

Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung

Prof. Dr. sc. techn. Aurelio Muttoni

Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung

Herrn Professor Dr. Bruno Thürlimann zur Vollendung seines 80. Lebensjahres gewidmet

Aurelio Muttoni, Lausanne

Ausgehend vom effektiven Trag- und Bruchverhalten randgestützter Platten und punktgestützter Flachdecken (Durchstanzen) wird ein allgemeines Berechnungsmodell entwickelt und beschrieben. Daraus ergibt sich ein vereinfachtes und praktisches Verfahren für die Querkraftbemessung. Diese Methode, die für die neue Schweizer Norm SIA 262 entwickelt wurde, wird erläutert und anhand von Parameterstudien und Anwendungsbeispielen mit der Bemessungsmethode nach DIN 1045-1 verglichen.

Shear and Punching Strength of Slabs without Shear Reinforcement.

A general calculation model is developed and described starting from the effective load-carrying mechanism of edge- and point-supported (punching shear) slabs. This leads to a simplified and practical design process for shear. This method, originally developed for the new Swiss code SIA 262, is explained and compared to the DIN 1045-1 code through parametric studies and application examples.

1 Allgemeines

Für die Bemessung von Bauteilen mit Querkraftbewehrung sind im Laufe des zwanzigsten Jahrhunderts physikalische Modelle entwickelt worden, die auf einer vereinfachten Tragwirkung mit geneigten Betondruckstreben und Stahzzuggliedern basieren. Fachwerkmodelle, Stabwerkmodelle und Spannungsfelder sind Gleichgewichtslösungen, die jetzt als Bemessungsverfahren für Träger mit konstantem Querschnitt in den meisten Normen enthalten sind. Die Vorteile dieser Methoden sind die Anschaulichkeit der Lösungen, die für didaktische Zwecke von großer Bedeutung ist, und die Vielfalt der Anwendungsmöglichkeiten. Es lassen sich allerdings nicht nur prismatische Stäbe behandeln. So können auch Träger mit stetiger oder abrupter Querschnittsänderung, gedrungene Konsolen, Rahmenknoten, Krafteinleitungsbereiche, Scheiben und Platten anhand einer einheitlichen Betrachtungsweise bemessen werden [1], [2].

Anders ist die Situation bei der Bemessung von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung. In diesem Falle haben sich empirische Ansätze durchgesetzt. Dabei wird die bezogene Querkraftfestigkeit üblicherweise als Funktion der Betonfestigkeit und des Längsbewehrungsgrades beschrieben. Solche Ansätze sind leider nicht allgemein gültig. Die so ermittelte Querkraftfestigkeit muß daher mit geeigneten Faktoren korrigiert werden, damit der Maßstabeffekt, eine allenfalls vorhandene Vorspannung, eine Normalkraft oder die Besonderheit von Leichtzuschlägen berücksichtigt werden können. Beim Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung werden ähnliche Beziehungen verwendet. Dabei

wird üblicherweise die Lage des Nachweisschnittes so gewählt, daß die bezogene Querkraftfestigkeit von der Stützenabmessung unabhängig ist. Diese Wahl ist in phänomenologischer und didaktischer Hinsicht unglücklich, weil sich der so definierte Nachweisschnitt nicht im Bruchbereich befindet.

2 Randgestützte Platten ohne Querkraftbewehrung

2.1 Trag- und Bruchverhalten

Es ist hilfreich, das effektive Tragverhalten von Platten im randgestützten Bereich mit den herkömmlichen Gleichgewichtslösungen zu vergleichen. Bild 1 zeigt zwei Platten-

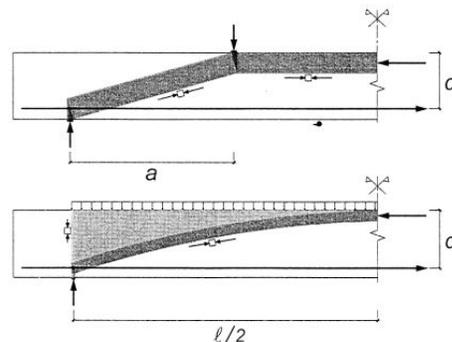
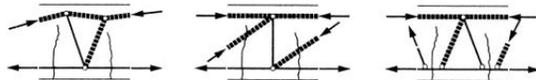


Bild 1 Plattenstreifen mit Gleichgewichtslösungen nach der Plastizitätstheorie, Fall mit konzentrierten Lasten und Fall mit verteilter Last
Figure 1 Slab strips with equilibrium-based solutions according to the theory of plasticity, in case of a concentrated and of distributed loads

streifen mit unterschiedlicher Belastung und die entsprechenden Gleichgewichtslösungen nach der Plastizitätstheorie [3]. Es handelt sich um die sogenannte Sprengwerk- bzw. Bogenwirkung. Da sämtliche Betonstreben und Knotenbereiche nur auf Druck beansprucht werden, sind diese Lösungen auch möglich, wenn die Betonzugfestigkeit vernachlässigt wird. Es kann interessanterweise festgestellt werden, daß bei diesen Lösungen die Traglast durch das Erschöpfen der Biegefestigkeit in Balkenmitte infolge Fließens der Längsbewehrung definiert ist. Bedingung dafür ist, daß die Bewehrungskraft hinter den Auflagern voll verankert wird. Erst bei sehr großen Längsbewehrungsgraden, bei denen die Druckzonenhöhe die Hälfte der statischen Höhe überschreitet, wird nach diesem Modell für die Tragfähigkeit des Plattenstreifens die Querkraft maßgebend.

Der vorzeitige Schubbruch von Platten ohne Querkraftbewehrung resultiert aus einer mangelhaften Verzahnung der Biegerißeufer.

Zahlreiche Versuche zeigen, daß das effektive Tragverhalten und die erreichte Bruchlast von den beschriebenen Gleichgewichtslösungen auch beträchtlich abweichen können. Bekanntlich bilden sich Biegerisse, die sich auch in die theoretischen Druckstreben des Sprengwerkes bzw. des Bogens fortpflanzen können. Bild 2 zeigt schematisch drei



Konsolenwirkung Verzahnungswirkung Dübelwirkung

—••••• Betondruckstrebe
— Betonzugband

Bild 2 Mögliche Tragwirkungen zur Aufnahme der Querkraft beim Vorhandensein von Biegerissen

Figure 2 Possible load-carrying mechanisms to resist the shearing force in presence of bending cracks

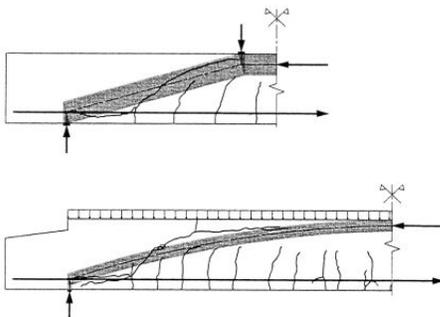


Bild 3 Bruchbild eines Plattenstreifens verglichen mit der Sprengwerk- bzw. Bogenwirkung (Versuche 5 und 14/1 aus [9], Konstruktion des Spannungsfeldes aus [7])

Figure 3 Crack pattern of a slab strip compared with direct support and arching action (Tests 5 and 14/1, construction of the stress fields from [7])

mögliche Tragwirkungen, die sich dabei einstellen können. Es sind die „Konsolenwirkung“, bei der die Querkraft von der Druckzone aufgenommen wird [4], die „Verzahnungswirkung“ mit einer Aufnahme der Querkraft über die Risse und die „Dübelwirkung“, bei der die Querkraft von der Längsbewehrung auf Schub aufgenommen wird. Es ist anzumerken, daß sich bei diesen drei Tragwirkungen im Beton Druckstreben sowie auch Zugbänder einstellen müssen. Das effektiv vorhandene Tragverhalten resultiert aus der Kombination dieser drei möglichen Tragwirkungen mit der Sprengwerk- bzw. Bogenwirkung [5], [6], [7].

