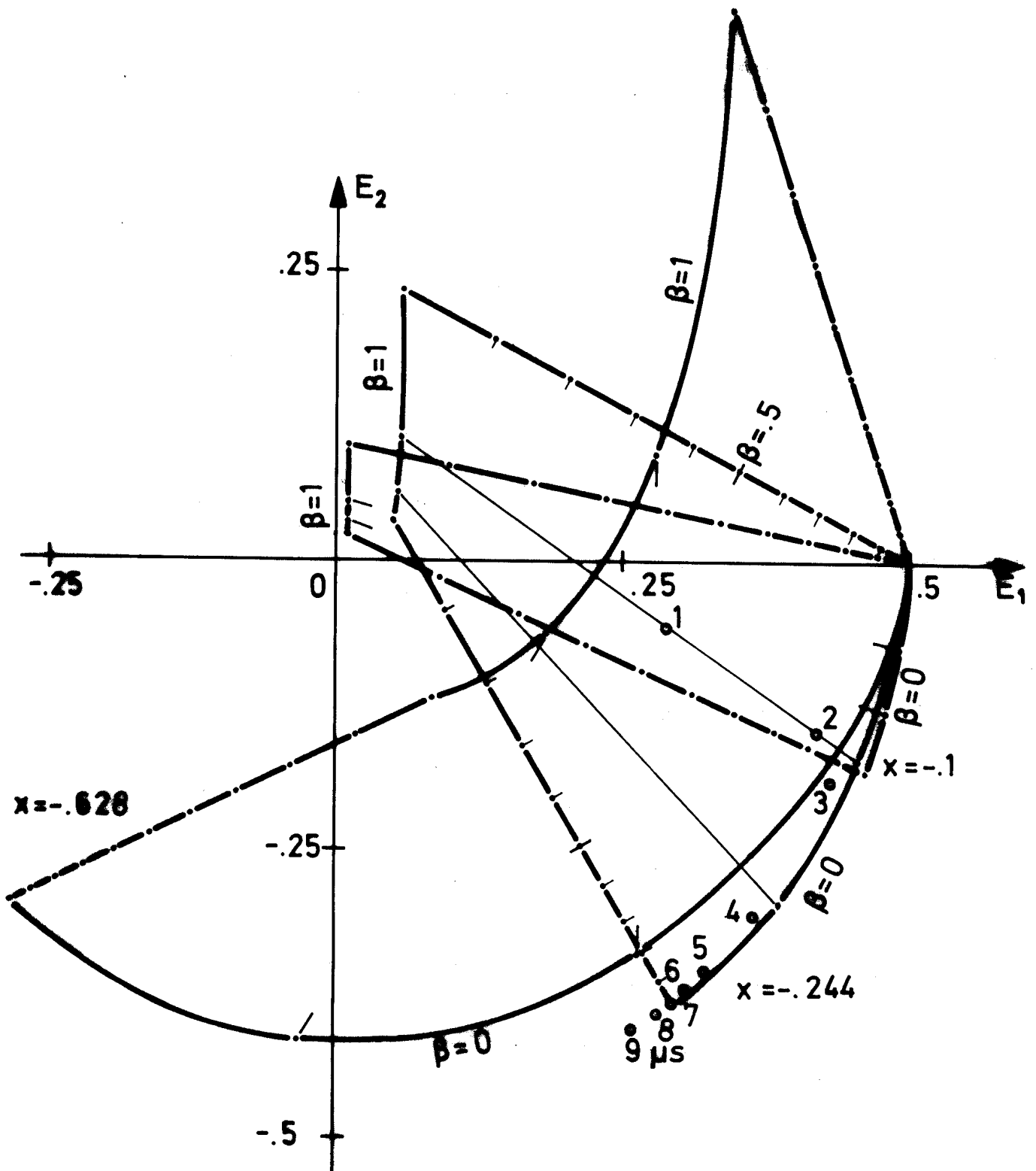


Figure 8: Signal magnétique $\underline{E}(\beta, N_c, x)$ pour un déplacement $y_1 = e^{-1}$ dans la direction \hat{E}_1 en trois points de mesure x . $1 < N_c < 4$; $0 < \beta < 1$

Pour $x = -0.244$: évolution en fonction des β et N_c mesurés. Temps (μs) = $0.922 \cdot$ temps indiqué.

