

POD-Kriging降阶方法在串联双圆柱流场预测中的应用

王晨¹, 白俊强¹, Jan S Hesthaven², 邱亚松¹, 乔磊¹, 韩啸¹

1.西北工业大学 航空学院, 陕西 西安 710072;

2.洛桑联邦理工 (EPFL), 瑞士洛桑 CH-1015

摘 要: 串联双圆柱是研究起落架噪声机理以及不同部件之间流动相互作用的经典算例, 而距径比 (圆柱柱心间距与直径的比值) 是该构型非常重要的参数, 随着距径比的变化, 流场形态会发生明显变化。为更清晰地分析串联双圆柱流场的非定常效应和流场形态随距径比的变化规律, 本文采用本征正交分解方法(POD)提取流场降阶基模态, 再通过Kriging模型插值出待求的各模态投影系数, 分别对串联双圆柱定参数非定常流场和变距径比时均流场建立降阶模型, 为保证样本精度, 快照数据的采集采用基于 $k-\omega$ SST 湍流模型的尺度自适应模型(SAS)。通过降阶模型预测的圆柱流场与数值计算及实验数据的对比, 证明了模型的精度与效率, 然后利用建立的降阶基总结了时均流场随距径比大小的变化规律。

关键词: Kriging, 本征正交分解, 串联双圆柱, 距径比, 尺度自适应

中图分类号: V211 **文献标志码:** A

0 引言

在航空航天领域, 对于复杂的带参数非定常非线性问题, 基于本征正交分解方法(POD)的降阶模型 (ROM) [1]-[3] 被广泛采用以提高计算效率, 其思路是通过 POD 对复杂非线性解空间构造一组最优降阶基以保留流场的主要特征, 再将待求解空间投影到由这组基张成的线性子空间中以快速预测未知流场的低阶模型。常用的投影方法包括 Galerkin 投影等, 但对于处理复杂的带参数非线性问题时, 采用投影方法给投影系数求解带来不便, 为此, 目前有一批研究学者考虑采用 Kriging\RBF\神经网络等代理模型来预测降阶模型中各 POD 基投影系数的降阶模型形式, 如张伟伟[4]等则采用 POD 与径向基函数法 (Radial Basis Function, RBF) 的结合预测翼型的气动响应和极限环振荡, 邱亚松等[5]采用 Kriging 代理模型预测 POD 基投影系数, 对由十个参数控制的翼型扰流流场进行了预测。本文考虑采用 POD 结合 Kriging 代理模型的形式构造降阶模型, 预测带参数的典型流动问题——串联双圆柱构型。

在数值方法和流动机理的研究中, 圆柱扰流是个经典的非定常算例, 而串联双圆柱在其基础上考虑到两圆柱间非定常流动的相互作用, 同时又可作为民用飞机起落架的简化构型用于

气动噪声研究, 因而也成为了数值模拟和风洞实验的热点算例之一。对于计算状态确定的等直径串联双圆柱, 距径比 L/D (圆柱柱心间距与直径的比值, L : 圆柱柱心间距; D : 圆柱直径) 是唯一影响流动形态的参数。美国 Langley 实验室 (LaRC) 提供了 $L/D=3.7$ 、 $L/D=1.435$ 下 Basic Aerodynamic Research Tunnel (BART)[6] 和 Quiet Flow Facility (QFF)[7] 两组风洞实验数据。Zdravkovich 等[8][9] 通过研究, 总结了不同距径比下双圆柱流场的流动形态规律。由于双圆柱流动具备强烈的非定常效应, 又有对流动形态起着决定性作用的几何参数, 并有实验数据作支撑, 是降阶模型理想的验证算例。本文试图通过降阶模型对变距径比串联双圆柱流场进行预测。

但在采用 POD 提取降阶基之前, 降阶模型要求提供样本流场解所组成的快照数据, 为此需确定双圆柱流动的数值模拟方法计算样本数据。对于串联双圆柱构型, 很多学者对 BART 和 QFF 的实验工况采用不同的数值模拟方法进行了相关研究: Mehdi R. Khorrami 等[10][11] 采用基于 $k-\omega$ SST 湍流模型的非定常雷诺平均方法 (URANS); Bres G. Wessels 等[12] 采用格子波尔兹曼法分别对 LaRC 风洞实验工况进行非定常数值仿真。而相对于 URANS 方法, 能解析非定常脉动的 LES、混合 RANS\LES 方法在模拟双圆柱流动时将更为精确, 如白俊强等[13] 通过

采用尺度自适应模型 (SAS)^[14]对 $L/D=3.7$ 的临界工况进行模拟, 说明了 SAS 不仅能捕捉瞬时脉动, 在时均结果的模拟精度上也优于 URANS 方法。本文选择 SAS 方法提供快照数据。

针对串联双圆柱流动, 本文采用 POD 提取主要的降阶基模态以构造线性降阶子空间, 再利用 Kriging 代理模型插值投影系数来封闭降阶模型以预测未知流场。通过与风洞实验及数值求解计算结果作对比, 评估降阶模型在变参大分离类问题上的预测精度与效率。为保证快照的数值精度, 快照数据由非定常数值求解器采集, 模型选择的是基于 $k-\omega$ SST^[15]的尺度自适应模型 (SAS)。