Ein kritischer Zustand wird erreicht, wenn mehrere Betonzugbänder versagen. Der Bruch des Zugbandes der „Konsolenwirkung“ verursacht die Fortpflanzung des Biegerisses in etwa horizontaler Richtung, so daß damit auch die „Verzahnungswirkung“ im kritischen Bereich unmöglich wird. Gleichzeitig reißt auch das Zugband der „Dübelwirkung“, und ein neuer Riß entsteht entlang der Bewehrung. In diesem neuen Zustand wäre nur die Sprengwerk- bzw. Bogenwirkung möglich. Wie Bild 3 zeigt, verläuft jedoch der kritische Biegeriß mit seiner horizontalen Fortpflanzung in die geneigte Druckstrebe des theoretischen Modells hinein. Messungen an Plattenstreifen knapp vor dem Bruch haben gezeigt, daß wegen der relativ großen Rißbreite nur eine beschränkte Querkraft mit der Druckstrebe aufgenommen werden kann [7], [8]. Das Spannungsfeld nach der Plastizitätstheorie kann sich somit nicht vollständig einstellen. Dies erklärt, warum auch bei gewöhnlichen Längsbewehrungsgraden nicht die Biege-, sondern die Querkraftfestigkeit maßgebend ist.

2.2 Bruchkriterium

Die effektive Tragwirkung vor dem kritischen Zustand sowie auch die Restfestigkeit nach der Fortpflanzung der kritischen Risse wird maßgeblich beeinflusst von der Fähigkeit, eine Querkraft über die Biegerisse mittels Verzahnung der Rißeufer aufzunehmen. Aus diesem Grunde ist die Schubfestigkeit von Platten ohne Querkraftbewehrung primär von folgenden Größen abhängig:

- Betonfestigkeit,
- Rißbreite im kritischen Bereich,
- Größtkorndurchmesser und Festigkeit der Gesteinskörnung.

Für eine analytische Untersuchung wird die Rißbreite im kritischen Bereich geschätzt. Hierbei werden folgende Annahmen getroffen:

- Der kritische Bereich befindet sich in einem Schnitt um $0,5d$ von der Lasteinleitung und $0,6d$ von der Betonoberfläche entfernt.
- Die Rißbreite im kritischen Bereich ist proportional zum Produkt der Längsdehnung ε mit der statischen Nutzhöhe d . Eine ähnliche Annahme ist schon in [8] für das Problem des Durchstanzens und in [10], [11] für den Plattenstreifen getroffen worden.

Die Längsdehnung ε im kritischen Bereich kann mit der elastischen Biegetheorie ermittelt werden. Wird Ebenblei-

ben der Querschnitte angenommen und werden die Betonzugfestigkeit sowie der Einfluß der Querkraft auf die inneren Kräfte vernachlässigt, erhält man für den Fall ohne Normalkraft:

$$\varepsilon = \frac{M}{b \cdot d \cdot \rho \cdot E_s \cdot (d - x/3)} \cdot \frac{0,6d - x}{d - x} \quad (1)$$

Dabei ist

$$x = d \cdot \rho \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2E_c}{\rho \cdot E_s}} - 1 \right) \quad (2)$$

die Druckzonenhöhe und M das Biegemoment im kritischen Schnitt.

Aus der Auswertung von 128 Bruchversuchen an punktförmig belasteten Plattenstreifen aus Normal- und Hochleistungsbeton ist für die Querkraftfestigkeit folgende Beziehung ermittelt worden:

$$\tau_R = \frac{V_R}{b \cdot d} = \frac{\tau_c}{0,9 + 2,3 \cdot \varepsilon \cdot d \cdot k_{dg}} \quad d \text{ in [mm]} \quad (3)$$

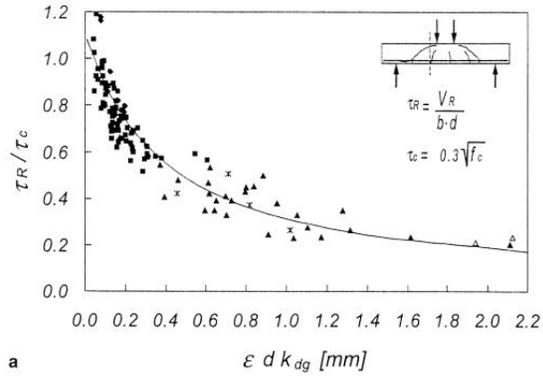
mit

$$\tau_c = 0,3 \cdot \sqrt{f_c} \quad \tau_c \text{ und } f_c \text{ in [N/mm}^2] \quad (4)$$

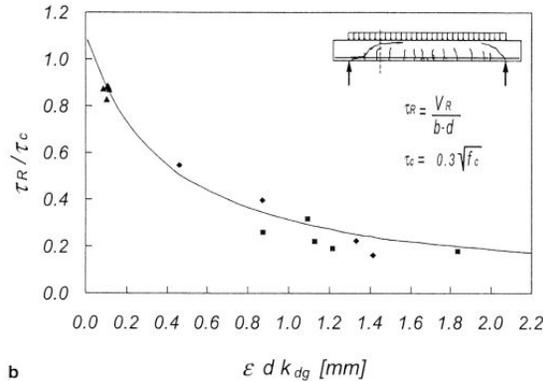
$$k_{dg} = \frac{48}{d_g + 16} \quad d_g \text{ in [mm]} \quad (5)$$

Mit den Gln. (4) und (5) wird der Einfluß der Betonfestigkeit f_c bzw. des Größtkorndurchmessers d_g berücksichtigt. Bei Hochleistungsbeton mit $f_c > 60 \text{ N/mm}^2$ verläuft der kritische Riß durch die Zuschlagskörner. In diesem Fall ist somit $d_g = 0$ einzusetzen. Eine mit (3) verwandte Beziehung ist in [10] vorgeschlagen worden. Gl. (5) ist in [12] aus der Arbeit [13] hergeleitet worden.

Bei der Versuchsauswertung wurden nur die Träger berücksichtigt, bei denen der Abstand zwischen Lasteinleitung und Auflagerkraft den Wert $3d$ überstieg. Bei Trägern mit einer Lasteinleitung in Auflagernähe ergibt sich bekanntlich eine höhere Querkraftfestigkeit. Dies ist eine Fol-



a



b

Bild 4 a: Vergleich der Beziehung (3) mit den Versuchen an punktförmig belasteten Plattenstreifen aus Normal- und Hochleistungsbeton, b: Versuche an Plattenstreifen mit verteilter Belastung

Figure 4 a: Comparison of equation (3) with tests of point-loaded slab strips in normal and high strength concrete, b: tests of slab strips with distributed loads

ge eines günstigeren Rißbildes [7]. Bei solchen Trägern ist die Fortpflanzung der Biegerisse weniger ausgeprägt, so daß sich die Sprengwirkung leichter einstellen kann.