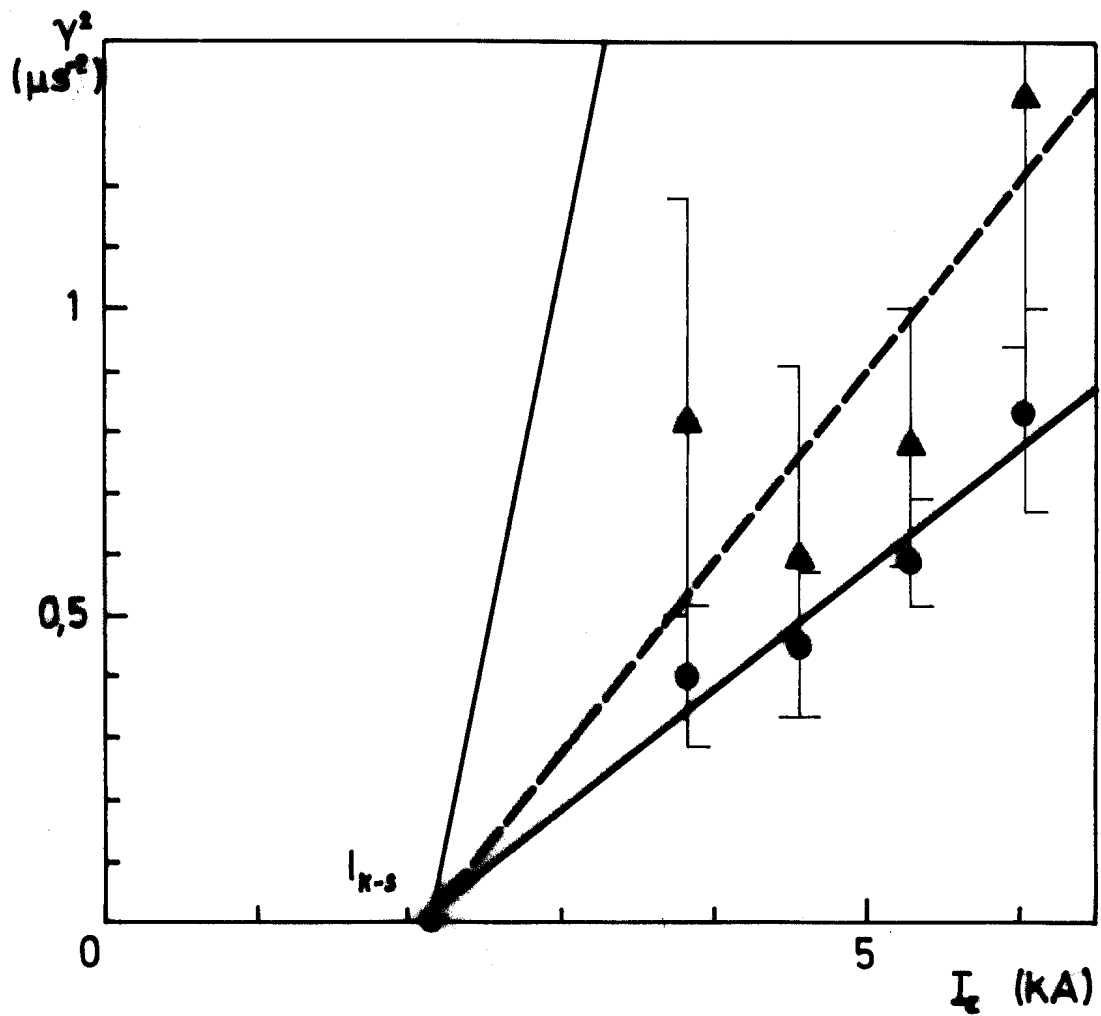


Figure 9: Taux de croissance du kink
mode $m = n = 1$. 31 mTorr



sonde magnétique dipolaire ($z=0$)

caméra streak ($z=-14.2$ cm)

théorique pour profil rectangulaire.