1 降阶基模型建立

对于带参数定常问题 $u^\theta(x)(x \in \Omega)$, 参数向量 $\theta = (\theta_i)_{i=1}^p$, 系统提供 N 个样本 $u^\theta(x)(i=1, 2, \dots, N)$, 降阶基模型通过从样本中提取一组正交降阶基 $\Phi_k(x)(k=1, 2, \dots, K)$ 来预测结果:

$$\hat{u}^\theta(x) = u_0(x) + \sum_{k=1}^K \alpha_k(\theta) \cdot \Phi_k(x) \quad (1)$$

定义内积 $(f, g)_{L^2} = \int_{x \in \Omega} f(x) \cdot g(x) dx$, $\Phi_k(x)$ 满足

$$(\Phi_i, \Phi_j) = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} (i, j = 1, 2, \dots, K) \quad (2)$$

$\alpha_k(\theta)$ 是待求的投影系数。 $u_0(x)$ 通常取为快照的平均 $u_0(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u^{\theta_i}(x)$, 这一项的添加能够显著提高降阶基模型的预测精度。

同样对于非定常非线性问题 $u(x, t)$, 降阶基模型给出类似的预测公式:

$$\hat{u}(x, t) = u_0(x) + \sum_{k=1}^K \alpha_k(t) \cdot \Phi_k(x) \quad (3)$$

1.1 降阶基提取

(1)、(3)式中的降阶基 $\Phi_k(x)$ 可由不同的方法确定, 本文选用本征正交分解(POD)方法提取 $\Phi_k(x)$ 。

POD 方法提取的降阶基 $\Phi_k(x)$ 需满足快照在降阶子空间上的投影达到最大, 即:

$$\max_{\Phi_k(x) \in L^2} \sum_{i=1}^N \left\| (u^{\theta_i}(x), \Phi_k(x))_{L^2} \right\|_{L^2}^2 \quad (4)$$

$\|\bullet\|$ 代表向量或者矩阵的二范数。由于降阶基可以表示为快照的线性叠加, 即 $\Phi_k(x) = \sum_{i=1}^N a_i \cdot u^{\theta_i}(x)$, (4)式可以转化为求相关矩阵 $A = \left(\int_{x \in \Omega} u^{\theta_i}(x) \cdot u^{\theta_j}(x) dx \right)_{i,j=1}^N$ 的特征值问题:

$$A \bullet v = \lambda v \quad (5)$$

矩阵 A 是对称非负定矩阵, 具有 N 个特征值 λ_k 和相应的特征向量 $v_k(i)$, 与之对应的基模态

$\Phi_k(x)$ 可通过 $\tilde{\Phi}_k(x) = \sum_{i=1}^N v_k(i) \cdot u^{\theta_i}(x)$ 再对 $\tilde{\Phi}_k(x)$ 单位化后求得。为节省计算量, 需要从这 N 个模态中选择最主要的模态来张成降阶子空间。基于 $\int (u_j'(x), u_j'(x)) dx = \sum_{k=1}^N \lambda_k (u(\bullet) = u(\bullet) - u_0(\bullet))$, Sirovich^[16]

提出了基于特征值 λ_k 的广义能法来选择主要模态: 将特征值降序排列, 定义能量百分比 $I(k) = \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^N \lambda_i}$, 给定能量阈值 $\varepsilon \in (0, 1)$, 通常取 0.99,

则 K 可通过式 $K = \arg \min (I(k) | I(k) \geq \varepsilon)$ 确定, 前 K 个特征值对应的模态就是最终获得的 POD 模态 $\Phi_k(x)(k=1, 2, \dots, K)$ 。

1.2 基系数预测

Kriging 代理模型^[17]是通过训练建立输入、输出函数关系, 对输出变量给出最佳线性无偏估计的插值方法。在本文中, Kriging 模型并非直接用来预测状态变量 (若将 $u^\theta(x)(x \in \Omega)$ 直接作为输出, 就需对每个网格上的状态变量建立 Kriging 模型, 那么代理模型将会失去其原有的效率优势), 而是将提取的降阶基系数 $\alpha_k(\theta)$ 作为输出, 这样通过 Kriging 模型提供投影系数 $\alpha_k(\theta)$, 然后再通过降阶模型预测公式(1)、(3)预测待求流场。对单个状态变量来说, POD 提取了 K 个降阶基, 就需建立 K 个代理模型。在用 POD 提取基模态后, N 个样本的投影系数可以通过下式得到:

$$\alpha_k(\theta_i) = \Phi_k(x) \cdot (u^{\theta_i}(x) - u_0(x)) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

以此作为代理模型的样本, 每个 Kriging 代理模型的构造和预测过程如下:

设输出 α , 输入为 p 维向量 θ , 由 1.1 节得到对应的 N 组样本, Kriging 模型对输入输出建立了如下形式的函数关系:

$$\alpha(\theta) = \sum_{i=1}^p \beta_i f_i(\theta) + Z(\theta) \quad (7)$$

其中 $f(\theta)$ 为回归模型, $Z(\theta)$ 为期望为 0、方差为 σ^2 、协方差为 $\text{Cov}(Z(\theta^{(i)}), Z(\theta^{(j)})) = \sigma^2 R(\theta^{(i)}, \theta^{(j)})$ 的正态分布。 $\theta^{(i)}$ 为第 i 个样本, 相关函数 R 表征着样本两两之间在 θ 空间内的相关程度, 其计算公式如下:

$$\begin{cases} R(\theta^{(i)}, \theta^{(j)}) = e^{-d(\theta^{(i)}, \theta^{(j)})} \\ d(\theta^{(i)}, \theta^{(j)}) = \sum_{k=1}^p w_k (\theta_k^{(i)} - \theta_k^{(j)})^2 \end{cases} \quad (8)$$