Wie Bild 4a und Tabelle 1 zeigen, ist die Übereinstimmung der Beziehung (3) mit den Versuchsergebnissen recht gut. Die ausgewerteten Versuche aus den klassischen Versuchsserien [9] und [14], die in den 1960er Jahren durchge-

Versuchsart	Anzahl Versuche	Mittelwert Versuchsergebnis / Theorie	Variationskoeffizient	Literatur
Balken mit konzentrierten Lasten	253	1,02	0,15	
– Normal- und Hochleistungsbeton ohne Normalkraft	128	1,00	0,14	[9], [14]–[19]
– Normalbeton mit Zugnormalkraft	46	1,07	0,14	[20], [21]
– Normalbeton mit Drucknormalkraft	30	1,07	0,20	[20], [22]
– Leichtbeton ohne Normalkraft	49	1,00	0,14	[23]–[25]
Balken mit verteilter Last	16	0,93	0,14	[9], [26], [27]
sämtliche Versuche	269	1,01	0,15	

Tabelle 1 Resultate der Versuchsauswertung: statistische Größen
Table 1 Results from the evaluation of tests: statistical values

führt wurden, sind durch relativ hohe Längsbewehrungsgrade gekennzeichnet. Sie ergeben somit, bei relativ kleinen Rißbreiten im Bruchzustand, hohe Schubfestigkeiten. Dabei können die schwach bewehrten Träger nicht berücksichtigt werden, weil wegen der relativ niedrigen Streckgrenze ein Biegeversagen maßgebend war. Neuere Versuche sind hingegen durch zum Teil sehr geringe Querkraftfestigkeit gekennzeichnet. Dies ist der Fall für schwache Bewehrungsgrade mit gleichzeitig hoher Stahlqualität [15], [16], für kleine Größtkorndurchmesser [17], [18], Hochleistungsbeton [19] sowie statische Höhen bis 2 m [16].

Eine Normalkraft hat einen direkten Einfluß auf die Rißbreite und somit auch auf die Schubfestigkeit. Gl. (3) kann ohne weiteres auch für solche Fälle angewendet werden, wenn die Normalkraft bei der Ermittlung der Längsdehnung im kritischen Bereich berücksichtigt wird. Wie Tabelle 1 zeigt, ist auch dann die Übereinstimmung der vorgeschlagenen Beziehung mit den experimentellen Werten gut.

Eine ähnliche Übereinstimmung ist auch bei Plattenstreifen aus Leichtbeton feststellbar. Zur Berücksichtigung der kleinen Festigkeit der leichten Gesteinskörnung ist dabei in Gl. (5) $d_g = 0$ einzusetzen.

Bei einfach gelagerten Plattenstreifen unter verteilter Last ist die Lage der kritischen Zone nicht direkt definiert. Im Auflagerbereich ist nicht nur die Querkraftbeanspruchung, sondern auch der Querkraftwiderstand am größten, weil dort die Längsdehnung ε am geringsten ist. In Balkenmitte sind hingegen die Querkraftbeanspruchung und der Querkraftwiderstand am geringsten. Je nach Plattenschlankheit, Bewehrungsgehalt und Betonfestigkeit liegt die kritische Zone in einem Abstand zwischen $1,2d$ und $2,5d$ vom Auflager entfernt (siehe auch Bild 3). Auch bei den Plattenstreifen mit verteilter Belastung ist die Übereinstimmung der Gl. (3) mit den Versuchsresultaten relativ gut (siehe Bild 4 b und Tabelle 1).

Bei einigen Versuchen [17], [26] verläuft die Bewehrung nicht konstant über die ganze Länge. In solchen Fällen findet eine Konzentration der Risse mit zunehmender Rißweite in der Nähe der Abstufung statt, so daß die Querkraftfestigkeit entsprechend reduziert wird. Um dies zu berücksichtigen, muß die in Gl. (3) einzusetzende Dehnung ε um einen Faktor 1,5 vergrößert werden, sofern der Abstand des Nachweisschnittes zur Abstufung geringer als die statische Höhe ist.

Für praktische Anwendungen müssen die Gln. (3) und (4) so umformuliert werden, daß der charakteristische Wert der Betonfestigkeit f_{ck} und der partielle Sicherheitsfaktor γ_c eingeführt werden können. Dabei müssen die Gleichungen so angepaßt werden, daß daraus eine genügende Sicherheitsmarge resultiert. Mit:

$$\tau_{Rd} = \frac{V_{Rd,ct}}{b \cdot d} = \frac{\tau_{cd}}{1 + 2,5 \cdot \varepsilon \cdot d \cdot k_{da}} \quad (6)$$

$$\tau_{cd} = \frac{0,3}{\gamma_c} \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\gamma_c = 1,5) \quad (7)$$

erhält man $V_{R,min}/V_{Rd,ct} = 1,25$, wobei $V_{R,min}$ der 5 % Fraktilewert aus der Versuchsauswertung ist.

2.3 Vereinfachter Bemessungsansatz

Nach Gl. (6) ist die Schubfestigkeit von der Dehnung ε im kritischen Bereich abhängig. Diese ist eine Größe, die als Funktion der Beton- und Bewehrungssteifigkeit sowie der Beanspruchung (m_{Ed} , n_{Ed}) explizit berechnet werden muß. Für Bemessungszwecke ist somit Gl. (6) zu umständlich. Folgende Vereinfachung liefert die Grundlage für das Bemessungsverfahren nach der neuen Schweizer Norm SIA 262 [28].

Die Dehnung ε im kritischen Bereich kann als Funktion der Bewehrungsdehnung ε_s und der Druckzonenhöhe x ausgedrückt werden. Wird $x \cong 0,35 \cdot d$ angenommen, resultiert:

$$\varepsilon = \varepsilon_s \frac{0,6d - x}{1 - x} \cong 0,41 \cdot \varepsilon_s \quad (8)$$

Weiter kann angenommen werden, daß die Bewehrungsdehnung mit der Biegebeanspruchung m_{Ed} direkt gekoppelt ist, und daß die Streckgrenze zusammen mit dem Biegezugwiderstand m_{Rd} erreicht wird. Es gilt somit mit $f_{yd} = 500/1,15 = 435 \text{ N/mm}^2$:

$$\varepsilon = 0,41 \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \cong 0,0009 \cdot \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \quad (9)$$

Dies in (6) eingesetzt, ergibt die folgende Bemessungsgleichung:

$$\tau_{Rd} = \frac{V_{Rd,ct}}{b \cdot d} = \frac{\tau_{cd}}{1 + k_v \cdot d} \quad d \text{ in [m]} \quad (10)$$

$$k_v = 2,2 \cdot \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \quad (11)$$

Wird Betonstahl mit $f_{yd} > 435 \text{ N/mm}^2$ oder eine Gesteinskörnung mit dem Größtkorndurchmesser $d_g > 32 \text{ mm}$ verwendet, ist k_v mit dem Faktor $f_{yd}/435$ bzw. $48/(d_g + 16)$ zu vergrößern. Bei Leichtbeton ist dabei $d_g = 0$ einzusetzen. Die Biegebeanspruchung m_{Ed} sowie der Biegezugwiderstand m_{Rd} sind für den kritischen Nachweisschnitt zu bestimmen. Die Einflüsse einer Normalkraft (Druck oder Zug) oder einer Vorspannung können leicht berücksichtigt werden, indem m_{Ed} durch $m_{Ed} - m_{Dd}$ und m_{Rd} durch $m_{Rd} - m_{Dd}$ ersetzt werden. Dabei ist m_{Dd} das Dekompressionsmoment (Biegebeanspruchung, bei der $\varepsilon_s = 0$ gilt).

2.4 Vergleich mit DIN 1045-1

Das Bemessungsverfahren für randgestützte Platten ohne Querkraftbewehrung nach DIN 1045-1 [29] basiert auf dem empirisch ermittelten Ansatz nach Model Code 90. Dabei ist die bezogene Querkraftfestigkeit als Funktion der Betonfestigkeit, der absoluten Plattenstärke (Maßstabeffekt) und des Längsbewehrungsgrades ausgedrückt. Der Einfluß des Größtkorndurchmessers wird hingegen nicht berücksichtigt.