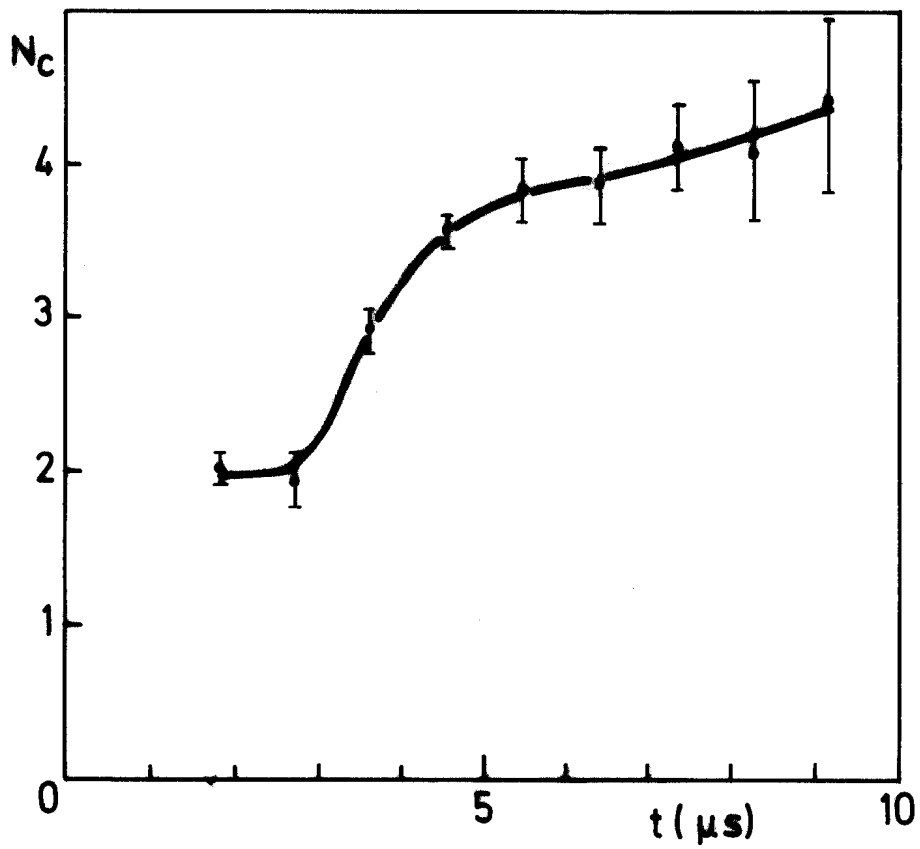


Figure 10: Evolution de l'hélicité, 45 mTorr

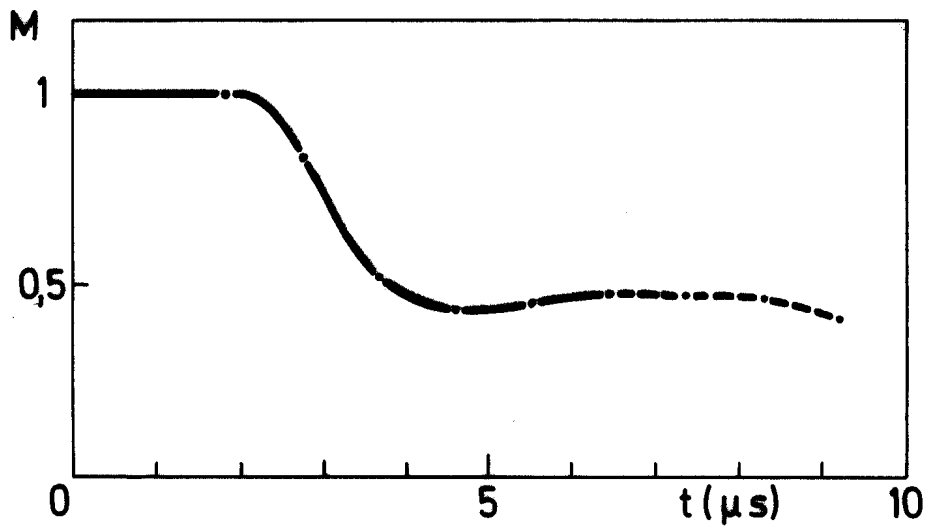


Figure 11: Fuite de masse mesurée dans les plans $Z = \pm 28,4$ cm.
(45 mTorr)