其中 w_k 为第 k 个输入参数 θ_k 的权重系数,

权重系数向量 $w = (w_k)_{k=1}^p$ 的求解可由最大似然估计转化为求解带约束的最小值问题:

$$\text{Min} : \psi(w^T) = |\mathbf{R}|^{1/p} \sigma^2 \quad \text{s.t.} \quad (w_k \geq 0)_{k=1}^p \quad (9)$$

\mathbf{R} 和 σ 均是 w 的函数, 在通过式(9)确定 $w = (w_k)_{k=1}^p$ 后, 对任一组输入 θ , Kriging模型给出输出的预测公式:

$$\begin{cases} \hat{\alpha}(\theta) = f(\theta) \cdot \hat{\beta} + (R^*(\theta))^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot (A - F\hat{\beta}) \\ R^*(\theta) = [R(\theta, \theta^{(1)}), R(\theta, \theta^{(2)}), \dots, R(\theta, \theta^{(N)})]^T \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\hat{\beta} = \frac{F^T \mathbf{R}^{-1} A}{F^T \mathbf{R}^{-1} F}$ 是 β 的最小二乘估计。通过(10)预测输出后, $\hat{\alpha}(\theta)$ 的方差估算公式为 $\sigma^2 (1 - R^{*T}(\theta) \mathbf{R}^{-1}(\omega) R^*(\theta))$ 。

通过K个代理模型的建立, 就可以确定参数域内任一点降阶模型的系数 $\alpha_k(\theta)$, 再由(1)、(3)式即可预测出对应的流场数据。

2 串联双圆柱流动简介及数值模拟方法

2.1 串联双圆柱流动简介

计算工况采用 NASA 双圆柱风洞实验工况 (见图 1): 来流马赫数 0.1285 ($V=44\text{m/s}$), 基于圆柱直径的雷诺数为 1.66×10^5 , 圆柱直径 $D=0.0571\text{m}$ 。考虑到三维非定常计算过于耗时, 本文采用二维非定常计算。圆柱表面采用无滑移边界条件, 远场采用无反射边界条件。物理时间步长取 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-5} \text{s}$ 。

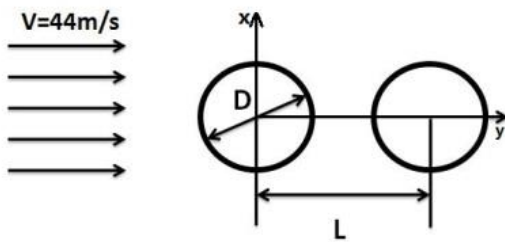


图1 串联双圆柱几何示意图

2.2 非定常数值模拟方法

本文采用双时间步, 空间离散格式为二阶中心差分的有限体积求解器对双圆柱流场进行非定常模拟。

因为双圆柱的流场中存在明显的涡旋结构, 而非定常雷诺平均方法 (URANS) 对分离流动的预测精度低, 本文采用Menter在 $k-\omega$ SST湍流模型的基础上发展的一种混合RANS\LES模型——尺度自适应模型(SAS)方法来保证湍流预测的精度。流动方程是滤波后的Navier-Stokes

方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho UV)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho UV)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V^2)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial \left(\rho \left(e + \frac{U^2 + V^2}{2} \right) \right)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \left(e + \frac{U^2 + V^2}{2} \right) \bar{U} \right) = -\nabla \cdot (p \bar{U}) + \rho q \end{cases} \quad (11)$$

其中, 亚格子粘性系数 μ_t , 表征小尺度脉动对于大尺度脉动的作用, 其求解仍采用了 $k-\omega$ SST求解涡粘性系数的表达形式:

$$\mu_t = \min \left[\frac{\rho k}{\omega}, \frac{a_1 \rho k}{\Omega F_2} \right] \quad (12)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + u_i \frac{\partial(\rho k)}{\partial x_i} = P_k - \beta_k \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \\ \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + u_i \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial x_i} = C_{\omega} P_{\omega} + Q_{SAS} - \beta_{\omega} \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2\rho(1-F_1) \frac{1}{\sigma_{\omega}} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \end{cases} \quad (13)$$

但在求解湍动能 k 和湍流比耗散率 ω 时, 混合RANS\LES通过引入比湍流模型中积分尺度更小的特征尺度, 以保证模型具备识别非定常脉动的能力。其中DES类方法利用网格尺度增大湍动能(k)方程的耗散, 而本文选用的SAS方法则是通过在比耗散率(ω)方程中添加由冯卡门尺度确定的源项 Q_{SAS} 来解析流动的脉动效应, 保证模型具备捕捉非定常现象的能力。

SAS添加源项:

$$Q_{SAS} = \rho F_{SAS} \max \left[\zeta_2 S^2 \left(\frac{L}{L_k} \right) - \frac{2k}{\sigma_{\phi}} F_{SST-SAS}, 0 \right] \quad (14)$$

其中

$$F_{SST-SAS} = \max \left(\frac{1}{k^2} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j}, \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right), L = c_{\mu}^{-1/4} \frac{\sqrt{k}}{\omega},$$

$$F_{SAS} = 1.25, \zeta_2 = 1.755.$$

冯卡门尺度 $L_k = \kappa \frac{|U|}{\omega}$, 表征流场当地速度的一阶导和二阶导的比值, 它与网格尺度无关。用冯卡门尺度取代网格尺度来减小模型识别的流动特征尺度, 使得 SAS 对网格的依赖程度要低于 DES 类方法。