Bild 5 zeigt den bezogenen Querkraftwiderstand nach DIN 1045-1 und SIA 262 als Funktion des Längsbewehrungsgrades, der Schubspannweite $a = m_{Ed}/v_{Ed}$, der stati-

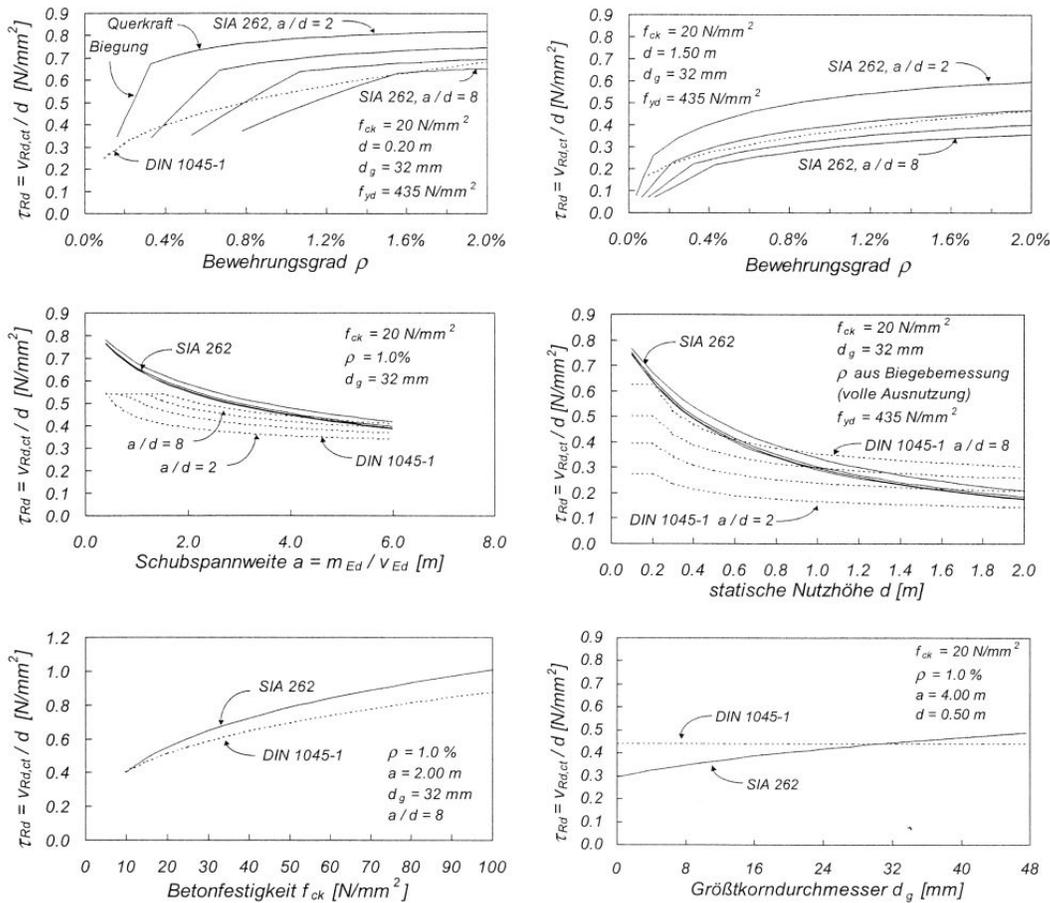


Bild 5 Vergleich des vorgeschlagenen Bemessungsverfahrens für randgestützte Platten mit DIN 1045-1
Figure 5 Comparison of the proposed design method for edgesupported slabs with DIN 1045-1

stischen Nutzhöhe, der Betonfestigkeit und des Größtkorndurchmessers. Es ist zu bemerken, daß nach dem vorgeschlagenen Bemessungsverfahren bei dünnen Platten der Querkraftwiderstand gleichsam unabhängig vom Längsbewehrungsgrad ist. Bei dicken Platten ist hingegen der Einfluß des Längsbewehrungsgrades auf den Querkraftwiderstand für beide Normen ähnlich. Nach DIN 1045-1 ist der

Die Einflüsse von Plattenschlankheit und Größtkorndurchmesser der Gesteinskörnung auf den Querkraftwiderstand dürfen nicht vernachlässigt werden.

Maßstabeffekt als Funktion der statischen Nutzhöhe formuliert. Nach dem beschriebenen physikalischen Modell und nach SIA 262 ist hingegen der Maßstabeffekt primär mit der Schubspannweite korreliert, wenn die Bewehrungsmenge konstant ist, oder direkt von der statischen Nutzhöhe abhängig, wenn die Bewehrung für die Biegung so bemessen wird, daß diese voll ausgenutzt wird.

3 Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung

3.1 Normansätze

Bei sämtlichen Normen wird der Durchstanzwiderstand von Platten ohne Querkraftbewehrung aus dem Produkt einer bezogenen Schubfestigkeit mit der statischen Höhe und dem Umfang des Nachweisschnittes ermittelt:

$$V_{Rd,ct} = \tau_{Rd} \cdot d \cdot u \quad (12)$$

Dabei wird die bezogene Schubfestigkeit als Funktion der Betonfestigkeit, des Bewehrungsgehaltes und der Streckgrenze, der absoluten Plattenstärke (Maßstabeffekt), der Form des Nachweisschnittes, der Vorspannung, der Spannweite ausgedrückt. Es werden üblicherweise empirische Ansätze verwendet, die durch Auswertung von Durchstanzversuchen an Plattenausschnitten ermittelt wurden. Bei einigen Normen (Schweiz [28], Vereinigte Staaten [30], Kanada [31] und Schweden [32]) wird der kritische Nachweisschnitt als $d/2$ von der Stütze entfernt angenommen und

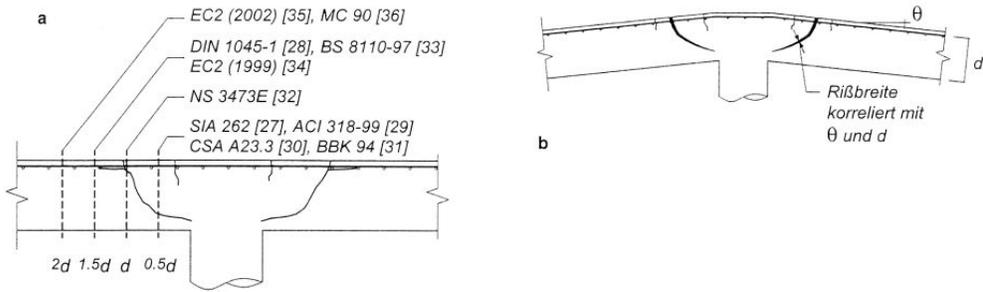


Bild 6 a: Lage des Nachweisschnittes für Durchstanzen bei verschiedenen Normen, b: Verformung im Stützenbereich und Abschätzung der kritischen Rißbreite

Figure 6 a: Location of the control perimeter for punching shear according to various design codes, b: Deflection at the vicinity of the support and estimates of the critical crack width

befindet sich somit im Bruchbereich. Bei anderen Normen (DIN 1045-1 [29], Großbritannien [34], Eurocode [35], [36] und Model Code [37]) ist die Lage des Nachweisschnittes so gewählt, daß die bezogene Querkraftfestigkeit unabhängig von der Stützengröße ist (Bild 6). Die Lage des Nachweisschnittes hat somit keine physikalische Bedeutung und führt zum Teil zu Inkongruenzen. Dies ist der Fall bei der Berücksichtigung einer Last in Stützennähe oder einer Bodenpressung bei Fundamentplatten. Nach DIN 1045-1 darf z. B. für die Ermittlung der Querkraftbeanspruchung höchstens 50 % der Bodenreaktion innerhalb des Nachweisschnittes in Ansatz gebracht werden.