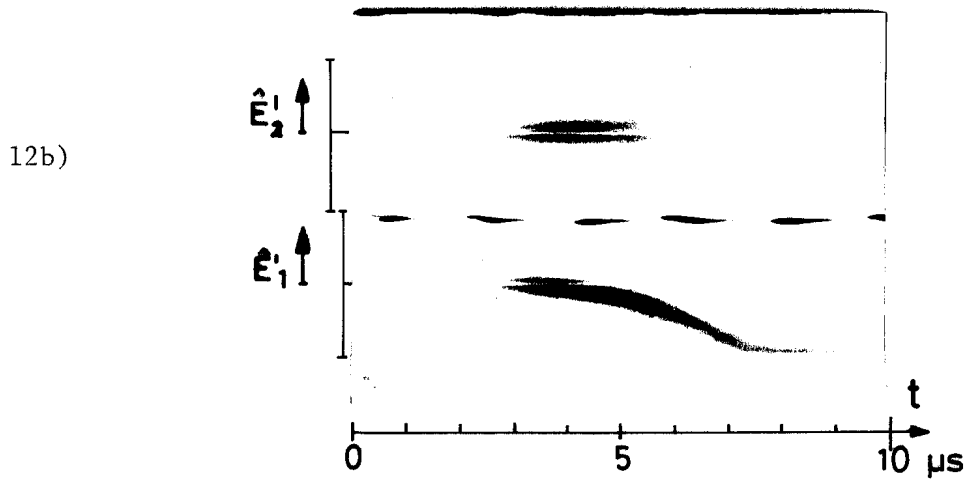
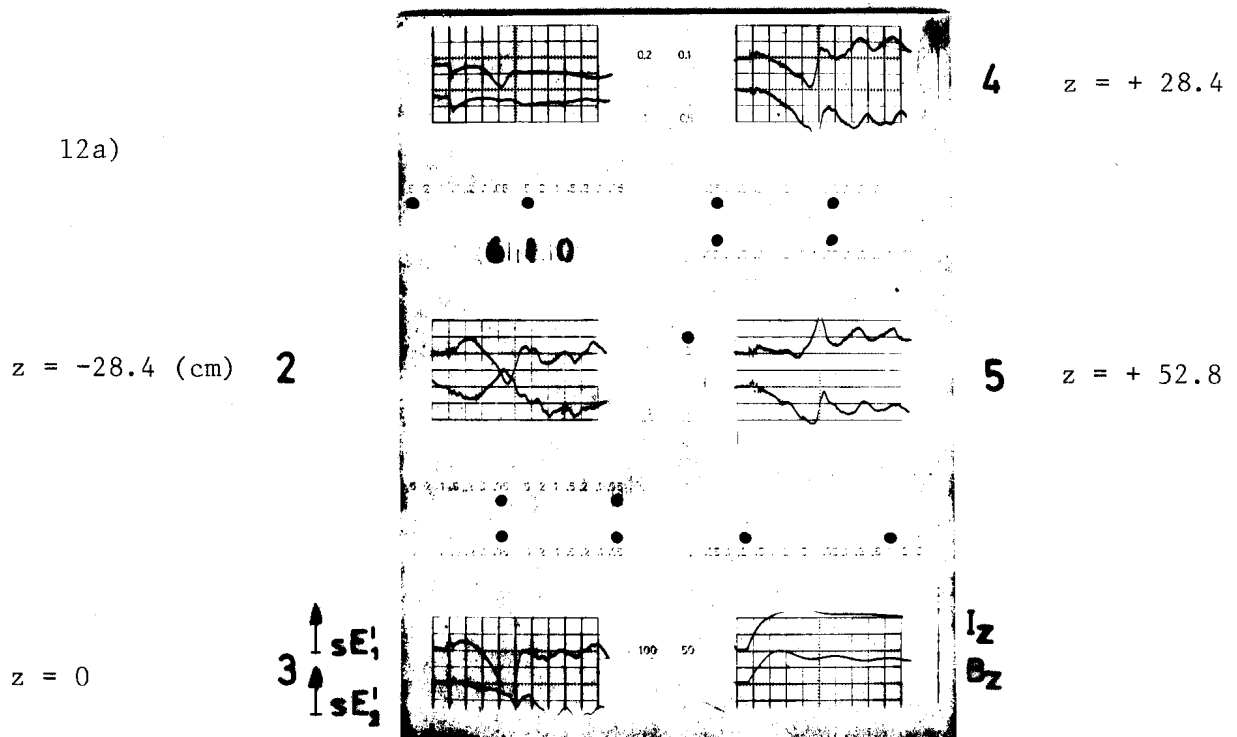


Figure 12: Mesure magnétique et optique du déplacement.

a : Signaux des couples de sondes dipolaires
2 à 5 ($\sim 2 \mu s/div$; 50 v/div)

b : Caméra streak en $z = -14.2$

45 mTorr , $I_z = 6$ KA.