2.3 变参数计算网格生成

对于不同距径比的双圆柱构型, 在进行数值计算时, 本文均采用相同的计算网格拓扑。网格采用多块结构网格, 总计单元数11.2万, 如图2所示: 边界层内部仍采用RANS的网格要求, 即物面法向第一层网格满足保证 $y^+ < 1$, 附面层内网格物面法向增长率为1.1; 附面层网格外部进行适当加密以满足非定常模拟精度。

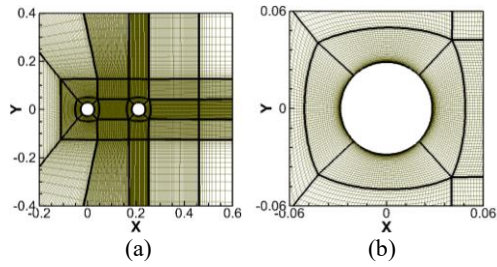


图2 计算网格示意图

本文先以图2的网格拓扑对 $L/D=3.7$ 的工况建立计算网格,当距径比变化时,通过程序生成新的双圆柱几何,再用无限代数插值(TFI)^[18]动网格技术生成新构型的计算网格。

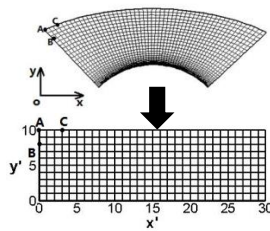


图3 坐标系转换示意图

在进行计算时,CFD求解器首先将物理坐标系(oxy)转换到单位正交计算坐标系($o'x'y'$)中进行计算,如图3所示。这样对于不同距径比构型采用相同网格拓扑后,尽管在物理坐标系下各网格点的空间坐标不同,但其在计算坐标系下坐标是完全相同的,本文对变距径比构型采用式(1)、(3)建立降阶模型时采用的正是计算坐标系。采用相同的网格拓扑,和计算坐标系的使用使得降阶模型可以处理变几何参数类问题。

3 降阶模型在串联双圆柱流动中的应用与预测

3.1 变参数时均场模拟

作为串联双圆柱构型重要的流场参数,距径比 L/D 的数值直接决定着双圆柱流场形态,为评估降阶模型模拟变参数流场的能力,本文试图通过一系列 L/D 的时均流场构造降阶模型,预测 $L/D=3.7$ 、 1.435 这两个有实验数据的临界距径比的流场,以评估模型对于预测变参类问题的精度与效率。

本文采用 2.2 节的非定常数值模拟方法和 2.3 节的网格拓扑提供 20 组不同 L/D 的时均流场作为快照数据: $\{1.2, 1.25, 1.3, 1.35, 1.55, 1.7, 1.85, 2, 2.25, 2.5, 2.75, 3, 3.25, 3.5, 3.6, 3.85, 4, 4.25, 4.5, 4.75, 5\}$ 。采用 POD 对四个状态变量(ρ, u, v, p)的快照分别提取降阶基,再通过广义能法选取主要模式:广义能百分比随基数目的变化曲线如图 4 所示,图中对于四个状态变量,前 5 个基模式占据了几乎所有的广义能;给定 99.5% 的能量阈值,本文最终为 ρ, u, v, p 分别选取 5, 5, 4,

4 个降阶基。然后对这 $5+5+4+4=18$ 个 POD 基的权重系数分别建立 Kriging 代理模型来预测 POD 基系数,这样对于任意 $L/D \in [1.25, 5]$,结合降阶基和代理模型,就能预测出 L/D 在 1.25 到 5 范围内任一距径比的时均流场。

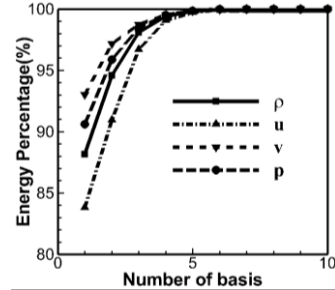


图4 能量百分比随基模式数目的变化曲线

a) 预测精度评估

本文重点考虑 $L/D=3.7$ 和 1.435 的预测精度。

$L/D=3.7$ 和 1.435 时风洞实验、数值求解器、降阶模型三者得到的空间流线分布如图 5 所示,其中实验流线图来源于文献[10]。 $L/D=3.7$ 时,数值模拟和降阶基预测的下游圆柱空间背风面的分离区域大于实验所探测的; $L/D=1.435$ 时,实验数据中两圆柱间是个整体的分离涡形式,而数值结果则在圆柱间预测出上下两个相互接触的漩涡结构。尽管与实验的时均流线存在差异,降阶模型与求解器的流线包括圆柱背风面分离区的大小和形态几乎完全一致,这说明时均流场的差异主要是由于数值求解方法所致,而非降阶模型预测误差所造成。