3.2 Bruchkriterium

Analog wie bei den randgestützten Platten wird auch beim Durchstanzen die Querkraftübertragung durch das Entstehen von Biegerissen beeinträchtigt [7], [38]. Da sich die Verformungen in Stützennähe konzentrieren und dadurch in radialer Richtung stark variieren, ist es angebracht, als maßgebende Verformung die Plattenrotation θ zu betrachten. Nach [8] ist die Rißbreite des kritischen Risses mit dem Produkt $\theta \cdot d$ korreliert (Bild 6 rechts), so daß die bezogene Schubfestigkeit τ_R als Funktion des Produktes $\theta \cdot d$ ausgedrückt werden kann. Aus der Auswertung von 60 Durchstanzversuchen an Plattenausschnitten [39]–[44] kann folgende Beziehung ermittelt werden:

$$\tau_R = \frac{V_R}{u \cdot d} = \frac{\tau_c}{0,4 + 0,125 \cdot \theta \cdot d \cdot k_{dg}} \quad d \text{ in [mm]} \quad (13)$$

Dabei ist u die Umfangslänge des Nachweisschnittes im Abstand $d/2$ von der Stütze entfernt. Mit τ_c aus Gl. (4) und k_{dg} aus Gl. (5) wird der Einfluß der Betonfestigkeit bzw. des Größtkorndurchmessers berücksichtigt. Wie Bild 7a zeigt, ergibt Gl. (13) eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Die Versuchsergebnisse stimmen im Mittel exakt mit den theoretischen Werten überein, und der Variationskoeffizient beträgt lediglich 13%.

Damit eine genügende Sicherheitsmarge im Bemessungszustand resultiert, muß Gl. (13) angepaßt werden:

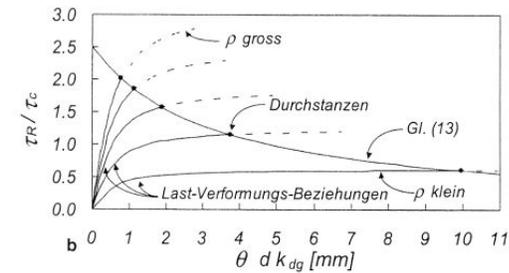
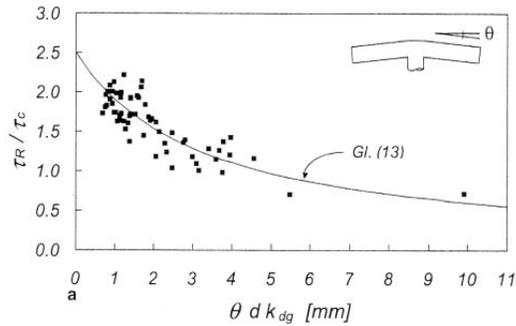


Bild 7 a: Vergleich der Beziehung (13) mit den Durchstanzversuchen an Plattenausschnitten aus Normal- und Hochleistungs-beton, b: Ermittlung der Durchstanzlast aus dem Schnittpunkt der Last-Verformungskurven mit dem Bruchkriterium

Figure 7 a: Comparison of equation (13) with punching tests of slab elements in normal and high strength concrete, b: determination of the punching load from the intersection of the load-deflection diagram with the failure criterion

$$\tau_{Rd} = \frac{V_{Rd,ct}}{u \cdot d} = \frac{\tau_{cd}}{0,45 + 0,135 \cdot \theta \cdot d \cdot k_{dg}} \quad d \text{ in [mm]} \quad (14)$$

Mit τ_{cd} aus (7) erhält man $V_{R,min}/V_{Rd,ct} = 1,25$, wobei $V_{R,min}$ der 5% Fraktilwert aus der Versuchsauswertung ist.

Für die Bestimmung der Plattenrotation θ muß berücksichtigt werden, daß im Bemessungszustand die Bewehrung in Stützennähe ihre Streckgrenze normalerweise erreicht hat. Eine Berechnung nach [40] ergibt z. B. die im Bild 7b dargestellten Last-Verformungskurven. Aus dem Schnitt-

punkt mit dem Bruchkriterium nach Gl. (13) kann dann die Durchstanzlast ermittelt werden.

3.3 Vereinfachter Berechnungsansatz

Die beschriebene Ermittlung der Durchstanzlast ist für praktische Anwendungen ungeeignet, weil eine nichtlineare Berechnung erforderlich ist. Für praktische Anwendungen kann die Größe der plastischen Zone r_y herangezogen werden (Bild 8).

Unter der Annahme, daß die Rotation θ sich im Stützenbereich konzentriert, kann die Krümmung in tangentialer Richtung bei axialsymmetrischen Verhältnissen direkt als Funktion des Radius r und von θ ausgedrückt werden:

$$\kappa = \frac{\theta}{r} \tag{15}$$

Die Dehnung der Bewehrung in tangentialer Richtung beträgt:

$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x) \cdot \beta \tag{16}$$

Dabei ist β eine Konstante zur Berücksichtigung der größeren Verformung einer nicht isotropen Bewehrung. Für orthogonal verlegte Bewehrungsstäbe gilt $\beta \approx 0,4$. Aus den Gln. (15) und (16) folgt somit:

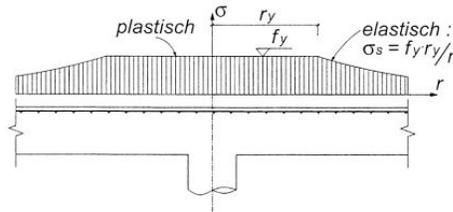


Bild 8 Verteilung der tangentialen Stahlspannung im elastisch-plastischen Zustand und Definition der plastischen Zone
Figure 8 Distribution of the tangential steel stresses in the elasto-plastic condition and definition of the plastic zone