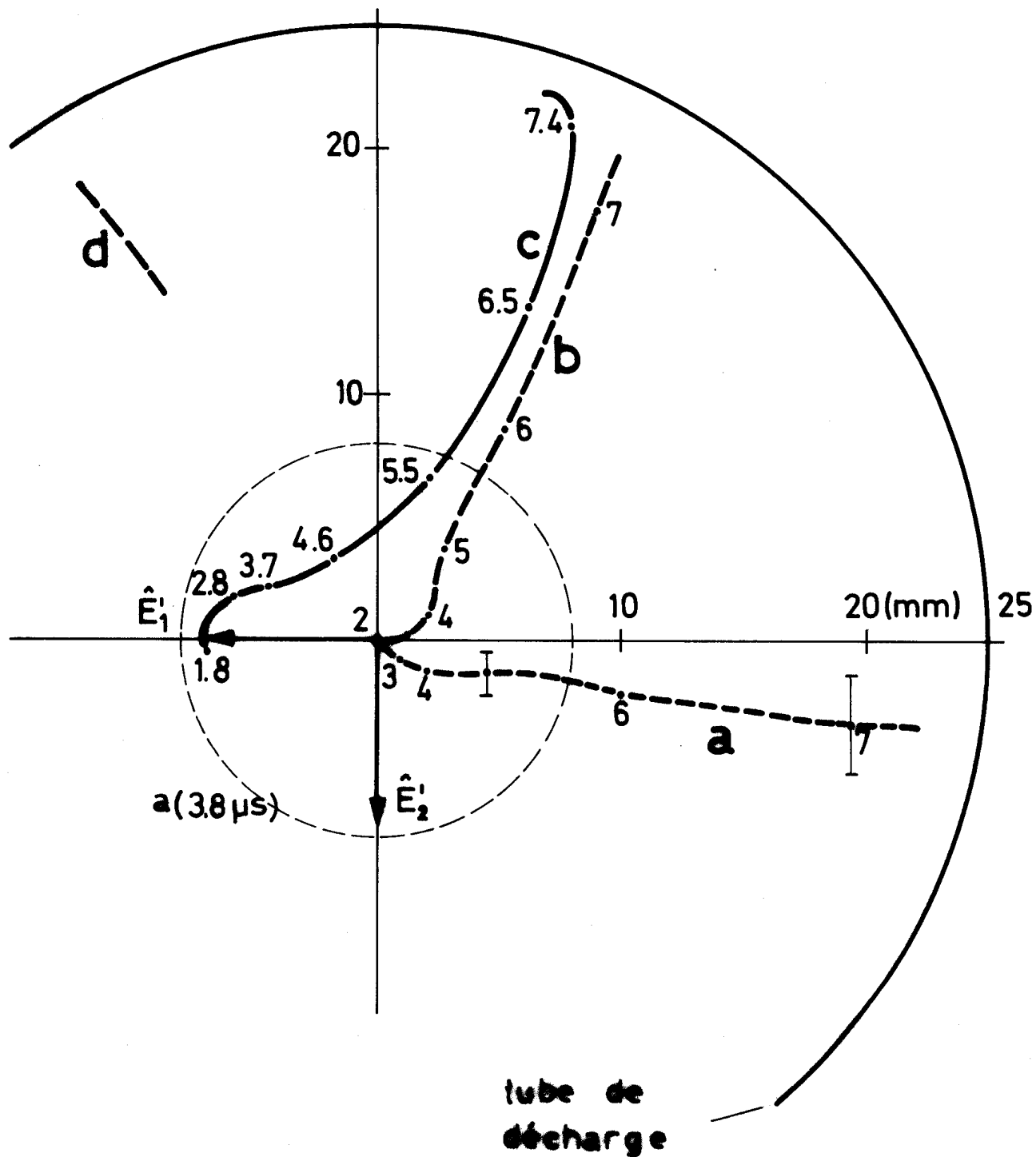


Figure 13: Comparaison des déplacements mesurés optiquement et magnétiquement (décharge de la figure 12)

- a : déplacement photographié en $z = -14.2$ cm
- b : déplacement photographié ramené en $z = 0$
- c : déplacement magnétique en $z = 0$
- d : optique (photodiode) en $z = 14.2$ cm.