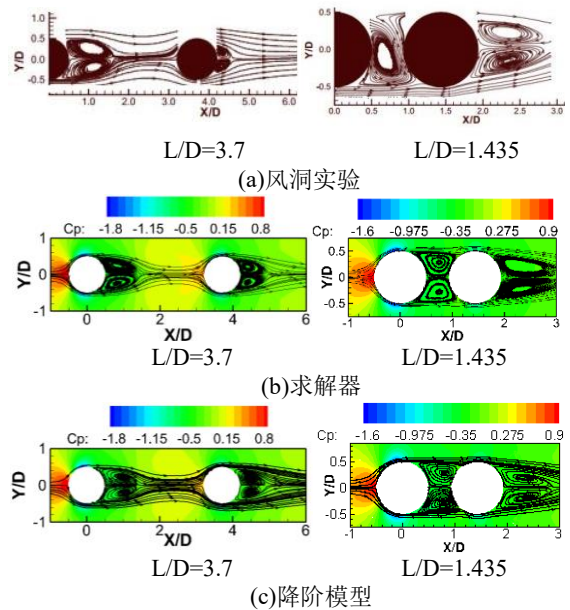


图5 时均流线对比图

为进一步检验降阶模型的预测精度,考察降阶模型预测的时均流场和数值求解之间的误差分布。定义降阶模型预测值与数值求解器计算值的绝对误差 $\Delta(x) = \|\hat{u}^o(x) - u^o(x)\|$, 相对误差

$\Delta_r(x) = \frac{\|\hat{u}^\theta(x) - u^\theta(x)\|}{u^\theta(x)}$ 。图6给出 ρ, p 在 $L/D=3.7, 1.453$ 时的相对误差分布, 考虑到距径比对远离物面处流动的影响小, 此时降阶模型误差小, 故这里仅提供双圆柱附近流场的误差分布。在整个考察区域内降阶模型预测的相对误差处在 10^{-3} 量级, 说明降阶模型对 ρ, p 实现了精确的预测。至于速度场, 在本算例中, 圆柱的背风面是流动滞止区, 在这个区域内的速度相对其他区域数值很小, 使得降阶模型在该区域某些地方相对误差过大, 故本文考虑速度场的绝对误差分布, 如图7所示。图中流场各处速度的绝对误差始终处小于 10^{-2} , 而在图5中降阶模型又能较精确地模拟两工况的时均流线, 因此本文得出降阶模型对速度场、密度和压强均实现了全场精确预测的结论。

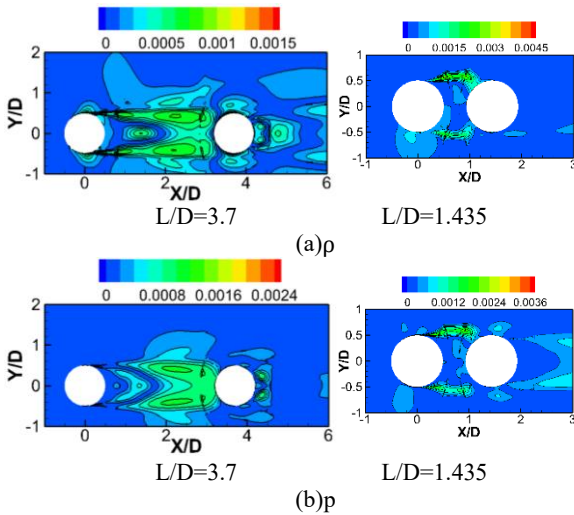


图6 时均流场 ρ 和 p 相对误差分布图

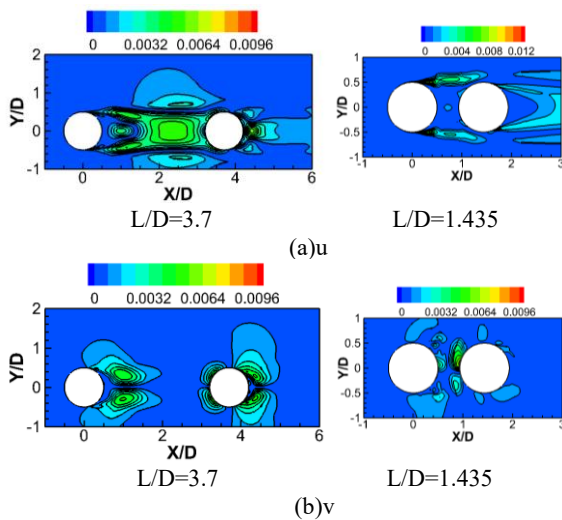


图7 时均流场速度绝对误差分布图

物体表面压强分布是气动计算与预测的关注点之一, 降阶模型预测的圆柱表面压力分布如图8、图9所示。它与求解器的计算结果除在驻点处外几乎完全重合, 在 $L/D=3.7$ 预测的两圆

柱压力分布及 $L/D=1.435$ 时上游圆柱的压强系数分布与实验也保持一致, 但 $L/D=1.435$ 下游圆柱与实验则相差较大, 这和未能模拟出实验中此距径比下两圆柱间的分离形态相吻合。这种差距一方面是因为数值模拟方法的精度仍有待提高, 另一方面是由于数值计算时没有考虑风洞实验的某些条件和外在因素所致。