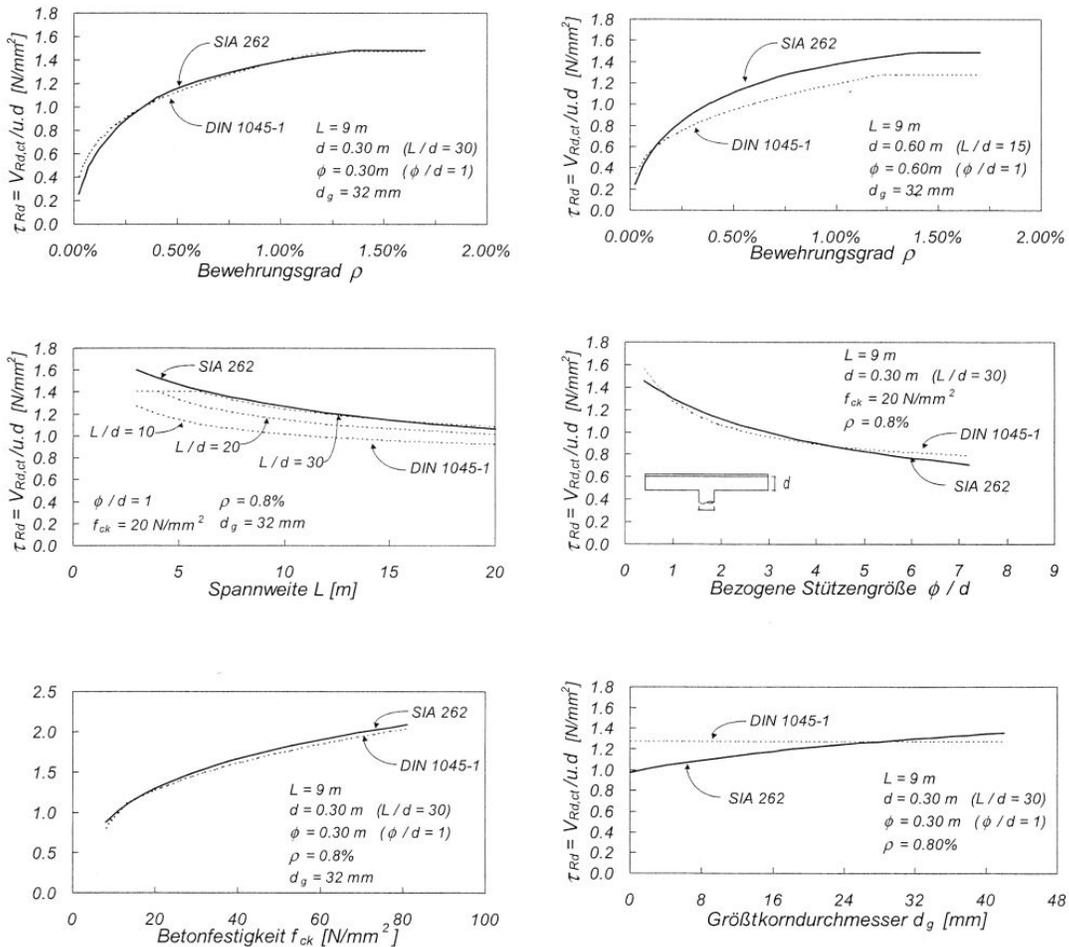


Bild 9 Vergleich des vorgeschlagenen Bemessungsverfahrens für Durchstanzen mit DIN 1045-1
Figure 9 Comparison of the proposed design method for punching with DIN 1045-1 ($f_{yd} = 435\text{ N/mm}^2$)

$$\begin{aligned} \theta &= r \cdot \kappa = r_y \cdot \kappa_y = \frac{r_y \cdot \varepsilon_{sy}}{(d-x) \cdot \beta} \equiv \\ &\equiv \frac{r_y}{0,85 \cdot d \cdot \beta} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \equiv 0,0065 \frac{r_y}{d} \end{aligned} \quad (17)$$

Dies in Gl. (14) eingesetzt, führt zu folgender Bemessungsgleichung nach SIA 262:

$$\tau_{Rd} = \frac{V_{Rd,ct}}{u \cdot d} = \frac{\tau_{cd}}{0,45 + 0,9 \cdot r_y} \quad r_y \text{ in [m]} \quad (18)$$

Analog wie bei den randgestützten Platten ist bei der Verwendung von Betonstahl mit $f_{yd} > 435 \text{ N/mm}^2$ oder bei einer Gesteinskörnung $d_g > 32 \text{ mm}$ r_y mit dem Faktor $f_{yd}/435$ bzw. $48/(d_g + 16)$ zu vergrößern. Die Größe der plastifizierten Zone im Bruchzustand r_y ist von der Beanspruchungsintensität, vom Biegeverhalten und von den Plattenabmessungen abhängig. Mit einer nichtlinearen Finiten-Element-Berechnung konnte gezeigt werden, daß bei Flachdecken folgende Näherung vernünftig ist:

$$r_y = 0,15 \cdot L \cdot \left(\frac{m_{0Ed}}{m_{Rd}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (19)$$

Dabei sind L die Stützweite und m_{0Ed} ein Vergleichsmoment entsprechend dem Mindestmoment nach DIN 1045-1 (bei einer Innenstütze gilt $m_{0Ed} = 0,125 \cdot V_{Ed}$). Der Biegeverhalten m_{Rd} ist der Bemessungswert des aufnehmbaren Momentes im Stützenbereich. In Gl. (19) darf ein Biegeverhalten bis maximal $4 \cdot m_{0Ed}$ eingesetzt werden.

3.4 Vergleich mit DIN 1045-1

Bei der Durchstanzbemessung nach DIN 1045-1 ist die Lage des Nachweisschnittes so festgelegt, daß die bezogene Querkraftfestigkeit von der Stützenabmessung unabhängig ist. Nach SIA 262 wird hingegen anhand eines physikalischen Modells die Durchstanzfestigkeit als Funktion der Plattenverformung hergeleitet und im Bruchbereich nachgewiesen. Im Bild 9 sind die Resultate der beiden Berechnungsmethoden als Funktion der Hauptparameter dargestellt und verglichen. Die Einflüsse des Bewehrungsgrades,

Auch beim Durchstanzen darf der Einfluß von Plattenschlankheit und Größtkorndurchmesser nicht vernachlässigt werden.

der Betonfestigkeit und der Stützengröße sind für beide Methoden ähnlich. Unterschiedlich ist hingegen der Einfluß des Größtkorndurchmessers, der nach DIN 1045-1 nicht berücksichtigt wird, und vor allem die Rolle der Maßstabeffekte. Nach dem vorgeschlagenen Modell ist die Durchstanzlast primär von der Deckenstützweite abhängig. Nach DIN 1045-1 wird hingegen nur die Nutzhöhe berücksichtigt. Die Plattenschlankheit bleibt somit unberücksichtigt.

4 Anwendungsbeispiel

Als Beispiel wird der im Bild 10 dargestellte Tagbautunnel untersucht. Dabei werden drei konstruktive Lösungen ohne und mit Vorspannung sowie mit einer mittleren Wand- und Stützenlagerung verglichen. Um direkte Vergleiche zu ermöglichen, wurden für sämtliche Lösungen die totale Bemessungslast ($q_d = \gamma_G \cdot g + \gamma_Q \cdot q = 70 \text{ kN/m}^2$) sowie die daraus resultierenden Schnittgrößen unabhängig von der Plattenstärke als konstant angenommen.

Die Berechnung nach DIN 1045-1 ergibt bei gedrunzenen Platten relativ geringe Schubfestigkeiten.

Das Beispiel zeigt, daß mit dem vorgeschlagenen Bemessungsverfahren randgestützte Platten sowie Flachdecken einfach behandelt werden können.

Im folgenden wird für sämtliche Lösungen ein Beton C 25/30 ($f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$) mit dem Größtkorndurchmesser der Gesteinskörnung $d_g = 32 \text{ mm}$ verwendet. Damit gilt $\tau_{cd} = 0,2 \cdot \sqrt{25} = 1,00 \text{ N/mm}^2$.

Lösung 1: schlaff bewehrte Platte mit konstanter Nutzhöhe $d = 0,74 \text{ m}$

Schnittkräfte im Nachweisschnitt (0,37 m von der mittleren Wand entfernt):

$$V_{Ed} = 0,371 \text{ MN/m}, \quad m_{Ed} = -0,552 \text{ MNm/m}, \quad n_{Ed} \text{ vernachlässigt}$$

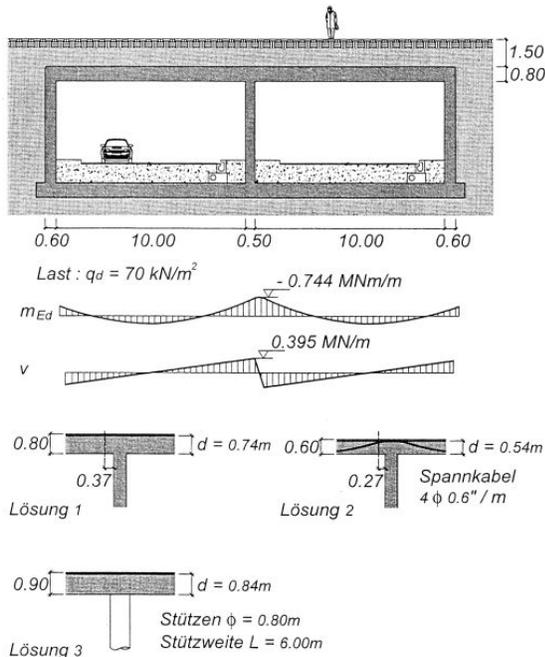


Bild 10 Anwendungsbeispiel: Bauteilabmessungen und Schnittkräfte der Decke eines Tagbautunnels

Figure 10 Example of application: dimensions and internal forces for the slab of a cut-and-cover tunnel

Biege­wider­stand:

Es wird angenommen, daß keine Abstufung der Bewehrung über dem Auflager stattfindet. Bei einer Biegemessung ohne Tragreserve ist dann: $m_{Rd} = 0,744 \text{ MNm/m}$ ($\rho = 0,33 \%$)

Querkraftwiderstand nach SIA 262:

$$k_v = 2,2 \cdot \frac{0,552}{0,744} = 1,63,$$

$$v_{Rd,ct} = \frac{1,00 \cdot 0,74}{1 + 1,63 \cdot 0,74} = 0,335 \text{ MN/m}$$

Querkraftwiderstand nach DIN 1045-1: $v_{Rd,ct} = 0,226 \text{ MN/m}$

- Der Querkraftwiderstand ist ungenügend. Es sind unter anderem folgende konstruktive Lösungen möglich: Erhöhung der Plattenstärke, Anbringung einer Querkraftbewehrung, Erhöhung des Biege­wider­standes, voutenförmige Platte im Auflagerbereich oder Vorspannung.