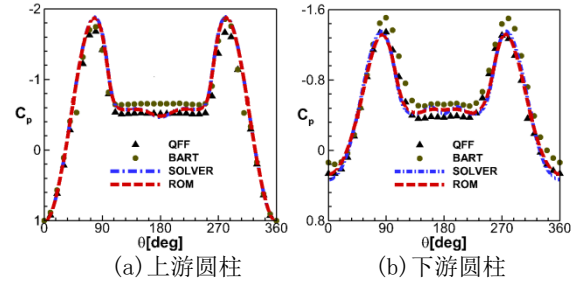


图8 $L/D=3.7$ 圆柱表面压力分布对比

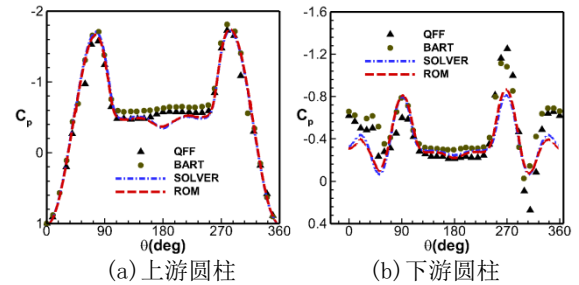


图9 $L/D=1.435$ 圆柱表面压力分布对比

通过时均流线、误差分布、表面压力分布的对比, 本文的降阶模型在对20个样本提取降阶基后, 能精确地模拟 $L/D=3.7$ 和 $L/D=1.435$ 的时均流场。

b) 计算效率评估

除预测精度之外, 计算效率是评估降阶模型性能优劣的另一个重要因素, 降阶模型各阶段计算耗时如表1所示:

1) 降阶模型对20个样本生成降阶子空间耗时22.42s, 对POD基系数建立代理模型时花费1452s, 这两部分构成了整个训练阶段;

2) 在降阶模型建立后, 对于单点流场, 降阶模型仅需2.3s就能较精确地预测出时均结果。而采用求解器计算时均结果至少需要两万非定常时间步, 需耗时19382s。因此, 本文为双圆柱流场构造的降阶模型利用训练阶段的基函数和代理模型能快速又精确地预测变距径比时均流场, 其在计算效率上带来的收益非常可观。

表1 计算效率评估

| 步骤 | | 耗时 (秒) |
|----|--------------|--------|
| 训练 | 提取降阶基 | 22.42 |
| | 训练代理模型 | 1452 |
| 预测 | 预测单点时均流场 | 0.279 |
| | 求解器计算单点非定常结果 | 19382 |

c) 时均流场变化趋势分析

在 $L/D \in [1.25, 5]$ 范围内均匀选取750个测试点，用建立的降阶模型提取时均流场后，本文对变距径比串联双圆柱时均流场得出以下规律（这750个测试点的网格数据是通过空间坐标另外建立POD-Kriging降阶模型得到的）：

1) 在 $L/D \in [1.25, 2.815]$ 范围内，上游圆柱背风面的分离涡占据着圆柱间的整个区域，如图10形态(a)所示；

2) 在 $L/D \in (2.815, 5]$ 范围内，上游圆柱背风面的分离涡仅分布在两圆柱间的部分区域，其与下游圆柱背风面并未接触，如图10形态(b)所示。

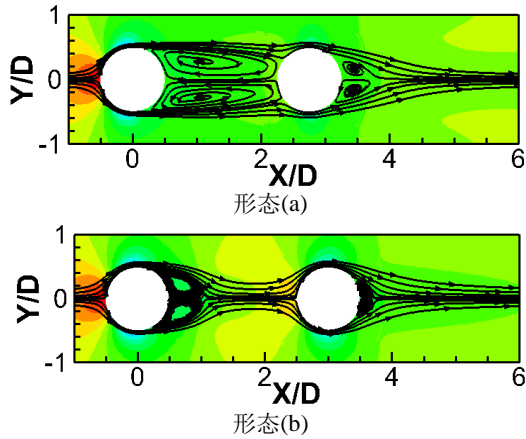


图10 时均流场形态

3.2 定参非定常模拟

3.1节对变距径比时均流场进行了分析，在本小节中，针对 $L/D=3.7$ 这个临界工况的非定常流场建立降阶基，以考察降阶模型对非定常问题的预测精度。对该工况计算5万非定常时间步后，令此时 $t=0s$ ，再在 $t \in [0, 0.5]$ 范围内均匀选取501个时刻的瞬时流场作为快照数据。采用POD对各状态变量(ρ, u, v, p)的快照分别提取降阶基，能量百分比随POD基数的变化曲线如图11所示，利用广义能法为 ρ, u, v, p 分别选取(15, 15, 11, 13)个降阶基。

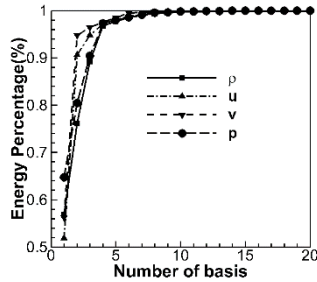


图11 能量百分比随基模态数目的变化曲线

取 $t=0.1015s, 0.2065s, 0.3365s, 0.4735s$ 这四个时刻作为测试点，显然这四个测试点均不属于样本集。图12为速度的绝对误差分布，在考察的四个时刻降阶模型预测的绝对误差始终

保持在 10^{-3} 量级，说明了本文建立的降阶模型在 $t \in [0, 0.5]$ 范围内对瞬时速度场具有较高的预测精度。图13为测试时刻的瞬时涡量图，左图中本文采用的数值模拟方法能在一定程度上反映出捕捉流场的非定常特征，而对于降阶模型来说，非定常效应往往难以精确模拟，右图中本文采用的降阶模型预测的涡量分布与左图数值计算的几乎完全一致，证明了其对非线性、非定常问题具有较高的预测精度。

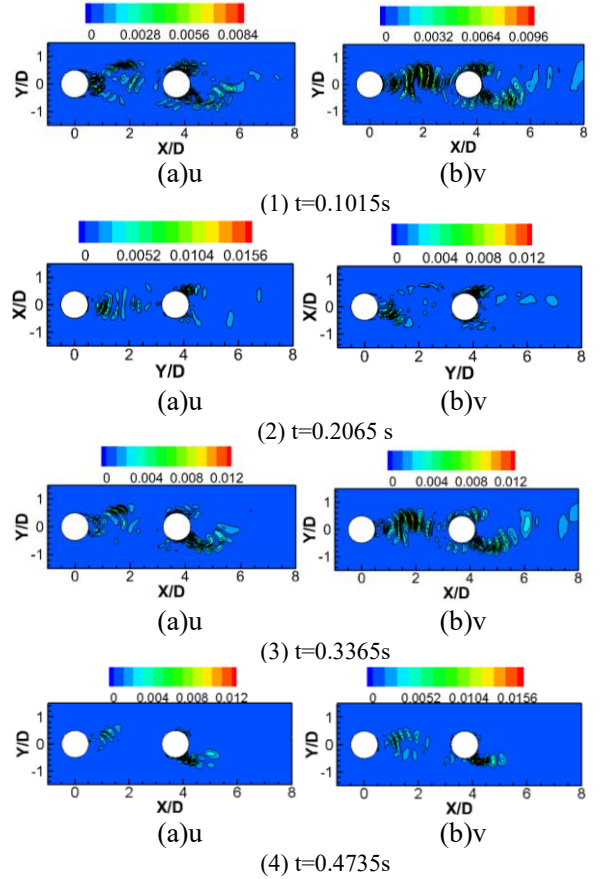
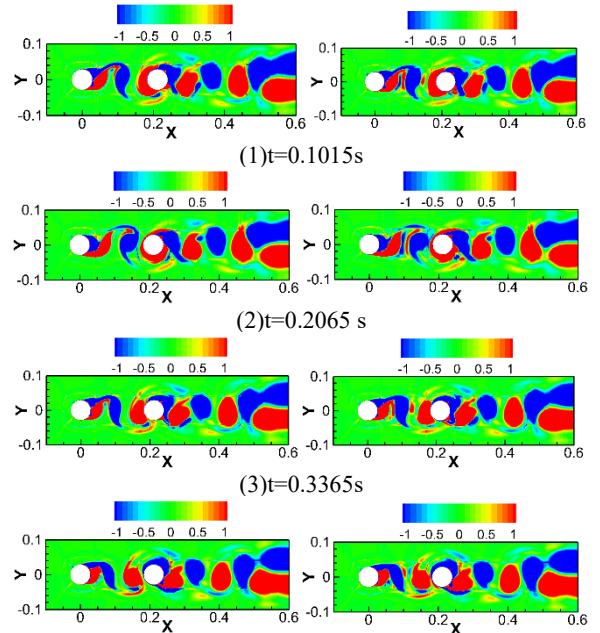


图12 测试点速度绝对分布



(4) $t=0.4735s$

图13 瞬时涡量图(左图为数值计算结果, 右图为降阶模型预测结果)

4 结论与展望

本文通过采用POD提取主要的降阶基模态, 对流场解构造了线性降阶子空间, 再利用Kriging代理模型插值投影系数来封闭降阶模型, 对变距径比串联双圆柱流场进行预测, 得到以下结论:

1. 在与实验对比后, 本文采取的非定常求解方法能较精确预测串联双圆柱非定常流动;

2. 对于变距径比构型, 降阶模型能较精确预测出非样本点的时均流场, 相对于全阶模型计算效率提高69470倍, 其与实验数据的误差主要源于数值求解的误差;

3 通过建立的降阶模型, 本文总结了双圆柱时均流场随距径比的变化趋势;

4. 在特定工况下, POD-Kriging降阶模型同样能精确预测给定时刻的瞬时流场。

考虑到传统的POD-Galerkin方法在多参数问题中构造不便, 本文并未给出其与传统的POD-Galerkin方法的对比而只给出了其与全阶模型精度及计算效率的对比。另外, 由于三维非定常计算非常耗时, 为保证取样效率以印证降阶模型对变参串联双圆柱流场的预测精度与效率, 本文采用二维非定常计算, 但由于忽略展向流动, 这在一定程度势必会损失预测精度, 后续工作将会针对三维数值模拟结果建立适应于带参数非定常问题的降阶基模型, 此时相对于二维流场预测, 降阶模型在计算效率上的收益预计将会更为可观。

针对变参问题的降阶模型在实际应用如气动设计、流固耦合等方向中将拥有比较广泛和诱人的应用前景, 后续研究将集中在高维参数空间的强非线性非定常问题中提高降阶模型鲁棒性和自适应取样这两项工作。