Lösung 2: vorgespannte Platte mit konstanter Nutzhöhe $d = 0,54 \text{ m}$

Vorspannung: $4 \phi 0,6''/\text{m}$, $A_p = 600 \text{ mm}^2$, $f_{pd} = 1320 \text{ N/mm}^2$

Schnittkräfte im Nachweisschnitt (0,27 m von der mittleren Wand entfernt):

Infolge q_d : $v_{Ed} = 0,378 \text{ MN/m}$, $m_{Ed} = -0,590 \text{ MNm/m}$, n_{Ed} vernachlässigt

Infolge Vorspannung: $v_{Ed} = -0,126 \text{ MN/m}$, $m_{Ed} = 0,171 \text{ MNm/m}$, $n_{Ed} = -0,726 \text{ MN/m}$

Summe der Einwirkungen: $v_{Ed} = 0,252 \text{ MN/m}$, $m_{Ed} = -0,419 \text{ MNm/m}$, $n_{Ed} = -0,726 \text{ MN/m}$

Schlaffe Bewehrung: $A_s = 1636 \text{ mm}^2/\text{m}$, $d = 0,54 \text{ m}$, $f_{sd} \cdot A_s = 435 \cdot 0,001636 = 0,712 \text{ MN/m}$

Vorspannung: $4 \phi 0,6''/\text{m}$, $A_p = 600 \text{ mm}^2$, $d = 0,495 \text{ m}$, $f_{pd} \cdot A_p = 1320 \cdot 0,0006 = 0,792 \text{ MN/m}$
=> Biege­wider­stand: $m_{Rd} = 0,573 \text{ MNm/m}$

Dekompressionsmoment:

$$m_{Dd} = 0,726 \cdot \left(\frac{0,60}{2} - \frac{0,54}{3} \right) = 0,087 \text{ MNm/m}$$

Querkraftwiderstand nach SIA 262:

$$k_v = 2,2 \cdot \frac{0,419 - 0,087}{0,573 - 0,087} = 1,50,$$

$$v_{Rd,ct} = \frac{1,00 \cdot 0,54}{1 + 1,50 \cdot 0,54} = 0,298 \text{ MN/m}$$

Querkraftwiderstand nach DIN 1045-1 mit $\rho = 0,30 \%$ und

$$\sigma_{cd} = \frac{-0,698}{0,60} = -1,16 \text{ N/mm}^2; v_{Rd,ct} = 0,245 \text{ MN/m}$$

- Dank der Abminderung der Einwirkung ist der Querkraftnachweis erfüllt.

Lösung 3: Flachdecke mit $d = 0,84 \text{ m}$ auf Stützenreihe gelagert

Stützenlast: $0,830 \cdot 6,00 = 4,98 \text{ MN}$

Einwirkende Querkraft: $V_{Ed} = 4,98 - 0,07 \cdot \pi \cdot (0,40 + 0,42)^2 = 4,83 \text{ MN}$

Umfang des Nachweisschnittes: $u = \pi \cdot (0,80 + 0,84) = 5,15 \text{ m}$

Nachweis in Tunnelquerrichtung:

Stützweite: $L = 10,55 \text{ m}$

Biege­wider­stand im Stützenbereich: gewählt zu $1,34 \text{ MNm/m}$ ($\rho = 0,46 \%$, entspricht 180 % der mittleren Einwirkung $m_{Ed} = -0,552 \text{ MNm/m}$)

Radius der plastischen Zone:

$$r_y = 0,15 \cdot 10,55 \cdot \left(\frac{0,125 \cdot 4,83}{1,34} \right)^{3/2} = 0,48 \text{ m}$$

Querkrafttragfähigkeit nach SIA 262:

$$V_{Rd,ct} = \frac{1,00 \cdot 5,15 \cdot 0,84}{0,45 + 0,9 \cdot 0,48} = 4,90 \text{ MN} > V_{Ed}$$

Nachweis in Tunnellängsrichtung:

Stützweite: $L = 6,00 \text{ m}$

Radius der plastischen Zone, damit der Nachweis erfüllt ist:

$$r_y \leq \frac{r_{cd} \cdot u \cdot d}{0,9 \cdot V_{Ed}} - 0,50 = 0,49 \text{ m}$$

Erforderlicher Biege­wider­stand, damit der Nachweis erfüllt ist:

$$m_{Rd} \geq 0,125 \cdot V_{Ed} \cdot \left(\frac{0,15 \cdot L}{r_y} \right)^2 = 0,906 \text{ MNm/m}$$

Erforderlicher Bewehrungsgrad in Tunnellängsrichtung:

$$\rho = 0,31 \%$$

Als Vergleich ergibt DIN 1045-1 eine Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd,ct} = 3,86 \text{ MN}$

5 Zusammenfassung und Fazit

Das vorgeschlagene Bemessungsverfahren für randgestützte Platten und Flachdecken ohne Querkraftbewehrung basiert auf einem allgemeinen Modell und ist mit einer großen Anzahl von Versuchsergebnissen abgestimmt worden. Daraus wurde ein vereinfachter Berechnungsansatz entwickelt, der in die neue Norm SIA 262 [28] übernommen wurde.

Bei randgestützten Platten zeigt das vorgeschlagene Verfahren folgendes:

- Nicht primär der Längsbewehrungsgrad, sondern die Bewehrungsbeanspruchung ist für die Schubfestigkeit maßgebend.
- Bei dünnen Platten ist die Schubfestigkeit praktisch unabhängig vom Bewehrungsgrad. Bei dicken Platten ist hingegen, analog wie nach DIN 1045-1, dessen Einfluß groß.

Bei Flachdecken gilt:

- Da im Bruchzustand im Stützenbereich die Bewehrung üblicherweise plastifiziert ist, wird die Durchstanzlast von der Streckgrenze beeinflusst.
- Der Maßstabeffekt auf die Durchstanzlast ist nicht direkt von der statischen Höhe, sondern von der Stützweite der Flachdecke abhängig.
- Mit einem Nachweisschnitt im Abstand $d/2$ von der Stütze kann der Einfluß der relativen Stützengröße berücksichtigt werden.

Bei randgestützten Platten sowie bei Flachdecken ergibt sich:

- Der Einfluß der Plattenschlankheit und des Größtkorndurchmessers auf die Schubfestigkeit ist nicht vernachlässigbar.
- Bei Platten mit kleiner Schlankheit ergibt DIN 1045-1 relativ geringe Schubfestigkeiten.