参 考 文 献

- [1] Thomas J P, Dowell E H, Hall K C. Three-Dimensional transonic aeroelasticity using proper orthogonal decomposition based reduced order models. *Journal of Aircraft*, 2003, 40(3): 544-551.
- [2] Du J, Fang F, Pain C C, et al. POD reduced-order unstructured mesh modeling applied to 2D and 3D fluid flow[J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2013, 65(3): 362-379.
- [3] Zhang W, Kou J, Wang Z. Nonlinear aerodynamic reduced-order model for limit-cycle oscillation and flutter[J]. *AIAA Journal*, 2016: 3304-3311.
- [4] Qiu Yasong, Bai Junqiang. Stationary flow fields prediction of variable physical domain based on proper orthogonal decomposition and kriging surrogate model. *Chinese Journal of Aeronautics*.
- [5] Jenkins, L. N., Khorrami, M. R., Choudhari, M. M., and McGinley, C. B., "Characterization of Unsteady Flow Structures Around Tandem Cylinders for Component Interaction Studies in Airframe Noise", AIAA Paper 2005-2812 Presented at the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Monterey, CA, May 23-25, 2005.
- [6] Jenkins, L. N., Neuhart, D. H., McGinley, C. B., Choudhari, M. M., and Khorrami, M. R., "Measurements of Unsteady Wake Interference Between Tandem Cylinders," AIAA Paper 2006-3202 Presented at the 36th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, San Francisco, CA, United States, June 5-8, 2006.
- [7] Zdravkovich, M. M., *Flow Around Circular Cylinders Volume 2: Applications*, Oxford University Press, 2002.
- [8] Zdravkovich, M.M., REVIEW- review of Flow Interference Between Two Circular Cylinders in Various Arrangements[J]. *J. Fluids Engineering*, 1977, 99(4): 618.
- [9] Khorrami M R, Choudhari M M, Lockard D P, et al. Unsteady flowfield around tandem cylinders as prototype component interaction in airframe noise[J]. *AIAA journal*, 2007, 45(8): 1930-1941.
- [10] Lockard, D. P., Choudhari, M. M., Khorrami, M. R., Neuhart, D. H., Hutcheson, F. V. and Brooks, T. F., "Aeroacoustic Simulations of Tandem Cylinders with Subcritical Spacing," AIAA Paper 2008-2862, 14th AIAA/CEAS Aero Acoustics Conference, Vancouver, Canada, May 2008.
- [11] Brès, G., Wessels, M. and Noelting, S., "Tandem Cylinder Noise Predictions Using Lattice Boltzmann and Ffowcs Williams-Hawkings Methods," AIAA Paper 2010-3791, 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Stockholm, Sweden, June 2010.
- [12] Bai J Q, Chen W, Yang Z, et al. Application of a Turbulence model based on Von-Karman Length Scale in Steady and Unsteady Flow Simulation[J]. *Engineering Mechanics*, 2014. 白俊强, 王晨, 张扬, 一种基于冯卡门尺度的湍流模式在模拟稳态和非稳态流动问题中的应用[J]. *工程力学* 1000-4750(2014)11-0039-07.
- [13] Menter F R. Re-visiting the Turbulent Scale Equation[C]. In: Proc. IUTAM Symp. One Hundred Years of Boundary Layer Research. Springer, Gottingen, 2004.
- [14] Menter F R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal*, Vol.32, No.8, 1994, pp.1598-1605.
- [15] Lawrence Sirovich, Turbulence and the Dynamics of Coherent Structures. *Quarterly of applied mathematics* Volume xlv, number 3 October 1987, pages 561 -

- [16] Simpson T W, Mauery T M, Korte J J, et al. Kriging models for global approximation in simulation-based multidisciplinary design optimization. *AIAA journal*.2001;39(12): 2233-2241.
- [17] Li J, Huang S, Jiang S, et al. Unsteady viscous flow simulations by a fully implicit method with deforming grid[C]//43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. 2005: 1221.

POD-Kriging reduced method's application in Tandem Cylinders' flow

Wang Chen¹, Bai Junqiang¹, Jan S Hesthaven², Qiu Yasong¹, Qiao Lei¹, Han Xiao¹

1. *School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072, China*

2. *Swiss federal Institute of Technology in Lausanne(EPFL), CH-1015 Lausanne, Switzerland*

Abstract: The configuration of Tandem Cylinders is a typical one in researching noise and interactions between different components, where the Distance-diameter ratio is a very significant parameter with which the flow form varies a lot. To clearly research the ratio's effect on Tandem Cylinders flow as well as the unsteady flow physics, a reduced-order model is built where Proper orthogonal Decomposition(POD) is used to extract reduced basis modes, and Kriging model is used to train sample data and interpolate projection coefficients for each reduced basis. To ensure the snapshots' accuracy, the scale-adaptive simulation (SAS) model based on $k-\omega$ SST turbulence model is used to predict time-dependent flow field. By comparing with solutions provided by the numerical solver as well as experimental data, the reduced model presents a good accuracy and efficiency. And then based on the reduced basis, the change regulation of the time-average flow is summarized.

Key words: Kriging; Proper Orthogonal Decomposition; Tandem cylinders; Distance-diameter ratio; Scale-Adaptive Simulation; flow fields; Mesh Generation; Turbulence Models.

作者信息:

王晨 (1989—) 男, 博士研究生。主要研究方向: 降阶模型, 计算流体力学。

E-mail: datouroony@163.com

手机: 18291996204 固话: 029-88492174

地址: 陕西省西安市碑林区友谊西路127号西北工业大学790信箱 邮编: 710072

白俊强 (1971—) 男, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 设计空气动力学。

E-mail: junqiang@nwpu.edu.cn

Jan S Hesthaven 男, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 计算数学, 计算流体力学。

邱亚松 男, 助理研究员。主要研究方向: 降阶模型, 气动设计。

乔磊 男, 博士研究生。主要研究方向: 计算流体力学, 时间格式。

韩啸 男, 博士研究生。主要研究方向: 气动噪声。

基金项目:

国家自然科学基金 (基金号11602199)