Literatur

- [1] Muttoni A., Schwartz J. und Thürlimann B.: Bemessung von Betontragwerken mit Spannungsfeldern, Basel: Birkhäuser Verlag, 1997.
- [2] Schlaich J. und Schäfer K.: Konstruieren im Stahlbetonbau, Beton-Kalender, Band II, S. 721–891, Berlin: Ernst und Sohn, 1998.
- [3] Drucker D. C.: On Structural Concrete and the Theorems of Limit Analysis, IABSE-Report 21, Zürich: International Association for Bridge and Structural Engineering, 1961.
- [4] Kani G. N. J.: Spannbeton in Entwurf und Ausführung, Stuttgart: Konrad Wittwer Verlag, 1955.
- [5] Hamadi Y. D. and Regan P. E.: Behaviour in Shear of Beams with Flexural Cracks. Magazine of Concrete Research, Vol. 32, Nr. 111 (1980), S. 67–78
- [6] Reineck K.-H.: Models for Design of Reinforced and Prestressed Concrete Members, Bulletin Nr. 146: Comité Euro-International du Béton (CEB), 1982.
- [7] Muttoni A.: Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton, Nr. 176, Dissertation, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Basel: Birkhäuser Verlag, 1990.
- [8] Muttoni A. and Schwartz J.: Behavior of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement, IABSE Colloquium Stuttgart, Vol. 62, Zürich: International Association for Bridge and Structural Engineering, 1991, S. 703–708.
- [9] Leonhardt F. und Walther R.: Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau, Heft 151: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1962.
- [10] Reineck K.-H.: Ultimate Shear Force of Structural Concrete Members without Transverse Reinforcement Derived from Mechanical Model. ACI Structural Journal, Vol. 88 (1991), S. 592–602.
- [11] Collins M. P., Mitchell D., Adebare P. and Vecchio F. J.: A General Shear Design Method. ACI Structural Journal, Vol. 93 (1996), S. 36–45.
- [12] Vecchio F.J. and Collins M.P.: The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements subjected to Shear. ACI Journal, vol. 83 (1986), S. 219–231.
- [13] Walraven J. C.: Fundamental Analysis of Aggregate Interlock. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 107, Nr. 11 (1981), S. 2245–2270.
- [14] Kani M. W., Huggins M. W. and Wittkopp R. R.: Kani on Shear in Reinforced Concrete, Toronto: Department of Civil Engineering, 1979.
- [15] Sozen M. A., Zwoyer E. M. and Siess C. P.: Strength in Shear of Beams Without Web Reinforcement, Bulletin Nr. 452, University of Illinois, 1959.
- [16] Niwa J., Yamada K., Yokozawa K. and Okamura H.: Reevaluation of the Equation for Shear Strength of Reinforced Concrete Beams without Web Reinforcement. Concrete Library of JSCE, Nr. 9 (1987), S. 65–84.
- [17] Collins M. P. and Kuchma D.: How Safe Are Our Large, Lightly Reinforced Concrete Beams, Slabs, and Footings? ACI Structural Journal, Vol. 96 (1999), S. 482–490.
- [18] Angelakos D., Bentz E. C. and Collins M. P.: Effect of Concrete Strength and Minimum Stirrups on Shear Strength of Large Members. ACI Structural Journal, Vol. 98 (2001), S. 290–300.
- [19] Elzanaty A. H., Nilson A. H. and Slate F. O.: Shear Capacity of Reinforced Concrete Beams Using High-Strength Concrete. ACI Journal, Vol. 83 (1986), S. 290–296.
- [20] Mattock A. H.: Diagonal Tension Cracking in Concrete Beams with Axial Forces. ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 95, Nr. ST9 (1969), S. 1887–1900.
- [21] Kuhlmann U., Zilch K., Ehmann J., Jähring A. und Spitra F.: Querkraftabtragung in Verbundträgern mit schlaff bewehrter und aus Zugbeanspruchung gerissener Stahlbetonplatte ohne Schubbewehrung, Nr. 2002–2, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktion und Entwurf, 2002.
- [22] Morrow J. and Viest I. M.: Shear Strength of Reinforced Concrete Frame Members Without Web Reinforcement. Journal of ACI, Vol. 29 (1957), S. 833–869.
- [23] Ivey D. L. and Buth E.: Shear Capacity of Lightweight Concrete Beams. ACI Journal, Vol. 64 (1967), S. 634–643.
- [24] Taylor R. and Brewer R. S.: The effect of the type of aggregate on the diagonal cracking of reinforced

- concrete beams. Magazine of Concrete Research, Vol. 15, Nr. 44 (1963), S.87–92.
- [25] *Walraven J. C.*: The influence of depth on the shear strength of lightweight concrete beams without shear reinforcement, Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering, Report 5-78-4, 1984.
- [26] *Shioya T.*: Shear Properties of Large Reinforced Concrete Member, Special Report of Institute of Technology, Nr. 25, Shimizu Corporation, 1989.
- [27] *Shioya T. and Okada T.*: The Effect of the Maximum Aggregate Size on Shear Strength of Reinforced Concrete Beams. Japanese Concrete Institute, 1985, S. 521–524.
- [28] SIA Norm 262, Betonbau, Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein, 2003.
- [29] DIN 1045-1, Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2001.
- [30] ACI 318-99, Building Code Requirements for Structural Concrete, Detroit: American Concrete Institute, 1999.
- [31] CSA A23.3-94 (R2000), Design of Concrete Structures for Buildings, Rexdale, Ontario: Canadian Standard Association, 2000.
- [32] BBK 94, Boverkerkets handbok om betongkonstruktioner (Swedish Building Code – Regulations for Concrete Structures), Band 1, 1994.
- [33] NS 3473 E, Concrete Structures, Design Rules: Norges Standardiseringsforbund, 1992.
- [34] BS 8110, Structural use of Concrete, Part 1: Code of Practice for Design and Construction, London: British Standards Institution, 1997.
- [35] Eurocode 2, Design of concrete structures, Part 1: General rules and rules for buildings, prEN 1992-1-1, 1999.
- [36] Eurocode 2, Design of concrete structures, Part 1: General rules and rules for buildings, prEN 1992-1-1, 2002.
- [37] Model Code 90, Design of Concrete Structures, Bulletin 213–214, Lausanne: CEB-FIP, 1993.
- [38] *Bollinger K.*: Zu Tragverhalten und Bewehrung von rotationssymmetrisch beanspruchten Stahlbetonplatten, Dissertation, Universität Dortmund, 1985.
- [39] *Elstner R. C. and Hognestad E.*: Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs. ACI Journal, Vol. 53-2 (1956), S. 29–58.
- [40] *Kinnunen S. and Nylander H.*: Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement, Transactions of the Royal Institute of Technology, Nr. 158, Stockholm, 1960.
- [41] *Kinnunen S., Nylander H. und Tolf P.*: Plattjocklekens inverkan pa betongplattors hallfasthet vid genomstansning. Försök med rektangulära plattor., Test Report Nr. 137, Stockholm: KTH Royal Institute of Technology, 1980.
- [42] *Nylander H. und Sundquist H.*: Genomstansning av pelarunderstödd plattbro av betong med ospänd armering, Test Report Nr. 104, Stockholm: KTH Royal Institute of Technology, 1972.
- [43] *Tolf P.*: Plattjocklekens inverkan pa betongplattors hallfasthet vid genomstansning. Försök med cikulära plattor., Bulletin 146, Stockholm: KTH Royal Institute of Technology, 1988.
- [44] *Hallgren M.*: Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs, Dissertation, Stockholm: KTH Royal Institute of Technology, 1996.

Schlüsselwörter:

Querkraftwiderstand – Durchstanzen – Physikalisches Modell – Bemessungsansätze



Prof. Dr. sc. techn. Aurelio Muttoni
Eidgenössische Technische Hochschule
Lausanne (EPFL)
Institut für Tragwerke – Massivbau
1015 Lausanne